

LA REPETICIÓ COM A MÈTODE D'INTERVENCIÓ EN DIFICULTATS AL CÀLCUL MATEMÀTIC

REPETITION AS A METHOD OF INTERVENTION IN DIFFICULTIES IN THE MATHEMATICAL CALCULATION

Alba Sánchez Lizana¹

Universitat Oberta de Catalunya. Estudis de Psicologia i Ciències de l'Educació.

Barcelona, Catalunya

Marta Gómez Domingo

Universitat Oberta de Catalunya. Estudis de Psicologia i Ciències de l'Educació.

Barcelona, Catalunya

RESUM

Sota les premisses de l'actual escola inclusiva, el present treball pretén donar resposta a la necessitat d'avui en dia de respondre mitjançant mesures addicionals, a aquelles dificultats d'aprenentatge que poden aparèixer de forma transitòria al llarg de l'etapa educativa, com són les dificultats a l'àrea de matemàtiques. Molts informes com és l'informe PISA, recullen el baix rendiment dels alumnes de l'estat espanyol a la resolució de problemes matemàtics, però partint de la idea de que per tenir una bona competència en la resolució dels problemes, primer s'ha de tindre una bona competència en el càlcul, aquest treball pretén analitzar com a través de la repetició, es pot aconseguir la memorització de les sumes més comuns, i, com a conseqüència, una millora en la precisió i velocitat de resolució de les mateixes. Per a aquesta finalitat aquest treball recull a la introducció els fonaments teòrics, metodològics i legislatius que sustenten aquesta necessitat, un anàlisi de diversos plantejaments teòrics que defenen la metodologia proposada i es planteja una possible intervenció amb la seva corresponent hipòtesi. Després, s'analitza un anàlisi de cas seguint el mètode proposat al present treball amb una nena de 4t de primària per demostrar si un treball diari de 2 setmanes de duració centrat en la realització de sumes, comportarà la memorització dels algorismes més comuns i, com a conseqüència una millora en la exactitud i la velocitat de resolució. Finalment es fa una recopilació dels resultats amb el seu anàlisi i discussió, i unes conclusions finals.

Paraules clau: dificultats d'aprenentatge, matemàtiques, càlcul matemàtic, detecció de dificultats d'aprenentatge, intervenció educativa.

¹ Correspondència: Alba Sánchez Lizana asanliz@uoc.edu

ABSTRACT

Under the premises of the current inclusive school, this paper aims to respond to the need of today to respond through additional measures to those learning disabilities that may appear transiently during the educational stage, such as difficulties in the area of mathematics. Many reports, such as the PISA report, point to the low performance of Spanish students in solving mathematical problems, but starting from the idea that in order to have good competence in solving problems, you must first have good competence in the calculation, this work tries to analyze how through repetition, one can achieve the memorization of the most common sums, and, as a consequence, an improvement in the precision and speed of resolution of the same ones. For this purpose, this paper includes in the introduction the theoretical, methodological and legislative foundations that support this need, an analysis of several theoretical approaches that defend the proposed methodology and a possible intervention with its corresponding hypothesis. Then, a case analysis is analyzed following the method proposed in the present work with a girl from 4th grade to demonstrate if a daily work of 2 weeks of duration focused on the summation, will involve the memorization of the most common algorithms and, as a consequence, an improvement in the accuracy and speed of resolution. Finally a compilation of the results is made with its analysis and discussion, and final conclusions.

Key words: learning disabilities, mathematics, mathematical calculation, detection of learning disabilities, educational intervention.

Introducció

El present treball, parteix de l'actual corrent educatiu de l'escola inclusiva. Aquest enfocament ha estat definit per molts autors en publicacions diverses, però per aquest treball s'ha pres la definició següent:

... l'enfocament de l'educació inclusiva [...] implica modificar substancialment l'estructura, funcionament i proposta pedagògica de les escoles per donar resposta a les necessitats educatives de tots i cada ú dels nens i nenes, de manera que tots tinguin èxit en el seu aprenentatge i participin en igualtat de condicions. A l'escola inclusiva tots els alumnes es beneficien d'una ensenyança adaptada a les seves necessitats i no només els que presenten necessitats educatives especials. (UNICEF, UNESCO, Fundació Hinen, 2000)

Sota aquestes premisses, l'atenció educativa als alumnes en un context inclusiu requereix la implicació i el compromís dels centres per promoure les oportunitats educatives i les ajudes curriculars, personals i materials necessàries per al progrés de cadascú, assegurant-ne no només la presència (prevenció de l'absentisme i l'abandonament) i la participació (motivació i compromís personal amb el procés d'aprenentatge), sinó també facilitant-los uns aprenentatges valuosos per "dirigir-ne les vides més eficaçment" (Whemeyer, 2009), el que es coneix com un sistema inclusiu. El sistema inclusiu promou l'atenció educativa a tots els alumnes i es fixa de forma especial en aquells grups d'alumnes amb un risc més gran de marginació o d'exclusió, que implica establir un seguiment i una actuació específics de la seva presència,

participació i èxit. Aquestes mesures i suports poden ser universals, les quals estan adreçades a tots els alumnes; addicionals, les quals permeten ajustar la resposta educativa de forma flexible, preventiva i temporal, focalitzant la intervenció educativa en aquells aspectes del procés d'aprenentatge que poden comprometre l'avenç personal i escolar d'alguns alumnes; i intensius, específics per als alumnes amb necessitats educatives especials, els quals estan adaptats a la seva singularitat i permeten ajustar la resposta educativa de forma extensa, amb una freqüència regular i, normalment, sense límit temporal. Tal com es recull al document *De l'escola inclusiva a un sistema inclusiu* (Departament d'Ensenyament de Catalunya, 2015), el 15% dels alumnes requerirà de mesures i suports addicionals mentre que el 5% requerirà de mesures i suports específiques. Com que aquest treball pretén centrar-se en la creació d'una intervenció addicional a les mesures i suports establertes de forma universal, com a motiu de dificultats d'aprenentatge d'un contingut curricular concret.

El terme dificultats d'aprenentatge (*learning disabilities* en anglès), no té una definició precisa ni un sistema de classificació àmpliament consensuat, però actualment la definició més acceptada és la que proposa el *National Joint Committee Learning Disabilities* (NJCLD, 2006), el qual defineix dificultats específiques d'aprenentatge (DEA) com:

... un terme general que fa referència a un grup heterogeni d'alteracions que es manifesten en dificultats en l'adquisició i l'ús de les habilitats d'escoltar, de parlar, de llegir, d'escriure, de raonament o de matemàtiques. Aquestes alteracions són intrínseques als individus i deguts a una disfunció funcional cerebral i poden tenir lloc al llarg de tot el cicle vital. Diferents problemes en conductes d'autoregulació, percepció social e interacció social poden coexistir amb les DEA, però no constitueixen en sí mateixes una DEA. Encara que les DEA poden coexistir amb altres tipus de handicaps (entre altres, impediments sensorials, retard mental, trastorns emocionals) o amb influències extrínseques (com per exemple diferències culturals, instrucció inapropiada o insuficient), no són el resultat d'aquelles condicions o influències.

Legislativament, aquest terme apareix per primera vegada a Espanya a la *Ley Orgánica 2/2006, de 3 mayo, de educación (LOE)*, concretament es recull al *Título II (Capítulo Y)* dedicat a l'alumnat amb necessitats específiques de suport educatiu i posteriorment a la *Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE)*, actualment vigent, la qual manté aquesta terminologia.

Aquestes dificultats, s'han d'identificar en el marc de cada àrea curricular, i aquest anàlisi es centra, concretament, a l'àrea de matemàtiques. Cano et al. (2012), afirmen que les dificultats a l'àrea de matemàtiques, tenen el seu origen en:

- La pròpia naturalesa dels conceptes i processos matemàtics que han de ser apresos.
- Una determinada organització curricular, en la forma que adopta l'ensenyament a l'aula o en com són presentats els conceptes i processos en els llibres de text.
- Les característiques de l'aprenentatge dels estudiants i en la manera en la que es generen els processos cognitius individuals en els contextos socials en què es desenvolupa l'ensenyament de les matemàtiques, així com també poden estar associats a variables actitudinals dels estudiants cap a les matemàtiques.

I els mateixos autors les divideixen en les següents dificultats:

- sentit numèric com una forma de raonar amb i sobre els nombres.
- sentit geomètric com una manera de raonar amb i sobre les figures geomètriques.
- pensament algebraic com una manera de raonar i representar quantitats i relacions no conegudes.
- sentit funcional com una manera de raonar amb i sobre relacions entre quantitats i el canvi.

Són moltes les recerques que recullen el baix rendiment matemàtic que tenen els alumnes de l'estat espanyol. Informes com el de PISA, li donen a Espanya una puntuació en matemàtiques de 486 punts, sent la mitja de la OCDE de 490 en 2016. Aquests resultats posen l'èmfasi en la manca per la resolució de problemes, però tal com apareix a l'article d'Orlando (2014): "una resolució de problemes matemàtics, requereix d'un bon coneixement de nombres, de mesures i estructures, de les operacions bàsiques i les representacions matemàtiques, i la comprensió dels termes i conceptes matemàtics involucrats", per tant l'adquisició d'una bona habilitat a les operacions bàsiques és necessària per a una bona competència en la resolució de problemes i de les matemàtiques en general.

Aquesta habilitat en el càlcul, es desenvolupa al llarg de tota la etapa educativa, però és a l'etapa de primària, etapa en la qual els nens es troben en l'estadi d'operacions concretes i per tant se'ls hi pressuposa la maduresa cognitiva necessària per a aquestes habilitats, tal i com afirma Piaget a la seva teoria del desenvolupament cognitiu, quan comença a desenvolupar-se. Aquesta habilitat apareix reflectida legislativament com un dels objectius a assolir al *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de Educación Primaria*:

- g) Desenvolupar les competències matemàtiques bàsiques e iniciar-se en la resolució de problemes que requereixin la realització d'operacions elementals de càlcul, coneixements geomètrics i estimacions, així com ser capaços d'aplicar-los a les situacions de la seva vida quotidiana.

És per la importància d'aquesta habilitat i pel baix rendiment general dels alumnes de primària, que una detecció primerenca de les dificultats en aquesta habilitat i la seva intervenció als primers cursos de primària, esdevé necessària als nostres dies per evitar així, dificultats a etapes posteriors. A més, com que "les dificultats en els continguts adquireixen un sentit més transitori i menys permanent però afecten negativament l'autoestima dels alumnes portant-los a situació de desmotivació i falses creences sobre les seves possibilitats d'actuar i enfrontar-se a les dificultats" (Cano et al., 2012) una millora en aquesta habilitat també comportarà una millora de la seva autoestima i confiança.

Generalment, les dificultats en el sentit numèric són detectades per la quantificació dels errors (Cano et al., 2012) però el procediment emprat per resoldre les operacions i el temps de resolució, són aspectes que també s'han de tenir en compte per decidir si un alumne té o no dificultats en el càlcul. Actualment no hi ha un instrument concret que avaluï tots aquests aspectes, ja que la majoria dels estudis fets per la detecció de dificultats a l'algorisme de la suma, estan més enfocats a la investigació de les causes de les dificultats matemàtiques, com per exemple l'article de Geary, Bailey i Hoard (2009). Per la detecció de dificultats o trastorns a les matemàtiques, també estan els tests estandarditzats, com el Bady-G o el Tedi-Math, però solen basar-se només en la quantificació dels errors, fent cas omís als procediments emprats, i, llevat del Di-Calc, no tenen en compte el temps de resolució, a més, són molt costosos de passar, ja que

contemplen molts altres aspectes.

Per tant, com que no hi ha un instrument específic que mesuri els errors, el procediment emprat en la resolució de les operacions i el temps de resolució, per a aquest anàlisi es va emprar la observació directa (Croll, 1994) i les fases de resolució a les sumes proposades per Gersten, Nancy i Flojo (2013). Aquests autors exemplifiquen les dificultats d'aprenentatge de les matemàtiques a l'inici de l'escolaritat, assenyalant com una dificultat la falta de maduració i eficiència de les estratègies per comptabilitzar. Aquests autors divideixen aquestes estratègies en unes "fases" que anirien des de la caracterització d'un alumne amb poca habilitat matemàtica fins a l'expert matemàtic. Aquestes fases a la resolució de la suma són:

- Comptar amb dits o d'altres objectes.
- Comptar des de el primer sumand fins al segon (3+8).
- Comptar des de el sumand més quantitatiu fins al que menys, aplicant la propietat commutativa de la suma (3+8=8+3).
- Memorització dels algoritmes més comuns.

Per altra banda, en quant a la intervenció en l'algorisme de la suma, hi ha molts estudis fets fins ara que es basen en la repetició com a mètode d'intervenció de la competència en el càlcul, com per exemple l'estudi que s'exposa a l'article de Fuchs et al., (2008). A aquest estudi s'analitza una intervenció destinada a millorar la rapidesa en la resolució de sumes i restes dels nombres del 0 al 9, en la qual van participar 353 nens de 3r de primària, basada en la instrucció del mestre en mètodes de resolució, la repetició de les activitats de càlcul, l'ús de materials manipulatius i de la línia numèrica, i la correcció de l'error després de la realització de cada exercici. Aquesta intervenció tenia lloc durant tres sessions setmanals de 20-25 minuts amb una durada de 16 setmanes i els grups que van rebre aquesta intervenció van millorar la seva rapidesa en comparació amb el grup de control.

Altre estudi destinat a nens amb dificultats d'aprenentatge de les matemàtiques i que utilitza la repetició com a mètode d'intervenció, és l'estudi de Fries (2013). Aquest analitza l'aplicació del mètode Mastering Math Facts amb la sostracció amb nens amb dificultats d'aprenentatge de les matemàtiques de 2n i 3r curs. Amb aquest mètode primer s'estudien les operacions mitjançant la lectura en veu alta d'un nombre reduït d'operacions seleccionades de manera que siguin més fàcils de memoritzar, com per exemple 3-1, 3-2, 4-1, 4-3, i després es fa la fitxa d'avaluació de forma diària. Els algoritmes són presentats en complexitat en augment i estan dividits en nivells, de manera que l'alumne no pot passar al següent nivell fins que no assoleix una velocitat de 38/40 operacions per minut. La intervenció va durar 8 setmanes i encara que els resultats no eren els esperats, sí que va haver una millora en la resolució de les operacions.

Per últim, l'estudi de McDougall i Brady (1998), pretén aconseguir la millora de la competència matemàtica basant-se, a més de la repetició mitjançant un treball diari que inclou totes les operacions (sumes, restes, multiplicacions i divisions) i problemes, en l'adquisició d'autogestió i d'autocontrol. Per a aquesta finalitat van incloure un casset amb senyals d'àudio per fer-los conscients de si estaven prenent atenció i si estaven escrivint ràpidament mentre fan les operacions, i diversos instruments d'automonitoratge i d'autografia, així com un sistema de punts bescanviables per premis.

Amb aquestes intervencions passa el mateix que amb els diferents instruments de detecció de dificultats abans esmentats, solen tractar altres aspectes que no son

l'objecte d'aquest estudi. Per tant, per a aquest estudi, com que s'analitza una intervenció molt específica destinada a la millora de l'habilitat en el càlcul i entenent per habilitat com "l'acció que en ser reiterativa es converteix en un hàbit i que al executar-la adequadament genera satisfacció per al subjecte que la realitza" (Mayer, 1986), es pot arribar a la conclusió de que una manca d'habilitat en aquest aspecte pot ser millorada mitjançant la repetició i per tant aquesta serà la línia de treball d'aquest anàlisi per la solució de dificultats en el càlcul. Concretament, aquesta proposta, s'ha basat en el treball individual i autònom com una ferramenta complementària al treball instructiu que es fa a l'aula, mitjançant un treball diari de complexitat en augment, basat en la repetició dels algorismes formats pels nombres del 0 al 9, per tal de conduir als nens a la consecució de la última fase de resolució proposada per Gersten et al., es a dir, la memorització de les mateixes, i, com a conseqüència, la millora de la seva fluïdesa i exactitud.

Per aquest fi, aquest article tracta de: (1) justificar com la observació esdevé l'instrument més adequat per la detecció de dificultats en el càlcul, (2) justificar com una intervenció basada en la repetició i el treball diari pot comportar la memorització dels algorismes més comuns i, per tant, una millora en la fluïdesa i exactitud en la realització de les sumes; i finalment (3) un anàlisi de cas amb una nena de 4t de primària seguint aquestes orientacions per demostrar si un treball diari de 2 setmanes de duració centrat en la realització de sumes, comportarà la memorització dels algorismes més comuns i, com a conseqüència una millora en la exactitud i la velocitat de resolució.

Amb tot, aquest anàlisi es diferencia d'altres perquè permet donar unes orientacions bàsiques per la detecció de dificultats en el càlcul i la seva posterior intervenció sense requerir d'altres recursos que no estan a l'abast de qualsevol escola i, per tant, facilitar aquest treball als mestres de matemàtiques o als especialistes, de manera que, entre tots, puguem fer desaparèixer aquesta manca en el càlcul que esdevé al nostre estat i fer alumnes veritables experts matemàtics.

Les preguntes que han guiat aquest estudi són:

- Es possible detectar dificultats en el càlcul mitjançant la observació?
- Una intervenció de 2 setmanes de treball diari serà suficient per a la memorització de les sumes més comuns?
- Millora l'estratègia emprada per la resolució de les operacions després de la intervenció?
- Millora el temps de resolució després de la intervenció?
- Disminueixen els nombres d'errors després de la intervenció?

I els objectius que es pretenen aconseguir amb aquest estudi, són els següents:

Objectiu general:

- Realitzar una intervenció destinada a la millora de la competència matemàtica en l'algoritme de la suma mitjançant la memorització dels algorismes més comuns.

Objectius específics:

- Conèixer aquells comportaments que poden ser causats per una dificultat amb el càlcul matemàtic comparant-los amb el comportament derivat d'una bona competència matemàtica.
- Utilitzar instruments d'observació per la detecció de dificultats d'aprenentatge a l'àrea de matemàtiques, concretament a l'algoritme de la suma.

- Emprar el nombre d'errors, les estratègies per comptabilitzar i el temps de resolució com variables per la detecció de dificultats d'aprenentatge en el càlcul matemàtic.
- Utilitzar el treball individual, autònom i diari com mètode per la millora de dificultats en el càlcul matemàtic.
- Avaluar els resultats de la intervenció comparant-los amb els resultats de l'avaluació inicial, mitjançant l'enregistrament visual i posterior anàlisi.

La hipòtesi que pretén defensar aquest treball és que una intervenció diària, autònoma i individual de 2 setmanes de duració, basada en la realització de les sumes compostes per les xifres del 0 al 9 presentades en dificultat creixent, s'aconseguirà la memorització dels algorismes més comuns i, com a resultat, una millora en la velocitat i precisió a les activitats de càlcul amb aquests sumands.

Mètode

Context

La mencionada intervenció va tindre lloc a Sagunt, un poble costaner amb port marítim situat al nord de la província de València, Espanya. És un poble amb dos nuclis urbans, el casc històric i el Port de Sagunt. Està format per, aproximadament, 66000 habitants i la majoria són d'origen espanyol però hi ha un gran nombre d'emigrants d'altres poblacions espanyoles gràcies a les quals la població va créixer, sobre tot al Port de Sagunt, degut a la implantació d'una important indústria siderúrgica. És per aquest motiu que la llengua predominant al casc històric és el valencià, mentre que al Port de Sagunt ho és el castellà. La població actualment es dedica, principalment, a la indústria i als serveis. El col·legi al qual acudeix la nena objecte de la nostra intervenció, és un col·legi públic ordinari d'infantil i primària amb dues línies per a cada un dels nivells. El nivell sociocultural dels pares dels alumnes es pot considerar en línies generals com a mitjà-baix.

Participants

Aquesta intervenció va ser duta a terme per una nena caucàsica de 4t de primària de procedència espanyola que posseeix un nivell cognitiu dins de la normalitat. És una nena molt activa i té bona actitud envers l'aprenentatge. Els pares estan en actiu i tenen estudis fins batxiller. És la menuda de tres germans, els quals estan estudiant estudis superiors. Acudeix a patinatge i a anglès com a activitat extraescolar i rep suport d'una mestra particular dues hores a la setmana, ja que els pares no poden ajudar-li amb la feina del col·legi i respon millor a les indicacions d'aquesta. La seva assignatura preferida és educació física i la que menys li agrada és socials. Al seu temps lliure li agrada dibuixar i té bones qualitats dibuixant. En quant al comportament a l'escola afirma que pregunta quan no entén les explicacions de la mestra i que fa totes les activitats que demana. En quant a les matemàtiques afirma que el que més li costa són els problemes, encara que el seu nivell lector és l'adequat per a la seva

edat, però que li agrada fer activitats de càlcul. Els pares afirmen que en el nucli familiar no li agraden les matemàtiques i que estan poc presents en el dia a dia, i que només les practiquen quan van a la compra.

Instruments

Per a aquest anàlisi de cas s'ha utilitzat material de pròpia creació. Els instruments creats han sigut els següents:

- un instrument d'avaluació (Annex 1) amb 60 sumes repartides en 4 columnes, compostes la primera i la tercera, i la segona i la quarta, per les mateixes sumes, de manera que es pugui observar si hi ha permanència de l'error. A la part de dalt de la mateixa hi ha un espai per posar el temps inicial i el temps final per comptabilitzar el temps de resolució. Aquesta prova va acompanyada d'un registre d'observació per al mestre (Annex 2) per avaluar l'estratègia de resolució, que aniria des de la resolució amb els dits, el comptatge des del número més petit al més gran, des del número més gran al més petit (propietat commutativa) i la memorització dels algorismes.
- un qüestionari per a l'alumne, un per als pares i un altre per al mestre:
 - El qüestionari per a l'alumne (Annex 3) està compost per 9 preguntes les quals ha de respondre marcant amb una X, si ho fa sempre, a vegades o mai. N'hi ha preguntes més generals per saber com sol ser el comportament de l'alumne a l'aula, i altres sobre les matemàtiques i la suma, per saber quina és la actitud envers aquesta, i altres sobre la lectura, per saber quins són els hàbits sobre la mateixa i veure així la relació entre l'hàbit lector i la comprensió dels problemes.
 - El qüestionari per als pares (Annex 4) està compost per un apartat més personal, un altre sobre la nena, i un altre sobre els hàbits sobre les matemàtiques i la lectura.
 - El qüestionari per al mestre està compost per preguntes destinades a conèixer la seva metodologia tant general com a les matemàtiques.
- un dossier compost per 14 fitxes amb 60 sumes a cada una de complexitat en augment, començant per +1 en els primers dies i acabant en +9. Cada fitxa pot contenir: sumes amb el mateix dígit en ordre creixent (1+1; 2+1; 3+1...), altres sumes en ordre diferent (2+1; 1+1; 3+1...), altres repassen les sumes ja treballades, i altres contenen sumes de díigits diferents. A més, s'ha tingut en compte la repetició d'aquelles sumes que són menys comuns, ja que si ja han après la suma 6+2 i coneixen la propietat commutativa de la suma, no cal que s'aprenen la suma 2+6.

Procediments

El primer que es va fer va ser la realització de l'instrument d'avaluació, els qüestionaris i el material per a la intervenció. Després, a través de la observació del procediment emprat per la resolució d'activitats de càlcul de diferents nens a diversos cursos, es va decidir que, com que aquesta nena utilitzava sovint els dits per comptar i es trobava a 4t de primària, curs al qual se'ls hi pressuposa de certa habilitat en el càlcul, fora aquesta nena la objecte del nostre estudi. Després de la comunicació i el posterior consentiment de la família, es va realitzar la prova d'avaluació, la qual va ser

enregistrada pel seu posterior anàlisi, i el qüestionari; mentre que la família va fer el seu qüestionari i va ser orientat sobre el procés d'intervenció. La mestra no va voler respondre el qüestionari. Per la intervenció, se li va donar a la nena el dossier amb les sumes i se li va explicar que cada dia hauria de fer una pàgina, que havia d'apuntar el temps d'inici i el temps final, que hauria de fer-les el més ràpid que pogués, i que després l'havia de corregir. Una volta passades les dues setmanes, se li va tornar a passar el mateix instrument d'avaluació i també es va registrar pel seu posterior anàlisi. Per a la seva avaluació, es van analitzar els mètodes de resolució emprats a l'enregistrament de les dues proves d'avaluació i la seva permanència, així com el temps de resolució i els nombres d'errors i la seva permanència. La temporització que es va seguir es la presentada a la següent taula:

TAULA 1. Temporalització de les accions realitzades

	Abril				Maig	
	3-7	10-14	17-21	24-28	1-7	8-14
Realització dels instruments i material per a la intervenció.	X	X				
Observació dels nens i elecció del nen objecte de la intervenció.	X	X				
Comunicació a les famílies pel seu consentiment.			X			
Realització i enregistrament de la prova de detecció de dificultats per part de l'alumna.			X			
Realització del qüestionari per part del mestre, l'alumna i les famílies.			X			
Valorar els resultats i treure algunes conclusions.			X			
Realització de la intervenció.			X	X		
Realització i enregistrament de la prova de detecció de dificultats per part de l'alumna.					X	
Avaluar els resultats.					X	
Traure les conclusions finals.					X	X

Resultats

Com ja s'ha esmentat, per la recollida d'informació, s'ha partit de la observació i de l'anàlisi de l'enregistrament de la prova d'avaluació, la qual ha sigut passada abans i després de la intervenció per comparar els resultats. En aquest enregistrament, es va poder observar com la nena sempre emprava la propietat commutativa de la suma, independentment de l'estratègia de resolució que utilitzés. A més, es va poder observar que utilitzava 3 tècniques de resolució ben diferenciades que eren: comptar amb els dits, comptar mentalment o bé resoldre-les de manera quasi automàtica, que són aquelles que sí que té memoritzades. Per tant, per a l'anàlisi de la intervenció, s'han pres aquests 3 mètodes de resolució, comparant aquestes tècniques abans i després de la intervenció per veure l'efecte de la mateixa. Així, per a l'anàlisi dels resultats, s'ha tingut en compte:

- el temps de resolució mesurat en minuts i la mitja d'operacions per minut.
- el nombre d'errors i la comparació de les columnes A-C i B-D, ja que tenen les mateixes sumes però en ordre diferent, per veure la permanència de l'error.
- el mètode de resolució, dividit en "dits", quan es veu el moviment dels dits per comptar; "comptatge", quan es veu que conta mentalment i "memorització",

quan resol la suma de forma quasi automàtica, així com la comparació de les columnes A-C i B-D per veure la permanència del mètode de resolució.

En quant al temps de resolució no hi ha hagut variacions, ja que ha trigat 3 minuts en fer ambdues proves, el que és una mitja de 20 operacions per minut.

En quant al nombre d'errors, a la prova realitzada abans de fer la intervenció, no va tindre cap, mentre que a la prova realitzada després de la intervenció, va tindre 1, per tant, com que a la segona volta que va fer aquesta operació la va escriure correctament, no hi ha permanència de cap error.

En quant al mètode de resolució, els resultats obtinguts a partir de l'anàlisi de l'enregistrament fet abans i després de la intervenció, són els següents:

TAULA 2. Resultats generals

Estratègia emprada per l'alumna	Nombre de sumes abans de la intervenció	Nombre de sumes després de la intervenció
Memorització	13	31
Comptatge	39	29
Dits	8	0

Es pot apreciar com, després de la realització de la intervenció, ha hagut un augment de la memorització d'algunes sumes (de 13 a 31), una disminució de les sumes que realitza mitjançant el comptatge (de 39 a 29), i una desaparició completa de l'ús dels moviments dels dits per contar (de 8 a 0).

En quant a la comparació dels resultats de les columnes A-C i B-D per veure la permanència del mètode de resolució, ja que ambdues columnes tenien les mateixes sumes però en ordre diferent, els resultats són els següents:

TAULA 3. Comparació dels resultats per columnes abans de la intervenció

Estratègia emprada per l'alumna	Columna A	Columna C	Columna B	Columna D
Memorització	20	60	1	4
Comptatge	12	8	11	8
Dits	1	1	3	2

A la taula 2 es pot observar com, abans de la intervenció, al llarg de la prova i tant a les columnes A-C com a les columnes B-D, ha hagut un augment de les sumes que realitza de manera més automàtica (de 2 a 6 a les columnes A-C, i de 1 a 4 a les columnes B-D), mentre que disminueix aquelles que resol mitjançant l'ús del comptatge (de 12 a 8 a les columnes A-C, i de 11 a 8 a les columnes B-D) i de l'ús dels moviments dels dits per contar a les columnes B-D (de 3 a 2).

TAULA 4: Comparació dels resultats per columnes després de la intervenció

Estratègia emprada per l'alumna	Columna A	Columna C	Columna B	Columna D
Memorització	11	6	6	5
Comptatge	4	6	9	11
Dits	0	0	0	0

Després de la intervenció (taula 4), es pot observar com la tendència observada a la prova realitzada abans de la intervenció, es va invertir, havent una disminució de les sumes realitzades de forma automàtica (de 11 a 5 a columnes A-C, i de 6 a 5 a les columnes B-D), i un augment de les sumes realitzades mitjançant el comptatge (de 4 a 6 en les columnes B-D i de 9 a 11 a les columnes B-D). Pel contra, i com s'ha especificat als resultats generals, va haver una desaparició de l'ús dels moviments dels dits per contar.

A ambdues proves, les operacions que resol de manera més automàtica, es repeteixen a les columnes A-C i B-D, es a dir, aquelles sumes que té memoritzades a les columnes A-B i que tornen a aparèixer a les columnes C-D, són les mateixes, encara que, com s'ha comentat en els paràgrafs anteriors, hi ha hagut un augment o disminució de les mateixes, es a dir, no hi ha una permanència completa d'aquelles sumes que ha memoritzat.

Amb aquests resultats, i reprenent la hipòtesi de que mitjançant un instrument de detecció de dificultats en el càlcul en el qual podem esbrinar en quina fase d'adquisició de la competència matemàtica es troba un alumne i mitjançant la posada en pràctica d'una intervenció diària de dues setmanes de duració, en la qual l'alumne o grup d'alumnes hauran de fer sumes de forma autònoma i individual en dificultat creixent i fora de l'horari escolar, aconseguirem que assolixin la memorització dels algorismes més comuns i, com a resultat, una millora en la velocitat i precisió en les activitats de càlcul amb aquests sumands, així com un augment de la seva autoestima, confiança i motivació envers les matemàtiques, es pot afirmar, per una banda, que l'instrument de detecció de dificultats, basat en la observació per esbrinar quin mètode de resolució utilitza el subjecte, sí que permet saber en quina fase d'adquisició de les proposades per Gersten et al. (2013) es troba el mateix, a més, aquest mateix instrument, també permet conèixer el grau d'efectivitat de la intervenció, comparant el mètode de resolució de la prova inicial amb l'emprat a la prova final. Pel contra, també es pot afirmar que una intervenció centrada només en l'alumne, en la qual ha de realitzar un treball autònom diari de 2 setmanes de duració, no és suficient per aconseguir la completa memorització de les sumes més comuns i que no comporta una millora en la velocitat, ja que el temps no ha variat, encara que sí que es pot apreciar una millora en el mètode de resolució.

Discussió i conclusions

Com s'ha pogut observar als resultats, a través del treball autònom diari de 2 setmanes de duració, no s'ha aconseguit la completa memorització de les sumes, objectiu del nostre estudi, però si s'ha observat que hi ha hagut un canvi important en el mètode de resolució, com ha sigut que desaparegui completament l'ús dels dits per comptar per l'augment d'altres mètodes com el comptatge o la memorització (Taula 1), es a dir, la nena ha aconseguit utilitzar un mètode de més alt nivell (Gersten, et al.). Pel contra, analitzant la permanència de les sumes memoritzades, comparant per això els resultats de les columnes A-C i B-C després de la intervenció (Taula 4), hem

observat com ha hagut una disminució entre les dues columnes, el que ens fa pensar que o bé aquestes sumes estan encara en procés d'adquisició, o bé que hi ha hagut un cansament o falta d'atenció de la nena a aquesta prova.

Amb aquestes dades, podem arribar a la conclusió que una intervenció centrada en la repetició i el treball diari de l'alumne, si que pot comportar la memorització de les sumes més comuns i com a conseqüència, una millora en la velocitat de resolució i agilitat, ja que amb només dues setmanes, ja s'han començat a veure millores. A més, diversos estudis com l'estudi de Fuchs et al. (2008), l'estudi sobre l'aplicació del mètode Mastering Math Facts a nens amb dificultats d'aprenentatge de les matemàtiques de 2n i 3r grau de Fries (2013), i l'estudi de McDougall i Brady (1998), exposats anteriorment, aborden la memorització de les sumes mitjançant també una metodologia basada en la repetició, coincidint amb la línia de treball proposada a aquest estudi. A tots aquests estudis va haver una millora en la velocitat de resolució com a conseqüència de la memorització de les sumes, per tant podem afirmar que s'ha pogut comprovar com aquesta metodologia sí que afavoreix l'objectiu plantejat, la memorització de les sumes més comuns. En contraposició al nostre estudi, aquests estudis també varen incidir en altres factors diferents al treball autònom dels nens per a la consecució de la memorització de les sumes. Aquestes diferències s'enumeren i s'analitzen a continuació:

A l'estudi de Fuchs et al. (2008), a més de la repetició de les activitats de càlcul, es va incidir també en la instrucció del mestre en mètodes de resolució, l'ús de materials manipulatius i de la línia numèrica i la correcció de l'error després de la realització de cada exercici. A més, a diferència del nostre estudi, la seva intervenció tenia lloc durant tres sessions setmanals de 20-25 minuts amb una durada de 16 setmanes.

En quant a l'estudi sobre l'aplicació del mètode MMF per a nens amb dificultats a les matemàtiques de Fries (2013) sobre la sostracció, els algorismes són presentats també en complexitat en augment però, pel contra, estan dividits en nivells, de manera que l'alumne no pot passar al següent nivell fins que no assoleix una velocitat de 38/40 operacions per minut. A més, primer s'estudien les operacions mitjançant la lectura en veu alta d'un nombre reduït d'operacions seleccionades de manera que siguin més fàcils de memoritzar, com per exemple 3-1, 3-2, 4-1, 4-3, i després es fa la fitxa d'avaluació. També, a diferència del nostre estudi, aquesta intervenció va durar 8 setmanes i encara que els resultats no eren els esperats, sí que va haver una millora en la resolució de les operacions.

Per últim, i en comparació amb l'estudi de McDougall i Brady (1998), a banda de que es treballen totes les operacions (sumes, restes, multiplicacions i divisions) i els problemes, també varen incloure un casset amb senyals d'àudio per fer-los conscients de si estaven prenent atenció i si estan escrivint ràpidament mentre fan les operacions, i diversos instruments d'automonitoratge i d'autografia, així com un sistema de punts bescanviables per premis, ja que l'estudi pretén aconseguir la millora de la competència matemàtica basant-se, a més de la repetició, en l'adquisició d'autogestió i d'autocontrol.

Finalment, després de la realització d'aquest estudi de cas i reprenent les diverses teories i formulacions dels diversos autors esmentats a la introducció, podem concloure el següent:

- En quant a l'instrument per la detecció de dificultats en el càlcul es pot afirmar que a través de la observació (Croll, 1994) i basant-se en les fases de resolució proposades per Gersten et al. (2013), es pot esbrinar fàcilment quina és l'estratègia utilitzada per resoldre les operacions i, per tant, saber en quina fase

es troba un alumne i, com a conseqüència, saber si té dificultats en el càlcul dels algorismes més comuns.

- En quant a la intervenció, es pot afirmar que la repetició és un bon mètode per a l'adquisició de la memorització dels algorismes més comuns, ja que s'ha pogut observar una millora amb només dues setmanes de duració, mètode que també s'utilitza als estudis abans esmentats, als quals també s'observà una millora. En quant al temps d'intervenció, com que no s'ha aconseguit la completa memorització dels algorismes, es pot arribar a la conclusió de que és necessari més temps d'intervenció. Així, i tenint en compte els estudis abans esmentats els quals van des d'una intervenció de 8 setmanes a una intervenció de 16 setmanes, es pot afirmar que una intervenció d'aquestes característiques hauria de tindre una durada de 8 setmanes com a mínim.

Pel contra, els problemes metodològics trobats a aquest anàlisi, fan referència al poc control que es té durant la realització del exercicis, ja que com no podíem realitzar la intervenció dins de l'aula i el treball era autònom de l'alumne, encara que varen donar les orientacions als pares, no ens podem assegurar que es corregeixin els errors o dubtes de manera instantània, el que pot comportar la memorització d'operacions errònies. A més, no es pot assegurar que es facin les fitxes tots els dies o les facin amb l'ambient de treball, material, concentració,... adequats. A banda, no permet una instrucció en mètodes de resolució o tècniques per aconseguir una memorització més ràpida, tal com s'esposa a l'article de Fries (2013), i per tant potser que l'adquisició d'estratègies per compte propi sigui més costosa i com a conseqüència, requereixi d'un major temps en adquirir la memorització de les sumes més comuns. Per últim assenyalar que la proposta inicial plantejada va haver de ser modificada, ja que per una banda la mestra tutora de la nena es va negar a participar-hi i per tant no tenim informació sobre la metodologia del context escolar i no l'hem pogut analitzar, i per altre, que en un principi la intervenció estava plantejada per que fora portada a terme durant més temps, però per motius organitzatius, es va tindre que reduir a 2 setmanes.

Després d'analitzar els resultats i comparant aquest estudi amb altres intervencions, a continuació s'enumeren algunes de les possibles investigacions:

- Una aplicació d'aquesta intervenció de més temps de duració, de entre 8 i 12 setmanes, bé amb el mateix dossier de fitxes, es a dir, repetint-lo diverses vegades, o bé amb un altre que contempli més dies.
- Una intervenció que contempli la Zona de Desenvolupament Proper proposat per Vygotsky, en la qual s'hauria d'avaluar quines operacions té memoritzades per començar des d'aquest punt la intervenció.
- Una intervenció per nivells, en la qual els nens no poden passar de nivell fins que no assoleixin les 38/40 operacions per minut, tal com es recull al mètode MMF.
- Una intervenció que permeti la correcció instantània, bé per part de l'alumne amb un llibre corrector o bé per part d'un adult.
- L'aprenentatge d'estratègies per comptar i per la memorització, pel que seria necessari que la intervenció tingués lloc dins de l'aula i hauria de contemplar la formació dels mestres.
- L'ús d'una autoavaluació de la seva pràctica mesurable en punts bescanviables, de manera que la motivació també es vegi augmentada.

Amb tot això, pensem que el més idoni seria una intervenció que tingués en compte tots els aspectes abans esmentats.

Annexos

Annex 1: Prova avaluació alumnes

PROVA AVALUACIÓ ALUMNES

Nom alumne: _____

Data: ____/____/____

Temps inici: ____:____ Temps final: ____:____

Realitza aquestes sumes:

A	B	C	D
1+2=	9+1=	1+9=	3+12=
2+3=	3+12=	5+4=	13+5=
7+2=	4+9=	2+ 5=	6+8=
4+3=	6+8=	3+6=	18+2=
2+8=	15+5=	3+5=	5+7=
1+9=	5+7=	4+3=	7+7=
7+6=	3+11=	1+2=	9+4=
2+6=	9+4=	1+7=	4+9=
5+4=	13+5=	4+5=	3+17=
3+6=	9+9=	7+6=	4+6=
1+7=	3+17=	2+3=	8+5=
6+3=	8+5=	2+6=	15+5=
2+ 5=	18+2=	6+3=	3+11=
4+5=	7+7=	2+8=	9+9=
3+5=	4+6=	7+2=	9+1=

Annex 2: Full d'observació per al mestre

FULL PER AL MESTRE

Nom alumne: _____

Data: ___/___/___

Temps inici: ___:___ Temps final: ___:___

Indicacions:

Llegir i emplenar els dos formularis abans que l'alumne comence a realitzar la prova.

A l'espai "temps", escriure l'hora a la que comença i acaba en hores i minuts.

Parts de la prova	Criteris d'observació	Anotacions
Durant la prova	Fa dits?	
	Compta des del més menut al més gran o utilitza la propietat conmutativa com procediment?	
	En quines sumes tarda més temps?	
	En quines menys?	
	Té memoritzada alguna operació? Quina?	
Després de la prova	Quants errors té?	
	Es repeteixen alguns errors a les columnes A-C ó B-D? Quin?	
	Quant de temps ha tardat? (temps final-temps inici)	

Altres observacions (inverteix números, no acaba la prova, fa números molt grans, té NEE o un PI,...):

Annex 3: Autoavaluació per a l'alumne

AUTOAVALUACIÓ ALUMNA			
NOM ALUMNE/A:			
DATA:			
<i>Respon les preguntes marcant la casella:</i>			
<i>✓ Sempre</i>	<i>≈ De vegades</i>	<i>✗ Mai</i>	
<i>Preguntes</i>			
	<i>✓</i>	<i>≈</i>	<i>✗</i>
1. Normalment estic atent a les explicacions de la mestra?			
2. Entenc les explicacions de la mestra?			
3. Pregunto quan no entenc alguna cosa?			
4. Faig totes les activitats que em demana?			
5. M'agraden les matemàtiques?			
6. M'agrada sumar?			
7. M'agrada llegir?			
8. Llegeixo tots els dies a casa?			
9. Després de llegir, m'agrada contar el que he llegit?			

Annex 4: Qüestionari per als pares

QÜESTIONARI PER ALS PARES

Nom pare, mare o tutor: _____ Data: __/__/__

Nom de l'alumne: _____

Aspectes generals sobre els pares o tutor:

Quin és l'actual situació laboral del pare (o tutor)? _____

On treballa? _____

Quins estudis té? _____

Quina és la situació laboral de la mare? _____

On treballa? _____

Quins estudis té? _____

Aspectes generals sobre el xiquet:

Amb qui viu el xiquet? _____

Té germans? Quants? De quina edat/s? _____

Quines activitats fa extraescolarmet? _____

Ha tingut o té cap tipus de malatia?

Quina? _____

Qué és el que més li agrada fer en el seu temps lliure? _____

Quina és la seva assignatura o àrea preferida? _____

I la que menys? _____

Aspectes específics sobre l'àrea matemàtica:

N'hi ha algú en la família que li agraden les matemàtiques? A qui? _____

N'hi ha algú en la família que NO li agraden les matemàtiques? A qui? _____

Li doneu importància a les matemàtiques a casa? _____

Hi ha cap habilitat matemàtica que li va costar més (comptar, nombres, sumar, formes geomètriques,...)? _____

Sol necessitar ajuda amb les activitats matemàtiques? Qui l'ajuda? _____

Feu activitats relacionades amb aspectes matemàtics quotidianament (comptar, pagar amb diners, fer sumes, jocs amb figures geomètriques, app...)? Quines? _____

Llegiu o feu exercicis de comprensió lectora habitualment? _____

Alguna altra cosa que consideris important assenyalar? _____

Referències bibliogràfiques

- Bautista, G.; Castejón, E. i Espasa, A. (2016) *Bases normatives, organitzatives i curriculars d'atenció a la diversitat*. Barcelona: UOC.
- Cano, M. et al. (2012). *Dificultats d'aprenentatge dels continguts curriculars*. Barcelona: UOC.
- Croll, P. (1994). *La observación sistemática en el aula*. Madrid: La muralla.
- Decret 119/2015 del 23 juny de 2015, d'ordenació dels ensenyaments d'educació primària a Catalunya. Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya, núm. 6900.
Recuperat de:
http://portaljuridic.gencat.cat/ca/pjur_ocults/pjur_resultats_fitxa/?action=fitxa&mode=single&documentId=696985&language=ca_ES
- Fries, K. M. (2013) Effectiveness of Mastering Math Facts on second and third grade students with specific learning disabilities in mathematics. (Tesis de grau).
Recuperat de: https://etda.libraries.psu.edu/files/final_submissions/8729
- Fuchs, L. S. et al. (2008). Intensive Intervention for Students with Mathematics Disabilities: Seven Principles of Effective Practice. *Learning Disability Quarterly: Journal of the Division for Children with Learning Disabilities.*, 31(2), 79-92.
Recuperat de: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2547080/>
- Generalitat de Catalunya, Departament d'educació. (2015). De l'escola inclusiva al sistema inclusiu. *Servei de Comunicacions i Publicacions de Catalunya*. Recuperat de:
<http://ensenyament.gencat.cat/web/.content/home/departament/publicacions/colleccions/inclusio/escola-inclusiva.pdf>
- Gersten, R.; Nancy, C.J.; i Flojo, J.R. (2013) Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Research gate publications*, 38(4), 293-304.
Recuperat de:
https://www.researchgate.net/publication/7638795_Early_Identification_and_Interventions_for_Students_With_Mathematics_Difficulties
- Gràcia, M.; Sanlorein, P. i Segués, M.T. (2016) *Inclusió i processos afectius, motivacionals i relacionals implicats en l'aprenentatge escolar*. Barcelona: UOC.
- Grégori, J., Noël, M. P. i Van Nieuwenhoven, C. (2001). *TEDI-MATH, Test Diagnostique des Compétences de Base en Mathématiques*. Madrid: TEA Ediciones.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado, 4 de mayo de 2006, núm. 106, pp.17158-17207. Recuperat de:
<https://www.boe.es/buscar/pdf/2006/BOE-A-2006-7899-consolidado.pdf>
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. Boletín Oficial del Estado, 10 de diciembre de 2013, núm. 295, pp 97858-97921.
Recuperat de:
<https://www.boe.es/buscar/pdf/2013/BOE-A-2013-12886-consolidado.pdf>

Llei 12/2009, del 10 de juliol, d'educació a Catalunya. Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya, núm. 5422. Recuperat de: http://ensenyament.gencat.cat/web/.content/home/departament/normativa/normativa-educacio/lec_12_2009.pdf

Mayer, R. E. (1986). *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*. Barcelona: Paidós.

McDougall, D., i Brady, M. P. (1998). Initiating and fading self-management interventions to increase math fluency in general education classes. *Exceptional Children*, 64(2), 151-166. Recuperat de: <https://0-search.proquest.com.cataleg.uoc.edu/docview/201217468?accountid=15299>

National Joint Committee on Learning Disabilities Definition of Learning Disabilities (2016) *NJCLD*. Recuperat de: http://www.ldonline.org/pdfs/njclld/NJCLDDefinitionofLD_2016.pdf

Orlando, Mario. (2014). *Razonamiento, solución de problemas matemáticos y rendimiento académico*. (Tesis doctoral). Recuperat de: <http://repositorio.udesa.edu.ar/jspui/handle/10908/10908>

Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado, a 1 de marzo de 2014, pp. 19349-19420. Recuperat de: <https://www.boe.es/boe/dias/2014/03/01/pdfs/BOE-A-2014-2222.pdf>

Serra-Grabulosa, J. M. i Grau, S. (2016). Di-CALC, Evaluación del procesamiento numérico y el cálculo. En J. M. Serra Grabulosa i S. Grau, ditests: batería digital de evaluación cognitiva. Barcelona: Fundación Bosch i Gimpera, Universidad de Barcelona.

UNICEF, UNESCO, Fundación Hinen (2000) Inclusión de niños con discapacidad en la escuela regular. Anexo: Hacia el desarrollo de escuelas inclusivas. Recuperat de: http://www.unicef.cl/archivos_documento/47/debate8.pdf

Wehmeyer, m. (2009). Autodeterminación y la Tercera Generación de prácticas de inclusión. *Revista de Educación*, núm. 349. pàg. 45-67. Recuperat de: http://www.revistaeducacion.mec.es/re349/re349_03.pdf

Yuste, C.; Martínez, R. I Galve, J. L. (1998). Manual Técnico de la Batería de Aptitudes Diferenciales y Generales (BADyG) Superior Renovada. Madrid: CEPE.