
Mesurant la mortalitat

PID_00245447

Pau Miret Gamundi

Índex

Introducció.....	5
1. Taxes específiques de mortalitat.....	7
2. Les sèries bàsiques d'una taula de mortalitat.....	9
3. Evolució de l'esperança de vida.....	20

Introducció

Aquesta unitat introdueix les tècniques bàsiques d'avaluació de la mortalitat a partir de la construcció de la taula de mortalitat i de les seves sèries complementàries: la de les probabilitats de morir, la de supervivents i la de defuncions. Ho farem a partir de la font bàsica d'informació (els butlletins estadístics de defuncions), seguint tots els passos necessaris per a assolir, com a fita de la unitat, la construcció de la taula de mortalitat per a Catalunya el 2013-14. La seva interpretació serveix per a avaluar i treure conclusions de qualsevol taula elaborada pels serveis estadístics o de salut de qualsevol territori, així com per a poder-les comparar.

1. Taxes específiques de mortalitat

Per a mesurar acuradament la mortalitat cal tenir en compte l'edat en què es produeix la defunció. La manera més senzilla de fer-ho és calcular les taxes específiques de mortalitat (M_x):

$$M_x = \frac{\text{Defuncions entre } x \text{ i } x+n}{\text{Població mitjana entre } x \text{ i } x+n} \times 1000 \quad 1.1$$

A tall d'exemple, veiem les taxes de mortalitat femenina en la següent taula del Departament de Salut de la Generalitat de Catalunya:

x	n	Defuncions	Població	Taxa (M_x)
0	1	81	34.758	0,0023304
1	4	18	154.836	0,0001163
5	5	12	202.784	0,0000592
10	5	17	181.486	0,0000937
15	5	14	162.824	0,0000860
20	5	33	175.829	0,0001877
25	5	43	212.307	0,0002025
30	5	79	270.708	0,0002918
35	5	112	323.841	0,0003458
40	5	226	307.149	0,0007358
45	5	326	283.345	0,0011505
50	5	443	259.132	0,0017096
55	5	680	233.697	0,0029098
60	5	789	207.157	0,0038087
65	5	1.073	198.233	0,0054128
70	5	1.484	157.507	0,0094218
75	5	2.696	139.992	0,0192582
80	5	5.210	133.889	0,0389128
85	5	7.286	89.304	0,0815865
90	5	6.379	41.171	0,1549392

Font: Estadístiques sanitàries del Departament de Salut.

<i>x</i>	<i>n</i>	Defuncions	Població	Taxa (<i>Mx</i>)
95	5	3.195	11.663	0,2739432

Font: Estadístiques sanitàries del Departament de Salut.

2. Les sèries bàsiques d'una taula de mortalitat

Una taula de mortalitat, també anomenada *de supervivència* o *d'eliminació*, es compon de tres sèries:

- la de supervivents (s),
- la de probabilitats de morir (q) i
- la de defuncions (d).

Totes per a cada edat exacta x , és a dir, s_x , q_x i d_x .

Mitjançant una taula de mortalitat es calcula l'esperança de vida (e), que també s'ofereix a cada edat exacta x (e_x), tot i que el més habitual és donar l'esperança de vida en néixer (e_0).

La taula té tres sèries complementàries:

- la de probabilitats,
- la de supervivents i
- la de defuncions.

La sèrie sobre la qual pivota tota la taula és la de **probabilitats**. En el cas de la taula de mortalitat tenim la sèrie de probabilitats de morir (q) i la seva complementària, la de probabilitats de supervivència (p). També aquestes es donen per edat, és a dir, q_x i p_x .

Per a construir aquestes taules necessitem unes **dades primàries**. En aquest cas són les defuncions per edat i generació, així com la població amb data de referència 1 de gener d'un any determinat. Sobre aquestes es calculen les probabilitats de morir a cada edat x .

Ens proposem construir la taula de mortalitat masculina per al període 2013-14 a Catalunya. Per a aconseguir-ho necessitem les defuncions per anys complets, generació i sexe del Moviment Natural de la Població dels anys 2013 i 2014, i també la població a 1 de gener de 2014 del padró continu. Trobarem totes aquestes dades al portal de l'INE.

Com a pauta general per a elaborar una taula de mortalitat hem de calcular les sèries següents:

Edat exacta	q_x	s_x	d_x
0	q_0	100.000	$100.000 \cdot q_0$
1	q_1	$100.000 - d_0$	$s_1 \cdot q_1$
2	q_2	$s_x - d_1$	$s_2 \cdot q_2$
...
w	$q_w = 1$	s_w	$d_w = s_w$

Nota

Notació: q_x , la probabilitat de morir entre l'edat x i la següent; s_x , supervivents a l'edat exacta x , i d_x , defuncions entre l'edat x i la següent.

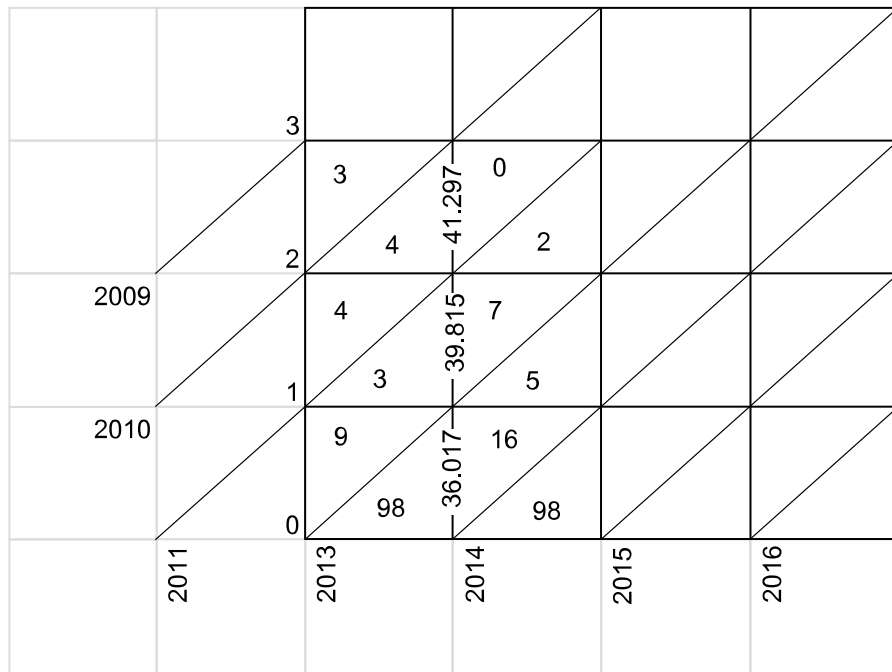
El primer pas per a elaborar la taula de mortalitat per a Catalunya 2013-14 és retrotreure la població de l'1 de gener del 2013 a la de supervivents a cada edat exacta, des de 0 anys fins a la màxima edat que puguem reconstruir. En el cas del padró continu a 1 de gener del 2014, l'edat màxima són els 100 anys i més. Per a arribar-hi, cal seguir el camí següent: entrem a *Estadística del padró continu*. Un cop allà, seguim la cerca a la pestanya de *Dades nacionals, per comunitats autònomes i per províncies*. A la casella de seleccionar any, hi posem «2014» i cliquem al botó d'Anar. Cerquem *Catalunya i Població (espanyols i estrangers) per edat (any a any) i sexe*. Seleccionem totes les edats per al total de població a Catalunya i distingim homes i dones.

A continuació ens dirigim a l'*Estadística de defuncions* i busquem, a la pestanya de *Resultats detallats*, els referents als anys 2013 i 2014, segons *Defuncions per anys complets i any de naixement, sexe i estat civil*.

En el següent diagrama de Lexis (gràfic 1) exposem gràficament com es calculen aquests supervivents a edats exactes, que anotem com a s_x , per a la població masculina menor de 3 anys. Per això precisem la informació següent:

	Padró continu, Catalunya 1/1/2014	Defuncions per generació i edat, Catalunya, homes, 2013		Defuncions per generació i edat, Catalunya, homes, 2014	
	Homes	Totes les edats	30.872	Totes les edats	30.866
Total	3.701.740	0 anys: 2013	98	0 anys: 2014	98
0 anys	36.017	0 anys: 2012	9	0 anys: 2013	16
1 any	39.815	1 any: 2012	3	1 any: 2013	5
2 anys	41.297	1 any: 2011	4	1 any: 2012	7
3 anys	43.160	2 anys: 2011	4	2 anys: 2012	2
4 anys	43.722	2 anys: 2010	3	2 anys: 2011	-
5 anys	45.380	3 anys: 2010	2	3 anys: 2011	3
		3 anys: 2009	4	3 anys: 2010	2
		4 anys: 2009	1	4 anys: 2010	1
		4 anys: 2008	3	4 anys: 2009	4

Padró conti- nu, Catalu- nya 1/1/2014	Defuncions per ge- neració i edat, Cata- lunya, homes, 2013		Defuncions per generació i edat, Catalunya, homes, 2014	
	5 anys: 2008	3	5 anys: 2009	1
5 anys: 2007	2	5 anys: 2008	2	



Sobre aquest diagrama podem comprovar que la població a cada edat exacta és la suma de la població a 1 de gener del 2014 més els que van morir per a cada edat i generació corresponent. Així, fins als 2 anys inclosos els supervivents observats serien:

x	S_x
0	$36.017 + 98 = 36.115$
1	$39.815 + 3 = 39.818$
2	$41.297 + 4 = 41.301$

Si relacionem les defuncions durant un any a cada edat i generació corresponent (és el que compon el numerador) amb els supervivents observats a cada edat exacta (que acabem de calcular), tindrem les probabilitats de morir. Per exemple, per als homes fins a complir els 3 anys calcularem les q_x següents:

x	q_x
0	$q_0 = (98 + 16) / 36.115 = 0,0031566 = 3,16$ per mil
1	$q_1 = (3 + 7) / 39.818 = 0,0002511 = 0,25$ per mil

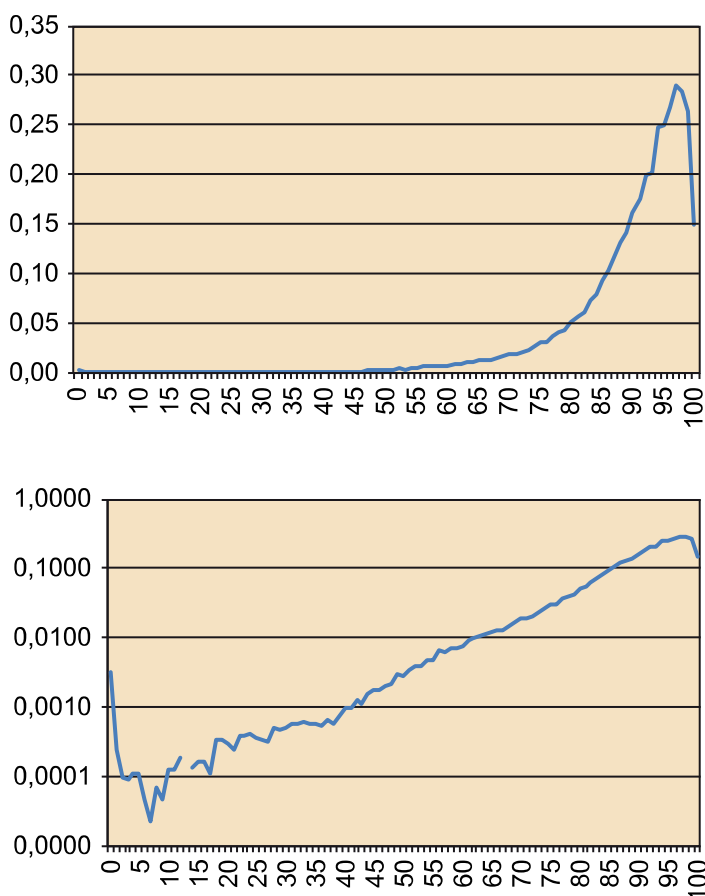
x	q_x
2	$q_2 = (4 + 0) / 41.301 = 0,0000968 = 0,10$ per mil

Així, la sèrie de mortalitat q_x (per mil) per a homes a Catalunya, 2013-14, fins als 15 anys queda de la manera següent:

x	S_x	D_x	q_x	q_x (per mil)
0	36.115	114	0,0031566	3,16
1	39.818	10	0,0002511	0,25
2	41.301	4	0,0000968	0,10
3	43.162	4	0,0000927	0,09
4	43.723	5	0,0001144	0,11
5	45.383	5	0,0001102	0,11
6	43.376	2	0,0000461	0,05
7	43.012	1	0,0000232	0,02
8	42.240	3	0,0000710	0,07
9	41.289	2	0,0000484	0,05
10	40.280	5	0,0001241	0,12
11	38.473	5	0,0001300	0,13
12	37.471	7	0,0001868	0,19
13	37.754	0	0,0000000	0,00
14	36.516	5	0,0001369	0,14
15	35.600	6	0,0001685	0,17

En el gràfic 1 es representen les probabilitats de morir (q_x) tal com han estat calculades, en escala decimal i logarítmica. L'escala logarítmica s'empra sovint perquè permet apreciar les diferències en la mortalitat infantil (això és, la mortalitat durant el primer any de vida) respecte de la mortalitat de la resta d'edats infantils.

Gràfic 1. Probabilitats de morir (q_x), homes, Catalunya, 2013-14, en tants per mil.



Font: Elaboració pròpia a partir de dades del padró continu i del Moviment Natural de la Població (INE).

Les dades disponibles fan possible calcular les probabilitats de morir entre el naixement i els 100 anys. Aplicarem aquestes probabilitats a una base (valor inicial de supervivents), que normalment és un múltiple de 10. Considerant que aquesta base sigui de 100.000 ($s_0 = 100.000$), les defuncions a l'edat 0 s'obtinguen en multiplicar la probabilitat de morir entre el naixement i l'edat exacta 1, és a dir: $d_0 = s_0 \times q_0$. En el nostre cas, $d_0 = 100.000 \times 0,0031566 = 316$. Els supervivents a l'edat 1 (s_1) seran els supervivents inicials (s_0) menys les defuncions durant el primer any de vida (d_0). Així, $s_1 = s_0 - d_0 = 100.000 - 316 = 99.684$. Repetirem el procediment fins a la darrera edat, en la qual la probabilitat de morir és 1 (o de 1.000 per mil). Per als dos primers anys de vida, la taula tindria aquest aspecte:

x	s_x	d_x
0	100.000	$d_0 = 100.000 \times 0,0031566 = 316$
1	$s_1 = 100.000 - 316 = 99.684$	$d_1 = 99.684 \times 0,0002511 = 25$
2	$s_2 = 99.684 - 25 = 99.659$	$d_2 = 99.659 \times 0,0000968 = 10$

Per a poder calcular l'esperança de vida cal construir la sèrie dels anys viscuts a cada edat (L_x). En general, considerarem que entre una edat x i la immediatament posterior $x+1$, la L_x es calcula emprant un procediment concret. Es considera que mentre que els supervivents a $x+1$ (s_{x+1}) han viscut tot l'any considerat (des de x a $x+1$), les defuncions del període $x, x+1$ (d_x) hauran viscut de mitjana mig any (la meitat del període). D'aquesta manera es pot procedir a fer-ne el càlcul. Ho reproduïm en la taula següent:

x	L_x
0	$100.000 + (316 \times 0,12) = 99.722,01$
1	$99.684 + (25 \times 0,5) = 99.671,82$
2	$99.659 + (10 \times 0,5) = 99.654,48$
...	...
100	$1.593 \times 2,5 = 3.981,94$

Com veiem, hi ha dues excepcions en la forma de calcular els anys viscuts:

- 1) la dels menors de 0 anys, i
- 2) la del darrer any que considerem.

Les defuncions entre els menors d'un any (la mortalitat infantil) no segueixen la norma perquè la major part de les defuncions es concentren al cap de poc de néixer. Per a poder calcular la mitjana real d'anys viscuts per als nadons morts abans de l'any caldrà recórrer a una taula que ens especifiqui la mortalitat infantil en períodes de menys d'un any. En el cas aquí considerat estem buscant la mortalitat infantil a Catalunya l'any 2013, segons dies o mesos des del naixement. També trobem aquesta informació al portal de l'INE, en l'apartat de *Defuncions de menors d'un any*, dins de les taules referides a Catalunya:

	Catalunya	
	Total	
	Homes	Dones
Menys de 24 hores	21	13
D'1 a 6 dies	30	19
De 7 a 27 dies	27	18
De 28 dies a 2 mesos	15	12
De 3 a 5 mesos	4	1
De 6 a 8 mesos	6	6

	Catalunya	
	Total	
	Homes	Dones
De 9 a 11 mesos	4	4

Sobre aquesta taula podem calcular la mortalitat infantil en períodes acotats a dies. La taula següent especifica el procediment de càlcul.

	Procediment	Dies mitjana	Homes
Menys de 24 hores	$= (0 + 1) / 2$	0,5	10,5
D'1 a 6 dies	$= 1 + [(7 - 1) / 2]$	4	120
De 7 a 27 dies	$= 7 + [(28 - 7) / 2]$	17,5	472,5
De 28 dies a 2 mesos ¹	$= 28 + [(91 - 28) / 2]$	59,5	892,5
De 3 a 5 mesos	$= 90 + [(181 - 90) / 2]$	135,5	542
De 6 a 8 mesos	$= 180 + [(271 - 180) / 2]$	225,5	1.353
De 9 a 11 mesos	$= 270 + [(366 - 270) / 2]$	317,5	1.270
Mitjana de dies			4.660,5
Total defuncions			107
Mitjana dies / defuncions			43,56
De dies a anys (dividir entre 365)			0,12

⁽¹⁾Assumirem que tots els mesos de l'any tenen 30 dies.

Les defuncions abans de vint-i-quatre hores han viscut com a mitjana mig dia. És la primera categoria de la taula. Els que han mort entre el primer dia de vida i el sisè han viscut una mitjana de quatre dies (segona categoria de la taula). El càlcul va seguint aquest mateix procediment, tot i que amb acotaments temporals que van esdevenint progressivament més amples, tal com podeu veure reflectit en la taula.

Si multipliquem la mitjana de dies per les defuncions a cada període de supervivència, tindrem la mitjana de dies viscuts pels infants morts abans del primer aniversari (homes). El sumatori d'aquesta columna dóna el total de dies viscuts pels nadons morts abans de l'any. Aquest valor, dividit entre el total de defuncions, dóna la mitjana de dies viscuts per qui va morir abans del primer aniversari. Finalment, en dividir aquesta mitjana de dies viscuts pels 365 dies que té l'any, obtenim aquesta dada referida a una magnitud anual.

El resultat és el 0,12 que veiem reflectit a la taula que acabem de mostrar. Per tant, en lloc dels 0,5 anys que suposem per a totes les edats superiors a 1 any, els nadons morts abans de l'any han sobreviscut a Catalunya l'any 2013 una mitjana de 0,12 anys. A continuació calculem la L_0 (mitjana d'anys viscuts entre el naixement i el primer aniversari) segons sexe com:

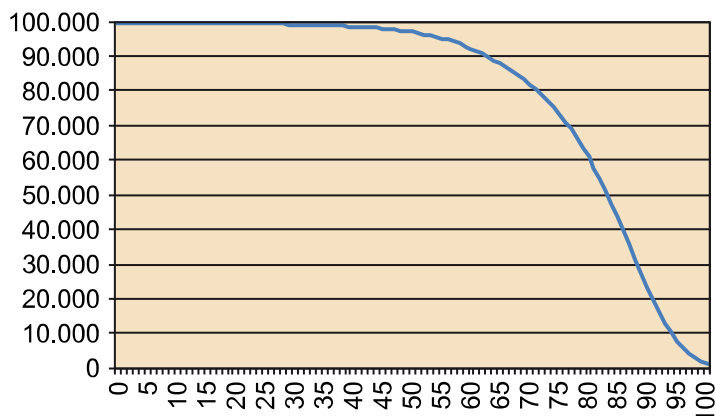
$$L_0 = s_1 \times 1 + d_1 \times 0,12 = 98.492,48$$

Què passa amb l'altre extrem de la taula? En general, la taula se sol tancar als 100 anys. Ara bé, dels supervivents als 100 anys només tenim la probabilitat de morir des de l'edat exacta 100 a la de 101. Per a poder-ho complementar de forma que sigui possible tancar la taula, és necessari estimar quants anys com a mitjana viuran els que tenen 100 anys. En el nostre cas hem suposat que en viuran de mitjana 2,5, de manera que:

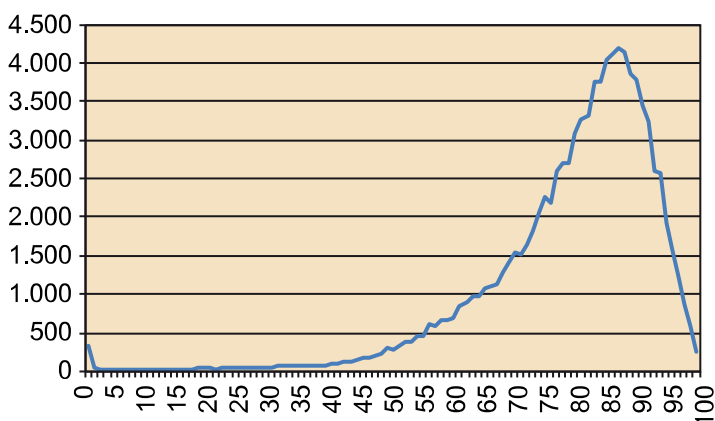
$$L_{100} = s_{100} \times 2,5 = 1.593 \times 2,5 = 3.981,94$$

Haurem calculat, així, la sèrie de supervivents i la de defuncions, que representades tenen la forma següent:

Gràfic 2. Sèrie de supervivents (s_x), homes, Catalunya, 2013-14.



Gràfic 3. Sèrie de defuncions (d_x), homes, Catalunya, 2013-14.



A partir d'aquí es pot calcular la sèrie de l'esperança de vida a cada edat (e_x), que es defineix com la mitjana d'anys viscuts des d'una determinada edat x fins al final. Primer, però, caldrà calcular el total d'anys viscuts des de cada edat en endavant (T_x), ja que aquests són els anys que cal «repartir» entre tots els supervivents fins a una determinada edat x .

$$e_x = \frac{T_x}{s_x} \quad 1.2$$

El total d'anys viscuts des d'una edat x , T_x , es calcula com la suma de totes les L_x (mitjana d'anys viscuts a cada període) des de l'edat x considerada fins a l'edat final. Així, T_0 (total d'anys viscuts des del naixement) és la suma de totes les L_x .

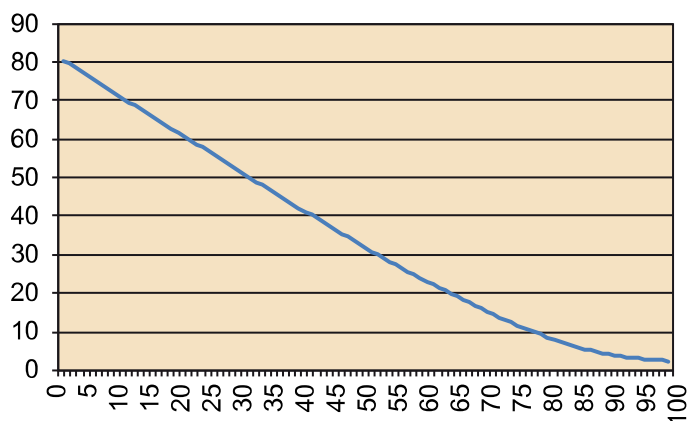
D'aquesta manera, ja podem fer la taula de mortalitat per als homes a Catalunya durant el període 2013-2014. No hem pogut posar la taula sencera per falta d'espai, però aquesta és la forma que pren des dels 0 anys fins als 15 i a partir dels 80 anys fins als 100.

x	s_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	100.000	316	99.722,01	8.027.862,46	80,28
1	99.684	25	99.671,82	7.928.140,45	79,53
2	99.659	10	99.654,48	7.828.468,63	78,55
3	99.650	9	99.645,04	7.728.814,15	77,56
4	99.640	11	99.634,72	7.629.169,11	76,57
5	99.629	11	99.623,54	7.529.534,39	75,58
6	99.618	5	99.615,75	7.429.910,85	74,58
7	99.613	2	99.612,30	7.330.295,10	73,59
8	99.611	7	99.607,60	7.230.682,80	72,59
9	99.604	5	99.601,65	7.131.075,20	71,59
10	99.599	12	99.593,06	7.031.473,55	70,60
11	99.587	13	99.580,41	6.931.880,49	69,61
12	99.574	19	99.564,63	6.832.300,08	68,62
13	99.555	0	99.555,33	6.732.735,45	67,63
14	99.555	14	99.548,52	6.633.180,12	66,63
15	99.542	17	99.533,31	6.533.631,60	65,64
...
90	23.339	3.790	21.444,36	98.242,43	4,21
91	19.549	3.441	17.828,79	76.798,07	3,93

x	s_x	d_x	L_x	T_x	e_x
92	16.108	3.229	14.493,55	58.969,28	3,66
93	12.879	2.585	11.586,64	44.475,72	3,45
94	10.294	2.560	9.014,41	32.889,09	3,19
95	7.734	1.932	6.768,53	23.874,68	3,09
96	5.803	1.557	5.024,25	17.106,16	2,95
97	4.246	1.229	3.631,61	12.081,90	2,85
98	3.017	854	2.590,30	8.450,29	2,80
99	2.163	571	1.878,05	5.860,00	2,71
100	1.593	236	3.981,94	3.981,94	2,50

A partir d'aquesta taula estem en condicions de representar un indicador clau, potser el més usat per les ciències socials. És un indicador que s'usa per a planificar una gran quantitat de polítiques públiques. Ens estem referint a l'esperança de vida, e_x . La representem en el gràfic 4.

Gràfic 4. Esperança de vida (e_x) masculina a Catalunya, 2013-14.



Sovint, les taules de mortalitat es presenten de manera **abreujada**. Les probabilitats i les defuncions fan referència a un **interval d'edats**, i no a cada edat. Presentem a continuació les fórmules que permeten la construcció de la taula abreujada, i la taula de mortalitat masculina de Catalunya també abreujada:

Edat exacta	$q_{(x,x+n)}$	s_x	$d_{(x,x+n)}$
0	$q(0,1)$	100.000	$100.000 \times q(0,1)$
1	$q(1,5)$	$100.000 - d(0,1)$	$s_1 \times q(1,5)$
5	$q(5,10)$	$s_1 - d(1,5)$	$s_5 \times q(5,10)$
10	$q(10,15)$	$s_5 - d(5,10)$	$s_{10} \times q(10,15)$
...

Edat exacta	$q_{(x,x+n)}$	s_x	$d_{(x,x+n)}$
w	1	s_w	$d_w = s_w$

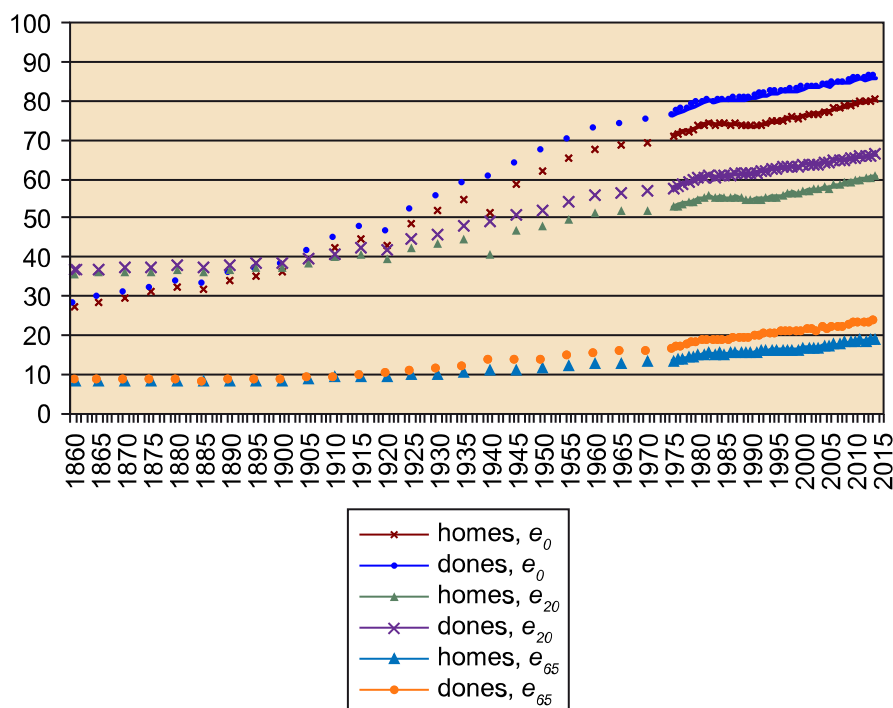
Taula 2. Taula de mortalitat masculina abreujada, Catalunya, 2013-14

x	s_x	$d_{(x,x+n)}$	$q_{(x,x+n)}$	e_x
0	100.000	316	0,00315658	80,28
1	99.684	55	0,00055492	79,53
5	99.629	30	0,00029896	75,58
10	99.599	58	0,00057771	70,60
15	99.542	113	0,00113486	65,64
20	99.429	172	0,00173329	60,71
25	99.256	198	0,00199063	55,81
30	99.059	277	0,00279844	50,92
35	98.782	304	0,00307857	46,05
40	98.477	578	0,0058737	41,18
45	97.899	1.039	0,01061163	36,41
50	96.860	1.803	0,0186164	31,77
55	95.057	2.962	0,03116113	27,32
60	92.095	4.337	0,0470946	23,12
65	87.758	5.973	0,0680625	19,13
70	81.785	8.559	0,10465572	15,33
75	73.226	12.402	0,16936752	11,81
80	60.823	17.144	0,28187011	8,69
85	43.679	20.340	0,46566592	6,08
90	23.339	15.605	0,66860578	4,21
95	7.734	6.142	0,79406836	3,09
100	1.593	1.593	1	2,50

3. Evolució de l'esperança de vida

L'augment de la longevitat suposa un dels canvis més importants per a una societat. El gràfic 5 presenta l'evolució de l'esperança de vida en néixer (e_0), als 20 anys (e_{20}) i als 65 anys (e_{65}) a Catalunya entre el 1960 i el 2015. Es tracta d'una mesura transversal: assenyala l'esperança de vida a cada edat en cas que les condicions de mortalitat fossin les d'un any determinat.

Gràfic 5. Esperança de vida en néixer, als 20 i als 65 anys, Catalunya, 1860-2015.



Font: Cabré, 1999 i INE, de 1975 en endavant.

A Catalunya, l'esperança de vida en néixer ha passat dels 28,0 anys el 1860 als 85,9 anys el 2015 per a les dones, i dels 27,4 als 80,4 per als homes. Aquest perllongament de la vida ha suposat un canvi radical en la resta de les dinàmiques demogràfiques.

L'evolució positiva de l'esperança de vida ha viscut només dos retrocessos puntuals. El primer, causat per la Guerra Civil (1936-39), va afectar els homes. El segon, situat en la dècada de 1980, va ser causat pels accidents de trànsit i per l'impacte de la sida, i també va afectar sobretot els homes. A partir d'aquell moment el pendent que assenyala l'augment de l'esperança de vida ha estat sempre positiu, tant per a homes com per a dones.

Fins a principis del segle xx l'esperança de vida als 20 anys es mantingué constant i era superior a la de néixer. Això significa que el perllongament de la vida s'aconseguí fonamentalment reduint la mortalitat infantil.

Un indicador d'especial importància actualment és l'esperança de vida als 65 anys, que és l'edat ordinària de jubilació fins a les darreres modificacions de la llei de la Seguretat Social. Quan a mitjan dècada de 1960 va veure la llum la llei de la Seguretat Social en la seva forma moderna, l'esperança de vida als 65 anys per als homes era de 12,9 anys i per a les dones, de 15,4 anys. Avui dia, aquest indicador s'ha elevat fins als 19,2 anys per als homes i fins als 23,2 anys per a les dones. Es tracta d'un increment notable, que és una de les causes subjacents (de ben segur, la més feliç de totes) de les tensions en l'actual sistema públic de pensions a Espanya.

