Microeconomia avançada

PID_00244554

Pau Cortadas Guasch
Maria Llop Llop
Martí Oliva Furés
Joaquim Silvestre i Benach

Material docent de la UOC

Universitat
Oberta
de Catalunya

Pau Cortadas Guasch

Llicenciat en Ciències Econòmiques per la Universitat de Barcelona i màster en Societat del coneixement. Professor de Teoria econòmica als Estudis d'Economia iEmpresa. Interessos de recerca: economia del treball en l'era de les TIC.

Maria Llop Llop

Licenciada en Ciències Econòmiques i Empresarials per la Universitat de Barcelona i Doctora en Economia per la Universitat Rovira i Virgili. Professora de Fonaments de l'Anàlisi Econòmica al Departament d'Economia de la Universitat Rovira i Virgili. Àmbits de recerca: economia computacional, impacte econòmic i economia mediambiental.

Martí Oliva Furés

Doctor en Ciències Econòmiques. Catedràtic d'universitat de Fonaments de l'anàlisi econòmica al Departament d'Economia de la Universitat Rovira i Virgili. Àmbits de recerca: economia de la informació i economia industrial.

Joaquim Silvestre i Benach

Professor d'Economia de la Universitat de Califòrnia a Davis. Va ser professor a la Universitat Autònoma de Barcelona. Treballa en temes de microeconomia, economia pública, canvi climàtic i economia experimental. És *fellow* de l'Econometric Society ha estat guardonat amb el premi Narcís Monturiol al mèrit científic.

L'encàrrec i la creació d'aquest material docent han estat coordinats pel professor: Pau Cortadas Guasch (2017).

Segona edició: febrer 2017

Av. Tibidabo, 39-43, 08035 Barcelona
Disseny: Manel Andreu
Material realitzat per Oberta UOC Publishing, SL

Introducció

Hem treballat la microeconomia des de dos punts de vista i ho hem separat per blocs més o menys equivalents. En el primer, parlem sobre el consumidor i consta de quatre mòduls que presenten les diferents preses de decisió segons els diferents condicionants. En el bloc 0 us introduirem el material i veureu com la microeconomia és molt present en les decisions que prenem al dia a dia. Els darrers dos mòduls se centren en les condicions del mercat i, per tant, el bloc està dedicat a l'intercanvi. A continuació, detallem el contingut d'aquests blocs i també hi introduïm les eines necessàries per resoldre les dificultats matemàtiques i metodològiques que us podeu trobar.

L'objectiu principal del bloc *Consumidors*, que inclou els mòduls «Les preferències del consumidor», «Les decisions de comprar», «Les decisions de comprar i vendre» i «Les decisions sota condicions d'incertesa» és aplicar la noció de racionalitat individual a un seguit de decisions de caràcter econòmic que el consumidor, entès com una persona o família, ha de prendre en societats que disposen de mercats desenvolupats. Ens centrem en l'**anàlisi positiva**: l'objectiu és entendre i explicar les decisions del consumidor.

La microeconomia positiva veu el funcionament del sistema econòmic com la interacció, sota formes diferents, i en àmbits diversos, d'agents econòmics racionals. La racionalitat del consumidor s'expressa de manera precisa en termes de la maximització de les preferències, o de la utilitat, subjecta al conjunt assolible. Aquest conjunt està en part determinat per les condicions que el consumidor afronta en els mercats de béns de consum, de treball, d'assegurances o financers.

Les decisions del consumidor sovint es refereixen a un futur que pot comportar elements d'incertesa. Però és útil separar la discussió en dues parts.

1) Primer, fem abstracció de la possible incertesa i estudiem decisions de comprar, de treballar, d'estalviar i de manllevar, sota la hipòtesi que el futur es pot preveure amb certesa.

2) Segon, adoptem el punt de vista que el futur és incert, i el consumidor ha de prendre decisions abans de saber com es resoldrà la incertesa. Ens centrem en les decisions d'assegurar-se contra riscos de pèrdues monetàries, o d'invertir en actius financers que comporten risc.

L'anàlisi presenta una elegant unitat conceptual. El model abstracte que formula les decisions de comprar i vendre, representat per la metàfora de les pomes i les taronges, es pot interpretar de maneres força diferents. Si variem la interpretació de quins són el béns comprats o venuts, el podem aplicar a les decisions següents:

- compra i venda de béns de consum
- treball
- estalvi i endeutament
- assegurança i inversions

Aquesta unitat teòrica permet aplicar idees desenvolupades en l'anàlisi d'algunes d'aquestes decisions a contextos conceptualment allunyats de l'original.

Finalment, en el darrer bloc tractem de tres grans temes: l'equilibri general, l'evolució de l'equilibri parcial estudiat fins ara, i el sector públic i les externalitats, en què aprofundim.

Quan s'estudia el mercat d'un producte en particular, aïllant-lo dels altres mercats, el mètode d'anàlisi s'anomena equilibri parcial. Es tracta d'una simplificació, ja que realment els mercats estan interrelacionats.

L'anàlisi d'equilibri general (EG) estudia el funcionament del sistema econòmic en conjunt i determina els preus d'equilibri simultàniament en tots els mercats. A més d'augmentar la precisió de l'estudi dels diversos mercats individuals, és el mètode d'anàlisi adequat quan es volen conèixer els efectes globals d'un canvi sobre el teixit productiu.

Els béns públics i les externalitats són béns que afecten simultàniament diversos individus, a diferència dels béns privats, que són els típics de l'anàlisi econòmica. En presència d'externalitats o béns públics, el sistema de mercats competitius no condueix a una assignació eficient de béns i recursos. Per aquesta raó es qualifiquen com a errades de mercat.

Hi ha una externalitat si alguna de les variables que afecten la utilitat o els beneficis d'un agent és sota el control d'un altre agent. Les externalitats condueixen a ineficiència perquè el decisor no té en compte els efectes negatius o positius sobre els altres, de manera que el nivell d'externalitat no serà l'òptim socialment. La intervenció pública, amb diferents instruments, pot reconduir l'assignació resultant a la socialment eficient.

Continguts

4. Altres actituds envers el risc
5. La diversificació
6. La demanda d'assegurança

Bloc 2. Intercanvi

Mòdul 5

Equilibri general i benestar

Martí Oliva Furés

Amb la col·laboració de Maria Llop Llop

1. Intercanvi
2. Economia del benestar
3. Risc, eficiència i equilibri general
4. El cor d'una economia d'intercanvi
5. Funcions de benestar social
6. Eficiència i producció

Mòdul 6

Béns públics i externalitats

Martí Oliva Furés

Amb la col·laboració de Maria Llop Llop

1. Béns públics i absència de rivalitat en el consum
2. L'assignació d'un bé públic divisible
3. Mecanismes de decisió de béns públics. La solució de Lindahl
4. L'assignació d'un bé públic indivisible
5. Externalitats: el problema
6. El teorema de Coase
7. Externalitats mútues
8. La tragèdia dels béns comunals

La microeconomia del dia a dia

La microeconomia està molt més present del que ens pensem. A continuació, presentarem una sèrie de situacions o exemples en què veureu fins a quin punt contínuament tenim actituds o prenem decisions relacionades amb l'estudi microeconòmic.

L'economista Ernst Engel deia que «quan augmenta la riquesa el consum també creix, però menys que proporcionalment».

Creus que demanaran el doble de tapes?

És evident que hi ha factors que determinen el creixement del consum quan creix la renda. Factors com ara si les necessitats, amb aquests trenta euros, estan saciades. Per norma general, però, la lògica ens fa pensar que no demanaran el doble de tapes tot i tenir el doble de renda. Si ell amb sis tapes considerava que era suficient, no en demanaran dotze tot i tenint ara seixanta euros.

Aquesta teoria és explicada per la corba d'Engel, que va descobrir el que s'anomena **una regularitat empírica**, és a dir, fruit de l'observació de la pràctica. Engel deia que quan la riquesa augmentava, la demanda d'aliments també ho feia, però menys que proporcionalment. Per tant, a l'hora de representar la relació entre el consum del bé 2 (aliments) i la renda, sempre serà una corba més inclinada que l'eix de 45% que representaria un augment proporcional de consum i renda.

Engel va fer l'estudi a nivell agregat i deia que l'augment de la riquesa de les economies no implicava un augment proporcional d'aliments, cosa que feia, o millor dit que fa, disminuir el pes relatiu del sector agrícola respecte als altres. Aquest fet que és perfectament visible tant si comparem l'evolució temporal d'un país (marcat per la teoria capitalista d'augment constant de la riquesa) com si comparem el pes de l'agricultura entre països més o menys desenvolupats econòmicament.

Tot això ho estudiarem en el mòdul «Les decisions de comprar».

A partir del mòdul «Les decisions de comprar i vendre» valorem no només decisions de compra segons una riquesa donada, sinó decisions de compra i venda a la vegada. Si penséssim en una economia de troc seria fàcil veure que, si jo tinc pomes i tu taronges, i a mi m'interessa tenir ambdós béns i a una altra persona també, hi haurà un bescanvi de béns segons la proporció del valor que cadascú donem als dos béns. En una economia de mercat i amb diners, aquest intercanvi es fa segons el preu de mercat, en què es poden vendre les pomes i comprar les taronges segons la riquesa assolida. Així doncs, la meva capacitat de venda depèn de la meva riquesa i aquesta, de les meves decisions de venda.

Vegem-ne un cas.

Creus que el senyor A farà com el senyor B, és a dir, creus que dedicarà més hores a la feina perquè ara per cada hora extra li paguen més que abans i, per tant, tindrà incentiu per treballar més hores?

Què et sembla si la resposta és: «Sí, i també m'han apujat el salari per hora, i per això he decidit no treballar tant»?

És possible aquesta actitud?

Davant d'augments de salari per hora les reaccions són inverses, el treballador A treballa més i el B, menys. És una característica pròpia de l'oferta de treball. L'augment del preu del treball (salari per hora treballada, per exemple) farà que el treballador hi dediqui més temps, ja que aquella hora està més ben pagada i té més incentius per a fer-ho. Però la peculiaritat és que arriba un moment en què el sou global és tan alt que el treballador prefereix deixar d'anar més temps a la feina i poder dedicar-se a altres coses. La riquesa que li proporcionava el sou anterior ja li saciava totes les seves necessitats i, per tant, l'augment el dedica a saciar-ne una de nova, la de treballar menys, mantenint igualment un nivell de riquesa agregada igual o fins i tot superior.

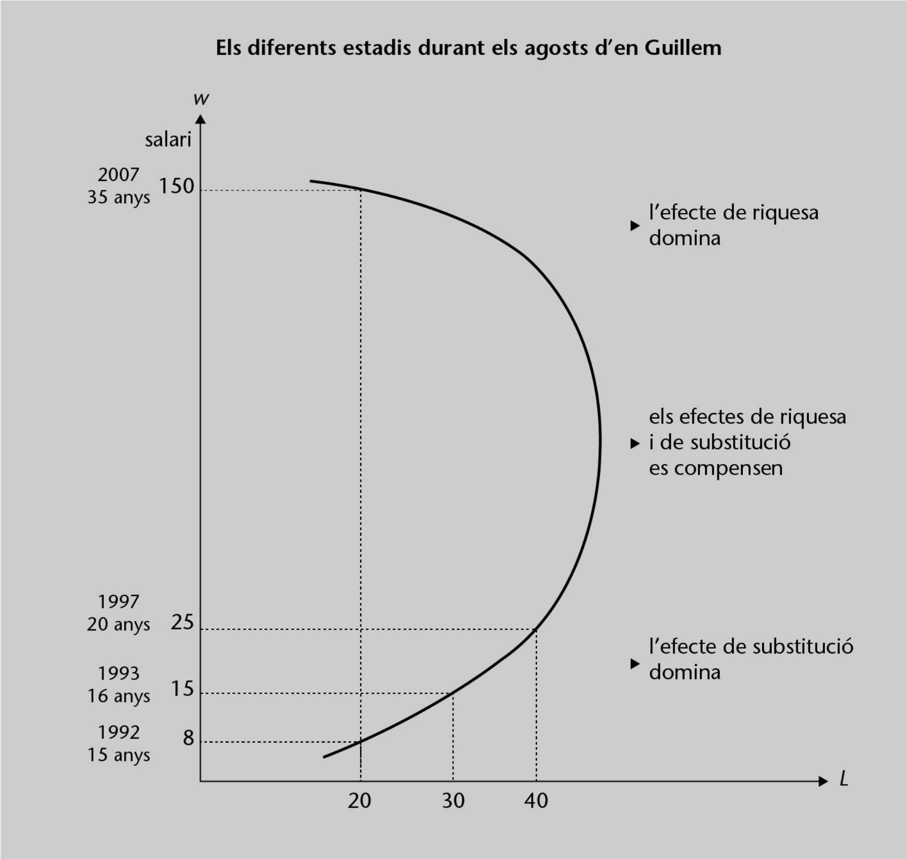
Vegem quatre estadis de salari per hora, hores treballades i sou global. Pensem què passa un mes d'agost qualsevol en la vida d'en Guillem.

Salari per hora	Hores treballades al mes	Sou global per mes	Comentari
8	20	160 euros	Suposem que, a en Guillem, li ofereixen cuidar nens a l'estiu i li paguen 8 euros l'hora. Per aquest preu vol treballar com a màxim 20 hores durant l'agost, ja que treballar més no el compensa. Sacrifica 20 hores de les seves vacances per treballar. I aquell estiu guanya 160 euros.
15	30	450 euros	L'agost següent, el club on sol anar li ofereix fer de monitor a 15 euros l'hora. Aleshores decideix que, com que està tan ben pagat, li surt a compte treballar 30 hores. Guanya un total de 450 euros.
25	40	1.000 euros	Al cap de quatre anys, el club el fitxa perquè s'encarregui de les activitats dels nens durant tot l'any. Ara cobra 25 euros l'hora, i treballa 40 hores. Bé val la pena sacrificar 40 hores del seu estiu per a guanyar mil eurets, que ben bé que van.
1	20	3.000 euros	Passats quinze anys, aquell noi que va començar cuidant nens ara és el director general del club, i té un salari de 150 euros l'hora, i, la veritat, guanya tants diners que treballant unes 20 horetes a l'agost ja en té més que suficient. Recorda que abans passava amb 1.000 euros, i ara treballa menys i en guanya 3.000. No li ve pas de gust fer les 40 hores que feia deu anys enrere, prefereix gaudir de l'estiu.

Hem vist clarament com un augment del sou ha fet que disminuís l'hora de feina.

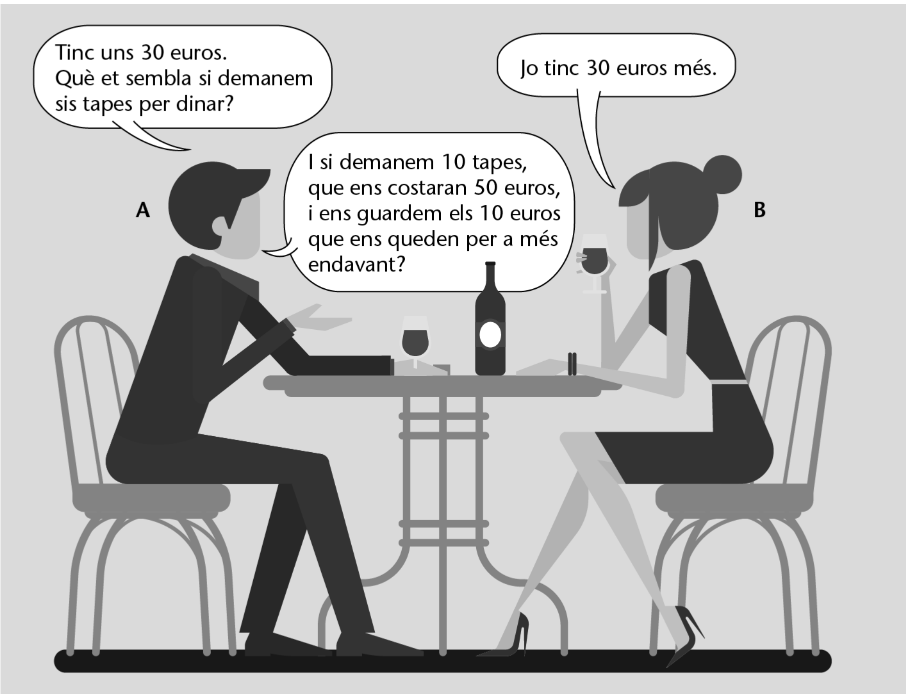
Aquest raonament s'explica pel resultat final de l'efecte riquesa i l'efecte substitució (entre treball i lleure). En els primers casos, l'efecte substitució és més gran que l'efecte riquesa, mentre que a mesura que augmenta el sou, l'efecte riquesa dominarà.

Aquesta peculiaritat l'expliquem en el mòdul «Les decisions de comprar i vendre», veiem el raonament analític i en detallem els efectes.



És un exemple més de com la microeconomia teoritza un cas que tots vivim quotidianament sense preguntar-nos per què passa. O potser ens ho preguntem, però no sabem la resposta.

Una novetat d'aquest curs són també les **decisions intertemporals**. Recuperarem la vinyeta d'abans.



En aquest cas, el que veiem és que es reserva riquesa per a un consum futur, la qual cosa genera un estalvi. Si es fes al revés, és a dir, si demanessin 14 tapes i que el restaurant els fiés, el que farien és generar endeutament. Són, al cap i a la fi, decisions que afecten diferents moments del temps. El preu que fixem i que guiarà les decisions dels agents serà el tipus d'interès.

Penseu ara mateix

Si el tipus d'interès és alt, creieu que es generarà més o menys estalvi i més o menys endeutament?

Solució: tipus d'interès alts afavoreixen estalvis o consums posteriors, ja que el rendiment de no consumir i estalviar és més alt, mentre que el cost d'endeutament s'incrementa.

Activitat

Com sabeu, en la macroeconomia s'estudien els efectes de les pujades i baixades dels tipus d'interès. Si bé aquesta assignatura és de microeconomia, els estudis agregats moltes vegades s'interrelacionen amb els micro. Què fa el Banc Europeu amb els tipus d'interès, i per què creieu que ho fa?

Les decisions sota condicions d'incertesa

Té sentit gastar 2,5 euros per a tenir la probabilitat de 0,000000715% que toqui el primer premi?

De fet, Euromillones ha aplicat uns canvis que, tot i reduint la probabilitat de guanyar el primer premi, provoquen en el consumidor una visió augmentada de la seva percepció d'arribar a ser ric. Com diu el següent article, «un joc matemàticament perdedor» (http://cadenaser.com/ser/2016/10/04/sociedad/1475569929_714674.html).

La teoria que explica que una persona arrisqui uns diners a un resultat incert és la de l'aversió o propensió al risc i la utilitat esperada del premi. La combinació d'una utilitat esperada gran sumada a una propensió al risc alta, fa que tinguem tendència a gastar els diners en fets incerts. Si una persona és adversa al risc, té tendència al consum present, al consum segur, i destinarà les seves rendes a resultats certs. És per això que hi ha gent que inverteix els seus estalvis en dipòsits a termini fix i altres que ho fan en el mercat de futurs passant per la renda variable.

Per què han estat tan polèmiques les participacions preferents?

Perquè han venut un producte arriscat i amb una probable volatilitat a gent que tenia una alta aversió al risc.

Vegem la definició de *preferents* que fa la Wikipèdia:

Explicarem detalladament el cas intentant no entrar en valoracions morals sobre el tema.

Acció preferent, participació preferent, valor preferencial o simplement preferent, en economia, borsa i finances és el valor o acció emès per una societat –banc, caixa d'estalvis o empresa financera– que no confereix cap quota al seu capital ni tampoc dret de vot a la junta d'accionistes. Són perpètues, no tenen venciment i la seva rendibilitat no està garantida, ja que està vinculada a l'obtenció de beneficis.

Es denominen accions preferents perquè tenen la prioritat enfront de les accions comunes en el pagament de dividends o en arribar la liquidació, tot i que es trobin subordinades al pagament dels bons o obligacions. Les seves condicions són negociades directament entre l'entitat emissora –banc– i l'inversor o accionista. Són un actiu d'alt risc financer que pot donar alt interès bancari o grans pèrdues.

Anem a pams.

- **No confereix cap quota en el seu capital**: els compradors no són accionistes de l'entitat emissora. No són accions, ja que correspon a compra d'emissió de deute.
- **No dóna dret a vot a les seves juntes**: és, en el fons, crear un producte de lligam amb l'empresa, però sense el rang d'accionista. És a dir, es nodreix

del resultat de l'empresa, però sense ser-ne propietari. Un dipòsit a termini també té una inversió subjacent que hi dóna suport, la diferència és que és un capital més divers, normalment més anònim o desconegut (tot i que qualsevol dipòsit ha d'estar referenciat i transparent) i d'interès fix i segur, habitualment un títol de renda fixa (bons, lletres, etc.).

- **Són perpetues**: aquest és un dels punts delicats en què després ens detindrem. Al cap i a la fi, el que diu és que no tenen venciment, és a dir, que no hi ha un dia en què deixen de ser de propietat i et tornen els diners, tret que es traspassin mitjançant una venda (no sempre assegurada, ja que la venda es produeix en un entorn de mercat secundari regulat, és a dir, si no et compren les preferents, no te'n pots desfer).

- **La rendibilitat no està assegurada sinó lligada a beneficis anuals de l'entitat emissora**: com seria una acció de renda variable enfront d'un dipòsit a termini.

- **Condicions negociades entre l'entitat i l'inversor**: per tant, menys control de la CNVV (Comissió Nacional de Venda de Valors) i més especificitats de cada emissor de preferents. Cada entitat podia fer la tipologia de preferent que considerés.

- I finalment, són productes d'alt risc financer i que poden generar alts interessos, però també interès zero.

Durant molt de temps les preferents eren un element segur. En època de bonança, tant els mateixos bancs com els clients oferien (i rebien) les preferents sota la xarxa de seguretat que oferia el constant creixement de les entitats. Tenien tres grans avantatges: podien generar un alt interès, el rendiment era periòdic (normalment mensual) i constant, i a la vegada la seva venda era immediata. Això es traduïa, des del punt de vista del client, en un producte molt rendible del qual se'n podia desprendre sense problemes, perquè de seguida es venia a un altre inversionista, normalment entre els mateixos clients de l'entitat (els bancs i les caixes gaudien d'unes hores «de gràcia», en què es permetia una prevenda interna sense que el valor entrés en mercat secundari, ja que aquest producte estava menys regulat). Però era una percepció esbiaixada. Per un costat, els interessos alts estaven associats a un alt (però imperceptible) nivell de volatilitat, risc. Per l'altre, era un producte perpetu i la venda havia de tenir un comprador en ferm.

- **Quina va ser la gran errada**. Fruit d'aquesta percepció equivocada d'ambdós agents (no entrarem a valorar si les entitats sabien o eren conscients que el producte seria bo mentre hi hagués bonança però que aquesta no hi seria sempre), era un producte d'alt risc que s'oferia a agents altament adversos al risc.

- **Quin perfil tenia el client de preferents**. Normalment persones grans, però no tant, que volien un bon rendiment però que no tenien els coneixements suficients d'economia. Aquest desconeixement les feia incapaces d'entrar en la renda variable i d'altra banda els resultava difícil d'entendre que, si optaven per un producte poc arriscat, l'interès seria molt baix. Les entitats bancàries van trobar una solució a aquests casos.

Cal afegir que a la crisi d'aquest producte, s'hi suma la modificació de la normativa de la CNMV (Comissió Nacional del Mercat de Valors), que regula aquests títols i altres de similars com el deute subordinat, fent que l'entorn dels mercats de compra i venda siguin més estrictes i transparents, a més de la crisi de les entitats financeres, sotmeses a rescats, absorcions i fusions, i la crisi dels tipus d'interès per la política de permanent baixada i contenció marcada pel BCE (Banc Central Europeu).

Bloc 2. Intercanvi

Moltes vegades considerem com a bé públic el que proporciona l'Estat. Però en teoria econòmica la definició és molt més complexa i la intervenció de l'Estat és, en qualsevol cas, una conseqüència i no pas una causa.

Recordem que els criteris per a determinar si un bé és públic o privat són el de rivalitat (si un bé es consumit/produït per un agent, evita que un altre també ho faci?) i el d'exclusió (la facilitat d'evitar que un bé es consumeixi o es produeixi). Els graus de cadascun dels dos criteris marcaran el tipus de bé i el grau de puresa del bé públic, i serà un bé públic pur el que no és rival ni excloent i serà un bé privat el que és rival i fàcilment excloent.

Activitat

Col·loca en la taula següent els béns o serveis segons on consideris que es troben.

Autopista, correus, enllumenat públic, restaurant, aire, aigua, carretera, parc, banc en un parc, TV3/TVE, Movistar TV.

	Excloïble	No excloïble
Rival		
No rival		

Solució

	Excloïble	No excloïble
Rival	Restaurant	Carretera, banc en un parc
No rival	Autopista, Movistar TV	Enllumenat públic, correus, aire, aigua, parc, TV3/TVE

És important veure que, tot i que aquí encasellem els béns o serveis, la línia que separa una casella de l'altra és inexistent, no deixa de ser una gradació. Posem una carretera com a bé rival i no excloïble i una autopista com a bé excloïble però no rival, perquè la carretera és més fàcil que es congestioni i, per tant, que generi rivalitat, mentre que l'autopista té un cost relativament baix d'excloure mitjançant la regulació dels preus dels peatges (noteu que hi ha autopistes públiques i autopistes privades). Passa el mateix amb el parc i un banc al parc, podríem dir que tots dos són béns públics, però la capacitat del banc fa que es pugui generar rivalitat i, de fet, un parc públic podria deixar de ser-ho si es cobrés per entrar (com va passar al parc Güell, públic per als veïns de Gràcia, que hi tenen accés il·limitat, però públic impur o gairebé privat per a la resta de consumidors, que han de pagar entrada).

L'exemple de les televisions és molt bo. Les públiques, com el seu nom indica, són no excloents ni rivals, és a dir, que una persona la miri no afecta gens el consum d'una altra. D'altra banda, hi ha Movistar TV, que és excloent mitjançant un preu, però que tampoc no genera rivalitat. És un exemple de bé que en la societat, o almenys aparentment, podríem dir que és privat, però segons la teoria econòmica és un bé públic impur, béns que poden estar més o menys propers als públics o, com en aquest cas, als privats.

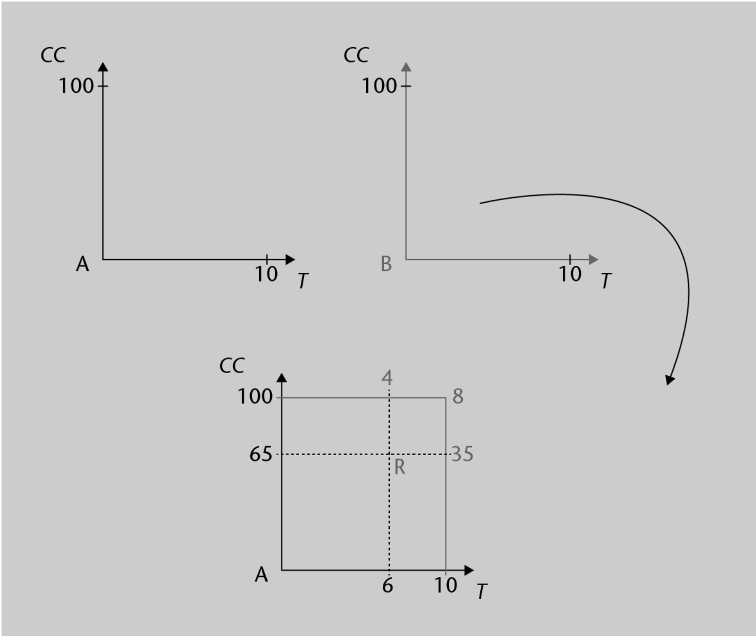
Aquest casos, que tenen el seu equivalent en forma d'externalitats, obliguen el sector públic a prendre-hi part, ja que el mercat per si sol no en regula el preu ni el consum òptim. Tot plegat ho veurem en el mòdul «Equilibri general i benestar».

Fins al mòdul «Béns públics i externalitats», i en general a la microeconomia introductòria, s'estudien els mercats com a ens únics i que no es relacionen, el mercat d'aliments, el mercat de l'energia, els béns públics, etc. És el que s'anomena **equilibri parcial** i és molt útil per a la docència, ja que aïllem els mercats i això ens permet veure els resultats parcials, sense influència de les diferents accions dels agents. Però és evident que els mercats s'influencien, que una acció sobre un mercat pot influir, i de fet influeix, altres mercats. Aquest estudi global és l'anàlisi de l'equilibri general, que com avancem en el mòdul no està exempt de supòsits, concretament tres.

Aquí presentarem els models teòrics bàsics d'equilibri general, que incorporen tres simplificacions. En primer lloc, com s'ha comentat i com va introduir l'economista francès Leon Walras (1834-1910) en el primer model formal d'equilibri general o model walrasià, suposarem que tots els mercats tenen una estructura de competència perfecta. En segon lloc, presentarem els models amb un nombre reduït d'agents i béns. Finalment, en tercer lloc, en l'anàlisi ens centrarem en models d'equilibri general d'intercanvi (o de canvi pur), que consideren que ja s'han produït tots els béns de l'economia i que els consumidors tenen quantitats d'aquests béns que intercanvien en mercats organitzats. En els últims apartats introduirem models amb producció.

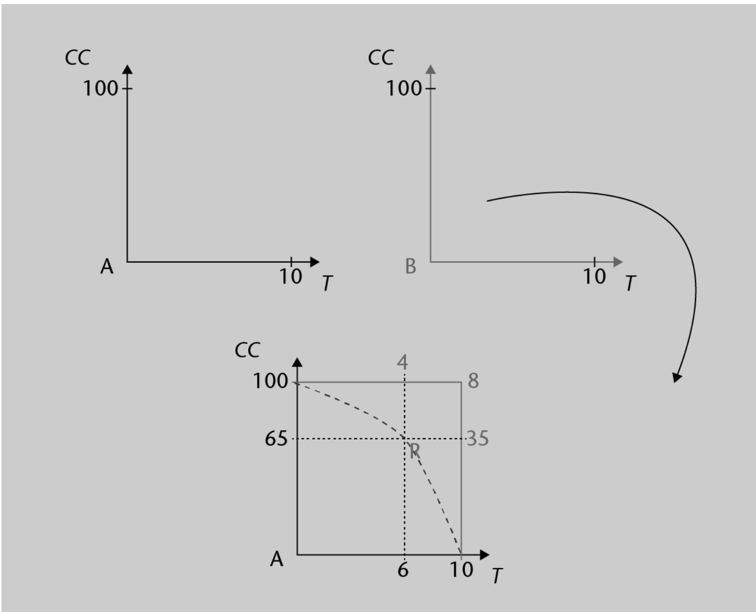
Per a estudiar aquests casos fem servir la caixa d'Edgeworth. Vegem com es defineix i com es representa.

Si abans partíem d'un consumidor que prenia, per exemple, coca-cola, i veiem segons l'oferta i la demanda quina era la quantitat d'equilibri, ara el que tenim són dos consumidors i dos béns diferents. El consumidor A i el consumidor B, i els béns poden ser coca-coles i cinemes. Suposem que hi ha unes dotacions inicials de 100 coca-coles i de 10 entrades de cinema, i que aquestes es reparteixen entre els dos consumidors, de manera que el consum sempre serà total. És a dir, que B consumirà 100 coca-coles menys les consumides per A, i 10 entrades de cinema menys les consumides per A. Per a representar-ho dibuixem un rectangle format per dos eixos oposats amb els consums de cadascun dels béns.

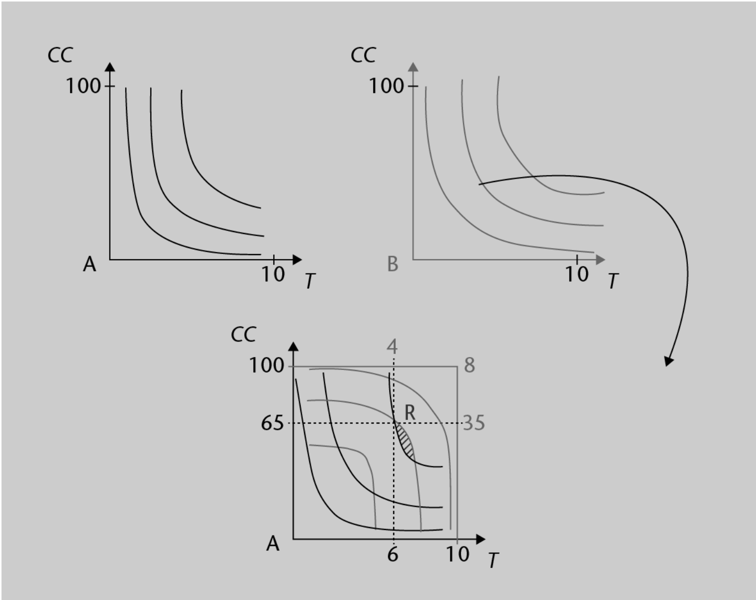


En el gràfic veiem el repartiment de les coca-coles i les entrades i com es reparteixen en la seva totalitat en el punt *R*, que representa la dotació inicial d'ambos béns. Concretament B consumeix 4 entrades de cinema i 35 coca-coles i A, 65 coca-coles i 6 entrades.

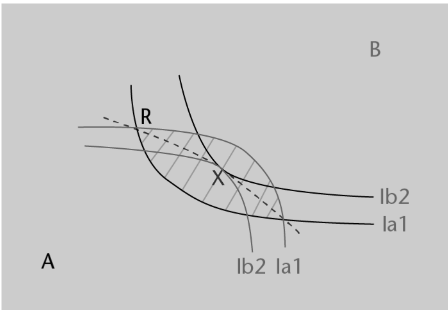
A partir d'aquest punt, poden «jugar» amb aquests béns. Poden consumir la dotació inicial o intercanviar entrades per coca-coles. Aquest intercanvi serà representat, per exemple, per una línia que va de cantonada a cantonada, és a dir, del consum total de coca-coles per un dels dos (o 0 d'entrades) a la inversa.



En el següent gràfic dibuixem les corbes de preferències d'ambdós consumidors. Veiem que per *R* (dotacions inicials) hi passen una corba d'indiferència de cadascun dels consumidors, però, fixem-nos amb el tremat interior entre ambdues corbes.



Juntem els dos darrers gràfics i fem-ne zoom.



Si partim de la dotació inicial *R*, veiem que per B qualsevol zona del tramat gris li proporciona més satisfacció (per sobre de *Ib1*). El mateix passa per A amb tots els punts per sobre de *Ia1*. Augmentant la satisfacció d'ambdós consumidors a través de l'intercanvi de bens (per la línia vermella) veiem que arribem al punt òptim *X*, on ambdós consumidors aconsegueixen l'intercanvi que els hi proporciona la satisfacció màxima.

Ara ja teniu una bona base per a començar a entendre les teories que hi ha darrera l'**equilibri general** del mòdul «Béns públics i externalitats».

En el text principal utilitzem notació matemàtica simbòlica, juntament amb gràfics i alguns exemples numèrics. Ens referirem sovint a nocions que s'han estudiat en el càlcul diferencial, concretament:

- a **funcions d'una variable**, de la forma $f(x)$, a la seva (primera) **derivada**, denotada $f'(x)$ o $\frac{df}{dx}$, i a la seva **segona derivada**, denotada $f''(x)$;
- a la representació gràfica d'una funció d'una variable com una corba (o línia recta) en el pla cartesià, on sovint situarem els valors de la variable independent, x, a l'eix de les abscisses, i els valors $y = f(x)$ de la funció, o de la variable dependent, a l'eix de les ordenades;

- a la interpretació del valor $f'(x)$ de la derivada de la funció com a pendent gràfic de la corba que representa la funció;

- al concepte de funció (d'una variable) **estrictament còncava**, la segona derivada de la qual és sempre negativa;

- a funcions de **dues variables**, de la forma $f(x_1, x_2)$, i a les seves **derivades parcials**, denotades $\frac{\partial f}{\partial x_1}$ i $\frac{\partial f}{\partial x_2}$.

- a la **diferenciació implícita**, segons la qual si l'equació «$f(x_1, x_2)$ = constant» defineix x_2 com a funció de x_1, llavors $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x_1}}{\frac{\partial f}{\partial x_2}}$, si és que $\frac{\partial f}{\partial x_2} \neq 0$;

- a **funcions de tres variables**, concretament a funcions de demanda de la forma $x(p_1, p_2, m)$, en què la quantitat x d'un bé que el consumidor demana depèn dels preus p_1 i p_2 dels dos béns i de la riquesa m del consumidor; també aquí ens referirem a les derivades parcials $\frac{\partial x}{\partial p_1}$, $\frac{\partial x}{\partial p_2}$ i $\frac{\partial x}{\partial m}$ i a la seva interpretació gràfica.

El bloc *Intercanvi* tracta del equilibri general i el benestar i del béns públics i externalitats.

L'equilibri general competitiu analitza una economia en la qual tots els mercats són competitius. Tot i constituir una representació idealitzada de la realitat, és la base dels models d'equilibri general aplicat, que repliquen les condicions de l'economia real i en permeten predir la resposta quan canvien algunes dades. Des de l'òptica del benestar social, com demostra el primer teorema fonamental de l'economia del benestar, una economia competitiva genera una assignació eficient dels béns i recursos. El criteri d'eficiència emprat és l'usual en economia, proposat per Wilfredo Pareto: una situació és òptima o eficient en el sentit de Pareto si no es pot augmentar el benestar d'un individu sense, a canvi, baixar el d'algun altre. Aquest criteri general es tradueix en un seguit de condicions, que compleix el sistema de mercats competitius com a mecanisme per a assignar béns.

Les condicions d'eficiència per aplicar són unes altres en presència de béns públics i externalitats, ja que tots dos, a diferencia dels béns privats, afecten diversos individus alhora, i el sistema de mercats no les verifica. Béns públics i externalitats són fallides de mercat. Un bé públic és consumit per tots els individus alhora, per la qual cosa els individus no tenen incentius per pagar per a la seva provisió i el mercat origina un subministrament inferior a l'òptim. Les externalitats són mercaderies, com ara la pol·lució, per les quals no hi ha mercats privats establerts. Aleshores, aconseguir una assignació de recursos eficient davant de béns públics i externalitats precisa regulació, la intervenció del sector públic.

A continuació es fa una breu revisió de conceptes matemàtics bàsics que s'usen en els mòduls «Equilibri general i benestar» i «Béns públics i externalitats».

Notació. Alguns dels símbols, amb els seus significats, usats en aquests dos mòduls, són els següents:

$\neq$	desigual
$\equiv$	idènticament igual
$\approx$	aproximadament igual
$\in$	pertany a, o és un element de
$\forall$	per a tot
$\exists$	existeix
$\Re^n$	el conjunt de vectors de n dimensions amb components que són nombres reals (o espai euclidià n-dimensional). Els vectors s'escriuen en negreta, $\mathbf{x} \in \Re^n$, però $x \in \Re$, de manera que x és un nombre real.
$\Re^n_+$	el conjunt de vectors de n dimensions amb components que són nombres reals no negatius, $\Re^n_+ = \{\mathbf{x} \in \Re^n \mid x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots n\}$
$\Re^n_{++}$	el conjunt de vectors de n dimensions amb components que són nombres reals positius, $\Re^n_{++} = \{\mathbf{x} \in \Re^n \mid x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots n\}$

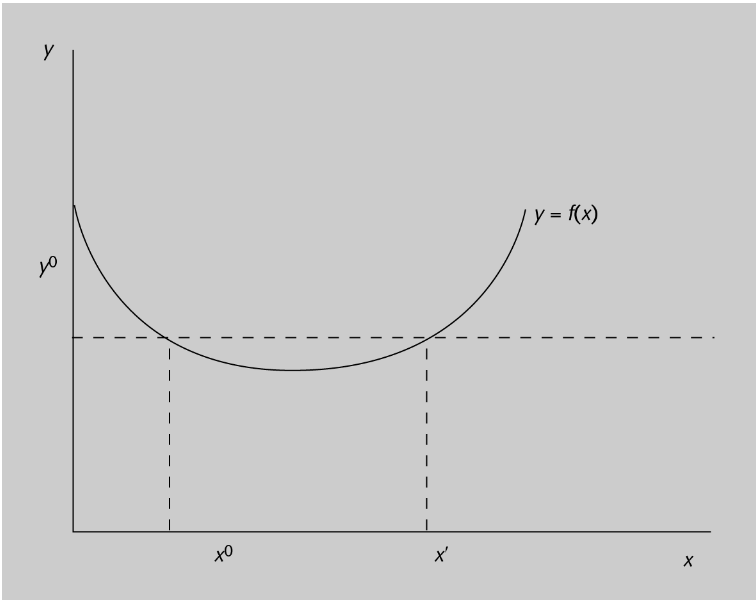
Càlcul

- **Funcions**. Una funció f de Q (el domini de la funció) a S, que es denota per $f: Q \rightarrow S$, és una regla per a assignar un únic valor de S a cada valor de Q. Per exemple, Q pot ser el conjunt d'habitants d'un bloc de pisos i S el conjunt de noms: cada individu té assignat un nom (però un element de S pot estar assignat a un o a diversos elements de Q o a cap: 3 persones del bloc es poden dir Joan, per exemple). El conjunt d'elements de S assignats, almenys, a un element de Q, és el rang o recorregut de la funció (el conjunt de noms que tenen els habitants del bloc). En economia, domini i recorregut són, en general, nombres reals. La funció $f: \Re_+ \rightarrow \Re$ es representa per $u = f(x)$, en què x, la variable independent, expressa els elements de $\Re_+$ (és a dir, Q) i u, la variable dependent, mostra els elements de $\Re$ (és a dir, S).

- **Paràmetres**. En les funcions, els paràmetres són constants que poden prendre qualsevol valor. Per exemple, en la funció $y = ax^{\circ}$, $a > 0$, $b > 0$, a i b són paràmetres que poden adoptar qualsevol valor positiu. Si $a = 2$, i $b = 3$, la funció és $y = 2x^3$. Es diu que y és funció lineal de x si té una representació gràfica que és una línia recta, $y = a + bx$, $a > 0$, $b > 0$, expressió en la qual els paràmetres positius, a i b són, respectivament, l'ordenada a l'origen i el pendent de la funció.

- **Funció inversa**. Donada la funció $y = f(x)$, la seva funció inversa assigna un valor de x per a cada valor de y, $x = f^{-1}(y) = g(y)$. Així, si $y = 2x$ tenim que $x = y/2$. Sovint les inverses de moltes funcions són correspondències, ja que, en molts casos, la inversa defineix més d'un valor de x per a cada valor de y. Per exemple, per a $y = x^2$ la inversa no és una funció, ja que hi ha dos valors de x per a cada valor de y, $x = \pm\sqrt[2]{y}$.

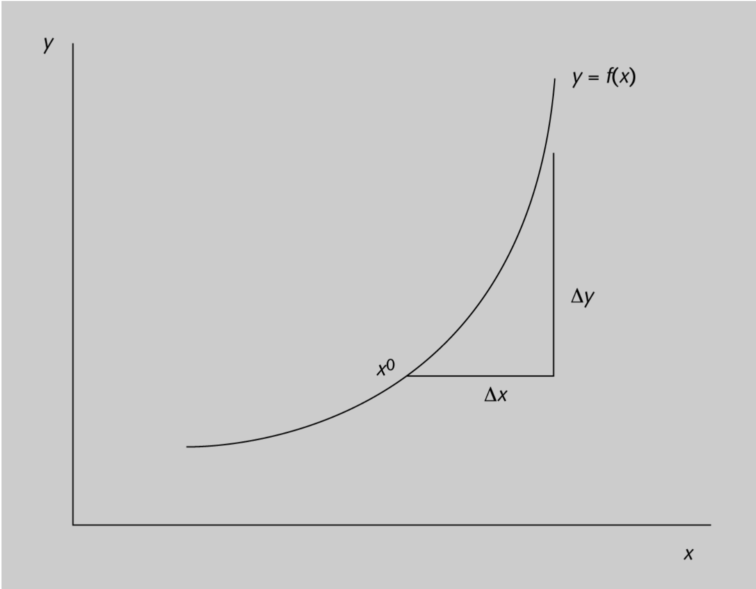
El domini de la funció exponencial, $y = e^x$, són tots els nombres, positius i negatius, però el rang és el conjunt de nombres estrictament positius. El domini de la funció logaritme neperià, $x = \ln y$, són nombres estrictament positius i el rang són tots els nombres. La funció exponencial i la funció logaritme són inverses. Aplicant la funció logaritme a $y = e^x$ tenim $\ln y = \ln e^x = x$. Aplicant la funció exponencial a $x = \ln y$ tenim $e^x = e^{\ln y} = y$.



En el gràfic precedent $y = f(x)$ és una funció, ja que cada valor de x té assignat un únic valor de y. Però la inversa no és una funció sinó una correspondència: a y^0 corresponen dos valors de x.

- **Continuïtat**. La continuïtat és una propietat important de les funcions i de les seves inverses. Una funció f és contínua si la seva gràfica es pot dibuixar sense aixecar el llapis del paper. Més formalment, la funció f és contínua en x^0 si f està definida en a i $f(x) \to f(x^0)$ quan $x \to x^0$. Si f és contínua en cada punt del seu domini, aleshores f és contínua.

- **Derivades**. La derivada de la funció $y = f(x)$ en un punt x^0 mostra el ritme o taxa de variació de $f(x)$ quan canvia x en aquest punt, x^0. Gràficament, és el pendent (la línia tangent) de la funció $f(x)$ en el punt $(x^0, f(x^0))$: $\dfrac{\mathrm{d}f\left(x^0\right)}{\mathrm{d}x} = \lim_{\Delta x \to 0} \left.\dfrac{\Delta y}{\Delta x}\right|_{x^0}$.



Si existeix la derivada de f per a cada valor de x, aleshores la derivada és una funció de x, en assignar un valor $f'(x)$ a cada x. Les notacions habituals per a la derivada de $y = f(x)$ són $\frac{dy}{dx}$, y', $f'(x)$. En el models les funcions s'acostumen a suposar contínues i diferenciables (derivables), almenys, dues vegades.

- **Regles de diferenciació bàsiques**

– $y = a$, amb a constant, aleshores $y' = 0$.

– $y = x^a$, si a és un paràmetre, aleshores $y' = ax^{a-1}$. Així, de $y = x^2$ tenim $y' = 2x$.

– $y = e^x$, aleshores $y' = e^x$.

– $y = \ln x$, aleshores $y' = 1/x$.

– $y = f(x) + g(x)$, aleshores $y' = f'(x) + g'(x)$ derivada d'una suma de funcions.

– $y = f(x)\,g(x)$, aleshores $y' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ derivada d'un producte de funcions.

– $y = f(x)/g(x)$, aleshores $y' = [f'(x)g(x) - f(x)g'(x)]/[g(x)]^2$ derivada d'un quocient.

– $z = g(y)$ i $y = f(x)$, aleshores amb composició de funcions la derivada és $\frac{dz}{dx} = g'(y)f'(x)$.

Per exemple, per a la funció e^{rt}, si r és un paràmetre i t una variable, definint $rt = y$, a partir de la regla de la cadena, tenim que $\frac{de^{rt}}{dt} = \frac{de^y}{dy}\frac{dy}{dt} = e^{rt}r$.

- **Derivades segones**. La derivada segona de la funció $y = f(x)$ en el punt x^0 mostra el ritme de variació de la derivada primera en el punt x^0. Si existeix, és una altra funció de x i es denota per y'', $f''(x)$ i $\frac{d^2y}{dx^2}$.

- **Funcions de diverses variables**. El consumidor adquireix diferents productes que li generen utilitat. L'empresa usa diversos factors per a produir béns. Una funció de dues variables independents pren la forma:

$$z = f(x, y)$$

- **Derivades parcials**. Donada una funció de diverses variables, la derivada parcial de z respecte a x en el punt (x^0, y^0) és la derivada de z respecte a x en (x^0, y^0), mantenint y constant, $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{x^0,\, y^0} = \frac{\partial f\left(x^0,\, y^0\right)}{\partial x}$.

  Anàlogament, la derivada parcial de z respecte a y en el punt (x^0, y^0) és la derivada de z respecte y en (x^0, y^0), mantenint x constant, $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{x^0,\, y^0} = \frac{\partial f\left(x^0,\, y^0\right)}{\partial y}$.

  Per exemple, donada la funció $u = xy$, tenim que, en el punt genèric (x, y), $\frac{\partial u}{\partial y} = x$, i, d'altra banda, $\frac{\partial u}{\partial x} = y$.

- **Derivades totals**. Si $z = f(x, y)$ i $y = g(x)$, és a dir, z és funció de x i de y, i aquesta última variable, al seu torn, és també funció de x, la derivada total de z respecte a x capta els efectes directes i indirectes (a través de y) quan x varia:

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$$

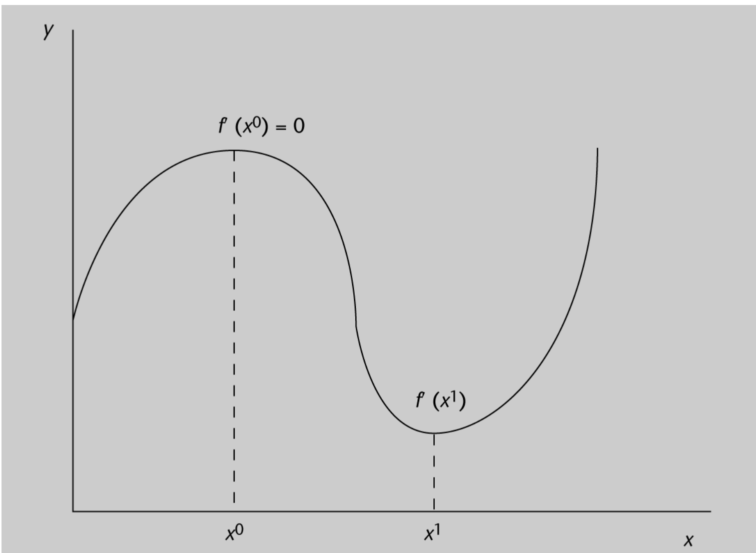
  Per exemple, si $z = xy$, i $y = 2x$ tenim que en el punt genèric x:

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = y + x2 = 4x$$

Optimització

- **Optimització no restringida**. Donada una funció $y = f(x)$, la primera derivada en x^0 dóna informació de l'aspecte general de la funció en aquest punt. Si $f'(x^0) \neq 0$, aleshores, $f'(x^0) > 0$ i la funció és creixent, o $f'(x^0) < 0$ i la funció és decreixent en x^0.

  Si $f'(x^0) = 0$ i $f''(x^0) < 0$, aleshores la funció y és estrictament còncava i obté un màxim local (en sentit estricte; seria en sentit feble si $f''(x^0) \leq 0$) en el punt x^0, ja que, a partir d'aquest punt, com informa la segona derivada, el pendent de la funció baixa.



Si $f'(x^1) = 0$ i $f''(x^1) > 0$, aleshores la funció y és estrictament convexa i obté un mínim local (en sentit estricte; seria en sentit feble si $f''(x^1) \geq 0$) en el punt x^1, ja que, a partir d'aquest punt, com mostra la segona derivada, el pendent de la funció puja.

Per a trobar el màxim global s'ha de comparar el valor de la funció amb tots els màxims locals i també amb els límits del domini. Anàlogament per al mínim global. Si la funció y és estrictament còncava en tot el domini, és a dir, la segona derivada de la funció y és sempre negativa, $f''(x) < 0$, $\forall x$, aleshores la funció obté un màxim global en x^0 si $f'(x^0) = 0$. Si la funció y és estrictament convexa en tot el domini, de manera que la segona derivada és sempre positiva, $f''(x) > 0$, $\forall x$, aleshores la funció obté un mínim global en x^1 si $f'(x^1) = 0$.

- **Optimització restringida**. En economia els problemes d'optimització típicament incorporen restriccions. En el cas de funcions d'una variable, una restricció habitual és que el valor de la variable no pot ser negatiu:

$$\max_{x}. \; y = f(x) \qquad \text{subjecte a } x \geq 0$$

Si la funció y és estrictament còncava i obté un màxim en $x^0 < 0$, aquest incompleix la restricció. Un cop es té en compte, el màxim s'aconsegueix a $x^* = 0$. Es tracta d'un òptim de cantonada. D'altra banda, si el màxim global s'obté per a un valor de x positiu, $x^0 > 0$, aleshores la restricció no és limitativa, és irrellevant.

Per a resoldre els problemes d'optimització amb dues variables podem partir del que hem vist en cas d'una variable. Per exemple, considerem el problema:

$$\max_{x}. \; u = f(x, y) = xy \qquad \text{subjecte a } x + y = 0,\ x \geq 0,\ y \geq 0 \text{ en què } b > 0 \text{ és una constant paramètrica}$$

Una manera d'abordar aquest problema és substituir la primera restricció en la funció objectiu, de manera que el problema té ara només una variable independent:

$$u = f(x, y) = x(b - x) = bx - x^2$$

Es tracta d'una funció quadràtica i, per tant, estrictament còncava en x, $f''(x) = -2 < 0$, que obté un màxim global en x^0, que compleix $f'(x^0) = b - 2x = 0$. És a dir, $x^0 = b/2$.

Substituint el valor òptim de x en la restricció, s'aconsegueix el valor òptim de y, que és $y^0 = b/2$.

En conseqüència, el valor de la funció en l'òptim val: $u = x^0 y^0 = \frac{b^2}{4}$. L'òptim és interior, $x^0 = y^0 = b/2 > 0$, de manera que les restriccions de no-negativitat no són limitatives.

Una manera alternativa de resoldre aquest problema, convenient quan es compliquen la funció objectiu o les restriccions, parteix de l'anàlisi gràfica del problema en l'espai de les variables independents, el quadrant positiu $\Re_+^2 = \{(x, y) \in \Re^n \,|\, x, y \geq 0\}$.

En aquest quadrant, la restricció $x + b = b$ defineix una recta de pendent –1. Si $x = 0$, $y = b$ és l'ordenada a l'origen; s i $y = 0$, $x = b$ és l'abscissa a l'origen. Això confirma el valor del pendent:

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_b = -1$$

En aquest quadrant la funció objectiu es pot representar gràficament per un conjunt de superfícies de nivell, cada una associada a un valor diferent de la variable dependent u. És a dir, per a $u = u^0$ la funció objectiu mostra tots els parells (x, y) que, d'acord amb la funció $f(x, y) = xy$, multiplicats, donen u^0 (que és constant):

$$u^0 = f(x, y) = xy$$

Cada corba de nivell defineix una funció implícita de y respecte a x que manté constant el valor de u, $y = y(x, u^0)$. És a dir, per al cas general, $f(x, y)$:

$$u^0 = f(x, y(x, u^0))$$

La forma d'una corba de nivell s'obté diferenciant la funció precedent respecte a x, tenint en compte que u^0 és constant:

$$0 = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{dx}$$

Aïllant, es troba que el pendent de la superfície de nivell iguala el quocient de derivades parcials per a –1:

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{u^0} = -\frac{\dfrac{\partial f}{\partial x}}{\dfrac{\partial f}{\partial y}}$$

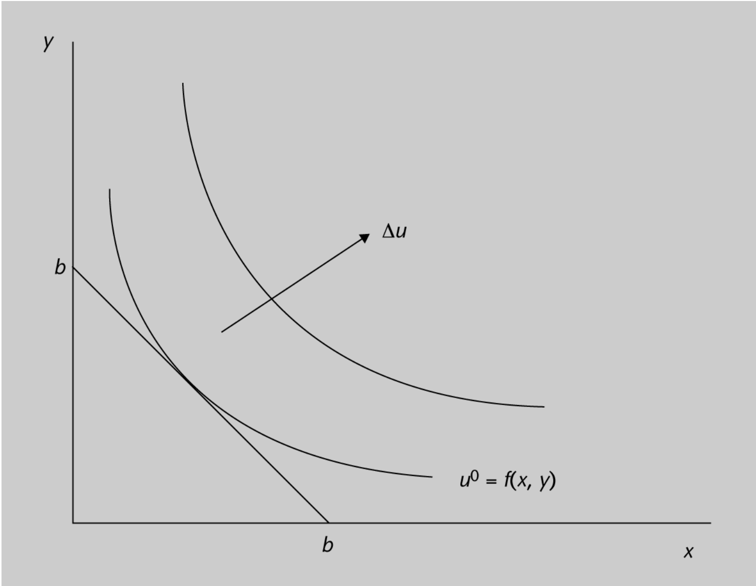
Per al cas particular de la funció $u = f(x, y) = xy$ el pendent de la corba de nivell és negatiu: $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{u^0} = -\dfrac{y}{x} < 0$ per a $x, y > 0$.

Tornant a derivar $\left.\dfrac{d^2y}{dx^2}\right|_{u^0} = -\left(\dfrac{dy}{dx}x^{-1} - yx^{-2}\right) = +\,2yx^{-2} > 0$ per a $x, y > 0$,

de manera que la superfície de nivell és una corba convexa.

Els resultats coincideixen amb els que s'obtenen explicitant la funció: $y = y(x, u^0) = u^0x^{-1}$ i prenent derivades respecte a x. Tenim $y' = u^0x^{-2}$, $y'' = 2u^0x^{-3}$. Substituint, $u^0 = xy$, s'obtenen les mateixes expressions que abans per al pendent i el grau de convexitat, $y' = -yx^{-1}$, $y'' = 2yx^{-2}$.

L'expressió del pendent $y'' = -yx^{-1}$ posa de relleu que les superfícies de nivell no toquen mai els eixos: quan x tendeix a infinit el pendent tendeix a 0; quan x tendeix a 0 el pendent tendeix a infinit.



La funció objectiu $u = f(x, y) = xy$ és creixent en totes dues variables: les superfícies de nivell més allunyades de l'origen estan associades a valors més alts de la funció objectiu. Aleshores el problema es pot expressar de manera gràfica com aconseguir el parell (x, y) sobre la restricció i sobre la superfície de nivell més lluny de l'origen. Com que les superfícies de nivell no toquen els eixos en l'òptim, seran tangents la superfície de nivell més allunyada i la restricció.

En conseqüència les condicions de primer ordre que caracteritzen la solució del problema d'optimització presentat són:

- Tangència de la superfície de nivell més allunyada i la restricció, en l'òptim s'igualen els pendents: $\frac{\partial f / \partial x}{\partial f / \partial y} = 1 \leftrightarrow y = x$.
- La solució ha de verificar la restricció: $x + y = b$.

La convexitat de les superfícies de nivell garanteix les condicions de segon ordre per a un màxim. Noteu que si fossin còncaves el punt de tangència seria un mínim de la funció.

Resolent el parell de dues equacions amb dues incògnites, s'obté, com amb el primer procediment, $x^0 = y^0 = b/2$.

Per a una altra funció objectiu, les superfícies de nivell poden tocar els eixos i l'òptim pot ser de cantonada. L'òptim es caracteritza en aquest cas per les condicions:

- $\frac{\partial f / \partial x}{\partial f / \partial y} \leq 1$ en valor absolut, el pendent de la superfície de nivell no pot superar el de la restricció o, alternativament, per $\frac{\partial f / \partial x}{\partial f / \partial y} \geq 1$ en valor absolut, el pendent de la superfície de nivell supera el de la restricció.
- La solució ha de verificar la restricció: $x + y = b$.

Si la solució està determinada per les condicions 1 i 2 la solució està en l'eix d'ordenades i, per tant, $x^0 = 0$, $y^0 = b$.

Si la solució està determinada per les condicions 1′ i 2 la solució està en l'eix d'abscisses i, per tant, $x^0 = b$, $y^0 = 0$.

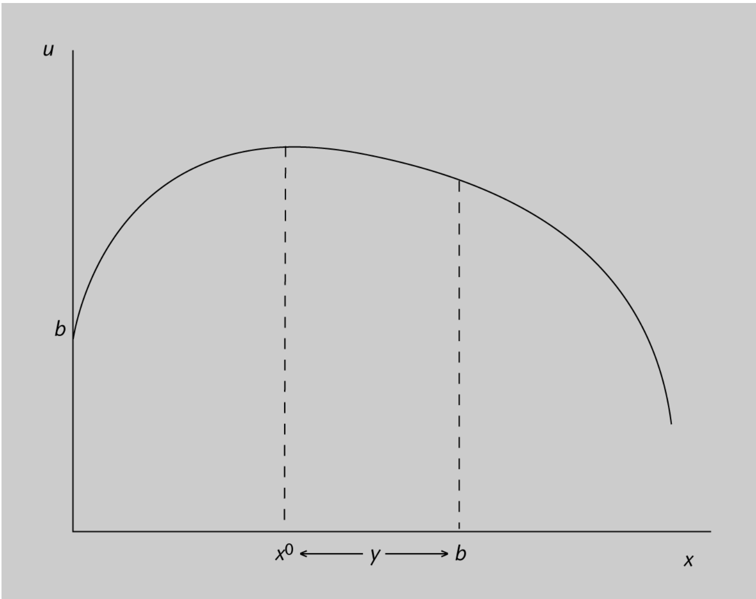
Per exemple, considerem la funció objectiu $u = x^{1/2} + y$. Substituint la restricció $x + y = b$, la nova funció objectiu depèn només d'una variable:

$$u = x^{1/2} - x + b$$

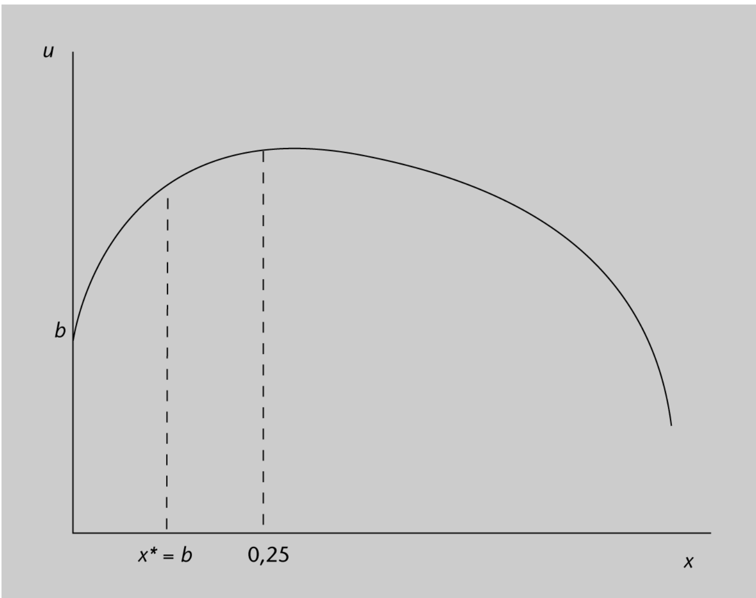
Aquesta funció creix amb x si:

$$u' = \frac{1}{2}x^{-1/2} - 1 \geq 0 \leftrightarrow x \leq \frac{1}{4}$$

Per tant, per a $x^0 = 0{,}25$ la funció $u = x^{1/2} + y$ obté un màxim i es verifica la restricció $x + y = b$, si la variable, y, pren un valor no negatiu, $y^0 = b - x^0 \geq 0$.



Però si b és inferior a x^0, l'altra variable prendria un valor negatiu, $y^0 < 0$, i la solució interior precedent no seria factible. Aleshores, la funció u aconsegueix el valor més alt possible i fa $y^* = 0$ i $x^* = b$.

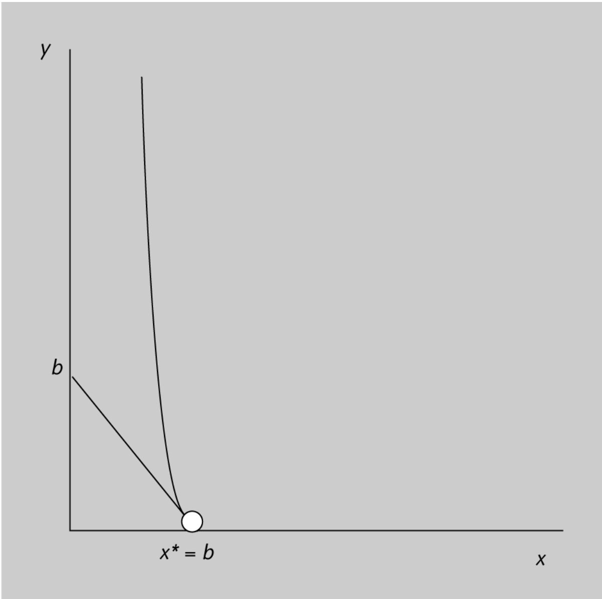


Es tracta d'una solució de cantonada, ja que $y^* = 0$.

Aquesta solució també es pot expressar en termes de superfícies de nivell i restricció. Aquestes superfícies de nivell tenen pendent negatiu, són convexes i toquen els eixos. Si $b \leq 0{,}25$, en una solució de cantonada es compleix:

- $\dfrac{\partial f / \partial x}{\partial f / \partial y} \geq 1$, o $\dfrac{1}{2} x^{-1/2} \geq 1$.
- La solució ha de verificar la restricció: $x + y = b$.

De manera que la solució és $x^* = b$ i $y^* = 0$.



Glossari

Actuarialment igualat: una perspectiva aleatòria (un joc, una assegurança, una inversió incerta...) està actuarialment igualada si el seu valor esperat és zero.

Atracció al risc: un consumidor presenta inclinació al risc si, davant una perspectiva aleatòria amb valor monetari esperat de K euros, prefereix la perspectiva aleatòria a K euros segurs; és a dir, si la perspectiva aleatòria dóna x^1 euros amb probabilitat π^1, i x^2 euros amb probabilitat π^2 (on $\pi^1 + \pi^2 = 1$), llavors la utilitat del valor esperat, $u(K) = u(\pi^1 x^1 + \pi^2 x^2)$, és inferior a la utilitat esperada $\pi^1 u(x^1) + \pi^2 u(x^2)$, on $u(x)$ és la funció d'utilitat de vNM, que en aquest cas ha de ser estrictament convexa.

Atret pel risc: consumidor que presenta inclinació al risc.

Aversió al risc: un consumidor presenta aversió al risc si davant una perspectiva aleatòria amb un valor monetari esperat de K euros prefereix K euros segurs a la perspectiva aleatòria; és a dir, si la perspectiva aleatòria dóna x^1 euros amb probabilitat π^1, i x^2 euros amb probabilitat π^2 (on $\pi^1 + \pi^2 = 1$), llavors la utilitat del valor esperat, $u(K) = u(\pi^1 x^1 + \pi^2 x^2)$, és superior a la utilitat esperada $\pi^1 u(x^1) + \pi^2 u(x^2)$, on $u(x)$ és la funció d'utilitat de vNM, que en aquest cas ha de ser estrictament còncava.

Aversió al risc absoluta: vegeu *coeficient d'aversió al risc absoluta* i *funció d'aversió al risc constant.*

Aversió al risc relativa: vegeu *coeficient d'aversió al risc relativa* i *funció d'aversió al risc relativa constant.*

Cobertura (d'una assegurança): quantitat bruta (és a dir, sense sostreure'n la prima pagada) que l'assegurat rep si ocorre el sinistre objecte de l'assegurança.

Coeficient d'aversió al risc absoluta: el quocient $-\frac{u''(x)}{u'(x)}$, on $u(x)$ és la funció d'utilitat de vNM.

Coeficient d'aversió al risc relativa: el quocient $-x\frac{u''(x)}{u'(x)}$, on $u(x)$ és la funció d'utilitat de vNM.

***Ex ante*:** vegeu *preferències ex ante*.

***Ex post*:** vegeu *preferències ex post*.

Funció d'aversió al risc absoluta constant: funció d'utilitat de vNM de la forma $u(x) = -e^{-rx}$ (per a $r > 0$).

Funció d'aversió al risc relativa constant: funció d'utilitat de vNM de la forma $u(x) = \dfrac{x^{1-r} - 1}{1 - r}$ (per a $r > 1$).

Funció d'utilitat von Neumann i Morgenstern (vNM): funció $u(x)$, on x és el resultat monetari d'un esdeveniment aleatori que, junt amb les probabilitats dels resultats, defineix la utilitat esperada (fa referència a John von Neumann, 1903-1957, i Oskar Morgenstern, 1902-1977).

Igualació actuarial: condició d'estar actuarialment igualat.

Neutral respecte del risc: consumidor que presenta neutralitat respecte del risc.

Neutralitat respecte del risc: un consumidor presenta neutralitat respecte del risc si, davant una perspectiva aleatòria amb valor monetari esperat de K euros, és indiferent entre K euros segurs i la perspectiva aleatòria; és a dir, si la perspectiva aleatòria dóna x^1 euros amb probabilitat π^1, i x^2 euros amb probabilitat π^2 (on $\pi^1 + \pi^2 = 1$), llavors la utilitat del valor esperat, $u(K) = u(\pi^1 x^1 + \pi^2 x^2)$, és igual a la utilitat esperada, $\pi^1 u(x^1) + \pi^2 u(x^2)$, on $u(x)$ és la funció d'utilitat de vNM, que en aquest cas és lineal, com $u(x) = x$.

Paradoxa de Sant Petersburg: exemple hipotètic de joc d'atzar amb valor monetari esperat que és infinit, però que, paradoxalment, la majoria de persones consideren equivalent a uns quants euros segurs (fa referència a la revista de l'acadèmia de les ciències de Sant Petersburg on Daniel Bernoulli, 1700-1792, la va publicar).

Plusvàlua anual d'un actiu: diferència entre el preu de mercat de l'actiu al final de l'any i al començament (tant si l'actiu es ven com si no es ven).

Preferències *ex ante*: preferències d'un consumidor sobre diverses perspectives aleatòries abans que ocorri l'esdeveniment aleatori que resol la incertesa; entre dues alternatives aleatòries que tenen utilitats esperades diferents, el consumidor en prefereix *ex ante* la d'utilitat esperada superior.

Preferències *ex post*: preferències d'un consumidor sobre els diversos resultats possibles d'un esdeveniment aleatori; si els resultats són quantitats de diner, llavors les preferències *ex post* són trivials, ja que el consumidor típic en preferirà més a menys.

Prima d'assegurança: quantitat que l'assegurat paga tant si esdevé el sinistre objecte de l'assegurança com si no.

Prima de risc: diferència entre el rendiment esperat d'un actiu arriscat i el d'un actiu sense risc que compensa els participants en els mercats financers pel risc d'invertir en el primer actiu.

Recta de certesa: recta amb pendent de 45° al gràfic on els eixos representen el «consum d'estat bo» i el «consum d'estat dolent».

Rendiment anual d'un actiu: suma de la renda percebuda neta anual i la plusvàlua anual.

Taxa de rendiment (anual) d'un actiu: és el quocient

$$\frac{\text{rendiment anual}}{\text{preu de mercat de l'actiu al començament de l'any}}.$$

Utilitat esperada: és la utilitat *ex ante*, definida com $\pi^1 u(x^1) + \pi^2 u(x^2)$, de la perspectiva aleatòria d'obtenir x^1 euros amb probabilitat π^1 i x^2 euros amb probabilitat π^2, on $\pi^1 + \pi^2 = 1$. (No s'ha de confondre amb el *valor monetari esperat*.)

Valor (monetari) esperat: el valor esperat d'una perspectiva aleatòria (joc, assegurança, inversió incerta...) que dóna x^1 euros amb probabilitat π^1, i x^2 euros amb probabilitat π^2 és $\pi^1 x^1 + \pi^2 x^2$. (No s'ha de confondre amb la *utilitat esperada*.)

vNM: vegeu *funció d'utilitat von Neumann i Morgenstern*.