# Introducció als gràfics per ordinador

PID_00246184

Francisco Hernández Abad
Manuel Ochoa Vives
Vicente Hernández Abad
Carles Farré Desongles

Temps mínim de dedicació recomanat: 4 hores

Universitat Oberta de Catalunya

**Francisco Hernández Abad**

Catedràtic d'Enginyeria Gràfica per la Universitat Politècnica de Catalunya, adscrit a l'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Terrassa.

**Manuel Ochoa Vives**

Doctor en Enginyeria Industrial per la Universitat Politècnica de Catalunya.

Professor titular del Departament d'Expressió Gràfica a l'Enginyeria de la Universitat Politècnica de Catalunya, adscrit a l'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Terrassa.

**Vicente Hernández Abad**

Professor titular de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Professor titular del Departament d'Expressió Gràfica a l'Enginyeria, adscrit a l'Escola Tècnica Superior d'Enginyers Industrials de Terrassa.

**Carles Farré Desongles**

Enginyer industrial per la Universitat Politècnica de Catalunya.

Col·laborador en projectes del Departament d'Expressió Gràfica a l'Enginyeria de la secció de Terrassa, a l'Escola Tècnica Superior d'Enginyers Industrials de Terrassa.

*Cap part d'aquesta publicació, incloent-hi el disseny general i la coberta, no pot ser copiada, reproduïda, emmagatzemada o transmesa de cap manera ni per cap mitjà, tant si és elèctric com químic, mecànic, òptic, de gravació, de fotocòpia o per altres mètodes, sense l'autorització prèvia per escrit dels titulars del copyright.*

# Índex

**1. Introducció** ..... 5
1.1. Cossos, relacions i característiques ..... 5
1.2. Paràmetres de forma, de posició i de topologia ..... 5
1.3. Cossos tangents, secants i interiors. Penetració i mossegada ..... 7
1.4. Operacions booleanes: unió, intersecció, sostracció, empremta ..... 10

**2. Cossos comuns de generació directa** ..... 15
2.1. Generació de cossos 3D ..... 15
2.1.1. Caixa ..... 16
2.1.2. Con ..... 16
2.1.3. Cilindre ..... 17
2.1.4. Prisma ..... 17
2.1.5. Piràmide ..... 18
2.1.6. Tub ..... 18
2.1.7. Bidó o barril ..... 19
2.1.8. Toroide ..... 19
2.1.9. Geosfera ..... 20
2.1.10. Esfera ..... 21
2.1.11. Càpsula ..... 21
2.1.12. Fus ..... 22
2.1.13. Xamfrà-caixa i cilindre ..... 22
2.1.14. Gengon ..... 23
2.1.15. Poliedres ..... 24

**3. Cossos de generació directa** ..... 28
3.1. Secció perpendicular al recorregut ..... 28
3.2. Secció en posició relativa independent de la trajectòria ..... 31
3.3. Torsió ..... 32
3.4. Oscil·lació de l'eix vertical i de l'eix horitzontal ..... 33

**Exercicis d'autoavaluació** ..... 41

**Solucionari** ..... 43

# 1. Introducció

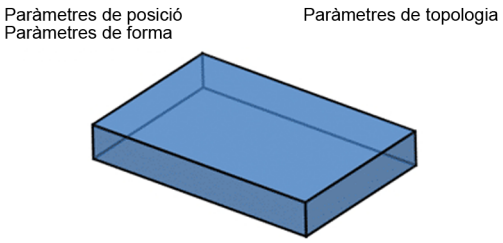
## 1.1. Cossos, relacions i característiques

En un sistema de generació d'objectes en tres dimensions per ordinador, hi ha alguns objectes, denominats *cossos simples*, que es poden generar sense ajuda d'uns altres, mentre que els objectes més complexos es generen de diferents maneres, de vegades utilitzant operacions senzilles i altres vegades per mitjà de processos més complexos.

Els programes de CAD avançats permeten que els cossos simples siguin creats, referenciats i manipulats mitjançant unes quantes variables, denominades *paràmetres*.

Els paràmetres difereixen en nombre en funció de la complexitat dels cossos, de manera que és molt fàcil parametritzar una caixa (prisma recte rectangular), que només necessita uns quants paràmetres (amplada, altura, gruix, coordenades de posició, divisions internes i condició de buit o massís), mentre que resulta una mica més difícil parametritzar altres objectes més complexos com, per exemple, el poliedre regular de vint cares (icosaedre), que necessitaria un altre tipus d'informació.

Per a entendre què són els paràmetres, utilitzarem com a exemple la caixa de la figura, un dels objectes més simples, i sobre el qual veurem els diferents tipus de paràmetres, la qual cosa ens donarà una idea força aproximada de les seves característiques.

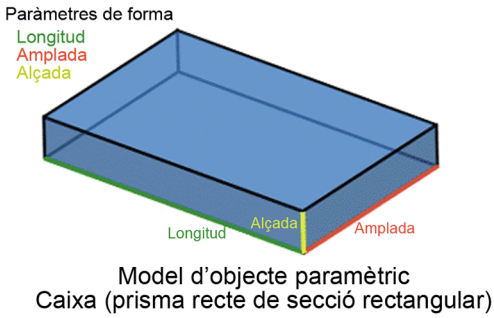



Model d'objecte paramètric
Caixa (prisma recte de secció rectangular)

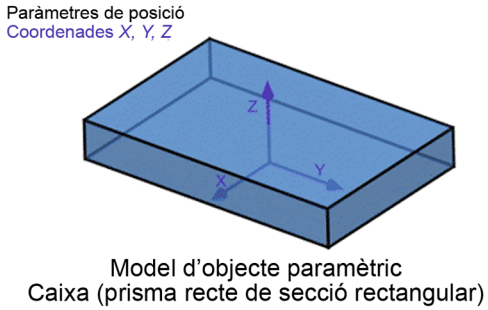
## 1.2. Paràmetres de forma, de posició i de topologia

Podem considerar:

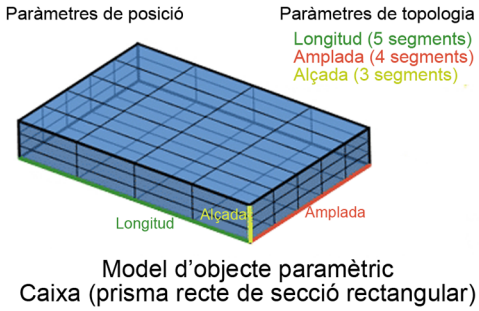
**Paràmetres de forma** (vegeu la figura), que defineixen la forma global de l'objecte (amplada, altura, gruix en el cas de la caixa).



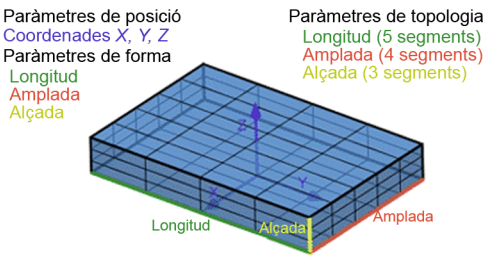

**Paràmetres de posició** (vegeu la figura), que serveixen per a situar l'objecte amb precisió (coordenades *X*, *Y* i *Z* de posició d'un sistema d'eixos associat al centre de la base i generalment denominat **pivot**).




**Paràmetres de topologia** (vegeu la figura), que donen informació del detall de les parts tenint en compte el model usat per a emmagatzemar la informació.




En la figura següent podem veure els diferents paràmetres sobre la mateixa imatge i visualitzar els segments (que en general estaran ocults en la base de dades que s'utilitza per a emmagatzemar i manipular la caixa) i el pivot (que per defecte està situat en el centre de la base inferior).




Model d'objecte paramètric
Caixa (prisma recte de secció rectangular)

### 1.3. Cossos tangents, secants i interiors. Penetració i mossegada

Tant en la realitat com en la ficció, els cossos estan situats en una posició relativa que identifiquem mitjançant unes quantes paraules del llenguatge col·loquial.

Dos cossos poden mantenir les posicions relatives següents:

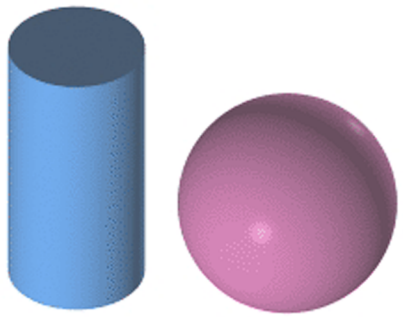
A sobre, a sota, a l'esquerra, a la dreta, tocant-se, un dins de l'altre, allunyats, etc.

Algunes d'aquestes posicions no són gaire precises (per exemple, un cos separat d'un altre pot estar a la seva dreta, a la seva esquerra, a sobre, a sota, a prop, lluny, etc.). Altres vegades la posició relativa queda molt més definida (per exemple, un cos pot estar situat en el centre d'un altre i amb una orientació definida pels seus plans principals, la qual cosa en possibilitaria la col·locació exacta).

Quan es requereix definir posicions relatives especials entre dos cossos, hi ha alguns termes tècnics el significat dels quals és convenient manejar amb precisió per a evitar confusions.

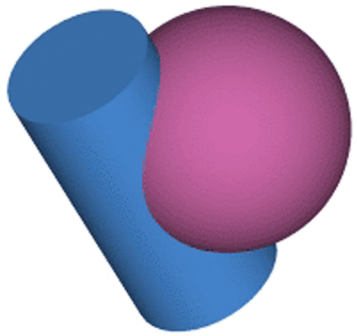
A continuació es defineixen alguns dels termes que serviran per a aclarir les posicions esmentades. Per a il·lustrar gràficament aquests termes, s'han utilitzat un cilindre i una esfera, que, en ser figures molt conegudes, permetran imaginar les posicions amb precisió.

Es diu que dos cossos són **exteriors** quan cap part del seu volum no és comuna. Aquest és el cas de la figura que es mostra a continuació.



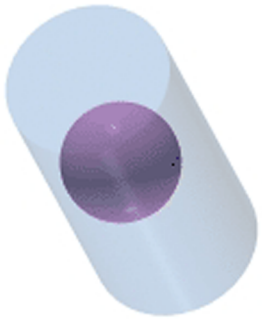
Cossos exteriors

Quan tenen una part del volum comuna, es diu que són **secants**.



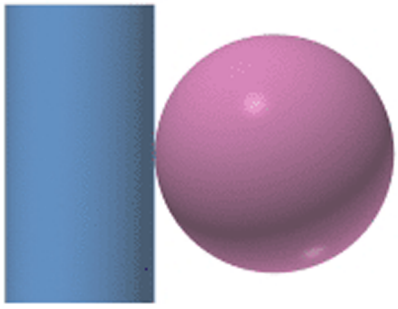
Cossos secants

Quan el volum d'un dels cossos està íntegrament contingut en l'altre, es diu que els cossos són **interiors**.



Cossos interiors

D'altra banda, es diu que dos cossos són **tangents exteriors** quan les seves superfícies exteriors es toquen sense que tinguin cap part del volum compartida. Són un cas particular de cossos exteriors.

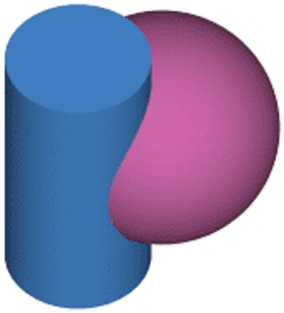


Cossos tangents exteriors

De manera anàloga, es diu que dos cossos són **tangents interiors** quan les seves superfícies exteriors es toquen i el volum complet d'un d'ells forma part del volum de l'altre. Són un cas particular de cossos interiors.

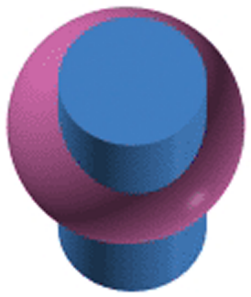
Cossos tangents interiors

Si els cossos secants estan disposats de tal manera que només hi ha orifici d'entrada d'un d'ells en l'altre però no hi ha orifici de sortida, es produeix la **mossegada**.



Cilindre mossegant esfera o esfera mossegant cilindre

Si dos cossos secants estan disposats de tal manera que un d'ells produeix orifici d'entrada i de sortida en l'altre, es produeix la **penetració**.



Cilindre penetrant en esfera

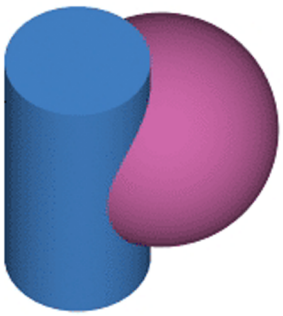
Es diu que els cossos són **concèntrics** quan tenen el mateix centre volumètric. La condició de concèntric és compatible amb altres de les condicions esmentades (els cossos poden ser interiors com en l'exemple, secants si el diàmetre de l'esfera és una mica superior al del cilindre o tangents interiors si el diàmetre de l'esfera és igual al del cilindre).

Cossos concèntrics

### 1.4. Operacions booleanes: unió, intersecció, sostracció, empremta

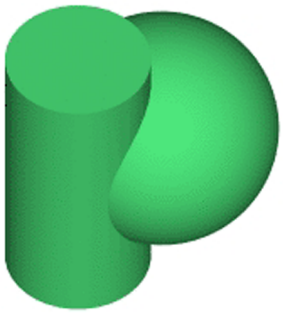
En la generació de cossos en tres dimensions, s'anomenen **operacions booleanes** la unió, sostracció i intersecció de volums complets o parcials.

A partir de dos cossos secants es poden generar altres cossos utilitzant operacions d'unió, intersecció o sostracció dels seus volums. Per a il·lustrar aquests conceptes i fer-ne més comprensible la definició, utilitzarem el cilindre i l'esfera de la figura, la posició relativa dels quals és de secants amb mossegada.



Cossos secants en posició de partida

Es denomina **unió** de dos cossos el cos format pel volum que ocupen tots dos. Els dos volums s'uneixen formant-ne un de sol, per la qual cosa no s'ha de confondre amb la suma de tots dos. Únicament si els cossos són exteriors, el volum de la seva unió és igual a la suma dels volums dels seus components.



Resultat de la unió dels cossos de partida

Es denomina **intersecció** de dos cossos el cos format per la part del volum que és comuna a tots dos. En cas que els cossos siguin interiors, la intersecció coincideix amb el cos que és dins, mentre que si són exteriors la intersecció no existeix, ja que no hi ha volum compartit.

Resultat de la intersecció dels cossos de partida

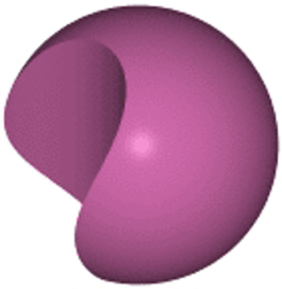
Mentre que la unió de cossos es pot concebre entre més de dos cossos i no importa l'ordre en el qual s'efectua l'operació, la sostracció s'efectua sempre amb només dos cossos i és important l'ordre en què es duu a terme l'operació, ja que el primer cos és l'objecte de la modificació i no el segon.

**Sostreure** a un cos *A* un altre cos *B* és generar un tercer cos *C*, el volum del qual s'obté considerant el volum del cos *A* i traient-li la part comuna al cos *B* (és a dir, la intersecció entre tots dos).

En el nostre exemple podem veure la sostracció **cilindre - esfera**, en què es pren la part de volum que, pertanyent al cilindre, no pertany a l'esfera.

Resultat de sostreure l'esfera al cilindre

A continuació podem veure també la sostracció **esfera - cilindre**, en què es pren la part de volum que, pertanyent a l'esfera, no pertany al cilindre.



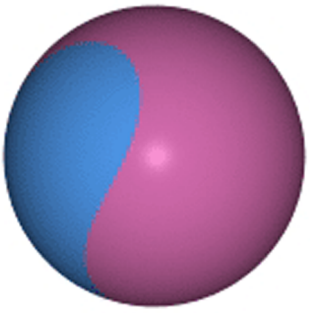
Resultat de sostreure el cilindre a l'esfera

Quan entre dos cossos es produeix interferència de volum (són cossos secants), les superfícies externes dels cossos tenen alguna cosa en comú, una línia, que no és més que la intersecció de les superfícies exteriors dels cossos. Aquesta línia, denominada algunes vegades **empremta** i altres vegades **línia de retall** o **transformada de la secció** entre els dos cossos, és la frontera entre els dos cossos i cobra rellevància especial en aplicacions determinades (longitud del cordó de soldadura per a elements soldats, distància mínima sobre la

superfície, etc.), per la qual cosa resulta interessant veure cada un dels cossos implicats amb l'empremta que l'altre produeix sobre ell. La figura següent mostra l'empremta que l'esfera deixa sobre el cilindre del nostre exemple.

Empremta de l'esfera en el cilindre

En la figura següent podem observar el cas oposat, és a dir, l'empremta que el cilindre deixa en l'esfera. En tots dos casos la línia de separació s'aprecia per la diferència de color que deixa l'altre objecte en la zona comuna.



Empremta del cilindre en l'esfera

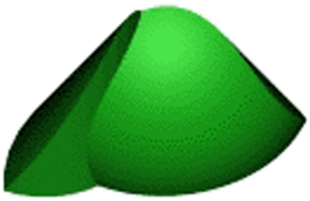
En determinats paquets de disseny assistit per ordinador, apareix un concepte similar als anteriors, el concepte de retallar amb un objecte.

Retallar amb un objecte és generar un altre objecte, el volum del qual s'aconsegueix unint els objectes per retallar i després obtenir la intersecció amb l'objecte que retalla.

Aquest concepte és difícil de veure amb només dos cossos, ja que coincideix amb la intersecció de tots dos, per la qual cosa s'ha afegit un tercer objecte al nostre exemple. En la figura veiem els tres objectes implicats en l'operació.

Posició inicial per a retallar objectes

En la figura següent veiem el resultat de retallar el cilindre i l'esfera utilitzant com a element de retall el nou con. El resultat és el mateix que s'hauria produït si haguéssim unit el cilindre i l'esfera i després haguéssim generat la seva intersecció amb el con.



Resultat de retallar amb el con els dos objectes

# 2. Cossos comuns de generació directa

## 2.1. Generació de cossos 3D

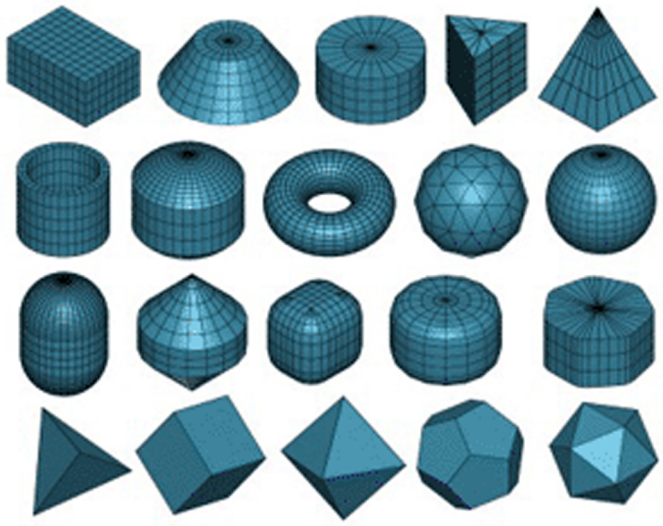
Les aplicacions informàtiques que generen i manipulen objectes en tres dimensions tenen algunes instruccions que permeten crear cossos de manera directa (generalment denominats *gràfiques primitives*), mentre que altres s'han de generar per mitjà d'altres mètodes indirectes.

Per exemple, hem vist com per mitjà de les operacions booleanes es poden generar cossos diferents dels originals, però hi ha altres mètodes de generació que veurem més endavant en el capítol corresponent, com poden ser els sòlids d'escombratge o de revolució, que s'obtenen aplicant modificacions a altres cossos ja generats, i altres de més o menys sofisticats.

En aquest apartat reconeixerem i concretarem alguns dels cossos més senzills que se solen generar de manera directa en la major part dels programes de tres dimensions, donarem alguna informació sobre els paràmetres que en configuren l'estructura interna i visualitzarem de manera espacial cada objecte, tot fent visibles en cada cas les divisions de superfície que produeixen els seus paràmetres per a uns valors concrets.

En la figura següent, es mostren algunes de les primitives més conegudes, els noms de les quals en ordre de lectura són:

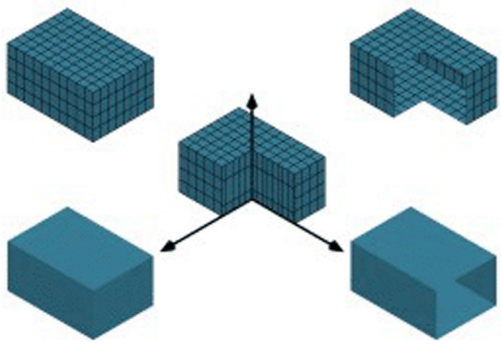
Caixa, con, cilindre, prisma, piràmide, tub, barril, toroide, geosfera, esfera, càpsula, fus, caixa-xamfrà, cilindre-xamfrà, prisma-xamfrà i poliedres regulars (tetraedre, hexaedre, octaedre, dodecaedre i icosaedre).



Algunes primitives de les més conegudes

### 2.1.1. Caixa

És un prisma recte de secció rectangular la forma del qual queda definida per mitjà dels paràmetres *longitud*, *amplada* i *altura*. La posició del seu pivot per defecte és el centre de la base inferior i la seva topologia interior possibilita establir el nombre de segments en altura, amplada i longitud, que en el gràfic apareixen visibles, per a un exemple concret.

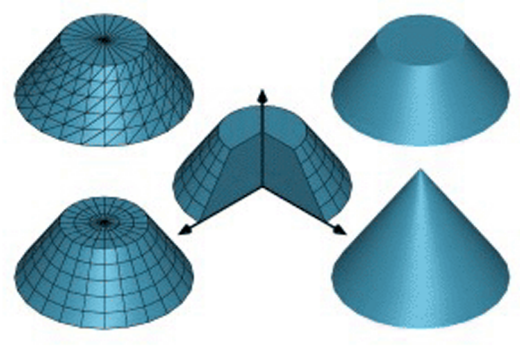


Caixa (prisma de base rectangular)

### 2.1.2. Con

És un tronc de con recte de secció circular. La seva forma queda definida pels paràmetres *radi de la base inferior*, *radi de la base superior* i *altura*.

El pivot se situa per defecte en el centre de la base inferior i la seva topologia interior possibilita establir el nombre de segments en altura, tapa i lateral.

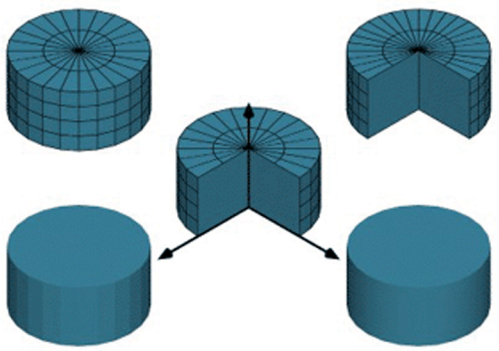


Con

### 2.1.3. Cilindre

És un cilindre recte de secció circular. La seva forma queda definida pels paràmetres *radi de la base* i *altura*.

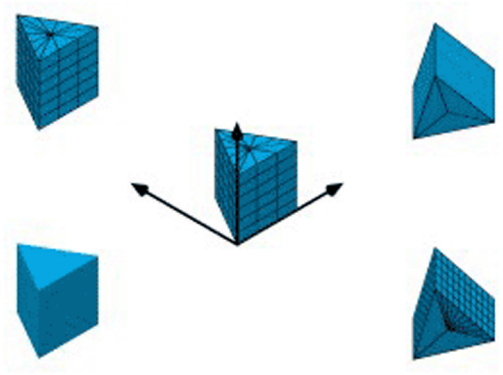
El pivot se situa per defecte en el centre de la base inferior i la seva topologia interior possibilita establir el nombre de segments radials en altura, tapa i laterals.



Cilindre

### 2.1.4. Prisma

És un prisma recte de base triangular. La seva forma queda definida pels paràmetres *longitud costat 1*, *longitud costat 2*, *longitud costat 3* i *altura*. El pivot se situa per defecte en el primer vèrtex que es genera en introduir els costats de la base. La seva topologia interior possibilita establir el nombre de segments en cada costat de la base i també en altura.

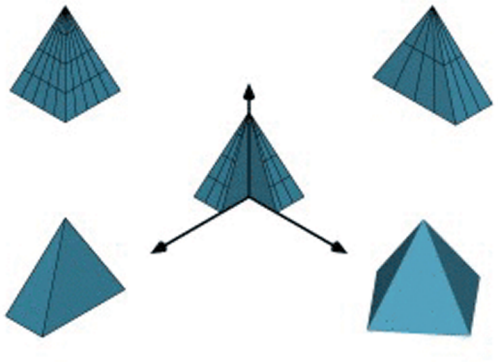


Prisma

### 2.1.5. Piràmide

És una piràmide de base rectangular. La seva forma queda definida pels paràmetres *amplada*, *fons* i *altura*. Té el seu posicionament per defecte en el centre de la base.

La seva topologia interior possibilita establir el nombre de segments en amplada, fons i altura.



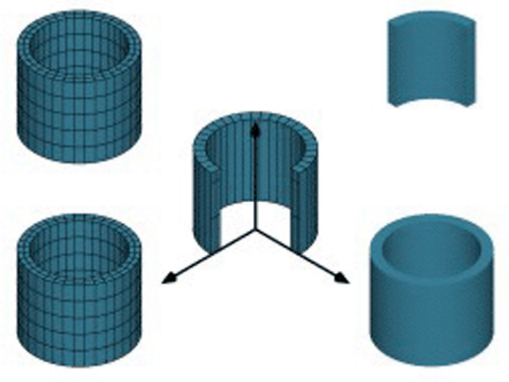
Piràmide

### 2.1.6. Tub

És el cos del volum comprès entre dos cilindres concèntrics d'igual altura.

La seva forma queda definida pels paràmetres *radi interior*, *radi exterior* i *altura*.

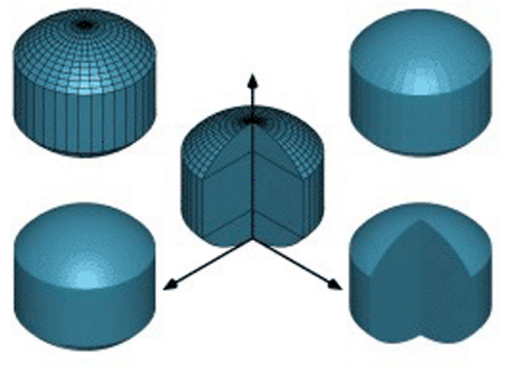
Té el seu posicionament per defecte en el centre de la base. La seva topologia interior possibilita establir el nombre de segments en altura i també radials en les bases.



Tub

### 2.1.7. Bidó o barril

És un cilindre amb les bases superior i inferior en forma de casquets esfèrics disposats simètricament. La seva forma queda definida pels paràmetres *radi del cilindre*, *altura total* i *altura de la tapa*. El pivot està situat per defecte en el centre de la base. La seva topologia interior possibilita establir el nombre de segments en altura i també divisions radials en les bases. També té un paràmetre per a controlar la suavitat de la transició a les vores, que permet arrodonir la discontinuïtat produïda entre el cilindre i els casquets esfèrics.



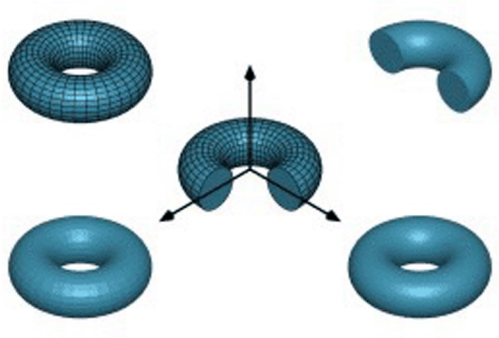
Bidó

### 2.1.8. Toroide

És un anell regular que té com a secció recta un cercle. La seva forma queda definida pels paràmetres *radi interior* i *radi exterior*.

Té el seu posicionament per defecte en el centre geomètric.

La seva topologia interior possibilita establir el nombre de segments radials i el nombre de costats en cada segment. També té paràmetres per a controlar la posició dels costats per mitjà d'un angle de rotació i un altre de torsió global que s'aplica a la secció recta (tots dos per defecte són de 0° i es fan visibles en les representacions no suavitzades).



Toroide

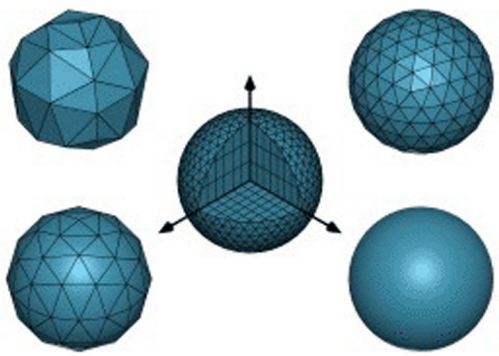
### 2.1.9. Geosfera

És un poliedre tancat en forma d'esfera les cares del qual són triangulars i en general poden variar de forma i mida segons la base geodèsica de la qual procedeixin.

La seva estructura queda definida pels paràmetres *radi*, *nombre de segments* i *tipus de base geodèsica*.

Al seu torn, la base geodèsica pot ser un dels poliedres regulars de cares triangulars: *tetraedre*, *octaedre* o bé *icosaedre*. Mentre que els dos primers generen triangles variables en forma i mida, l'octaedre genera triangles equilàters de la mateixa mida.

El nombre de cares en una geosfera és igual als costats del poliedre base pel nombre de segments elevat al quadrat, per la qual cosa valors alts generen un nombre molt elevat de cares. Té el seu posicionament per defecte en el centre de la base.



Geosfera

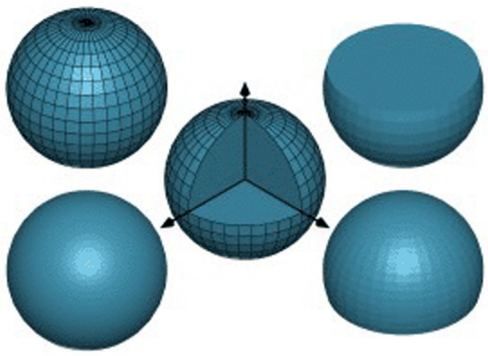
### 2.1.10. Esfera

És un cos en forma de bola o esfera els elements de superfície del qual estan limitats per línies a manera de meridians i paral·lels (generalment no són visibles si suavitzem).

La seva forma queda definida pel radi exterior i el nombre de segments. Aquest últim es refereix al nombre de meridians, ja que el nombre de paral·lels és automàtic.

Té el seu posicionament per defecte en el centre geomètric de l'esfera.

La seva topologia interior possibilita generar també parts d'una esfera (hemisferis), la mida de les quals es controla mitjançant una variable que va des de 0 (esfera completa) fins a 1 (absència d'esfera), i també es pot controlar la forma de distribució dels paral·lels en aquests hemisferis.



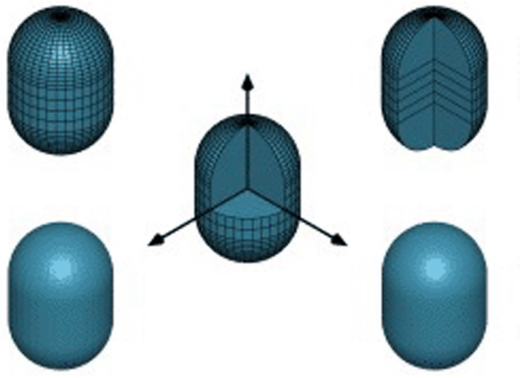
Esfera

### 2.1.11. Càpsula

És un cilindre amb les bases superior i inferior en forma de semiesferes disposades simètricament. La seva forma queda definida pels paràmetres *radi del cilindre* i *altura total*. El seu pivot està situat per defecte en el centre de la base.

La seva topologia interior possibilita establir el nombre de costats i el de segments en altura.

També té paràmetres per a generar trossos de càpsula en forma de sectors a partir de l'eix principal, i es poden controlar l'angle i la posició dels plans recolzats en l'eix.



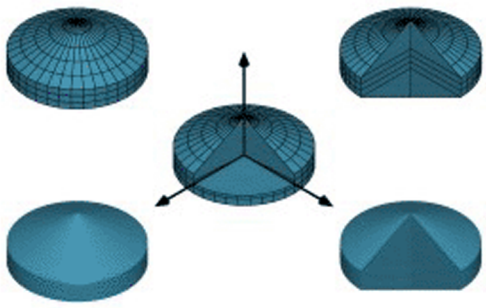
Càpsula

### 2.1.12. Fus

És un cilindre amb les bases superior i inferior en forma de cons simètricament disposats. La seva forma queda definida pels paràmetres *radi del cilindre*, *altura total* i *altura de la tapa*. Té el seu pivot situat per defecte en el centre de la base (vèrtex inferior del con).

La seva topologia interior possibilita establir el nombre de costats, segments de la tapa i segments en altura. També permet controlar la suavitat de la transició entre els cons i el cilindre per mitjà d'un radi d'acord.

També té paràmetres per a generar trossos de fus en forma de sectors a partir del seu eix principal, i es poden controlar l'angle i la posició dels plans recolzats en l'eix.



Fus

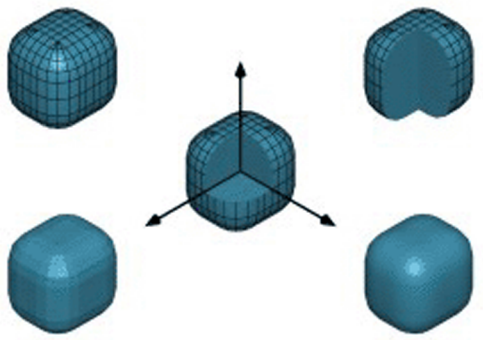
### 2.1.13. Xamfrà-caixa i cilindre

**Xamfrà-caixa**

És una caixa o prisma rectangular amb les arestes arrodonides o aixamfranades.

La forma queda definida pels paràmetres *longitud*, *altura*, *amplada* i *radi d'entroncament*. El seu pivot està situat per defecte en el centre de la base.

La seva topologia interior possibilita establir el nombre de segments en longitud, altura, amplada i entroncament. Si el nombre de segments de l'entroncament és 1 i no se suavitza, el resultat és un xamfrà; en cas contrari és un arrodoniment de les arestes.



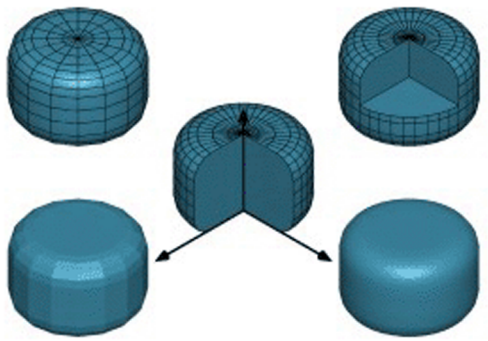
Xamfrà-caixa

**Xamfrà-cilindre**

És un cilindre amb les arestes arrodonides o aixamfranades.

La forma queda definida pels paràmetres *radi*, *altura* i *radi d'entroncament*. Té el seu pivot situat per defecte en el centre de la base.

La seva topologia interior possibilita establir el nombre de segments radials, en altura i entroncament. Si el nombre de segments de l'entroncament és 1 i no se suavitza, el resultat és un xamfrà; en cas contrari és un arrodoniment de les arestes en les bases del cilindre.

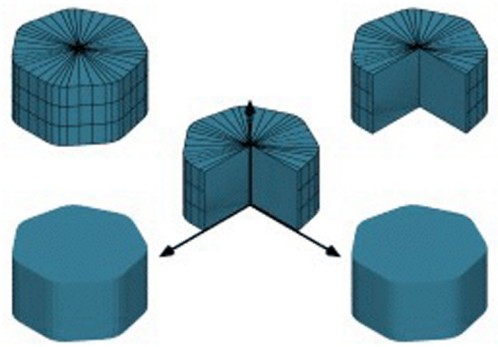


Xamfrà-cilindre

### 2.1.14. Gengon

És un prisma de base poligonal regular, les arestes del qual poden estar aixamfranades o arrodonides. La seva estructura queda definida pels paràmetres *radi del polígon*, *nombre de costats*, *altura* i *radi d'entroncament*.

La seva topologia interior possibilita establir el nombre de segments laterals, en altura i en entroncament. Si el nombre de segments de l'entroncament és 0 i no se suavitzen les cares, el resultat és un prisma de base poligonal regular; si és 1, es tracta d'un prisma aixamfranat en el lateral de les seves cares, i si és més d'1 i està suavitzat, és un prisma de cares laterals arrodonides. Té el seu pivot situat per defecte en el centre de la base.

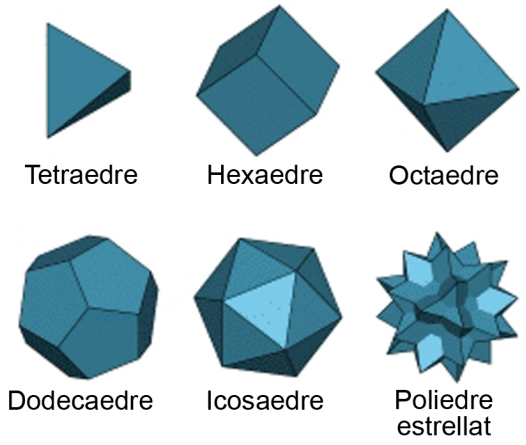


Gengon

### 2.1.15. Poliedres

En algunes aplicacions, es poden obtenir formes espacials de característiques similars amb el mateix tipus d'objecte bàsic, per mitjà de variacions en els seus paràmetres. Aquest és el cas dels cinc poliedres regulars que apareixen en la figura següent i de tota una família de poliedres irregulars indirectes que es poden obtenir a partir d'aquests. Una variant d'ells la constitueixen els poliedres estrellats, als quals pertany l'últim dels exemples de la mateixa figura.

Es pot entendre que no pot existir cap altre poliedre regular pel fet que qualsevol nombre de polígons regulars diferent dels esmentats tindria una suma d'angles superior a 360°, per la qual cosa ja no es podria tancar (sis triangles equilàters formen 6 × 60° = 360°, per la qual cosa serien en un mateix pla).




Poliedres

Hi ha diversos tipus de paràmetres en aquest tipus d'objectes, que estan agrupats en diferents famílies que tenen com a element bàsic l'octaedre, el cub i el dodecaedre; de vegades es pot ubicar un element en més d'una família. Per exemple, l'octaedre es pot obtenir per truncament dels vèrtexs d'un cub o per truncament dels vèrtexs d'un tetraedre.

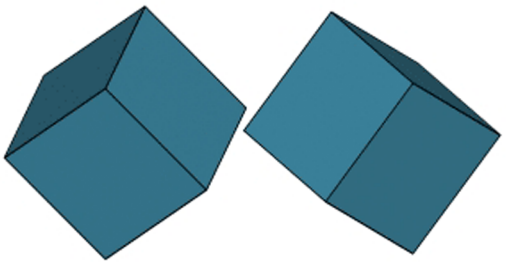
La seva mida està determinada pel radi de l'esfera circumscrita, mentre que la posició per defecte del pivot és el centre del cos.

Per a generar altres poliedres no regulars derivats, disposa d'altres paràmetres que permeten establir de 0 a 1 el percentatge d'aresta truncada regularment en els seus vèrtexs i la mida del xamfrà que volem que afecti les arestes.

Com es pot veure en la figura, el tetraedre es forma a partir de tres triangles equilàters sobre un mateix vèrtex (3 × 60° = 180°), que, al costat del triangle de tancament, constitueixen el poliedre regular format per quatre triangles equilàters iguals. Per la seva forma, podríem dir que es tracta d'una piràmide triangular.

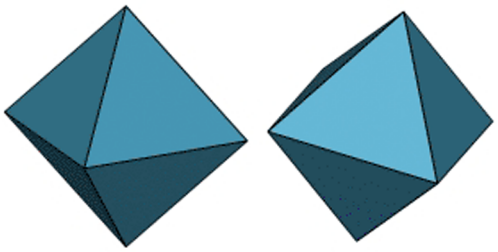
Tetraedre

En l'hexaedre o cub (vegeu la figura), són tres les cares quadrades que concorren en un mateix vèrtex (3 × 90° = 180°), i per a completar el poliedre regular se n'utilitzen tres més, de manera que queda constituït per sis cares quadrades iguals.



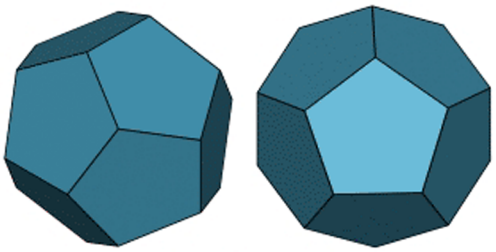
Hexaedre

El nombre de triangles equilàters que concorren en un vèrtex de l'octaedre (vegeu la figura) són quatre (4 × 60° = 240°), i es completa amb quatre més per a formar el poliedre regular format per vuit triangles equilàters iguals. També podem considerar l'octaedre com la unió de dues piràmides quadrangulars.



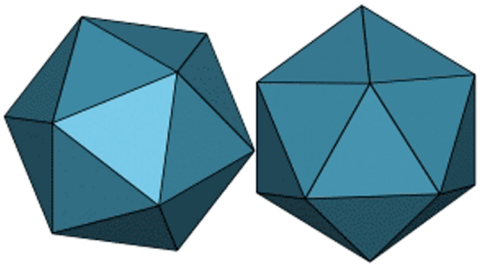
Octaedre

En el dodecaedre es presenten tres pentàgons en un vèrtex (3 × 108° = 324°), i es completa amb nou cares més per formar el poliedre regular format per dotze pentàgons regulars iguals.



Dodecaedre

L'últim dels poliedres regulars, denominat *icosaedre*, està format per vint triangles equilàters iguals, mentre que un dels seus vèrtexs està format per cinc d'ells (5 × 60° = 300°).



Icosaedre

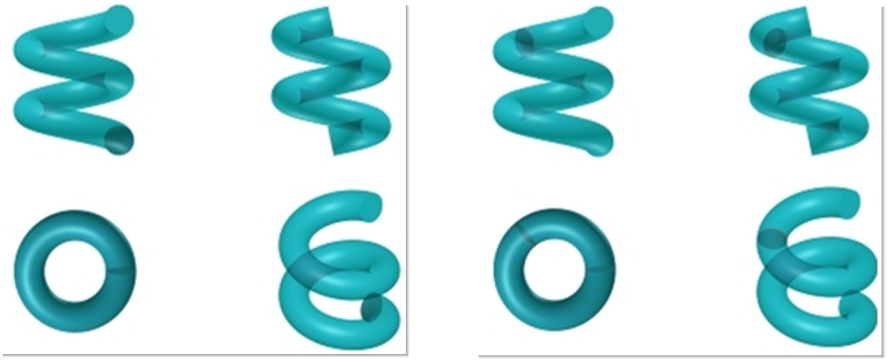
# 3. Cossos de generació directa

## 3.1. Secció perpendicular al recorregut

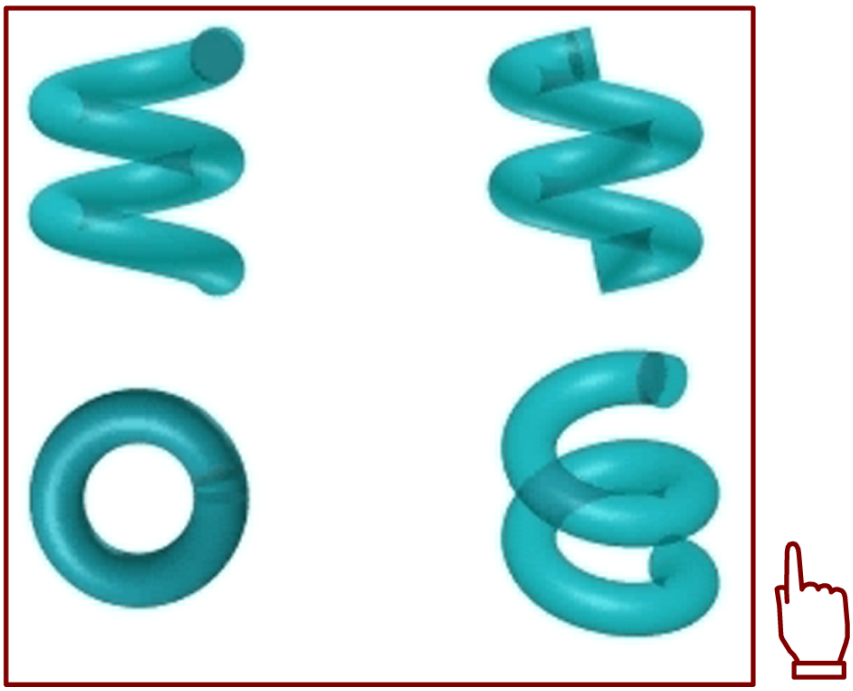
Malgrat que hi haurà un capítol posterior dedicat a la generació de cossos, val la pena definir alguns dels conceptes bàsics relacionats amb les diferents maneres en què una secció es pot **desplaçar** al llarg d'una mateixa línia (**trajectòria**) per a generar cossos durant el recorregut.

Per a il·lustrar aquests conceptes, es recorre a imatges amb objectes semitransparents vistos des de diferents angles, en l'interior dels quals es poden apreciar quins tipus de moviments descriu la secció durant el recorregut per la trajectòria.

La figura següent mostra com es mou la secció (un cercle) quan descriu una trajectòria (hèlix) per a generar una molla de secció circular. Com es pot veure, en aquest cas el cercle es manté a tota hora perpendicular a l'hèlix.

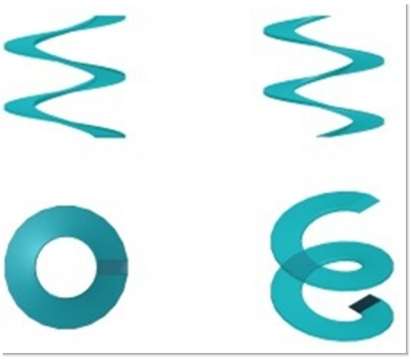


Posició inicial Posició intermitja

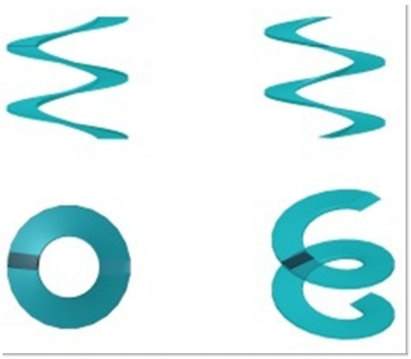


Secció circular desplaçant-se ortogonalment a la trajectòria

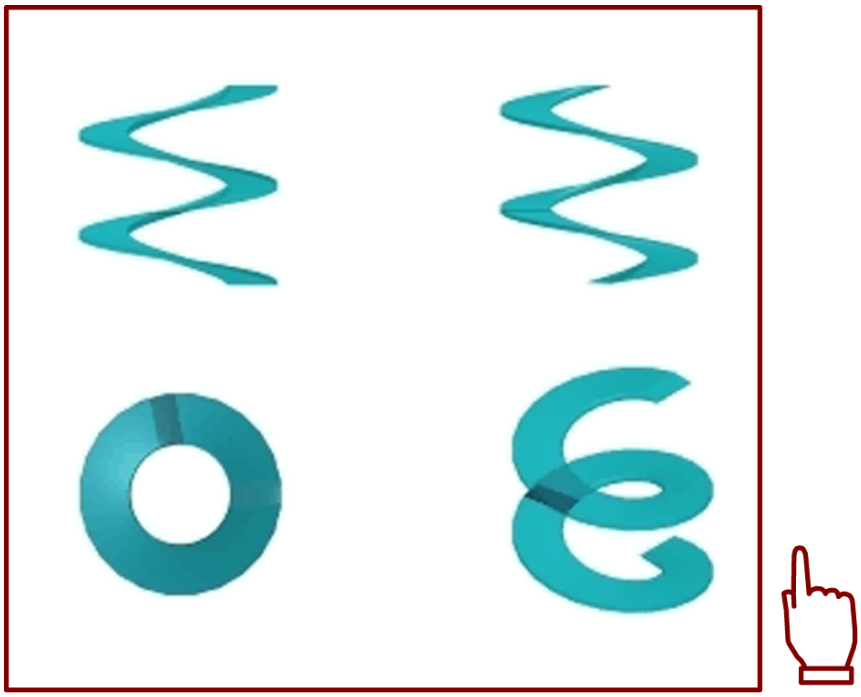
La figura següent mostra com una secció rectangular efectua el recorregut mantenint a tota hora una posició horitzontal i al mateix temps manté la seva posició relativa a la trajectòria, és a dir, gira al voltant de l'eix vertical de l'hèlix.



Posició inicial



Posició intermitja

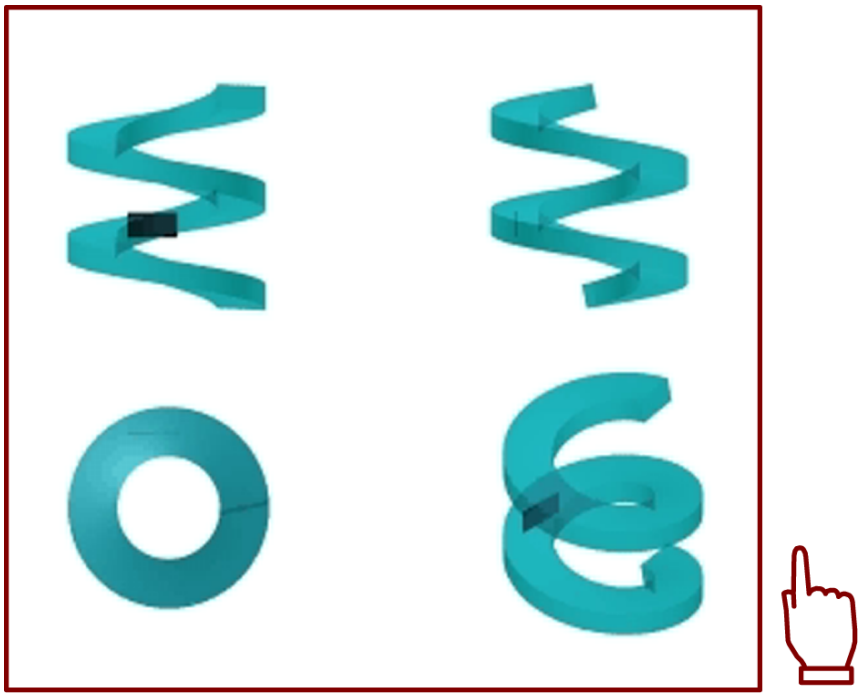


Secció rectangular mantenint la posició horitzontal

La figura següent mostra com una secció rectangular efectua el recorregut mantenint a tota hora una posició vertical i al mateix temps manté la seva posició relativa a la trajectòria, és a dir, gira al voltant de l'eix vertical de l'hèlix.

Posició inicial

Posició intermitja

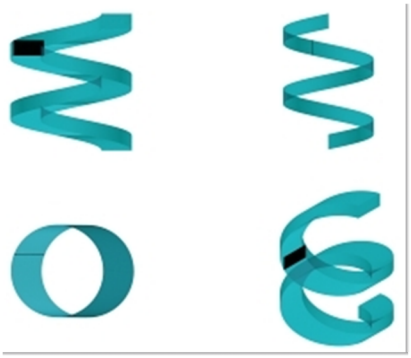


Secció rectangular mantenint la posició vertical relativa a l'hèlix

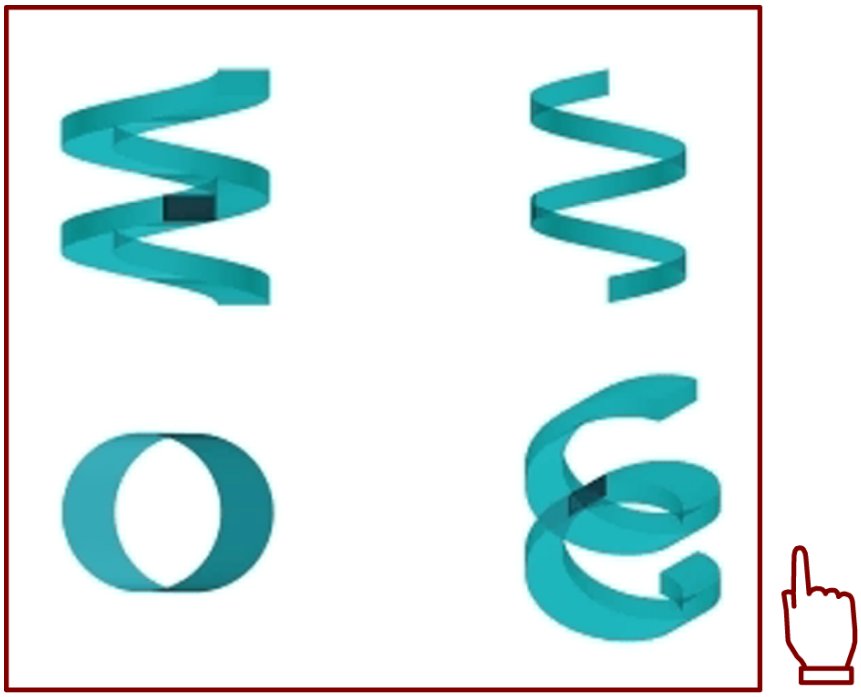
### 3.2. Secció en posició relativa independent de la trajectòria

La secció es pot desplaçar mantenint a tota hora la seva posició relativa en l'espai per a generar un sòlid diferent, com es pot veure a continuació.

Posició inicial



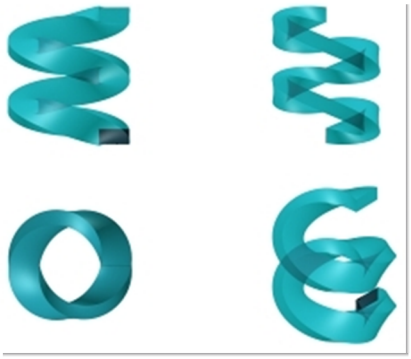
Posició intermitja



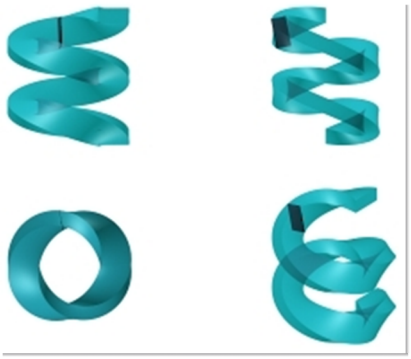
Secció rectangular mantenint la posició relativa a l'espai

### 3.3. Torsió

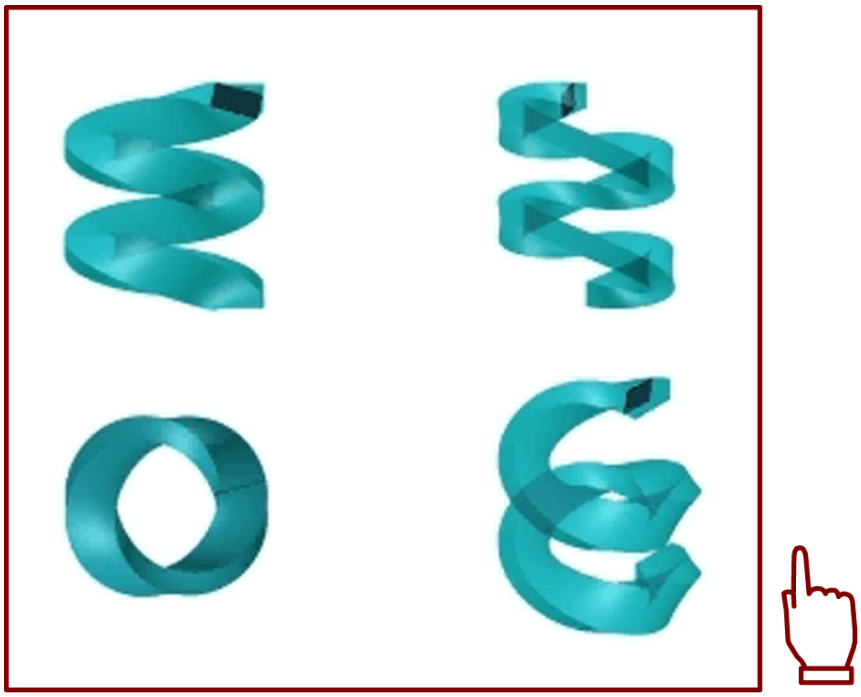
La secció es pot desplaçar i alhora girar al voltant d'un eix ortogonal a si mateixa, amb la qual cosa es produeix una **torsió** durant el trajecte, amb el resultat que mostra la figura adjunta.



Posició inicial



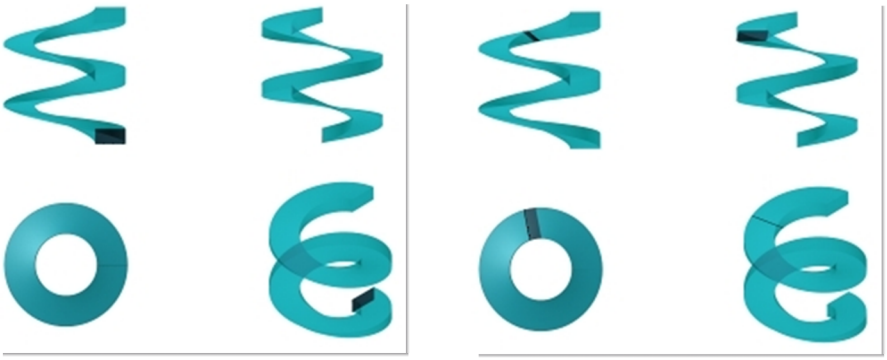
Posició intermitja



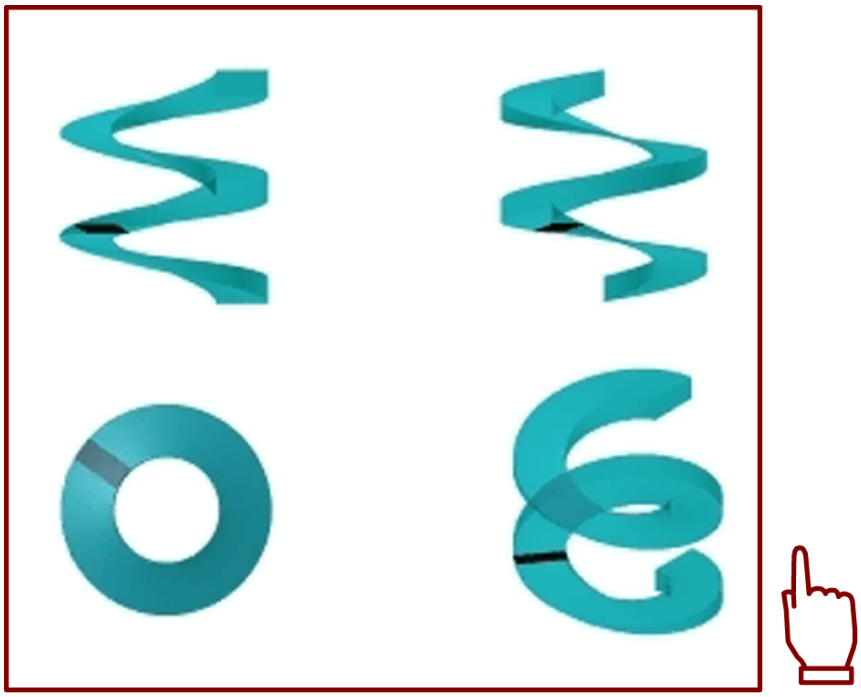
Secció rectangular efectuant una torsió durant el recorregut

### 3.4. Oscil·lació de l'eix vertical i de l'eix horitzontal

Si el gir en la secció es produeix al voltant del seu eix horitzontal de simetria, es produeix el que es denomina **oscil·lació de l'eix horitzontal** d'aquesta (vegeu la figura).

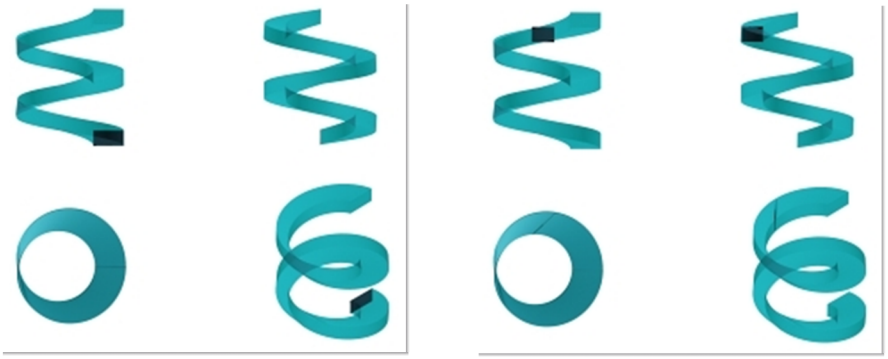


Posició inicial Posició intermitja

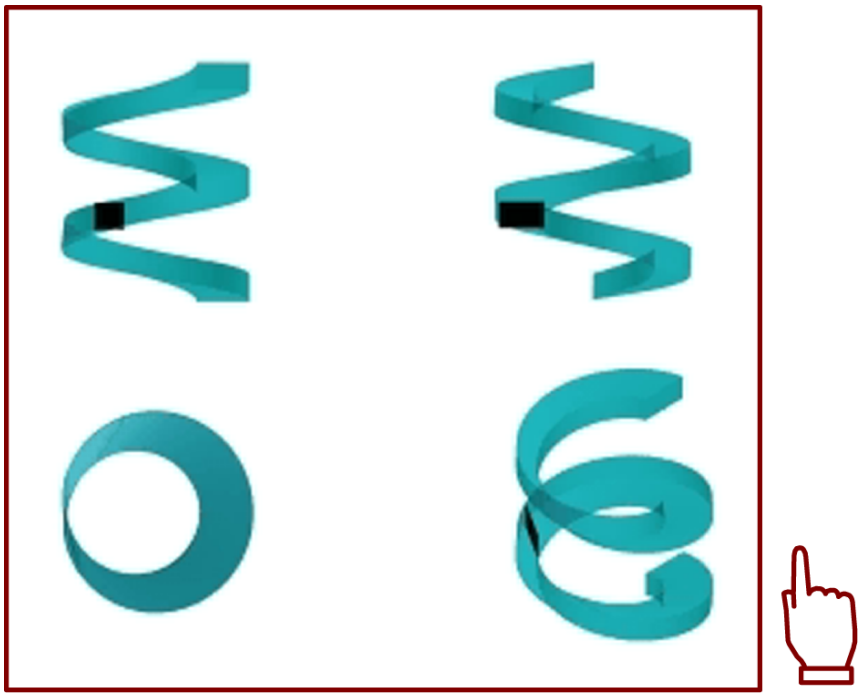


Secció rectangular efectuant una oscil·lació de l'eix horitzontal durant el recorregut

També és possible l'oscil·lació d'eix vertical, en la qual el gir es produeix al voltant del seu eix vertical de simetria tal com es pot veure en la figura adjunta.



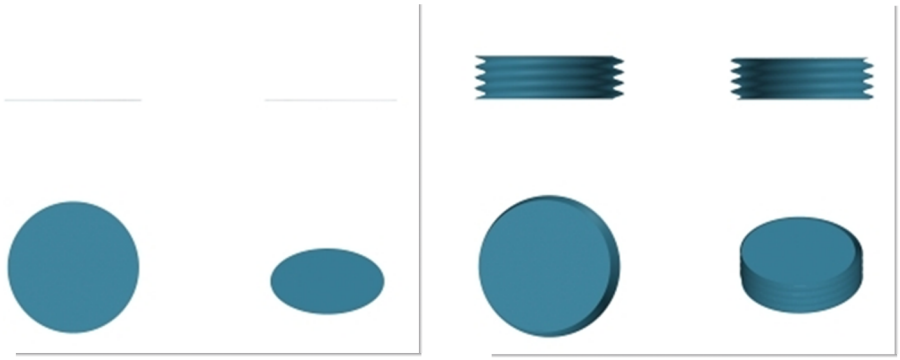
Posició inicial Posició intermitja



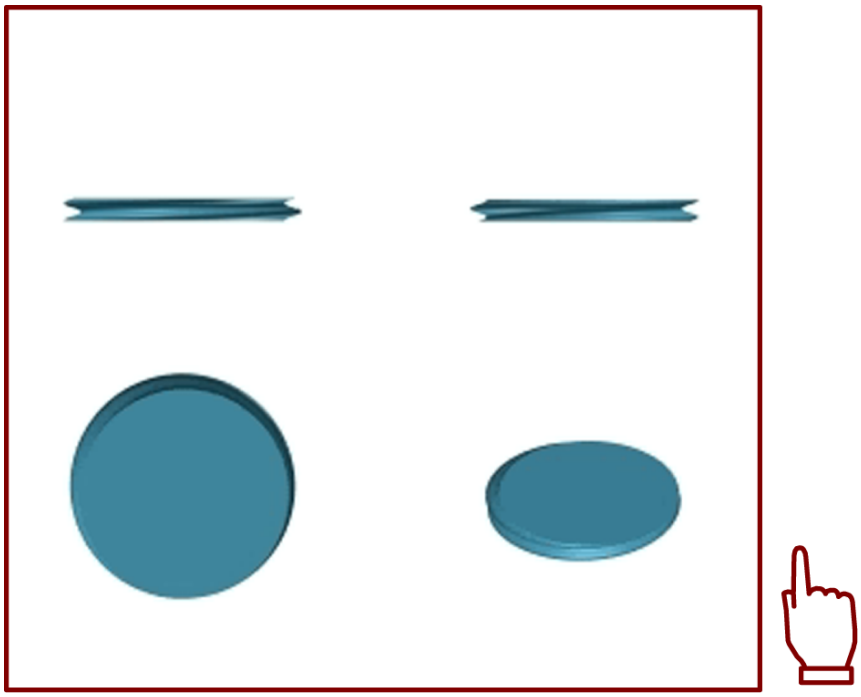
Secció rectangular efectuant una oscil·lació d'eix vertical durant el recorregut

A tall d'il·lustració es presenten exemples que permeten assimilar fàcilment alguns conceptes esmentats, relacionant-los amb la coneguda rosca dels elements roscats:

En primer lloc podem veure la generació d'una rosca per torsió. La secció (un cercle) descriu un moviment excèntric (gira al voltant d'un punt que no és el seu centre geomètric), mentre es desplaça per una trajectòria rectilínia vertical.

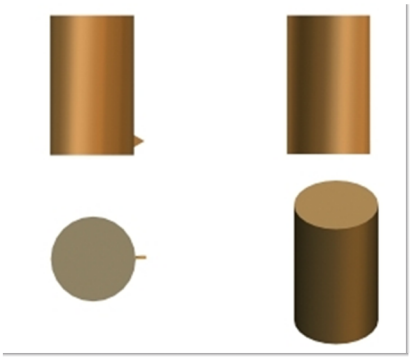


Posició inicial Posició intermitja

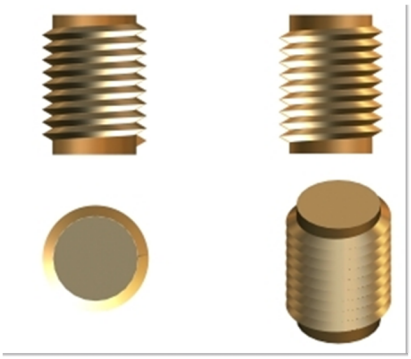


Secció circular efectuant una torsió mentre es desplaça verticalment

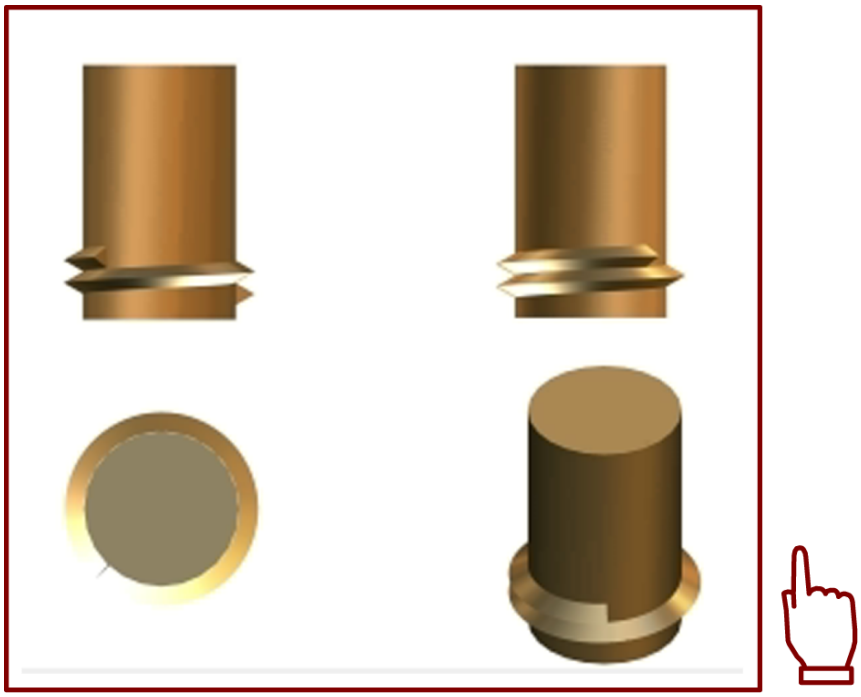
A continuació veiem la generació per filet enrotllat al nucli. Una secció amb forma triangular descriu una trajectòria en forma d'hèlix al voltant del nucli cilíndric mantenint la seva posició relativa a l'eix, amb la qual cosa produeix el denominat *filet de rosca*. En aquest cas l'avanç es produeix girant en el sentit de les agulles del rellotge, per la qual cosa es diu que es tracta d'una rosca a la dreta.



Posició inicial

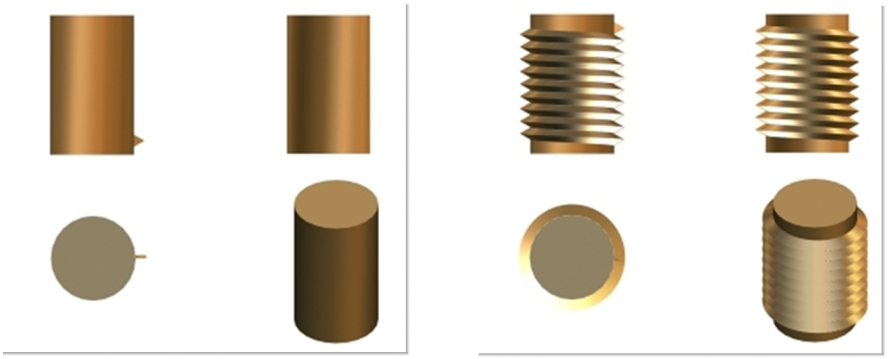


Posició intermitja

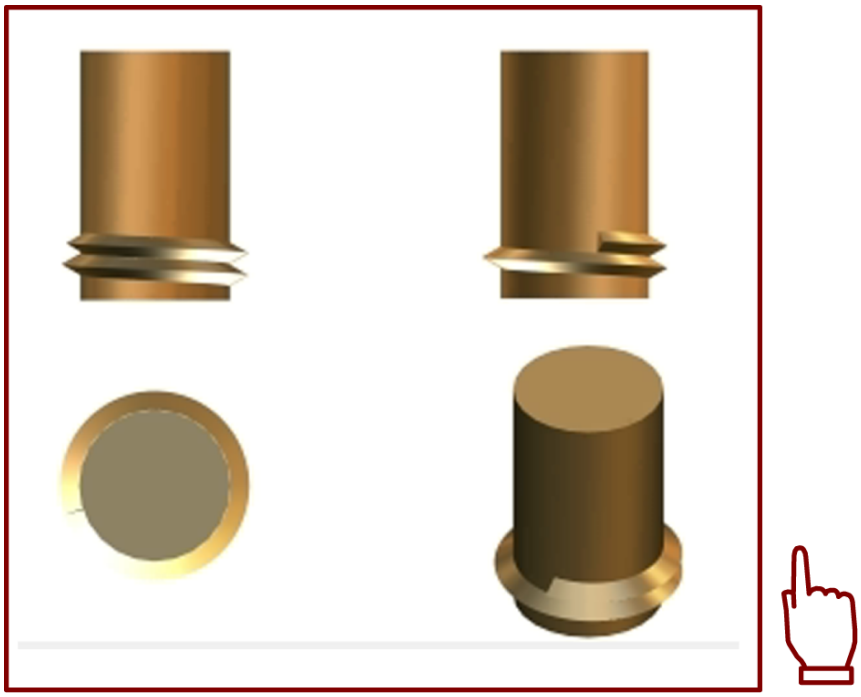


Secció triangular desplaçant-se ortogonalment per una trajectòria helicoïdal

Quan l'avanç es produeix girant en sentit contrari a les agulles del rellotge, té lloc la rosca a l'esquerra. Això és el que podem veure en la figura següent.

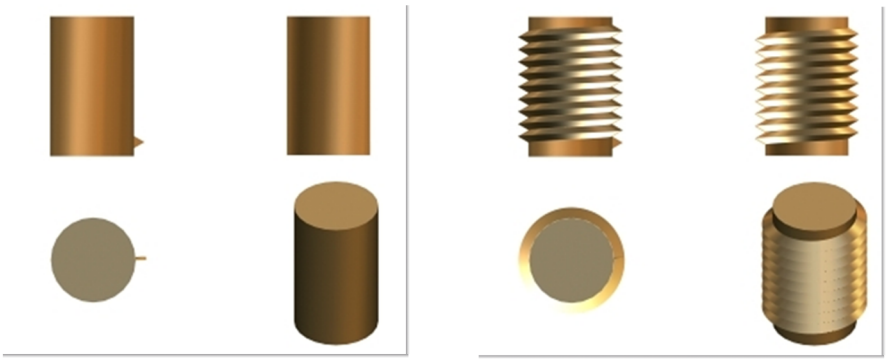


Posició inicial Posició intermitja

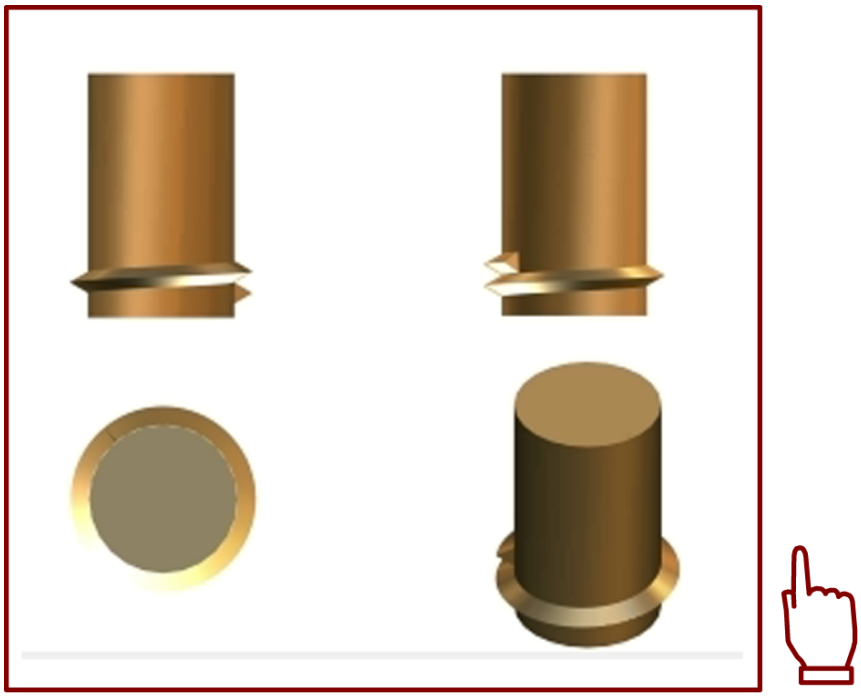


Secció triangular desplaçant-se ortogonalment per una trajectòria helicoïdal

Direm que es tracta d'una rosca d'**entrada simple** quan la secció que es desplaça és simple (en el cas de la rosca triangular, quan és un sol triangle el que es desplaça enrotllant-se al cilindre o nucli de l'eix). La figura adjunta mostra un exemple d'aquest tipus.

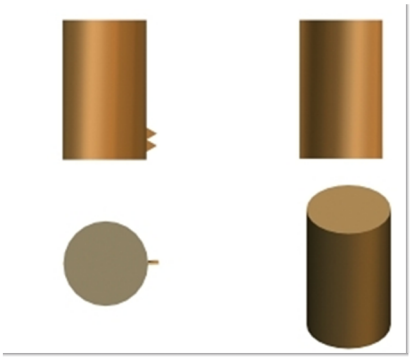


Posició inicial Posició intermitja

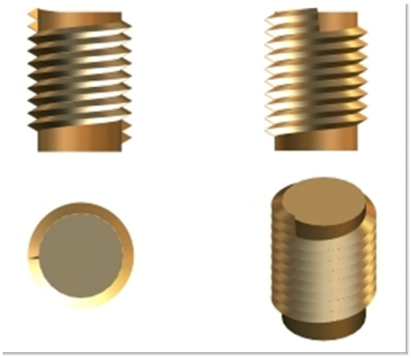


Generació d'una rosca d'entrada simple

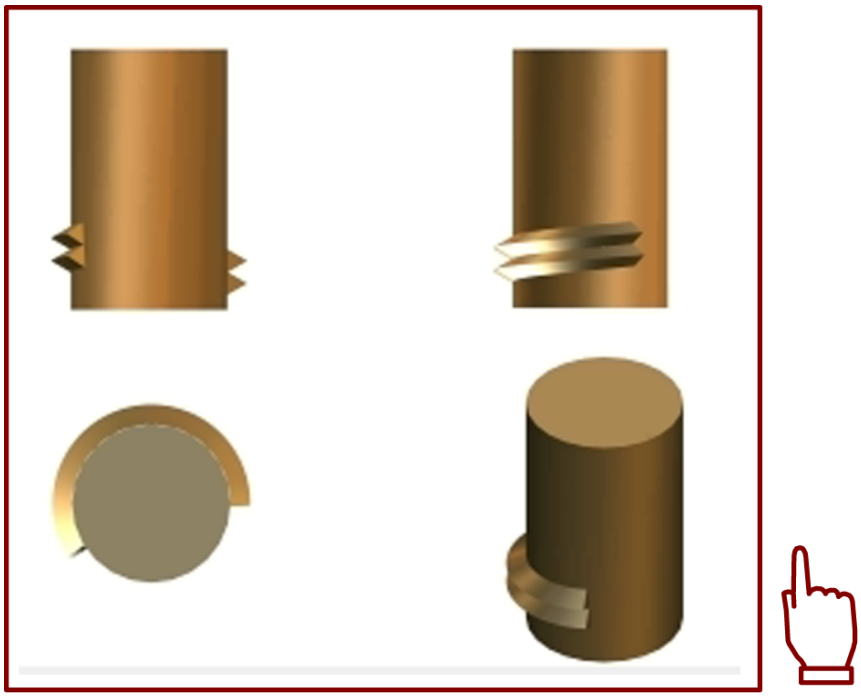
Són especialment curioses les formes generades amb entrada múltiple. La figura següent mostra una rosca d'**entrada doble**. Com es pot veure, si tallem mitjançant un pla perpendicular a l'eix (secció transversal), partim dos filets.



Posició inicial



Posició intermitja



Generació d'una rosca d'entrada doble

Finalment podem veure com la distància vertical que recorre un filet és tres vegades superior a la que es produeix en una rosca simple quan la rosca és d'**entrada triple**. És evident que en aquest cas una secció transversal perpendicular a l'eix talla tres filets.

# Exercicis d'autoavaluació

**1.** En un cos simple, quins tipus de paràmetres podem definir?

**a)** Paràmetres de lectura
**b)** Paràmetres de forma, posició i topologia
**c)** Paràmetres de composició
**d)** Paràmetres de moviment

**2.** Què s'entén per *la topologia d'un cos*?

**a)** La descripció de la seva forma.
**b)** El nombre de cares i arestes del cos.
**c)** El detall de les parts que componen el cos i les seves connexions.
**d)** Descriu la posició del sistema de coordenades de l'objecte.

**3.** És possible que un cos penetri en un altre de manera que en un d'ells es generin dos orificis units per algun punt en comú?

**a)** No, mai.
**b)** Sí, quan es produeix una mossegada en el límit sense que arribi a ser penetració.
**c)** Sí, quan els cossos són tangents exteriors.
**d)** No, perquè llavors la posició es denominaria *mossegada*.

**4.** Un cos generat per una secció plana que es desplaça al llarg d'una trajectòria...

**a)** és un cos generat per un mètode directe.
**b)** és un cos generat per paràmetres.
**c)** és un cos generat per una cicloide.
**d)** és un cos generat per escombratge.

**5.** Quina diferència hi ha en la representació d'una geosfera i una esfera?

**a)** La geosfera és una figura convexa i l'esfera és còncava.
**b)** En la geosfera totes les cares són de la mateixa mida i en l'esfera no.
**c)** No hi ha cap diferència apreciable.
**d)** Només es diferencien si la funció de suavitzat no està activada.

**6.** Quan es genera un objecte de manera directa, el pivot de l'objecte se situa...

**a)** en una posició aleatòria respecte de l'objecte.
**b)** en una cara qualsevol de l'objecte.
**c)** en un lloc predeterminat de l'objecte.
**d)** No es crea el sistema de coordenades de l'objecte en la seva generació.

**7.** Quin tipus de moviment descriu una secció que oscil·la durant el recorregut per a generar un cos per un escombratge?

**a)** Es desplaça girant sobre un eix perpendicular a ella.
**b)** Gira al voltant d'un eix paral·lel a la trajectòria.
**c)** Es manté amb la mateixa inclinació i es desplaça fent ziga-zaga.
**d)** Gira al voltant d'un eix contingut en la mateixa secció.

**8.** De quines maneres es pot generar un tor (toroide)?

**a)** Mitjançant escombratge, per mitjà de dos cilindres.
**b)** De manera directa, ja que és un cos de generació directa.
**c)** Mitjançant una corona circular, per rotació.
**d)** Mitjançant operacions booleanes, amb una esfera i un cilindre.

**9.** Determineu l'afirmació que és certa.

**a)** Un tub es pot generar mitjançant la unió de dos cilindres.
**b)** Un tub es pot generar per mitjà d'una corona circular i un escombratge rectilini.
**c)** Un tub no es pot generar per mitjà de generació directa.
**d)** Un tub es pot generar mitjançant un prisma i un escombratge circular.

**10.** Per a generar una molla de secció circular és necessari...

**a)** crear un recorregut en forma d'hèlix, una secció circular i un moviment de la secció perpendicular sempre al recorregut (trajectòria).
**b)** crear un recorregut en forma d'hèlix, una secció circular i un moviment de la secció paral·lel sempre a la trajectòria.
**c)** crear un recorregut en forma d'hèlix, una secció circular i un moviment de la secció paral·lel sempre a l'eix de l'hèlix.
**d)** crear un recorregut en forma d'hèlix, una secció circular i un moviment de la secció perpendicular sempre a l'eix de l'hèlix.

# Solucionari

## Exercicis d'autoavaluació

**1. b**

**2. c**

**3. b**

**4. d**

**5. b**

**6. c**

**7. d**

**8. b**

**9. b**

**10. a**