L'anàlisi cost-benefici (ACB)

PID_00250679

Lidia Andrés Delgado

Temps mínim de dedicació recomanat: 7 hores

Universitat Oberta de Catalunya

Cap part d'aquesta publicació, incloent-hi el disseny general i la coberta, no pot ser copiada, reproduïda, emmagatzemada o transmesa de cap manera ni per cap mitjà, tant si és elèctric com químic, mecànic, òptic, de gravació, de fotocòpia o per altres mètodes, sense l'autorització prèvia per escrit dels titulars del copyright.

Índex

1. Objectius i propòsit 5

2. L'anàlisi cost-benefici 6
2.1. Definició del projecte: funció i àmbit 6
2.2. Identificació dels impactes del projecte. Costos, beneficis i transferències 6
2.3. Valoració dels impactes en termes monetaris: el valor del temps 8
2.4. La rendibilitat del projecte. El VAN i la TIR 9
2.4.1. Criteris de rendibilitat: VAN i TIR 10

3. Introducció a les lectures 12

4. Lectures 13

5. Bibliografia 14

6. Conceptes bàsics 15

7. Preguntes i temes de reflexió 17

8. Lectura 1 18
8.1. Costos, beneficis i transferències 18
8.1.1. Costos i beneficis: privats i externs 19
8.1.2. Transferències i costos i beneficis socials 22
8.1.3. El benefici social net (BSN) 25
8.1.4. Costos i beneficis: casos especials 27
8.1.5. Bibliografia 41

9. Lectura 2 43
9.1. El valor del temps: una qüestió de preferències (nivell I) 43
9.2. El valor actual (VA) (nivell II) 45
9.3. El valor actual (VA) depèn del temps (nivell II) 48
9.4. Tipus de projectes (nivell I) 49
9.5. El valor actual (VA) depèn de la taxa de descompte r (nivell I) .. 52
9.6. El VAN com una funció contínua de la taxa de descompte r (nivell II) 55
9.7. La taxa de descompte en el VAN (nivell I) 58
9.8. El VAN no depèn de la inflació (nivell II) 61
9.9. El VAN d'un projecte segons l'escala d'execució (nivell II) 64
9.10. La rendibilitat d'un projecte segons el VAN (nivell I) 65
9.11. Comparació de dos o més projectes segons el VAN (nivell I) 65

9.12. El VAN segons el moment en què s'executa (nivell II) 68
9.13. La TIR com una funció inversa del VAN (nivell I) 69
9.14. La rendibilitat d'un projecte segons la TIR (nivell I) 73
9.15. Comparació de dos o més projectes segons la TIR (nivell I) 74
9.16. Alguns avantatges de la TIR enfront del VAN (nivell II) 76
9.17. La TIR davant canvis d'escala i moment d'execució (nivell II) ... 77

1. Objectius i propòsit

L'avaluació del sector públic és necessària per verificar si les seves actuacions són desitjables en termes tant d'eficiència com d'equitat. No obstant això, tot i la necessitat de disposar d'una tècnica infal·lible que proporcioni respostes exactes i inqüestionables en relació amb l'activitat del sector públic, aquesta és inexistent.

L'ACB és una metodologia dirigida, en la pràctica, a ajudar a prendre decisions per part del sector públic en matèria de despesa. Així doncs, l'ACB permet «imitar els mercats eficients», atès que s'assignen recursos únicament a projectes el benefici marginal per a la societat dels quals superi el seu cost marginal i, d'entre els projectes rendibles, permet seleccionar aquell que proporciona més rendibilitat social (criteri d'eficiència).

L'ACB determina la conveniència o no de dur a terme un projecte mitjançant, en primer lloc, la identificació dels impactes del projecte; en segon lloc, la classificació dels impactes del projecte com a beneficis, costos o transferències; en tercer lloc, la valoració dels impactes en termes monetaris, i, finalment, la determinació de la rendibilitat del projecte utilitzant com a instrument la matemàtica financera.

Val a dir que si bé la matemàtica financera no és l'única tècnica existent d'avaluació de la rendibilitat social de les polítiques públiques, sí que és la més completa, la més generalment utilitzada, rep suport acadèmic i, alhora, és coherent amb els principis de l'Economia del Benestar. En particular, amb aquesta tècnica es pretén quantificar el valor en termes monetaris del corrent de costos i beneficis generats per un projecte públic per, posteriorment i mitjançant l'aplicació d'un criteri de rendibilitat, concloure si és o no desitjable des del punt de vista social. La matemàtica financera permet, també, la comparació i, per tant, la selecció entre projectes rendibles. Tant en el cas d'alternatives mútuament excloents (la mida d'un pantà, la quantitat de carrils d'una carretera), com en el cas més freqüent d'alternatives no excloents mútuament (més educació o més carreteres, per exemple), que sorgeixen quan el nombre d'actuacions públiques amb rendibilitat social positiva és superior als recursos disponibles.

En definitiva, l'objectiu d'aquest mòdul és realitzar una primera aproximació als fonaments i al funcionament de l'ACB, amb la qual cosa es volt fer comprendre a l'estudiant el seu valor com a tècnic al servei de la política econòmica en la presa de decisions.

2. L'anàlisi cost-benefici

2.1. Definició del projecte: funció i àmbit

Com a objectiu que cal maximitzar en la presa de decisions socials s'ha generalitzat la utilització de l'excedent total definit com la suma dels beneficis totals nets per a la societat.

L'àmbit ideal per realitzar avaluacions de rendibilitat social seria el constituït per tots els habitants del planeta i durant tot el temps de durada del projecte. No obstant això, és obvi que aquesta definició supera amb escreix els límits que imposen la manca d'informació o d'incentius, entre d'altres.

L'**àmbit** és important perquè determina en bona mesura el càlcul de costos i beneficis i ha de definir-se en el temps (durada dels impactes) i en l'espai (agents afectats).

Els impactes d'un projecte es produeixen necessàriament en un àmbit que, en general, serà diferent per a cada projecte (típicament els projectes es dissenyen en funció d'un àmbit predeterminat). Alguns errors freqüents, a l'hora de definir l'àmbit d'un projecte públic, són l'ús de les fronteres polítiques com a límit geogràfic (el cas de les externalitats) i la no consideració de les generacions futures com a agents afectats.

2.2. Identificació dels impactes del projecte. Costos, beneficis i transferències

La definició correcta de la funció objectiu i de l'àmbit del projecte és suficient per garantir la identificació i la classificació dels impactes del projecte com a costos, beneficis o transferències.

- Es produeix un **benefici** (cost) sempre que augmenta (disminueix) la riquesa del sistema (definida per la funció objectiu establerta).

- Es produeix una **transferència** quan la quantitat de riquesa del sistema no es modifica, sinó que només canvia de titular.

No obstant això, des del punt de vista del sector públic la noció no sempre queda tan clara i poden sorgir innombrables problemes, que van des de la no-comptabilització de tots els impactes rellevants a la seva doble consideració, passant per altres possibilitats, com confondre costos amb beneficis o tots dos amb transferències.

1) No confondre costos amb despeses i beneficis amb ingressos

Des d'una perspectiva social la majoria de beneficis no suposen ingressos monetaris (beneficis de l'educació, de la sanitat...). Els costos, d'altra banda, no sempre són despeses monetàries (en general, els costos d'oportunitat).

2) El concepte rellevant de cost i benefici és l'incremental

Es tracta d'avaluar els impactes amb i sense el projecte, és a dir, els costos i beneficis que es modifiquen amb el projecte i en la mesura que es modifiquen. No es tracta només d'avaluar si un projecte és rendible o no, sinó també de si es tracta de la millor alternativa d'entre un conjunt de possibilitats mútuament excloents.

En particular, i pel fet de ser costos que no es modifiquen amb el projecte, no s'han d'incorporar a l'avaluació dels anomenats ***costos enfonsats*** o ***irrecuperables***, aquells costos que ja s'han produït i que el projecte no pot canviar.

3) Estudiar si s'han de tenir en compte o no les variacions en el valor del patrimoni produïdes com a conseqüència del projecte

Es tracta d'un valor modificat que al projecte ha de formar part del còmput d'impactes rellevants. No obstant això, en certs casos, pot suposar incórrer en una doble comptabilitat si aquest mateix impacte ja ha estat incorporat per una altra via. No hi ha una regla d'aplicació general que no sigui estudiar cada cas en particular per veure si s'ha d'incloure o no. L'exemple més clar de doble comptabilització és el de McKean (1958): el benefici d'un projecte de regadiu podria aproximar-se per l'increment en el valor dels terrenys o per l'increment total (actualitzat) de les rendes de la seva explotació. En l'òptim, totes dues mesures haurien de ser equivalents i, en tot cas, es tracta de mesures alternatives d'un mateix benefici.

4) Tots els costos i beneficis han de respondre a conceptes econòmics

Els conceptes comptables, en general, s'han d'obviar en l'anàlisi social, ja que no responen a criteris econòmics: costos imputats, amortitzacions...

L'amortització d'una inversió, per exemple, sol estar regulada per llei, depenent del tipus d'actiu que es tracti i, només fruit d'una gran casualitat podria coincidir amb la durada econòmica de l'actiu (la seva durada física o el moment en què queda obsolet).

5) Incloure els costos d'oportunitat

Encara que com a criteri de valoració és d'acceptació general, a la pràctica és difícil d'aplicar correctament.

6) Incloure els costos de reversibilitat

El cost de reversibilitat és aquell en què s'ha d'incórrer per aturar o desfer el projecte i s'ha de tenir en compte en la seva avaluació. Tot i que n'hi ha diferents categories, el més freqüent és l'anomenat ***cost terminal*** (lligat a l'últim període de vida del projecte), com el de desactivar material bèl·lic obsolet o desmantellar una central nuclear.

7) No ignorar els costos i beneficis intangibles

Intangibles: els que no poden ser valorats a partir del mercat.

El fet de no poder valorar un impacte amb mètodes més o menys directes (com el seu preu) no justifica de cap manera que s'hagi d'excloure. Des del punt de vista d'aquest raonament, les externalitats no es tindrien en compte, i això seria absurd.

8) No confondre transferències amb costos i beneficis

Una transferència és un flux amb valor econòmic que passa d'un agent econòmic a un altre sense pèrdua ni generació de valor. Si els dos agents formen part de l'àmbit del projecte, la transferència no és rellevant. No obstant això, en general, les transferències provoquen costos (i beneficis) que sí que s'han de computar (costos de recaptació dels impostos, per exemple).

2.3. Valoració dels impactes en termes monetaris: el valor del temps

El **valor del temps** és molt important en el càlcul de la rendibilitat d'un projecte en l'anàlisi cost-benefici. Els fluxos econòmics (costos i beneficis) d'un projecte expressats en les mateixes unitats es poden sumar dins d'un mateix període. En canvi, no es poden sumar fluxos econòmics que corresponen a períodes diferents, per diversos motius:

1) És preferible consumir avui que fer-ho demà. Per al consumidor és millor disposar avui de dues unitats d'un bé B qualsevol que tenir una unitat avui i una altra demà. En termes econòmics això significa que el consumidor està disposat a pagar més per dues unitats avui que per una unitat avui i una altra demà. En altres paraules, hi ha una taxa subjectiva de descompte temporal.

2) La vida del consumidor és limitada. Un consumidor jove valora més un flux que es produirà al cap de diversos anys que un consumidor d'edat més avançada. La taxa subjectiva de descompte temporal depèn de l'esperança de vida de l'individu en cada moment del temps.

3) El capital és productiu. La suma de fluxos econòmics de diferents períodes no és vàlida perquè «els diners valen diners». Atès que el capital és productiu, l'individu pot optar per consumir avui una de les dues unitats que posseeix i vendre l'altra i invertir durant un temps. D'aquesta manera, en el període següent podrà consumir més d'una unitat.

4) Hi ha inflació (deflació). Si els preus no són estables, l'individu pot veure modificada la seva capacitat de compra. Amb inflació la capacitat de compra futura de l'individu, donada una renda, disminuirà (i al revés en cas de deflació).

En definitiva, considerant els quatre punts anteriors, per sumar fluxos econòmics de diferents períodes d'un projecte amb l'objectiu de determinar la seva rendibilitat és necessari actualitzar tots els fluxos perquè concordin amb el valor present utilitzant una taxa de descompte temporal D, de manera que un euro avui equivaldrà demà a $[1 / (1 + D)]$ euros.

2.4. La rendibilitat del projecte. El VAN i la TIR

El valor actual d'un projecte es correspon amb el seu valor present. Suposem que un projecte que durant T anys genera uns beneficis nets (beneficis-costos) de X_i (en què i és l'any corresponent) expressat en unitats físiques per any. Aquestes X_i hem valorar-les en diners per poder calcular el valor actual del projecte, i aquesta valoració es pot fer de dues maneres diferents:

	0	**1**	**2**	**...**	*T*
Unitats físiques	X_0	X_1	X_2	...	X_t
Unitats monetàries corrents	p_0X_0	p_1X_1	p_2X_2	...	p_tX_t
Unitats moneàries constants (base any 0)	p_0X_0	p_0X_1	p_0X_2	...	p_0X_t

1) Utilitzant els preus de cada any (p_0, p_1, ..., p_T) de manera que obtindríem tots els beneficis nets expressats en unitats monetàries corrents, i hauríem de tenir en compte que aquests preus aniran canviant a causa de la inflació (deflació).

2) Utilitzant sempre els preus d'un mateix any, al qual denominem ***any base*** (per exemple, l'any inicial p_0), de manera que tots els beneficis quedarien expressats en unitats monetàries d'aquest any base (unitats monetàries reals). Així el problema de la variació de preus entre períodes quedaria eliminat.

Si la taxa de descompte real (δ) indica la preferència del consum present respecte del consum futur un cop aïllada la variació de preus, i la taxa de descompte nominal (D) indica la preferència del consum present respecte del futur incloent la variació de preus, llavors, per calcular el valor actual del projecte (VA) s'usa la taxa de descompte real δ, quan els fluxos estan expressats en unitats físiques o en unitats monetàries constants, o la taxa de descompte nominal D, quan els fluxos estan expressats en unitats monetàries corrents. La relació entre la taxa nominal D, la real δ i la taxa d'inflació π és:

$$(1 + D) = (1 + \delta) \cdot (1 + \pi)$$

2.4.1. Criteris de rendibilitat: VAN i TIR

El **valor actual net (VAN)** és una mesura de rendibilitat en termes absoluts que s'obté agregant, mitjançant la taxa de descompte, els fluxos corresponents a un projecte referint-los al seu període inicial:

$$\text{VAN} = \sum_{t=0}^{T} \frac{B_t - C_t}{(1+d)^t} \qquad 3.1$$

- B_t = beneficis any t
- C_t = costos any t
- d = taxa de descompte

1) El VAN sempre existeix i és únic (el seu principal avantatge en relació amb altres criteris de rendibilitat).

2) Si el projecte és una inversió serà desitjable si el VAN és positiu i, *ceteris paribus*, es preferirà el projecte amb més VAN.

3) Hi ha casos en què pot estar justificat acceptar projectes amb VAN negatiu (per exemple, quan constitueixen la via de finançament més barata per a un altre projecte rendible que s'executa en paral·lel).

La **taxa interna de rendiment (TIR)** és una mesura de rendibilitat en termes relatius. Es defineix com la taxa de descompte que fa que el VAN sigui nul.

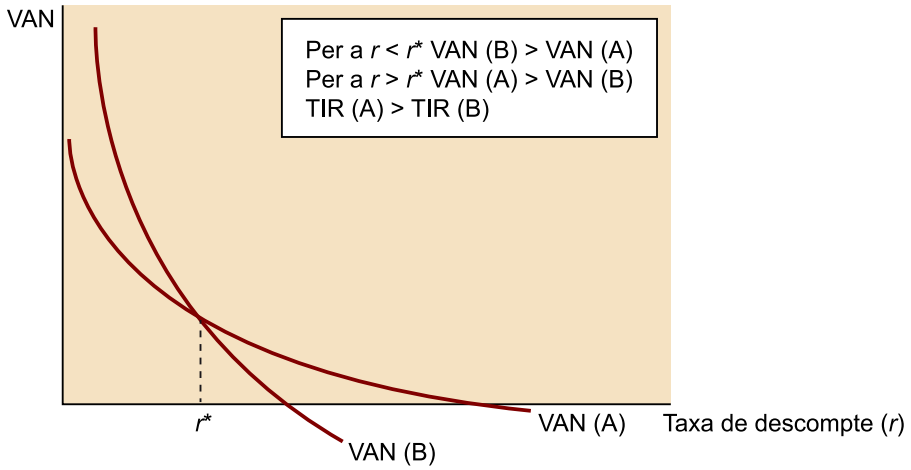
$$\text{VAN} = \sum_{t=0}^{T} \frac{B_t - C_t}{(1+\text{TIR})^t} = 0 \qquad 3.2$$

La regla de decisió serà acceptar aquells projectes amb TIR superior a la taxa de descompte i rebutjar els que tinguin una TIR inferior.

La TIR és una mesura molt intuïtiva, però té alguns problemes:

- Pot no existir (això sempre passa, per exemple, quan tots els fluxos tenen el mateix signe: beneficis o pèrdues).
- Pot ser múltiple (el resultat del càlcul és una arrel).
- No té en compte el moment en què s'executa un projecte.
- No serveix per comparar projectes de durades diferents.

Finalment, cal dir que tant el VAN i com la TIR poden donar lloc a resultats contradictoris (com pot passar en dos projectes A i B quan les seves funcions VAN es creuen).



3. Introducció a les lectures

En aquest mòdul hi ha un total de dues lectures obligatòries i dues lectures complementàries. Aquestes lectures se centren en l'estudi de la metodologia de l'anàlisi cost-benefici com a tècnica de presa de decisions públiques en matèria de despesa.

Les lectures 1 i 2, que són materials docents de la UOC, presenten la metodologia de l'ACB. A la **lectura 1** s'explicita la necessitat de definir correctament la dimensió del projecte, tant des del punt de vista de l'espai com des del del temps, per tal de, primer, detectar els impactes del projecte i, després, classificar-los correctament com a costos, beneficis o transferències. A la **lectura 2** es posa l'accent en dos dels criteris de càlcul de rendibilitat més importants: el valor actual net (VAN) i la taxa interna de rendiment (TIR). Es recomana que es facin tots els exercicis proposats en cadascuna d'aquestes dues lectures.

Les **lectures 3 i 4**, que són capítols de llibre, són lectures complementàries. En totes dues lectures es presenten els fonaments de la metodologia de l'ACB. En concret, a la lectura 3 es recomana llegir els apartats «El ACB y la valoración social de costes y beneficios», «Enumeración de costes y beneficios», «Evaluación de costes y beneficios», «La tasa de descuento» i «Las reglas de decisión». A la lectura 4 es recomana la lectura dels apartats «El valor actual», «Evaluación de proyectos en el sector privado», «El tipo de descuento en el sector público», «Valoración de beneficios y costes públicos» i «Algunos peligros».

4. Lectures

Lectura 1

Pasqual, J. (2013a). *Costos, beneficis i transferències* (material docent de la UOC).

Lectura 2

Pasqual, J. (2013b). *El càlcul de la rendibilitat* (material docent UOC).

Lectura 3 (lectura complementària)

Albi et al. (2009). *Análisis coste beneficio* (capítol 7).

Lectura 4 (lectura complementària)

Rosen, H. (2008). *El análisis coste-beneficio* (capítol 11).

5. Bibliografia

Albi, E.; González-Páramo, J. M.; Zubiri, I. (2009). *Economía pública* (3a. ed.). Barcelona: Ariel.

Cullis, J.; Jones, P. (1998). *Public Finance and Public Choice* (2a. ed.). Oxford: Oxford University Press.

McKean, R. N. (1958). *Efficiency in Government Through Systems Analysis*. Nova York: John Wiley & Sons Inc.

Pasqual, L. (1999). *La evaluación de políticas y proyectos: criterios de valoración económicos y sociales*. Barcelona: Icària i servei de publicacions de la UAB.

Pasqual, J. (2013). *Costos, beneficis i transferències*. Barcelona: UOC.

Pasqual, J. (2013b). *El càlcul de la rendibilitat*. Barcelona: UOC.

Rosen, H. (2008). *Hacienda pública* (7a. ed.). Madrid: McGraw-Hill / Interamericana d'Espanya, SAU.

Stiglitz, J. I.; Rosengard, J. K. (2016). *La economía del sector público* (4a. ed.). Barcelona: Antoni Bosch.

6. Conceptes bàsics

Anàlisi cost-benefici[1]: conjunt de procediments basats en l'Economia del Benestar que serveixen per orientar les decisions de despesa pública.

(1)La definició d'aquest terme prové de Rosen (2008).

Anàlisi cost-eficàcia[2]: comparació dels costos de diverses alternatives que produeixen beneficis similars, per determinar quina és la més barata.

(2)La definició d'aquest terme prové de Rosen (2008).

Beneficis d'un projecte: impacte d'un projecte que augmenta la riquesa del sistema.

Benefici econòmic[3]: benefici que obtenen els propietaris d'una empresa per sobre del cost d'oportunitat de tots els factors emprats en la producció. També es denominen ***beneficis extraordinaris***.

(3)La definició d'aquest terme prové de Rosen (2008).

(4)La definició d'aquest terme prové de Rosen (2008).

Quantitats nominals[4]: quantitats de diners que es valoren segons els nivells de preus vigents en el moment en què es reben.

Quantitats reals[5]: quantitat de diners ajustada per evitar que reflecteixi les variacions del nivell general de preus.

(5)La definició d'aquest terme prové de Rosen (2008).

Cost d'un projecte: impacte d'un projecte que disminueix la riquesa del sistema.

(6)La definició d'aquest terme prové de Rosen (2008).

Excedent del consumidor[6]: quantitat que expressa la diferència positiva entre el que un consumidor està disposat a pagar per un bé i el que en realitat ha de pagar.

Inflació: increment general del nivell de preus.

Preu ombra[7]: cost social subjacent d'un recurs o *input*.

(7)La definició d'aquest terme prové de Rosen (2008).

Taxa de descompte[8]: tipus d'interès que s'utilitza per calcular el valor actual. Nombre pel qual ha de dividir-se una quantitat de renda futura per calcular el seu valor actual.

(8)La definició d'aquest terme prové de Rosen (2008).

Taxa de descompte social[9]: taxa per la qual la societat està disposada a intercanviar un consum present per un consum futur.

(9)La definició d'aquest terme prové de Rosen (2008).

Transferència: prestació sense contrapartida; flux amb valor econòmic que passa d'un agent econòmic a un altre sense pèrdua ni generació de valor.

Taxa interna de rendiment (TIR): tipus de descompte que faria que el projecte tingués un valor actual igual a zero. Es tracta d'un mètode de selecció de projectes amb criteri de rendibilitat relativa.

Valor actual[10]: valor que té avui una quantitat de diners que es pagarà o rebrà en el futur.

(10)La definició d'aquest terme prové de Rosen (2008).

Valoració contingent: mètode d'estimació del valor de béns i/o serveis per als quals no hi ha mercat.

Valor actual net (VAN): mètode de selecció de projectes amb criteri de rendibilitat absoluta que es correspon amb el valor present d'un projecte.

7. Preguntes i temes de reflexió

1. Per què és important l'àmbit d'anàlisi d'un projecte?

2. Reflexiona sobre la importància de la classificació dels impactes del projecte com a beneficis, costos o transferències.

3. Enumera els diferents tipus de cost que s'han d'incloure en un projecte i els que no.

4. Quina diferència hi ha entre els costos socials i els costos privats d'un projecte? I entre els beneficis socials i els beneficis privats?

5. Reflexiona sobre l'afirmació següent: «S'han d'incloure al mercat tots els impactes d'un projecte independentment de la seva valoració».

6. Reflexiona sobre les similituds i les diferències entre el VAN i la TIR com a mètodes de càlcul de la rendibilitat d'un projecte.

7. Quina importància té el temps en el càlcul de la rendibilitat d'un projecte?

8. Reflexiona sobre les conseqüències d'utilitzar la taxa de descompte correcta, nominal o real, en funció de si els fluxos del projecte estan expressats en termes nominals o reals.

9. Reflexiona sobre la importància de definir els projectes com a projectes d'inversió o com a projectes de crèdit i l'efecte que això té sobre el resultat d'utilitzar el VAN o la TIR com a mètodes de càlcul de rendibilitat.

10. Hi ha altres mètodes alternatius al VAN i la TIR com a mètodes de càlcul de la rendibilitat de projectes?

8. Lectura 1

8.1. Costos, beneficis i transferències

Se sol pensar que les nocions de *cost* i *benefici*, tant individualment com socialment, són intuïtives i simples. És cert que es tracta de conceptes simples, però l'experiència ensenya que alguns resulten difícils i contraintuïtius quan es tracta d'aplicar-los en situacions reals.

Cal superar esculls importants. En primer lloc, no tots els costos i beneficis són fàcils d'identificar; en segon lloc, no és evident quan un mateix cost o benefici és rellevant i, per tant, s'ha de tenir en consideració. El que s'aprèn en la vida quotidiana no ajuda gaire, ja que es tendeix a identificar ingrés amb benefici i despesa amb cost. Per regla general s'ignoren les diferències entre el càlcul comptable, el financer i l'econòmic i, sens dubte, entre l'individual i el social. El resultat de la barreja de conceptes i tècniques sol ser un garbuix de càlculs d'impossible interpretació.

Com que volem assegurar el coneixement d'una cosa molt bàsica, en aquest text recorrem a la costosa tècnica de l'ensenyament programat lineal. L'estructura és molt simple: dividim la informació necessària en partícules elementals i l'ordenem de manera lògica de menys a més complexitat. Partim sempre de zero, com si no tinguéssim més coneixement previ d'economia que el contingut en les unitats anteriors d'aquest text. Cadascuna de les partícules conceptuals forma una unitat que es compon de a) la descripció del concepte, b) exemples, c) exercicis resolts, d) exercicis proposats i e) autoavaluació; en algun cas, oferim una extensió opcional que va dirigida a l'usuari que està interessat a aprofundir-hi. Superada una unitat passem a la següent. S'entén que en passar l'última unitat s'assoleix l'objectiu.

Recorrem també a l'ús d'una certa redundància per a fixar millor idees i conceptes. Com que costos i beneficis són simètrics n'hi hauria prou amb explicar els uns o els altres; no obstant això entenem que l'ús d'un concepte com el d'*externalitat* queda més clar si l'expliquem en el cas negatiu –cost extern– i, a més, en el positiu –benefici extern.

És probable que trobeu que tot és massa fàcil, amb passos massa petits i amb excés d'exemples i exercicis, i tingueu la temptació d'anar més de pressa, saltant etapes fins i tot. No hi ha res a objectar a la utilització de dreceres, però convé assegurar-se que no es queda res important pel camí, fins i tot si teniu una bona formació en economia. El procediment funciona raonablement bé i ofereix un mínim de garanties en la mesura que se segueix.

8.1.1. Costos i beneficis: privats i externs

Cost personal o privat (CP)

La noció de *cost* és intuïtiva a nivell personal. Es percep com un cost qualsevol pagament que es fa, un esforç personal i la disminució de riquesa en sentit ampli, com el pagament de la factura de telèfon, el trencament accidental d'una cadira o un queixal i l'esforç necessari per a rentar la vaixella o pintar el menjador. Així mateix, s'incorre en un cost si, per la raó que sigui, s'impedeix, dificulta o retarda l'ús d'un recurs o la materialització d'un benefici.

En tot cas, el que es busca és el *cost econòmic*. Algun cost econòmic coincidirà amb un pagament però, com s'ha vist, hi ha costos que no representen cap despesa. La noció de *cost* en economia no té res a veure, per regla general, amb el denominat *cost històric* o els costos imputats, entre altres tipus de cost que es fan servir en comptabilitat.

Hi ha altres costos menys tangibles, com la molèstia provocada pel servei de recollida de residus urbans, la mala decoració del lloc de treball o la desaparició d'una espècie. Un cost més abstracte però que cal tenir en compte és el *cost d'oportunitat*, que explicarem amb detall més endavant.

Benefici personal o privat (BP)

Des de la perspectiva privada, també la idea de *benefici* és intuïtiva. Es percep com un benefici[11] un augment de la riquesa en la forma que sigui, un regal o qualsevol cobrament. Es produeix un benefici si s'elimina alguna restricció sobre l'ús de recursos o la materialització d'algun benefici i també quan s'avança la realització d'un projecte rendible.

(11) *Benefici* s'entén aquí com a benefici brut, és a dir, sense incorporar cap cost.

Altres beneficis són les millores estètiques o mediambientals, menys tangibles però igualment importants, com l'esmentat en *El Quixot*:

> "La libertad, Sancho, es uno de los más preciosos dones que a los hombres dieron los cielos; con ella no pueden igualarse los tesoros que encierran la tierra y el mar: por la libertad, así como por la honra, se puede y debe aventurar la vida."

Els beneficis poden coincidir amb ingressos però no sempre ocorre.

Benefici privat net (BPN)

El benefici privat net, BPN^A, de la persona *A* és igual a la suma de tots els beneficis privats (bruts), BP_j^A, de què gaudeix menys la suma de tots els costos privats, CP_j^A, que suporta, $j = 1, \ldots, J$, és a dir:

$$BPN^A = \Sigma BP_j^A - \Sigma CPP_j^A \qquad 3.3$$

Amb aquesta informació ja podeu resoldre els dos exercicis que us proposem a continuació. El primer exercici és molt fàcil i simple.

Exercici 1

En Jaumet compra una casa al preu P1, la ven per P2, la torna a comprar per P3 i la ven una altra vegada per P4. Tot això en un mateix dia. Determineu el benefici privat net (BPN) que aconsegueix en Jaumet.

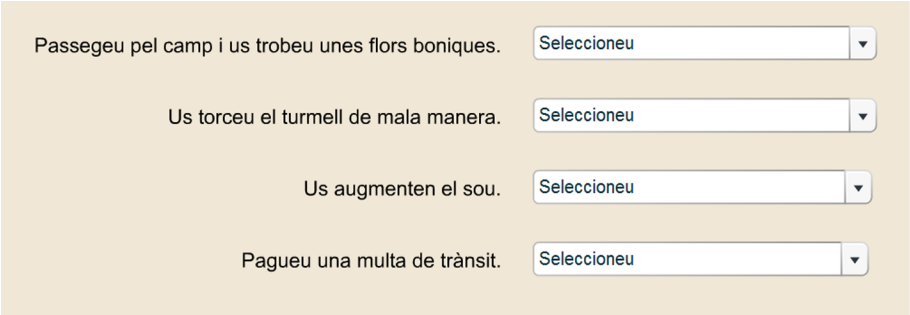
L'exercici següent és diferent de l'anterior, encara que tal vegada no ho sembli, i requereix un mínim de reflexió.

Exercici 2

El senyor Gregorio Rodríguez compra accions al preu P1 al mercat continu. En uns minuts el preu puja a P2, dues hores després es desploma fins a P3 per a tornar a pujar al cap de poca estona a P4. En aquest moment el senyor Rodríguez ven al preu P4, espantat per l'alta volatilitat d'aquestes accions. Determineu el guany net (BPN) del senyor Rodríguez.

Exercici 3. Despesa i cost. Ingrés i benefici (exercici d'aparellament)

Trobeu la parella de cada element de l'esquerra entre els de la dreta.



WEB
Recurs interactiu només accessible al web.

Cost extern (CE)

S'entén per *cost extern* –o *externalitat negativa*– qualsevol cost que s'imposa involuntàriament a qualsevol persona.

El veí organitza una festa que us manté desperts fins a altes hores de la matinada.

La lògica del mercat comporta el consum d'aliments amb pesticides, plom, mercuri, arsènic i antibiòtics, la qual cosa provoca uns costos que el productor no té en compte perquè són externs.

Algunes normes, com l'obligació per a tots els conductors de conduir per la dreta (o l'esquerra), responen a la necessitat de limitar certs costos externs.

Que el cost és extern significa que no el suporta la persona o el grup que el provoca sinó que recau en d'altres. Que els costos externs se suportin fora de l'àmbit rellevant de qui els provoca és el que causa aquesta anomalia.

El càlcul econòmic privat està esbiaixat perquè ignora els costos externs. En conseqüència, les decisions preses mitjançant aquest càlcul no seran eficients en la mesura que infravaloren els costos econòmics. Els costos es poden dividir, doncs, en privats o personals i externs.

Benefici extern (BE)

Es diu que un benefici és extern –externalitat positiva– quan, com a conseqüència no buscada d'una activitat, algú rep un benefici. Igual que ocorre amb els costos externs, els beneficis externs tampoc no es tenen en consideració en els càlculs privats.

Es restaura la façana d'un edifici modernista preciós perquè beneficia els seus propietaris. No obstant això, qui el contempli també obtindrà un benefici (extern) sense incórrer en cap cost. Se suposa que l'augment de la cultura o la instrucció d'un individu comporten un benefici per a tota la societat en conjunt.

La condició essencial perquè un impacte –un cost o un benefici– sigui extern és que aquest impacte no passi pel mercat íntegrament.

Que un impacte sigui privat o extern no és una cosa immutable, sinó que depèn de la manera com estiguin assignats els drets de propietat en un moment determinat. Per tant, és possible *privatitzar* (internalitzar) un impacte extern i *externalitzar* (socialitzar) un impacte privat.

Una cafeteria clàssica, per exemple, ha d'assumir els costos de netejar tasses, plats, etc. i recollir les escombraries que genera. Per contra, alguns establiments moderns que atenen la demanda de menjar pel carrer aconsegueixen *externalitzar* aquests costos privats mitjançant l'ús de recipients d'un sol ús que els consumidors llençaran a qualsevol lloc. Un taller de reparació de motocicletes fa servir com a aparcament bona part de la vorera fins que una norma municipal li ho impedeix i ha de llogar un espai addicional; en aquest cas, el taller havia socialitzat un cost que, gràcies a la norma, es torna a privatitzar.

Exercici 4

Trobeu la parella de cada element de l'esquerra entre els de la dreta.

La Juani es troba un bitllet de 5 euros.	Seleccioneu
Com que els veïns d'en Jaumet són molt fredolics no cal que encengui la calefacció.	Seleccioneu
L'Ignasi gaudeix del bon ambient generat per la cultura del país on viu.	Seleccioneu
La Milagros cobra la pensió de viduïtat.	Seleccioneu
La senyora Carme suporta el soroll de les ambulàncies.	Seleccioneu
XX espera la seva parella durant dues hores.	Seleccioneu
El senyor Rodrigo paga un impost.	Seleccioneu
En consumir un refresc, en Jordi produeix unes quantes escombraries.	Seleccioneu

WEB

Recurs interactiu només accessible al web.

Cost i benefici total, mitjà i marginal

Per a qualsevol cost o benefici, se'ns pot calcular el total, el mitjà i el marginal (o incremental), com es mostra en l'exemple següent.

En Pepet té una gana de llop i, com que està sol i són les quatre de la matinada, especula sobre la possibilitat de preparar-se uns canapès. En Pepet pagaria un màxim de 15 (BP') pel primer canapè, 9 pel segon, 4 pel tercer i res per un canapè addicional. El cost dels canapès és d'1 (CP') pel primer, 3 pel segon i 8 pel tercer. Aquesta informació sobre els beneficis marginals, BP', i els costos marginals, CP', per a cada unitat de canapè es resumeix en la taula següent.

	1a.	2a.	3a.
BP'	15	9	4
CP'	1	3	8

El raonament d'en Pepet és simple: l'interessa preparar un canapè perquè el seu valor ($BP_1' = 15$) supera el seu cost ($CP_1' = 1$), per la mateixa raó convé preparar un canapè més ($BP_2' = 9 > CP_2' = 3$) i, per contra, amb un tercer canapè perdria ($BP_3' - CP_3' = -5 < 0$). La regla que ha seguit en Pepet és la rellevant per a prendre decisions econòmiques: la comparació dels beneficis marginals (BP') amb els costos marginals (CP'); el consum òptim es produeix sempre amb la major quantitat possible d'unitats per a les quals el benefici marginal (B') no és inferior al cost marginal (C').

El cost total de producció és de $CP_2^T = 1 + 3 = 4$ i el benefici total de $BP_2^T = 15 + 9 = 24$. El cost mitjà és de $CP_2^A = (1 + 3)/2 = 2$ i el benefici mitjà de $BP_2^A = (15 + 9)/2 = 12$. El benefici net és de $BPN_2^T = (15 + 9) - (1 + 3) = 20$.

En tot cas, convé tenir present que per a la presa de decisions només són rellevants els costos i beneficis marginals o incrementals.

8.1.2. Transferències i costos i beneficis socials

Transferències (T)

En una transferència pura no es crea ni es destrueix cap riquesa, només canvia de lloc o de propietari, sense que es produeixi cap efecte econòmic directe.

El cas més simple de transferència és el de la persona que agafa unes monedes de la butxaca dreta i les col·loca a l'esquerra.

Quan una persona, una empresa o organització paga impostos incorre en un cost privat, si rep una subvenció gaudeix d'un benefici privat, però en ambdós casos es tracta de transferències si es té en compte el conjunt de la societat.

En una compravenda els pagaments coincideixen amb els cobraments; per tant, es tracta de transferències, transferències que fan possible un intercanvi que és beneficiós per a ambdues parts.

Suposem que A i B són dues persones amb idèntiques preferències i renda; si la persona A cedeix 30 pomes seves a la persona B, llavors A suporta un cost privat per valor de 30 pomes que és exactament igual al benefici privat que aconsegueix B. La quantitat total de pomes en el sistema es manté invariable; no hi ha ni cost ni benefici social perquè

no es produeix ni es destrueix res, sinó que es tracta d'una simple transferència, com es reflecteix en la taula següent:

Exemple de transferències pures

	Cost privat	Benefici privat	BPN
A	–30	0	–30
B	0	30	30
Total	–30	30	0

Vegem què ocorre si A i B no són idèntics. Suposem que el valor de 30 pomes per a A és de 30 unitats monetàries (u. m.) i per a B de 50 u. m. i que A cedeix a B les seves pomes per 45 u. m. En aquest cas, tant A com B guanyen gràcies a l'intercanvi. A obté un benefici privat net de 15 perquè en rep 45 pel que ell valora en 30; el de B és de 5, perquè rep pomes per valor de 50 i en paga 45; en total els guanys de l'intercanvi són de 15 + 5 = 20. Amb l'intercanvi s'aprofita al màxim el valor de les pomes i es guanya 50 – 30 = 20; el cobrament de A coincideix amb el pagament de B, és una transferència que permet dur a terme l'intercanvi (vegeu la taula següent).

Exemple de guany mitjançant transferències

	Cost privat	Benefici privat	BPN
A	–30	45	15
B	–45	50	5
Total	–75	95	20

Costos socials (CS)

El cost social incorpora tots els costos econòmics. El cost social inclou, doncs, els costos que des del punt de vista privat són externs. La raó és simple: la perspectiva social té en compte tots els costos que suporta qualsevol persona.

Es produeix un cost social quan es destrueix totalment o parcialment un bé o un recurs escàs o s'impedeix que algú l'usi.

Nota

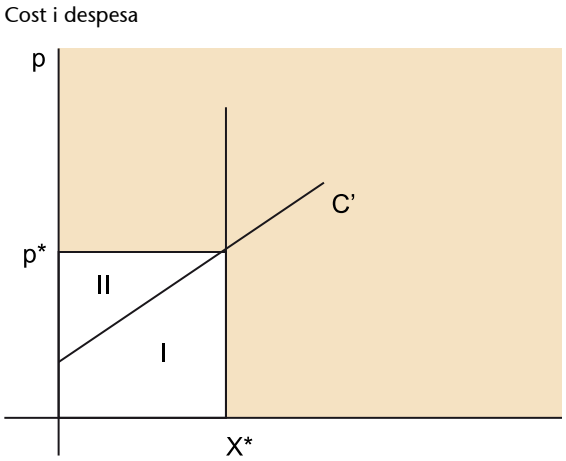
El contrari de bé o recurs escàs seria un *bé lliure*.

El cost social és la suma de tots els costos econòmics privats de totes les persones implicades i no inclou les transferències, com és el cas dels impostos.

Sobren exemples. Es crema un bosc. Un edifici es manté en desús durant anys. Es contamina el sòl amb residus químics. Se sobreexplota un aqüífer o un recurs pesquer. Una norma social impedeix l'ús de roba més adequada.

Quan un individu pren la decisió de circular amb un automòbil només té en compte els costos privats, temps, gasolina i poc més. Des del punt de vista social, s'incorporen també els costos que, com la contaminació que es provoca i l'augment de la congestió del trànsit, s'ignoren en el càlcul privat; en el càlcul social no es tenen en compte impostos, subvencions ni altres possibles transferències que sí que formarien part del privat.

Considereu ara un cas de mercat. Suposem que p* = 12 és el preu d'un bé intermedi ofert segons la regla competitiva i C = 100 euros el cost total de producció de 10 unitats, que és la quantitat d'equilibri competitiu. L'oferent té un cost total privat de 100 euros i el cost total social és, així mateix, de 100; no obstant això, el cost total privat per al comprador és de 120 euros, ja que aquesta és la seva despesa total (vegeu la figura següent).



Per al comprador de X*, el cost privat coincideix amb la seva despesa: àrea (I + II). El cost privat per al productor és l'àrea I, i coincideix amb la seva despesa i amb el cost social.

Convé tenir en compte que qualsevol cost recau sempre en algun individu o un grup de persones. Per tant, si no hi hagués cap persona afectada no hi hauria cap cost social.

Beneficis socials (BS)

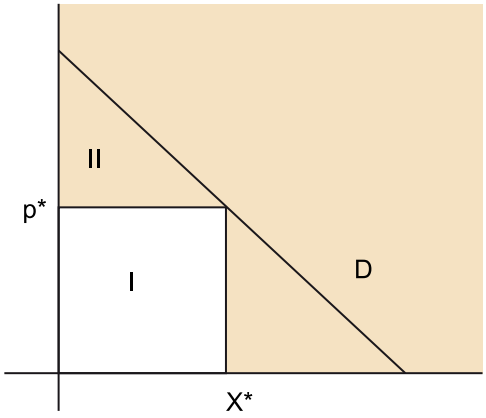
El benefici social és el resultat de l'agregació de tots els beneficis econòmics que reben les persones, inclosos els beneficis que des d'una perspectiva privada serien externs.

El benefici social és la suma de tots els beneficis econòmics privats i no inclou les transferències com les subvencions, per exemple.

Apareix un benefici social sempre que augmenta la riquesa total disponible, millora l'ús d'un recurs o es fa servir una tecnologia de producció més eficient.

Vegem el benefici social d'un intercanvi. Suposem que p* = 12 és el preu d'un bé ofert en un mercat perfecte i V = 200 la valoració (bruta) de la quantitat d'equilibri, que és de 10 unitats. Per a l'oferent és com si el benefici (brut) d'aquestes 10 unitats fos només de 120 perquè aquest és l'ingrés, encara que el benefici social és de 200 (vegeu la figura següent).

Ingrés i benefici



Per al productor de X* el seu benefici privat (brut) és l'ingrés que rep, àrea I. El benefici social és igual a I + II.

8.1.3. El benefici social net (BSN)

El benefici social net (BSN) és la diferència entre el benefici social (BS) i el cost social (CS):

$$BSN = BS - CS$$

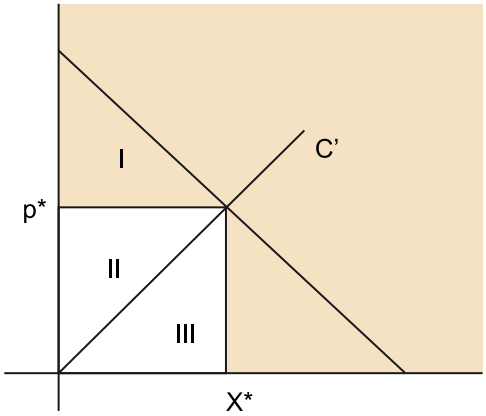
El BSN es pot calcular a partir de la diferència entre tots els beneficis privats i tots els costos privats: $BS = \sum SBP_j - \sum SCP_j$, $j = 1, \ldots, J$. Calculant el BSN d'aquesta manera, es pot prescindir de la tasca d'identificació dels costos i beneficis privats que són meres transferències perquè es cancel·len de manera automàtica. A partir de l'exemple reflectit en la taula anterior s'ha confeccionat la taula següent, en què les transferències s'han destacat en negreta.

Costos i beneficis privats i socials amb transferències

	Cost privat	Benefici privat	BPN
A	–30	**45**	15
B	**–45**	50	5
Suma	–75	95	20
Total o social	–30	50	20

En un mercat el benefici social net és la suma dels guanys de l'intercanvi de productors i consumidors, com es reflecteix en la figura següent.

Benefici social net de l'intercanvi



El valor o benefici privat brut per al consumidor de X* és (I + II + III), paga (II + III) i el seu benefici privat net (excedent) és I. El cost per al productor és de III, ingressa (II + III) i guanya II. El benefici social net és de (I + II). El BSN = BS – CS = (I + II + III) – (III) = (I + II).

Exercici 5

Empleneu tots els buits i premeu el botó "comprovar" per veure si les vostres respostes són correctes.

El cost marginal de producció de taronges és C' = 6 i la valoració marginal, V', per a la 1a., 2a., ..., 6a. unitat és de 12, 10, 8, 4, 4 i 2. Es tracta de trobar el benefici social net (BSN) de la producció i consum de taronges.

La quantitat òptima X* que cal produir és la més gran que compleix V'x ≥ C'.

En aquest cas X* = [ ] ja que V'3 ≥ C' > V'4. La valoració total, o sigui el benefici social brut, és de BS = V'1 + V'2 + V'3 = [ ] ja que es consumeix tota la producció. El cost social total és de CS = 3C' = [ ].

Per tant, el benefici social net és de BSN = BS – CS = [ ].

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

Exercici 6. Transferències i costos i beneficis socials

1) Per al fabricant de cervesa negra l'ingrés per unitat venuda és d'IP i el cost de producció de CP. El consumidor de cervesa negra obté una satisfacció bruta valorada en BC. El cost o benefici ambiental a causa de la producció d'una cervesa addicional és d'EP i el provocat pel consum d'EC. Calculeu el benefici net per al productor BNP, per al consumidor BNC i el social BSN.

a) BNP = IP – CP
BNC = BC – IP
BSN = BC – CP

b) BNP = IP – CP – EP
BNC = BC – IP – EC
BSN = BC – CP – EP – EC

c) BNP = IP – CP
BNC = BC – IP
BSN = BC – CP – EP – EC

d) BNP = IP – CP
BNC = BC – IP
BSN = IP – CP – EP – EC

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

2) Un col·lectiu social determinat, amb les tarifes habituals de transport públic (P = 10 euros/viatge), consumeix efectivament Q = 70 unitats de viatge. Estimada la demanda de transport per a aquestes persones, es conclou que, si a aquest col·lectiu se li oferís un passi intransferible i personal de transport gratuït (P' = 0), consumiria Q' = 200 unitats de viatge. El cost total del servei no augmenta com a conseqüència del projecte i, a més, tampoc no es modifiquen els paràmetres de qualitat del servei. El cost d'aquest projecte

de transport gratuït seria de c = 700 euros per a l'Ajuntament, segons el portaveu de l'equip al Govern, o de 2.000 euros, si es tenen en compte els càlculs fets pels tècnics de l'oposició. Determineu el cost c per a l'Ajuntament i el cost social C.

a) c = 2.000; C = 2.000

b) c = 700; C = 2.000

c) c = 2.000; C = 700

d) c = 700; C = 700

e) c = 700; C = 0

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

3) Un mecenes cedeix gratuïtament un immoble, valorat en P euros, amb la condició que es destini a usos socials. L'Ajuntament accepta l'immoble i el fa servir en el projecte F, que comporta uns costos de C euros i uns beneficis bruts de B euros. Calculeu el benefici social net (BSN).

a) BSN = P + B – C

b) BSN = B – P – C

c) BSN = B – C

d) BSN = B – P – C – F

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

8.1.4. Costos i beneficis: casos especials

Cost d'oportunitat

El cost d'oportunitat (CO) és el benefici net que s'hauria obtingut amb la millor alternativa enfront de l'opció triada.

Hi ha altres definicions de *cost d'oportunitat*. La que predomina utilitza el benefici brut i funciona bé quan totes les alternatives requereixen exactament la mateixa quantitat de recursos, com ocorre, per construcció, a la popular frontera de possibilitats de producció (vegeu production possibility frontier or corbi en la Viquipèdia). S'ha preferit la definició de *CO* en termes de benefici net perquè permet comparar alternatives amb independència de si la quantitat de recursos que necessita cadascuna és o no la mateixa. El motiu de l'elecció és, doncs, tant d'ordre pràctic com per coherència interna. Trobareu una ressenya històrica breu sobre el concepte de *cost d'oportunitat* en cep.newschool.edu.

El cost d'oportunitat per l'ús d'un recurs, com un solar urbà, un bosc o un diamant, és el benefici net que es podria obtenir amb el millor dels usos alternatius possibles.

Donades dues opcions X_1, X_2, el CO de X_1 és el benefici net (BN) de X_2 i el CO de X_2 és el benefici net de X_1. Dit d'una altra manera, $CO(X_1) = BN_{X2}$ y $CO(X_2) = BN_{X1}$.

Suposeu ara que hi ha X_1, ..., X_h, ..., X_n opcions ordenades de millor a pitjor, de manera que X_1 és la millor, X_2 la segona millor, etc. i X_n la pitjor. Si es tria la millor, $CO(X_1) = BN_{X2}$ ja que la millor alternativa a X_1

és X_2. Per a qualsevol altra elecció el CO serà sempre el BN de BN_{X1}, ja que no hi ha millor alternativa que la millor opció, que és X_1. En resum, $CO(X_1) = BN_{X2}$ y $CO(X_k) = BN_{X1}$, $k = 2, \ldots, n$.

El cost d'oportunitat es produeix encara que no es dugui a terme cap transacció. És freqüent oblidar aquest cost econòmic quan no va acompanyat de moviments de diners, de manera que es confon despesa amb cost.

Ofereixen un regal a en Carles el dia del seu aniversari. Pot triar el que vulgui entre dues opcions: un rellotge i una agenda electrònica. Per a en Carles és millor el rellotge ja que el valora en 100 euros mentre que la seva valoració de l'agenda és de 70 euros. Suposeu que en Carles no pot vendre ni transferir el regal que triï de cap manera. En Carles tria el rellotge i ha de renunciar a l'agenda o sigui que el seu cost d'oportunitat és, llavors, de 70 euros.

En Carles ha triat bé perquè amb aquesta operació obté una quantitat, $B_r = 100$, que és superior al cost d'oportunitat, $CO_r = 70$. Si hagués optat per l'agenda s'hauria equivocat perquè el valor del que aconsegueix, $B_a = 70$, és inferior al valor a què es renuncia, $CO_a = 100$. En Carles pren la decisió encertada en triar el rellotge, ja que obté un *cost d'oportunitat net* de $CON_r = BN_a - BN_r = 70 - 100 < 0$. Per contra, s'equivocaria optant per l'agenda ja que llavors $CON_a = BN_r - BN_a = 100 - 70 > 0$.

Cost d'oportunitat net (CON). Donades les opcions $X_1, \ldots, X_h, \ldots, X_n$, opcions ordenades de millor a pitjor, si es tria la millor, X_1, CON_{X1} és el benefici net de la millor alternativa –que és X_2– menys el de l'opció triada, per tant el $CON_{X1} = BN_{X2} - BN_{X1}$. Si es tria qualsevol opció diferent de la millor (X_1), com X_h, llavors $CON_{Xh} = BN_{X1} - BN_{Xh}$.

Exercici 7 (CO1)

En Bart està examinant les possibilitats de dues inversions financeres I i II i, com que no disposa de recursos propis, haurà de recórrer als crèdits C_I i C_{II}, respectivament. Per a la inversió I és necessari disposar de 3 milions d'euros en el moment 0 (t = 0), que es converteixen en 6 en el període següent (t = 1). La II és millor encara perquè amb 4 milions en el moment 0 se n'obtenen 9 en l'1. El crèdit C_I té un cost del 33,3% i està limitat a un màxim de 3 milions. El C_{II} té un límit molt més alt però també és més car; el preu és del 100%. Les característiques d'aquestes operacions es mostren en la taula.

	0	1	TIR
I	–3	6	100%
II	–4	9	125%
C_I	3	–4	33,3%
C_{II}	4	–8	100%

La TIR mostra la taxa de creixement del capital, la rendibilitat en el cas de les inversions i el cost quan es tracta d'un crèdit.

La inversió II sembla més rendible, però això seria cert si el mercat de capitals fos perfecte, i no és el cas. Si tenim en compte tant la inversió com la forma concreta de finançament, el resultat és immediat, és preferible la inversió I, perquè el benefici net de I és de $BN_I = 6 - 4 = 2$ milions, mentre que el de II és de solament un milió, $BN_{II} = 9 - 8 = 1$. El $CO_I = BN_{II} = 9 - 8 = 1$ i el $CON_I = BN_{II} - BN_I = 1 - 2 = -1 < 0$, la qual cosa indica que la inversió I és preferible a la II.

En Raimundo, desesperat per la falta d'èxit dels seus propòsits, es dirigeix a un centre especialitzat, un dels millors del món, perquè l'ajudin a resoldre el seu problema. El seu

cas és greu, per la qual cosa el pressupost que li presenten per al tractament de bellesa necessàriament llarg i complex ascendeix ni més ni menys que a R euros. Com que el benefici esperat del tractament és de B, i B > R, sembla que és interessant seguir el tractament. No obstant això, la condició B > R és necessària però no suficient per a aprovar el projecte, ja que cal tenir en consideració el cost del temps (C_T) que en Raimundo haurà de fer servir en el tractament. El projecte serà rendible si i només si $B > R + C_T$.

Exercici 8 (CO2)

Exercici 9 (CO3)

Exercici 10 (CO4)

Vegem ara una aplicació interessant del concepte de *CO*. Hi ha un conflicte entre vianants (A) i conductors de vehicles (B) perquè ambdós reclamen més espai a la ciutat per al seu ús exclusiu. La valoració marginal de cada col·lectiu per a cada unitat de vorera i calçada addicional (V'_A i V'_B) es reflecteix en la taula següent.

Aplicació del concepte de CO

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
V'_A	100	97	91	83	77	73	71	69	67	61	0
V'_B	98	95	93	85	80	75	70	65	60	55	0

Els vianants estarien disposats a pagar 100 unitats monetàries per la primera unitat de vorera, 97 per la segona i així successivament fins a arribar a la unitat número 10, que valoren en 61, i és nul·la la valoració a partir de la unitat 10 (V'_A en la taula). Per la seva banda, els conductors pagarien un màxim de 98 per la primera unitat de calçada, 55 per la desena i zero per les següents (V'_B).

Si fos possible aconseguir 20 unitats d'espai es podria acontentar a tothom però només se'n pot disposar de 5 unitats. Es tracta, doncs, de repartir aquestes 5 unitats entre A i B de la millor manera possible, és a dir, de manera que el benefici social sigui màxim.

El problema és tan simple que es pot solucionar de manera directa pel *compte de la vella*: n'hi ha prou amb seleccionar els cinc valors més alts de la valoració marginal, que són els marcats en negreta en la taula:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
V'_A	**100**	**97**	91	83	77	73	71	69	67	61	0
V'_B	**98**	**95**	**93**	85	80	75	70	65	60	55	0

S'hauria trobat la mateixa solució aplicant el que sabem sobre el CO pas a pas. La unitat 1 que val 100 l'assignem als A perquè el CO –la millor alternativa– val menys, 98. La unitat 2 s'assigna als B perquè el seu valor de 98 és més gran que el seu CO, el valor de la millor alternativa que és de 97 si s'assigna als A.

La 3 s'assigna als A, val 97 i el seu CO és de 95. La 4 s'assigna als B, val 95 i el seu CO és de 93 perquè la millor alternativa no és assignar la unitat 4 als A sinó als B una altra vegada. La 5 s'assigna als B, val 93 i el seu CO és de 91.

El procediment és correcte però, per fortuna, hi ha una manera més fàcil i ràpida de saber si s'ha solucionat el problema: n'hi ha prou que la valoració marginal de l'última unitat assignada sigui més gran que el seu CO. Per a trobar la solució el més pràctic és reescriure la taula de valoracions marginals de la manera següent.

Primer s'escriuen les valoracions marginals dels A (V'_A) de més gran a més petita des de la primera fins a l'última unitat disponible, cinc en aquest cas.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	
$V'_A \rightarrow$	100	97	91	83	77	

A continuació, es procedeix de la mateixa manera amb les valoracions marginals dels B però escrivint de dreta a esquerra:

	5	**4**	**3**	**2**	**1**	
	80	85	93	95	98	**$\leftarrow V'_B$**

En ajuntar les valoracions dels A i els B queda:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	
$V'_A \rightarrow$	**100**	**97**	91	83	77	
	80	85	**93**	**95**	**98**	**$\leftarrow V'_B$**
	5	4	3	2	1	

Amb les dades d'aquesta taula, que apareixen *com si* la V'_A fos la demanda i la V'_B l'oferta, la solució al problema és simple i mecànica. S'assignen unitats als A sempre $V'_A > V'_B$, dues en aquest cas, i es deixen les restants, en aquest cas tres, als B. Com era esperable, el valor de l'última unitat assignada (93) supera el seu CO (91), cosa que indica sense cap dubte que l'assignació és la millor possible.

La versió amb funcions contínues d'aquest procediment és molt útil per a examinar l'acció de marcatge en repartir una quantitat fixa d'un recurs, com terra o capital, per exemple, entre dos usos alternatius.

Costos irrecuperables (*sunk cost*) (CI) i beneficis incondicionats (BI)

Un cas típic i que dóna lloc a nombrosos errors quan es tracta de prendre decisions és el dels costos irrecuperables o inevitables, més coneguts com *sunk cost*. Per regla general, la principal dificultat no és tant calcular un cost com saber quins costos s'han de tenir en compte i quan.

Quan s'ha produït un cost que no varia amb independència de si es duu a terme o no un projecte específic X, es diu que és un *cost irrecuperable* i no s'ha de tenir en consideració en la presa de decisions.

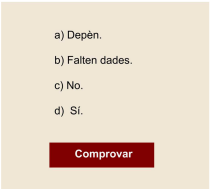
Per a assistir a una festa us heu de desplaçar, la qual cosa representa un cost de C1, i contribuir a les despeses d'organització per valor de C2. Si us plantegeu anar a la festa o quedar-vos a casa, els costos de la festa són C1 + C2. No obstant això, si us desplaceu fins al lloc de l'esdeveniment i una vegada allí dubteu, i heu de decidir participar-hi o no, llavors el cost rellevant és solament de C2, ja que C1 ja s'ha produït i és irrecuperable.

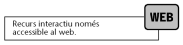
Hi ha una carretera a mig construir que es va paralitzar quan ja s'havien invertit c euros perquè, atesos els beneficis esperats B i els costos totals C, es va veure que no era rendible socialment. Malgrat això, prosseguir amb el projecte seria desitjable si B – (C – c) > 0. El cost c, que ja s'ha produït, és irrecuperable, i per tant el cost rellevant és el que cal per a acabar la carretera, o sigui (C – c). Intenteu ara trobar la solució a l'exercici següent.

La noció de *cost irrecuperable* no és absoluta sinó relativa a les característiques del projecte que s'està avaluant. Continuant amb l'exemple anterior de la carretera mig construïda, abans d'executar el projecte –avaluació *ex ante*– el cost rellevant és el necessari per a executar-lo una vegada s'ha pres la decisió. No obstant això, quan ja se n'ha invertit una part, el cost que cal tenir en compte és només el necessari per a dur a terme el projecte "acabar la carretera" – avaluació *in itinere*. Si el que es vol és una avaluació *ex post*, tots els costos efectivament produïts són rellevants.

Exercici 11. Costos irrecuperables (*sunk cost*) i beneficis irrellevants

1) Fa molta estona que faig cua, tanta, que penso que seria millor anar-me'n i tornar un altre dia. Però em sabria greu malgastar tot el temps invertit fins ara, de manera que continuaré esperant que m'atenguin. Us sembla bé?





2) El projecte JJ ha estat un fracàs. La relació de costos és llarga: CR euros per a l'avantprojecte, CP per a l'elaboració de variants del projecte, CD per a discutir, valorar i decidir el millor projecte, CA per a permisos, llicències i visats i, finalment, CT per a la compra d'un terreny. En aquest moment s'abandona el projecte JJ per raons que no és convenient divulgar. L'opinió pública s'encrueleix amb els qui han decidit executar el projecte JJ i es tracta de calcular la pèrdua P que ha provocat la decisió de dur a terme JJ, suposant que el cost del terreny CT és igual al seu valor V.

a) P = CR + CP + CD + CA

b) P = CR + CP + CD + CA

c) Falten dades.

d) P = CA

e) P = CR + CP + CD + CA + CT

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

3) Un equip d'investigadors debat la conveniència de prosseguir un projecte en el qual no s'ha produït cap avenç malgrat el temps i la quantitat generosa de recursos que ha consumit. Les opinions es divideixen, els continuistes argumenten que seria imperdonable malgastar els esforços ingents ja fets. Els radicals al·leguen que el que seria imperdonable seria no acabar d'una vegada un projecte que ja ha consumit tants recursos. Qui té raó?

a) Ni els uns ni els altres fan servir un bon argument.

b) Els radicals, que s'oposen a prosseguir el projecte amb un motiu irrefutable.

c) Els continuistes, que tenen un argument de pes.

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

4) El municipi de Z de Dalt ha rebut una subvenció de la UE per valor de S que es pot dedicar a la finalitat que prefereixi. La subvenció és benvinguda perquè, comptant amb aquest benefici inesperat, és factible dur a terme el projecte XX. El projecte XX per si sol no és rendible perquè s'obté un total de V, amb $V < 0$, però amb la subvenció s'aconsegueix $V + S > 0$. Dur a terme el projecte X és una bona decisió.

a) No.

b) Sí

c) Falten dades.

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

5) Una empresa construeix una nova planta per fabricar fil de bambú, cosa que comporta una inversió de CF. La nova manufactura té èxit i, encara que hi ha un cert excés de capacitat productiva, l'activitat actual permet aconseguir bons beneficis gràcies al preu generós a què pot vendre, P0. És possible produir per a un mercat nou a un preu molt més baix, P1, sense interferir en les vendes ni en la producció actual. Les opinions es divideixen. Hi ha qui diu que no s'hauria d'acceptar la comanda nova ja que el preu de venda P1 és inferior al cost mitjà CA i, per tant, es perdrien diners. D'altres, en canvi, al·leguen que encara que amb aquesta comanda no es guanyaria tant com amb les habituals, és convenient acceptar-la perquè el preu P1 és més alt que el cost marginal CM i, en conseqüència, es contribuiria a augmentar el benefici. A aquest argument responen els primers que la nova planta no estarà amortitzada abans de set anys al ritme actual i tal vegada es trigui segles a recuperar la forta inversió inicial si tots els "negocis" són com el que s'està proposant. Indiqueu si és convenient acceptar la comanda nova al preu P1.

a) No. Si es vengués tot a un preu igual al cost mitjà, el benefici seria nul. Per tant, és clar que si es ven per sota del preu mitjà necessàriament es perden diners.

b) No. Per a recuperar la forta inversió inicial és necessari vendre a preus que, com P0, permeten un marge de benefici suculent.

c) Sí. Amb la comanda nova es guanyarà poc, però es guanyarà.

d) Depèn de la política de l'empresa.

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

6) S'ha construït un edifici de dues plantes per a serveis socials en un solar. La valoració total bruta de les dues plantes és de V2, el cost del terreny és de CT i el de construcció CC2. Abans de començar a utilitzar l'edifici, i a causa d'un canvi polític, es planteja la possibilitat de construir deu plantes el valor de les quals seria de V10, amb uns costos de CD per a demolir l'edifici existent i de CC10 per a la nova construcció. Indiqueu en quines condicions seria convenient l'edificació nova (tots els costos i beneficis estan expressats en valor actual).

a) V10 – CD – CC10 > V2 – CC2

b) V10 – CD – CC10 > V2

c) V10 – CD – CC10 > V2 – CC2 – CT

d) És absurd demolir un edifici que encara no s'ha utilitzat per construir-ne un altre. La motivació no pot ser econòmica sinó política.

Comprovar

WEB

Recurs interactiu només accessible al web.

El joc de comptar dues vegades

Si per alguna raó voleu que un projecte aparegui com a més interessant del que és en realitat –o el contrari–, hi ha diverses opcions força creatives. Una manera clàssica consisteix a comptar més d'una vegada un mateix cost o benefici per a aconseguir el resultat volgut. Sembla una opció burda i ho és; no obstant això, pot funcionar de meravella encara que es faci servir de manera sistemàtica durant anys, com ensenyen les evidències empíriques disponibles.

S'inverteix una quantitat C per a irrigar una finca agrícola de secà. Com a conseqüència de la millora, el benefici anual augmenta, la qual cosa representa un benefici en termes de valor actual de B. A més, s'ha produït un increment del valor del patrimoni per valor de P, ja que una vegada millorada la finca val més. Per tant, el benefici net del projecte és de BN = B + P – C.

En aquest exemple s'ha comptat dues vegades el benefici del projecte. Una vegada feta la millora hi ha dues opcions, vendre la finca o explotar-la. Si es ven s'obté un benefici net de $BN_V = P – C$, i si s'explota de $BN_E = B – C$. Com que no és possible explotar la finca si ja s'ha venut, no és correcte sumar els beneficis B i P perquè es corresponen amb dues alternatives mútuament excloents.

De vegades hi ha l'acord –per contracte i fins i tot per llei– de cobrir els costos i permetre un cert marge de benefici. El mecanisme és antic i pervers perquè en aquests casos al productor l'interessa que el projecte en qüestió aparegui tan costós com sigui possible. Malgrat aquesta característica poc desitjable, aquest procediment es fa servir de manera reiterada amb èxit. La comptabilitat creativa aquí resplendeix i apareixen multitud de costos duplicats i triplicats amb denominacions diferents. Per exemple, s'inclou el cost del capital fix i el variable, el propi i l'aliè, la qual cosa no impedeix afegir-hi les amortitzacions, les reparacions i les inversions necessàries per a mantenir en bon estat instal·lacions pròpies i alienes, edificis i maquinària.

Exercici 12. Costos, beneficis i transferències

Exercici de resposta múltiple. Escolliu la resposta correcta de cada pregunta.

1) En Jaumet compra una casa al preu P1, la ven per P2, la torna a comprar per P3 i la ven una altra vegada per P4. Tot això en un mateix dia. Determineu el benefici total B que aconsegueix en Jaumet.

a) B = (P1 – P2) + (P3 – P4)

b) B = (P2 – P1) + (P4 – P3)

c) B = [(P2 – P1) + (P4 – P3)]/2

d) B = P1 + P2 + P3 + P4

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

2) El senyor Gregorio Rodríguez compra accions al preu P1 al mercat continu. En uns minuts el preu puja a P2, dues hores després es desploma fins a P3 per a tornar a pujar al cap de poca estona a P4. En aquest moment, el senyor Rodríguez ven al preu P4, espantat per l'alta volatilitat d'aquestes accions. Determineu el guany B del senyor Rodríguez.

a) B = (P2 – P1) + (P4 – P3)

b) B = [(P2 – P1) + (P4 – P3)]/4

c) B = P4 – P1

d) B = (P2 – P1) – (P4 – P3)

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

3) Per a fer front a un deute inajornable per valor de K euros té dues opcions. Pot sol·licitar un crèdit o bé vendre els bons del Tresor que té. El crèdit l'obtindria amb un tipus d'interès i, per la qual cosa en el període següent haurà de pagar K(1 + i). Si ven els bons, obté avui els K euros necessaris però renuncia a aconseguir K(1 + r) euros en el període següent. Determineu les condicions perquè l'opció "crèdit" sigui millor que l'opció "venda dels bons".

a) És preferible el crèdit. D'aquesta manera se soluciona el problema sense que en disminueixi el patrimoni.

b) Serà preferible el crèdit sempre que la rendibilitat dels bons *r* sigui inferior al tipus d'interès, i perquè així el cost d'oportunitat és més baix.

c) Serà preferible el crèdit sempre que el tipus d'interès i sigui inferior a la rendibilitat dels bons *r*.

d) Serà preferible el crèdit sempre que es compleixi: $K/(1 + r) > K(1 + i)$.

e) Serà preferible el crèdit sempre que es compleixi: $K/(1 + r) > K/(1 + i)$.

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

4) La Federica rep una beca de la UE per valor de Va euros per a plantar avellaners i una altra de Vo per a arrencar oliveres. Plantar avellaners i explotar-los li comporta un cost de Ca i un ingrés per la venda d'avellanes per valor de Ya. D'altra banda, arrencar les oliveres li costa Co. Calculeu el benefici total B que obté la Federica. Tingueu en compte que, amb subvenció o sense, la Federica plantaria avellaners i arrencaria les oliveres.

a) Com que aquestes activitats les duria a terme de totes maneres, les subvencions no tenen cap efecte i, per tant, el benefici és B = (Ya – Ca – Co).

b) Com que aquestes activitats les duria a terme de totes maneres, el benefici és la suma de les subvencions rebudes: B = Va + Vo.

c) El benefici és el propi de les activitats ressenyades més el total de subvencions aconseguides: B = (Va + Ya – Ca) + (Vo – Co).

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

5) La senyora Conxita Zalamera està il·lusionada amb el mercat de valors i, dona prudent, recorre als consells d'un assessor professional que li cobra H euros en concepte d'honoraris. Una vegada té tota la informació pertinent, decideix comprar unes accions al preu P1 al mercat continu. En uns minuts el preu puja a P2, dues hores després es desploma fins a P3 per a tornar a pujar al cap de poca estona a P4. En aquest moment, la senyora Zalamera ven al preu P4, espantada per l'alta volatilitat d'aquestes accions. Determineu el guany B de la senyora Zalamera.

a) B = (P2 – P1) + (P4 – P3)

b) B = P4 – P1

c) B = P4 – P1 – H

d) B = (P2 – P1) + (P4 – P3) – H

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

6) Per a dur a terme un projecte, en el moment 1 s'ha comprat una màquina que dura T anys, s'amortitza en A anys i ha costat M euros. Els ingressos per període són de G. Determineu el benefici net (BN) del projecte.

a) BN = G • T – M

b) BN = G • A – M

c) BN és el valor actual dels fluxos (G – M/T) entre els períodes 1 i T

d) BN és el valor actual dels fluxos (G – M/A) entre els períodes 1 i T.

e) BN és el valor actual dels fluxos G entre els períodes 1 i T, menys el valor actual de M en el període 1.

f) BN és el valor actual dels fluxos G entre els períodes 1 i A, menys el valor actual de M en el període 1.

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

7) Un fabricant de sabates que disposa d'un magatzem general infrautilitzat es planteja la viabilitat d'ampliar la seva gamma de productes i fabricar sabates verdes. El preu de mercat és clar, no pot ser un altre que p*. Els costos són: M per la matèria primera, A per l'espai que ocuparia al magatzem general, B per la mà d'obra i T per la despesa en energia i altres costos variables. Determineu el benefici (BZV) que s'obtindria amb el projecte per a una producció de Z sabates verdes.

a) BZV = p*Z – (M + A + B + T)Z

b) BZV = p*Z – (M + B + T)

c) BZV = p*Z – (M + A + B + T + G)Z

d) BZV = Z[p* – (M + B + T)]

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

8) Un fabricant de sabates que disposa d'un magatzem general infrautilitzat es planteja la viabilitat d'ampliar la seva gamma de productes i fabricar sabates blaves. El preu de mercat és clar, no pot ser un altre que p*. Els costos són: M per la matèria primera, A per

l'espai que ocuparia al magatzem general, B per la mà d'obra i T per la despesa en energia i altres costos variables i GG per les despeses generals. Determineu el benefici (BZA) que s'obtindria amb el projecte per a una producció de Z sabates blaves.

a) BZA = p*Z – (M + A + B + T)Z

b) BZA = p*Z – (M + B + T)

c) BZA = p*Z – (M + B + T + GG)Z

d) BZA = Z[p* – (M + B + T)]

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

9) Un fabricant de refrescos que comercialitza diversos productes es planteja llançar-ne un de nou a partir de suc de tamarinde. El preu de venda al consumidor seria de Pz euros. El cost per cada suc és de Cz, de manera que el marge per unitat venuda és de Mz = Pz – Cz. Cal destacar que els altres costos de l'empresa no es modifiquen de cap manera. La previsió de vendes del producte nou és de V unitats per any. D'aquesta quantitat s'estima que la meitat serien vendes addicionals, mentre que l'altra meitat disminuiria les unitats venudes del producte A. El preu per al consumidor de A és de Pa, el cost per al productor de Ca i el marge és de Ma = Pa – Ca. Determineu el benefici anual B a causa del suc de tamarinde.

a) B = Mz(V/2) + (Mz – Ma)(V/2)

b) B = Mz • V – Ma(V/2)

c) B = Mz(V/2) – (Mz – Ma)(V/2)

d) B = Mz(V/2) + Ma(V/2)

e) B = Mz • V + Ma (V/2)

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

10) S'inverteix una quantitat C per a millorar una finca agrícola. Com a conseqüència d'aquesta inversió, la finca és ara més productiva, per la qual cosa el benefici anual augmenta en k euros durant un temps il·limitat, la qual cosa en valor actual representa K euros (K = k/r). A més, com a conseqüència del projecte, el valor de la finca augmenta un total de V euros. Determineu el benefici net (BN) del projecte.

a) BN = V + K – C

b) BN = V + K + C

c) BN = V – C

d) BN = K – C

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

11) S'han calculat els beneficis (bruts) d'un tren d'alta velocitat. L'àrea sota la corba de demanda entre zero i la quantitat consumida és de E. Els ingressos per la venda de bitllets són B i els proporcionats per les concessions del bar, llibreria i d'altres, L. El benefici brut social és, doncs, de BB = E + B + L.

a) Cert.

b) Fals. El benefici brut és de: BB = E + L.

c) Fals. El benefici brut és de: BB = B + L.

d) Falten dades.

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

12) S'han calculat els costos d'un tren d'alta velocitat. La inversió inicial és de M. L'àrea sota la corba de cost marginal entre zero i la quantitat consumida en termes de valor actual és C. La suma de les m amortitzacions anuals dels actius és A. El cost total social és CT = M + C + A.

a) Cert.

b) Fals. La inversió inicial M es va amortitzant en cada període, per la qual cosa no és necessari tenir-la en consideració. CT = C + A.

c) Fals. CT = M + C.

d) Falten dades.

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

13) Com a conseqüència de la millora d'un espai urbà que ha costat C euros, s'han produït beneficis, que, com el paisatge i la disminució de la contaminació acústica i lumínica, no perquè siguin intangibles són menys importants i s'han valorat en A euros. Així mateix, hi ha altres beneficis més concrets, com els experimentats pels propietaris dels immobles a la zona, que han vist com s'ha increment el valor total de les seves propietats un total de B euros (la disposició a pagar dels consumidors pels immobles ha augmentat B euros). Determineu el valor social net, BSN, d'aquesta millora urbanística.

a) Es pot calcular de diverses maneres:
BSN = A – C.
BSN = B – C.
BSN = (A +B)/2 – C.

b) A + B – C.

c) A + B + C.

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

14) Un mecenes cedeix gratuïtament un immoble, valorat en P euros, amb la condició que es destini a usos socials. L'Ajuntament accepta l'immoble i el fa servir en el projecte F, que comporta uns costos de C euros i uns beneficis bruts de B euros. Calculeu-ne el benefici social net.

a) P + B – C

b) B – P – C

c) B – C

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

15) El projecte públic X no és rendible; no obstant això, si el terreny que cal fos menys car llavors X seria avaluat positivament. S'estudien diverses alternatives, com el canvi de la ubicació de X, amb la finalitat de disminuir el cost del terreny. Al final, com sol ocórrer, la solució és d'una simplicitat sorprenent. En efecte, el terreny té un preu de mercat P, molt alt perquè està qualificat com a espai residencial, de manera que n'hi ha prou amb requalificar el terreny com a equipaments, per exemple, perquè el valor del terreny disminueixi. D'aquesta manera, baixa el preu de mercat a P'. Refent els càlculs amb el nou preu P', el projecte X resulta rendible i, com no podia ser d'una altra manera, s'executa. Comenteu-ho.

a) Correcte. S'ha de tenir en compte el preu de mercat P', ja que la requalificació urbanística forma part del projecte.

b) Incorrecte. S'ha alterat el preu de mercat en disminuir el grau d'aprofitament privat, però el cost d'oportunitat no ha variat. El preu correcte és l'original P.

c) Depèn del criteri que se segueixi. En definitiva, qui ha de prendre la decisió és el polític, no el tècnic.

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

16) Per a construir una caserna, s'ha expropiat sòl agrícola al preu Pe, inferior al de mercat, Pa. La terra expropiada afronta amb una altra que, malgrat no estar urbanitzada, té la qualificació de sòl industrial i, per aquest motiu, el seu valor de mercat és Pi, més alt. Justifiqueu el preu que s'hauria d'utilitzar per a valorar el cost del terreny.

a) Pe

b) Pa

c) Pi

d) (Pe + Pa + Pi)/3

e) Pi – Pe

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

17) En Pep és obsequiat amb un peix de vidre que, segons li expliquen, "queda molt bonic damunt de la calaixera". Malgrat seguir el consell, en Pep es vol desfer de la bestiola en qüestió ja que des que la té pateix malsons. En conseqüència, especula sobre dues possibilitats. 1. Regalar el peix al veí, que diu que li agrada molt i que qualsevol li'n donaria U euros. 2. Més simple, llençar l'objecte odiat a les escombraries. Calculeu el cost privat (c) per a en Pep i el cost social (C) de cada alternativa.

a) 1. c = U, C = 0
2. c = U, C = 0
b) 1. c = 0, C = 0
2. c = 0, C = 0
c) 1. c = U, C = 0
2. c = U, C = U
d) 1. c = U, C = U
2. c = U, C = U

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

18) En Jaumet està de vacances al seu poble natal. És la temporada per a recollir uns bolets que són molt apreciats a la regió i en Jaumet s'assabenta que quan despunti el dia els veïns aniran en massa a caçar bolets. Llest com pocs, en Jaumet matina més, s'avança als competidors i recull una bona quantitat del preuat producte. L'activitat ha comportat un esforç que el mateix Jaumet valora en Z, poc en realitat perquè ven els bolets a P, gairebé el triple de Z. El comprador també ha quedat satisfet perquè hauria pagat fins a E, més del doble de P. Trobeu el benefici net d'en Jaumet (BNj), el del consumidor (BNc) i el benefici social net (BSN).

a) BNj = P
BNc = E
BSN = P + E

b) BNj = P – Z
BNc = E – P
BSN = E – (Z + S), en què S > 0 és el preu ombra dels bolets

c) BNj = P, no es té en compte Z perquè en Jaumet està de vacances.
BNc = E – P
BSN = P + E

d) BNj = P
BNc = E – P
BSN = E – (Z + S), en què S > 0 és el preu ombra dels bolets.

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

19) Un col·lectiu social determinat, amb les tarifes habituals de transport públic (P = 10 euros/viatge), consumeix efectivament Q = 70 unitats de viatge. Estimada la demanda de transport per a aquestes persones, es conclou que, si a aquest col·lectiu se li oferís un passi intransferible i personal de transport gratuït (P' = 0), consumiria Q' = 200 unitats de viatge. El cost total del servei no augmenta com a conseqüència del projecte i, a més, tampoc no es modifiquen els paràmetres de qualitat del servei. El cost d'aquest projecte de transport gratuït seria de c = 700 euros per a l'Ajuntament, segons el portaveu de l'equip al Govern, o de 2.000 euros, si es tenen en compte els càlculs fets pels tècnics de l'oposició. Determineu el cost c per a l'Ajuntament i el cost social C.

a) c = 2.000; C = 2.000

b) c = 700; C = 2.000

c) c = 2.000; C = 700

d) c = 700; C = 700

e) c = 700; C = 0

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

20) Per al fabricant de cervesa negra l'ingrés per unitat venuda és d'IP i el cost de producció de CP. El consumidor de cervesa negra obté una satisfacció bruta valorada en BC. El cost o benefici ambiental a causa de la producció d'una cervesa addicional és d'EP i el provocat pel consum d'EC. Calculeu el benefici net per al productor, BNP, per al consumidor, BNC, i el social, BSN.

a) BNP = IP – CP
BNC = BC – IP
BSN = BC – CP

b) BNP = IP – CP – EP
BNC = BC – IP – EC
BSN = BC – CP – EP – EC

c) BNP = IP – CP
BNC = BC – IP
BSN = BC – CP – EP – EC

d) BNP = IP – CP
BNC = BC – IP
BSN = IP – CP – EP – EC

Comprovar

Recurs interactiu només accessible al web. WEB

Tipus de valor

Un únic bé, com un bosc per exemple, és susceptible de múltiples usos i proporciona utilitat per diversos motius, és a dir, conté més d'un element de valor. No fa falta dir fins a quin punt és important conèixer els diferents factors que influeixen en el valor d'una cosa i comprendre'n el com i el perquè.

A continuació, descriurem les principals fonts o els elements bàsics de valor. No us preocupeu de memoritzar les diferents denominacions, el que importa són els conceptes.

- **Valor d'ús** (directe). És la font d'utilitat més òbvia. És el valor del consum directe i actual per part d'un individu determinat de béns corrents, i pot ser tangible, com el valor per consumir pomes, o intangible, com el que proporciona una obra d'art.

- **Valor d'ús futur** (directe). No és més que l'ajornament temporal del valor d'ús directe, afectat d'una probabilitat p, $0<p<1$, determinada. El bé no s'usa immediatament, i s'espera consumir-lo en un futur.

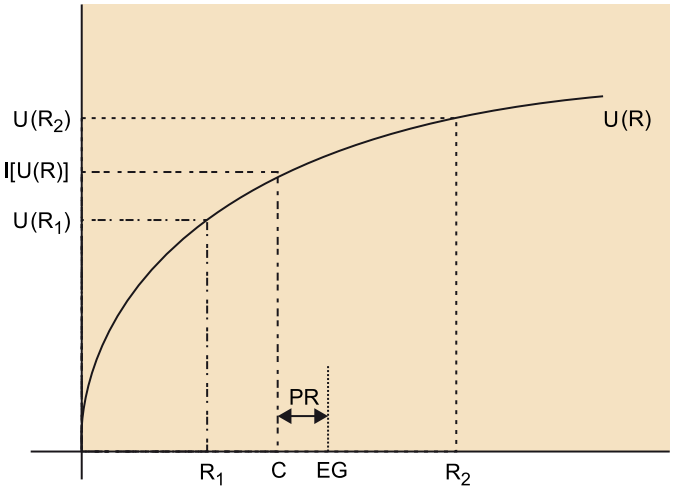
- **Valor d'ús derivat**. A partir d'alguns béns se'n poden produir d'altres que deriven de l'original i, d'alguna manera, mantenen o complementen algunes de les característiques del model, com un film sobre una cultura determinada o un paratge pintoresc. Bona part del valor d'aquests béns no es produiria sense l'existència prèvia del bé principal del qual deriven.

- **Valor per certesa**. És la coneguda *prima al risc*, o sigui el que s'estaria disposat a pagar com a màxim per a disposar d'una quantitat de riquesa (positiva o negativa) amb certesa en lloc d'entrar en un joc arriscat que proporciona una esperança matemàtica igual a aquest guany. El valor a causa de la certesa o prima al risc tindrà un signe positiu (negatiu) quan es tracta de beneficis i hi ha aversió al risc (preferència pel risc).

Exemples de valor per certesa (*prima al risc*)

1) Exemple numèric. Suposem un joc en el qual es guanyen R_1 = 100 € amb una probabilitat de p_1 = 0,2, mentre que amb una probabilitat (1 – p) = 0,80 no es guanya res. L'esperança de guany és EG = 0,2 · 100 + 0,8 · 0 = 20. Si la funció objectiu, la funció d'utilitat, per exemple, és $U = R^{1/2}$, amb aquest joc s'obté una utilitat de $U_1 = 100^{1/2}$ amb una probabilitat del 20% i de zero en un altre cas, la qual cosa implica una utilitat esperada $UE = 0{,}2 \cdot 100^{1/2} = 2$. Però per a aconseguir aquest últim nivell d'utilitat, n'hi ha prou amb un guany segur de C que resol $\hat{U} = 2 = C^{1/2}$, o sigui de C = 4. Per tant, la prima al risc és de PR = EG – C = 20 – 4 = 16.

2) Exemple gràfic (vegeu la figura 4). S'obté una renda de R_1 o de R_2 amb una probabilitat del 50%, la qual cosa proporciona una utilitat $U(R_1)$ i $U(R_2)$, respectivament. La utilitat esperada és, doncs, $E[U(R)] = [U(R_1) + U(R_2)]/2$, un nivell d'utilitat que es podria aconseguir amb una renda sense risc C, és a dir, E[U(R)] = U(C). D'altra banda, la renda esperada és $EG = (R_1 + R_2)/2$. La prima al risc (PR) és el que s'estaria disposat a pagar com a màxim per a aconseguir la renda esperada sense risc, això és PR = EG – C.



- **Valor d'ús indirecte**. Un individu experimenta un increment de la seva utilitat de manera indirecta gràcies al consum fet per altres persones. Quan sorgeix com a conseqüència de la presència d'externalitats personals, mesura els beneficis externs produïts. Quan no hi ha externalitats, coincideix amb la vella denominació de *consum vicari*: un individu pot vestir i allotjar els seus criats amb generositat, no perquè li importi la seva utilitat sinó com una manera indirecta d'augmentar la seva pròpia utilitat. És, doncs, un consum real i actual però indirecte.

- **Valor llegat**. El valor llegat és el que les generacions presents atorguen a un bé que es deixa com a herència per als descendents, per a les generacions futures.

- **Valor de quasi-opció**. A diferència d'altres valors, que se suposen reals i coneguts, el valor de quasi-opció és un valor suposat. És el valor de preservar alternatives per a usos futurs, això és, el valor de no reduir el conjunt de possibilitats d'actuació. Atesa la poca o nul·la informació de què es disposa, un bé determinat pot no tenir un valor reconegut. Com que el poc valor actual del bé pot ser fruit de la ignorància més que de l'escassa utilitat del bé en qüestió, té sentit preservar-lo de la destrucció amb l'esperança d'utilitzar-lo en un futur quan se'n coneguin les propietats. La preservació d'espècies vegetals que encara no han estat objecte d'estudi pot ser crucial per a l'elaboració d'un medicament o per a l'avenç del coneixement en genètica, per exemple.

- **Valor d'existència**. És la forma de valor més abstracta, ja que resulta de la simple existència del bé, sense que s'esperi que ningú arribi a consumir-lo de cap manera. Sorgeix com a conseqüència d'altruisme pur o, si es prefereix, de l'acceptació d'un sistema ètic que accepta i reconeix el dret a l'existència a altres éssers, i en gaudeix.

- **Valor de record**. La utilitat que proporcionen alguns béns o serveis perdura d'alguna manera quan ja n'ha cessat el consum o l'ús, com a conseqüència d'un bon record.

- **Valor d'anticipació**. La utilitat pel consum de determinats béns i serveis comença en el moment en què se sap que estan disponibles.

8.1.5. Bibliografia

Bernhofen, D. M; Brown, J. C. (2004). "On the 75th anniversary of the Opportunity Cost formulation of comparative advantage". *Working Paper*. EUA: Clark University.

Buchanan, J. M. (1969). "Cost and Choice: An Inquiry in Economic Theory". A: *Collected Works* (vol. 6). Indianapolis: Liberty Fund.

Frisch, R. (1950). "Review: Alfred Marshall's Theory of Value". *The Quarterly Journal of Economics* (vol. 64, núm. 4, pàg. 495-524).

Green, D. I. (1984, gener). "Pain-Cost and Opportunity-Cost". *The Quarterly Journal of Economics* (vol. 8, núm. 2, pàg. 218-229).

Robbins, L. (1934). "Remarks Upon Certain Aspects of the Theory of Costs". *The Economic Journal* (vol. 44, núm. 173, pàg. 1-18).

Vanek, J. (1959, juny). "An Afterthought on the Real Cost-Opportunity Cost Dispute and Some Aspects of General Equilibrium under Conditions of Variable Factor Supplies". *The Review of Economic Studies* (vol. 26, núm. 3, pàg. 198-208).

9. Lectura 2

9.1. El valor del temps: una qüestió de preferències (nivell I)

El temps és or, diuen. De fet, un consumidor estarà disposat a pagar més o menys per un bé de consum depenent de *quan* en pugui disposar. Es considera, per regla general, que les preferències dels individus són tals que, posats a triar, resulta més desitjable consumir avui que demà. Per això mateix, quan en lloc de béns es tracta del contrari, l'individu preferirà ajornar l'acció que provoca desutilitat en lloc d'executar-la immediatament.

A l'Espanya dels feliços anys seixanta, si un pretenia adquirir un Seat 600 havia d'esperar diversos mesos; tants, que va florir un mercat més o menys legal de drets de compra de l'anhelat cotxet. Els consumidors més impacients pagaven amb gust una quantitat addicional en aquest mercat peculiar per evitar l'espera. L'important aquí és que aquesta impaciència és una font de valor i es pot quantificar.

L'aspirant a propietari del 600 prefereix disposar de l'automòbil ara (període 0) que esperar un any (període 1). Si pagaria 1.000 euros pel cotxe l'any 0, perquè li resulta indiferent tenir el cotxe en el moment actual (0) o en el següent (1), l'any 1 hauria de rebre el cotxe més una quantitat de diners que el compensés per l'espera, 170 euros, per exemple.

Nota

Se suposa que no hi ha inflació per simplificar. La inflació s'introdueix en l'apartat "El VAN no depèn de la inflació".

En aquestes condicions, al consumidor li és indiferent disposar de 1.000 euros l'any 0 (projecte I) o tenir 1.170 euros l'1 (projecte II); les preferències de l'individu entre consum present i consum futur per a aquest bé concret es poden expressar, doncs, com una relació d'indiferència entre els projectes I i II:

Períodes	0	1	Preferències
Projecte I	1.000	0	Indiferència entre els projectes I i II
Projecte II	0	1.170	

Si es coneixen les preferències, el valor específic de la taxa de descompte intertemporal del consumidor que és rellevant per a aquest tipus de béns es calcula amb facilitat. Suposem que D és la seva taxa de descompte; per al consumidor, la quantitat de 1.170 euros en el període 1 és igual a 1.000 euros en el 0, la qual cosa significa que s'està donant menys pes o importància al que ocorre en el període 1 pel simple fet que succeeix més tard; concretament, aquest pes més petit es reflecteix en el factor de ponderació 1/(1 + D), que és inferior a 1 per a tot D més gran que 0. L'operació de ponderar els impactes o valors econòmics segons el temps, de manera que siguin equivalents a una altra quantitat que

Vegeu també

Vegeu l'apartat "El valor actual (VA)."

es produís en el període actual (el 0), es denomina *actualització*. Així, el valor actual de 1.170 euros l'any 1 és de 1.170/(1 + D) euros **per a aquest consumidor**. Les seves preferències assenyalen que hi ha igualtat entre els 1.000 euros del moment 0 i el valor actual dels 1.170 euros del període 1, això és:

$$1.000 = 1.170/(1+D) \qquad 3.4$$

de la qual:

$$\begin{aligned}(1+D) &= 1.170/1.000 \\ D &= 0{,}17 = 17\%\end{aligned} \qquad 3.5$$

La taxa D trobada mesura la impaciència relativa del consumidor, la utilitat més gran per no demorar el consum. Com més gran sigui la taxa, més intensa és la preferència pel consum actual. Una taxa nul·la reflecteix indiferència entre consum present i futur, mentre que amb una taxa infinita l'individu preferirà consumir només en el període actual.

El funcionament de la taxa D és molt simple. Per exemple, suposem el mateix consumidor d'abans que rep un regal en el moment actual, per valor de 3 euros i un altre en el període següent per valor de 5,85 euros. És clar que el valor total d'aquests dos regals **no és igual a** 3 + 5,85 = 8,85 perquè les preferències d'aquest consumidor típic donen més importància al que ocorre avui que al que succeirà demà, tant per la impaciència pel consum com per la possibilitat d'invertir. Si, com que és obligat, es té en compte el factor temps, la valoració d'aquests dos regals en termes del moment actual serà de 3 euros més els 5,85 euros *actualitzats*, o sigui ponderats pel factor de descompte temporal $1/(1+D)$, la qual cosa dóna un *valor actualitzat* (VA) de 3 + 5,85/1,17 = 8 euros. Dit d'una altra manera, al consumidor li és indiferent rebre ara mateix un regal per valor de 8 euros o bé 3 euros ara i 5,85 al cap d'un període, perquè 8 euros és el valor actual de 3 euros en el moment 0 juntament amb 5,85 euros en l'1, ateses les preferències d'aquest consumidor.

Suposeu ara que l'individu en qüestió no disposarà de diners per a comprar el Seat 600 fins al període 1, però pot demanar un crèdit al tipus r per període. Si r és inferior al 17%, el consumidor augmentarà la seva utilitat comprant el cotxe a crèdit, perquè el seu guany subjectiu per anticipar el consum és del 17% (D = 0,17) i el cost d'aquest avançament és més petit (r < D). Si el tipus d'interès del crèdit supera el 17% (r > D), preferirà esperar-se fins al període 1 i si r és igual al 17% (r = D) li seran indiferents les dues opcions. Suposem que r = 10%, per exemple; com que r < D, el consumidor contractarà un crèdit per anticipar el consum, disposarà del cotxe en el període 0 i haurà de pagar el preu del cotxe més els interessos corresponents en el període 1, la qual cosa representa

un total de 1.100 euros El consumidor guanya amb aquesta operació de crèdit perquè el pagament en el període 1 és de 1.100 euros quan estaria disposat a pagar fins a un màxim de 1.170 euros.

Que el consumidor disposi de prou diners per a pagar al comptat no significa que prefereixi sempre consumir en el període actual. Si aquest individu té l'oportunitat de dur a terme una inversió que proporciona una rendibilitat de r*%, el *cost d'oportunitat* per consumir ara en lloc d'invertir en el període 0 i consumir en l'1 és del r*% i, en termes nets, aquest cost és de (D - r*). Per tant, el consumidor triarà consumir ara si r* < D, mentre que optarà per invertir i ajornar el consum fins al període següent quan r* > D.

Quan s'està treballant amb béns que es compren i es venen amb diners, el problema sempre és molt simple (les taxes r i D són reals, no nominals):

- Consumir avui o demà. Si un individu pot aconseguir un crèdit al tipus r per període, li serà indiferent disposar de M unitats monetàries avui o bé de M · (1 + r) unitats en el període següent. En conseqüència, li interessarà un crèdit per a consum si el cost r és inferior a la seva taxa de preferència temporal D.

- Quan s'ha d'invertir. Si una inversió proporciona un benefici del r*% (vegeu la secció 10), és natural pensar que l'operació no serà interessant tret que el cost r del capital que es necessita sigui inferior a aquest r*% de rendibilitat.

Vegeu també

Vegeu l'apartat "La rendibilitat d'un projecte segons el VAN".

- Consumir o invertir. S'invertirà quan la rendibilitat r* d'aquest projecte superi la taxa de descompte D del consumidor que mesura la impaciència pel consum (suposant que la rendibilitat r* de la inversió és més gran que el cost del capital r).

9.2. El valor actual (VA) (nivell II)

S'assumeix que és més important el que ocorre en el present que la mateixa cosa situada en un moment futur i, a mesura que un fet s'allunya en el temps, s'hi assigna una importància o ponderació més petita. Dit d'una altra manera, els factors de ponderació d'un impacte qualsevol disminueixen de manera exponencial respecte al temps t, t = 0, 1, ..., T en el qual es produeix. Si es disposa d'una quantitat de diners a_0 (positiva o negativa) en el moment 0, d'a_1 en l'1, d'a_2 en el 2, i així successivament fins a arribar a la quantitat T que es produeix en moment final T, la importància de cadascuna d'aquestes quantitats decreix a mesura que s'allunyen en el temps. Si la taxa de descompte és r, la ponderació

de les quantitats anteriors (fluxos) és d'1 per a a_0, d'$1/(1+r)$ per a a_1, d'$1/(1+r)^2$ per a a_2, ... i d'$1/(1+r)^T$ per a l'últim flux a_T. Aquestes quantitats ponderades (*actualitzades*) ja es poden sumar i s'obté el valor actual (VA), que val:

$$VA = a_0 + a_1/(1+r) + a_2/(1+r)^2 + a_3/(1+r)^3 + \ldots + a_T/(1+r)^T$$

En resum:

Valor actual

Períodes	0	1	2	...	T – 1	T
Fluxos	a_0	a_1	a_2	...	a_{T-1}	a_T
Ponderació	1	1/(1 + r)	-	...	$1/(1 + r)^{T-1}$	$1/(1 + r)^T$
Valor actual	$a_0 + a_1/(1 + r) + a_2/(1 + r)^2 + \ldots + a_{T-1}/(1 + r)^{T-1} + a_T/(1 + r)^T$					

El valor actual (VA) dels fluxos a_0, a_1, ..., a_T és de:

$$VA = a_0 + a_1/(1+r) + a_2/(1+r)^2 + \ldots + a_{T-1}/(1+r)^{T-1} + a_T/(1+r)^T \qquad 3.6$$

Per exemple, si r = 10%, el VA de:

Períodes	0	1	2	3
Fluxos	–100	–10	100	1.000

es calcula:

Períodes	0	1	2	3
Fluxos	–100	–10	100	1.000
Ponderació	1	1/(1 + 0,1) = 0,90909	$1/(1 + 0,1)^2$ = 0,82645	$1/(1 + 0,1)^3$ = 0,75131
Valor actual = 724,87 =	–100	–9,0909	+82,645	+751,31

o sigui:

$$VA = -100 - 10/1,1 + 100/1,1^2 + 1000/1,1^3 = 724,87 \qquad 3.7$$

Dit d'una altra manera, a partir de les quantitats a_0, a_1, ..., a_T, cadascuna de les quals referida a un període diferent en el temps (0, 1, ..., T, respectivament), es calcula una única quantitat referida al moment 0 (l'actual). Aquesta quantitat, que és el VA, resulta **equivalent** en termes econòmics als fluxos originals periodificats a_0, a_1, ..., a_T, com es mostra en el gràfic:

a_0 ↓	a_1 ↓	a_2 ↓	a_3 ↓	... ...	a_{T-2} ↓	a_{T-1} ↓	a_T ↓
0 ↑ VA	1	2	3	...	T – 2	T – 1	T

que amb les dades de l'exemple anterior seria:

–100 ↓	–10 ↓	100 ↓	1.000 ↓
0 ↑	1	2	3
VA = *724,87*			

Quan es calcula el VA dels fluxos $a_0, a_1, \ldots, a_T$ i aquests fluxos reflecteixen els saldos entre tots els beneficis i costos d'una operació econòmica, llavors el VA rep la denominació de *valor actual net* (VAN).

Reprenent el cas del comprador del 600, l'expressió:

$$1.000 = 1.170/(1+D) \qquad 3.8$$

que s'havia trobat en l'apartat "El valor del tiempo: una cuestión de preferencias" és la mateixa que sorgiria de calcular el VAN dels projectes A i B següents:

	0	**1**
A	–1.000	1.170
B	1.000	–1.170

Si s'expressen les preferències del consumidor en la forma A, el que diu és que renunciaria a 1.000 euros en el moment 0 si li garanteixen que percebrà com a mínim 1.170 euros en l'1. Amb la forma B, es diu el mateix d'una altra manera: el consumidor pagaria 1.170 euros com a màxim en el període 1 a canvi de disposar de 1.000 euros immediatament. El VAN dels projectes A i B, calculats a la taxa D, valen:

$$\begin{aligned} &VAN(A; D\%) = -1.000 + 1.170/(1+D) = \\ &= VAN(B; D\%) = 1.000 - 1.170/(1+D) = \\ &= 0 \text{para } D = 17\% \end{aligned} \qquad 3.9$$

En altres paraules, la taxa de preferència temporal del consumidor és de D = 17%, com ja sabíem.

9.3. El valor actual (VA) depèn del temps (nivell II)

Una quantitat qualsevol –una obligació o un dret, si es vol– té molta menys importància com més allunyat estigui del moment actual i com més gran sigui la taxa de descompte. És perfectament normal que algú estigui més preocupat pel compte del restaurant que no admet demora, que per una obligació de pagament cent vegades més gran que s'ha de cancel·lar trenta anys més tard.

Suposem un flux qualsevol d'un projecte, com a_t, que pot ser positiu o negatiu. Si s'actualitza aquest flux –se'n calcula el valor actual (VA)– resulta un valor de $a_t/(1+r)^t$, per la qual cosa si $a_t > 0$, en actualitzar-lo, disminueix de valor i, per contra, $a_t < 0$, augmenta.

Prenent una taxa del 100% (r = 1), comproveu que el VA d'un impacte –un cost o un benefici– depèn també del moment (t) en què es produeix el flux, amb $a_t = 24$ en aquest cas. Com que la taxa és del 100% (r = 1), cada vegada que el flux at es desplaça un període cap al futur, el seu valor actual del flux es redueix a la meitat:

r = 1	VA(a_t; t = 1)	VA(a_t; t = 2)	VA(a_t; t = 3)	VA(a_t; t = 4)	VA(a_t; t = 5)	VA(a_t; t = 10)
at = 24	a_1 = **12**	a_2 = **6**	a_3 = **3**	a_4 = **1,5**	a_5 = **0,75**	a_{10} = **0,023**

El que ocorre en l'exemple anterior no és fruit de l'atzar. Qualsevol flux futur, sigui del signe que sigui, és menys important que si es produís en el moment actual. Per aquest motiu, si es pogués escollir, se situarien tots els fluxos positius en el moment actual i tots els negatius en el període més llunyà possible; d'aquesta manera el VA seria màxim.

Com que el creixement (o decreixement) d'un capital a una taxa determinada no és proporcional sinó exponencial respecte al temps, és interessant disposar d'una regla per a visualitzar aquest efecte. Amb la *regla del 69* es determina quin és el temps T* que ha de transcórrer per a duplicar el capital invertit K a una taxa r.

La *regla del 69*. El plantejament és simple: si s'inverteix un capital K a una taxa r durant T anys s'obté un total acumulat de K':

$$K(1+r)^T = K' \qquad 3.10$$

Com que el que es vol és duplicar el capital, K' ha de ser igual a 2K, per la qual cosa s'ha de complir que:

$$\begin{aligned} &K(1+r)^T = 2K \\ &(1+r)^T = 2 \\ &T \cdot \ln(1+r) = \ln 2 \\ &\boxed{T = \ln 2/\ln(1+r)} \\ &T = 0{,}693147/\ln(1+r) \\ &T = 69/\ln(1+r) \end{aligned} \qquad 3.11$$

arrodonint i prenent r en tant per cent. Com que ln (1+r) és aproximadament igual a r per a valors petits de r, l'expressió anterior es pot substituir per l'aproximació lineal:

$$T = 69/r \qquad 3.12$$

en què r s'expressa en %. No obstant això, s'usa més la fórmula:

$$T = 70/r \qquad 3.13$$

ja que facilita el càlcul mental i és una mica més precisa. Així, són necessaris setanta anys per a duplicar el capital inicial quan la taxa d'acumulació r és de l'1%, mentre que si la taxa és del 7%, n'hi ha prou amb deu anys perquè es multipliqui per dos la quantitat invertida i si el PIB d'un país creix a una taxa del 3,5%, al cap de vint anys aproximadament el PIB s'haurà doblat. A continuació, es mostren alguns valors calculats mitjançant la fórmula exacta (*):

Temps T* necessari el capital per duplicar inicial invertit a la taxa r

Taxa r	1%	2%	3%	5%	7%	8%	9%	12%	15%	19%	26%	32%	41%	59%	100%
T*	70	35	23,5	14	10,2	9	8	6	5	4	3	2,5	2	1,5	1

9.4. Tipus de projectes (nivell I)

El primer pas per a avaluar un projecte consisteix a esbrinar el tipus d'operació economicofinancera de què es tracta. Hi ha quatre tipus bàsics de projectes: inversions, crèdits, regals i pèrdues. En una primera aproximació, aquestes operacions es poden descriure com segueix:

Tipus bàsics de projectes

Regal	⇔ Tots els fluxos són no negatius i almenys un és estrictament positiu
Pèrdua	⇔ Tots els fluxos són no positius i almenys un és estrictament negatiu

Inversió	⇐ Tots els costos es produeixen abans que els beneficis
Crèdit	⇐ Tots els beneficis es produeixen abans que els costos

Com deveu haver notat, mentre que la definició de *regal* i *pèrdua* és completa, perquè inclou les condicions necessàries i suficients (⇔), la d'*inversió* i *crèdit* no ho és, perquè no indica les condicions necessàries (⇒), només mostra les suficients (⇐). Les condicions necessàries i suficients per a caracteritzar una inversió i un crèdit les desenvoluparem en les seccions següents.

Una *inversió* és l'operació contrària a un *crèdit*. Un *regal* és una operació contrària a una *pèrdua*.

Comproveu que els projectes A, B, C i D estan correctament caracteritzats:

	0	1	2	Tipus d'operació
A	–10	–10	25	Inversió
B	10	10	–25	Crèdit
C	10	10	25	Regal
D	–10	–10	–25	Pèrdua

Observeu ara que en multiplicar per menys u tots els fluxos d'un projecte, s'obté l'operació contrària (es passa d'inversió a crèdit i de regal a pèrdua i viceversa):

	0	1	2	Tipus d'operació
–A	10	10	–25	Crèdit
–B	–10	–10	25	Inversió
–C	–10	–10	–25	Pèrdua
–D	10	10	25	Regal

Si els projectes tenen la característica de regal o de pèrdua, tots els fluxos tenen el mateix signe, positiu en els regals i negatiu en les pèrdues, per la qual cosa la caracterització és immediata a simple vista. Comproveu que els projectes K i A són *regals*, mentre que L i I són *pèrdues*:

	0	1	2	3	4	5	Tipus d'operació
K	1	1	7	0	3	3	Regal
A	1						Regal
L	–1	–1	0	–1	0	–8	Pèrdua
I					–3	–3	Pèrdua

Per contra, quan es tracta d'inversions i crèdits, alguns fluxos del projecte són positius i d'altres negatius i la característica d'inversió i crèdit no sempre és òbvia. Quan tots els fluxos d'un projecte tenen un mateix signe i, a partir d'un període determinat, el canvien però mantenen el signe nou fins al final, no hi ha cap ambigüitat. Caracteritzeu els projectes:

	0	1	2	3	4	5	Tipus d'operació
A	–1	1	7	0	0	2	
B	–1	0	–2	–1	–9	3	
C	1	1	0	1	1	–9	**Crèdit**
D	8	0	0	–3	–3	–3	**Crèdit**

Els projectes A i B són inversions i els C i D, crèdits. No hi ha ambigüitat en la classificació perquè els fluxos d'aquests projectes **canvien de signe una sola vegada**. Quan els fluxos del projecte presenten més d'un canvi de signe, determinar si és una inversió o un crèdit deixa de ser intuïtiu i requereix alguns càlculs.

Tant en avaluar un projecte d'inversió com en mesurar un impacte determinat, convé tenir present que cap decisió no és innòcua i que la transcendència de l'elecció depèn sempre de les alternatives concretes existents. La proposta que s'examina s'ha de comparar amb **la millor** de totes les altres alternatives factibles. Davant un projecte d'inversió pública (el cas privat és simètric), el conjunt d'alternatives explícites o implícites de què es disposa en general és:

- Executar el projecte d'inversió que s'està avaluant.
- Executar un altre projecte d'inversió (públic o privat).
- Transferir els recursos al sector privat perquè siguin invertits.
- Consumir en lloc d'invertir (en el sector públic o en el privat).
- La inacció, deixant ociosos els recursos.

Nota

Com deveu haver observat, optar per la darrera alternativa (seria el criteri del "gos de l'hortolà"– ja sabeu, no menja ni deixa menjar–; seguir-lo comporta una pèrdua neta per al conjunt de l'economia) té poc sentit, tret que s'incorri en el cost d'oportunitat que significa la demora per a dur a terme una millor inversió en el futur, i tan rendible que mereixi suportar el cost de l'espera.

9.5. El valor actual (VA) depèn de la taxa de descompte r (nivell I)

La taxa de descompte mesura la importància de disposar d'un saldo avui en lloc de demà. Així, si la taxa és del $100\%(r = 1)$, significa que el valor de 2.000 euros en el període 1 equival a $2.000/(1+r) = 1.000$ euros en el període zero. Si en el període dos $(t = 2)$ el saldo d'un projecte val 24 $(a_2 = 24)$ i la taxa de descompte és del 100% (r = 1), el VA de 24 en el període 2 és inferior, val $24/2^2 = 6$. Però si en lloc de 24 tinguéssim un saldo de -24 en el mateix període $(a_2 = -24)$, llavors el VA corresponent augmenta, ja que $-24/2^2 = -6$. Comproveu que la importància d'aquest efecte d'augment o disminució sobre un flux original que val 24 en el moment $t = 2$ depèn de la taxa de descompte:

t = 2	VA(r = 0%)	VA(r = 10%)	VA(r = 20%)	VA(r = 50%)	VA(r = 100%)	VA(r = 200%)
a_2 = 24	**24**	**19,83**	**16,67**	**10,67**	**6,00**	**2,67**

Com que com més alt sigui el VA, millor, **sembla** que l'ideal seria que, atesos uns fluxos periodificats, la taxa de descompte r fos sempre tan baixa com fos possible, si els fluxos són positius, i tan alta com fos possible si els fluxos són negatius. Com veurem de seguida, pot ocórrer qualsevol cosa: en primer lloc, comprovarem que la suposició es compleix i, en segon lloc, que és necessari matisar. Per exemple, suposem que el projecte d'inversió és:

1	2
–7	15

Si la taxa de descompte és constant i val $r = 0{,}1$, resulta:

$$VA(r = 0{,}1) = -7/(1+0{,}1) + 15/(1+0{,}1)^2 = 6{,}03 \qquad 3.14$$

Però la taxa no sempre serà constant. Pel que hem dit, si les taxes fossin de $r_1 = 0{,}11$ en el període 1 i de $r_2 = 0{,}09$ en el segon, el VAN seria més alt que amb $r_1 = 0{,}1 = r_2 = 0{,}1$ ja que val:

$$VA(r_1 = 0{,}11, r_2 = 0{,}9) = -7/(1+0{,}11) + 15/[(1+0{,}11)\cdot(1+0{,}09) = 6{,}09 \qquad 3.15$$

Per això mateix, el VA corresponent a les taxes $r_1 = 0{,}09$ i $r_2 = 0{,}11$ serà més baix que el VA calculat a una taxa constant de $r_1 = 0{,}1 = r_2 = 0{,}1$, que resulta:

$$VA(r_1 = 0{,}09, r_2 = 0{,}11) = -7/(1+0{,}09) + 15/[(1+0{,}09)\cdot(1+0{,}11) = 5{,}98 \qquad 3.16$$

Si el projecte fos l'invers de l'anterior, o sigui:

1	2
7	-15

llavors es trobaria el resultat simètric, i seria preferible una taxa més baixa en el primer període, perquè el flux és positiu, i més alta en el segon, ja que el flux és negatiu.

Es tracta ara de veure que la suposició de la qual s'ha partit no és del tot correcta. És a dir, **no és cert** que el VA augmenti sempre que augmenta la taxa de descompte en els períodes amb fluxos negatius i disminueix en els positius, perquè el que compta és el factor de ponderació del flux de cada període. Utilitzant el mateix projecte, amb $r_1 = 0{,}1$ i $r_2 = 0{,}1$, , resulta un VA inferior, en lloc de superior com es pressuposava:

$$VA(r_1 = 1, r_2 = 0{,}1) = -7/(1+1) + 15/[(1+1)\cdot(1+0{,}1)] = 3{,}32 \qquad 3.17$$

La raó d'aquest resultat és clara, la taxa de qualsevol període afecta el flux en aquest període i tots els que el segueixen, amb la qual cosa el factor d'actualització del flux canvia i el que marca la importància d'un flux és precisament aquest factor de ponderació, no la taxa del període. Quan la taxa de descompte és constant no hi ha cap conflicte: la ponderació és inferior si la taxa és superior i viceversa.

En resum:

1	**2**	VA($r_1 = r_2 = 10\%$)	VA($r_1 = 11\%$, $r_2 = 9\%$)	VA($r_1 = 9\% = r_2 = 11\%$)	VA($r_1 = 100\% = r_2 = 10\%$)
–7	15	6,03	6,09	5,98	3,32
7	–15	–6,03	–6,09	–5,98	–3,32

Una altra vegada, l'exemple que acabem d'exposar serveix per a presentar un cas general. Donada una taxa de descompte constant, quan es tracta d'una inversió, el VA disminueix amb la taxa de descompte i, si es tracta d'un crèdit, el VA augmenta amb la taxa.

Per aquest motiu, quan no és clar si un projecte que presenta fluxos positius i negatius té la característica de crèdit o d'inversió, cal recórrer a aquesta propietat per a diferenciar-los. Com que la funció VA no sempre serà monòtona (o sempre creix o sempre decreix), és necessari observar les variacions del VA com a conseqüència d'augments marginals de la taxa.

Una manera còmoda d'operar consisteix a trobar el VA i tornar-lo a calcular augmentant la taxa en un 1%(o un 1‰) i observar si el VA creix o decreix.

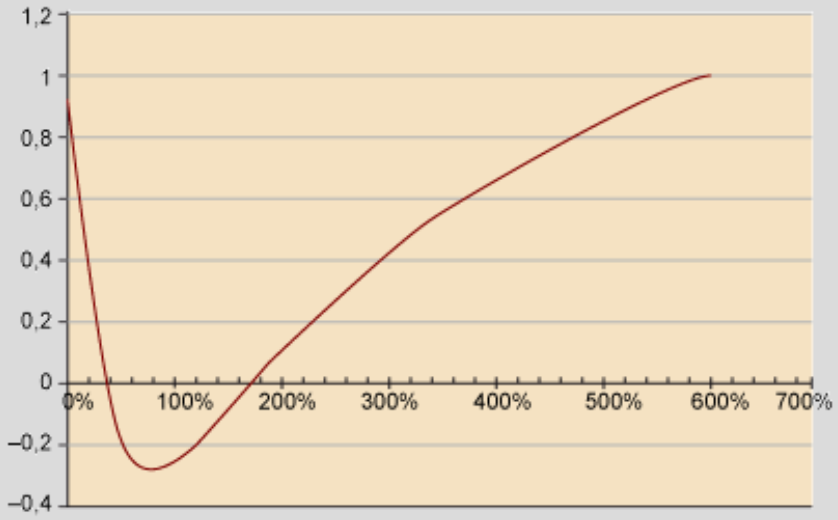
Considereu el projecte següent:

0	1	2
2	–8	7

Com que té més d'un canvi de signe, la caracterització com a inversió o crèdit no és òbvia. Fent servir la regla de caracterització que depèn de si el VA creix o no, resulta que el VA decreix per a taxes entre 0% i 75% i creix a partir del 75%. Per tant, aquest projecte es comporta com una inversió per a taxes inferiors al 75% i com un crèdit per a taxes iguals o superiors al 75%.

Per exemple, per a una taxa de r = 10% resulta VA(r = 0,1) = 0,5124 i amb r = 10,1% el VA disminueix, ja que VA(r = 0,101) = 0,5085, i per tant per a r = 10%, el projecte es comporta com un crèdit; per a una taxa de r = 80%, VA(r = 0,8) = -0,2840 i si la r fos una mica més gran, com ara r = 80,8%, llavors el VA és menys negatiu, VA(r = 0,808) = -0,2834, augmenta, per la qual cosa en el punt r = 0,8 el projecte es comporta com un crèdit.

Examineu la representació gràfica d'aquest projecte:



En resum, atès un projecte amb alguns fluxos positius i altres de negatius i una taxa de descompte constant i no negativa:

- Si en augmentar marginalment la taxa r, el VA disminueix es tracta d'una **inversió**.
- Si en augmentar marginalment la taxa r, el VA augmenta es tracta d'un **crèdit**.

9.6. El VAN com una funció contínua de la taxa de descompte r (nivell II)

Donat un projecte qualsevol, que està caracteritzat per uns fluxos periodificats, K_0, K_1, K_2, ..., K_T, (saldos nets):

0	1	2	...	T

K_0,	K_1,	K_2,	...	K_T,

el VAN és una funció contínua de la taxa de descompte:

$$VAN(K_t,r) = K_0 \quad + K_1/(1+r) + K_2/(1+r)^2 \quad + \ldots + K_T/(1+r)^T \qquad 3.18$$

Per exemple, el VAN del projecte S, amb un *àmbit temporal* definit pels períodes 0, 1 i 2:

	0	1	2
S	–3	5	1

val:

$$VAN(S;\ r) = -3 + 5/(1+r) + 1/(1+r)^2 \qquad 3.19$$

El projecte O té un àmbit temporal de 64 períodes (63 + 1), encara que la majoria de fluxos són iguals a zero.

Representant només els fluxos no nuls:

	0	2	35	63
O	–4	6	8	5

el VAN de O val:

$$VAN(O;\ r) = -4 \ + 6/(1+r)^2 + 8/(1+r)^{35} + 5/(1+r)^{63} \qquad 3.20$$

El projecte L té també amb un àmbit temporal de 64 períodes, amb uns pocs fluxos amb valors no nuls i s'executa en el moment 1, amb un període de retard respecte al projecte de l'exemple anterior:

	1	2	35	63
L	2	–5	10	10

El seu VAN és de:

$$VAN(L;\ r) = 2/(1+r) - 5/(1+r)^2 + 10/(1+r)^{35} \quad + 10/(1+r)^{63} \qquad 3.21$$

Activitat

Calculeu alguns valors per al VAN(r) dels projectes S, O i L:

VAN(r)	r = 0	r = 0,1	r = 0,5	r = 1
S	**3**	**2,37**	**0,778**	**–0,25**
O	**15**	**1,26**	**–1,33**	**–2,5**
L	**17**	**–1,93**	**–0,889**	**–0,25**

Encara que es pren sempre com a punt per a calcular el valor actual el període 0 i, a més, l'habitual és que es defineixi com a inici dels projectes el període 0, aquesta última convenció es pot alterar a voluntat, ja que el càlcul del VAN admet que el signe dels períodes sigui positiu o negatiu, com en els projectes E, R i A:

	–3	–2	–1	0	1	2
E			–5	6	6	
R	2	2	0	0	2	–9
A			–6	12	–5	

La interpretació és immediata; el projecte R s'executa en el moment -3 i els projectes E i A s'inicien en el període -1. El VAN d'aquests projectes val, respectivament:

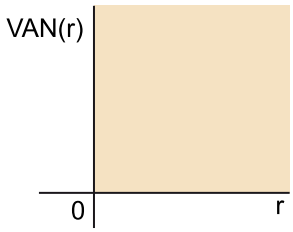
$$\begin{aligned} &VAN(E;\, r) = -5\cdot(1+r) + 6 + 6/(1+r) \\ &VAN(R;\, r) = 2\cdot(1+r)^3 + 2\cdot(1+r)^2 + 2/(1+r) - 9/(1+r)^2 \\ &VAN(A;\, r) = -6\cdot(1+r) + 12 - 5/(1+r) \end{aligned} \qquad 3.22$$

Activitat

Calculeu alguns valors per al VAN(r) dels projectes E, R i A:

VAN(r)	r = 0	r = 0,1	r = 0,5	r = 1
E	**7**	**5,95**	**2,5**	**–1**
R	**–3**	**–0,54**	**8,58**	**22,75**
A	**1**	**0,85**	**–0,33**	**–2,5**

Representeu ara les dades de les funcions VAN(r) dels projectes {S, O, L, E, R, A} en la gràfica:



9.7. La taxa de descompte en el VAN (nivell I)

El VAN d'un projecte, sigui del tipus que sigui, existeix sempre. Com hem vist en les seccions anteriors, la funció VAN es pot emprar per a caracteritzar projectes quan la seva naturalesa no sigui evident. La caracterització del projecte és important perquè el paper que té la taxa de descompte (la r) en una inversió, per exemple, és molt diferent del corresponent a un crèdit.

El VAN d'una **inversió** disminueix a mesura que augmenta la taxa de descompte r (el pendent de la funció VAN és negatiu), ja que r representa el cost del capital, i com més alt és el cost, més petita la rendibilitat. El VAN comptabilitza el guany (pèrdua) total per dur a terme una inversió rendible (no rendible); expressa l'augment de la riquesa, en termes del moment present, que es deriva d'executar el projecte.

Quan es tracta d'un **crèdit**, el VAN augmenta amb la taxa de descompte (el pendent de la funció VAN és positiu). La taxa r representa el tipus d'interès de mercat (el preu del capital) i, atès un cost determinat del crèdit, conseqüència dels fluxos de cobraments i pagaments corresponents, com més gran sigui el tipus d'interès més favorable és la diferència entre el cost efectiu del crèdit i el que resultaria de concertar-lo al preu de mercat. El VAN reflecteix el guany (pèrdua) total per obtenir un crèdit (comprar capital) a un preu inferior (superior) al de mercat.

Quan l'operació té la característica de **regal**, el VAN decreix amb la taxa de descompte. La taxa representa aquí la disminució de valor d'un flux pel fet de no produir-se en el present sinó en un període futur, en tot o en part; el factor de descompte per a un període genèric t val $1/(1+r)^t$, com en qualsevol altre cas.

El mateix ocorre quan l'operació té característiques de **pèrdua**, si bé en aquest cas el VAN creix amb la taxa, ja que com més gran és la taxa, més petita és la pèrdua. El VAN expressa el valor total de la pèrdua si es produís en el moment actual.

En resum, donats uns fluxos periodificats i una taxa de descompte no negativa, les condicions necessàries i suficients per a caracteritzar una operació són les següents:

- **Inversió**. En augmentar la taxa r, el VAN disminueix. Els signes dels fluxos poden ser negatius o positius.

- **Crèdit**. En augmentar la taxa r, el VAN augmenta. Els signes dels fluxos poden ser negatius o positius.

- **Regal**. En augmentar marginalment la taxa r, el VAN disminueix. Els signes dels fluxos són tots positius.

- **Pèrdua**. En augmentar marginalment la taxa r, el VAN augmenta. Els signes dels fluxos són tots negatius.

El VAN del projecte d'inversió:

Períodes	0	1
Fluxos	–10	12

val:

$$VAN(r) = -10 + 12/(1+r) \qquad 3.23$$

en què, si r = 0:

$$VAN(r = 0\%) = -10 + 12 = 2 \qquad 3.24$$

i per a r = 0,2:

$$VAN(r = 20\%,) = -10 + 12/1,2 = 0. \qquad 3.25$$

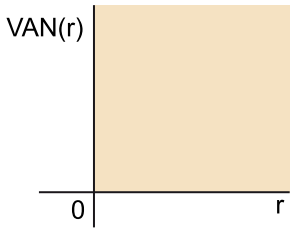
El VAN d'aquest projecte és positiu per a tots els valors de r inferiors al 20% $(r < 0{,}2)$, negatiu per a valors més grans que el 20% i el valor del VAN és zero quan la taxa de descompte és del 20%, $r = 0{,}2$. Com més gran és el valor de r (el cost del capital), més petit és el valor del VAN (això és, la rendibilitat de la inversió mesurada en termes absoluts, en quantitat total de dòlars per exemple):

0	1	VAN(0%)	VAN(10%)	VAN(15%)	VAN(20%)	VAN(25%)	VAN(30%)
–10	12	2,000	0,909	0,435	0,000	–0,400	–0,769

El VAN(r) decreix sempre amb la taxa de descompte perquè és un projecte d'inversió.

Activitat

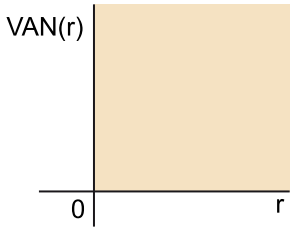
Representeu les dades anteriors en la gràfica:



Per a comprovar com varia el VAN segons la taxa de descompte r **en cada tipus d'operació**, utilitzeu el full de càlcul; aneu canviant el valor de la taxa r, calculeu el VAN corresponent i observeu si creix o decreix en augmentar la taxa de descompte:

	0	1	Operació	VAN(10%)	VAN(20%)	VAN(30%)	Observacions
F	–1	2	**inversió**	**0,818**	**0,667**	**0,538**	
I	1	–2	**crèdit**	**–0,818**	**–0,667**	**–0,538**	
L	1	2	**regal**	**2,818**	**2,667**	**2,538**	
O	–1	–2	**pèrdua**	**–2,818**	**–2,667**	**–2,538**	

Representeu gràficament els projectes {F, I, L, O}:



Com que la funció VAN no sempre és monòtona[12], convé observar si creix o decreix en el punt rellevant augmentant marginalment la taxa de descompte (un 1 per mil, per exemple). El projecte R té una TIR del 100% i el VAN es calcula amb una taxa r del 10%. La funció VAN no és monòtona, per la qual cosa interessa saber com es comporta (creix o decreix) en el punt rellevant $(r = 10\%)$ amb independència que en altres punts (com en r* = 1) passi el contrari:

(12)Una funció és monòtona si sempre creix o sempre decreix. Si un projecte es caracteritza per només dos fluxos i s'executa en el moment 0, llavors la funció VAN és monòtona. Una condició necessària però no suficient perquè el VAN tingui aquesta característica és que els fluxos presentin un canvi de signe com a màxim.

	0	1	2	VAN(r = 10%)	VAN(r = 10,01%)	VAN(r* = 100%)	VAN(r = 100,1%)
R	2	–8	8	1,3388	1,3383	0	0,0000005
				el VAN decreix		el VAN creix	

El projecte R es comporta com una inversió quan la taxa és del 10%. No obstant això, si la taxa adequada fos del 100%, llavors R pren la característica de crèdit.

La taxa de descompte r no sempre és constant en el temps, i pot variar en cada període; en aquest cas, que és el general, la funció VAN s'expressa:

$$VAN = a_0 + a_1/(1+r_1) + a_2/[(1+r_1)\cdot(1+r_2)] + \ldots + a_T/[(1+r_1)\cdot(1+r_2)\cdot\ldots\cdot(1+r_T)] \qquad 3.26$$

i la interpretació del resultat és l'habitual. Per exemple, suposem que $r_1 = 5\%$ i $r_2 = 7\ \%$ són les taxes de descompte apropiades per als períodes 1 i 2 respectivament; llavors el VAN de projecte:

0	1	2
–10	12	15

val:

$$\begin{aligned} VAN(r_1 = 5\%, r_2 = 7\%) &= -10 + 12/1{,}05 + 15/(1{,}05 \cdot 1{,}07) = \\ &= -10 + 11{,}43 + 13{,}10 = 14{,}78 \end{aligned} \qquad 3.27$$

9.8. El VAN no depèn de la inflació (nivell II)

Els fluxos d'un projecte poden estar expressats en unitats físiques (u. f.):

Fluxos en unitats físiques

	0	1	2	3	Unitats físiques
HT	–2	1	1	1	Hores de feina
TM	–100	–100	300	200	Tones de manganès
BVT	66	30	10	–180	Ampolles de vi negre

El quadre precedent expressa els fluxos de dues inversions i un crèdit expressats en unitats físiques (u. f.). Es canvien dues hores de treball en el període actual per una hora en cadascun dels períodes u, dos i tres, també s'inverteixen cent tones de manganès en el període zero i com a contrapartida s'aconsegueixen tres-centes tones en el període dos i dues-centes en el tres i, finalment, s'aconsegueixen seixanta-sis ampolles de vi en el període zero, trenta en l'u i deu en el dos a canvi de lliurar-ne cent vuitanta en el tres.

És habitual que els fluxos s'expressin en unitats monetàries constants (u. m. constants), que no és més que el resultat de multiplicar cadascuna de les quantitats expressades en u. f. pel preu que regeix en un període, típicament el període inicial (el zero). Si **en el període zero** els preus dels projectes de la taula anterior són de $P^0HT = 10$, $P^0TM = 3$ y $P^0BVT = 2$ llavors les unitats dels fluxos resultants seran **u. m. constants del període zero**:

Fluxos en unitats monetàries (constants)

	0	1	2	3	Unitats
HT	–20	10	10	10	u. m. constants del període zero
TM	–300	–300	900	600	u. m. constants del període zero
BVT	132	60	20	–360	u. m. constants del període zero

Així mateix, en lloc de valorar tots els fluxos al preu vigent en un mateix període (u. m. constants), es poden valorar als preus que regeixen en cada període, amb la qual cosa s'obtenen uns fluxos expressats en unitats monetàries corrents (u. m. corrents). Suposem que f és la taxa d'inflació que, per comoditat, se suposarà constant; llavors, aplicant aquest augment percentual per període als fluxos anteriors, s'obtenen els fluxos expressats en u. m. corrents:

Fluxos en unitats monetàries (corrents)

	0	1	2	3	Unitats
HT	–20	10(1 + f)	10(1 + f)2	10(1 + f)3	u. m. corrents
TM	–300	–300(1 + f)	900(1 + f)2	600(1 + f)3	u. m. corrents
BVT	132	60(1 + f)	20(1 + f)2	–360(1 + f)3	u. m. corrents

Per a calcular el VA es fa servir la taxa de descompte real r, quan els fluxos estan expressats en unitats físiques o en unitats monetàries constants, o la taxa nominal i, que és l'adequada per a actualitzar els fluxos expressats en u. m. corrents. La relació entre la taxa nominal i, la real r i la taxa d'inflació f és $(1+i)=(1+r)\cdot(1+f)$.

El VA del cost del treball (HT) es pot calcular en a partir de les dades en unitats físiques:

$$VA(HT;\text{u.f})=-2+1/(1+r)+1/(1+r)^2+1/(1+r)^3 \qquad \text{unidades físicas} \qquad 3.28$$

Aquest VA es pot expressar fàcilment en u. m. constants (del període 0); n'hi ha prou amb multiplicar-lo pel preu del període inicial, que val $P^0HT = 10$:

$$\begin{aligned} VA(HT;\text{u.m.constantes}) &= 10\cdot VA(HT;\text{u.f.})= \\ &= 10\cdot[-2+1/(1+r)+1/(1+r)^2+1/(1+r)^3] \end{aligned} \qquad 3.29$$

El VA del treball, calculat a partir dels fluxos en u. m. corrents, val:

$$\begin{aligned} VA(HT;\text{ u.m. corrientes}) &= -20+10(1+f)/(1+i)+10(1+f)^2/(1+i)^2+10(1+f)^3/(1+i)^3 = \\ &= -20+10(1+f)/(1+r)(1+f)+10(1+f)^2/(1+r)^2(1+f)2 \quad +10(1+f)^3/(1+r)^3(1+f)^3 = \\ &= -20+10/(1+r)+10/(1+r)^2+10/(1+r)^3 \quad = \\ &= 10\cdot VA(HT;\text{u.f.})= \\ &= (P^0HT)\cdot VA(HT;\text{u.f.}) \end{aligned} \qquad 3.30$$

Però alguns preus concrets poden variar de forma molt diferent que la taxa d'inflació f i, en aquest cas, la regularitat observada entre els fluxos expressats en unes o altres unitats no es manté. Si els preus de les hores de treball HT en cada període són $P^0HT = 10$ $P^1HT = 11$ $P^2HT = 14$ $P^3HT = 12$, llavors s'obté:

Períodes	0	1	2	3	Unitats
HT	–2	1	1	1	u. f. (hores de feina)
P^t_{HT}	10	11	14	12	preus
$HT\cdot(P^t_{HT})$	–20	11	14	12	u. m. corrents

Perquè sigui més fàcil comparar aquestes dades de cost amb d'altres, es poden transformar en u. m. constants. Per a això, com abans, n'hi ha prou amb descomptar la inflació:

Períodes	0	1	2	3	Unitats
HT	–2	1	1	1	u. f. (hores de feina)
$HT\cdot(P^t_{HT})$	–20	11	14	12	u. m. corrents
HT	–20	11/(1 + f)	14/(1 + f)2	12/(1 + f)3	u. m. constants

El VA(HT), calculat a partir de les u. m. corrents, és ara de:

$$VA(HT; u.m.corrientes) = -20 + 11/(1+i) + 14/(1+i)^2 + 12/(1+i)^3 \qquad 3.31$$

valor que és diferent del trobat en a causa que l'augment en els preus no coincideix amb la taxa d'inflació. El VA(HT) es pot calcular també a partir dels fluxos en u. m. constants:

$$VA(HT; u.m.constantes) = -20 + 11/(1+f)(1+r) + 14/(1+f)^2(1+r)^2 + 12/(1+f)^3(1+r)^3 \qquad 3.32$$

i el resultat coincideix amb el trobat en , ja que com hem vist en (*):

$$(1+i)^t = (1+r)^t(1+f)^t \qquad 3.33$$

En resum, quan els preus que valoren els impactes d'un projecte en cada període varien igual que la inflació, llavors és indiferent calcular el VA a partir de fluxos en unitats monetàries constants o corrents. Suposem que X_t són els impactes d'un projecte en un període genèric t, mesurats en unitats físiques; si el preu en el període inicial 0 és P_0, s'obté $K_t = X_tP_0$ (u. m. constants), flux que descomptat amb la taxa real resulta:

$$VAN(\cdot) = X_t P_0/(1+r)^t \qquad 3.34$$

Per a passar el flux K_t a u. m. corrents n'hi ha prou amb conèixer el preu P_t, que per hipòtesi es va modificant igual que la inflació, això és $P_t = P0(1+f)^t$, i s'obté $R_t = X_t P_0(1+f)^t$ (u. m. corrents). Aquest flux s'ha de descomptar amb la taxa nominal, i per tant i recordant la relació entre la taxa nominal i real (*) resulta:

$$\begin{aligned} VAN(\cdot) &= X_t P_0(1+f)^t/(1+i)^t = \\ &= X_t P_0(1+f)^t/[(1+r)^t(1+f)^t] = \\ &= X_t P_0/(1+r)^t \end{aligned} \qquad 3.35$$

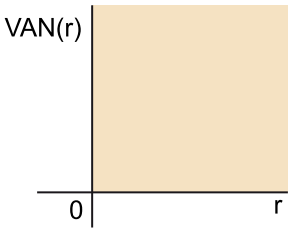
amb la qual cosa el VAN computat a partir d'u. m. corrents coincideix amb el calculat amb els fluxos en u. m. constants.

Però els preus que afecten els fluxos d'un projecte específic es poden modificar de manera molt diferent del que reflecteix la taxa d'inflació f. En aquest cas, el preu d'un impacte qualsevol en un període genèric t, P_t, serà tal que $P_t \neq P_0(1+f)^t$. El correcte en aquests casos és, primer, passar els fluxos a u. m. corrents usant l'estimació dels preus P_t que regiran en cada període i, segon, calcular el VAN mitjançant la taxa de descompte nominal i, o bé, que seria el mateix, descomptant la inflació dels fluxos expressats u. m. corrents, amb la qual cosa s'obtindrien u. m. constants, i computar el VAN amb la taxa de descompte real r.

9.9. El VAN d'un projecte segons l'escala d'execució (nivell II)

Si s'executen N projectes idèntics –una cadena de botigues, per exemple–, el VAN resultant és igual a N vegades el VAN del projecte original. La relació és, doncs, d'estricta proporcionalitat:

	0	1	Operació	VAN(10%)	Observacions
A	–1	2	**Inversió**	**0,8182**	
2A	–2	4	**Inversió**	**1,6364**	
10A	–10	20	**Inversió**	**8,1818**	**VAN(k·A) = k·VAN(A) ∀ k**
50A	–50	100	**Inversió**	**40,9091**	



9.10. La rendibilitat d'un projecte segons el VAN (nivell I)

El criteri per a no rebutjar un projecte és sempre el mateix per a qualsevol tipus d'operació: VAN > 0.

Si el VAN d'una operació és positiu (negatiu), el de l'operació contrària serà negatiu (positiu). El mateix ocorre amb el creixement o decreixement del VAN respecte a la taxa r, com recordareu observant els projectes següents:

	0	1	Operació	VAN(2%)	VAN(7%)	El VAN:
A	–100	105	Inversió	2,94	–1,87	disminueix amb la taxa r
B	100	–105	Crèdit	–2,94	1,87	augmenta amb la taxa r
C	–100	–105	Pèrdua	–202,9	–198,1	augmenta amb la taxa r
D	100	105	Regal	202,9	198,1	disminueix amb la taxa r

Activitat

Mantenint el valor de la taxa de descompte en el 10%, determineu el tipus d'operació de què es tracta i compareu la rendibilitat dels projectes que s'expressen a continuació segons el valor del VAN de cadascun. Repetiu l'operació amb una taxa del 150% i compareu-la amb els resultats anteriors. Observeu que si un projecte és rendible, el projecte invers, format pels mateixos fluxos canviats de signe, no ho és, i viceversa. Per a qualsevol taxa positiva, els regals són sempre rendibles, les pèrdues mai no ho són, mentre que una inversió o un crèdit seran interessants o no segons la taxa de descompte.

	0	1	Operació	VAN(10%)	És rendible?	VAN(150%	És rendible?
J	–1	2	**inversió**	**0,8182**	**Sí**	**–0,2**	**No**
O	1	–2	**crèdit**	**–0,8182**	**No**	**0,2**	**Sí**
T	1	2	**regal**	**2,8182**	**Sí**	**1,8**	**Sí**
A	–1	–2	**pèrdua**	**–2,8182**	**No**	**–1,8**	**No**

9.11. Comparació de dos o més projectes segons el VAN (nivell I)

El criteri bàsic és el mateix per a qualsevol tipus de projecte: entre dos projectes, **tota la resta constant**, es triarà el que tingui un VAN més gran. A la pràctica caldrà matisar aquest criteri, com veurem més endavant. Observeu els projectes que es presenten en la taula:

	0	1	2	VAN(10%)	Observacions
S	–1	2		**0,8181**	**Inversió rendible**
O	–1	0	5	**3,1322**	**Inversió rendible**
N	–1	–1	10	**6,3554**	**Inversió rendible**
R	–10	20		**8,1818**	**Inversió rendible**
I	–10	0	50	**31,3223**	**Inversió rendible**
A	–10	–10	100	**63,5537**	**Inversió rendible**

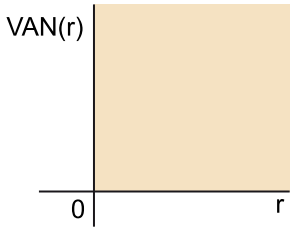
Els projectes S, ..., A, estan ordenats de VAN més petit a més gran. Tenint en compte els supòsits habituals, aquesta ordenació és correcta. No obstant això, en una situació més realista, aquests projectes són difícilment comparables de manera directa, perquè l'*àmbit temporal és diferent* (dos períodes per a uns projectes i tres per a d'altres) i perquè la quantitat que cal invertir tampoc no és igual. Les dificultats que no es compleixi la clàusula *ceteris paribus* ('tota la resta constant') les abordem més endavant.

Vegeu també

Pel que a fa a aquest aspecte, vegeu els apartats "La TIR com a una funció inversa del VAN" i "La rendibilitat d'un projecte segons la TIR".

Activitat

Representeu els projectes {S, O, N, R, I, A}:

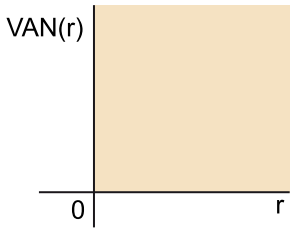


Una altra manera de comparar dos projectes qualssevol A i B és calculant el VAN de la diferència, VAN(A - B). Si VAN(A - B) > 0 això significa que el projecte A és preferible que el B. En calcular el VAN del projecte diferència VAN(A - B), s'està determinant el que es guanya per executar A en lloc de B, això és, el cost d'oportunitat en el qual s'incorreria si s'executés el projecte menys rendible, mesurat en termes absoluts. En resum:

$$\text{A es preferible a B} \Leftrightarrow \text{VAN}(A) > \text{VAN}(B) \Leftrightarrow \text{VAN}(A - B) > 0$$

Activitat

Comproveu, numèricament i gràficament, que, donats els projectes U i F, es compleix $\text{VAN}(U) > \text{VAN}(F) \Leftrightarrow \text{VAN}(U - F) > 0$:

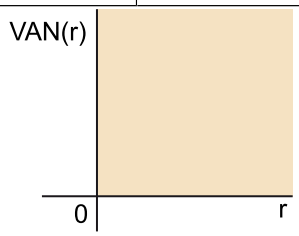


El VAN és capaç de triar el millor projecte encara que no es tracti d'inversions ni crèdits sinó de regals i pèrdues.

Activitat

Trieu el millor projecte entre S i P i el menys dolent entre Q i R:

	0	1	2	Operació	VAN(10%)	Observacions
S	3	3	1	**Regal**	**6,55**	
P	2	2	5	**Regal**	**7,95**	**És millor P que S**
Q	–10	–10	–20	**Pèrdua**	**–35,62**	
R	–20	–7	–7	**Pèrdua**	**–32,15**	**És millor R que Q**



El VAN permet comparar projectes de diferent tipus. Així, és possible decidir si és millor acceptar el regal A o dur a terme la inversió M, per exemple. Compareu tots els projectes examinats en aquesta secció, ordeneu-los de VAN més gran a VAN més petit i mireu d'establir una regla general, per exemple "tot projecte de pèrdua és pitjor que qualsevol regal, per insignificant que sigui el regal" o "sempre és possible trobar el regal més petit que és capaç de dissuadir un promotor perquè desisteixi d'una inversió".

Finalment, i no per això menys important, convé no oblidar que el VAN mesura una sola característica del projecte, la rendibilitat que proporciona en termes absoluts. Com que a la pràctica les coses solen ser més complicades del que suggereixen els manuals, no és estrany que un sol indicador no sigui suficient per a conèixer la desitjabilitat d'un projecte qualsevol. En particular, el VAN no depèn de la durada del projecte. Com es mostra en la taula, els projectes X, Y, Z i W tenen el mateix VAN i no obstant això són diferents. El projecte X dura dos períodes, el Y i el Z en duren tres i el W té una vida de quatre períodes. A més, el X i el Z comencen en el moment número u mentre que el Y i el W s'executen en el període zero.

	0	1	2	3	VAN(r = 1)	Observacions
X		–1	2		1,8182	
Y	0	–1	2		1,8182	
Z		–1	2	0	1,8182	
W	0	–1	2	0	1,8182	

Per emfatitzar la importància de la durada, considereu els dos projectes següents i pregunteu-vos si no és preferible el projecte A, que dura dos anys, que el B, que en dura cent un, malgrat que el VAN de A és inferior al de B:

	0	1	2		99	100	VAN(r = 10%)	Observacions
A	–1	2				1,8182		
B	–1	0	0	...	0	40000	1,9026	

En els apartats següents analitzem aquesta característica dels projectes, la durada, amb més detall.

9.12. El VAN segons el moment en què s'executa (nivell II)

Si un projecte és rendible, com més aviat es dugui a terme, millor. Si no s'executa immediatament s'incorre en un cost d'oportunitat, que és molt més elevat com més gran sigui el VAN del projecte original i com més temps s'ajorni.

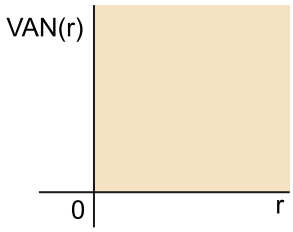
Activitat

Compareu els projectes A i B i observeu com disminueix el VAN a mesura que augmenta el retard en la seva execució (un període –A_1 i B_1–, quatre períodes –A_4– i tres períodes –B_3– en l'exemple):

	0	1	2	3	4	5	VAN(10%)	Observacions
A	–1	2					**0,8182**	
A1		–1	2				**0,7438**	
A4					–1	2	**0,5588**	
B	–10	20					**8,1818**	
B1		–10	20				**7,4380**	
B3				–10	20		**6,1471**	

Activitat

Amb un examen gràfic, observeu les relacions de dominància entre un projecte rendible i el mateix projecte quan se'n retarda l'execució:



De passada, vegeu que es poden tenir en compte nombres de període negatius sense cap problema, com en el projecte Ç:

	–2	–1	0	1	2	3
	–20	–20	70	25	–33	47

El VAN de Ç val:

$$\text{VAN}(Ç) = -20\cdot(1+r)^2 - 20(1+r) + 70 + 25/(1+r) - 33/(1+r)^2 + 47/(1+r)^3 = \\ = 54{,}57 \text{ amb una taxa de } r = 10\% \qquad 3.36$$

Activitat

Compareu ara el VAN del projecte A amb el VAN d'aquest mateix projecte avançant-lo dos períodes, VAN(A_{-2}), o retardant-lo un, VAN(A_1):

	–2	–1	0	1	2	VAN(10%)	Observacions
A			–1	2		**0,8182**	
A_{-2}	–1	2				**0,9900**	
A_1				–1	2	**0,7438**	

Repetiu l'exercici anterior amb una taxa superior al $100\%(r > 1)$. Trobareu que l'ordenació de millor a pitjor és ara la inversa que abans: $\{A_1, \quad A, \quad A_{-2}\}$. Com que per a taxes superiors al 100% el projecte A no és rendible, l'ideal seria no executar-lo mai i com més s'endarrereixi l'execució de A, millor.

9.13. La TIR com una funció inversa del VAN (nivell I)

L'Anna deixa 100 u. m. a l'Òscar durant un període. Si tot va bé, passat el temps fixat l'Anna rebrà les 100 u. m. prestades més 7 més en concepte d'interessos, perquè ha pactat amb l'Òscar un tipus d'interès del 7% $(r^* = 0{,}07)$. L'Anna actua com a prestadora i en concedir un *crèdit* a l'Òscar està duent a terme una *inversió*. El projecte d'inversió de l'Anna es resumeix en una quantitat de (-100) en el període 0 i (+107) en l'1:

	0	1	Operació
Anna	–100	107	**Inversió**

Per a l'Òscar, que assumeix el paper de prestatari, aquesta operació té la característica de *crèdit*; els fluxos són els mateixos que per a l'Anna però amb el signe contrari, aconsegueix 100 en el període 0 i ha de pagar 107 en l'1. En resum, 100 en 0 i -107 en 1:

	0	1	Operació
Òscar	100	–107	**Crèdit**

Per tal de conèixer millor aquestes operacions, s'han calculat alguns valors per a la funció VAN:

	0	**1**	**VAN(0%)**	**VAN(3%)**	**VAN(5%)**	**VAN(7%)**	**VAN(10%)**
Anna	–100	107	7,00	3,88	1,90	0	–2,73
Òscar	100	–107	–7,00	–3,88	–1,90	0	2,73

El primer que s'observa en el quadre és que l'Anna i l'Òscar són en pols oposats. Tot el que és positiu per a l'Òscar és negatiu per a l'Anna i viceversa, i en igual mesura, a més.

Quan la taxa de descompte és nul·la (el preu de mercat del capital és zero), l'Anna obté un VAN positiu, mentre que l'Òscar aconsegueix exactament la mateixa quantitat, però amb el signe contrari; una taxa nul·la significaria que és possible aconseguir capital a preu zero; per tant, l'Anna guanya en prestar al 7% el que li costa el 0% i l'Òscar perd en agafar un crèdit al 7% quan el podria aconseguir per res. Ocorre el mateix, encara que en menor mesura, si la taxa de descompte és del 3% o del 5%; l'Anna continua guanyant en invertir al 7% el capital que pot aconseguir a un preu més baix; el guany de l'Anna es compensa amb el que perd l'Òscar per comprar a un preu superior al de mercat; en termes nets, l'Anna guanya (l'Òscar perd) quatre punts$(7\% - 3\%)$ o dos punts $(7\% - 5\%)$ segons si la taxa de descompte és del 3% o del 5%.

És interessant veure el que succeeix quan la taxa de descompte apropiada –el cost o preu de capital– és del 7%: per a aquesta taxa el VAN dels projectes dels nostres herois és nul, $\text{VAN}(r = 7\%) = 0$. El significat és clar: no hi ha guanys extraordinaris per al qui ven a preu de mercat ni costos d'oportunitat per al qui compra al mateix preu.

La taxa r* per a la qual el VAN és zero és la taxa de creixement del capital i mesura la rendibilitat de les inversions i el cost dels crèdits, en termes relatius.

Nota

Aquesta taxa r* rep el nom de *taxa de rendiment intern*, la TIR per als iniciats.

El VAN de l'Òscar –o el de l'Anna, tant se val– s'anul·la per a un valor de r = 0,07, la qual cosa significa que la TIR és del 7%. En conseqüència, l'Anna obté una **rendibilitat** del 7% de **la seva inversió** i el **cost** del **crèdit** per a l'Òscar és, així mateix, del 7%. S'arriba a aquest mateix resultat de manera més directa usant la definició de TIR:

La TIR és tota aquella r* de manera que VAN(r*) = 0.

O sigui igualant el VAN a zero i calculant la r que compleix aquesta condició.

Si l'Anna busca la TIR del seu projecte d'inversió, resoldrà la senzilla equació:

$$\begin{aligned} &VAN(r) = -100 + 107/(1+r) = 0 \\ &107/(1+r) = 100 \\ &107/100 = (1+r) \\ &r^* = 0{,}07 = 7\% \end{aligned} \qquad 3.37$$

Com que per a $r^* = 0{,}07$ el $VAN = 0$, el valor de la TIR és del 7% i coincideix amb el que trobaria l'Òscar, encara que l'una i l'altre ho interpretaran de manera oposada. Per a la inversora Anna, com més gran sigui la TIR, millor, perquè com més alta sigui la TIR, més gran és la rendibilitat que aconsegueix. Per contra, l'Òscar vol una TIR tan baixa com sigui possible, perquè com més baixa és la TIR més petit és el cost del seu crèdit.

Activitat

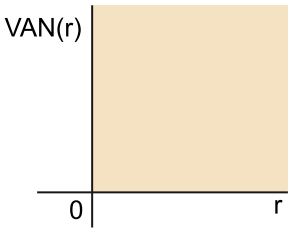
Representeu els projectes de l'Anna i l'Òscar:

Els càlculs que han dut a terme l'Anna i l'Òscar es poden sistematitzar, de manera que serveixin per a qualsevol altre cas del mateix tipus:

Donats els fluxos periodificats K_t d'un projecte, es defineix la TIR com la taxa r* de manera que:

$$VAN(K_t, r^*) = K_0 + K_1(1+r^*)^{-1} + K_2(1+r^*)^{-2} + \ldots + K_T(1+r^*)^{-T} = 0 \qquad 3.38$$

La TIR és, doncs, l'arrel de la funció $VAN(K_t, r^*)$, r* en el projecte d'inversió de la gràfica:



Si r* és la TIR de $VAN(K_t, r^*)$, també és la TIR del projecte contrari, això és, de $VAN(-K_t, r^*)$. El valor de r* és el mateix però la interpretació canvia. La TIR d'un crèdit reflecteix el **cost** per al prestatari i la **rendibilitat** per al prestador. Per tant, com més gran (petita) sigui la TIR millor (pitjor) per al prestador i pitjor (millor) per al prestatari.

Com que la TIR no és més que la intersecció amb l'eix d'abscisses –r– de la funció $VAN(K_t, r^*)$, si no hi ha intersecció la TIR no existeix. Per aquest motiu, la TIR no permet comparar projectes amb tots els fluxos del mateix signe, és a dir, amb característica de regal o de pèrdua i, com a criteri de decisió, no és complet.

Perquè hi hagi una TIR real, és necessari que no tots els fluxos tinguin el mateix signe, però no és suficient, com es posa de manifest en dibuixar la gràfica VAN(r) del projecte següent, que és una inversió per a taxes superiors al 5%:

0	1	2	TIR	Observacions
–100	200	–105		**No existeix arrel real**

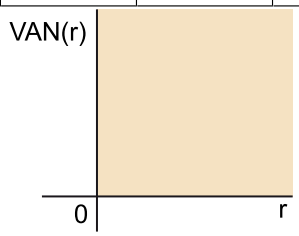
Activitat

Calculeu la TIR dels projectes que segueixen, després d'observar com evoluciona el VAN segons la taxa de descompte. Com que no sempre es té a mà un full de càlcul, és útil saber calcular la TIR pel mètode de *prova i error*; intenteu-ho; si se segueix un mètode raonable, amb dues o tres iteracions n'hi ha prou per a aconseguir la TIR amb una bona aproximació.

El mètode de la "caça del lleó al desert" funciona molt bé. Primer de tot, es divideix el desert en dues parts, això és, es busquen dos valors de r, de manera que per a un $-r_1$ el VAN sigui positiu i per a l'altre $-r_2$ – negatiu; llavors no falla: si el lleó no és en una part és que és a l'altra, o sigui, la TIR serà en algun lloc entre r_1 i r_2 perquè la funció VAN és contínua. Es pren ara el valor mitjà $r_3 = (r_1 + r_2)/2$ i, com abans, poden passar dues coses: o el $VAN(r_3)$ és positiu o és negatiu. Si el $VAN(r_3)$ és positiu, això indica que el lleó es troba entre r_2 i r_3; llavors es calcularà el VAN de $r_4 = (r_2 + r_3)/2$. Si el $VAN(r_3)$ és negatiu, és clar que el lleó es troba en algun punt entre r_1 i r_3, per la qual cosa el nou punt que cal explorar serà $r_4 = (r_1 + r_3)/2$. Es va procedint d'aquesta manera, dividint el desert i delimitant zones cada vegada més petites on es troba el lleó, fins que s'ha marcat un espai que és més petit que la gàbia de què es disposa –això és, s'aconsegueix la precisió volguda en el càlcul de la TIR–, es col·loca la gàbia en aquest lloc i, sens dubte, el lleó serà a dins, furiós, però a dins.

	0	1	Operació	VAN(10%)	VAN(20%)	VAN(30%)	TIR
J	–10	11,1	**Inversió**	**0,0909**	**–0,75**	**–1,4615**	**11,0%**
U	–10	20,0	**Inversió**	**8,1818**	**6,6667**	**5,3846**	**100,0%**

	0	1	Operació	VAN(10%)	VAN(20%)	VAN(30%)	TIR
E	–10	9	**Inversió**	**–1,8182**	**–2,5**	**–3,0769**	**–10%**
G	10	–10,5	**Crèdit**	**0,4545**	**1,25**	**1,9231**	**5,0%**
O	10	–11,3	**Crèdit**	**–0,2727**	**0,5833**	**1,3077**	**13,0%**



9.14. La rendibilitat d'un projecte segons la TIR (nivell I)

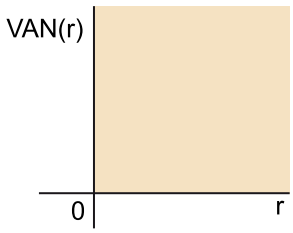
A diferència del VAN, que té una única regla de decisió per a qualsevol tipus de projecte, VAN >0, per a decidir si es rebutja un projecte fent servir la TIR és indispensable conèixer el tipus de projecte de què es tracta; si r_0 és la taxa de descompte de referència, el criteri per a no rebutjar un projecte és:

Inversió	Crèdit
$r^* > r_0$	$r^* \leq r_0$

Activitat

Caracteritzeu els següents projectes, calculeu el VAN per a les taxes $r = 10\%$, $r = 20\%$ i $r = 200\%$. Determineu el valor o valors de la TIR de cada projecte, tenint en compte que la TIR no sempre existeix.

	0	1	2	Operació	VAN(10%)	VAN(20%)	VAN(200%)	TIR
A	–10	11			**0**	**–0,8333**	**–6,3333**	**10%**
S	10	–25		**Crèdit**	**–12,727**	**–10,8333**	**1,6667**	**150%**
C	–10	–25		**Pèrdua**	**–32,727**	**–30,8333**	**–18,3333**	**No existeix**
E	–10	9,9			**–1,00**	**–1,75**	**–6,7**	**–1,0%**
T	–10	10			**–0,9091**	**–1,6667**	**–6,6667**	**0,0%**
I	–1	10,5	–10		**0,2810**	**0,8056**	**1,3889**	**5,92 i 844,1**
C	2	–8	7		**0,5124**	**0,1944**	**0,1111**	**29,3% i 170,7%**



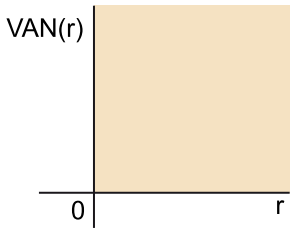
Quan un projecte presenta més d'un canvi de signe en els fluxos s'ha de sospitar que hi ha més d'una TIR i s'han de trobar totes.

Activitat

Representeu la funció VAN(r), trobeu les dues TIR del projecte A i les tres del B i, en ambdós casos, calibreu les conseqüències d'agafar una de les TIR del projecte a l'atzar i considerar-la com a única:

	0	1	2	TIR
A	200.000	–800.000	799.999	**99,8% i 100,2%**

	0	1	2	3	4	5	TIR
B	10	–80	74	–10	105	–100	**3,17%, 16,01% i 592,5%**

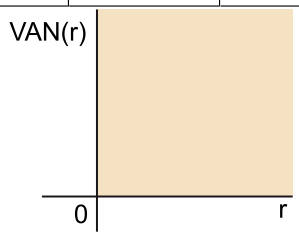


Quan la taxa de descompte de referència r_0 no és constant, la interpretació del resultat en termes de desitjabilitat del projecte no és tan clara si es fa servir la TIR.

Activitat

Donades les taxes que reflecteixen el cost d'oportunitat del capital en els períodes 1 i 2, $r_1 = 6\%$ i $r_2 = 10\%$, intenteu decidir si és rendible la inversió:

	0	1	2	TIR	Observacions
ZZ	–200	106	122	**8,98%**	



9.15. Comparació de dos o més projectes segons la TIR (nivell I)

Si tota la resta és constant, entre dos projectes es preferirà el que presenti una TIR més gran si es tracta d'inversions (més rendibilitat), i el que en presenti una més petita si es tracta de crèdits (menys cost). La comparació entre dos

projectes de diferent tipus (una inversió amb un crèdit, per exemple) no es pot dur a terme de manera directa, sobretot quan un o més tenen la característica de regal o de pèrdua.

Activitat

Calculeu la TIR dels projectes L, A, ..., S, ordeneu-los de TIR més gran a més petita, i indiqueu en cada cas si són millors o pitjors que el projecte F, considerant que el cost del capital és del 10% ($r_0 = 0{,}1$):

0	1	2	TIR	Millor	Pitjor	Observacions
–1	1	2	**100%**			
–1	1	1	**61,8%**		✓	
–10	9	11	**59,1%**		✓	
10	–9	–10	**54,66%**		✓	
–50	40	40	**37,98%**		✓	
60	–50	–40	**33,33%**		✓	
–90	7	6	**–70%**		✓	
90	90	90	**No existeix**	**?**	**?**	**No comparable segons la TIR**
–1	6	–9	**200%**	✓		**Paradoxa: VAN < 0 r 2**

Per a comparar dos projectes, A i B, seguint el criteri de la TIR, és preferible recórrer a la formació del projecte diferència $D = A - B$. Si r_D és la TIR de D i r_0 el cost del capital, el projecte A serà preferible que el B quan:

$r_D > r_0$	Si el projecte D és una inversió
$r_D \leq r_0$	Si el projecte D té les característiques d'un crèdit
Sempre que el projecte D tingui la característica d'un regal (tots els fluxos no negatius)	

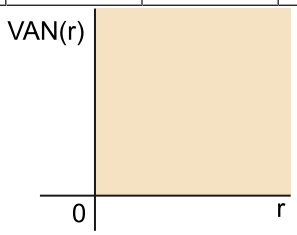
de manera que el projecte B serà preferible que el projecte A si en formar el projecte $D = A - B$ i calculant la TIR r_D resulta:

$r_D > r_0$	Si el projecte D té les característiques d'un crèdit
$r_D \leq r_0$	Si el projecte D és una inversió
Sempre que el projecte D tingui la característica d'una pèrdua (tots els fluxos no positius)	

Activitat

Repetiu l'exercici anterior formant el projecte diferència i compareu els resultats. Intenteu escollir el millor projecte o, almenys, observeu les relacions de preferència entre alguns parells de projectes com a alternativa al F i no us descuideu de caracteritzar cada projecte, (F - L), ..., (F - S), abans d'interpretar-ne els resultats:

	0	1	2	TIR	Millor	Pitjor	Observacions
F	–1	1	2	**100%**			
F – L	0	0	1	**No existeix**	**?**	**?**	**Regal**
F – A	9	–8	–9	**53,88**	✓		**Crèdit**
F – M	–11	10	12	**59,36**		✓	
F – E	49	–39	–38	**36,43**	✓		**Crèdit**
F – N	–61	49	42	**32,35**		✓	
F – C	89	–6	–4	**–75,16**	✓		**Crèdit**
F – O	–91	–89	–88	**No existeix**	✓		**Pèrdua**
F – S	0	3	11	**No existeix**		✓	**Regal**



9.16. Alguns avantatges de la TIR enfront del VAN (nivell II)

A diferència del VAN, que és un indicador de rendibilitat en termes absoluts, la TIR proporciona la rendibilitat en termes relatius. Per aquest motiu, la comparació de dos projectes molt diferents pot ser més fàcil amb la TIR. Considereu, per exemple, els projectes X i Y que es presenten en la taula que segueix. Si s'ha de jutjar pel VAN, és millor X que Y ja que $\text{VAN}(X) = 100 > \text{VAN}(Y) = 90$; no obstant això, la inversió inicial necessària per a aconseguir aquests resultats difereix, fa falta invertir 50 en el projecte X i només 10 en el Y. La TIR indica amb claredat que és preferible Y que X, la qual cosa significa que l'ideal seria executar cinc projectes com Y. Naturalment, no sempre serà possible invertir tots els recursos (50) en projectes com Y, per la qual cosa la superioritat de Y respecte a X depèn de les possibilitats d'inversió i de reinversió. Suposeu que si s'inverteix en Y, l'única possibilitat per a canalitzar la resta de recursos (40) és el projecte Z, que és pitjor que Y i pitjor que X. Amb tot, el resultat d'executar el projecte Y i el Z, o sigui (Y + Z), és superior al d'executar X, tant pel VAN com per la TIR.

	0	1	VAN(r = 10%)	TIR
X	–50	165	100	230%
Y	–10	110	90	1.000%
5Y	–50	550	450	1.000%
Z	–40	80	32,7	100%

	0	1	VAN(r = 10%)	TIR
Y + Z	–50	190	122,7	280%

De vegades, l'ús de la TIR permet superar alguns problemes de falta d'informació. Per a finançar un programa de medicina preventiva es treuen recursos del sistema hospitalari convencional. El resultat comporta augmentar les defuncions en el període actual a canvi de disminuir-les en major mesura en el període següent. En tractar de valorar projectes d'aquesta naturalesa es topa amb dos problemes espinosos: d'una banda, cal decidir què val la vida humana i, de l'altra, s'ha de trobar la taxa de descompte apropiada. La impossibilitat de calcular el VAN no representa més problema amb els dos projectes U i V que s'expressen a continuació; malgrat que els costos i beneficis estan valorats en vides humanes (H), no sols és clar que V és millor que U, sinó que tot suggereix que V és un projecte atractiu i que U no ho és en absolut, segons els seus valors de TIR:

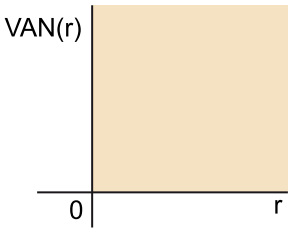
	0	1	VAN(r = ?)	TIR
U	–100 H	102 H	?	2%
V	–100 H	600 H	?	500%

9.17. La TIR davant canvis d'escala i moment d'execució (nivell II)

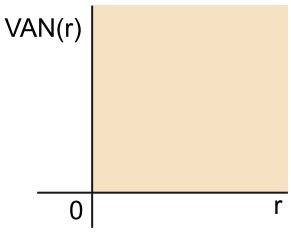
Com que es tracta d'una mesura de rendibilitat que no és absoluta sinó relativa, la TIR manté el valor sigui quina sigui l'escala a la qual s'executi un projecte. Si una empresa aconsegueix una rendibilitat de r*, el conjunt format per qualsevol quantitat d'empreses idèntiques a la primera obtindrà també una rendibilitat de r*. Dit d'una altra manera, en multiplicar tots els fluxos d'un projecte per una constant qualsevol, el valor de la TIR es manté invariable fins i tot quan la constant és negativa:

	0	1	TIR	Observacions
A	–1	1,5	**50%**	
2A	–2	3	**50%**	
10A	–10	15	**50%**	
50A	–50	75	50%	
–50A	50	–75	**50%**	

Observeu que, tot i que les gràfiques VAN(r) són diferents per a cadascun dels projectes anteriors, comparteixen el mateix punt d'intersecció amb l'eix d'abscisses, això és, tenen la mateixa TIR:



Així mateix, la TIR es manté constant davant canvis en el moment d'execució d'un projecte, per la qual cosa no proporciona cap indicació sobre els costos en els quals s'incorre pel fet de retardar un projecte rendible o els beneficis d'avançar-lo:

	–2	–1	0	1	2	3	4	TIR	Observacions
K			–10	11				**10%**	
K_{-2}	–10	11						**10%**	
K_3						–10	11	**10%**	

Igual que en el cas anterior, cada projecte es correspon amb una funció VAN diferent però tots tallen l'eix de la taxa r en el mateix punt perquè tenen la mateixa TIR: