
Els diferents tipus d'interès en l'economia

PID_00263772

Elisabet Ruiz Dotras

**Elisabet Ruiz Dotras**

Doctora en Ciències Econòmiques i Empresariales. Professora agregada dels Estudis d'Economia i Empresa de la UOC. Ha realitzat estades de recerca a UCLA i a la City University of Hong Kong. És membre del grup de recerca DigiBiz.

Cinquena edició: febrer 2019

© Elisabet Ruiz Dotras

Tots els drets reservats

© d'aquesta edició, FUOC, 2019

Av. Tibidabo, 39-43, 08035 Barcelona

Disseny: Manel Andreu

Realització editorial: Oberta UOC Publishing, SL



Els textos i imatges publicats en aquesta obra estan subjectes –llevat que s'indiqui el contrari– a una llicència de Reconeixement-NoComercial-SenseObraDerivada (BY-NC-ND) v.3.0 Espanya de Creative Commons. Podeu copiar-los, distribuir-los i transmetre'ls públicament sempre que en citeu l'autor i la font (FUOC. Fundació per a la Universitat Oberta de Catalunya), no en feu un ús comercial i no en feu obra derivada. La llicència completa es pot consultar a <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/es/legalcode.ca>

Índex

Introducció.....	5
1. Concepte de tipus d'interès.....	7
2. Mesura dels tipus d'interès: el valor actual.....	8
2.1. Quatre tipus d'instruments de crèdit	11
3. Tipus d'interès nominals i tipus d'interès efectius.....	14
4. Taxa interna de rendiment anual.....	19
5. Diferència entre tipus d'interès nominals i tipus d'interès reals.....	25
6. Diferència entre tipus d'interès i rendiments.....	28

Introducció

El tipus d'interès és una de les variables econòmiques que se segueix més de prop. Els seus canvis se segueixen diàriament en els mitjans de comunicació perquè ens afecten en la vida diària i també perquè poden tenir conseqüències importants per a l'economia. Els tipus d'interès afecten les decisions personals com consumir o estalviar, o bé comprar un habitatge, invertir en bons o en un compte d'estalvi a termini. I no solament afecten en l'àmbit familiar sinó també a les empreses, ja que han de prendre decisions com usar fons propis per a invertir en nova maquinària o bé demanar un préstec o adquirir recursos financers d'altres fonts de finançament.

Sense anar gaire lluny, és molt probable que coneguis algú que té un préstec o una hipoteca vinculada a l'Euribor. Tal com veurem més endavant, l'Euribor és un tipus d'interès per als dipòsits interbancaris (dipòsits fet entre bancs), denominat en euros i que es negocia en el mercat interbancari (mercat entre bancs). És també un indicador de referència en la majoria d'hipoteques a escala europea i en molts altres productes financers.

Tanmateix, els mercats financers han patit un procés de transformació intens en els darrers anys, sobretot pel que fa a crear productes nous que permeten controlar el risc financer que s'origina dins dels mateixos mercats. Una modalitat d'aquest risc és la generada per la volatilitat o variació que pateixen els tipus d'interès en el temps. Efectivament, la variable **tipus d'interès** és bàsica en l'anàlisi financera i el seu estudi ens ha de donar informació sobre quins són els tipus d'interès rellevants en el mercat i sobre com cal quantificar-los.

És un fet constatable que en el mercat coexisteixen diferents tipus d'interès aplicables en funció de les característiques de l'operació, i que és fonamental disposar d'informació sobre el nivell dels diversos tipus en cada moment, tant pel que fa a la valoració financera com a la seva aplicació en l'anàlisi i mesura del risc del tipus d'interès que s'assumeix en una cartera de renda fixa. Tal com veurem més endavant, la variable bàsica per a definir el tipus d'interès és el termini en què és vigent, i l'estructura temporal dels tipus d'interès és tan sols la relació dels tipus d'interès existents precisament en funció del termini en què s'apliquen.

Lectura recomanada

Si voleu conèixer una mica més sobre la transformació tecnològica en els mercats financers, us recomanem la lectura següent: «La nova era dels mercats financers i la seva globalització» (*Oikonomics*, 2, novembre 2014).

1. Concepte de tipus d'interès

El tipus d'interès és una variable macroeconòmica de gran interès per als agents de l'economia a l'hora de prendre decisions. De fet, el tipus d'interès proporciona l'element necessari per a establir l'equivalència financera entre prestacions i contraprestacions de les operacions financeres. A partir del coneixement del tipus d'interès que cal aplicar, i d'acord amb un règim financer determinat, podem quantificar l'operació financera i establir les obligacions que han d'assumir els diferents subjectes que hi participen.

Les característiques dels tipus d'interès ja les heu vistes anteriorment en assignatures sobre finances. En l'assignatura Valoració de les operacions financeres sempre es considerava un únic tipus d'interès en l'operació i, a més, aquest era fix. Per exemple, quan calculàveu el valor actual d'un lloguer que es pagava cada mes durant cinc anys, sempre l'actualitzàveu amb el mateix tipus d'interès. Però si us pareu a pensar, el tipus d'interès és el preu del diner, i ja sabeu que els preus canvien constantment. Així, doncs, el tipus d'interès també ho fa. En l'assignatura Valoració de les operacions financeres sempre es considera un tipus d'interès constant per tal de simplificar els càlculs i assimilar el concepte de valoració temporal del diner.

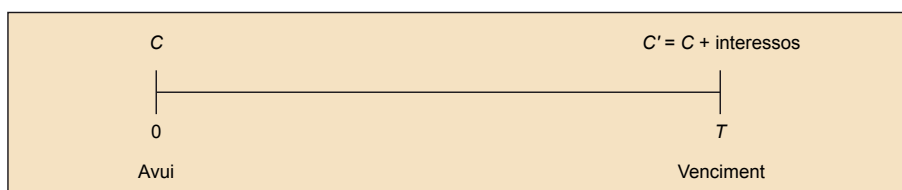
2. Mesura dels tipus d'interès: el valor actual

Si considerem diferents instruments de deute (per exemple, una lletra del Tresor, un bo a tres anys o bé una obligació a deu anys), ens adonarem que tenen un pagament de cupons diferent, anomenats també fluxos de caixa (*cash flows*), amb períodes de pagament també diferents. Per exemple, un bo a deu anys que paga cupons cada any és diferent d'un bo a tres anys que paga cupons semestralment. Així, doncs, abans de veure com podem mesurar el tipus d'interès, primer necessitem entendre com podem comparar un instrument de deute amb un altre, és a dir, com podem comparar bons de terminis diferents amb pagaments d'interessos diferents i freqüències de pagament diferents. Per a fer això, hem de recórrer al concepte de valor actual ja conegut.

Tal com sabeu, el concepte de valor actual es basa en el sentit comú que una unitat monetària pagada d'aquí a un any té menys valor que una unitat monetària avui. Aquest concepte té tot el sentit si pensem que avui podem comprar més quilos de taronges amb 10 euros que si els guardem i comprem taronges d'aquí a un any. També ho podem plantejar des del punt de vista de l'estalvi. Si dipositem 100 euros en un compte a termini a un any, ens donaran uns interessos i , per tant, al cap d'un any tindrem un import superior a 100 euros.

Si considerem el tipus d'instrument de deute més simple, el préstec, el prestatari cedeix un import anomenat principal del préstec (C) al prestador. A la data de venciment, el prestatari ha de retornar l'import prestat (C) més uns interessos (I).

Tindríem gràficament, en un esquema temporal:



El càlcul del valor actual (VA) serà:

$$C = \frac{C + \text{Interessos}}{(1 + I)^T}$$

Per tant, el valor actual (VA) o valor present d'un determinat capital futur (C') en un període futur T , el calcularem de la manera següent:

$$VA = \frac{C'}{(1+I)^n} = C' \cdot (1+I)^{-n}.$$

On n correspon als dies transcorreguts des de la data present (0) fins a la data futura (T); $n = T - 0$.

Exemple 1

Si avui ens han concedit un préstec a retornar en el termini de 2 anys, i sabem que en el venciment haurem de retornar un únic pagament de 2.000 euros, que inclou tant principal com interessos del préstec, quin és l'import que rebem avui en concepte d'aquest préstec si paguem un tipus d'interès nominal anual del 4%?

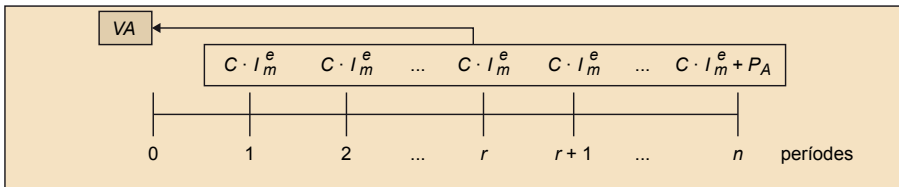
Si apliquem l'equació que ens permet calcular el valor actual d'un flux de capital futur, tenim

$$VA = C' \cdot (1+I)^{-n},$$

$$VA = 2.000 \cdot (1+0,04)^{-2} = 1.849,11 \text{ euros.}$$

Així doncs, l'import que rebriem actualment seria 1.849,11 euros, i al cap de 2 anys hauríem de retornar 2.000 euros al banc.

Si en canvi tenim diversos pagaments, com ara un bo, l'esquema temporal corresponent a l'emissió del bo seria el següent:



on VA és el preu o valor actual del bo, N correspon al nominal del títol, I_m^e correspon al tipus d'interès efectiu de l'emissió (per tant, $C \cdot I_m^e$ equival al cupó que paga el títol o emprèstit), P_A correspon al preu d'amortització del títol, i n equival al nombre de períodes o venciment de l'emissió.

A més, el càlcul del valor actual seria:

$$VA = C \cdot I_m^e \cdot a_{\overline{n}|I_m^{OB}} + P_A \cdot (1 + I_m^{OB})^{-n},$$

$$VA = C \cdot I_m^e \cdot \frac{1 - (1 + I_m^{OB})^{-n}}{I_m^{OB}} + P_A \cdot (1 + I_m^{OB})^{-n},$$

on I_m^e correspon al tipus d'interès efectiu de l'emissió, I_m^{OB} correspon al tipus d'interès efectiu de l'obligacionista, P_A correspon al preu d'amortització del títol, i n equival al nombre de períodes o venciment de l'emissió.

El concepte de valor actual ens serà molt útil per a trobar el valor actual d'un instrument de crèdit per a un determinat tipus d'interès, I , ja que en l'equació anterior només ens caldrà actualitzar cada un dels pagaments futurs amb el valor del tipus d'interès que correspongui.

Exemple 2

Si tenim un bo de nominal 1.000 euros (bo 1), el seu venciment és d'aquí a 2 anys i sabem que paga un cupó semestral de 5 euros (és a dir, paga un interès del 0,5%), i el volem comparar amb un bo també de nominal 1.000 euros (bo 2) però que venç d'aquí a 3 anys i paga un cupó anual del 1%, la manera més senzilla de comparar-lo és calculant els corresponents valors actuals de cada bo o títol de deute amb l'equació següent:

$$VA = \text{Cupó} \frac{1 - (1 + I_m)^{-n}}{I_m} + P_A \cdot (1 + I_m)^{-n}.$$

Però per a això necessitem saber quin és el tipus d'interès que farem servir per a actualitzar els capitals, és a dir, necessitem conèixer I_m , que és un valor diferent del cupó que es paga o el tipus d'interès del cupó.

Si volem actualitzar els capitals amb un tipus de referència del mercat, per exemple, la taxa de rendiment d'un bo estatal a 5 anys que a data d'abril del 2019 és igual a 0,194%, aquest valor correspon a un tipus efectiu anual I_1 . A més, el seu equivalent semestral el podem calcular a partir de les fórmules següents:

$$(1 + I_1)^1 = (1 + I_2)^2$$

$$(1 + 0,00194)^1 = (1 + I_2)^2$$

$$I_2 = (1 + 0,00194)^{0,5} - 1 = 0,09695\%$$

Bo número 1:

$$VA = 5 \frac{1 - (1 + 0,0009695)^{-4}}{0,0009695} + 1.000 \cdot (1 + 0,0009695)^{-4} = 1.016,083 \text{ euros}$$

Bo número 2:

$$VA = 10 \frac{1 - (1 + 0,00194)^{-3}}{0,00194} + 1.000 \cdot (1 + 0,00194)^{-3} = 1.009,145 \text{ euros}$$

Tot i que la diferència és molt petita, considerant un tipus de referència com el que podem obtenir dels bons a 5 anys, el bo número 1 ens dona un valor actual major comparativament.

Nota

Recordeu que en les equacions de matemàtica financera la freqüència de cada variable ha de ser la mateixa per a totes les variables d'una mateixa equació. La freqüència dels pagaments és la que marca aquesta freqüència. És a dir, si es paguen cupons semestrals tant el nombre de períodes com el tipus efectiu han de tenir freqüència semestral.

És el concepte de valor actual el que ens permet comparar el valor de dos instruments financers amb pagaments completament diferents.

2.1. Quatre tipus d'instruments de crèdit

Des de la perspectiva temporal dels fluxos de caixa (FC), hi ha quatre tipus d'instruments en el mercat de crèdit:

1) Un **préstec senzill**, que correspon a l'exemple 1 que hem vist anteriorment, en què el prestador presta al prestatari una quantitat monetària que s'ha de retornar en el venciment del préstec juntament amb un pagament addicional corresponent a l'interès.

2) Un **préstec amb pagament o quota fixa**, en el qual el prestador presta al prestatari un quantitat monetària, la qual es retorna fent el mateix pagament cada període (per exemple, cada mes) durant un cert nombre d'anys. Cada un d'aquests pagaments consisteix en una part del principal prestat i una altra part d'interessos. Per exemple, si es demana un préstec per 1.000 euros, aquest tipus de préstec requeriria pagar 126 euros cada any durant 25 anys a un tipus d'interès del 11,83% nominal anual. En aquesta categoria tenim les hipoteques o l'arrendament financer (*leasing*) per a un cotxe.

Arrendament financer

És un contracte d'arrendament que té per objecte cedir l'ús d'un bé a canvi d'una contraprestació consistent a abonar periòdicament un import o quota.

3) Un **bo amb cupons**, que és el segon exemple que hem vist anteriorment, en el qual es paga un import fix anomenat cupó al propietari del bo cada any o semestre fins a la data de venciment. A la data de venciment, a més del darrer cupó es paga també el valor nominal del bo (*par value*). En un bo amb cupons amb un nominal de 1.000 euros, si es paga un cupó anual de 100 euros durant 10 anys, en el venciment (a l'any 10) es pagarà no solament el cupó sinó també el nominal de 1.000 euros.

Un bo amb cupons es caracteritza per tres aspectes:

- L'emissor, si és un govern o bé una empresa; d'aquí que podem tenir deute públic si l'emet el Govern o bé deute corporativa si l'emet una empresa.
- El venciment del bo.
- El tipus d'interès del cupó, que és el pagament que es farà i que s'expressa com a percentatge del valor nominal. En l'exemple anterior, si el bo paga un cupó de 100 euros i el valor nominal és de 1.000 euros, el tipus d'interès del cupó és de $100/1.000 = 0,10$ o bé del 10%. Ja hem anotat anteriorment que aquest tipus d'interès del cupó no s'ha de confondre amb el tipus efectiu obligacionista o el tipus efectiu de l'operació.

4) Un bo de cupó zero o bo amb descompte és el bo que es compra a un preu inferior al valor nominal; per tant, es compra en el descompte i no paga cap cupó. En el venciment es paga el total del valor nominal. Així, doncs, els interessos que paga aquest bo es paguen en l'inici o emissió del títol, ja que el seu preu és inferior al valor nominal. Per exemple, si tenim un bo de cupó

zero amb un valor nominal de 1.000 euros, en la seva emissió es vendria a 900 euros i no pagaria cap tipus de cupó o interès durant la vigència del títol en el mercat.

Aquests quatre tipus d'actius o instruments financers presenten fluxos de capital o pagaments en diferents moments temporals: el préstec senzill i el bo de cupó zero fan pagaments només en el venciment, mentre que els préstecs amb pagament o quota fixa i el bons amb cupó fan pagaments en diferents moments durant la vigència de l'actiu financer.

Així, doncs, com es poden comparar aquests productes per tal de saber quin és el que paga imports majors?

Podríem fer-ho tal com hem vist anteriorment i calcular el seu valor actual, però per a calcular-lo necessitem un tipus d'interès de referència que ens permeti actualitzar tots els pagaments. A més, per tal que la comparativa sigui viable, caldrà que fem servir el mateix tipus d'interès en tots els instruments financers. En la pràctica això no té sentit, ja que hem d'actualitzar un producte o instrument financer amb un tipus d'interès de referència que tingui característiques similars. És a dir, si actualitzem una obligació a 10 anys, necessitem un tipus de referència que tingui un termini de prop dels 10 anys. Llavors no té massa sentit usar aquest mateix tipus d'interès de referència per a una operació a 1 any i comparar ambdós valors actuals. L'operació a 1 any s'hauria d'actualitzar amb un tipus de referència d'un venciment aproximat. Però el que no podem fer és comparar valors actuals que s'han actualitzat amb tipus de referència diferents, perquè llavors es perd l'homogeneïtat matemàticament.

Cal no confondre això amb el fet que podem tenir un tipus de referència a 5 anys (com el que hem vist abans), i aquest el podem expressar en diferents freqüències, és a dir, el mateix tipus efectiu d'un bo a 5 anys el podem expressar com un tipus efectiu amb freqüència semestral, anual, trimestral, etc. Independentment de la seva freqüència, el tipus efectiu de referència continua sent únic. En l'exemple 2 anterior era una bo estatal a 5 anys.

És a dir, la mesura de valor actual és una alternativa si tenim el tipus d'interès al qual volem actualitzar els pagaments o fluxos de capital. Per exemple, quan valorem diferents projectes d'inversió, un dels criteris que ens ajuda a prendre decisions és el valor actual del projecte (VA). I, en aquest cas, el tipus d'interès que fem servir per a calcular els valors actuals corresponents és el cost mitjà ponderat de capital (WACC).

No obstant això, quan treballem amb productes o instruments financers que tenen característiques diferents perquè tenen terminis molt diferents i/o riscos molt diferents i no disposem d'un tipus efectiu de referència homogeni que puguem usar per a actualitzar els pagaments futurs, aquest criteri o valor actual deixa de ser una alternativa òptima per a comparar productes financers.

Una altra bona opció, i una manera senzilla de comparar productes financers, és mitjançant el rendiment efectiu anual o TIR (*yield to maturity*). En general, els productes financers cotitzen en el mercat, és a dir, es compren i venen en els mercats financers. Per tant, si un producte es compra i es ven en un mercat, això vol dir que té un preu al qual s'igualen l'oferta i la demanda.

Per exemple, els bons i les obligacions que emeten el banc central d'un país o bé les empreses cotitzen en un mercat financer. Això vol dir que es compren i venen i que, per tant, tenen un preu d'equilibri, en el qual l'oferta i la demanda s'igualen.

Si tenim el preu d'un instrument o producte financer, llavors tenim el seu valor actual, i la variable que ara passa a ser desconeguda és el tipus d'interès efectiu. Si tornem a recordar l'equació que hem fet servir anteriorment per a calcular el valor actual,

$$VA = C \cdot I_m^e \cdot \frac{1 - (1 + I_m)^{-n}}{I_m} + P_A \cdot (1 + I_m)^{-n},$$

veiem que ara VA és conegut perquè correspon al preu del títol. I la resta de variables també són conegudes perquè corresponen a les característiques del títol de deute o emprèstit (venciment, preu d'amortització i cupó). En aquest cas, l'única variable que no coneixem és el tipus d'interès efectiu.

Aquest tipus d'interès efectiu, que iguala pagaments i cobraments, correspon al rendiment intern de l'operació financera i és una variable molt utilitzada en els mercats financers com a mesura per a comparar diferents productes sempre que s'expressi en freqüència anual.

Recordeu que la freqüència del tipus efectiu serà donada per la freqüència de pagament dels cupons del títol. Però també hem vist que és molt senzill passar d'una freqüència qualsevol a una freqüència anual. La base anual es la que farem servir sempre, i en la pràctica habitual es fa servir per a comparar productes financers. En l'apartat següent s'explica aquest concepte amb més deteniment.

3. Tipus d'interès nominals i tipus d'interès efectius

Es important conèixer bé la diferència entre tipus nominal i tipus efectiu. Sovint, en la informació que es troba en els mercats financers aquest detall no s'explicita.

Malgrat que les entitats financeres estan obligades a publicar el tipus efectiu anual (TAE), aquesta no és la dada que es proporciona inicialment.

Vegem aquest exemple sobre un préstec, que podem trobar a internet.



Préstecs personals online

Amb els Préstecs Personals Online de BBVA podràs obtenir el finançament que necessites, amb un tipus d'interès des del 6,95% TIN.

- ✓ Tipus d'interès des de 6,95% TIN (TAE des de 7,85% fins a 9,66%).
- ✓ Fins a 75.000 € i fins a 8 anys de termini.
- ✓ Préstec online sense comissió d'estudi.

Préstec Personal Online
Des de
6,95% TIN
TAE des de 7,85%

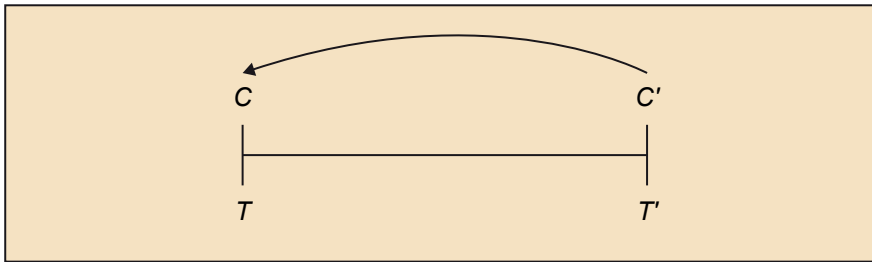
En aquest cas veiem que el primer tipus és el tipus d'interès nominal (TIN), i després es proporciona la taxa anual equivalent (TAE) entre parèntesis, la qual és més elevada que el TIN i té, a més, un mínim i un màxim. D'entrada, la informació pot ser confosa. No obstant això, anteriorment hem après que el valor que hem de prendre com a referència és la TAE malgrat que el TIN és el primer tipus d'interès que apareix.

Es defineix el **tipus d'interès efectiu** $I(T, T')$ com el tipus que informa del preu per cada unitat monetària de la prestació de l'operació (C).

Si l'equivalència entre capitals la determina la relació següent,

$$(C; T) \sim (C'; T'),$$

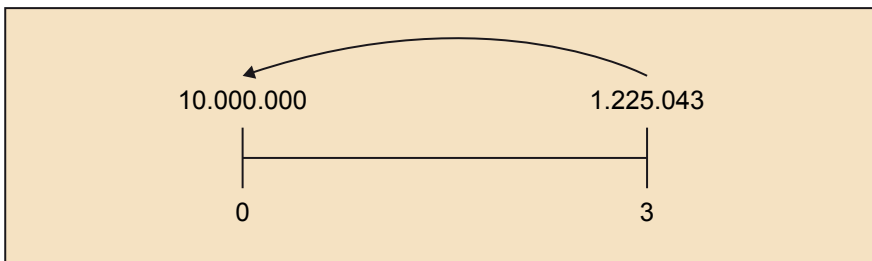
correspon gràficament a



I el valor del tipus d'interès efectiu que relaciona ambdós capitals per a una operació de termini $T' - T$ serà

$$I(T, T') = \frac{C' - C}{C}.$$

Per exemple, tenim dos capitals en diferents moments del temps, els quals equivalen gràficament a



Matemàticament, l'equivalència financera entre aquests dos capitals en una operació financera seria la següent:

$$(10^6; 0) \sim (1.225.043; 3).$$

Si això fos una operació d'inversió, podríem calcular el rendiment efectiu de l'operació calculant-ne el tipus efectiu de la manera explicitada anteriorment:

$$I(T, T') = \frac{C' - C}{C},$$

$$I(0, 3) = \frac{225.043}{10^6} = 0,2250 = 22,50\%.$$

Això significa que, per cada unitat monetària, el guany de l'operació és de 0,2250 unitats monetàries per al període dels tres anys.

Tal com es pot observar en la fórmula, el tipus d'interès efectiu és un coeficient, no té unitats. De fet, les unitats monetàries desapareixen en aparèixer tant en el numerador com en el denominador. I és alhora un tipus que informa del cost de l'operació per a tot el termini; així, doncs, en el cas de l'exemple,

Nota

El tipus d'interès efectiu és un coeficient.

el seu cost seria per a tot el període de tres anys i no anual. És per això que s'indica $I(0,3)$, on el 0 indica el primer moment temporal (avui) i el 3 indica el venciment de l'operació.

D'altra banda, en el règim d'interès compost, en què el capital final és

$$C' = C \cdot (1 + I_m)^n,$$

per a un termini temporal n igual a $T' - T$, el tipus d'interès efectiu aplicat és I_m , on m correspon a la freqüència de pagament en base anual. Observem que la seva expressió matemàtica és determinada per:

$$I(T, T') = \frac{C' - C}{C} = \frac{C \cdot (1 + I_m)^n - C}{C} = I_m.$$

En l'exemple anterior hem deduït que el tipus efectiu $I(0, 3) = 0,2250$ és un tipus triennal perquè cobreix un període de tres anys. No obstant això, si volem comparar operacions financeres necessitem que la base de la comparativa sigui sempre la mateixa. Per defecte, sempre es treballa sobre una base anual. Així, doncs, en el cas anterior ens interessaria conèixer quin és el tipus efectiu anual equivalent al tipus efectiu triennal $I(0, 3) = 0,2250$. Per això, cal aplicar l'expressió d'equivalència entre tipus efectius:

$$(1 + I_m)^m = (1 + I_{m'})^{m'}.$$

En l'exemple tenim que el tipus efectiu és $I(0, 3) = I_{1/3} = 0,2250$. Si volem trobar el tipus anual equivalent, cal que fem el càlcul següent:

$$(1 + I_{1/3})^{1/3} - 1 = I_1 = 0,07.$$

El **tipus nominal**, $i(T, T')$, a diferència de l'efectiu, incorpora l'aspecte temporal, de manera que ens informa del preu per cada unitat monetària en el termini d'un any. La seva definició s'obté en considerar el cost de tota l'operació, és a dir, en considerar el tipus efectiu i dividir-lo pel termini corresponent:

$$i(T, T') = \frac{(C' - C)/C}{T' - T} = \frac{I(T, T')}{T' - T}.$$

El tipus nominal dona el preu per any; per tant, s'expressa en unitats temporals.

Si en la nostra operació d'inversió volem calcular quin és el tipus nominal, cal que dividim el tipus efectiu entre el període de l'operació:

$$i(0, 3) = \frac{I(0, 3)}{3} = \frac{0,2250}{3} = 0,075 = i_{1/3}.$$

El resultat és un tipus d'interès nominal del 7,5% anual, però cal recordar que la seva capitalització és triennal perquè s'obté d'una operació que té un termini de tres anys.

El tipus nominal no és un coeficient com el tipus efectiu; així, en dividir-lo pel termini de l'operació, hem incorporat unitats temporals. D'aquí que sigui un tipus d'interès per any.

El tipus nominal d'interès, i_m , sempre és un tipus anual, però està associat a una freqüència de capitalització determinada.

Si bé hem definit el tipus efectiu i el tipus nominal, és interessant també determinar la relació existent entre aquests tipus.

Si utilitzem i_m per a simbolitzar el tipus nominal d'interès, l'expressió que caracteritza el règim financer d'interès compost es pot escriure així:

$$C' = C \cdot (1 + i_m \cdot p)^{mt}$$

Tal com sabem, hi ha una relació inversa entre la freqüència i el període de capitalització, $p = \frac{1}{m}$, de manera que si l'apliquem en l'expressió anterior aquesta també es pot escriure així:

$$C' = C \cdot \left(1 + \frac{i_m}{m}\right)^{mt}$$

Recordeu que el quocient entre el tipus nominal d'interès i la seva freqüència de capitalització correspon al tipus d'interès efectiu amb freqüència de capitalització m , (I_m). És un preu unitari respecte a la quantia inicial de cada període, i total respecte al període de capitalització.

Exemple: càlcul del tipus anual equivalent quan es coneix el tipus nominal

Donat un tipus d'interès nominal del 4% amb periodificació trimestral, podem trobar el tipus efectiu trimestral equivalent. Per a fer-ho, és necessari conèixer les dades següents:

- $i_4 = 0,04$.
- $p = 1/4$ (periodificació cada quart d'any o cada tres mesos).
- $m = 4$ (freqüència en què es capitalitzen interessos dins de l'any: quatre vegades).

Amb aquestes dades podem calcular I_4 :

$$I_4 = \frac{i_4}{4} = \frac{0,04}{4} = 0,01 = 1\%$$

El tipus nominal és del 4% per a tot l'any, però la periodificació trimestral fa que s'apliqui l'1% efectiu cada trimestre.

Finalment, cal assenyalar que a partir de l'equivalència entre capitals podeu trobar tipus efectius equivalents. Els tipus d'interès efectius I_m i $I_{m'}$, que permeten obtenir la mateixa equivalència financera es denominen tipus d'interès efectius equivalents i se simbolitzen de la manera següent:

$$I_m \sim I_{m'}.$$

L'expressió matemàtica que permet calcular-ne l'equivalència és la següent:

$$(1 + I_m)^m = (1 + I_{m'})^{m'}.$$

I a partir d'aquí podem calcular un tipus d'interès efectiu equivalent a un altre:

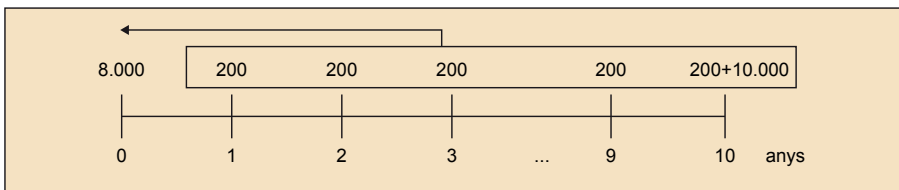
$$I_{m'} = (1 + I_m)^{m/m'} - 1.$$

4. Taxa interna de rendiment anual

En els mercats financers, a la taxa interna de rendiment anual correspon un tipus d'interès efectiu (sobre base anual), que és el valor del tipus d'interès més important de tots en un producte financer. La manera de calcular-lo es igualant el preu actual del títol al valor actual de tots els pagaments o fluxos de caixa futurs. Vegem-ne un exemple.

Considerem una obligació que presenta un nominal de 10.000 euros i que paga un cupó anual del 2%, és a dir, un cupó de 200 euros al final de cada any. A data d'avui a aquesta obligació encara li queden 10 anys per vèncer i cotitza en el mercat a un preu de venda de 8.000 euros.

Podem representar gràficament els diferents pagaments i cobraments o fluxos de caixa amb l'esquema temporal següent:



I l'equació a aplicar seria:

$$VA = \text{Cupó} \cdot \frac{1 - (1 + I_m)^{-n}}{I_m} + \frac{P_A}{(1 + I_m)^n},$$

on VA equival al preu de cotització de l'obligació a data d'avui, (P_0), és a dir, 8.000 euros. El cupó correspon al pagament dels cupons, en aquest cas 200 euros, i P_A equival al principal o nominal del títol i es retorna al venciment, 10.000 euros.

I_m correspon al tipus efectiu anual o taxa de rendiment anual d'aquest títol, que iguala prestacions amb contraprestacions. Les prestacions són el preu de cotització. A canvi, pel fet de ser el propietari d'aquest títol o obligació, es reben unes contraprestacions que són els cupons, i en el venciment es rep addicionalment el darrer cupó, el principal o nominal del títol.

Així, doncs, si volem conèixer el tipus efectiu anual d'aquesta obligació, el podem trobar resolent l'equació següent:

$$8.000 = 200 \cdot \frac{1 - (1 + I_m)^{-10}}{I_m} + \frac{10.000}{(1 + I_m)}$$

$$I_m = 0,02267 = 2,267\%.$$

Tingueu en compte que en aquest cas l'obligació paga cupons anuals i , per tant, la freqüència del tipus efectiu ja és anual. En cas que la freqüència de pagament del títol fos diferent de l'anual, hauríem de calcular el tipus efectiu anual equivalent al valor que haguéssim obtingut en l'equació anterior.

Per tant, la lectura que hem de fer d'aquest valor o taxa és que aquest és el rendiment que obtenim d'aquest títol si el comprem avui al preu de 8.000 euros i el mantenim fins al venciment, és a dir, durant 10 anys. Les obligacions, igual que les accions, es poden comprar i vendre en el mercat financer corresponent. Això vol dir que no necessàriament les hem de mantenir fins al venciment. Aquesta mesura ens serveix per a comparar un altre títol de deute amb característiques completament diferents i , només amb aquesta variable (el tipus efectiu anual), saber quin ens proporciona més rendiment.

En data 29 d'abril de 2018, podem trobar en el mercat la informació següent sobre un títol de deute privada de l'empresa Alphabet Inc, coneguda com Google:

Nota

Recordeu que la podeu resoldre amb la funció Buscar objectiu d'Excel.

Nota

Recordeu que la manera de calcular equivalències entre tipus efectius de diferents freqüències (m i m') és:

$$(1 + I_m)^m = (1 + I_{m'})^{m'}$$

ALPHABET 2024		Tipus efectiu anual (%)	
KEY DATA			
Coupon in %	3.3750%	Yield in %	3.27%
Duration	5.3000	Modified Duration	5.2147
Accrued Interest	0.5906	Currency	USD
BOND DATA			
ISIN	US02079KAB35		
Name	ALPHABET 2024		
Country	USA		
ISSUEANCE			
Issuer	Alphabet Inc.		
Issue Volume			
Currency	USD		
Issue Price	99.98		
Issue Date	2/25/2014		
COUPON			
Coupon	3.375%		
Denomination	1000		
Maturity Date	2/25/2024		
Coupon Payment Date	8/25/2018		
Payment Frequency			
No. of Payments per Year	2,0		
Coupon Start Date	8/25/2014		
Final Coupon Date	2/24/2024		

Podem veure que és un títol que venç al febrer del 2024, que paga un cupó semestral del 3,375% i que té un rendiment anual del 3,27%. Això vol dir que si el compréssim avui i el mantinguéssim fins al venciment, el rendiment anual que obtindríem seria del 3,27% abans d'impostos, inclosos el preu al qual el podria adquirir en el mercat i els cupons i nominal que se'n rebrien al llarg de la vida útil.

Podem qüestionar si volem comprar títols de Google (Alphabet) o bé títols d'Apple. A continuació podem analitzar la informació dels títols de l'empresa Apple en data 29 d'abril de 2018:

APPLE 13/23		Tipus efectiu anual (%)	
KEY DATA			
Coupon in %	2.4000%	Yield in %	3.25%
Duration	4.6821	Modified Duration	4.6073
Accrued Interest	1.1666	Currency	USD
BOND DATA			
ISIN	US037833AK68		
Name	APPLE 13/23		
Country	USA		
ISSUEANCE			
Issuer	Apple Inc.		
Issue Volume	5,500,000,000		
Currency	USD		
Issue Price	99.87		
Issue Date	5/3/2013		
COUPON			
Coupon	2.400%		
Denomination	1000		
Maturity Date	5/3/2023		
Coupon Payment Date	5/3/2018		
Payment Frequency	No. of Payments per Year		
No. of Payments per Year	2,0		
Coupon Start Date	11/3/2013		
Final Coupon Date	5/2/2023		

En aquest cas, els títols de l'empresa Apple vencen el 2023 i paguen un cupó semestral del 2,4%. Si en data 29 d'abril de 2018 compréssim aquests títols i els mantinguéssim fins al venciment, obtindríem una rendibilitat anual o tipus efectiu anual del 3,25%.

Així, doncs, tot i que els títols són d'empreses diferents i tenen característiques diferents, tenim una mesura única de comparar-los mitjançant el tipus anual efectiu o el rendiment efectiu anual (*yield to maturity*).

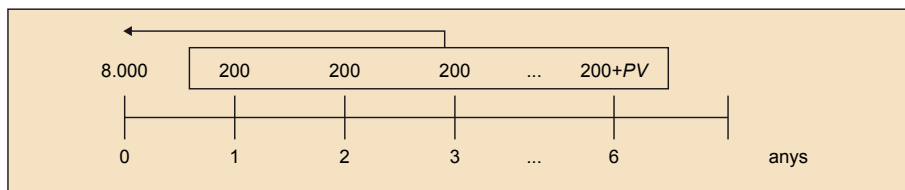
Veurem més endavant que tots els títols de deute privat publiquen sempre el tipus efectiu anual, però evidentment aquest valor canvia cada dia, ja que els títols es negocien diàriament, i atès que el seu preu canvia cada dia i el període fins al venciment també canvia, canviem els valors de l'equació que iguala prestacions i contraprestacions i, per tant, ens canviarà el valor del tipus efectiu anual.

Malgrat que aquestes dues empreses presenten rendiments anuals molt similars en aquestes dues emissions, al final la composició de la nostra cartera d'inversió depèn d'altres variables com el risc que vulguem assumir i el període

d'inversió. L'objectiu és sempre tenir carteres diversificades en què minimitzem el risc i maximitzem el rendiment tenint en compte un horitzó temporal preferent.

Però què passa si, enlloc de mantenir un títol fins al venciment, volem vendre'l abans?

Tornem ara a l'exemple anterior de l'obligació amb nominal 10.000 euros. Si el venem abans del venciment, el rendiment ja no serà el que hem calculat anteriorment sinó un altre. Si, per exemple, el venem al cap de 6 anys, just després d'haver cobrat el cupó del sisè any, llavors només rebrem els cupons des de l'any 1 fins a l'any 6 i, per tant, no rebrem el principal, perquè aquest es paga al venciment, l'any 10. Això vol dir que, si representem gràficament les prestacions i contraprestacions, tindrem un gràfic diferent de l'anterior i l'equació que igualarà aquests imports també serà diferent, i per tant resultarà un tipus efectiu o rendiment anual diferent:



on PV correspon al preu de venda de l'obligació en el mercat financer i serà conegut en el moment de la venda.

Suposem que hem assenyalat una ordre que si l'obligació arriba a un preu de 8.500 euros s'executi la venda d'aquest títol. Si s'aconseguís vendre l'obligació a 8.500 euros, l'equació que permetria trobar el rendiment anual seria:

$$8.000 = 200 \cdot \frac{1 - (1 + I_1)^{-6}}{I_1} + 8.500 \cdot (1 + I_1)^{-6}.$$

Si resollem aquesta equació, obtenim que el nou rendiment anual que s'obtindria amb aquest títol si es vengués a 8.500 euros al cap de 6 anys seria:

$$I_1 = 0,0103 = 1,03\%.$$

És important assenyalat que aquest tipus efectiu anual o rendiment anual que obtenim d'igualar prestacions amb contraprestacions és similar a la TAE. No obstant això, quan treballem amb títols o emprèstits dels mercats financers sovint es parla de rendiment anual o tipus efectiu anual perquè en realitat la TAE és una mica diferent.

Nota

Tal com vau veure en l'assignatura Valoració de les operacions financeres, aquesta equació també es pot plantejar com a valor final. Tot i que tindria més sentit plantejar-ho així aquí, perquè el resultat és el mateix, per a facilitar l'aprenentatge es prefereix deixar que els càlculs actualitzin capitals en lloc de capitalitzar-los.

Vegeu també

La TAE d'una operació financera la vau aprendre a calcular en l'assignatura Valoració de les operacions financeres.

La diferència és que la TAE que publiquen les entitats financeres en l'oferta dels seus crèdits o préstecs inclou les despeses i comissions generades en l'operació. Aquesta definició és indicada en el BOE, on es detallen les despeses i comissions que són incloses en aquesta nomenclatura.

Així, doncs, els tipus efectius anuals que s'han calculat anteriorment en la compravenda d'emprèstits i que normalment es publiquen no inclouen cap tipus de comissió o despesa que de ben segur es cobren en l'operativa. A més, són sempre rendiments abans d'impostos.

5. Diferència entre tipus d'interès nominals i tipus d'interès reals

Fins ara, en totes les explicacions sobre el tipus d'interès hem ignorat els efectes de la inflació. Quan no tenim en compte els efectes de la inflació, parlem de **tipus d'interès nominals**. Quan el tipus d'interès és ajustat per la variable inflació, és a dir, pels canvis en el nivell de preus, parlem de **tipus d'interès reals**.

Com bé sabeu, la teoria de Fisher diu que el tipus d'interès nominal, I_1 , és igual al tipus d'interès real, I_1^R , més la taxa d'inflació esperada, $E(\pi)$, en un moment del temps:

$$I_1 = I_1^R + E(\pi).$$

D'aquí obtenim que el valor del tipus d'interès real és:

$$I_1^R = I_1 - E(\pi).$$

Per tal de veure el sentit d'aquesta definició, considerem una situació en què dipositem 100 unitats monetàries al banc, el qual paga el 3% pel dipòsit a un any. És a dir, el tipus d'interès nominal anual del dipòsit és del 3% ($I_1 = 3\%$) i s'espera que el nivell de preus augmenti el 1% al llarg de l'any, és a dir, $E(\pi) = 1\%$.

Si ho comparem amb termes reals, és a dir, unitats físiques, la quantitat d'unitats que podríem comprar al principi i al final de l'any seria diferent.

Per exemple, si volem comprar vi i cada botella costa 10 euros, amb 100 euros a l'inici d'any podem comprar 10 botelles de vi. En canvi, si dipositem aquests 100 euros en el compte del banc i el banc paga el 3% anual, al final d'any obtindrem 103 euros. Però el preu del vi no serà 10 euros la botella sinó 10,1 euros, perquè esperem que els preus pugin l'1% al llarg de l'any. Així, doncs, al final d'any podem comprar 10,2 botelles. Concloem, doncs, que no podem comprar el 3% d'unitats físiques addicionals al final de l'any, sinó que podem comprar el 3% menys la taxa d'inflació esperada: $3\% - 1\% = 2\%$.

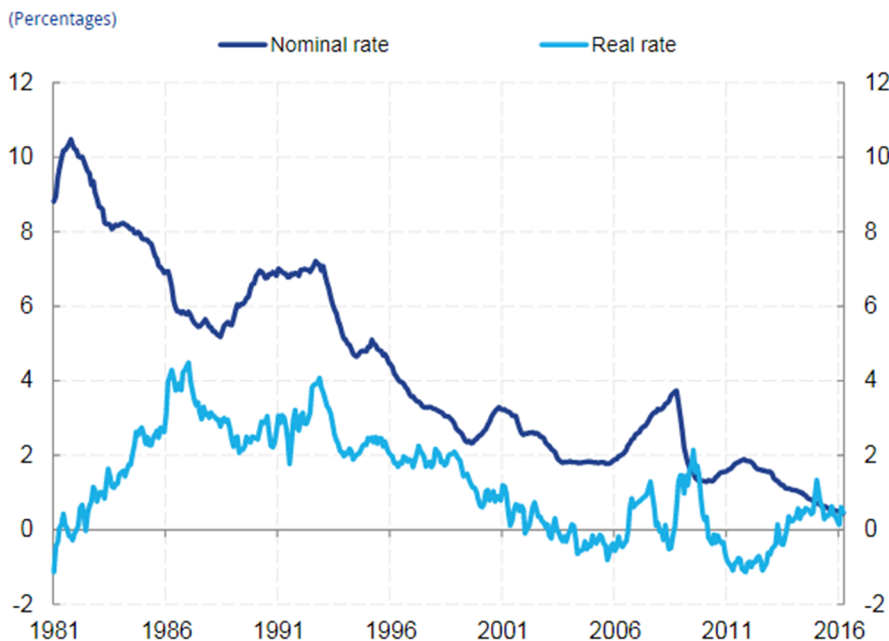
Si reflexionem sobre aquest fet, ens adonarem de la importància del tipus d'interès real. Normalment, quan un avalua les alternatives d'inversió llegeix les taxes de rendiment, és a dir, el tipus efectiu anual, però difícilment descomptarà la inflació esperada d'aquests valors. Quan ens plantejem estalviar diners per acumular més riquesa, hauríem de pensar en el tipus d'interès real, ja que si estalviem és per tenir més diners en el futur i no perdre el poder

adquisitiu d'aquests diners invertits. I si volem més diners en el futur és perquè els farem servir per a consumir béns i serveis. Per tant, si aconseguim un estalvi que ens dona un rendiment anual del 4% però els preus han pujat el 1,5%, en realitat no hem aconseguit millorar el nostre poder adquisitiu en el 4%, sinó que millorem el poder adquisitiu solament en el 2,5% ($4\% - 1,5\%$), perquè amb la nova situació de preus només podem adquirir el 2,5% d'unitats físiques de béns o serveis. A més, també cal tenir en compte que tampoc no considerem l'efecte fiscal, que faria que el guany fos encara més petit.

És per això que quan els governants d'un país prenen decisions sobre política monetària, miren totes les variables macroeconòmiques, entre les quals hi ha el tipus d'interès nominal i la taxa d'inflació esperada. La distinció entre tipus d'interès real i tipus d'interès nominal és important perquè el tipus d'interès real reflecteix el cost real del préstec i és un bon indicador per a conèixer els incentius a l'estalvi i al crèdit en una economia.

A continuació es presenta un gràfic dels tipus d'interès real i nominal dels dipòsits bancaris a la zona euro. És a dir, el tipus d'interès nominal és una mitjana del que es paga per un dipòsit en diferents bancs de la zona euro, i el tipus d'interès real correspon al tipus nominal menys la taxa d'inflació anual de la zona euro.

Tipus d'interès reals i nominals dels dipòsits bancaris a la zona euro



Font: Eurostat i Banc Central Europeu (BCE)

Tal com veiem, als darrers anys tant els tipus d'interès nominal com els tipus d'interès real estan a prop de zero. Això implica dues coses: que la taxa d'inflació és el 0%, i per tant els preus no pugen, i que els tipus d'interès nominal també estan a prop del 0%.

Si el tipus d'interès és el preu del diner, i aquest val 0 i no s'espera que els preus dels béns i serveis pugin, quin interès té per a les famílies i les empreses estalviar en un entorn com aquest? Quin valor aporta estalviar si no es podran consumir més unitats físiques de béns o serveis més endavant?

En canvi, tal com heu estudiat en les assignatures d'economia, és molt important que les famílies i les empreses estalviïn. D'una banda, les famílies han d'estalviar per tal que puguin fer front a futures despeses i també perquè, si hi ha xocs negatius en l'economia, aquestes puguin fer-hi front sense gaires problemes. D'altra banda, les empreses també han de pensar a estalviar per a poder tirar endavant nous projectes i per tal de fer front a contraccions en la demanda dels seus productes o serveis.

A més, el fet que el cost del diner sigui pràcticament zero per un període sostingut en el temps també perillós en part. De fet, una de les causes de la crisi financera del 2008 va ser la situació de tipus d'interès molt baixos. Aquesta situació va provocar que molts agents de l'economia s'endeutessin. Si bé els préstecs, majoritàriament hipoteques, van ser a tipus d'interès variables i a un valor proper a zero, aquestes hipoteques se signaven per terminis entre 30 i 40 anys. Així, doncs, hi va haver una concessió bastant laxa de préstecs per part del sistema bancari, impulsada pel creixement econòmic, principalment en el sector immobiliari. Quan els tipus d'interès van pujar una mica, o davant de situacions inesperades d'un o els dos membres de la família a l'atur, hi va haver situacions crítiques en què un volum importat de famílies no van poder fer front al pagament de la hipoteca, fins al punt de perdre l'habitatge.

El gràfic anterior també veurem que hi ha períodes en què el tipus d'interès real és negatiu. Per tant, el que un tipus d'interès real negatiu ens diu és que, si avui decidim estalviar en lloc de consumir, les unitats físiques de béns o serveis que podrem adquirir d'aquí a un any seran menors que si ho fem avui. Aquesta situació d'anormalitat acostuma a donar-se en períodes que precedeixen una crisi financera i/o econòmica.

Així, doncs, quan el tipus d'interès real de l'economia és baix, hi ha molts incentius a consumir, i per tant a adquirir préstecs, i menys incentius a estalviar.

6. Diferència entre tipus d'interès i rendiments

Sovint es confon el concepte de tipus d'interès d'un bo i es creu que un bo que paga un interès de cupó del 5% és el guany que se n'obté. Malgrat que hi està relacionat, l'interès del cupó té poc a veure amb el rendiment que se n'obté.

És bàsic saber diferenciar molt bé el tipus d'interès del cupó d'un bo, el guany de capital i la taxa de rendiment anual (*yield to maturity*, YTM) del bo o inversió.

Hem vist, i tornarem a veure, que el bo té un període o venciment a mitjà o llarg termini, però durant la vigència d'aquest bo en el mercat el bo es negocia. És a dir, el bo té un preu en el mercat que canvia cada moment, i en funció d'aquest preu el rendiment del bo és diferent. En canvi, el tipus d'interès del cupó és sempre el mateix. Aquest és conegut des del moment de l'emissió del bo i no canvia mai.

Per a qualsevol inversió, el rendiment es defineix com els pagaments rebuts més la plusvàlua en el preu de l'actiu respecte al preu de compra. És a dir, suposem que hem adquirit un bo per 1.000 euros en el moment de l'emissió. Aquest bo presenta un nominal de 1.000 euros i paga un cupó anual amb un interès del 10%. Si al cap d'un any, després d'haver cobrat el cupó, ens venen el bo per 1.200 euros en el mercat, quina és la taxa de rendiment obtinguda?

Sabem que el preu del bo (prestació) en el moment de la compra va ser de 1.000 euros i que com a contraprestacions s'ha rebut el cupó (10% de 1.000 euros, és a dir, 100 euros) i el guany de la venda del bo (1.200 euros).

Així, doncs, el rendiment seria el guany net obtingut respecte a la inversió que s'ha fet:

$$\text{Rendiment} = \frac{100 + (1.200 - 1.000)}{1.000} = 0,3 = 30\%.$$

Tal com es pot veure en aquest exemple, el rendiment d'aquest bo no té perquè ser igual a l'interès del cupó d'aquest bo ni tampoc igual al tipus efectiu anual.

En general, el rendiment, R , d'un bo el calcularíem així:

$$R = \frac{\text{Cupó} + (P_T - P_T)}{P_T} = \frac{\text{Cupó}}{P_T} + \frac{(P_T - P_T)}{P_T},$$

on

R = rendiment de mantenir un bo des de T fins a T' .

P_T (preu de compra) = preu del bo en T .

$P_{T'}$ (preu de venda) = preu del bo en T' .

Cupó = import rebut del cupó.

El primer terme, $\frac{C}{P_T}$, correspon a l'interès del cupó (10%), i el segon terme, $\frac{(P_{T'} - P_T)}{P_T}$, el definim com la taxa de guany de capital.

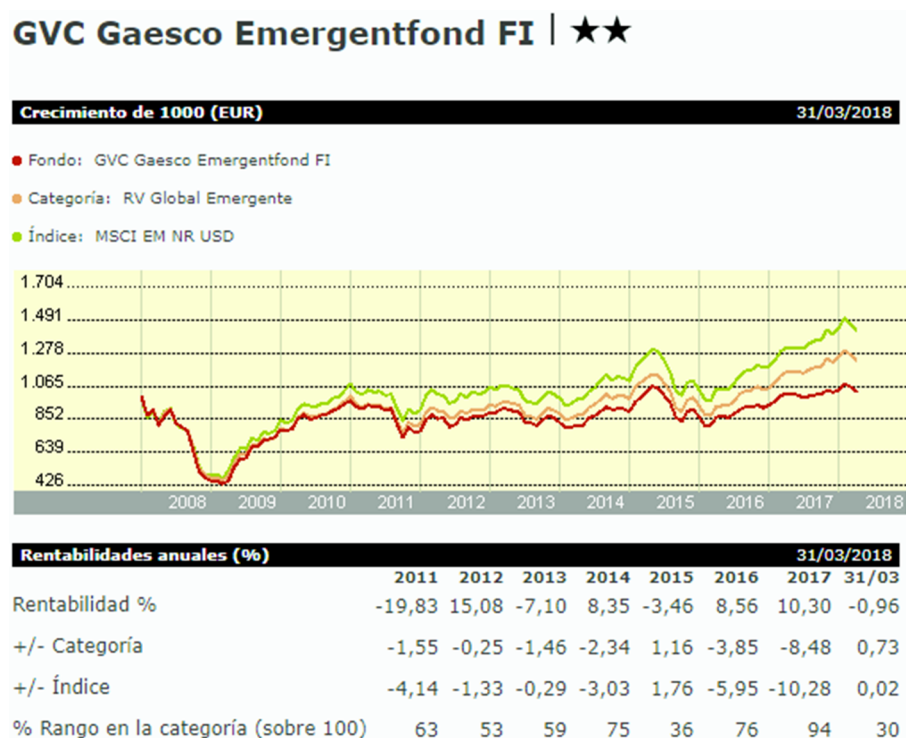
Si el mateix bo l'haguéssim mantingut durant dos anys i el venem al cap de dos anys per 1.300 euros, el rendiment seria:

- Prestació: preu del bo, 1.000 euros
- Contraprestacions: cupó del primer i segon anys (200 euros) més el preu de venda (1.300 euros)

$$\text{Rendiment} = \frac{100 + 100 + (1.300 - 1.000)}{1.000} = 0,5 = 50\%.$$

Vegem un altre exemple.

En data 30/4/2018, tenim la següent informació d'aquest fons:



Font: Morningstar (30/4/2018)

Reflexió

Quan seria millor vendre el bo: al primer any o al segon any?

En aquesta imatge veiem la informació relativa a un fons d'inversió que gestiona una cartera d'actius emergents. En el gràfic en vermell podem veure l'evolució del fons en valor de la cartera. La línia en verd fa referència a l'índex de referència o *benchmark* que té la gestora per a aquest fons d'inversió.

Sota del gràfic hi ha les rendibilitats des del 2011 fins al 2017, i en aquest cas s'indica que són anuals. La rendibilitat per al 2018 només correspon al període entre l'1 de gener de 2018 i el 31 de març de 2018.

I també podem trobar informació per a altres productes d'inversió, per als quals també es proporcionen rendibilitats acumulades. Aquestes rendibilitats poden distorsionar la informació si no se saben interpretar bé.

POLAR CAPITAL GLOBAL TECHNOLOGY I EUR DIS

Gestora: POLAR CAPITAL LLP
POLAR CAPITAL

Categoría VDOS: TMT
SECTORIALES

Rating VDOS: ★★★★★★

Rango de volatilidad: ■ ■

% 2018
3,91%

Ranking
77/259

Fecha
25/04/2018

Rentabilidades anuales

	2018	2017	2016	2015	2014
Fondo	3,91%	29,51%	14,48%	19,89%	21,73%
Categoría	0,94%	22,33%	12,38%	17,91%	23,24%
Ranking	77/259	37/217	40/200	28/170	79/156
Quintil	2	1	1	1	3

Ranking y quintil respecto a la categoría TMT

Rentabilidades acumuladas

	1 mes	3 meses	1 año	3 años	5 años
Fondo	-2,27%	-2,27%	16,19%	53,62%	164,35%
Categoría	-0,28%	-3,47%	11,25%	37,93%	131,74%
Ranking	192/260	108/259	53/229	8/173	7/134
Quintil	4	3	2	1	1

Ranking y quintil respecto a la categoría TMT

En aquest darrer exemple, la darrera taula de rendibilitats acumulades de 3 i 5 anys, 53,62% i 164,35% respectivament, són valors molt elevats. Aquestes xifres només volen dir que, sense tenir en compte el concepte temps ni despeses de gestió, i abans d'impostos, per a un període de 3 anys, el rendiment obtingut ha estat del 53,62%, i per als darrers 5 anys ha estat del 164,35%. Aquest no ha estat un rendiment anual, sinó que un es triennal i l'altre es quinquennal.

En la primera taula veiem que el rendiment per al 2017 és del 29,51%. I, per als quatre primers mesos del 2018, el rendiment ha estat del 3,91%. De fet, el rendiment del darrer mes ha estat del -2,27%, tal com veiem en la segona taula. Per tant, si bé és un fons que s'ha comportat molt bé en el passat, sembla que l'any 2018 no estava anant tan bé.

Així, doncs, és important que aprengueu a analitzar molt bé tota la informació i entengueu el concepte de cada dada que es proporcioni en qualsevol producte d'actiu o passiu.

En aquests exemples en què hem analitzat el rendiment, ens adonem que ens falta una variable important: el **temps**. En els diferents exemples hem vist que els períodes d'inversió són totalment diferents: un any, dos anys, tres anys o cinc anys.

Fixeu-vos que aquí no hem fet servir mai el concepte de valor temporal del diner i hem operat amb capitals que estan situats en diferents moments del temps. Això és així perquè precisament el **concepte rendiment** no inclou la **variable temporal** sinó només el **guany o pèrdua de capital**.

Amb la finalitat de poder comparar rendiments, és important que aquests siguin sobre base anual. Igual que per a poder comparar el cost de diferents productes financers de crèdit fem la TAE com a unitat de mesura, en els productes financers d'inversió usarem la taxa de rendiment anual o tipus efectiu anual (taxa interna de rendibilitat anual) com a unitat de mesura.

Hem vist que aquesta taxa o tipus d'interès inclou la variable temps. I, com que la calcularem sobre base anual, ens serà molt fàcil utilitzar-la com a unitat de mesura per a poder comparar entre diferents opcions d'inversió.

Si bé la TAE és regulada per llei en els productes de crèdit, la taxa de rendiment anual no és obligat de calcular o informar.

La manera de calcular la taxa de rendiment anual d'un bo o d'un producte d'inversió és mitjançant l'equació del valor actual que hem vist anteriorment, on igualem prestacions i contraprestacions al llarg del temps. Així, doncs, con-

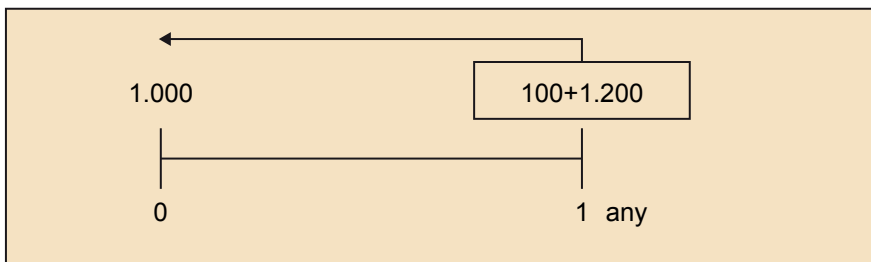
Rendibilitats dels fons d'inversió

Tingueu present que les rendibilitats que ofereixen els fons d'inversió i altres productes d'inversió són rendibilitats passades. I rendibilitats passades no asseguren en cap cas rendibilitats futures. Els mercats financers són volàtils, cada cop més globals i depenen de moltes variables.

tinuarem igualant prestacions amb contraprestacions, però com que introduïm la unitat temporal en realitat igualarem el valor actual de les prestacions amb el valor actual de les contraprestacions.

Si seguim amb l'exemple del bo vist abans, necessitarem representar els imports en un esquema temporal. La taxa anual que iguala el valor actual dels imports serà la taxa de rendiment anual. De fet, equival al tipus efectiu anual que hem vist abans.

Així, doncs, l'esquema temporal corresponent és:



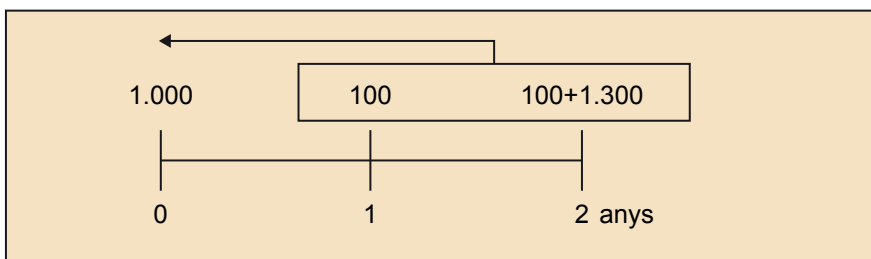
I l'equació que iguala prestacions i contraprestacions és:

$$1.000 = \frac{100 + 1.200}{1 + I_1}$$

I d'aquí obtenim una taxa de rendiment anual que correspondria a un tipus efectiu anual:

$$I_1 = 30\%$$

En el segon cas, en què el bo es manté per un període de dos anys, l'esquema temporal que representa l'operació financera és:



I l'equació que iguala prestacions i contraprestacions en aquesta operació financera és:

$$1.000 = \frac{100}{1 + I_1} + \frac{100 + 1.300}{(1 + I_1)^2}$$

Aïllant la taxa anual de rendiment o tipus efectiu anual, obtenim:

$$I_1 = 23,43\%.$$

Tal com veiem, aquest valor és molt diferent del rendiment del 50% que s'havia obtingut anteriorment, en el qual no teníem en compte el valor temporal del diner.

A més, aquesta taxa de rendiment anual del 23,43% d'aquest segon bo és comparable a la taxa de rendiment anual del 30% del primer bo, ja que ambdós són sobre base anual i són tipus d'interès efectius.

Si no tinguéssim coneixements financers, de ben segur optaríem per invertir en el segon bo, ja que proporciona un rendiment del 50%, valor molt atractiu. No obstant això, després d'estudiar el tipus d'interès efectius i la seva relació amb els rendiments, sabem que la inversió del bo a un any és molt més atractiva perquè ens ofereix un rendiment efectiu anual més elevat que el bo a dos anys.

