
Models matricials: cadena de Markov

Contextualització i objectius per a la ciència de dades

PID_00262434

Francesc Pozo Montero
Jordi Ripoll Missé

Francesc Pozo Montero

Llicenciat en Matemàtiques per la Universitat de Barcelona (2000) i doctor en Matemàtica Aplicada per la Universitat Politècnica de Catalunya (2005). Ha estat professor associat a la Universitat Autònoma de Barcelona i professor associat, col·laborador i actualment professor agregat a la Universitat Politècnica de Catalunya. A més, és cofundador del Grup d'Innovació Matemàtica E-learning (GIMEL), responsable de diversos projectes d'innovació docent i autor de diverses publicacions. Com a membre del grup de recerca consolidat CoDALab, centra la recerca en la teoria de control i les aplicacions en enginyeria mecànica i civil, com també en l'ús de la ciència de dades per al monitoratge de la integritat estructural i per al monitoratge de la condició, sobretot en turbines eòliques.

Jordi Ripoll Missé

Llicenciat en Matemàtiques i doctor en Ciències Matemàtiques per la Universitat de Barcelona (2005). Professor col·laborador de la Universitat Oberta de Catalunya des del 2011 i professor del Departament d'Informàtica, Matemàtica Aplicada i Estadística de la Universitat de Girona (UdG) des del 1996, on actualment és professor agregat i desenvolupa tasques de recerca en l'àmbit de la biologia matemàtica (models amb equacions en derivades parcials i dinàmica evolutiva). També ha estat professor i tutor de la UNED en dues etapes, primer al centre associat de Terrassa i actualment al de Girona. Ha participat en nombrosos projectes d'innovació docent, especialment pel que fa a l'aprenentatge de les matemàtiques en línia.

L'encàrrec i la creació d'aquest recurs d'aprenentatge UOC han estat coordinats per la professora: Cristina Cano Bastidas (2019)

Primera edició: febrer 2019
© Francesc Pozo Montero, Jordi Ripoll Missé
Tots els drets reservats
© d'aquesta edició, FUOC, 2019
Av. Tibidabo, 39-43, 08035 Barcelona
Disseny: Manel Andreu
Realització editorial: Oberta UOC Publishing, SL

Cap part d'aquesta publicació, incloent-hi el disseny general i la coberta, no pot ser copiada, reproduïda, emmagatzemada o transmesa de cap manera ni per cap mitjà, tant si és elèctric com químic, mecànic, òptic, de gravació, de fotocòpia o per altres mètodes, sense l'autorització prèvia per escrit dels titulars del copyright.

Índex

Introducció	5
Objectius	6

Introducció

La modelització matemàtica és una eina molt útil per a estudiar, comprendre i poder fer prediccions de fenòmens i processos de la ciència i la tecnologia. Si disposem de dades del fenomen real que volem estudiar i construïm un model matemàtic adequat, la seva anàlisi té un valor significatiu, tant des del punt de vista acadèmic com des del científic o de negocis.

Els sistemes dinàmics són un tipus de model en què, a partir dels estats inicials, podem calcular l'evolució futura dels estats del sistema al llarg del temps. En aquest mòdul ens centrarem en els sistemes dinàmics lineals a temps discret, per a problemes amb un conjunt finit de variables d'estat, és a dir, els models matricials lineals.

Des del punt de vista de l'àlgebra lineal, el sistema ve descrit en aquests models per un vector que evoluciona al llarg del temps discret ($t = 0, 1, 2, \dots$) senzillament multiplicant el vector per una matriu fixada.

Aquest esquema general l'aplicarem en particular a estudiar les anomenades **cadenes de Markov** (homogènies) descrites per mitjà dels diagrames dels estats i de la matriu de les probabilitats de transició entre estats (matriu estocàstica). Hi ha una infinitat d'exemples: la distribució geogràfica d'individus en diverses localitzacions (moviments entre zones geogràfiques), els consumidors d'un producte i la quota de mercat de cada marca, o l'algoritme PageRank (simplificat) de Google, que és un dels casos d'ús més famosos de les cadenes de Markov.

Les matrius que estudiarem en els diferents models són matrius positives i tenen unes propietats especials (valor propi dominant positiu, per exemple) que, sota certes hipòtesis, ens permetran predir el comportament futur dels estats del sistema a llarg termini. Per obtenir aquests resultats, es faran servir els conceptes d'àlgebra lineal introduïts en mòduls anteriors.

En aquest mòdul, les cadenes de Markov s'abordaran des del punt de vista dels sistemes dinàmics. Alternativament, però, des d'un punt de vista més probabilístic, es poden descriure com un cert tipus de procés estocàstic.

Objectius

Els objectius docents que es pretenen aconseguir amb aquest mòdul són els següents:

- 1.** Comprendre la utilitat dels conceptes d'àlgebra lineal que s'han treballat en els mòduls anteriors en l'aplicació en l'àmbit de la ciència de dades mitjançant els models matricials.
- 2.** Ser capaços de resoldre un problema utilitzant models matricials fent servir dades reals o realistes.
- 3.** Entendre la utilitat de fer servir un llenguatge de programació a l'hora de tractar grans volums de dades.
- 4.** Agafar destresa en la utilització de programari matemàtic per a la resolució de problemes amb un gran volum de dades.