
Models de localització

PID_00260704

Mariona Vilà Bonilla

Temps mínim de dedicació recomanat: 2 hores



Mariona Vilà Bonilla

Enginyera química i doctora en Administració i Direcció d'Empreses per la UPC. Va treballar com a professora ajudant en el Departament d'Organització d'Empreses de la UPC (EUETIB) durant cinc anys, on impartia classes sobre organització de la producció. El 2015 va realitzar una estada de recerca a la Universitat Adolfo Ibáñez (Xile). Actualment, treballa a l'EAE Business School, on és responsable dels programes d'excel·lència acadèmica i docent sobre organització i administració d'empreses. La seva tasca investigadora se centra en l'estudi dels problemes d'optimització combinatoria i disseny de línies de muntatge.

L'encàrrec i la creació d'aquest recurs d'aprenentatge UOC han estat coordinats pel professor: Eduard Josep Alvarez Palau (2019)

Primera edició: febrer 2019
© Mariona Vilà Bonilla
Tots els drets reservats
© d'aquesta edició, FUOC, 2019
Av. Tibidabo, 39-43, 08035 Barcelona
Disseny: Manel Andreu
Realització editorial: Oberta UOC Publishing, SL

Cap part d'aquesta publicació, incloent-hi el disseny general i la coberta, no pot ser copiada, reproduïda, emmagatzemada o transmesa de cap manera ni per cap mitjà, tant si és elèctric com químic, mecànic, òptic, de gravació, de fotocòpia o per altres mètodes, sense l'autorització prèvia per escrit dels titulars del copyright.

Índex

1. Introducció als problemes de localització.....	5
2. Factors bàsics de localització.....	7
2.1. Relacionats amb l' <i>input</i>	7
2.2. Relacionats amb l' <i>output</i>	8
2.3. Relacionats amb l'entorn	8
3. Introducció a la modelització matemàtica.....	10
3.1. Paràmetres	10
3.2. Variables de decisió	10
3.3. Funció objectiu	11
3.4. Restriccions	11
4. Objectius en els models de localització.....	12
5. Models de localització de les instal·lacions per a la minimització dels costos.....	13
5.1. Mètodes càrrega-distància	13
5.1.1. Distància euclidiana	14
5.1.2. Distància euclidiana al quadrat	14
5.1.3. Distància rectilínia	16
5.2. Model per a la localització d'instal·lacions amb capacitat limitada	17
6. Anàlisi multicriteri aplicat als problemes de localització.....	19
6.1. Mètode d'escalarització additiva	19
6.2. Relació de superació: el mètode ELECTRE	20
7. Futur dels problemes de localització.....	22
Bibliografia.....	23

1. Introducció als problemes de localització

Les decisions d'emplaçament o localització (de qualsevol naturalesa) pràcticament existeixen des que els éssers humans comencem a viure de forma sedentària. Atès el caràcter permanent o semipermanent d'aquest tipus de decisions, resulten eleccions estratègiques per les quals normalment caldrà considerar diversos criteris, i s'hauran d'estudiar detingudament.

Els primers problemes de localització que es van tractar de forma científica es basen, principalment, en problemes geomètrics. Per exemple: trobar un punt en un pla tal que la suma de les distàncies fins a altres tres punts fixos sigui la mínima possible. Aquest tipus de problemes, tot i que simplifiquen excessivament la realitat que representen, avui encara s'utilitzen com a assimilacions a problemes reals. L'exemple anterior es pot assimilar trobant el punt òptim on situar un centre de distribució, de manera que es minimitzi el cost de transport cap als tres centres de demanda.

Durant els segles XX i XXI, amb la industrialització i la subsegüent aparició de problemes de localització més complexos, apareixen noves formes de tractar els problemes de localització. Aquesta tendència culmina en la inclusió dels models de localització dins de la recerca operativa, disciplina que busca les solucions òptimes a problemes de decisió mitjançant la modelització o la programació matemàtica. Es pot consultar una revisió més extensa de l'evolució dels problemes de localització a l'article d'Smith i altres.

El desenvolupament i l'evolució dels problemes de localització durant la industrialització ja resulta un bon indicador de la importància que tenen aquests problemes a l'entorn empresarial. Les decisions de localització resulten estratègiques per a les operacions d'una empresa. Per això, se'ls concedeix la seva deguda importància i estudi.

A pesar que és una decisió que es pren de forma poc freqüent, d'aquesta se'n deriven conseqüències a llarg termini que no solament tenen impacte directe sobre l'empresa, sinó que també estan íntimament relacionades amb altres decisions estratègiques. Les decisions de localització immobilitzen una quantitat notable de recursos financers a llarg termini, que no es poden recuperar sense patir grans pèrdues. A més, la localització de les instal·lacions també tindrà conseqüències relacionades amb la competitivitat de l'empresa: la proximitat a certs *inputs*, als clients, els costos de la mà d'obra o de les matèries primeres, etc., són factors que depenen considerablement de la localització de les instal·lacions, i que afecten directament la competitivitat de l'empresa.

Lectura recomanada

H. K. Smith; G. Laporte; P. R. Harper (2009). «Locational analysis: Highlights of growth to maturity». *Journal of the Operational Research Society* (núm. 60, pàg. 140-149).

Per desgràcia, les conseqüències d'una localització incorrecta no s'identifiquen fàcilment, ja que moltes de les conseqüències a llarg termini causades per les decisions de localització no són costos directes, sinó costos d'oportunitat. És a dir, en lloc de ser costos que es veuen directament reflectits en el compte de pèrdues i guanys de l'empresa, serà el diferencial de cost amb la millor de les alternatives de localització que no es va prendre. Com que és una pèrdua difícil de calcular, és complicat mesurar les conseqüències a llarg termini d'haver emplaçat les instal·lacions de la nostra empresa en un lloc que no és l'adequat.

Un altre factor que dificulta la presa d'aquest tipus de decisions és la seva infreqüència. Atès que és una decisió que es pren de forma molt puntual en una organització, molts alts càrrecs i directius mai no s'hauran trobat davant una decisió d'emplaçament o l'han afrontat molt poques vegades durant la seva carrera. De forma general, és una decisió que apareix (1) en etapes inicials d'una empresa; (2) quan es realitza una expansió de mercat que obliga a ampliar instal·lacions o obrir noves localitzacions; (3) quan es produeix el llançament d'un nou producte; (4) quan una modificació de l'entorn obliga a relocalitzar o obrir noves instal·lacions (per exemple, esgotament de fonts de proveïment, un augment o disminució considerable de la demanda, l'aparició d'una nova tecnologia que converteix les instal·lacions existents en obsoletes, canvi de polítiques quant a mà d'obra o explotació de jaciments, etc.); i (5) en cas de fusió o adquisició.

En general, per a assegurar que aquestes decisions es prenen de la millor manera possible, les decisions de localització a l'empresa s'han de basar en múltiples criteris, normalment relacionats amb els costos, el temps de resposta, la rendibilitat, etc. En l'apartat següent, veurem detalladament els factors que més afectaran aquest tipus de decisions.

2. Factors bàsics de localització

En aquest apartat, concretarem alguns dels factors i criteris més utilitzats a l'hora de prendre decisions de localització. Aquests criteris es caracteritzaran per dues propietats:

1) Haurà de ser un factor sensible a la localització (és a dir, que el factor sigui decisiu perquè el seu valor canvia d'una localització a una altra. Per exemple, si totes les localitzacions considerades tenen les mateixes taxes impositives, aquest no serà un factor a tenir en compte).

2) Les repercussions del factor sobre la competitivitat de l'empresa han de ser significatives. Per exemple, si la nostra empresa ofereix un servei en línia, un factor de localització que no cal que considerem significatiu és la distància a la què hi ha els nostres clients.

A continuació, s'exposen alguns dels factors més comuns a considerar, classificats segons si estan relacionats amb l' *input*, amb l'*output* o amb l'entorn. Cal destacar que els assenyalats no seran els únics factors que poden aparèixer: es pot consultar un estudi detallat dels factors de localització regional a Espanya en el període 1964-2000 a l'article d'Escribá i Murgui.

2.1. Relacionats amb l'*input*

- **Proveïment.** Especialment quan es tracta de productes que tenen matèries primeres molt pesades o peribles, pot valer la pena considerar una localització propera als llocs d'extracció dels *inputs* o propera als proveïdors principals.
- **Mà d'obra.** El cost de la mà d'obra, en aquelles empreses que poden decidir produir lluny dels punts de demanda, és un factor molt significatiu que representa grans costos d'oportunitat. Però no és l'únic factor relacionat amb la mà d'obra a considerar: també s'ha de tenir en compte la seva disponibilitat i la seva formació com a factors de localització.
- **Terrenys i construcció.** La disponibilitat de terrenys que s'ajustin a les necessitats de la nostra empresa és òbviament fonamental per a prendre una decisió sobre l'emplaçament, però també la qualitat i els costos de la construcció en la localització triada.
- **Tecnologia.** Les empreses cada vegada depenen més de la tecnologia i de les comunicacions per a poder operar i competir eficientment. Per aquest motiu, la disponibilitat i els costos de la robotització del treball i de les

Lectura recomanada

F. J. Escribá; M. J. Murgui (2008). «Factores de localización regional en las inversiones industriales». *Revista de Economía Aplicada* (núm. 47, pàg. 101-125).

tecnologies de la informació a cada possible emplaçament cobren més i més importància com a factor en aquests problemes.

- **Subministraments.** La disponibilitat, la qualitat i el cost dels subministraments bàsics, com ara l'aigua i l'electricitat, són factors essencials per a pràcticament qualsevol empresa que vulgui ser competitiva.

2.2. Relacionats amb l'*output*

- **Mercats i demanda.** Situar-se més prop dels centres de demanda o dels mercats principals serà un factor que cobrarà importància en mercats més competitius (on cal arribar al client abans que el competidor o perdrem una oportunitat), en què la rapidesa és clau o el producte final és perible.
- **Transport i comunicació.** Quan les distàncies als centres de demanda o de proveïment són un factor important, el transport també passa a cobrar importància. El cost serà un dels factors essencials quant al transport, però també la qualitat de les connexions i les alternatives disponibles.
- **Blocs comercials.** La pertinença de la nostra empresa a algun bloc comercial pot portar amb si una sèrie d'avantatges o obligacions que potser afectin les decisions de localització subsegüents.

2.3. Relacionats amb l'*entorn*

- **Qualitat de vida.** La qualitat de vida pot semblar d'entrada un factor que afecta de manera més indirecta l'emplaçament d'una empresa. No obstant això, la qualitat de vida a la zona pot atreure o repel·lir la mà d'obra, especialment si l'empresa en qüestió requereix molta mà d'obra qualificada, fins a arribar a ser un factor decisiu a l'hora de decidir un emplaçament.
- **Clima.** Encara que el clima també pot servir en menor mesura per a atreure o repel·lir la mà d'obra, sobretot actua com a criteri fonamental en casos de clima extrem. En aquests casos, l'aclimatació o adaptació de les instal·lacions al clima extrem causaran costos addicionals que encara podrien arribar a resultar més significatius que els costos directament relacionats amb el transport.
- **Legislació.** Les polítiques i la legislació aplicable a l'entorn en què hi ha l'empresa afectaran directament els costos que tindrà aquesta. Especialment importants són les polítiques quant a terrenys, legislació laboral i control mediambiental, entre d'altres.
- **Impostos.** Com qualsevol altre cost, un tipus impositiu més baix també resulta un factor atractiu a l'hora de decidir un nou emplaçament. No obs-

tant això, cal tenir en compte que molts països apliquen restriccions sobre fins a quin punt es permet a una empresa traslladar gran part de la seva producció a un altre país per raons impositives.

- **Serveis públics.** La qualitat i la disponibilitat dels serveis públics a la localització desitjada no solament pot suposar estalvis per a l'empresa a l'hora de situar les seves instal·lacions, sinó que també poden servir com a factors que poden atreure o repel·lir la possible mà d'obra.
- **Actituds cap a l'empresa.** L'opinió que tingui la població local, les comunitats properes i els polítics locals sobre la nostra empresa i les actituds que presentin davant la nostra activitat resulten un factor que pot resultar decisiu en la localització d'una empresa (especialment quan l'actitud en alguna de les comunitats és negativa o quan l'empresa té efectes o subproductes nocius).
- **Estabilitat política o social.** L'estabilitat de l'entorn empresarial, en general, facilita l'expansió i el creixement d'una empresa, ja que ocorren menys imprevists que poden afectar dràsticament la seva competitivitat.

Fins i tot amb tots aquests possibles factors que afecten les decisions de la localització, en la majoria dels casos, el factor decisiu sol ser el cost. Això es deu al fet que, excepte en casos de grans multinacionals, les decisions de localització, d'entrada, estan limitades a zones específiques. Amb això, molts dels factors poden ser insensibles a la localització (per exemple, si estem considerant tres emplaçaments als voltants d'una mateixa població, la legislació, la mà d'obra, el clima, els serveis públics, la qualitat de vida, els subministraments, etc., seran iguals per a qualsevol dels tres possibles emplaçaments, i el factor decisiu finalment serà els costos de transport).

En les seccions següents, introduïrem el concepte de modelització lineal, per a posteriorment presentar alguns models bàsics que es poden utilitzar en la resolució de problemes de localització. Tot i que veurem diferents objectius pels quals es poden aplicar aquests models, posarem l'accent en els problemes que pretenen minimitzar els costos en l'emplaçament de les instal·lacions.

3. Introducció a la modelització matemàtica

En la introducció d'aquest mòdul, avançàvem que, històricament, els primers problemes de localització s'havien assemblat a problemes geomètrics, i s'havien resolt com a tals. No obstant això, aquest plantejament d'un problema de localització com a problema merament geomètric té moltes limitacions quant als criteris que es poden tenir en compte, els objectius pels quals mesurem la qualitat d'una solució i les aplicacions en la vida real que s'assemblen al problema.

Per aquest motiu, els propers tres apartats se centren en el plantejament de problemes de localització mitjançant models matemàtics. La modelització matemàtica també té les seves limitacions, però sol permetre introduir diferents objectius i criteris per a reduir, en la mesura del possible, les diferències entre el model plantejat i la situació real.

Els models matemàtics consten de diverses parts, que presentem en els subapartats següents: paràmetres, variables de decisió, funció objectiu i restriccions. Bàsicament, les variables de decisió ens indiquen la decisió presa, la funció objectiu ens indica la qualitat de la decisió presa calculada segons les variables de decisió i els paràmetres del problema, i les restriccions indiquen les limitacions que han de complir les solucions per a ser acceptables. Una solució que compleixi totes les restriccions i que doni el millor resultat possible en la funció objectiu és el que es coneix com a «solució òptima».

3.1. Paràmetres

Els paràmetres són simplement tots aquells valors i dades del problema el valor del qual és donat, però que tenen un efecte en la possible solució del problema. Per exemple, si volem situar una instal·lació, de manera que minimitzem els costos de transport entre la instal·lació i els diferents proveïdors, un paràmetre seria el que costa transportar cada tona de producte per quilòmetre en cadascuna de les rutes, però no seria un paràmetre els costos de fabricació del producte. Això es deu al fet que el cost de transport per tona i quilòmetre no és quelcom que puguem variar i que afecta directament la nostra decisió de localització. No obstant això, si l'única cosa que volem minimitzar són els costos de transport, els costos de fabricació no tindran cap efecte sobre la decisió final i no s'han de considerar paràmetres del problema.

3.2. Variables de decisió

Les variables de decisió són els elements del problema sobre els quals tenim control. El seu valor dependrà directament de la nostra decisió. En el cas concret dels problemes de localització, les variables de decisió sempre estaran re-

ferides a l'emplaçament final de la instal·lació que volem situar, per exemple, donant les seves coordenades o triant un dels possibles candidats. Noteu que les rutes existents, els costos del combustible o la demanda que té cada punt client són elements el valor dels quals està totalment fora del nostre control (per aquest motiu, aquests elements es consideren paràmetres, vegeu 3.1).

3.3. Funció objectiu

La funció objectiu calcula un valor que indica com de bona és una solució. Una funció objectiu pot ser una funció de minimització (per exemple, minimització de costos) o de maximització (per exemple, maximització de benefici). Un exemple d'una funció objectiu en un problema de localització en què volem situar un magatzem en un punt x , en què es minimitzin totes les distàncies entre l'emplaçament x i els diferents punts de demanda a_i , on i va d'1 a n , seria la següent:

$$MINf(x) = \sum_{i=1}^n d(x, a_i) \quad (1)$$

On $d(x, a_i)$ és el càlcul de la distància. La situació dels punts de demanda (a_i) són els paràmetres del problema, mentre que l'emplaçament de la nostra instal·lació (x) serà la variable de decisió.

En el cas dels problemes de localització, veurem que hi ha diversos objectius possibles (ja que es tracta de problemes en què intervenen molts factors, com vam veure en l'apartat anterior), però un dels més utilitzats és la minimització de cost, normalment expressat com a minimització de la distància.

3.4. Restriccions

Les restriccions d'un problema indiquen quines solucions són vàlides i quines no ho són. Per exemple, en un cas de localització en què es vol decidir quins magatzems obrir per a servir la demanda d'una sèrie de centres amb el mínim cost de transport entre aquest i els diversos centres de demanda, una manera de minimitzar el cost si no hi hagués cap restricció seria no obrir cap dels magatzems! Perquè, si no afegim una restricció que assegurí que tota la demanda es cobreix, la manera que el cost de transport sigui zero és simplement no transportar res. Per aquest motiu, en alguns models haurem d'afegir una o diverses restriccions que assegurin que les solucions oposades pel model compleixin amb totes les condicions del problema.

4. Objectius en els models de localització

En els apartats anteriors s'ha justificat que un problema de localització és un problema amb múltiples criteris a tenir en compte. Els objectius que triem per al model matemàtic dependran de diversos factors, per exemple:

- En la localització d'empreses amb efectes nocius, els objectius essencials hauran de ser la minimització del cost de transport i la maximització de la distància a nuclis de població (noteu que aquests objectius poden ser oposats en la majoria dels casos).
- En la localització dels serveis públics, també hi ha dos objectius importants, en aquest cas més fàcils d'equilibrar que en el cas anterior. En primer lloc, la minimització del cost de transport i, en segon lloc, la minimització de la distància a tots els punts de servei (o minimitzar la màxima distància a tots els punts de servei).
- En la localització d'empreses privades, no solament es pretén minimitzar el cost del transport, sinó que també és essencial l'aprofitament de les economies d'escala. Per al primer objectiu, l'ideal seria situar diversos emplaçaments per a poder estar més prop de més clients, però es contraposa al segon punt, pel qual l'ideal és tenir menys plantes i que siguin més grans per a economitza els costos fixos.

Aquests objectius també s'hauran d'equilibrar amb els objectius qualitius exposats en l'apartat 2.

En l'apartat proper es tractarà el cas de minimització del cost, ja que és el més habitual. Posteriorment, s'analitzaran els objectius multicriteri.

5. Models de localització de les instal·lacions per a la minimització dels costos

En aquest apartat, concretem dins dels models matemàtics per a la resolució dels problemes de la localització i ens centrarem en aquells models que tenen com a objectiu la minimització dels costos. Tot i que tots els models que formaran part d'aquest apartat tenen el mateix objectiu, hi haurà diferències fonamentals entre aquests respecte a com s'expressen les distàncies i quines restriccions s'apliquen. Es poden consultar altres models de localització en la cadena de subministrament no esmentats en aquest apartat, i també un cas d'estudi en què s'apliquen, a l'article d'Araneda & Moraga.

Lectura recomanada

R. H. Araneda Martínez; R. J. Moraga Suazo (2004). «La decisión de localización en la cadena de suministro». *Revista Ingeniería Industrial* (núm. 3, vol. 1, pàg. 57-68).

5.1. Mètodes càrrega-distància

Els mètodes basats en la càrrega-distància són la simplificació més útil aplicada al problema bàsic de la localització. Atès que el criteri quantitatiu més important és el cost i que els factors que més directament es relacionen amb el cost de transport són la distància (entre els proveïdors i la instal·lació, o entre la instal·lació i els centres de demanda), i la càrrega (que indica la importància que té el centre en qüestió i es pot referir a la demanda del centre, els viatges que cal realitzar a aquest centre concret al llarg d'un període o altres mesures de criticitat del punt), el problema de localització es pot expressar solament en funció d'aquests dos factors.

L'objectiu llavors es pot reduir a trobar l'emplaçament que minimitzi el total de càrregues ponderades. El model bàsic (suposarem solament dues dimensions) es pot expressar com segueix:

Suposeu un espai amb n centres de demanda, on $i=1, \dots, n$. Cada centre i està situat en el seu punt corresponent P_i , les coordenades del qual es poden expressar com (a_i, b_i) . Cadascun d'aquests punts té una càrrega (ponderació) w_i , que representa un coeficient de proporcionalitat que afecta la distància entre el punt on localitzarem la nostra instal·lació i cada centre i . Si la nostra intenció és emplaçar una instal·lació en el punt de coordenades (x, y) que minimitzi el cost de desplaçament, calculat com la distància entre cada punt P_i multiplicat per la seva càrrega w_i , per a tots els punts, el cost total $f(x, y)$ es pot expressar amb la fórmula següent:

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot d((x, y), (a_i, b_i)) \quad (2)$$

On $d((x,y),(a_i,b_i))$ representa el càlcul de la distància entre el punt objectiu (x,y) i cadascun dels punts P_i amb coordenades (a_i,b_i) .

En aquest problema, veiem que els paràmetres amb què partim són les coordenades dels n centres de demanda, (a_i,b_i) i els pesos de cada punt, w_i . Les variables de decisió en aquest cas són simplement les coordenades del punt a situar, en aquest cas considerant un problema bidimensional (x,y) . La funció objectiu serà minimitzar el valor de la funció (2). En el cas bàsic d'aquest problema, no tindrem en compte cap restricció.

Com solucionar aquest model bàsic dependrà fonamentalment de com es calculi la distància entre la localització i els diferents centres de demanda. En el cas més simple possible, les distàncies podrien ser donades per a tots els punts candidats, ja que es pot tractar de rutes existents ja conegudes. Per a casos en què les distàncies no són conegudes i s'han de calcular, les tres subseccions següents presenten tres maneres diferents de calcular aquesta distància.

5.1.1. Distància euclidiana

La distància euclidiana és la distància en línia recta entre dos punts. Aquesta és l'opció utilitzada si el moviment no té restriccions. Per tant, la millor mesura de la distància és el camí més curt entre els dos punts. La distància euclidiana es calcula com a $d((x,y),(a_i,b_i)) = \sqrt{(x-a_i)^2 + (y-b_i)^2}$.

Amb això, la funció (2) queda de la manera següent:

$$f(x,y) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \sqrt{(x-a_i)^2 + (y-b_i)^2}$$

Atès que aquesta funció no és ni derivable ni les variables són separables, la seva resolució de forma analítica és molt complexa. Per aquest motiu, els problemes basats en aquest model es resolen més freqüentment de forma iterativa i amb mitjans de càlcul automàtics (no de forma manual).

5.1.2. Distància euclidiana al quadrat

Una altra forma de calcular la distància en aquests models basats en el concepte de càrrega-distància és utilitzar el quadrat de la distància euclidiana. Aquest mètode no solament facilita enormement el càlcul, sinó que també s'utilitza en contextos en què té sentit considerar la distància com el factor fonamental, per sobre de la càrrega (i per això la distància s'eleva al quadrat en el model). Per exemple, en casos en què el que s'ha de situar és un centre o una instal·lació que s'ha d'usar en casos d'emergència, que la distància sigui menor és més important que la ponderació amb els pesos.

El quadrat de la distància euclidiana s'expressa $d((x, y), (a_i, b_i)) = (x - a_i)^2 + (y - b_i)^2$.

I la funció (2) queda expressada de la manera següent:

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot [(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2] \quad (4)$$

Aquesta funció sí que és derivable, ja que es pot separar en la suma de dues funcions: una dependent de la variable x i una altra dependent de la variable y . Fent aquesta separació i derivant cada part en funció de la seva variable, obtenim dues fórmules que permeten calcular els components de les coordenades de l'emplaçament òptim:

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot (x - a_i)^2 + \sum_{i=1}^n w_i \cdot (y - b_i)^2 \quad (5)$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot (x - a_i) = 0$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 2 \cdot \sum_{i=1}^n w_i \cdot (x - a_i) = 0$$

$$x = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot a_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (6)$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot (y - b_i) = 0$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = 2 \cdot \sum_{i=1}^n w_i \cdot (y - b_i) = 0$$

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot b_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (7)$$

D'aquesta forma, considerant el quadrat de la distància euclidiana en la funció de costos, l'emplaçament que s'obté com a òptim és el centre de masses de tots els centres de demanda amb els seus respectius pesos. Aquest càlcul és una manera molt simple d'obtenir una primera aproximació a la localització òptima quant a costos, per a després acabar de definir la localització final utilitzant els criteris més qualitius.

Suposem un cas en què tenim tres centres de demanda i volem instal·lar un magatzem per a servir als tres, utilitzant el mètode càrrega-distància amb el quadrat de la distància. Les coordenades dels centres de demanda són (1,3) (4,0) i (2,4), i la demanda del primer centre és el doble que la del segon, i la del tercer és el triple que la del segon (per la qual cosa la càrrega dels punts es pot escriure com 2, 1 i 3 respectivament).

En aquest cas, el punt on hauríem de situar el magatzem es calcularia com segueix:

$$x = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot a_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 2}{2 + 1 + 3} = \frac{12}{6} = 2 \quad (8)$$

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot b_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{2 \cdot 3 + 1 \cdot 0 + 3 \cdot 4}{2 + 1 + 3} = \frac{18}{6} = 3 \quad (9)$$

Les coordenades del magatzem seran llavors (2,3).

5.1.3. Distància rectilínia

La distància rectilínia, també denominada «distància Manhattan», és la manera en què calculem la distància quan els desplaçaments que es poden realitzar entre dos punts qualsevol han d'estar formats per dos moviments ortogonals. Penseu, per exemple, en com us desplaceu (sia caminant o en un vehicle) per una zona de la vostra ciutat en què els carrers tinguin forma de quadrícula: per a arribar a qualsevol punt, us heu de desplaçar en una direcció, i després en una direcció perpendicular a la primera (perquè no podeu travessar els edificis que us venen de passada, sinó que heu de seguir les «guies» que representen els carrers).

Per a la localització en espais urbans, o per a problemes de localització més petits (per exemple, on situar un centre de control en un magatzem organitzat en passadissos horitzontals i verticals), la distància rectilínia o Manhattan és la més usada, ja que el moviment de les mercaderies o les persones no és lliure, sinó que està restringit.

La distància Manhattan s'expressa com la suma de la diferència en valor absolut entre l'abscissa de tots dos punts més la diferència en valor absolut entre l'ordenada de tots dos punts, com segueix: $d((x, y), (a_i, b_i)) = |x - a_i| + |y - b_i|$.

Amb això, la funció (2) queda expressada:

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot (|x - a_i| + |y - b_i|) \quad (10)$$

En aquest cas, aquesta funció no és directament derivable, encara que sí que és separable, com es demostra a continuació:

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot |x - a_i| + \sum_{i=1}^n w_i \cdot |y - b_i| \quad (11)$$

Aquest cas sí que té una solució òptima analítica, que es pot obtenir solucionant els dos problemes unidimensionals que apareixen quan separem la funció objectiu.

5.2. Model per a la localització d'instal·lacions amb capacitat limitada

El model per a la localització d'instal·lacions amb una capacitat limitada es basa a escollir quines possibles instal·lacions utilitzar, tenint en compte els seus costos fixos d'operació, la seva capacitat productiva limitada i els costos de transport entre cada planta potencial i els diferents centres de demanda. Les plantes que s'utilitzaran s'hauran d'escollir minimitzant tots els costos. La resolució del problema no solament ens donarà com a resultat la localització de les futures plantes que s'haurien d'obrir, sinó també el disseny (rudimentari) de la xarxa de proveïment que connectarà les plantes amb els centres de demanda. Es requereixen els paràmetres següents:

- n el nombre d'instal·lacions potencials, que tindran una capacitat limitada, $i=1, \dots, n$.
- m nombre de mercats o centres de demanda, $j=1, \dots, m$.
- D_j demanda anual del mercat j .
- K_i capacitat de la instal·lació i (en cas que s'obri).
- F_i cost fix anual de mantenir oberta la planta i .
- C_{ij} cost de produir i transportar una unitat de producte de la instal·lació i al mercat j (suposant que el cost està calculat per a incloure la producció, els costos d'inventari, el transport i les tarifes).

En aquest cas, l'objectiu serà decidir un disseny de la xarxa de subministrament que ens permeti minimitzar els costos alhora que es cobreix tota la demanda coneguda.

Per a això, definim les variables de decisió següents:

- y_i és una variable binària que prendrà el valor 1 si la instal·lació i està en ús (oberta), i 0 en cas contrari.
- x_{ij} és una variable que representarà quina quantitat de producte s'ha d'enviar de la planta i al mercat j (la quantitat s'haurà d'expressar en les mateixes unitats que tinguem expressada la demanda, D_j).

La funció objectiu és minimitzar tots els costos, expressada com:

$$MIN = \sum_{i=1}^n F_i \cdot y_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij} \cdot x_{ij} \quad (12)$$

I les restriccions que tota solució ha de complir són les següents:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = D_j \quad \text{for } j = 1, \dots, m \quad (13)$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} \leq K_i \cdot y_i \quad \text{for } i = 1, \dots, n \quad (14)$$

$$y_i \in \{0, 1\} \quad \text{for } i = 1, \dots, n \quad (15)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \text{for } \forall i, j \quad (16)$$

La funció objectiu (9) minimitza els costos (fixos per a mantenir obertes les plantes triades i les variables, depenent de quantes unitats s'enviïn de cada planta a cada mercat). La restricció (10) assegura que la demanda de cada mercat es cobreixi amb les unitats que s'envien a aquest mercat. La restricció (11) té dos objectius: d'una banda, assegura que cap planta està produint per sobre de la seva capacitat màxima i, de l'altra, assegura que la planta solament té una producció positiva si la planta està en ús (oberta). Les restriccions (12) i (13) tenen a veure amb la naturalesa de les variables de decisió: la variable y_i ha de prendre un valor binari i x_{ij} pot prendre qualsevol valor positiu.

6. Anàlisi multicriteri aplicat als problemes de localització

Per essencial que resulti l'objectiu de minimització dels costos, moltes vegades el problema de la localització no s'ha d'orientar únicament a aquest objectiu, sinó que s'ha de dirigir a diversos objectius, que poden ser oposats. Per exemple, en els casos en què es tracta la localització de plantes amb efectes nocius, la minimització dels costos d'operació s'uneix a un objectiu de reducció de l'impacte ambiental, en què voldrem allunyar la planta de les zones habitades.

Això demostra, llavors, la importància que cobra l'anàlisi multicriteri aplicat als problemes de localització. En aquest apartat, estudiarem dos tipus d'anàlisi multicriteri que es poden aplicar a aquest tipus de problemes.

6.1. Mètode d'escalarització additiva

L'enfocament tradicional dels objectius multicriteri és el de l'escalarització additiva. En aquest mètode se suposen un conjunt de criteris, en què cada criteri té un pes de ponderació. Per a cadascun dels criteris, suposem que coneixem el valor d'aquest criteri per a cadascun dels emplaçaments potencials. Per exemple, si els criteris són el cost de transport i la distància als centres de població, suposem que totes les distàncies i els costos són coneguts. Amb aquesta informació, es combinen tots els criteris en només un, agregant additivament els criteris, segons la seva ponderació.

Aquest enfocament s'utilitza essencialment amb criteris quantitius, però és possible aplicar-lo sobre criteris qualitius, assignant una puntuació a cada emplaçament potencial segons cada criteri qualitatiu. Per exemple, si un dels criteris qualitius és l'opinió de la població sobre la nostra empresa i volem minimitzar l'objectiu combinat multicriteri, podríem donar una puntuació de zero a aquelles poblacions amb millor opinió sobre la nostra empresa i una puntuació de cent a aquelles amb pitjor opinió. Després, podríem escalar degudament la resta dels emplaçaments segons aquest criteri.

No obstant això, el mètode d'escalarització additiva té seriosos problemes a l'hora de representar criteris qualitius, ja que les puntuacions s'assignen de manera molt subjectiva, i és difícil saber si realment resulten representatives. Per això, apareixen mètodes més enfocats a criteris qualitius, que no requereixen l'assignació de les puntuacions. Un d'aquests és el mètode ELECTRE, sobre el qual versa el proper apartat.

6.2. Relació de superació: el mètode ELECTRE

Si bé és cert que assignar una puntuació exacta a un emplaçament en relació amb un criteri concret pot resultar poc representatiu de la realitat, sí que resultaria representatiu indicar quin dels possibles emplaçaments supera els altres quant a un criteri. És a dir, assignar-li una puntuació de cent a un possible emplaçament *A* perquè la legislació de terrenys en aquesta zona és molt favorable és força arbitrari (per què cent i no dos-cents... o deu?). No obstant això, si ho comparem amb un altre emplaçament *B* en què la legislació no ens afavoreix tant, no és arbitrari indicar que l'emplaçament *A* és millor que el *B*, almenys pel que fa a la legislació.

Aquest és el concepte de relació de superació (l'emplaçament *A* supera a el *B*), en què es basa el mètode ELECTRE. El mètode ELECTRE consisteix a comparar cada emplaçament potencial amb els altres, per a tots els criteris. Es crea una matriu quadrada, amb tantes files i columnes com a possibles emplaçaments, i en la cel·la a_{ij} se sumen els pesos dels criteris pels quals l'emplaçament *i* supera l'emplaçament *j*.

Vegem un breu exemple:

Suposem tres emplaçaments possibles: ciutat A, ciutat B i ciutat C. I tres criteris qualitius: l'actitud de la població cap a l'empresa (criteri 1), la legislació quant a terrenys (criteri 2) i la formació de la mà d'obra (criteri 3). Els criteris tenen una ponderació de 10, 6 i 3, respectivament.

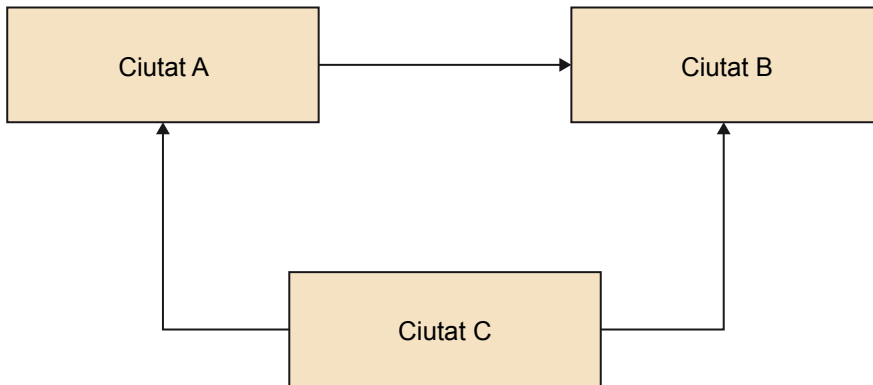
La informació que tenim és la següent:

- L'actitud de la població cap a l'empresa és molt bona a la ciutat B, una mica pitjor a la ciutat A, i molt dolenta a la ciutat C.
- La legislació quant a terrenys és molt favorable a la ciutat C, força favorable a la ciutat A i gens favorable a la ciutat B.
- La formació de la mà d'obra és excel·lent a la ciutat A, força bona a la ciutat B, i força dolenta a la ciutat C.

La taula per al càlcul del mètode ELECTRE es crea com segueix:

	Ciutat A	Ciutat B	Ciutat C
Ciutat A	-	0+6+3=9	10+0+3=13
Ciutat B	10+0+0=10	-	10+0+3=13
Ciutat C	0+6+0=6	0+6+0=6	-

Amb la informació donada per aquesta taula, construïrem un petit graf. El graf tindrà un nòdul per a cada possible emplaçament, tres en aquest cas, i els arcs assenyalaran d'un node a un altre segons la puntuació obtinguda en la taula: si la comparació ciutat A - ciutat B dona millor resultat que la comparació ciutat B - ciutat A, l'arc anirà del node ciutat B al node ciutat A. En cas contrari, l'arc anirà del node ciutat A al node ciutat B. És a dir, l'arc sempre anirà de l'emplaçament superat a l'emplaçament superior.



Aquest és un exemple amb molt pocs emplaçaments i criteris, però l'anàlisi ELECTRE és aplicable a instàncies molt més complexes. En aquest cas, l'anàlisi ELECTRE ens indica que, segons els criteris triats i el pes que els hem assignat, la ciutat A és millor que la ciutat C, i la ciutat B és millor que la ciutat A i la ciutat B. Per això, a falta de més informació, la ciutat B hauria de ser la triada per a localitzar la nostra planta.

7. Futur dels problemes de localització

Finalitzarem aquest mòdul amb algunes de les tendències futures respecte dels problemes de localització.

En primer lloc, ens podem referir a aquest efecte que té la creixent internacionalització de les activitats empresarials, que s'uneix a una tendència cada vegada més estesa de localitzar-se a prop dels mercats. Aquestes dues línies, que poden semblar tendències oposades, poden coincidir a grans empreses multinacionals que vulguin situar les seves seus de forma estratègica a prop dels seus mercats, però també es poden donar en petits productors de béns artesans o exclusius, que se situen a prop dels seus mercats, però obren les seves operacions al mercat internacional per mitjà d'internet. Aquests factors porten a una major diversitat geogràfica en les decisions de localització, que també han de tenir en compte altres tendències actuals, com són la rapidesa en el desenvolupament de nous productes, el lliurament ràpid, la competència en el servei al client, etc.

En alguns sectors, l'automatització de les operacions està tan estesa que els factors de localització relacionats amb el cost de la mà d'obra (especialment, la poc qualificada) aniràn perdent importància. Es dona, en canvi, més importància al fet que la localitat atregui mà d'obra qualificada, i no tant al fet que els possibles empleats siguin flexibles i tinguin mobilitat.

Finalment, l'adopció de sistemes de producció més flexibles, com, per exemple, el *just in time*, impliquen una major proximitat entre els productors i els clients, i també un major nombre d'instal·lacions més petites i específiques.

Bibliografia

Araneda Martínez, R. H.; Moraga Suazo, R. J. (2004). «Aa decisión de localización en la cadena de suministro». *Revista Ingeniería Industrial*, (núm. 3, vol. 1, pàg. 57-68).

Carrizosa, E. (2005). «Algunas aportaciones de la investigación operativa a los problemas de localización». *International Review of Geographical Information Science and Technology* (núm. 5, pàg. 268-277).

Carro Paz, R.; González Gómez, D. (2015). «Localización de instalaciones». *Administración de las Operaciones*, núm. 25.

Chopra, S.; Meindl, P. (2013). *Supply Chain Management: Strategy, Planning and Operation*. (Donna Battista, Ed.) (5a. edició). Pearson.

Companys Pascual, R.; Corominas Subias, A. (1996). *Organización de la producción ii: dirección de operaciones 5*. Barcelona: Edicions UPC.

Escribá, F. J.; Murgui, M. J. (2008). «Factores de localización regional en las inversiones industriales». *Revista de Economía Aplicada* (núm. 47, pàg. 101-125).

Figueira, J. R.; Mousseau, V.; Roy, B. (2005). «ELECTRE methods». A: *International Series in Operations Research and Management Science* (pàg. 133-153). Nova York: Springer.

Sambola, M. A.; Díaz, J. A.; Fernández, E. i altres (n.d.). *Problemas combinados de localización y rutas*, pàg. 1-8.

Smith, H. K.; Laporte, G.; Harper, P. R. (2009). «Locational analysis: Highlights of growth to maturity». *Journal of the Operational Research Society* (núm. 60, pàg. 140-149).

