
Cost de les fonts de finançament o cost de capital

PID_00267780

Xavier Càmara Turull
Anna Vendrell Vilanova
Francesc Xavier Borràs Balsells

Temps mínim de dedicació recomanat: **4 hores**



Universitat
Oberta
de Catalunya

Xavier Càmara Turull

Anna Vendrell Vilanova

Francesc Xavier Borràs Balsells

La revisió d'aquest recurs d'aprenentatge UOC ha estat coordinada pel professor: Joan Llobet Dalmases (2019)

Segona edició: setembre 2019

© Xavier Càmara Turull, Anna Vendrell Vilanova, Francesc Xavier Borràs Balsells

Tots els drets reservats

© d'aquesta edició, FUOC, 2019

Av. Tibidabo, 39-43, 08035 Barcelona

Realització editorial: FUOC

Cap part d'aquesta publicació, incloent-hi el disseny general i la coberta, no pot ser copiada, reproduïda, emmagatzemada o transmesa de cap manera ni per cap mitjà, tant si és elèctric com químic, mecànic, òptic, de gravació, de fotocòpia o per altres mètodes, sense l'autorització prèvia per escrit dels titulars del copyright.

Índex

Introducció	5
Objectius	6
1. Concepte de cost de capital i factors que el determinen	7
1.1. Factors que determinen el cost de capital	13
2. El cost del capital propi. El PER, el model de Gordon Shapiro i el CAPM	15
2.1. El primer model. La inversa del PER	15
2.2. El model de Gordon-Shapiro	17
2.3. El CAPM (capital assets pricing model)	20
2.3.1. <i>Characteristic line</i> (CL)	21
2.3.2. <i>Capital market line</i> (CML)	28
2.3.3. <i>Security market line</i> (SML)	31
3. El cost del finançament aliè	35
4. El cost de capital mitjà ponderat	38
Resum	41
Exercicis d'autoavaluació	43
Solucionari	47
Bibliografia	52

Introducció

En aquest mòdul veurem un dels conceptes més importants en finances: el **cost de capital**. El cost de capital és l'element que relaciona l'empresa i el mercat de capitals, i al mateix temps és un factor clau en la formació de preus en aquests mercats.

En els diferents apartats del mòdul, intentarem definir el concepte de cost de capital, veurem les implicacions que té en els preus dels diferents títols i estudiarem els factors que el determinen, i també els diferents models que hi ha per a calcular-lo.

Finalment, trobarem el cost de capital mitjà ponderat de l'empresa a partir del cost de capital de les diferents fonts de finançament que utilitza l'empresa.

Aquest cost de capital mitjà ponderat és de gran importància, ja que ens permetrà valorar tots els títols de l'empresa i, a la vegada, obtenir un valor conjunt de tots els seus actius o, el que és el mateix, el valor de mercat de l'empresa.

Objectius

Després de treballar el mòdul, heu de ser capaços d'entendre i trobar el cost d'una font de finançament i la relació que hi ha entre aquest cost i el preu de mercat. En aquest sentit, heu d'haver assolit els objectius següents:

1. Entendre el concepte de cost de capital, la seva implicació en la formació de preus en el mercat i els factors que el determinen.
2. Utilitzar el cost de capital com a taxa d'actualització dels fluxos de caixa futurs per a determinar el preu de mercat.
3. Utilitzar els diferents models per a obtenir el cost del capital propi dels fons propis (k_p):
 - a) Inversa del PER.
 - b) Model de Gordon-Shapiro.
 - c) Model CAPM. Definir l'SML que relaciona el risc i la rendibilitat exigida d'un títol.
4. Determinar la rendibilitat esperada i el risc d'un títol o d'una cartera.
5. Ser capaç de calcular la beta d'un títol i interpretar-ne el significat.
6. Saber confeccionar carteres de préstec i carteres d'endeutament (combinant la cartera de mercat amb el títol lliure de risc) que proporcionin la rendibilitat que es busca.
7. Obtenir el cost de capital mitjà ponderat (CCMP) d'una empresa a partir del cost de capital de les seves fonts de finançament.
8. Utilitzar el CCMP per a valorar els actius de l'empresa a preu de mercat.

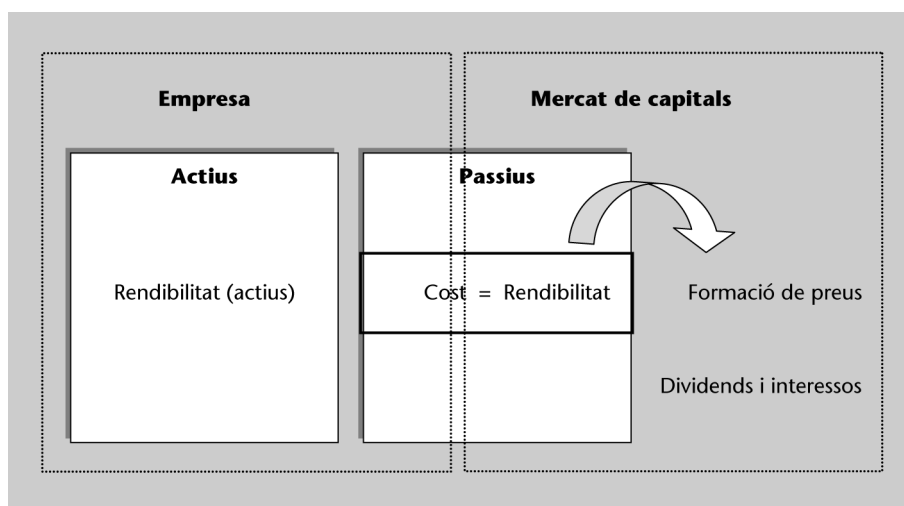
Els objectius anteriors han de permetre avançar, en els mòduls posteriors, en l'aprenentatge dels diferents models que s'apliquen en la presa de decisions de finançament, tant sobre l'estructura de capital com sobre les relatives a la política de dividendes.

1. Concepte de cost de capital i factors que el determinen

El cost de capital és un dels conceptes més importants i que han portat més controvèrsia en el món de les finances. Possiblement el motiu rau en la dificultat que ens trobem a l'hora de calcular-lo. El propòsit d'aquest apartat és proporcionar les eines i models més coneguts per a poder dur a terme aquesta tasca. Abans, però, començarem per conèixer-ne el concepte.

De ben segur que tothom estaria d'acord en el fet que el cost de capital és una magnitud que vincula el món empresarial amb el mercat de capitals. Quan els inversors prenen decisions d'inversió en el mercat de capitals (inversions financeres), una de les variables més importants (per no dir la més important) és la **rendibilitat** que n'esperen obtenir. Aquesta rendibilitat es "trasllada" a les empreses en forma de cost de capital (cost de les seves fonts de finançament). El que per als inversors és rendibilitat, per a les empreses passa a ser un cost. Per tant, per complir amb els nostres propòsits, hem de vincular l'empresa als mercats de capitals (d'accions i obligacions) i veure com en aquests mercats es formen els preus dels títols, ja que la rendibilitat que obtenen els inversors depèn del preu d'aquests títols i, a la vegada, aquests preus depenen dels dividends i els interessos que proporcionen als seus propietaris.

Gràficament, el que acabem d'apuntar s'expressa de la manera següent:



Hem d'entendre el cost de capital com la rendibilitat que els inversors exigeixen als títols que l'empresa té emesos en el mercat (accions i obligacions). Dit d'una altra manera, el mercat estableix el preu d'aquells títols d'acord amb una determinada rendibilitat exigida o cost de capital.

Per tal d'entendre el mecanisme que ens relaciona les diferents rendibilitats que apareixen en el gràfic anterior, utilitzarem un parell d'exemples que, a la vegada, ens permetran apropar-nos al concepte de cost de capital i a la seva definició:

Exemple 1. Un sol període.

Suposem un conjunt d'inversors que crea una societat limitada per dur a terme una inversió que té una durada d'un any. La despesa inicial de la inversió és de 10 milions d'euros, d'aquí a un any, la inversió proporcionarà un benefici d'1,5 milions. Altres dades que permeten simplificar l'exemple:

- No tenim en compte la incidència dels impostos (impost de societats zero).
- La inversió es finança en la seva totalitat amb capital propi.

En un diagrama temporal (en milions d'euros), la inversió queda definida de la següent manera:



L'empresa inverteix avui 10 milions i d'aquí a un any recupera la inversió, a més de generar un benefici d'1,5 milions d'euros.

Podem calcular la TIR de la inversió, recordeu que es tracta de la taxa d'actualització que iguala a zero el valor actual net o VAN:

$$-10 + \frac{11,5}{(1+TIR)} = 0; \quad TIR = 15\%$$

Els inversors obtenen una rendibilitat del 15%, per cada euro invertit en el projecte obtenen un benefici de 15 cèntims.

Suposem ara que el projecte és molt atractiu per a una gran empresa i els accionistes reben una oferta de compra per la seva inversió. Quin és el valor avui de l'empresa?

El preu dependrà de la rendibilitat que vulguin obtenir els nous accionistes (que en principi haurà d'estar d'acord amb les condicions del mercat). Suposem per exemple que el mercat estableix per a inversions de característiques similars un 10%. Quin serà el preu?

El preu serà el que proporcioni als nous inversors, com a mínim, una rendibilitat del 10%, un preu superior els deixaria amb una rendibilitat inferior i un preu inferior els proporcionaria una rendibilitat superior, i en principi els ve-

nedors no ho acceptarien. Així el preu, P , serà aquell que compleixi l'equació:

$$-P + \frac{11,5}{(1+0,1)} = 0$$

Podem expressar així la fórmula anterior si aïllem la incògnita preu, P :

$$P = \frac{11,5}{(1+0,1)} = 10,455$$

De manera que el preu és $P = 10,455$ milions d'euros.

Què passaria si la rendibilitat que estableix el mercat passa a ser del 20%? Com que la rendibilitat ha pujat, el preu baixa a fi de proporcionar als nous inversors justament aquella rendibilitat:

$$P = \frac{11,5}{(1+0,2)} = 9,583 \text{ milions d'euros}$$

I si, d'altra banda, la rendibilitat del mercat baixa (fins al 5%, per exemple), el preu pujarà fins a 10,952 milions:

$$P = \frac{11,5}{(1+0,05)} = 10,952 \text{ milions d'euros}$$

Fixeu-vos que el preu de mercat puja o baixa tot proporcionant als inversors aquella rendibilitat que exigeixen. De fet, en el mercat, en el fons, hi cotitzen expectatives de rendibilitat futures que per obtenir-les cal pagar el preu al qual cotitzen avui els títols d'accions.

Anem una mica més enllà, suposem que la rendibilitat que impera en el mercat per inversions d'identiques característiques és del 10%. D'altra banda, considerem que la inversió empresarial proporciona un benefici inferior, de només 500.000 euros. La inversió en un diagrama temporal queda reflectida de la següent manera.



Hom pot comprovar i calcular la TIR de la inversió que és del 5%: per cada euro invertit, els inversors reben 5 cèntims de benefici. Quin és ara el preu de mercat de la inversió? Doncs, de la mateixa manera que abans, el preu serà aquell que proporioni als nous inversors una rendibilitat del 10%, la que fixa el mercat per a inversions de característiques similars.

$$P = \frac{10,5}{(1+0,1)} = 9,545 \text{ milions d'euros}$$

Fixeu-vos que en aquest cas el preu de la inversió (i de les accions) ha caigut per sota dels 10 milions d'euros. Quina hauria de ser la TIR per tal que el preu de les accions (i de la inversió) no caigués per sota del seu valor nominal? Doncs tot just la rendibilitat que estableix el mercat, del 10%. Aquesta rendibilitat que estableix el mercat i que com a mínim han de proporcionar les inversions que porti a terme l'empresa és el cost de capital.

Estem en condicions de proporcionar la definició més general i acceptada de cost de capital:

Cost de capital és la mínima TIR (rendibilitat) que han de proporcionar les inversions que realitzi l'empresa, que ha de permetre remunerar (i tornar) les fonts de finançament i evitar, al mateix temps, que el preu de mercat dels títols (accions) caigui.

En els exemples que hem vist, la vida de la inversió i també de l'empresa era d'un any. El més habitual és considerar que l'empresa tindrà una durada n indefinida ($n \rightarrow \infty$). Vegem un exemple en què introduïm aquest supòsit.

L'empresa Sol, SA dedicada a l'oci estiuenc a la Costa Daurada presenta la següent situació patrimonial:

Actiu 10.000	Recursos propis: 10.000 BN = 800 $r_f = 8\%$
-----------------	--

Les inversions o actius de l'empresa són de 10.000 euros. No presenta endeutament i la rendibilitat econòmica i financera neta d'impostos és del 8% i el seu benefici net és de 800 euros. El capital propi està dividit en 1.000 accions amb un valor per llibres (nominal) de 10 euros (10.000 / 1.000). La totalitat de les accions pertany a una coneguda, prestigiosa i solvent entitat financera, el Banc de la Platja. Per motius estratègics, el banc es vol vendre la totalitat de les accions per dedicar els seus esforços al sector de les assegurances sanitàries que, segons el seu gabinet d'estudis, és un sector amb molt més futur, projecció i, és clar, rendibilitat. Es tracta de determinar el preu de mercat de les accions de Sol, SA.

Més dades de l'empresa: reparteix tot el benefici als accionistes en forma de dividends i s'espera que en el futur la rendibilitat del 8% es mantingui constant.

Per determinar el preu de les accions, cal forçosament anar al mercat. De fet, si ens volem vendre un cotxe usat, també ens haurem d'informar del preu al qual es compren i es venen en l'actualitat, o si volem comprar un pis, o un mòbil... sempre cal anar al mercat per conèixer-ne el preu. Suposem que en el mercat hi cotitzen accions d'empreses que pertanyen al mateix sector que Sol, SA. Tot seguit es mostren les dades de Lluna, SA i Nit, SA:

	Recursos propis	Rendibilitat financera	Nombre accions	Benefici per acció	Preu mercat acció
Lluna, SA	150.000	$r_f = 10\%$	15.000	1 euro	10 euros
Nit, SA	300.000	$r_f = 15\%$	30.000	1,5 euros	15 euros

Per simplificar, suposem que aquestes dues empreses, de la mateixa manera que Sol, SA, no presenten endeutament, reparteixen tot el benefici als accionistes en forma de dividends i no hi ha indicis que la rendibilitat financera es modifiqui en el futur. I és clar, totes esperen mantenir els seu negoci molts anys en el futur (indefinidament).

Quan els inversors compren les accions de Lluna i Nit a 10 i 15 euros respectivament, a la vegada estan adquirint l'expectativa d'obtenir una rendibilitat perpètua i futura del 10%. Efectivament, si els inversors compren accions de Lluna a 10 euros, la rendibilitat anual futura que obtindran serà del 10% (1 euro de benefici anual sobre el preu de 10 euros). La rendibilitat que obtenen els inversors de Nit també és del 10% (1,5 / 15).

Podríem dir que el mercat estableix el preu avui de les accions dels títols que hi cotitzen tenint en compte les expectatives de rendibilitat futura que aquests proporcionaran. Aquesta rendibilitat futura depèn de molts factors, tot i que el més important és el risc (incertesa) sobre el comportament futur del títol (empresa). En l'exemple hem suposat que les dues empreses, Lluna i Nit, en exigir el mercat la mateixa rendibilitat (10%), incorporen el mateix nivell de risc.

Disposem de tota la informació necessària per obtenir el valor de les accions de Sol, SA i, a més a més, assumim que presenta el mateix risc que les empreses de la competència, Nit i Lluna. El benefici per acció de Sol és de 0,8 euros (800 de benefici entre 1.000 accions). Llavors, els inversors que comprin aquest títol exigiran una rendibilitat anual del 10% (la que imposa el mercat en el sector). El preu, doncs, serà aquell que proporcioni als compradors aquesta rendibilitat anual: $0,8 / 0,1 = 8$ euros.

Hem obtingut el preu, avui, d'una acció de Sol actualitzant una renda perpètua constant (0,8) al tipus d'interès o rendibilitat que estableix el mercat, que hem vist que era del 10%.

És important recordar que el valor actual d'una renda anual perpètua i constant és igual a la renda dividida pel tipus d'interès.

Per acabar, i ja que tenim tota la informació de Sol i del sector en què opera, cal fer-nos una pregunta força important: quina és la rendibilitat mínima (TIR) que han de proporcionar llurs projectes d'inversió si volem fer feliços els accionistes (això és sinònim de: que el preu de les accions no caigui)? El mercat estableix per les accions una rendibilitat del 10%, si l'empresa realitza inversions per sota d'aquesta, el preu de les accions baixarà a fi de proporcionar la rendibilitat del 10%. Dit d'una altra manera, el VAN dels projectes amb una TIR inferior al 10% serà negatiu i el mercat corregirà el preu dels títols d'acord amb el valor del VAN ($k = 10\%$) de la inversió.

Una vegada vistos aquests exemples, hem d'entendre el cost de capital des de dues perspectives. Anem-les a veure.

La primera, **des de la vessant del mercat de capitals**. En aquest cas, podem interpretar el cost de capital com la taxa a la que el mercat (els inversors) descompta els fluxos de caixa que proporcionen els títols de l'empresa per tal d'obtenir el seu preu (és a dir la k , o taxa d'actualització, que hem utilitzat fins ara per calcular el preu). De forma que en el futur (si no hi ha res en contra), els inversors obtindran aquella rendibilitat. En parlar de cost de capital la nomenclatura més estesa és k .

La segona, **des de la vessant de l'empresa**. En aquest cas, hem d'interpretar el cost de capital com la rendibilitat mínima que han de proporcionar els projectes d'inversió que l'empresa dugui a terme si vol evitar que el preu de les accions caigui i, en general, remunerar i tornar satisfactòriament les fonts de finançament.

Fins ara, per a il·lustrar els nostres exemples hem utilitzat les accions, però una empresa es finança tant amb fons propis com amb fons aliens. En el tema 1 ja hem vist les principals fonts de finançament que hi ha en cada grup. Malgrat tot, per simplificar, a partir d'ara considerem que els fons propis estan constituïts exclusivament per **accions** i els fons aliens per **obligacions**.

A continuació, hem de diferenciar el **valor comptable** d'una empresa (balanç) del seu **valor de mercat** (valor de cotització de les accions i obligacions). Tots estem d'acord que el valor de les accions en el balanç (comptabilitzades a valor nominal + primes d'emissió + reserves) no ha de coincidir forçosament amb la cotització en el mercat de les accions (el mateix passa amb les obligacions).

Els valors de balanç són els que hem utilitzat en el mòdul “Efectes de l’endeutament” per a definir les rendibilitats tant econòmica com financera i l’efecte del palanquejament. En canvi, el valor de mercat depèn del valor de cotització dels títols emesos per l’empresa (accions i obligacions). El mecanisme que se segueix és el següent: el mercat estableix unes rendibilitats d’equilibri segons el tipus i les característiques de cada títol i a partir d’aquestes rendibilitats es determinen els preus tal com hem fet en els exemples anteriors per a les accions. Si us hi fixeu, doncs, el valor de mercat de les accions i obligacions varia en funció de com ho fan les rendibilitats de mercat dels diferents títols. D’altra banda, si varia el preu de les accions i obligacions, llavors també ho fa el valor dels actius, que, si ho recordeu, ha de coincidir amb el passiu i, per tant:

$$\text{Valor de mercat dels actius (V)} = \text{valor de mercat de les accions (P)} + \text{valor de mercat de les obligacions (E)}$$

Pel que hem vist fins ara, conèixer la rendibilitat exigida pels accionistes o cost de capital de les diferents fonts de finançament és bàsic per al director financer, ja que condiciona moltes de les seves decisions. Per tal d’entendre una mica més aquest cost de capital, analitzem quins són els factors que el determinen i després, en els apartats successius, estudiarem els diferents models que ens permetran determinar-lo.

1.1. Factors que determinen el cost de capital

La rendibilitat mínima exigida d’un projecte d’inversió prové de les característiques d’aquest projecte i també de les característiques del mercat de capitals. Les fonts de finançament, en general, es limiten a captar la rendibilitat mínima exigida per les inversions que financen i transformar-la en cost de capital. Així doncs, diferenciem dos tipus de factors: externs, relatius al mercat de capitals i a l’economia en general, i interns, inherents al mateix projecte i a l’empresa que el duu a terme.

- **Factors externs.** Les rendibilitats que s’estableixen en el mercat de capitals (dels préstecs i crèdits que obtenen les empreses) tenen com a punt de referència els tipus d’interès sense risc de les economies. Aquests tipus s’estableixen basant-se en la política monetària dels governs (del BCE en el nostre cas) i en la demanda i oferta de capital. Habitualment, per a determinar el cost de capital d’una empresa s’empra com a base de càlcul la rendibilitat del deute públic espanyol a 10 anys. Les condicions del mercat també hi influeixen, sobretot quan estem davant de mercats “estrets”. Així, quan les empreses emeten títols que poden presentar poca liquiditat futura (dificultat en la venda posterior), els inversors reaccionen incrementant la rendibilitat exigida, per a la qual cosa fixen un plus addicional anomenat **prima de liquiditat**. Aquesta prima és molt alta quan es tracta de títols que

no cotitzen en mercats organitzats (borsa), com ara les accions de totes les pimes.

- **Factors interns.** En diferenciem dos (tot i que estan vinculats): els relatius al mateix projecte i els relatius a l'empresa. Els primers fan referència a les característiques del projecte; hem de tenir present que el mercat fixa un plus addicional de rendibilitat (prima) en funció del risc que incorpora el projecte. Aquesta prima s'anomena **prima de risc**. En aquest sentit, una empresa pot anunciar, per exemple, l'ampliació del negoci cap a altres sectors, i el mercat pot no veure amb bons ulls aquesta decisió. La reacció serà immediata: caiguda del preu de les accions (el mercat ha pujat la rendibilitat exigida incrementant aquesta prima). Els factors de la mateixa empresa fan referència al seu risc operatiu, la seva dimensió, el seu grau d'endeutament, etc. El model CAPM, que veurem més endavant, proporciona les eines necessàries per a calcular aquesta prima de risc.

Finalment, cal apuntar que, de vegades, el cost de capital del finançament aliè pot no coincidir amb la rendibilitat exigida per la inversió quan hi ha circumstàncies que modifiquen el risc del finançament respecte del risc de la inversió. És el cas, per exemple, de préstecs amb garanties o avals.

En els apartats següents, el nostre propòsit és determinar el cost de les dues fonts de finançament de l'empresa –pròpies i alienes–, per a després calcular el cost total del passiu a partir d'una mitjana ponderada dels diferents costos. Comencem, doncs, amb el cost dels fons propis, que és on tenim més problemes.

2. El cost del capital propi. El PER, el model de Gordon Shapiro i el CAPM

2.1. El primer model. La inversa del PER

El PER és una de les ràtios més emprades en el món borsari i ens relaciona una dada interna com és el benefici generat per l'empresa i una dada obtinguda del mercat de valors (borsa): el preu dels títols.

$$\text{PER} = \frac{\text{Preu de mercat de l'acció}}{\text{Benefici per acció}} = \frac{P}{\text{BN}}$$

El PER, tot i que es pot calcular a partir del valor de capitalització de l'empresa ($P = \text{número accions en circulació} \cdot \text{preu de cotització}$) i del benefici net generat, el més habitual i senzill és calcular-ho a partir del preu de mercat d'un sol títol (o cotització de l'acció) i del benefici per acció (BPA, quantitat de diners del total benefici que li pertoca).

Què ens indica el PER? El PER ens indica el nombre de vegades que el benefici (per acció) està contingut en el preu dels títols. Dit d'una altra manera, és el preu dels títols expressat en termes relatius respecte del benefici que genera l'empresa, o el que és el mateix, ens indica en quant valora el mercat una unitat monetària de benefici.

El PER també és una mena de període de recuperació (*payback*): ens indica el nombre d'anys que tardarem a recuperar el preu (la inversió) mitjançant el benefici.

No existeix un valor òptim d'aquesta ràtio. Cada acció té el PER que el mercat, d'acord amb les expectatives futures i característiques de l'empresa, li atorga. No hem de caure en la temptació de dir que si un PER és baix, l'acció està infravalorada. Això significa no tenir en compte l'"opinió" del mercat i aquest poques vegades s'equivoca. En qualsevol cas, tot seguit farem un petit esforç i intentarem establir els valors més habituals per a les grans empreses que cotitzen a borsa.

PER normal: entre 10 i 15. La majoria d'empreses que cotitzen en els mercats que proporcionen beneficis consolidats presenten un PER que se situa en aquest interval. Són empreses amb creixement moderat i risc controlat.

Valors del PER per sota de 10, moltes vegades són sinònim d'incertesa o risc. El mercat mostra desconfiança en l'empresa i en el seu futur i, per tant, valora molt poc un euro de benefici generat per l'empresa.

BN

Fixem-nos que el benefici net (BN) és igual al benefici per acció multiplicat pel nombre d'accions emeses. Igualment, el valor de mercat dels fons propis o valor de capitalització de l'empresa (P) és igual al preu de mercat (cotització) d'una acció multiplicat pel nombre d'accions.

PER creixement: 15-25. Un PER al voltant de 20 habitualment correspon a empreses amb expectatives futures de creixement elevat del negoci i dels seus beneficis. Per què aquest valor tant alt? La resposta és molt fàcil: en el numerador del PER hi tenim el preu de l'acció en el qual tenim descomptat el creixement futur (al mercat no se li escapa res). En canvi, però, en el denominador hi tenim el benefici del període en què no incorpora aquell creixement. Per entendre el que acabem d'apuntar només cal preguntar-nos: si comprem una acció que presenta creixement i PER de 20, tardarem 20 anys en recuperar el preu pagat? La resposta és immediata: no, en tardarem alguns menys. Posem un exemple.

Una empresa ha generat aquest any 1 euro de benefici per acció (BPA). El preu de l'acció és de 20 euros. Quants anys trigarem a recuperar la inversió (corresponent a la compra a un preu de 20 euros) si l'empresa presenta un creixement anual i constant dels beneficis del 15%? En aquest cas, recuperem la inversió en 10 anys. El BPA acumulat al final del desè any és de prop de 23,3 euros. Podem veure-ho període a període en la taula següent:

Anys	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Benefici anual	1	1,2	1,3	1,5	1,7	2,0	2,3	2,7	3,1	3,5	4,0
Beneficis acumulats		1,2	2,5	4,0	5,7	7,8	10,1	12,7	15,8	19,3	23,3

La ràtio no és aplicable (en molts mitjans i pàgines web ho trobarem expressat N/A) en situacions en què l'empresa genera pèrdues (el PER és negatiu) o en situacions en què el benefici del període és molt petit o proper a zero. En aquests casos, el PER pren valors molt elevats i no tenen sentit econòmic.

Una empresa ha generat aquest any 1 euro de benefici per acció (BPA). El preu de l'acció és de 20 euros. Quants anys tardarem en recuperar la inversió (corresponent a la compra a un preu de 20 euros) si l'empresa presenta un creixement anual i constant dels beneficis del 15%? En aquest cas recuperem la inversió en 10 anys. El BPA acumulat al final del desè any és de prop de 23,3 euros. Podem veure-ho període a període en la taula següent:

Com podem obtenir el cost de capital dels fons propis (k_p) a partir d'aquesta ràtio? Per fer-ho hem de tenir en compte els supòsits següents:

- L'empresa està finançada exclusivament per fons propis.
- Els beneficis esperats que genera l'empresa són coneguts i constants.
- L'empresa reparteix tots els beneficis que genera en forma de dividends.
- En el període n els accionistes venen totes les accions i fan la seva inversió.
- No hi ha impostos.

El model...

... també funciona amb empreses endeutades. En aquest cas, però, haurem de considerar que la ràtio de palanquejament es manté constant.

Tenint en compte l'anterior, el corrent de fluxos de caixa que obtenen els accionistes és gràficament:



On:

BN representa el benefici net, constant al llarg del temps.

P és el preu de (totes) les accions en el moment de la valoració o valor de capitalització.

P_n és el preu dels fons propis (totes les accions en el moment n).

Podem obtenir el preu de mercat dels fons propis (P) de l'empresa en el moment actual actualitzant aquest fluxos de caixa esperats i futurs en la taxa k_p (cost del capital propi). De la manera següent:

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{BN}{(1+k_p)^t} + \frac{P_n}{(1+k_p)^n}$$

Més supòsits. Si considerem que la vida de l'empresa és indefinida $n \rightarrow \infty$, l'expressió anterior es transforma en el valor actual d'una renda perpètua i constant:

$$P = \frac{BN}{k_p}$$

I aïllant k_p , s'obté:

$$k_p = \frac{BN}{P}$$

Observem que justament és la inversa del PER, per tant:

$$k_p = \text{PER}^{-1}$$

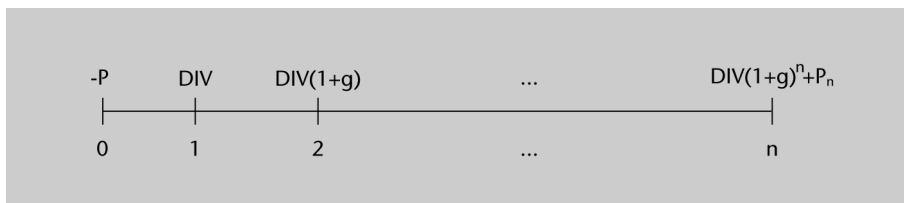
El problema d'aquest model és que no té en compte les expectatives de creixement de l'empresa, ja que considera que els beneficis futurs es mantenen constants. Aquest inconvenient s'esmena en el model següent.

2.2. El model de Gordon-Shapiro

El model de Shapiro i l'ampliació posterior que en fa Gordon són models semblants a l'anterior, però consideren que l'empresa no reparteix la totalitat del benefici als accionistes en forma de dividends (i que l'empresa no està endeutada).

El model de Shapiro l'obtenim senzillament suposant que els diners (fluxos de caixa) que hem de descomptar són els dividends. Si considerem que l'empresa no reparteix tot el benefici als accionistes, considerem que genera finançament intern i, per tant, noves inversions (expansió). Si és així, els dividends

que repartirà en el futur també hauran de créixer. Hem d'introduir una altra hipòtesi, si no el model s'ensorra. Considerem que els dividendes creixen anualment a raó de g (de l'anglès *growth*). Així, tenim:



I si considerem que la vida de l'empresa és perpètua, el preu de mercat dels fons propis és:

$$P = \frac{\text{DIV}}{k_p - g}$$

La igualtat anterior s'obté a partir de la fórmula del valor actual d'una renda perpètua creixent en progressió geomètrica. Recordeu que el valor de la suma d'una progressió geomètrica és $s = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$. En aquest cas, la raó seria $r = \frac{1+g}{1+k_p}$, $a_1 = \frac{1}{1+k_p}$ i $a_n = \frac{(1+g)^{n-1}}{(1+k_p)^n}$; per a la resta obtindrem P tal com hem fet en l'exemple de la pàgina 10.

Una limitació tècnica...

... del model és que $k_p > g$. En cas contrari el valor de la renda no convergeix en la igualtat anterior. Dit d'una altra manera, el creixement és constant i ha de ser inferior al cost del capital propi, k_p .

Fins aquí el model de Shapiro. Vegem les ampliacions que en fa Gordon, que donen lloc al model de Gordon-Shapiro.

Gordon intenta millorar, en termes d'aplicació, el model iniciat per Shapiro. Les millores fan referència a la determinació de la taxa de creixement, g .

El model estableix que

$$g = r_f \cdot (1 - \delta) = r_f \cdot b$$

$$\text{DIV} = \delta \cdot \text{BN} = (1 - b) \cdot \text{BN}$$

Llavors, substituint a $P = \frac{\text{DIV}}{k_p - g}$, obtenim:

$$P = \frac{\delta \text{BN}}{k_p - r_f(1 - \delta)} = \frac{\text{BN}(1 - b)}{k_p - r_f b}$$

On:

BN és el benefici del moment 1.

b és la taxa de retenció de beneficis –tant per u del benefici que l'empresa destina a reserves (autofinançament)–, definida a partir de:

$$b = \frac{\text{Beneficis retinguts}}{\text{BN}} = \frac{\text{BN} - \text{DIV}}{\text{BN}}$$

δ és l'anomenada ràtio de distribució (*pay out ratio*) $\delta = \frac{\text{DIV}}{\text{BN}}$. Fixem-nos, doncs, que $\delta = 1 - b$.

r_F és la rendibilitat dels accionistes $r_F = \frac{BN}{RP}$. RP és el valor comptable dels fons propis, és a dir, els recursos efectius que els accionistes han aportat a l'empresa. Cal tenir present que aquesta rendibilitat és neta de qualsevol despesa, inclosa la generada per l'impost de societats, per tant r_F en aquest model correspon a la rendibilitat financera neta d'impostos, també coneguda com ROE (*return on equity*).

La relació $g = (1 - \delta) r_F = r_F b$ s'obté de la manera següent:

- Es considera que l'increment de la inversió (actiu) és igual a l'increment dels fons propis:

$$g = \frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta RP}{RP}$$

- Si la variació dels fons propis s'explica únicament per l'increment de reserves, tindrem el següent:

$$g = \frac{\Delta RP}{RP} = \frac{BN(1 - \delta)}{RP}$$

- Podem expressar la igualtat anterior de la manera següent:

$$g = \frac{\Delta RP}{RP} = \frac{BN(1 - \delta)}{RP} = r_F (1 - \delta)$$

Per veure-ho més clar, podem acompanyar el raonament anterior d'un exemple:

Partint de RP = 1.000; $r_F = 10\%$; $\delta = 60\%$; $(1 - \delta) = b = 40\%$. Si es compleix tot el que hem dit, el creixement dels fons propis serà de $g = 0,1 \cdot 0,4 = 0,04$ anual (també dels dividendes). Vegem-ho:

	Any 1	Any 2	Any 3
RP	1.000	$1.000 + (100 - 60) = 1.040$	1.081,6
Benefici	$1.000 \cdot 0,1 = 100$	$1.040 \cdot 0,1 = 104$	108,16
Dividends	$100 \cdot 0,6 = 60$	$104 \cdot 0,6 = 62,4$	64,896

Comprovem-ho:

Els fons propis han crescut en dos anys: $1.081,6 / 1.000 = 1,0816 = 1,04^2$. I els dividendes, $64,896 / 60 = 1,0816 = 1,04^2$.

Si us hi fixeu, en el model de Gordon-Shapiro l'empresa reparteix una part del benefici net mentre que la resta queda com a benefici retingut que, si recordem l'apartat anterior, forma part dels recursos interns de l'empresa i, a més, en ser de lliure disposició (finançament intern d'expansió) es pot utilitzar per a créixer. Justament això és el que reflecteix la taxa de creixement (g) del model que, com hem vist en l'exemple anterior, depèn de la taxa de retenció. A partir d'aquí podem estimar k_p aïllant-la de l'expressió següent:

$$k_p = \frac{DIV}{P} + g$$

Fixeu-vos que k_p en aquest model és determinada per:

$$k_p = \text{rendibilitat del dividend} \left(\frac{DIV}{P} \right) + \text{taxa de creixement} (g)$$

Fixeu-vos que k_p en aquest model ve donada per dos factors que incideixen en la rendibilitat (anual) de les inversions en accions: la rendibilitat per dividend i la rendibilitat per preu (augment que s'espera del preu dels títols). És fàcil comprovar que si tots els paràmetres del model no canvien (*caeteris paribus*), la rendibilitat per augment del preu coincideix amb la taxa g . Efectivament, es compleix que l'increment anual del preu dels títols és justament g : $P_1 = P(1 + g)$.

Per verificar-ho, calculem el valor de P a zero i en el moment 1. En el numerador sempre tindrem els dividends que pagarà l'empresa al final del període (DIV al final del primer any, i $DIV(1 + g)$ al final del segon període. El denominador de la fórmula no varia. Així:

$$P = \frac{DIV}{k_p - g} \quad P_1 = \frac{DIV(1 + g)}{k_p - g}$$

Localitzem en l'expressió P_1 el valor de P i quan substituïm tenim que $P_1 = P(1 + g)$. En conclusió, el model considera que totes les magnituds creixen a raó de g , inclòs el preu de les accions.

Finalment, amb les aportacions de Gordon ($g = r_f b$), el model ens queda:

$$P = \frac{BN(1 - b)}{k_p - r_f b} \rightarrow k_p = \frac{BN(1 - b)}{P} + r_f b$$

Moltes vegades podem també trobar les fórmules anteriors expressades a partir del *pay-out ratio* (δ), només cal tenir present que la part del pastís que no es reparteix als accionistes (taxa de retenció, b) més la part que sí es reparteix (δ) en forma de dividends suma tot el pastís: $\delta + b = 1$; i $b = 1 - \delta$. Substituint en les anteriors expressions b per $1 - \delta$, obtenim:

$$P = \frac{BN \cdot \delta}{k_p - r_f(1 - \delta)} \rightarrow k_p = \frac{BN \cdot \delta}{P} + r_f(1 - \delta)$$

2.3. El CAPM (*capital assets pricing model*)

El propòsit d'aquest apartat és conèixer les eines que ens permeten obtenir les primes de risc que aplica el mercat a les accions. El model, com veurem tot seguit, considera una única font de risc, que és el **risc sistemàtic** i, per tant, tenim una única prima de risc sistemàtic.

El model CAPM s'estableix a partir de tres rectes: la *characteristic line* (CL), la *capital market line* (CML) i la *security market line* (SML). Els arguments que en permeten la construcció els veurem tot seguit.

2.3.1. *Characteristic line* (CL)

Aquesta recta es construeix a partir del model de Sharpe, que considera que hi ha una relació directa i lineal entre la rendibilitat de les accions i la rendibilitat o evolució d'un índex representatiu del mercat, l'Íbex 35 en el cas del mercat espanyol (també podríem considerar l'EUROSTOXX 50).

Per tal d'obtenir la CL, el primer pas consisteix a recollir informació mostral. Aquesta informació la podem obtenir a partir d'una sèrie d'observacions de la rendibilitat del mercat i la del títol que s'estudia. En la taula següent, es recullen les rendibilitats setmanals de l'Íbex 35 i d'Inditex durant l'any 2018.

Rendibilitat setmanal 2018	Íbex 35	ITX
1	0,49%	-3,07%
2	0,16%	-0,45%
3	1,11%	1,58%
4	-3,63%	-4,69%
5	-5,60%	-5,57%
6	2,00%	2,72%
7	-0,10%	-6,79%
8	-2,97%	-4,00%
9	1,63%	0,29%
10	0,77%	7,48%
11	-3,77%	-3,05%
12	2,21%	1,40%
13	0,86%	2,40%
14	0,87%	-5,72%
15	1,20%	-0,24%
16	0,42%	3,55%
17	1,80%	6,45%
18	1,66%	0,56%

Lectura recomanada

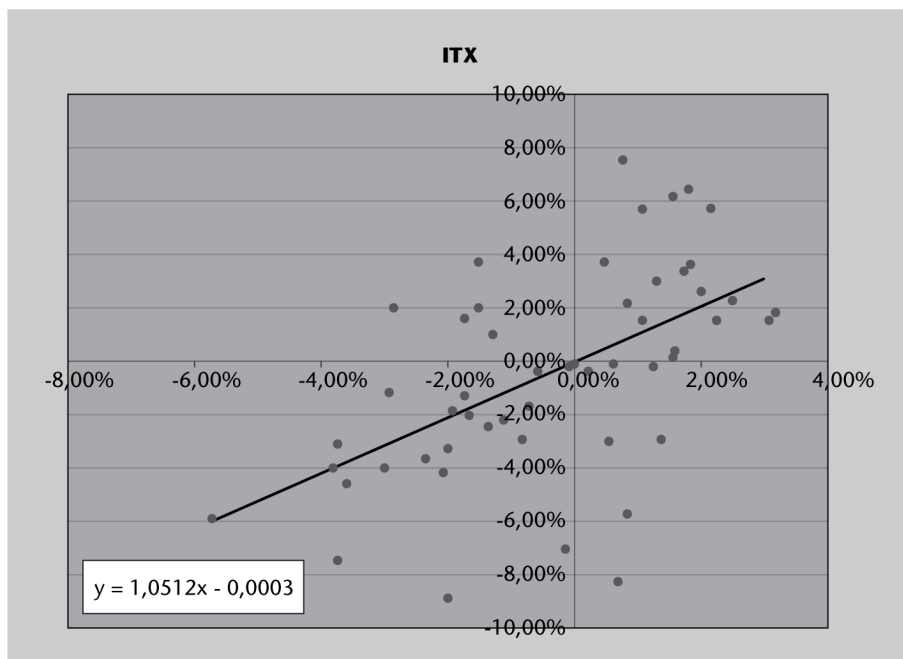
El model de Sharpe va veure la llum el 1963 en la revista *Management Science*, 9(2). El títol original de l'article és: "A Simplified Model for Portfolio Analysis". Per obtenir més informació del model de Sharpe i del CAPM podeu consultar el llibre d'A. S. Suárez Suárez, *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*.

Web recomanada

Aquest tipus de dades es poden obtenir fàcilment a Internet. Un dels web gratuïts que proporciona aquesta informació és la divisió financera de Yahoo: <http://es.finance.yahoo.com>

19	-1,55%	3,78%
20	-2,83%	2,16%
21	-1,98%	-3,24%
22	1,18%	3,10%
23	1,07%	5,80%
24	-0,60%	-0,40%
25	-1,73%	-1,85%
26	2,93%	1,30%
27	-1,72%	-1,25%
28	-0,10%	0,00%
29	1,47%	-2,87%
30	-1,30%	-2,39%
31	-1,41%	1,08%
32	-1,92%	-1,78%
33	1,83%	3,59%
34	-1,99%	-8,72%
35	-2,42%	-3,38%
36	2,12%	5,76%
37	2,40%	2,37%
38	-2,10%	-4,18%
39	-1,44%	-2,68%
40	-3,80%	-4,01%
41	-0,11%	-0,16%
42	-1,82%	1,64%
43	3,01%	1,78%
44	1,58%	6,28%
45	-0,85%	-2,91%
46	-1,55%	2,14%
47	1,80%	3,40%
48	-2,88%	-1,07%
49	0,80%	-8,40%
50	-3,71%	-7,33%
51	-0,74%	-1,58%
52	0,54%	-0,18%

El pas següent és representar el núvol de punts en un eix de coordenades i construir una recta de regressió (dependència lineal) entre la variable rendibilitat setmanal de l'Íbex 35 i la rendibilitat del títol (ITX en el nostre cas). La recta que obtenim aplicant mínims quadrats ordinaris (MQO) és:



La recta que hem obtingut obliga a fer una sèrie de consideracions tècniques.

Partim d'un model de regressió simple en què la rendibilitat d'un títol qualsevol i (R_i) és una variable aleatòria que està definida per:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + \varepsilon_i$$

On:

R_i representa el rendiment del títol i durant el període de referència, variable endògena.

R_m és la rendibilitat de l'índex borsari representatiu de l'evolució del mercat, variable exògena.

ε_i representa l'error o pertorbació aleatòria. És la variable aleatòria no observable que inclou tots els factors (individualment irrelevants) que influeixen en el valor de R_i , i que són independents del mercat. Aquests factors depenen de les característiques específiques del títol, i per això la variància de ε_i mesura el risc específic del títol. (Diferències de rendibilitat pròpies de l'empresa, no del mercat.) És lògic considerar que el model de regressió incorpora tots els supòsits perquè funcioni adequadament: $\text{Cov}(\varepsilon_i, R_m) = 0$; $\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$; $\varepsilon_i \rightarrow N(0, \sigma_i^2)$.

β_i és un paràmetre per estimar, ens indica el pes o grau d'intensitat amb què les variacions de R_m afecten R_i . Mesura el risc sistemàtic o de mercat del títol i . També s'anomena *coeficient de volatilitat*. És el pendent de la recta de regressió. En l'exemple anterior, la beta d'ITX per al 2018 és d'1,0512.

α_i és l'altre paràmetre per estimar. Expressa la part del rendiment del títol no subjecte a alteracions del mercat. Ordenada en l'origen de la recta de regressió. El seu valor en l'exemple d'Inditex seria de -0,0003.

De tots els valors anteriors, de ben segur que el més important és el paràmetre β_i (el pendent de la recta de regressió), que ens informa de la volatilitat del títol respecte del mercat. Si un títol, per exemple, presenta una beta propera a 1, si el mercat puja un 1% el més probable és que el títol també incrementi en un 1%. Si, d'altra banda, la beta és 2 i el mercat puja un 1%, el més probable és que el títol augmenti el doble del que ho ha fet el mercat, un 2%. Els títols amb una beta superior a 1, més volàtils que el mercat, s'anomenen *agressius*. Els que presenten una beta al voltant d'1 són *neutres* i els *defensius* són els que presenten una beta més petita que 1.

Esperança i variància d'un títol (risc específic i sistemàtic)

De l'equació que ens proporciona la rendibilitat d'un títol:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_I + \varepsilon_i$$

calculem l'esperança:

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_I)$$

i la variància o risc:

$$\sigma^2(R_i) = \beta_i^2 \sigma_I^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2$$

La variància l'hem descompost en dos sumands. Podríem dir que el risc d'invertir en un títol es nodreix de dues fonts de risc: el risc de mercat o sistemàtic i el risc específic. El primer consisteix en el risc que patim si en el mercat les coses no van segons el previst; el segon, és el que suportem quan el preu del títol no es comporta d'acord amb les expectatives per causes alienes al mercat, pròpies o específiques de l'empresa. Analíticament:

$\sigma^2(R_i)$ mesura el risc total del títol i

$\beta_i^2 \sigma_I^2$ mesura el risc sistemàtic o de mercat amb $\text{Var}(R_i) = \sigma_I^2$

$\sigma_{\varepsilon_i}^2$ mesura el risc propi o específic del títol.

Esperança i variància d'una cartera

Fins aquí hem analitzat el comportament d'un sol títol respecte al mercat, però analitzem què passa si ampliem l'anàlisi a molts títols (N) i considerem la possibilitat d'invertir els nostres estalvis en una combinació d'aquests (anomenada cartera).

Ja que podem conèixer els valors de l'esperança i variància d'un títol (i) qualsevol, podem fàcilment obtenir l'esperança i la variància d'una cartera composta dels N títols que formen part de la nostra anàlisi.

La variable aleatòria que defineix la rendibilitat de la cartera, R_p , vindrà donada per:

$$R_p = \sum_{i=1}^N X_i \cdot R_i$$

on X_i és la part del pressupost expressat en tant per u que destinem al títol i. Com que R_i és $R_i = \alpha_i + \beta_i R_I + \varepsilon_i$, tenim:

$$\begin{aligned} R_p &= \sum_{i=1}^N X_i(\alpha_i + \beta_i R_I + \varepsilon_i) = (X_1 \alpha_1 + \dots + X_N \alpha_N) + (X_1 \beta_1 + \dots + X_N \beta_N) R_I + (X_1 \varepsilon_1 + \dots + X_N \varepsilon_N) = \\ &= \alpha_p + \beta_p R_I + \sum_{i=1}^N X_i \varepsilon_i \end{aligned}$$

on

β_p : és la beta de la cartera i s'obté ponderant les betes dels títols que la integren pel percentatge (tant per u) que destinem a cadascun d'ells. Això és: $\beta_p = X_1 \beta_1 + X_2 \beta_2 + \dots + X_N \beta_N$. La beta de la cartera és una mesura del risc sistemàtic, de mercat, de la cartera, p. Grau d'intensitat amb què les fluctuacions del mercat incideixen en la rendibilitat de la cartera. El mateix concepte aplicat en els títols però ara a la nostra cartera.

α_p : és l'alfa de la cartera i, d'igual manera, s'obté ponderant les alfes dels diferents títols.

Podem calcular ja l'esperança de la cartera:

$$E[R_p] = E_p = \sum_{i=1}^N X_i \alpha_i + E(R_I) \beta_p$$

I la variància:

$$\sigma^2(R_p) = \sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_I^2 + \sum X_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2$$

La variància de la cartera s'obté considerant que la correlació entre els diferents títols és zero.

L'expressió de la variància de la cartera trobada a dalt permet diferenciar, de la mateixa manera que abans quan consideràvem un únic títol, dos components de risc (específic i sistemàtic) d'una cartera qualsevol:

Risc total d'una cartera = risc sistemàtic + risc específic

- **Risc específic d'una cartera**, el segon sumand de $\sigma^2(R_p)$

$$\sum X_i^2 \sigma_{\epsilon_i}^2$$

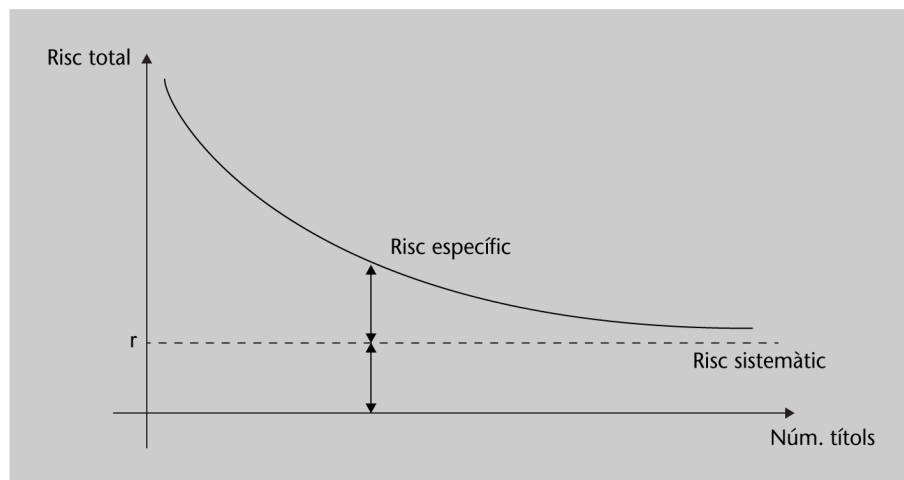
és la suma de les variàncies dels errors (risc específic de cada títol) corregides pel quadrat de la participació en tant per u de cadascun en el conjunt cartera. Aquest tipus de risc, com veurem tot seguit, pot ser reduït mitjançant una correcta diversificació (augmentant el número de títols que integren la cartera). A major número de títols, menor risc específic. L'argument que ens porta a aquesta afirmació és força sòlid i plausible: considerant un mercat estable i una cartera composta d'un número suficient de títols, les pèrdues d'uns seran compensades per les pujades d'uns altres.

- **Risc sistemàtic d'una cartera**, el primer sumand de $\sigma^2(R_p)$

$$\beta_p^2 \sigma_I^2$$

ve donat pel producte del quadrat de la beta de la cartera per la variància de l'índex. Tot i invertir en una cartera suficientment diversificada sempre patirem el risc del mercat.

Gràficament:



El valor r és la part del risc total de la cartera que no es pot eliminar diversificant (sistemàtic). El risc específic disminueix en incrementar N . Podem provar

fàcilment el que hem apuntat, suposant que $X_i = 1/N$ –invertim el mateix percentatge del pressupost en cadascun dels N títols.

El risc específic ens queda:

$$\sum N^{-2} \sigma_{\epsilon_i}^2$$

Si, a la vegada, considerem variàncies també constants ($\sigma_{\epsilon_i}^2 = \sigma^2$), obtenim:

$$N^{-2} \sum \sigma_{\epsilon_i}^2 = N^{-1} \sigma^2$$

I si N es fa tan gran com vulguem tindrem: ($N \rightarrow \infty$), el risc específic de la cartera tendeix a zero i el risc de la cartera és únicament sistemàtic ($\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_I^2$). De fet, com N és un nombre natural no cal que es faci gaire gran per obtenir un risc específic de la cartera molt petit o quasi nul. Amb 20 o 30 títols n'hi ha prou.

Per tal de pair i il·lustrar tot el que acabem d'apuntar, fem quatre números a partir de l'exemple següent.

En la taula de sota tenim els valors de la variància i els seus components (risc sistemàtic i risc específic) de l'Íbex i de quatre títols accions:

	Íbex 35	Títol 1	Títol 2	Títol 3	Títol 4
Beta (β_i)	1,0000	0,7500	0,8500	1,1000	1,2000
Variància Íbex 35 (σ_I^2)	0,0004				
Risc sistemàtic (Var Íbex \cdot beta ² = $\beta_i^2 \sigma_i^2$)	0,0004	0,000225	0,000289	0,000484	0,000576
Risc específic ($\sigma_{\epsilon_i}^2$)	0	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
Risc total (Variància títol = $\beta_i^2 \sigma_i^2 + \sigma_{\epsilon_i}^2$)	0,0004	0,000425	0,000489	0,000684	0,000776

A partir de la informació anterior, construirem 3 carteres equiponderades (el percentatge que dediquem a cadascun dels títols serà el mateix). La primera cartera, composta pel títol 1 i el 2 a parts iguals (50%). La segona, composta pels títols 1, 2 i 3 (1/3 a cadascun). La tercera, composta de tots quatre (destinem un 25% del pressupost a cadascun).

Els resultats els teniu en la taula següent:

Cartera composta	Títol 1+2	Títol 1+2+3	Títol 1+2+3+4
Beta cartera $\beta_p = X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + \dots + X_N\beta_N$	0,8000	0,9000	0,975
Variància Íbex 35 (σ_I^2)	0,0004		
Risc sistemàtic (Var Íbex \cdot beta ² = $\beta_i^2 \sigma_i^2$)	0,000256	0,000324	0,00038025

Risc específic ($\sum X_i^2 \sigma_{ei}^2$)	0,000100	0,000067	0,000050
Risc total (risc sistemàtic + risc específic)	0,000356	0,000391	0,000430

Dels resultats obtinguts, podem extreure les següents conclusions:

- L'IBEX 35, segons el model, no presenta risc específic i la seva beta és 1. El model considera que les 35 accions que componen l'índex són suficients per eliminar aquell risc.
- El risc sistemàtic de les carteres va augmentant a mesura que afegim accions. Això és perquè anem afegint títols que presenten una beta superior i, per tant, un risc sistemàtic superior.
- El risc específic, quan augmenta el número d'accions, disminueix, i molt. Efectivament, amb una cartera amb dues accions, el risc específic es redueix a la meitat del que presenten els títols individualment. Passen d'un risc específic mesurat en variància de 0,0002 a 0,0001. Amb tres títols, es redueix 1/3 (0,000067). I amb la darrera cartera, composta pels 4 títols, el risc específic és un quart (0,00005).
- Amb la cartera composta per només quatre accions, obtenim uns resultats molt propers als de l'IBEX: una beta de cartera propera a 1 (0,975) i un risc total molt proper al de l'IBEX 0,00043, quan el risc (variància) de l'IBEX és de 0,0004.

2.3.2. *Capital market line (CML)*

Partint del supòsit que tots els inversors en el mercat es comporten eficientment, maximitzen la rendibilitat de les seves carteres per a un determinat grau de risc, es verifica que la millor opció que poden dur a terme a l'hora d'invertir és sempre combinar el **títol sense risc** que proporciona una rendibilitat r_f i una determinada cartera, **cartera de mercat**, composta en diferents proporcions per tots els títols d'accions que cotitzen en aquell mercat. És clar que el risc específic de la cartera de mercat és nul; hi ha prou títols perquè aquest risc sigui eliminat. A efectes pràctics, considerem que aquesta cartera de mercat és un índex representatiu d'aquest mercat, l'Íbex en el nostre cas.

Si es compleixen les condicions anteriors la relació risc-rendibilitat de les carteres que confeccionen tots els inversors és lineal i s'anomena **CML**. Vegem tot seguit com es construeix. Per a fer-ho utilitzem un exemple:

Considerem que la rendibilitat lliure de risc és del 5%, la rendibilitat esperada de la cartera de mercat és de $E(R_c) = 10\%$ i la desviació d'aquesta rendibilitat és del 5%. Vegem quines són les millors opcions en aquest context per a quatre inversors amb diferent actitud davant del risc.

- **Primer inversor.** El més advers al risc. Aquest inversor no vol córrer riscos i fixa una rendibilitat del 5%. La millor opció per a aquest inversor és confeccionar una cartera composta únicament de renda fixa que, recordem-ho, rendeix un 5%.
- **Segon inversor.** Aquest segon estableix una rendibilitat esperada per a la seva cartera del 7,5%. Aquesta rendibilitat l'obtindrà invertint un 50% del seu pressupost en renda fixa i el 50% restant en renda variable (cartera de mercat-Íbex). La rendibilitat del 7,5% s'obté senzillament de la manera següent: $0,5 \times 5\% + 0,5 \times 10\% = 7,5\%$.
- **Tercer inversor.** Aquest vol una rendibilitat igual a la cartera de mercat; per tant, ha d'invertir tot el seu pressupost en aquesta cartera.
- **Quart inversor.** L'agorarat. Aquest vol "batre" el mercat i vol una rendibilitat superior a la de la cartera de mercat (Íbex), 12,5%. La millor opció per a aquest inversor és palanquejar la seva cartera en un 50%. És a dir, endeutar-se en un 50% del seu pressupost i invertir el total, el 150%, en la cartera de mercat (Íbex).

Quina és l'estratègia que seguiria aquest inversor suposant que decidís invertir 1.000 euros? La cartera que confeccionaria suposaria endeutar-se un 50% (500 euros) i invertiria la totalitat (deute i capital propi, 1.500 euros) en la cartera de mercat o IBEX. El resultat més probable seria el següent:

Capital invertit cartera mercat	Rendibilitat cartera	Benefici en euros
1.500	10%	150

Deute	Cost del deute	Interessos a pagar
500	5%	-25

Benefici net cartera	125
Rendibilitat sobre capital invertit propi (125/1.000)	12,50%

Per tal de resoldre la voluntat dels quatre inversors hem hagut de resoldre el sistema d'equacions següent:

$$\begin{aligned} X_f r_f + X_I E(R_I) &= R_D \\ X_f + X_I &= 1 \\ X_I &\geq 0 \end{aligned}$$

On X_f i X_I corresponen, respectivament, al tant per u del pressupost que destinem al títol lliure de risc i a la cartera de mercat. R_D és la rendibilitat que vol obtenir cada inversor (5%, 7,5%, 10% i 12,5%). Fixeu-vos que deixem que X_f pugui prendre valors positius i negatius. Això ens indica que la cartera és palanquejada o també d'endeutament. Quan $X_f > 0$ tenim les anomenades *carteres de préstec*.

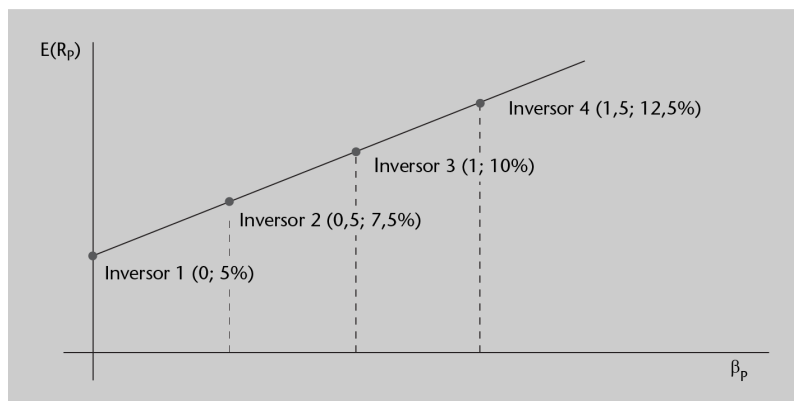
Quin és el risc dels nostres quatre inversors?

	Rendibilitat que es vol obtenir	Cartera	Beta de la cartera	Variància de la cartera
Inversor 1	5%	$X_f = 1$ $X_I = 0$	$\beta_p = X_I = 0$	$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_I^2 = 0$
Inversor 2	7,5%	$X_f = 0,5$ $X_I = 0,5$	$\beta_p = X_I = 0,5$	$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_I^2 = 0,5^2 \times 0,05^2$
Inversor 3	10%	$X_f = 0$ $X_I = 1$	$\beta_p = X_I = 1$	$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_I^2 = 1^2 \times 0,05^2$

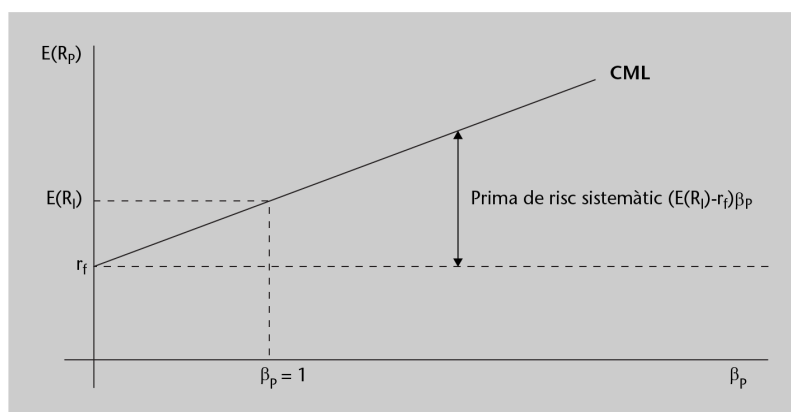
Inversor 4	12,5%	$X_f = -0,5$ $X_i = 1,5$	$\beta_p = X_i = 1,5$	$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_i^2 = 1,5^2 \times 0,05^2$
-------------------	-------	-----------------------------	-----------------------	---

Per obtenir els valors de la beta de la cartera, considerem que la beta d'una cartera és la mitjana ponderada de les betes dels títols que la componen, la beta de la renda fixa és zero i la beta de la cartera de mercat és, per definició, 1. Calculem la variància de la cartera considerant que el risc específic és zero, tal com imposa el model.

Representem en un eix de coordenades els quatre inversors de la taula de dalt. En l'eix de les X posarem el risc que suporten, mesurat mitjançant la beta de la seva cartera. En l'eix de les Y tenim la rendibilitat esperada de la cartera, de manera que relacionem risc i rendibilitat esperada. Hom pot comprovar com el resultat obtingut és una recta:



Si representem en un gràfic els valors de la beta de les carteres i la rendibilitat esperada per a cada inversor, obtenim una recta: la CML.



L'expressió de la recta és:

$$E(R_p) = r_f + (E(R_i) - r_f)\beta_p$$

I té la lectura següent: la rendibilitat esperada de qualsevol cartera és igual a la rendibilitat lliure de risc més una prima de risc sistemàtic (únic risc que existeix i que es paga o premia) igual al preu per unitat de risc que es paga en el mercat, $(E(R_i) - r_f)$, pendent de la recta CML per la quantitat de risc (sistemàtic) que incorpora la cartera (beta de la cartera, β_p).

Per obtenir l'expressió de la CML necessitem saber el seu terme independent i el pendent:

- El terme independent o ordenada a l'origen correspon a la cartera que confecciona el primer inversor amb beta zero i rendibilitat igual a la rendibilitat lliure de risc (r_f).

- El pendent de la recta el calculem a partir de la cartera que confecciona el tercer inversor (inverteix la totalitat del seu pressupost en la cartera de mercat). El pendent en qualsevol punt és:

$$\text{Pendent CML} = \frac{E(R_p) - r_f}{\beta_p}$$

I pel tercer inversor és, amb beta 1:

$$\text{Pendent CML} = \frac{E(R_I) - r_f}{1} = E(R_I - r_f)$$

Molt important: no hem de confondre la rendibilitat lliure de risc r_f (*risk free rate*) amb la rendibilitat financera o rendibilitat del capital propi (r_e).

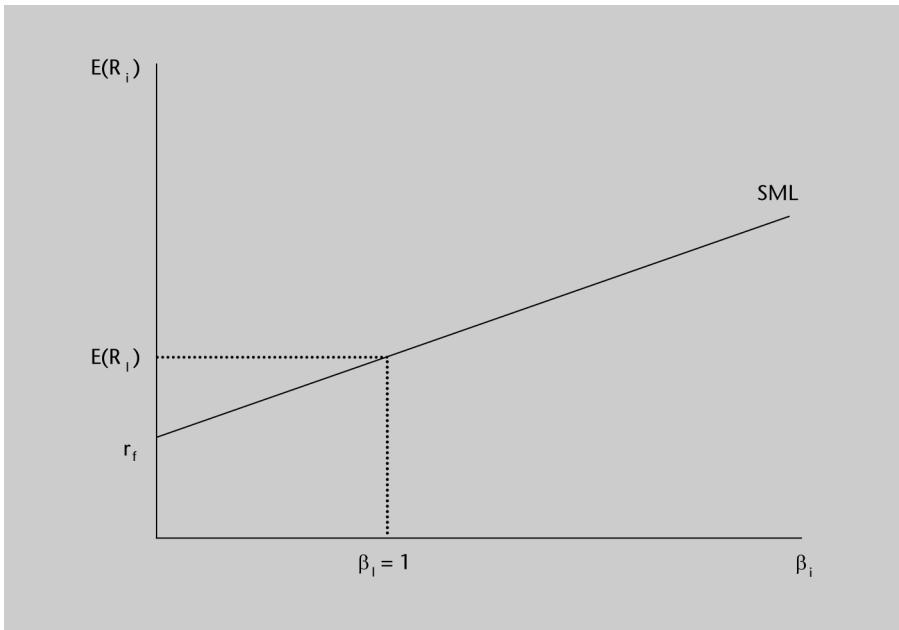
2.3.3. *Security market line (SML)*

En aquest context, el de la CML, a l'hora d'establir la rendibilitat esperada (exigida) d'un títol només hem de tenir en consideració el risc sistemàtic d'aquest títol. El risc específic s'ha esvaït de la nostra anàlisi i del mercat, així doncs, la rendibilitat que exigeix el mercat a un títol qualsevol, $E(R_i)$, és igual a la rendibilitat lliure de risc (r_f) més una prima de risc sistemàtic igual a la quantitat de risc sistemàtic que incorpora el títol mesurat mitjançant la seva beta pel que es paga en el mercat per unitat d'aquest risc. Això és:

$$E(R_i) = r_f + (E(R_I) - r_f) \cdot \beta_i$$

Expressió coneguda com a SML (*security market line*) sobre la qual es basa el model de valoració d'actius CAPM. Aquest model permet obtenir la rendibilitat esperada del títol a partir de l'estimació de la seva beta (Sharpe).

Gràficament:



El model ens diu que tots els títols (accions) que cotitzen en el mercat s'han d'ubicar en la recta de dalt, en cas contrari el mateix mercat s'encarregarà de modificar-ne el preu, de manera que la rendibilitat esperada que ofereixin sigui la que els pertoca d'acord amb el risc sistemàtic que incorporen (β_i). Com es produeix aquest mecanisme? Si, per exemple, un títol proporciona una rendibilitat superior a la que li pertoca segons l'SML, els inversors voldran obtenir aquell títol, de manera que el seu preu pujarà i d'aquesta manera se'n reduirà la rendibilitat. El mateix argument és aplicable a un títol que s'ubiqui per sota de la recta. En conseqüència, direm que en equilibri les rendibilitats dels títols (i implícitament el preu) se situen en la recta SML.

Cal anar una mica amb compte amb les dues rectes, l'SML i la CML, ja que totes dues tenen una expressió quasi idèntica, però són substancialment diferents. La CML ens indica on s'ubiquen els inversors que es comporten de manera eficient i l'SML ens informa de la rendibilitat esperada que han de proporcionar els títols. Sintèticament, l'una fa referència als inversors i l'altra, als títols.

En conclusió, el cost del capital propi el podem estimar a partir de l'SML:

$$k_p = r_f + (E(R_i) - r_f) \cdot \beta_i$$

Diríem que la rendibilitat exigida pels accionistes depèn d'una taxa lliure de risc que determina el mercat més una prima del risc sistemàtic (recordem que el risc específic es pot eliminar), que es mesura a partir de la beta. La prima de risc sistemàtic ve donada per la quantitat d'aquest risc que incorpora un títol (beta del títol, β_i) pel preu que es paga en el mercat per una beta (unitat de risc sistemàtic) en termes de rendibilitat. Aquest preu ve donat per la diferen-

cia entre la rendibilitat esperada del mercat i el tipus d'interès lliure de risc ($E(R_I) - r_f$).

Per exemple, la rendibilitat d'una acció que presenta una beta d'1, la rendibilitat esperada del mercat és del 10% i el tipus sense risc és del 5%, haurà d'oferir als inversors una rendibilitat del 10%:

$$k_p = r_f + (E(R_I) - r_f) \cdot \beta_i = 5\% + (10\% - 5\%) \cdot 1 = 5\% = 10\%$$

Com a mínim el mercat proporciona una rendibilitat del 5% (r_f) i com aquest títol presenta una unitat de risc sistemàtic (la seva beta és 1) i en el mercat es paga a raó del 5% ($10\% - 5\%$), la rendibilitat total del títol és del 10% ($5\% + 5\%$).

Abans d'acabar, cal apuntar un parell de qüestions:

1) De quins factors depèn la beta d'una empresa? Bàsicament de tres:

- a) El tipus de negoci: com més sensible sigui el negoci (o negocis) de l'empresa a la situació general del mercat més gran serà la beta.
- b) El palanquejament operatiu de l'empresa (com ja hem vist en el mòdul 2): com més costos fixos de l'explotació, més gran és la variabilitat del BAIT (més risc econòmic) i més gran és la beta.
- c) El palanquejament financer: com més ràtio de palanquejament o relació d'endeutament, més risc financer i, per tant, més gran és la beta de les accions.

2) Quina relació hi ha entre el risc financer i la beta?

La beta d'una empresa amb endeutament (palanquejada) es relaciona amb la beta de la mateixa empresa sense endeutament de la manera següent:

$$\beta_{EE} = \beta_{ENE} \left(1 + \frac{E}{P} \right)$$

Es considera que si el mercat funciona correctament, el risc financer es mesura a partir de l'expressió següent:

$$\beta_{EE} - \beta_{ENE} = \beta_{ENE} \frac{E}{P}$$

On β_{EE} és la beta de l'empresa endeutada; β_{ENE} és la beta de l'empresa no endeutada; E és el valor de mercat de l'endeutament (ja veurem com es calcula en l'apartat següent), i P és el valor de mercat dels fons propis.

En cas que consideréssim l'existència d'impostos, l'expressió quedaria de la manera següent:

Nota

Una empresa que tingui més d'un negoci tindrà una beta igual a la mitjana de les betes dels seus negocis ponderada pel valor de mercat de cadascun d'ells.

$$\beta_{EE} = \beta_{ENE} \times \left(1 + \frac{E}{P}(1 - z) \right)$$

Hem d'anar molt amb compte amb el CAPM, en el sentit que hem de ser conscients de les limitacions que té. Aquestes limitacions provenen de les hipòtesis sobre les quals es construeix el model, que són:

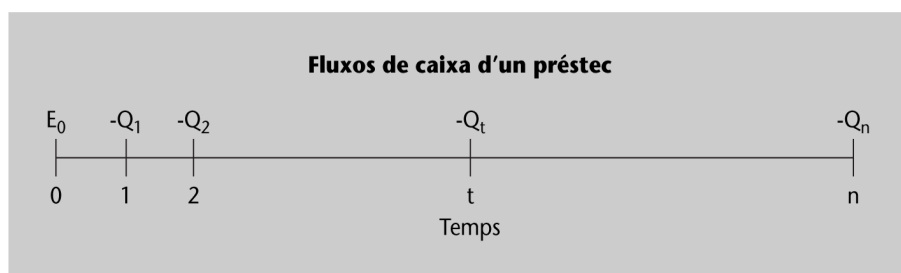
- Tots els inversors tenen expectatives homogènies. Això vol dir que tots estan d'acord amb les distribucions de probabilitat de tots els títols del mercat (esperances i variàncies).
- Tots els inversors poden invertir i prestar a la taxa lliure de risc, r_f .
- No hi ha costos de transacció.
- Els inversors són adversos al risc.
- Tots els inversors tenen el mateix horitzó temporal (un període).

L'obtenció del cost...

... de capital dels fons propis d'empreses que no cotitzen en borsa (cas de les pimes) es complica una mica, ja que els models anteriors pressuposen que coneixem el valor de cotització de les accions. En aquests casos, o bé només podem calcular k_p quan es produeixi una compravenda d'accions/participacions, o bé hem d'estimar k_p a partir del valor d'alguna empresa similar (del mateix sector) que cotitzi en borsa i adaptar-lo (mitjançant les correccions oportunes de les primes de risc de liquiditat, risc econòmic, risc financer, etc.) a la situació de l'empresa no cotitzada.

3. El cost del finançament aliè

El cost del capital aliè o endeutament, ja sigui d'un préstec o de l'emissió d'un emprèstit, és la taxa de descompte que iguala la quantia neta rebuda per l'empresa amb el la suma del valor actual de tots els pagaments futurs o quotes que incorporen la devolució del principal (AMFIN) i els interessos meritats (INT). En un diagrama temporal tenim:



On:

E_0 és l'import net rebut per l'empresa,

Q_t és la quota a pagar en el moment t que incorpora els interessos (INT_t) i la devolució del principal o amortització financera ($AMFIN_t$).

El cost de l'endeutament, k_p , l'obtenim:

$$E_0 = \sum_{t=1}^n \frac{Q_t}{(1+k_i)^t} = \sum_{t=1}^n \frac{INT_t + AMFIN_t}{(1+k_i)^t}$$

Si l'empresa paga impost de societats, llavors el valor de k_i l'hem de corregir, ja que els interessos són deduïbles fiscalment. Si desitgem conèixer el cost net d'impostos (k_i^T) caldrà únicament deduir al cost brut l'estalvi fiscal:

$$k_i^T = k_i - t \cdot k_i = k_i(1 - t)$$

amb t = tipus impositor de l'impost de societats.

Com que es tracta d'emissions d'emprèstits i préstecs a llarg termini, pot ser que les condicions en què es va produir l'emissió inicial s'hagin vist alterades i, per tant, també el cost entès com la rendibilitat futura exigida i esperada pels inversors (el mercat). Les principals causes que poden incidir en la modificació de k_i poden ser de diversa índole, si bé les més rellevants venen pels canvis dels tipus d'interès de l'economia i per l'alteració del risc dels emissors, en concret el risc d'insolvència (de no poder fer front als compromisos de pagament concrets al seu venciment). És lògic pensar que si el mercat percep un augment del

risc d'insolvència, els títols (obligacions) deixen de ser atractius i per tant el seu preu és corregit a la baixa, d'aquesta manera k_i augmenta. De fet, augmenta la prima de risc d'insolvència que incorpora qualsevol títol de renda fixa:

$$K_i = r_f \text{ (tipus lliure de risc) } + \text{prima de risc d'insolvència}$$

Hi ha empreses especialitzades a proporcionar informació sobre la qualitat creditícia d'emissors, ja siguin empreses o ens públics: **rating**. Podeu consultar les web de les tres més importants:

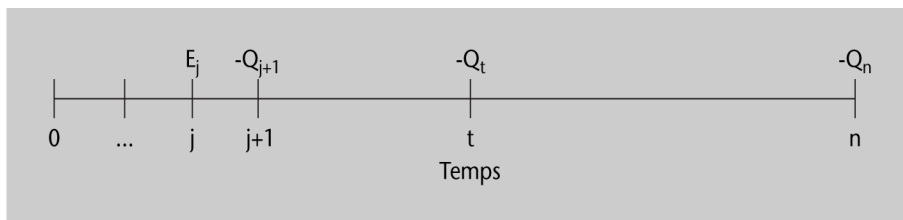
- <http://www.standardandpoors.com/> i
- <http://www.fitchratings.es/>.
- <https://www.moody.com/>.

Com podem obtenir el valor de k_i amb posterioritat a l'emissió si s'han alterat les condicions inicials?

Podem obtenir k_i com la rendibilitat esperada dels inversors que avui (moment j) compren les obligacions emeses per l'empresa al preu de cotització en el mercat E_j :

$$E_j = \sum_{t=j+1}^n \frac{Q_t}{(1+k_i)^t} = \sum_{t=j+1}^n \frac{INT_t + AMFIN_t}{(1+k_i)^t}$$

Gràficament:



Per tal d'obtenir una expressió més senzilla a efectes de càlcul de cost de capital mitjà ponderat que veurem en l'apartat següent, introduïrem un parell de supòsits restrictius:

a) Considerem que l'empresa està indefinidament endeutada amb el mateix volum de deutes. Hom es pot preguntar: com pot ser això, si el deute té un venciment establert? Doncs podem fer el següent raonament. Quan venç el deute, immediatament després l'empresa en torna a col·locar de nou en el mercat pel mateix import. Si l'operació es realitza instantàniament l'empresa mai no desemborsarà l'import del principal sinó que únicament hi haurà un intercanvi de títols. Les obligacions velles són substituïdes per les noves.

b) Interessos constants al llarg de tota la vida (il·limitada) del préstec o, en general, de l'endeutament.

D'aquesta manera, l'expressió de més amunt se simplifica, i ens queda:

$$E = \frac{INT}{k_i}$$

La majoria de vegades, però, no disposem de tota la informació per procedir al càlcul de la manera descrita anteriorment, senzillament perquè l'empresa no té obligacions que cotitzin en un mercat organitzat de renda fixa (és el cas de la gran majoria d'empreses, totes les pimes i microempreses) i per tant la totalitat del seu capital aliè prové d'entitats financeres.

En aquest cas i per obtenir un valor de k_i tenim dues opcions:

- Esbrinar quin seria el cost dels nous préstecs que han de permetre el finançament de noves inversions. Una trucada a les entitats amb què treballa l'empresa pot ser una alternativa fàcil i ràpida.
- Podem obtenir una aproximació al valor de k_i , calculant la ràtio $i = k_i = \frac{INT}{EF}$; on EF és la mitjana de l'endeutament emprat durant el darrer any (aquesta dada la podem obtenir a partir dels balanços) i INT és el valor total de les despeses financeres meritades en aquell període, dada que obtindrem del compte de resultats.

Quan l'empresa té més d'una font de finançament aliè, podem trobar el cost de capital mitjà dels fons aliens fent la mitjana ponderada dels diferents costos de capital aliè. Per a això hem d'utilitzar com a pesos els percentatges de cada font sobre el total deute.

4. El cost de capital mitjà ponderat

Recordem que el valor de mercat dels actius (V) és la suma del valor de mercat dels fons propis (P) i el valor de mercat dels fons aliens (E), i P és el resultat d'actualitzar els beneficis futurs dels accionistes (BN) a la taxa k_p i E és el resultat d'actualitzar els cupons futurs de les obligacions (INT) a la taxa k_i .

Si sumem les rendes futures de les diferents fonts de finançament tant pròpies com alienes (RTF) obtenim:

$$\text{RTF} = \text{INT} + \text{BN}$$

Si considerem que l'empresa no paga impostos, l'expressió anterior es pot expressar com a:

$$\text{BAIT} = \text{INT} + \text{BN}$$

Suposant que l'empresa no paga impostos, el cost de capital mitjà ponderat (CCMP) seria la taxa d'actualització que aplica el mercat al BAIT futur de l'empresa per tal d'obtenir el preu de tots els actius (V).

Una manera immediata i intuïtiva d'obtenir l'expressió del CCMP és respondre a la pregunta següent: quina és la rendibilitat d'una cartera composta de tots els títols de l'empresa? O el que és el mateix, quina és la rendibilitat esperada d'un inversor que posseeix tots els títols de l'empresa (accions i obligacions)?

Sabem que la rendibilitat d'una cartera és una ponderació de les rendibilitats dels títols d'acord amb el pes (a preus de mercat) que representen en el conjunt de la cartera. Si apliquem aquest argument, obtenim de manera immediata l'expressió del CCMP (k_0). Partim del fet que la rendibilitat de la cartera formada per tots els títols de l'empresa serà la mitjana ponderada de les seves rendibilitats. Recordem l'expressió ja vista:

$$R_p = \sum_{i=1}^N X_i \cdot R_i$$

Si considerem únicament dues fonts de finançament, pròpia i aliena, la rendibilitat de l'inversor (cost del passiu o de capital per a l'empresa, k_0) serà:

$$k_0 = k_p \frac{P}{V} + k_i \frac{E}{V} = k_p \frac{P}{E+P} + k_i \frac{E}{E+P}$$

On:

k_p és la rendibilitat o cost del capital propi.

P/V és el tant per u que representa el capital propi sobre el total finançament a valors de mercat ($E+P$).

k_i és la rendibilitat o cost del capital aliè.

E/V és el tant per u que representa el capital aliè sobre el total finançament a valors de mercat ($E+P$).

És clar que V (valor de mercat de tots els títols de l'empresa o valor de mercat de l'empresa) és igual a la suma del valor de mercat del capital propi (P) i del capital aliè (E):

$$V = E + P$$

Fixem-nos que k_0 (el cost del passiu de l'empresa) és una ponderació dels costos de les diferents fonts de finançament, com havíem establert des d'un bon començament. Hem obtingut l'expressió del CCMP.

Quan considerem impostos, l'expressió més adequada per a determinar el CCMP considerant que els interessos són deduïbles fiscalment és (on t és el tipus impositiu):

$$k_0 = k_p \frac{P}{E+P} + k_i(1-t) \frac{E}{E+P}$$

Finalment, si com hem comentat al principi, k_0 és la taxa d'actualització que el mercat aplica al BAIT per a obtenir el preu de tots els actius o valor de mercat de l'empresa, el podem obtenir de l'expressió següent:

$$V = \frac{\text{BAIT}}{k_0} = \frac{\text{BN} + \text{INT}}{k_0}$$

A tall d'exemple, calculem el cost de capital mitjà ponderat d'una empresa finançada mitjançant l'emissió d'accions i obligacions que presenta el compte d'exploració següent (suposem que no hi ha impost sobre beneficis):

PiG	200X
BAIT	2.030
INT	350
BN	1.680

A més, coneixem la informació següent:

- El valor de capitalització borsària de l'empresa és de 15.000 u. m.
- La beta de l'empresa és de $\beta = 1,2$.
- La rendibilitat esperada de l'índex borsari és de $E(R_i) = 10\%$.
- La rendibilitat de les obligacions a 10 anys de l'Estat és del 4%.
- Segons les agències del ràting, la prima de risc que l'empresa ha de pagar als seus obligacionistes és del 3%.

Amb la informació anterior podem calcular en primer lloc el cost de capital dels fons propis (accions) a partir del model del CAPM:

$$k_p = r_f + \beta(E(R_i) - r_f) = 0,04 + 1,2(0,10 - 0,04) = 0,112$$

També podem trobar el cost de capital dels fons aliens (obligacions) i el seu valor de mercat (E):

$$k_i = r_f + \text{prima risc} = 0,04 + 0,03 = 0,07$$
$$E = \frac{\text{INT}}{k_i} = \frac{350}{0,07} = 5.000$$

A partir d'aquí obtenim el cost de capital mitjà ponderat fent:

$$k_0 = k_p \frac{P}{E+P} + k_i \frac{E}{E+P} = 0,112 \frac{15000}{5000+15000} + 0,07 \frac{5000}{5000+15000} = 0,1015$$

Per tant, el CCMP, obtingut com a mitjana ponderada del cost de capital de les fonts de finançament de l'empresa, és el 10,15%.

Resum

El cost de capital és l'element que ens permet vincular el món empresarial amb el mercat de capitals. En concret, relaciona la rendibilitat exigida pel mercat amb la rendibilitat generada pels actius, amb la qual cosa determina el valor de mercat de l'empresa (o valor de mercat dels actius).

Tenint en compte l'anterior, hem definit cost de capital com la mínima TIR exigida a les inversions que faci l'empresa que permeti remunerar i tornar satisfactòriament les fonts de finançament i que eviti, al mateix temps, que caigui el valor de mercat de les accions.

Recordeu que la taxa interna de rendibilitat (TIR) és la rendibilitat, expressada com el tipus d'interès o taxa d'actualització, que equilibra financerament el conjunt de fluxos de caixa nets proporcionats per la inversió (a_i), amb el desemborsament inicial (a_0). És a dir, és el tipus de descompte o d'actualització que iguala a zero el valor actual net (VAN):

$$\text{VAN(TIR)} = -a_0 + \frac{a_1}{(1 + \text{TIR})} + \frac{a_2}{(1 + \text{TIR})^2} + \dots + \frac{a_n}{(1 + \text{TIR})^n} = 0$$

A continuació, hem vist els diferents models que ens proporcionen el cost de capital dels fons propis:

1) El primer model, la inversa del PER, segons el qual k_p val:

$$k_p = \frac{\text{BN}}{P} \quad \text{i per tant,} \quad k_p = \text{PER}^{-1}$$

El problema d'aquest model és que no té en compte les expectatives de creixement de l'empresa, ja que considera que els beneficis futurs es mantenen constants.

2) El model de Gordon-Shapiro, segons el qual:

$$k_p = \frac{\text{BN}(1-b)}{P} + r_f b$$

3) El model del CAPM, en què s'obté el cost de capital considerant una única font de risc, el risc sistemàtic:

$$k_p = r_f + (E(R_I) - r_f) \cdot \beta_i$$

Quant al cost de capital dels fons aliens, queda de la manera següent:

$$k_i = \frac{\text{INT}}{E}$$

Finalment, obtenim el cost de capital mitjà ponderat (CCMP):

$$k_0 = k_p \frac{P}{V} + k_i \frac{E}{V} = k_p \frac{P}{E+P} + k_i \frac{E}{E+P}$$

I si considerem l'estalvi fiscal generat pels interessos, obtenim l'expressió del CCMP més adequada i emprada:

$$K_0 = K_p \frac{P}{V} + k_i(1-t) \frac{E}{V} = k_p \frac{P}{E+P} + k_i(1-t) \frac{E}{E+P}$$

A partir del CCMP, podem obtenir el valor de mercat de l'empresa, amb l'expressió següent:

$$V = \frac{\text{BAIT}}{k_0}$$

Exercicis d'autoavaluació

Exercici 1

Disposem de la informació comptable de l'empresa KAS, SA que cotitza a borsa (dades expressades en milions d'euros):

ACTIU		PASSIU	
Immobilitzat net	500	Recursos propis	200
		Passiu financer a ll/t	200
		Passiu financer a c/t	200
Actiu corrent	200	Passiu comercial	100
Total actiu	700	Total passiu + RP	700

Els valors dels saldos al tancament no difereixen dels saldos mitjans mantinguts durant tot el període.

P i G (milions d'euros)	
15.000	400,0
1.200	240,0
Marge de contribució	160,0
Despeses d'explotació	50,0
EBITDA	110,0
AEC (f)	50,0
BAIT	60,0
Despeses financeres	16,0
BAT	44,0
Impost de societats	11,0
BN	33,0

Informació addicional del mercat borsari:

Preu acció (euros)	20
Nombre d'accions (milers)	33.000
Benefici per acció, BPA (euros)	1
Dividend per acció, DPA (euros)	0,6
Beta	1
Desviació rendibilitat acció	0,04
Desviació rendibilitat mercat (IBEX)	0,03
Rendibilitat lliure de risc	0,025
Rendibilitat esperada mercat (R_i)	0,075

A partir de la informació anterior, es demana:

- 1) Calculeu el PER de les accions de KAS, SA. Interpreta el seu valor. Segons el model de la inversa del PER⁻¹, quin és el valor de k_p ?
- 2) Calculeu la rendibilitat per dividend, la taxa de creixement g i el valor de k_p segons el model de Gordon-Shapiro. Comenteu i interpreteu els valors trobats. Quin dels dos models és més adequat?
- 3) Calculeu, segons la SML, la rendibilitat esperada de KAS, SA. Comenteu el resultat obtingut.

4) Tenint en compte els resultats obtinguts en l'apartat anterior, si la rendibilitat esperada del títol (KAS) fos del 8%, com reaccionaria el mercat en el context del CAPM?

5) Calculeu el risc sistemàtic, específic i total de KAS, SA. Quina cartera hauria de confeccionar un inversor eficient (CML) si desitja la mateixa rendibilitat que la que proporciona una acció de KAS, SA? Quin és el risc específic d'aquesta cartera? Justifiqueu la vostra resposta.

6) Calculeu el cost de capital mitjà ponderat, prenent com a k_p el valor obtingut segons el model CAPM (SML) i ki el tipus d'interès lliure de risc més una prima del 2%. Considereu per als càlculs l'estalvi fiscal generat pels interessos amb un tipus impositor del $t = 25\%$.

Pondereu d'acord als valor de P i E següents:

P: preu de mercat dels fons propis o valor de capitalització (preu acció x número accions).

E: valor de l'endeutament segons balanç o llibres.

Quina repercussió tindria en el preu de les accions si l'empresa realitzés una inversió amb una TIR = 8%? Justifiqueu la resposta.

Exercici 2

Responen les següents qüestions plantejades indicant-hi **vertader** o **fals**. Raoneu, breument, la vostra resposta.

a) Segons el model de valoració d'actius CAPM, la rendibilitat esperada d'una acció ($E(R_i)$) és determinada per la rendibilitat lliure de risc més una prima de risc específic.

b) El model de Gordon-Shapiro és més adient que el model PER per a valorar les accions d'empreses en sectors emergents i amb elevades necessitats de reinversió de beneficis.

c) Podem definir el cost de capital com la rendibilitat mínima exigida a les inversions de l'empresa de manera que permeti afrontar les nostres obligacions financeres i, al mateix temps, evitar que disminueixi el valor de mercat de l'empresa. En aquest sentit, en una empresa no endeutada podem assegurar que si la rendibilitat nominal TIR (comptable) de les inversions se situa per sota del que el mercat exigeix a les seves accions (K_p), la cotització d'aquestes accions disminuirà.

d) La rendibilitat exigida pels accionistes de l'empresa CAPITAL, SA, una empresa no endeutada, és del 10%. Durant el 2007, duu a terme un nou projecte d'inversió que augmentarà la rendibilitat financera de l'empresa en 0,5%, fins al 10,5%. Amb aquesta nova inversió, el preu de les seves accions pujarà.

Suposem que el Sr. X ha comprat 10.000 euros de lletres al 3,5%. Ara inverteix 10.000 euros i d'aquí a 12 mesos rebrà 350 euros. Al cap d'uns dies els tipus d'interès pugen fins al 3,75%. Al Sr. X li interessa vendre les seves lletres perquè ara n'obtindrà una rendibilitat del 3,75%.

Exercici 3

Suposeu que la beta d'un fons d'inversió en renda variable anomenat Cartera Borsa és de 0,96. A més, sabem que la desviació típica de la cartera del mercat és del 2,5% i la de la Cartera Borsa és del 3%. Es demana el següent:

a) Basant-nos en el valor de beta, com qualificaríeu la variabilitat de Cartera Borsa en relació amb la del mercat?

b) Si es produís un increment del 10% de la rendibilitat de la cartera del mercat, quina seria la variació en la rendibilitat de Cartera Borsa?

c) Quina proporció del risc total de Cartera Borsa és possible eliminar a través d'una diversificació correcta?

Exercici 4

A partir de les dades comptables següents d'una empresa no endeutada:

	Any 1	Any 2
Recursos propis	15.000	15.900
Benefici net	1.200	1.272

Tenint en compte que tant la rendibilitat financera o dels accionistes com la ràtio de distribució (*pay out ratio*) són constants al llarg del temps i que no s'ha fet cap ampliació de capital.

Es demana el següent:

a) Determineu la rendibilitat financera (r_F), la taxa de retenció de beneficis (b) i la taxa de creixement (g).

b) Determineu la taxa d'actualització (k_p) de l'any 2 utilitzant el model de Gordon-Shapiro. Per fer-ho suposeu que el valor de cotització dels fons propis (P) és 20.000. Què passaria si P fos 10.000? Compareu i comenteu els resultats.

Exercici 5

Determineu quina de les respostes és la correcta.

1) Hem d'entendre cost de capital, de finançament o de passiu com...

- a) la rendibilitat que tota inversió ha de proporcionar que ha de permetre remunerar i tornar satisfactòriament les fonts de finançament.
- b) la TIR per sota de la qual l'empresa ha de refusar els projectes d'inversió.
- c) la rendibilitat futura que obtindria un inversor que comprés tots els títols (capital propi i endeutament) de l'empresa.
- d) Totes les anteriors.

2) Si una empresa fa un projecte d'inversió finançat totalment amb fons propis amb TIR superior al seu cost de capital (k), llavors...

- a) el valor de mercat de les seves accions es mantindrà igual ja que la taxa k l'estableix el mercat i el preu no queda afectat per la TIR dels projectes.
- b) el valor del projecte i, en conseqüència, el valor de mercat de les accions disminuiran fins que la rendibilitat que ofereixi el projecte amb el nou preu coincideixi amb la k .
- c) el valor del projecte i, en conseqüència, el valor de mercat de les accions augmentaran fins que la rendibilitat que ofereixi el projecte amb el nou preu coincideixi amb la k .
- d) Cap de les anteriors.

3) La ràtio PER (*price earning ratio*)...

- a) s'obté a partir del quocient entre el benefici i el preu de l'acció (benefici per acció / preu).
- b) ens indica el preu que es paga en el mercat per unitat de risc sistemàtic.
- c) és el període de recuperació (*pay back*) expressat en anys que tardaria un inversor a recuperar el preu de l'acció mitjançant el benefici.
- d) Cap de les anteriors.

4) Quin seria el cost del capital propi (K_p) d'una empresa que presenta un PER de 10 i no presenta expectatives de creixement?

- a) 15%.
- b) 10%.
- c) 5%.
- d) El PER no permet obtenir K_p .

El valor de mercat P d'una acció emprant el model de Gordon-Shapiro és de 10 euros. El benefici net estimat a final d'any és d'1 euro i preveu pagar als accionistes un dividend de 0,5 euros. Sabem que la rendibilitat financera r_F és del 10%.

Les dues preguntes següents es resolen a partir d'aquest enunciat.

5) La taxa d'actualització k_p és del...

- a) 5%.
- b) 10%.
- c) 50%.
- d) Cap de les anteriors no és correcta.

6) Si l'empresa decideix augmentar la ràtio de distribució (*pay out ratio*), llavors el preu de mercat dels títols (*ceteris paribus*)...

- a) augmentarà, ja que la rendibilitat nominal és superior al cost ($r_F > k_p$).
- b) disminuirà, ja que la rendibilitat nominal és inferior al cost ($r_F < k_p$).
- c) no pujarà ni baixarà, ja que $r_F = k_p$.
- d) Cap de les anteriors.

7) En el model de Gordon-Shapiro, si la rendibilitat de les inversions (r_I) és superior al cost (k_p), la taxa de retenció de beneficis (b) òptima serà...

- a) $b \rightarrow \infty$.
- b) $b = 1$.
- c) $b = 0$.
- d) Cap de les anteriors.

8) La *characteristic line* és la recta que...

- a) mitjançant mínims quadrats ordinaris relaciona la rendibilitat d'un índex representatiu de l'evolució del mercat i la rendibilitat del títol.
- b) mitjançant mínims quadrats ordinaris relaciona la rendibilitat d'un índex representatiu de l'evolució del mercat i la rendibilitat del deute públic.

c) mitjançant mínims quadrats ordinaris relaciona la rendibilitat d'un índex representatiu de l'evolució del mercat i la rendibilitat dels dipòsits bancaris a un any.
d) Cap de les anteriors.

9) La CML és la recta en què...

- a) s'ubiquen els inversors eficients i confeccionen carteres de préstec i d'endeutament segons la seva actitud davant del risc.
- b) s'ubiquen els inversors eficients i confeccionen carteres sense risc específic.
- c) s'ubiquen els inversors eficients i inverteixen una part del seu pressupost en la cartera de mercat.
- d) Totes les anteriors són certes.

10) Segons el model de valoració d'actius CAPM (SML), la rendibilitat d'una acció és igual...

- a) a la rendibilitat lliure de risc més una prima de risc econòmic.
- b) a la rendibilitat lliure de risc més una prima de risc financer.
- c) a la rendibilitat lliure de risc més una prima de risc sistemàtic.
- d) a la rendibilitat lliure de risc més una prima de risc específic.

11) Si la rendibilitat esperada de l'Íbex és del 10% i la rendibilitat lliure de risc és del 5%, llavors un inversor eficient (CML) que vulgui una rendibilitat del 12,5%...

- a) haurà d'invertir el 100% del seu pressupost en l'Íbex.
- b) haurà d'apalancar en 1,5 la seva inversió en l'Íbex.
- c) haurà d'invertir el 50% del seu pressupost en renda fixa i el 50% restant en l'Íbex.
- d) Cap de les anteriors.

12) Si un títol s'ubica per damunt de l'SML, llavors i gràcies als mecanismes del mercat,...

- a) el seu preu pujarà i la seva rendibilitat baixarà.
- b) el seu preu baixarà i la seva rendibilitat pujarà.
- c) el seu preu pujarà i la seva rendibilitat pujarà.
- d) el seu preu baixarà i la seva rendibilitat pujarà.

13) A mesura que afegim accions en una cartera...

- a) el risc sistemàtic augmenta.
- b) el risc específic augmenta.
- c) el risc sistemàtic disminueix.
- d) el risc específic disminueix.

14) A partir de l'SML determineu la rendibilitat esperada d'INDITEX si la seva beta és a 1, sabent que la rendibilitat lliure de risc és del 5% i la rendibilitat esperada de la cartera de mercat (Íbex) és del 10%.

- a) La rendibilitat esperada d'INDITEX és del 10% i presenta igual risc sistemàtic que l'Íbex ja que tenen la mateixa beta.
- b) La rendibilitat esperada d'INDITEX és del 10% i aquest títol presenta més risc específic que la cartera composta per l'Íbex.
- c) La prima de risc sistemàtic d'INDITEX és del 5% igual que la de l'Íbex.
- d) Totes les anteriors.

15) Quin és el cost de capital mitjà ponderat en absència d'impostos d'INDITEX (CCMP o k_0) considerant que està endeutada (a valors de mercat) en $E/P = 1$ i $k_i = 5\%$? (k_p és el mateix que el de la pregunta anterior.)

- a) 7,5%.
- b) 10%.
- c) 5%.
- d) Cap de les anteriors.

Solucionari

Exercici 1

El PER o *price-earnings ratio* és el quocient entre el preu de l'acció i el benefici per acció (BPA). Així obtenim:

$$PER = \frac{\text{Preu acció}}{\text{Benefici per acció (BPA)}} = \frac{20}{1} = 20 \text{ vegades}$$

EL PER de l'acció és de 20 vegades. Podem interpretar aquest valor des de diferents perspectives:

- El preu és 20 vegades el benefici.
- Si un inversor paga 20 euros per l'acció, tardarà 20 anys en recuperar la seva inversió (preu) a través del benefici que generi l'empresa.
- El preu que es paga en el mercat per una unitat de benefici generat per l'empresa és de 20 euros.

Podem obtenir el valor de la taxa k_p , segons el model de la inversa del PER a partir de l'expressió següent:

$$k_p = PER^{-1} = \frac{BPA}{\text{preu acció}} = \frac{1}{20} = 5\%$$

La interpretació del valor d'aquesta taxa és doble:

- Si un inversor compra l'acció per 20 euros i cada any rep una remuneració del capital invertit d'1 euro, obtindrà una rendibilitat anual del 5%.
- Per obtenir el preu avui de l'acció de 20 euros, el mercat actualitza el benefici futur i constant d'1 euro (renda perpètua) al tipus d'interès del 5%.

El model del PER no considera la possibilitat que l'empresa i els seus beneficis creixin en el futur. De fet, considera que totes les magnituds contemplades es mantenen constants al llarg del temps. I això és una limitació important que intentem corregir amb el model de Gordon i Shapiro que veiem tot seguit.

La rendibilitat per dividend la calculem:

$$\text{Rendibilitat per dividend} = \frac{\text{Dividend per acció (DPA)}}{\text{Preu de l'acció}} = \frac{0,6}{20} = 3\%$$

Si un inversor compra l'acció a 20 i obté un dividend de 0,6, obtindrà una rendibilitat del 3%. El model considera que aquesta rendibilitat del 3% es manté al llarg del temps indefinidament.

La taxa de creixement del model de Gordon i Shapiro, g , la calculem a partir de la rendibilitat financera i del *pay-out* ràtio:

La rendibilitat financera neta d'impostos:

$$r_F = \frac{BN}{RP} = \frac{33}{200} = 16,5\%$$

Prenem el valor dels fons propis del balanç ja que segons l'enunciat reflecteix el valor mitjà mantingut durant el període, en cas contrari hauríem de calcular una mitjana aritmètica.

El *pay-out ratio* el calculem a partir del dividend repartit i del benefici generat:

$$\text{pay - out ratio, } \delta = \frac{DIV}{BN} = \frac{DPA}{BPA} = \frac{0,6}{1} = 0,6 = 60\%$$

El 60% del benefici del període es destinarà al pagament de dividends.

Disposem de tota la informació per poder calcular la taxa de creixement, g :

$$g = r_F(1 - \delta) = 16,5\%(1 - 0,6) = 6,6\%$$

Si l'empresa genera una rendibilitat anual del 16,5% i d'aquesta rendibilitat en reparteix un 60% en forma de dividends als accionistes, només creix a raó del percentatge que es queda a l'empresa que és el 40% d'aquell 16,5%.

Implícitament el model considera que el preu de les accions creixerà en el mercat a raó del 6,6% per any, de manera que la rendibilitat total que obtindrà un inversor via dividends i via increment de preu serà de:

Rendibilitat total, k_p = rendibilitat per dividend + rendibilitat per preu (g)

Rendibilitat total, $k_p = 3\% + 6,6\% = 9,6\%$

Només ens queda calcular el cost del capital propi a partir del model valoració d'accions CAPM. Ho farem a partir de la SML. L'enunciat ens proporciona totes les dades per obtenir-la:

$$SML: E(R_i) = r_f + (E(R_I) - r_f)\beta_i$$

Substituint, obtenim:

$$SML: E(R_i) = 2,5\% + (7,5\% - 2,5\%)\beta_i$$

Tenint en compte que la beta de l'acció de cas és 1, la seva rendibilitat segons la SML és:

$$E(R_{KAS}) = 2,5\% + (7,5\% - 2,5\%)\beta_{KAS} = 2,5\% + (7,5\% - 2,5\%) \cdot 1 = 7,5\%$$

La rendibilitat de l'acció de KAS proporciona una rendibilitat del 2,5% més una prima de risc de mercat o sistemàtic del 5%. La rendibilitat esperada total que proporciona el títol és del 7,5%.

Si la rendibilitat de l'acció de KAS fos del 8%, i ja que segons la SML la rendibilitat per als títols amb beta 1 és del 7,5%, el mercat reaccionaria pujant el preu (hi hauria demanda del títol) i, per tant, la seva rendibilitat baixaria fins a proporcionar als inversors el 7,5%. Podem apuntar que, en equilibri, la rendibilitat dels títols amb beta 1 és del 7,5%.

A partir de les dades de l'enunciat, procedim a calcular el risc específic i sistemàtic de l'acció de KAS. Els resultats es mostren en la taula següent:

Anàlisi variància KAS	KAS, SA
Beta	1
Variància total KAS ($\sigma_{KAS}^2 = 0,04^2$)	0,0016
Variància cartera de mercat o IBEX 35 ($\sigma_I^2 = 0,03^2$)	0,0009
Risc sistemàtic ($\text{Var IBEX} \cdot \text{beta}^2 = \beta_i^2 \sigma_I^2 = 1^2 \cdot 0,0009$)	0,0009
Risc específic $\sigma_{\epsilon KAS}^2 = \sigma_{KAS}^2 - \beta_i^2 \sigma_I^2$	0,0007

El risc específic el podem obtenir per diferència ja que disposem d'informació del risc total del títol i del seu risc sistemàtic. Amb la informació anterior podem establir:

$$\begin{aligned} \text{Risc total de KAS} &= \text{Risc sistemàtic KAS} + \text{Risc específic KAS} = \\ &0,0016 = 0,0009 + 0,0007 \\ &100\% = 77,78\% + 22,22\% \end{aligned}$$

Del total risc del títol, quasi un 78% prové del comportament del mercat (0,0009 / 0,0016) i de la dependència del títol d'aquell mesurat mitjançant la seva beta; i la resta, el 22% restant, prové de factors propis o aliens al comportament del mercat de capitals.

Un inversor eficient que desitgi la mateixa rendibilitat que la que proporciona l'acció de KAS, del 7,5%, hauria d'invertir tot el seu pressupost en la cartera de mercat, ja que el risc específic d'aquesta cartera és nul. El model de valoració d'accions, CAPM, considera que tots els inversors estan d'acord amb una mateixa cartera, anomenada cartera de mercat que, a efectes pràctics, associem a l'IBEX.

Si un inversor invertís tot el seu pressupost en el títol KAS obtindria una rendibilitat esperada igual al de la cartera de mercat (7,5%), però patiria el risc específic del títol que, com acabem de veure, és positiu (0,0007).

En la taula de sota es mostren els càlculs per obtenir el CCMP de l'empresa KAS, segons les pautes descrites en l'enunciat:

CCMP (KAS)	Valor en milions euros	Ponderació	Cost de la font	CCMP
Capital propi, P	660	62,26%	7,500%	4,670%
Capital aliè (deute), E	400	37,74%	3,375	1,274%
Total valor mercat E+P	1.060	100,00%		$K_0 = 5,943\%$

Per obtenir el cost del deute hem procedit de la següent manera:

$$\begin{aligned} \text{Cost del deute net d'impostos, } k_i (1 - t) &= (r_i + \text{prima de risc}) (1 - t) = \\ &= (2,5\% + 2\%)(1 - 0,25) = 4,5\% \cdot 0,75 = 3,375\% \end{aligned}$$

Si l'empresa realitza projectes d'inversió amb una rendibilitat del TIR = 8% el preu de les accions pujaria, ja que el mercat únicament exigeix un rendiment de prop del 6% (5,943%).

Exercici 2

Responen les qüestions següents plantejades indicant-hi **vertader** o **fals**. Raoneu, breument, la vostra resposta.

a) Segons el model de valoració d'actius CAPM, la rendibilitat esperada d'una acció ($E(R_i)$) és determinada per la rendibilitat lliure de risc més una prima de risc específic.

Fals. Segons el CAPM, la rendibilitat esperada d'una acció la proporciona la rendibilitat lliure de risc més una prima de risc sistemàtic o de mercat. En el model CAPM el risc específic del títol s'elimina, ja que el model pressuposa que l'inversor té una cartera diversificada.

b) El model de Gordon-Shapiro és més adient que el model PER per a valorar les accions d'empreses en sectors emergents i amb elevades necessitats de reinversió de beneficis.

Cert. Segons el model Gordon-Shapiro, l'empresa reparteix una part del benefici net, mentre que la resta queda com a benefici retingut (que es pot utilitzar per a créixer). En canvi, el model del PER comporta repartir íntegrament en forma de dividendes tots els beneficis que genera l'empresa.

c) Podem definir el cost de capital com la rendibilitat mínima exigida a les inversions de l'empresa de manera que permeti afrontar les nostres obligacions financeres i, al mateix temps, evitar que disminueixi el valor de mercat de l'empresa. En aquest sentit, en una empresa no endeutada podem assegurar que si la rendibilitat nominal TIR (comptable) de les inversions se situa per sota del que el mercat exigeix a les seves accions (k_p) la cotització d'aquestes accions disminuirà.

Vertader. La rendibilitat nominal de les inversions (TIR) és la que obtenim com a $BAIT/A$, on A és el valor comptable de les inversions (o valor inicial de les inversions). Si la TIR és inferior al que exigeix el mercat (taxa de descompte per aplicar), obtenim un VAN negatiu que fa disminuir el valor de les inversions en el mercat (ara valen menys del que vam pagar) i com que el valor de mercat dels actius ha de coincidir amb el valor de mercat dels passius i tot el passiu són fons propis (empresa no endeutada), el valor de mercat dels recursos propis ha disminuït (disminueix la cotització).

d) La rendibilitat exigida pels accionistes de l'empresa CAPITAL, SA, una empresa no endeutada, és del 10%. Durant el 2007, duu a terme un nou projecte d'inversió que augmentarà la rendibilitat financera de l'empresa en 0,5%, fins al 10,5%. Amb aquesta nova inversió, el preu de les seves accions pujarà.

Vertader. La rendibilitat exigida o cost de capital és la taxa de descompte que s'utilitza per a determinar el preu de l'acció. Atès que la nova inversió rendeix per sobre d'aquest cost dels recursos emprats, i a més fa pujar la rendibilitat financera de l'empresa, podem assegurar que en equilibri, el preu de CAPITAL, SA pujarà.

e) Suposem que el Sr. X ha comprat 10.000 euros de lletres al 3,5%. Ara inverteix 10.000 euros i d'aquí a 12 mesos rebrà 350 euros. Al cap d'uns dies els tipus d'interès pugen fins al 3,75%. Al Sr. X li interessa vendre les seves lletres perquè ara n'obtindrà una rendibilitat del 3,75%.

Fals. Si el tipus d'interès puja del 3,5% al 3,75%, el Sr. X haurà sortit perdent amb la seva inversió, atès que ara el mercat ofereix una rendibilitat superior per a alternatives iguals a la seva. Si manté les seves lletres fins al venciment, obtindrà una rendibilitat del 3,5% (i hi surt perdent, perquè si hagués esperat una mica hauria pogut invertir al 3,75%). Si decidís vendre, a quin preu podria vendre? Ell, evidentment, voldrà recuperar la inversió inicial però quin inversor voldria comprar les seves lletres que només li aporten el 3,5% a un preu de 10.000 euros? Evidentment, es decantarà per altres inversions alternatives que li donin el 3,75%. El Sr. X haurà de rebaixar el preu que demana fins que el seu comprador l'accepti. I quin preu

acceptarà? El preu d'equilibri en aquesta nova situació serà el que proporcioni al comprador una rendibilitat del 3,75%, $\text{Preu} = 10.350 / (1,0375) = 9.975,9$ euros.

Exercici 3

- a) El valor obtingut pel coeficient beta de la Cartera Borsa és inferior a la unitat. En conseqüència, la Cartera Borsa és "defensiva" o menys volàtil que el conjunt del mercat.
 b) Si la rendibilitat de la cartera del mercat augmenta un 10%, la rendibilitat de la Cartera Borsa augmenta un $0,96 \cdot 10\% = 9,6\%$. (La variació de la seva rendibilitat és inferior a la del conjunt del mercat.)
 c) Mitjançant una diversificació correcta, és possible eliminar el risc específic d'un actiu o d'una cartera d'actius. En el nostre cas:

$$\text{Risc total Cartera Borsa } [\sigma^2 (\text{CB})] = \text{risc sistemàtic } [\sigma^2 (\text{M}) \cdot \beta^2 (\text{CB})] + \text{risc específic } [\sigma^2 (\varepsilon)]$$

$$\begin{aligned} \text{Risc específic } [\sigma^2 (\varepsilon)] &= \text{risc total Cartera Borsa } [\sigma^2 (\text{CB})] - \text{risc sistemàtic } [\sigma^2 (\text{M}) \cdot \beta^2 (\text{CB})] = \\ &= (0,30^2) - (0,25^2 \cdot 0,96^2) = 900 - 576 = 324 \end{aligned}$$

Per tant, la proporció del risc total de la Cartera Borsa que és susceptible de ser eliminat mitjançant una diversificació correcta és $[324 / 900] \cdot 100 = 36\%$.

Exercici 4

- a) En aquest cas, en tractar-se d'una empresa no endeutada, la rendibilitat dels accionistes coincideix amb la rendibilitat dels actius. A més, com que aquesta rendibilitat es manté constant al llarg del temps, ha de coincidir tant l'any 1 com l'any 2, per tant:

$$r_F = \frac{\text{BN}}{\text{RP}} = \frac{1200}{15000} = \frac{1272}{15900} = 0,08 \rightarrow 8\%$$

Quant a la taxa de retenció de beneficis, en principi l'enunciat no ens dóna ni dividendes ni beneficis retinguts, però aquests últims els podem deduir a partir de l'increment del valor comptable dels recursos propis:

$$\text{Benefici retingut} = \text{RP}_{any2} - \text{RP}_{any1} = 15.900 - 15.000 = 900$$

A partir d'aquests beneficis retinguts (BR), podem trobar la taxa de retenció:

$$b = \frac{\text{BR}}{\text{BN}} = \frac{900}{1.200} = 0,75 \rightarrow 75\%$$

Finalment, trobem la taxa de creixement:

$$g = b \cdot r_F = 0,75 \cdot 0,08 = 0,06 \rightarrow 6\%$$

- b) Plantegem la fórmula del model de Gordon-Shapiro aïllant K_p .

$$\text{Si } P = 20000 \rightarrow K_p = \frac{1272 \cdot (1 - 0,75)}{20000} + 0,06 = 0,0759 \rightarrow 7,59\%$$

$$\text{Si } P = 10000 \rightarrow K_p = \frac{1272 \cdot (1 - 0,75)}{10000} + 0,06 = 0,0918 \rightarrow 9,18\%$$

En cas que les accions valguin més en el mercat, la rendibilitat que obtenen els accionistes és inferior a la rendibilitat financera que s'obté a partir dels valors comptables, i viceversa.

Exercici 5

- 1) d
- 2) c
- 3) c
- 4) b
- 5) b
- 6) c
- 7) b
- 8) a
- 9) d
- 10) c
- 11) b

- 12) a
- 13) d
- 14) d
- 15) a

Bibliografia

- Borrell, M.; Crespi, R.** (1994). *Direcció financera de l'empresa*. Barcelona: Ariel.
- Durán, J. J.** (1992). *Economía y dirección financiera de la empresa*. Madrid: Pirámide.
- Gómez, S.; González, V.; Menéndez, S.** (2000). *Problemas de dirección financiera*. Madrid: Civitas.
- Loring, J.** (1995). *La gestión financiera*. Bilbao: Deusto.
- Mascareñas, J.; Lejarriaga, G.** (1992). *Análisis de proyectos de inversión*. Madrid: Eudema.
- Suárez Suárez, A. S.** (2005). *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*. Madrid: Pirámide.