

---

# El preu del diner i la seva variació

---

PID\_00267331

Elisabet Ruiz Dotras

---

Temps mínim de dedicació recomanat: 2 hores

---



**Elisabet Ruiz Dotras**

L'encàrrec i la creació d'aquest recurs d'aprenentatge UOC han estat coordinats per la professora: Elisabet Ruiz Dotras

Primera edició: setembre 2019  
© Elisabet Ruiz Dotras  
Tots els drets reservats  
© d'aquesta edició, FUOC, 2019  
Av. Tibidabo, 39-43, 08035 Barcelona  
Realització editorial: FUOC

*Cap part d'aquesta publicació, incloent-hi el disseny general i la coberta, no pot ser copiada, reproduïda, emmagatzemada o transmesa de cap manera ni per cap mitjà, tant si és elèctric com mecànic, òptic, de gravació, de fotocòpia o per altres mètodes, sense l'autorització prèvia per escrit del titular dels drets.*

# Índex

<b>1. Els tipus d'interès.....</b>	<b>5</b>
<b>2. Mesurar els tipus d'interès.....</b>	<b>7</b>
2.1. El valor actual .....	7
2.2. Quatre tipus d'instruments de crèdit .....	9
<b>3. Tipus d'interès nominals i tipus d'interès efectius.....</b>	<b>13</b>
<b>4. Taxa interna de rendiment anual.....</b>	<b>16</b>
<b>5. Diferència entre tipus d'interès nominals i tipus d'interès     reals.....</b>	<b>20</b>
<b>6. Diferència entre tipus d'interès i rendiments.....</b>	<b>23</b>



## 1. Els tipus d'interès

El **tipus d'interès** (*interest rate*) és una de les variables econòmiques que més de prop s'analitza. Els seus canvis se segueixen diàriament en els mitjans de comunicació perquè afecten la nostra vida diària i també perquè pot tenir conseqüències importants per a l'economia. Els tipus d'interès afecten les decisions personals com ara consumir o estalviar, o bé comprar un immoble, invertir en bons o en un compte d'estalvi a termini. I afecten tant en l'àmbit familiar com empresarial, ja que s'han de prendre decisions com ara utilitzar fons propis per invertir en nova maquinària, o bé demanar un préstec o adquirir recursos financers d'altres fonts de finançament per a noves inversions.

En definitiva, el tipus d'interès és la variable que mesura el preu del diner i, com a tal, hem de ser capaços d'entendre-la i de saber com es forma el seu valor, atès que impacta directament sobre les decisions empresarials. És, doncs, una variable macroeconòmica de gran interès per als agents de l'economia a l'hora de prendre decisions.

És important assenyalar que des de la incorporació de les tecnologies a la nostra vida diària, els mercats financers han sofert un procés de transformació intens, sobretot pel que fa a la creació de nous productes que permeten controlar el risc financer que s'origina dins dels mateixos mercats. Una modalitat d'aquest risc és la generada per la volatilitat o variació que pateixen els tipus d'interès al llarg del temps. Efectivament, la variable **tipus d'interès** és bàsica dins l'anàlisi financera i el seu estudi ens ha de donar informació sobre quins són els tipus d'interès rellevants en el mercat, sobre com cal quantificar-los i com poden influenciar en l'àmbit empresarial.

### Lectura complementària

A mesura que la tecnologia vagi evolucionant i s'adoptin noves formes de funcionament entre els participants del mercat, els mercats financers s'aniran transformant i apareixeran noves formes de funcionament. Podem afirmar que els mercats financers són altament sensibles als canvis tecnològics però la regulació i el factor confiança fa que, a vegades, evolucionin a un altre ritme. Si voleu conèixer una mica més sobre la transformació tecnològica en els mercats financers, us recomanem la següent lectura complementària sobre la nova era dels mercats financers i la seva globalització: [http://oikonomics.uoc.edu/divulgacio/oikonomics/\\_recursos/documents/02/Oikonomics\\_E\\_Ruiz\\_CAT.pdf](http://oikonomics.uoc.edu/divulgacio/oikonomics/_recursos/documents/02/Oikonomics_E_Ruiz_CAT.pdf).

És un fet constatable que en el mercat coexisteixen diferents tipus d'interès aplicables en funció de les característiques de l'operació. És fonamental disposar d'informació sobre el nivell dels diversos tipus d'interès a cada moment, tant pel que fa a la valoració financera dels actius financers com per mesurar el risc o la volatilitat dels mercats, com per anticipar l'evolució d'una economia i tenir coneixement sobre les expectatives de tipus d'interès futurs.

La variable o característica bàsica per a definir el tipus d'interès és el termini en què és vigent. És a dir, la informació que sempre hem de buscar per un tipus d'interès és si aquest és d'aplicació anual, semestral, trimestral, etc., i durant quin període o termini és aplicable. Fàcilment podeu comprovar en qualsevol web d'una entitat financera que no és el mateix demanar un préstec per un any que demanar un préstec per cinc o més anys. Normalment, com més elevat sigui el termini de l'operació de finançament, més alt serà el tipus d'interès.

Tal com veurem més endavant, el concepte que ens permet obtenir informació sobre els diferents tipus d'interès vigents en el mercat és l'anomenada **estructura temporal dels tipus d'interès** (*yield curve*). Aquesta reflexa gràficament la relació dels tipus d'interès existents en funció, precisament, del termini en què s'apliquen. Com que els tipus d'interès canvien contínuament, es podria obtenir una imatge de l'estructura temporal dels tipus d'interès en qualsevol moment.

Abans d'entrar en detall sobre com llegir i entendre la informació que es desprèn de l'estructura temporal dels tipus d'interès, és important conèixer les diferents unitats de mesura dels tipus d'interès i com aquestes es relacionen.

#### **Càlcul de l'estructura temporal dels tipus d'interès**

Malgrat que en realitat és factible poder calcular l'estructura temporal dels tipus d'interès en qualsevol moment, en realitat es calcula només diàriament a partir de la mitjana dels preus dels títols cotitzats en aquell dia. Això és així donada la complexitat dels càlculs, per una banda, i, de l'altra, perquè, com que la informació que proporciona és més general sobre l'economia, els valors mitjans són suficients per adquirir el coneixement que es persegueix.

## 2. Mesurar els tipus d'interès

Quan analitzem una operació financera, ja sigui de finançament o inversió, el tipus d'interès proporciona l'element necessari per a establir l'equivalència financera entre prestacions i contraprestacions.

A partir del coneixement del tipus d'interès que cal aplicar i d'acord amb un règim financer determinat, podem quantificar una operació financera. A més, com veurem més endavant, el tipus d'interès és la variable que ens permet comparar diferents operacions financeres. De fet, és com si comparéssim el preu de diferents productes financers. No obstant això, no sempre és possible, ja que de vegades necessitem conèixer el tipus d'interès futur i aquest és desconegut.

### Tipus d'interès variable

Normalment, quan s'estudia matemàtica financera, sempre es considera un únic tipus d'interès en l'operació i, a més, aquest és fix. Per exemple, quan es calcula el valor actual d'un lloguer que es paga cada mes durant deu anys, sempre s'actualitza amb el mateix tipus d'interès. Però si ho pareu a pensar, el tipus d'interès és el preu del diner i ja sabeu que els preus canvien constantment. Així doncs, el tipus d'interès també ho fa i no és acurat pensar que sempre és el mateix malgrat que, per simplicitat en els càlculs, així s'apliqui.

### Vegeu també

Es recomana un repàs de continguts de Matemàtiques de les operacions financeres per a tots aquells que tinguin dificultats per seguir els càlculs que es presenten a continuació.

Com bé sabeu, les fonts de finançament més tradicionals de les grans empreses són per mitjà de l'emissió de deute, o bé per l'ampliació de capital emetent accions. Si pensem en diferents instruments de deute, ja sigui emès per empreses privades o per ens públics, ens adonarem que tenen diferents pagaments de cupons, anomenats també fluxos de caixa (*cash flows*) amb períodes de pagament també diferents. Per exemple, un bo a deu anys que paga cupons cada any, és diferent d'un bo a tres anys que paga cupons semestralment.

Abans de veure com podem mesurar el tipus d'interès, primer necessitem entendre com podem comparar un instrument de deute amb un altre. Per fer-ho, hem de recórrer al concepte ja conegut de «valor actual».

### 2.1. El valor actual

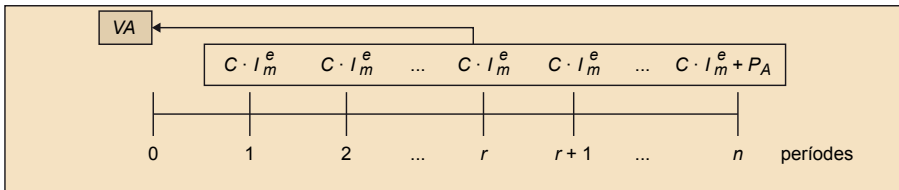
El concepte de **valor actual** es basa en el sentit comú que una unitat monetària pagada d'aquí a un any té menys valor que una unitat monetària avui. Aquest concepte té tot el sentit si pensem que amb deu euros avui podem comprar més quilograms de taronges que si guardem els deu euros i anem a comprar taronges d'aquí a un any. També ho podem plantejar des d'un punt de vista de l'estalvi. Si dipositem cent euros en un compte a termini d'un any, ens donaran uns interessos  $i$ , per tant, al cap d'un any tindrem un import superior a cent euros.

El valor actual (VA) o valor present d'un determinat capital futur ( $C'$ ) en un període futur  $T$ , el calcularem de la manera següent:

$$VA = \frac{C'}{(1+I)^n} = C' \cdot (1+I)^{-n} \quad (1)$$

On  $n$  correspon als dies transcorreguts des de la data present (0) fins a la data futura ( $T$ );  $n=T-0$ .

Si en canvi tenim diversos pagaments, com ara un bo, llavors l'esquema temporal corresponent a l'emissió d'un bo seria el següent:



on  $VA$  és el preu o valor actual d'aquest bo,  $N$  correspon al nominal del títol,  $I_m^e$  correspon al tipus d'interès efectiu de l'emissió (per tant,  $C \cdot I_m^e$  equival al cupó que paga el títol o emprèstit),  $P_A$  correspon al preu d'amortització del títol, i  $n$  equival al nombre de períodes o venciment de l'emissió.

I el càlcul del seu valor actual seria:

$$VA = C \cdot I_m^e \cdot a_{\overline{n}|I_m^{OB}} + P_A \cdot (1 + I_m^{OB})^{-n} \quad (2)$$

$$VA = C \cdot I_m^e \cdot \frac{1 - (1 + I_m^{OB})^{-n}}{I_m^{OB}} + P_A \cdot (1 + I_m^{OB})^{-n} \quad (3)$$

on  $I_m^e$  correspon al tipus d'interès efectiu de l'emissió,  $I_m^{OB}$  correspon al tipus d'interès efectiu de l'obligacionista,  $P_A$  correspon al preu d'amortització del títol, i  $n$  equival al nombre de períodes o venciment de l'emissió.

El concepte de valor actual ens serà molt útil per trobar avui el valor d'un instrument de crèdit per un determinat tipus d'interès,  $I$ ; ja que només ens caldrà actualitzar en l'equació anterior cada un dels pagaments futurs amb el valor del tipus d'interès que correspongui.

Vegem-ne un exemple.



### Exemple

Si tenim un bo de nominal mil euros (Bo 1), el seu venciment és d'aquí a dos anys i sabem que paga un cupó semestral de cinc euros (és a dir, paga un interès del 0,5%) i el volem comparar amb un bo de nominal també mil euros (Bo 2) però que venç d'aquí a tres anys i paga un cupó anual de l'1%, la manera més senzilla de comparar-ho és calculant els corresponents valors actuals de cada bo o títol de deute amb la següent equació:

$$VA = \text{Cupó} \cdot \frac{1 - (1 + I_m)^{-n}}{I_m} + P_A \cdot (1 + I_m)^{-n} \quad (4)$$

Però per a això necessitem saber quin és el tipus d'interès que farem servir per actualitzar els capitals, és a dir, necessitem conèixer  $I_m$ , que és un valor diferent del cupó que es paga o el tipus d'interès del cupó.

Si suposem que volem actualitzar els capitals amb un tipus de referència del mercat, per exemple, la taxa de rendiment d'un bo estatal a cinc anys que a data d'abril del 2018 és igual a 0,194%, aquest valor correspon a un tipus efectiu anual  $I_1$  i el seu equivalent semestral el podem calcular a partir de:

$$(1 + I_1)^1 = (1 + I_2)^2 \quad (5)$$

$$(1 + 0,00194)^1 = (1 + I_2)^2 \quad (6)$$

$$I_2 = (1 + 0,00194)^{0,5} - 1 = 0,09695\% \quad (7)$$

Bo número 1:

$$VA = 5 \cdot \frac{1 - (1 + 0,0009695)^{-4}}{0,0009695} + 1.000 \cdot (1 + 0,0009695)^{-4} = 1.016,083 \quad \text{euros} \quad (8)$$

Bo número 2:

$$VA = 10 \cdot \frac{1 - (1 + 0,00194)^{-3}}{0,00194} + 1.000 \cdot (1 + 0,00194)^{-3} = 1.024,086 \quad \text{euros} \quad (9)$$

Tot i que la diferència és molt petita, considerant un tipus de referència com el que podem obtenir dels bons a cinc anys, el bo número 2 ens dona un valor actual major comparativament.

És el concepte de valor actual el que ens permet comparar el valor de dos instruments financers amb pagaments completament diferents.

### Nota

Recordeu que, en les equacions de matemàtica financera, la freqüència de cada variable ha de ser la mateixa per a totes les variables d'una mateixa equació. La freqüència dels pagaments és la que marca aquesta freqüència. És a dir, si es paguen cupons semestral, llavors tant el nombre de períodes com el tipus efectiu han de tenir freqüència semestral.

## 2.2. Quatre tipus d'instruments de crèdit

Des d'una perspectiva temporal dels fluxos de caixa (FC), hi ha quatre tipus d'instruments en el mercat de crèdit:

1) Un **préstec senzill**, en el qual el prestador presta al prestatari una quantitat monetària, la qual ha de retornar-se en el venciment del préstec juntament amb un pagament addicional que correspon als interessos.

2) Un **préstec amb pagament o quota fixos**, en el qual el prestador presta al prestatari una quantitat monetària, la qual es retorna realitzant el mateix pagament cada període (per exemple, cada mes) durant un cert nombre d'anys. Cada un d'aquests pagaments consisteix en una part del principal prestat i una altra part a interessos.

Per exemple, si es demana un préstec per mil euros, aquest tipus de préstec requeriria pagar 126 euros cada any durant 25 anys a un tipus d'interès de l'11,83% nominal anual. Sota aquesta categoria tenim les hipoteques o el lísing per a un cotxe.

3) Un **bo amb cupons**, que és el segon exemple que hem vist anteriorment, i on es paga al propietari del bo un import fix anomenat cupó cada any o semestre fins a la data de venciment. En la data de venciment, a més del darrer cupó, es paga també el valor nominal del bo (*face value* o *par value*).

Un bo amb cupons amb un nominal de mil euros, si paga un cupó anual de cent euros durant deu anys, en el venciment (en l'any 10) es pagarà no només el cupó sinó també el nominal de mil euros.

Un bo amb cupons es caracteritza per tres aspectes:

- Primer, pel seu emissor, si és un govern o bé una empresa; per això podem tenir deute públic si l'emet el govern, o bé deute corporatiu si l'emet una empresa.
- Segon, el venciment del bo.
- I tercer, el tipus d'interès del cupó, que és el pagament que es realitzarà i que s'expressa com a percentatge del valor nominal. En l'exemple anterior, si el bo paga un cupó de cent euros i el valor nominal és de mil euros, el tipus d'interès del cupó és de  $100/1000 = 0,10$  o bé del 10%. Ja hem anotat anteriorment que aquest tipus d'interès del cupó no s'ha de confondre amb el tipus efectiu obligacionista o el tipus efectiu de l'operació (TAE).

4) Un bo cupó zero o bo amb descompte és aquell bo que es compra a un preu inferior al seu valor nominal, per tant, es compra al descompte i no paga cap cupó. En el venciment es paga el total del valor nominal. Així doncs, els interessos que paga aquest bo es paguen en l'inici o emissió del títol, ja que el seu preu és inferior al valor nominal.

Per exemple, si tenim un bo cupó zero amb un valor nominal de mil euros, en la seva emissió es vendria a nou-cents euros, sense que pagués cap tipus de cupó o interès durant la vigència d'aquest títol en el mercat.

Aquests quatre tipus d'actius o instruments financers presenten fluxos de capital o pagaments en diferents moments temporals: el préstec senzill i el bo cupó zero realitzen pagaments només en el seu venciment, mentre que els préstecs amb pagament o quota fixa i els bons amb cupó realitzen pagaments en diferents moments durant la vigència de l'actiu financer.

Així doncs, com es poden comparar aquests productes per tal de saber quin és el que paga imports majors?

Podríem fer-ho com hem vist anteriorment i calcular el seu valor actual, però per al seu càlcul necessitem un tipus d'interès de referència que ens permeti actualitzar tots els pagaments. A més, per tal que la comparativa sigui viable, caldrà que fem servir en tots els instruments financers el mateix tipus d'interès.

A la pràctica això no té sentit, ja que hem d'actualitzar un producte o instrument financer amb un tipus d'interès de referència que tingui característiques similars. És a dir, si actualitzem una obligació a deu anys, necessitem un tipus de referència que tingui un termini al voltant dels deu anys. Llavors no té gaire sentit utilitzar aquest mateix tipus d'interès de referència per a una operació a un any i comparar tots dos valors actuals. L'operació a un any hauria d'actualitzar-se amb un tipus de referència d'un venciment aproximat. Però el que no podem fer és comparar valors actuals que s'han actualitzat amb tipus de referència diferents perquè llavors matemàticament perd l'homogeneïtat.

És a dir, la mesura de valor actual és una alternativa sempre que tinguem el tipus d'interès al qual volem actualitzar els pagaments o fluxos de capital. Per exemple, quan estem valorant diferents projectes d'inversió, un dels criteris que ens ajuda a prendre decisions és el Valor Actual del Projecte (VA). I en aquest cas, el tipus d'interès que fem servir per a calcular els valors actuals corresponents és el cost de capital ponderat (WACC) ajustat per la prima per risc.

No obstant això, quan treballem amb productes o instruments financers que tenen característiques diferents, ja sigui perquè tenen terminis molt diferents i/o riscos molt diferents i no disposem d'un tipus efectiu de referència homogeni que puguem usar per actualitzar els pagaments futurs, llavors aquest criteri o valor actual deixa de ser una alternativa òptima per comparar productes financers.

Una altra bona opció i una forma senzilla de comparar productes financers és amb el **rendiment efectiu anual o TIR** (*yield to maturity*, YTM). En general, els productes financers cotitzen en el mercat, és a dir, es compren i venen en els mercats financers. Per tant, si un producte es compra i es ven en un mercat, això vol dir que té un preu al qual oferta i demanda s'igualen.

Si tenim el preu d'un instrument o producte financer, llavors tenim el seu valor actual i la variable que ara passa a ser desconeguda és el tipus d'interès efectiu. Si tornem a recordar l'equació que hem fet servir anteriorment per a calcular el valor actual:

$$VA = C \cdot I_m^e \cdot \frac{1 - (1 + I_m)^{-n}}{I_m} + P_A \cdot (1 + I_m)^{-n} \quad (10)$$

#### Tipus de referència de venciment aproximat

Cal no confondre això amb el fet que podem tenir un tipus de referència a cinc anys (com el que hem vist abans) i aquest el podem expressar en diferents freqüències, és a dir, el mateix tipus efectiu d'un bo a cinc anys el podem expressar com un tipus efectiu amb freqüència semestral, amb freqüència anual, trimestral... Independentment de la seva freqüència, el tipus efectiu de referència continua sent únic: en l'exemple anterior era un bo estatal a cinc anys.

#### Exemple

Per exemple, els bons i les obligacions que emeten el banc central d'un país, o bé les empreses, cotitzen en un mercat financer. Això vol dir que es compren i venen i que, per tant, tenen un preu d'equilibri, on oferta i demanda s'igualen.

veiem que ara VA és conegut perquè correspon al preu del títol. I la resta de variables també són conegudes perquè corresponen a les característiques del títol de deute o emprèstit (venciment, preu d'amortització i cupó). En aquest cas, l'única variable que no coneixem és el tipus d'interès efectiu.

Aquest tipus d'interès efectiu que iguala pagaments i cobraments correspon al **rendiment intern de l'operació financera** i és una variable molt utilitzada en els mercats financers com a mesura per a comparar diferents productes sempre que s'expressi en freqüència anual.

Recordeu que la freqüència del tipus efectiu vindrà donada per la freqüència de pagament dels cupons del títol. Però també hem vist que és molt senzill passar d'una freqüència qualsevol a freqüència anual.

La **base anual és la que sempre farem servir** i en la pràctica habitual es fa servir per a comparar productes financers. En el següent apartat s'explica aquest concepte amb més deteniment.

### 3. Tipus d'interès nominals i tipus d'interès efectius

És important conèixer bé la diferència entre tipus nominal i tipus efectiu. Sovint, en la informació que es troba en els mercats financers, aquest detall no s'acostuma a explicitar.

Malgrat que les entitats financeres estan obligades a publicar la TAE (tipus anual efectiu), aquesta no és la dada que inicialment es proporciona.

#### Préstec a internet

Mirem aquest exemple que podem trobar sobre un préstec a internet:



**Préstecs personals online**

Amb els **Préstecs Personals Online** de BBVA podràs obtenir el **finançament que necessites**, amb un tipus d'interès des del 6,95% TIN.

- ✓ Tipus d'interès des de 6,95% TIN (TAE des de 7,85% fins a 9,66%).
- ✓ Fins a 75.000 € i fins a 8 anys de termini.
- ✓ Préstec online sense comissió d'estudi.

**Préstec Personal Online**  
Des de  
**6,95% TIN**  
TAE des de 7,85%

En aquest cas veiem que el primer tipus d'interès és el TIN o tipus d'interès nominal, i després entre parèntesis es proporciona la TAE, que és més elevat que la TIN i, a més, té un mínim i màxim. D'entrada, la informació pot ser confosa. No obstant això, sabem que el valor que hem de prendre com a referència és la TAE, malgrat que la TIN sigui el primer tipus d'interès que apareix.

Es defineix el **tipus d'interès efectiu**  $I(T, T')$  com aquell tipus que informa del preu per cada unitat monetària de la prestació de l'operació ( $C$ ). El tipus d'interès efectiu és un coeficient, no té unitats. I és alhora un tipus que informa del cost de l'operació per a tot el seu termini.

El valor del tipus d'interès efectiu que relaciona tots dos capitals per a una operació de termini  $T'$ -  $T$  serà:

$$I(T, T') = \frac{C' - C}{C} \quad (11)$$

El **tipus nominal**,  $i(T, T')$ , a diferència de l'efectiu, incorpora l'aspecte temporal, de manera que ens informa del preu per cada unitat monetària en el termini d'un any. La seva definició s'obté en considerar el cost de tota l'operació, és a dir, en considerar el tipus efectiu i dividir-lo pel termini corresponent:

$$i(T, T') = \frac{(C' - C)/C}{T' - T} = \frac{I(T, T')}{T' - T} \quad (12)$$

El tipus nominal dona el preu per any; per tant, s'expressa en unitats temporals.

El tipus nominal no és un coeficient com el tipus efectiu; així, en dividir-lo pel termini de l'operació, hem incorporat unitats temporals. Per això és un tipus d'interès per any.

El tipus nominal d'interès,  $i_m$ , sempre és un tipus anual, però està associat a una freqüència de capitalització determinada.

Si bé hem definit el tipus efectiu i el tipus nominal, és interessant també determinar la relació existent entre aquests tipus.

Si utilitzem  $i_m$  per a simbolitzar el tipus nominal d'interès, l'expressió que caracteritza el règim financer d'interès compost es pot escriure així:

$$C' = C \cdot (1 + i_m \cdot p)^{mt} \quad (13)$$

Com ja sabem, hi ha una relació inversa entre la freqüència i el període de capitalització,  $p = \frac{1}{m}$ , de manera que si l'apliquem en l'expressió anterior, aquesta també es pot escriure així:

$$C' = C \cdot \left(1 + \frac{i_m}{m}\right)^{mt} \quad (14)$$

Recordeu que el quocient entre el tipus nominal d'interès i la seva freqüència de capitalització correspon al tipus efectiu d'interès amb freqüència de capitalització  $m$ , ( $I_m$ ). És un preu unitari respecte a la quantia inicial de cada període, i total respecte al període de capitalització.

#### **Càlcul del tipus anual equivalent quan es coneix el tipus nominal**

Donat un tipus d'interès nominal del 4% amb periodificació trimestral, podem trobar el tipus efectiu trimestral equivalent. Per a fer-ho cal conèixer les dades següents:

- $i_4 = 0,04$ .
- $p = 1/4$  (periodificació cada quart d'any o cada tres mesos).
- $m = 4$  (freqüència en què es capitalitzen interessos dins de l'any: quatre vegades).

Amb aquestes dades podem calcular  $I_4$ :

$$I_4 = \frac{i_4}{4} = \frac{0,04}{4} = 0,01 = 1\% \quad (15)$$

El tipus nominal és del 4% per a tot l'any, però la periodificació trimestral fa que s'apliqui l'1% efectiu cada trimestre.

**Tipus efectius equivalents**

Recordeu que a partir de l'equivalència entre capitals podeu trobar tipus efectius equivalents. Els tipus efectius d'interès  $I_m$  i  $I_{m'}$  que permeten obtenir la mateixa equivalència financera es denominen tipus efectius d'interès equivalents i se simbolitzen de la manera següent:

$$I_m \sim I_{m'} \quad (16)$$

L'expressió matemàtica que permet calcular la seva equivalència és la següent:

$$(1 + I_m)^m = (1 + I_{m'})^{m'} \quad (17)$$

I a partir d'aquí podem calcular un tipus d'interès efectiu equivalent a un altre:

$$I_{m'} = (1 + I_m)^{m/m'} - 1 \quad (18)$$

## 4. Taxa interna de rendiment anual

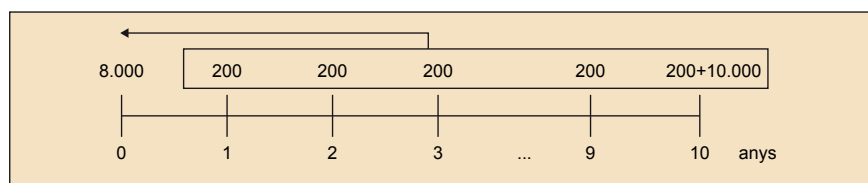
En els mercats financers, la taxa interna de rendiment anual correspon a un tipus d'interès efectiu (en base anual) i és el valor del tipus d'interès més important de tots en un producte financer. La forma de calcular-la és igualant el preu actual del títol al valor actual de tots els pagaments o fluxos de caixa futurs.

Vegem-ne un exemple.

### Exemple

Considerem una obligació que presenta un nominal de 10.000 euros i que paga un cupó anual del 2%, és a dir, un cupó de 200 euros al final de cada any. En data d'avui, a aquesta obligació encara li queden 10 anys per vèncer i cotitza al mercat a un preu de venda de 8.000 euros.

Gràficament podem representar els diferents pagaments i cobrament o fluxos de caixa sobre el següent esquema temporal:



I l'equació que caldria aplicar seria:

$$VA = \text{Cupó} \cdot \frac{1 - (1 + I_m)^{-n}}{I_m} + \frac{P_A}{(1 + I_m)^n} \quad (19)$$

on  $VA$  equival al preu de cotització de l'obligació en data d'avui ( $P_0$ ), és a dir, 8.000 euros.  $\text{Cupó}$  correspon al pagament dels cupons, en aquest cas 200 euros, i  $P_A$  equival al principal o nominal del títol i que es retorna al venciment, 10.000 euros.

$I_m$  correspon al tipus anual efectiu o taxa de rendiment anual d'aquest títol que iguala prestacions amb contraprestacions. Les prestacions és el preu de cotització i, a canvi, pel fet de ser el propietari d'aquest títol o obligació, es reben unes contraprestacions que són els cupons i en el venciment es rep addicionalment al darrer cupó, el principal o nominal del títol.

Així doncs, si volem conèixer el tipus efectiu anual d'aquesta obligació, el podem trobar resolent la següent equació:

$$8.000 = 200 \cdot \frac{1 - (1 + I_m)^{-10}}{I_m} + \frac{10.000}{(1 + I_m)^{10}} \quad (20)$$

$$I_m = 0,04531 = 4,531\% \quad (21)$$

Tingueu en compte que en aquest cas l'obligació paga cupons anuals i, per tant, la freqüència del tipus efectiu ja és anual. En cas que la freqüència de pagament del títol fos diferent de l'anyal, llavors hauríem de calcular el tipus efectiu anual equivalent al valor que haguéssim obtingut en l'anterior equació.

Per tant, la lectura que hem de fer d'aquest valor o taxa és que aquest és el rendiment que obtenim d'aquest títol si el comprem avui al preu de 8.000 euros i el mantenim fins al seu venciment, és a dir, durant deu anys. Les obligacions, igual que les accions, es poden

### Nota

Recordeu que ho podeu resoldre amb la funció «Buscar objectiu» de l'Excel.

### Nota

Recordeu que la manera de calcular equivalències entre tipus efectius de diferents freqüències ( $m$ ) és:

$$(1 + I_1)^1 = (1 + I_m)^m$$



comprar i vendre en el mercat financer corresponent. Això vol dir que no necessàriament l’hem de mantenir fins al seu venciment. Aquesta mesura ens serveix perquè ara podríem comparar un altre títol de deute amb característiques completament diferents i només amb aquesta variable, el tipus efectiu anual, saber quin ens proporciona major rendiment.

En data 29 d’abril de 2018, podem trobar en el mercat la informació següent sobre un títol de deute privat de l’empresa Alphabet Inc, coneguda com a Google:

ALPHABET 2024		Tipus efectiu anual (%)
<b>KEY DATA</b>		
Coupon in %	3.3750%	Yield in % 3.27%
Duration	5.3000	Modified Duration 5.2147
Accrued Interest	0.5906	Currency USD
<b>BOND DATA</b>		
ISIN	US02079KAB35	
Name	ALPHABET 2024	
Country	USA	
<b>ISSUEANCE</b>		
Issuer	Alphabet Inc.	
Issue Volume		
Currency	USD	
Issue Price	99.98	
Issue Date	2/25/2014	
<b>COUPON</b>		
Coupon	3.375%	
Denomination	1000	
Maturity Date	2/25/2024	
Coupon Payment Date	8/25/2018	
Payment Frequency		
No. of Payments per Year	2,0	
Coupon Start Date	8/25/2014	
Final Coupon Date	2/24/2024	

Podem veure que és un títol que venç el febrer de 2024, que paga un cupó semestral del 3,375% i que té un rendiment anual del 3,27%. Això vol dir que si el compréssim avui i el mantinguéssim fins al seu venciment, el rendiment anual que obtindríem avui seria del 3,27% abans d’impostos; incloent-hi tant el preu al qual el podria adquirir en el mercat i els cupons i nominal que se’n rebrien al llarg de la vida útil d’aquest títol.

Ens podem qüestionar si volem comprar títols de Google (Alphabet Inc) o bé títols d’Apple. A continuació podem analitzar la informació dels títols de l’empresa Apple en data 29 d’abril de 2018:

APPLE 13/23		Tipus efectiu anual (%)	
<b>KEY DATA</b>			
Coupon in %	2.4000%	Yield in %	3.25%
Duration	4.6821	Modified Duration	4.6073
Accrued Interest	1.1666	Currency	USD
<b>BOND DATA</b>			
ISIN	US037833AK68		
Name	APPLE 13/23		
Country	USA		
<b>ISSUEANCE</b>			
Issuer	Apple Inc.		
Issue Volume	5,500,000,000		
Currency	USD		
Issue Price	99.87		
Issue Date	5/3/2013		
<b>COUPON</b>			
Coupon	2.400%		
Denomination	1000		
Maturity Date	5/3/2023		
Coupon Payment Date	5/3/2018		
Payment Frequency			
No. of Payments per Year	2,0		
Coupon Start Date	11/3/2013		
Final Coupon Date	5/2/2023		

En aquest cas, els títols de l'empresa Apple vencen el 2023 i paguen un cupó semestral del 2,4%. Si en data 29 d'abril de 2018 compréssim aquests títols i els mantinguéssim fins al venciment, obtindríem una rendibilitat anual o tipus anual efectiu del 3,25%.

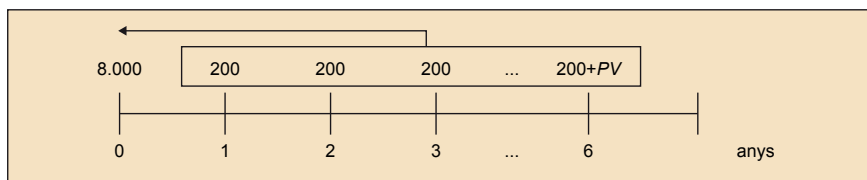
Així doncs, tot i que els títols són d'empreses diferents i tenen característiques diferents, tenim una mesura única de comparar-ho mitjançant el *Yield To Maturity* (YTM) o tipus anual efectiu o rendiment anual efectiu.

Veurem més endavant que tots els títols de deute privat publiquen sempre el seu tipus anual efectiu, però, evidentment, aquest valor canvia cada dia, ja que els títols es negocien diàriament, i donat que el seu preu canvia cada dia i el període fins al venciment també canvia, estem canviant els valors de l'equació que iguala prestacions i contraprestacions i, per tant, ens canviarà el valor del tipus efectiu anual.

Malgrat que aquestes dues empreses en aquestes dues emissions presenten rendiments anuals molt similars, al final la composició de la nostra cartera d'inversió depèn d'altres variables com és el risc que vulguem assumir i el període d'inversió. L'objectiu és sempre tenir carteres diversificades on minimitzem risc i maximitzem rendiment, tenint en compte un horitzó temporal preferent.

Què passaria, però, si en lloc de mantenir un títol fins al seu venciment, volem vendre'l abans?

Tornem ara a l'exemple anterior de l'obligació amb nominal 10.000 euros. Si el venem abans del venciment, el rendiment ja no serà el que hem calculat anteriorment, sinó que en serà un altre. Si per exemple el venem al cap de sis anys i just després d'haver cobrat el cupó del sisè any, llavors només rebrem els cupons des de l'any 1 fins a l'any 6 i per tant no rebrem el principal, perquè aquest es paga en el seu venciment, l'any 10. Això vol dir que, si representem gràficament les prestacions i contraprestacions, tindrem un gràfic diferent de l'anterior i l'equació que igualarà aquests imports també serà diferent, resultant, per tant, un tipus efectiu o rendiment anual diferent.



on  $PV$  correspon al preu de venda de l'obligació en el mercat financer i que serà conegut en el moment de la venda.

Suposem que hem assenyalat una ordre que indiqui que si l'obligació arriba a un preu de 8.500 euros s'executi la venda d'aquest títol. Si s'aconseguís vendre l'obligació a 8.500 euros, l'equació que permetria trobar el rendiment anual seria:

$$8.000 = 200 \cdot \frac{1 - (1 + I_1)^{-6}}{I_1} + 8.500 \cdot (1 + I_1)^{-6} \quad (22)$$

Si resollem aquesta equació, trobem que el nou rendiment anual que s'obtingria amb aquest títol si es ven a 8.500 euros al cap de 6 anys seria:

$$I_1 = 0,03455 = 3,455\% \quad (23)$$

És important assenyalat que aquest tipus anual efectiu o rendiment anual que obtenim d'igualar prestacions amb contraprestacions és similar a la Taxa Anual Equivalent (TAE). No obstant això, quan treballem amb títols o emprèstits dels mercats financers sovint es parla de rendiment anual o tipus efectiu anual perquè en realitat la TAE és una mica diferent.

#### Vegeu també

Vau aprendre a calcular la TAE d'una operació financera en l'assignatura de Valoració de les operacions financeres.

La diferència rau en el fet que la TAE que publiquen les entitats financeres en l'oferta dels seus crèdits o préstecs inclou aquelles despeses i comissions generades en l'operació. Aquesta definició ve marcada pel BOE, on es detalla quins conceptes de despeses i comissions estan incloses sota aquesta nomenclatura.

Així doncs, els tipus anuals efectius que anteriorment s'han calculat en la compravenda d'emprèstits i que normalment es publiquen no inclouen cap tipus de comissions o despeses, que de ben segur es cobren en l'operativa. A més, són sempre rendiments abans d'impostos.

## 5. Diferència entre tipus d'interès nominals i tipus d'interès reals

Fins ara, en totes les explicacions sobre el tipus d'interès hem ignorat els efectes de la inflació. Quan no tenim en compte els efectes de la inflació, estem parlant de **tipus d'interès nominals**. Quan el tipus d'interès està ajustat per la variable inflació, és a dir, pels canvis en el nivell de preus, llavors estem parlant de **tipus d'interès reals**.

Com bé sabeu, la teoria de Fisher sosté que el tipus d'interès nominal,  $I_1$ , és igual al tipus d'interès real,  $I_1^R$ , més la taxa d'inflació esperada,  $E(\pi)$  en un moment del temps:

$$I_1 = I_1^R + E(\pi) \quad (24)$$

D'aquí trobem que el valor del tipus d'interès real és:

$$I_1^R = I_1 - E(\pi) \quad (25)$$

Per tal de veure el sentit d'aquesta definició, considerem una situació en la qual dipositem 100 unitats monetàries al banc, el qual paga pel dipòsit a un any el 3%. És a dir, el tipus d'interès nominal anual del dipòsit és del 3% ( $I_1 = 3\%$ ) i s'espera que el nivell de preus augmenti un 1% al llarg de l'any, és a dir,  $E(\pi) = 1\%$ .

Si comparem en termes reals, és a dir, en unitats físiques, la quantitat d'unitats que podríem comprar al principi i al final de l'any veuríem que és diferent.

Per exemple, si volem comprar vi i cada ampolla costa deu euros, amb cent euros a l'inici de l'any podríem comprar deu ampolles de vi. En canvi, si dipositem aquests cent euros en el compte del banc i el banc paga un 3% anual, llavors a finals d'any tindrem 103 euros. Però el preu del vi no serà a deu euros l'ampolla sinó 10,1 euros, perquè esperem que els preus pugin un 1% al llarg de l'any. Així doncs, a finals d'any podrem comprar 10,2 botelles. Concloem, doncs, que no podem comprar un 3% d'unitats físiques addicionals al final de l'any, sinó que podem comprar el 3% menys la taxa d'inflació esperada:  $3\% - 1\% = 2\%$ .

Si reflexionem sobre aquest fet, ens adonarem de la importància del tipus d'interès real. Normalment, quan s'avaluen les alternatives d'inversió, es miren les taxes de rendiment, és a dir, el tipus anual efectiu, però difícilment es descomptarà la inflació esperada d'aquests valors. Quan ens plantejem estalviar diners per acumular més riquesa, hauríem de pensar en el tipus d'interès real, ja que si estalviem és per tenir més diners en el futur i no perdre el poder adquisitiu d'aquests diners invertits. I si volem més diners en el futur, és perquè els farem servir per a consumir béns i serveis. Llavors, si aconseguim un estalvi que ens dona un rendiment anual del 4% però els preus han pujat un 1,5%, en realitat no hem aconseguit millorar el nostre poder adquisitiu en un 4%, sinó que només millorem el poder adquisitiu en un 2,5% ( $4\% - 1,5\%$ ), perquè

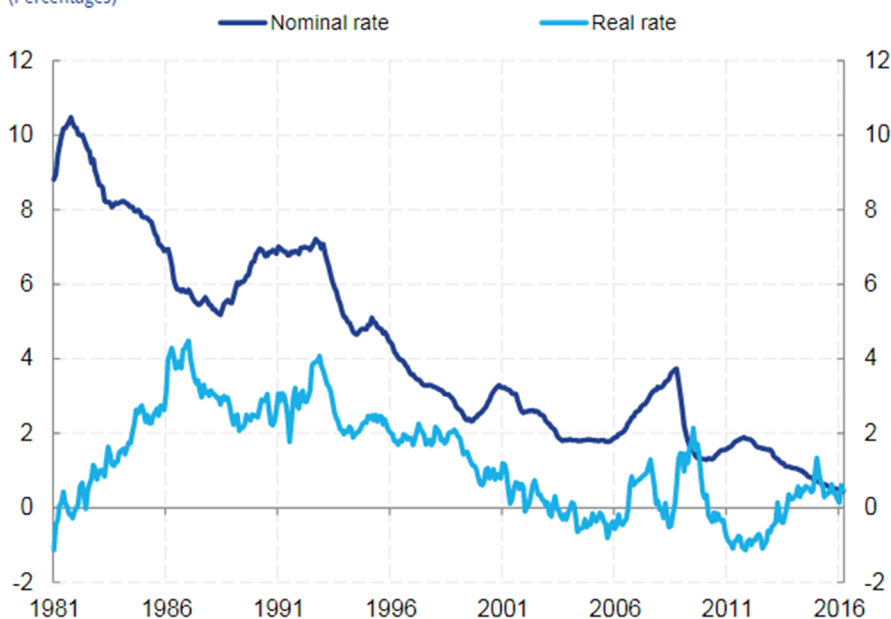
amb la nova situació de preus, només podem adquirir un 2,5% d'unitats físiques de béns o serveis. A més, també cal tenir en compte que tampoc estem considerant l'efecte fiscal, el qual faria que el guany fos encara més petit.

És per això que quan els governants d'un país prenen decisions sobre política monetària, miren totes les variables macroeconòmiques, entre elles, el tipus d'interès nominal i la taxa d'inflació esperada. La distinció entre tipus d'interès real i nominal és important perquè el tipus d'interès real reflecteix el cost real del préstec i és un bon indicador per conèixer els incentius a l'estalvi i al crèdit en una economia.

A continuació es presenta un gràfic del tipus d'interès real i nominal dels dipòsits bancaris en la zona euro. És a dir, el tipus d'interès nominal és una mitjana del que es paga per un dipòsit en diferents bancs de la zona euro. I el tipus d'interès real correspon al tipus nominal menys la taxa d'inflació anual de la zona euro.

Tipus d'interès reals i nominals dels dipòsits bancaris en la zona euro

(Percentages)



Font: Eurostat i Banc Central Europeu (ECB)

Com podem veure, ens trobem que els darrers anys tant els tipus d'interès nominals com els reals estan al voltant de zero. Això implica dues coses: la primera, que la taxa d'inflació és 0% i per tant els preus no pugen; i la segona, que els tipus d'interès nominal també estan al voltant del 0%.

Si el tipus d'interès és el preu del diner i aquest val 0 i a més no s'espera que els preus dels béns i serveis pugin, quin interès té per a les famílies i les empreses estalviar en un entorn com aquest? Quin valor aporta estalviar si no es podran consumir més unitats físiques de béns i/o serveis més endavant?

En canvi, com bé heu estudiat en les assignatures d'Economia, és molt important que les famílies i les empreses estalviïn. Per una banda, les famílies han d'estalviar per tal de fer front a futures despeses i també, en cas que hi hagi xocs negatius en l'economia, per poder fer-ne front sense gaires problemes. D'altra banda, les empreses també han de pensar a estalviar per poder tirar endavant nous projectes i per tal de fer front a contraccions en la demanda dels seus productes o serveis.

A més, quan el cost del diner és pràcticament zero per un període sostingut en el temps, té també la seva part perillosa. De fet, una de les causes de la crisi financera de 2008 va ser la situació dels tipus d'interès tan baixos. Aquesta situació va fer que molts agents de l'economia s'endeutessin. Si bé els préstecs, majoritàriament hipoteques, van ser a tipus d'interès variables a un valor molt baix proper a zero, aquestes hipoteques se signaven per terminis d'entre trenta i quaranta anys. Així doncs, hi va haver una concessió bastant laxa de préstecs per part del sistema bancari impulsat pel creixement econòmic, principalment en el sector immobiliari. Quan els tipus d'interès van pujar una mica, o davant de situacions inesperades en què un o tots dos membres de la família estaven a l'atur, va acabar derivant en situacions crítiques on un volum important de famílies no van poder fer front al pagament de la hipoteca fins al punt de perdre l'habitatge.

Si mirem el gràfic anterior, també veurem que hi ha períodes on el tipus d'interès real és negatiu. Per tant, el que ens està dient un tipus d'interès real negatiu és que, si avui decidim estalviar en lloc de consumir, les unitats físiques de béns o serveis que podrem adquirir d'aquí a un any seran menors que si ho fem avui. Aquesta situació d'anormalitat acostuma a donar-se en períodes que precedeixen una crisi financera i/o econòmica.

Així doncs, quan el tipus d'interès real de l'economia és baix, hi ha molts incentius al consum i, per tant, a adquirir préstecs i menys incentius a estalviar.

## 6. Diferència entre tipus d'interès i rendiments

Sovint es confon el concepte de tipus d'interès d'un bo i es creu que un bo que paga un interès de cupó del 5% és el guany que s'obté. Malgrat això, tot i estar-hi relacionat, l'interès del cupó té poc a veure amb el rendiment o guany que s'obté.

És bàsic saber diferenciar molt bé el tipus d'interès del cupó d'un bo, el guany de capital i de la taxa de rendiment anual del bo o d'una inversió (TIR, o *yield to maturity*, YTM).

Com ja hem vist prèviament i veurem de nou més endavant, el bo té un període o venciment a mitjà o llarg termini, però durant la vigència d'aquest bo en el mercat, el bo es negocia. És a dir, el bo té un preu en el mercat que canvia a cada moment i, en funció d'aquest preu, el rendiment del bo és diferent. En canvi, el tipus d'interès del cupó és sempre el mateix. Aquest és conegut des del moment de l'emissió del bo i no canvia mai.

Per qualsevol inversió, el rendiment es defineix com els pagaments rebuts més la plusvàlua en el preu de l'actiu respecte del preu de compra. És a dir, suposem que hem adquirit un bo en el moment de l'emissió per mil euros. Aquest bo presenta un nominal de mil euros i paga un cupó anual amb un interès del 10%. Si al cap de l'any, després d'haver cobrat el cupó, ens venen el bo en el mercat per 1.200 euros, quina és la taxa de rendiment obtinguda?

Sabem que el preu del bo (prestació) en el moment de la compra va ser de 1.000 euros i com a contraprestacions s'ha rebut el cupó (10% de 1.000 euros, és a dir, 100 euros) i el guany de la venda del bo (1.200 euros).

Així doncs, el rendiment seria el guany net obtingut respecte a la inversió realitzada:

$$\text{Rendiment} = \frac{100 + (1.200 - 1.000)}{1.000} = 0,3 = 30\% \quad (26)$$

Com es pot veure en aquest exemple, el rendiment d'aquest bo no té per què ser igual a l'interès del cupó d'aquest bo ni tampoc igual al tipus efectiu anual.

En general, el rendiment,  $R$ , d'un bo el calcularíem com:

$$R = \frac{\text{Cupó} + (P_{T'} - P_T)}{P_T} = \frac{\text{Cupó}}{P_T} + \frac{(P_{T'} - P_T)}{P_T} \quad (27)$$

On

$R$  = rendiment de mantenir un bo des de  $T$  fins a  $T'$

$$P_T \text{ (preu de compra)} = \text{preu del bo en } T \quad (28)$$

$$P_{T'} \text{ (preu de venda)} = \text{preu del bo en } T' \quad (29)$$

Cupó = import rebut del cupó

El primer terme,  $\frac{C}{P_T}$ , correspon a l'interès del cupó (10%) i el segon terme,  $\frac{(P_{T'} - P_T)}{P_T}$ , el definim com la taxa de guany de capital.

Si el mateix bo l'haguéssim mantingut durant dos anys i el venem al cap de dos anys per 1.300 euros, en aquest cas el rendiment seria:

- Prestació: preu del bo, 1.000 euros.
- Contraprestacions: cupó del primer i segon any (200 euros) més el preu de venda (1.300 euros).

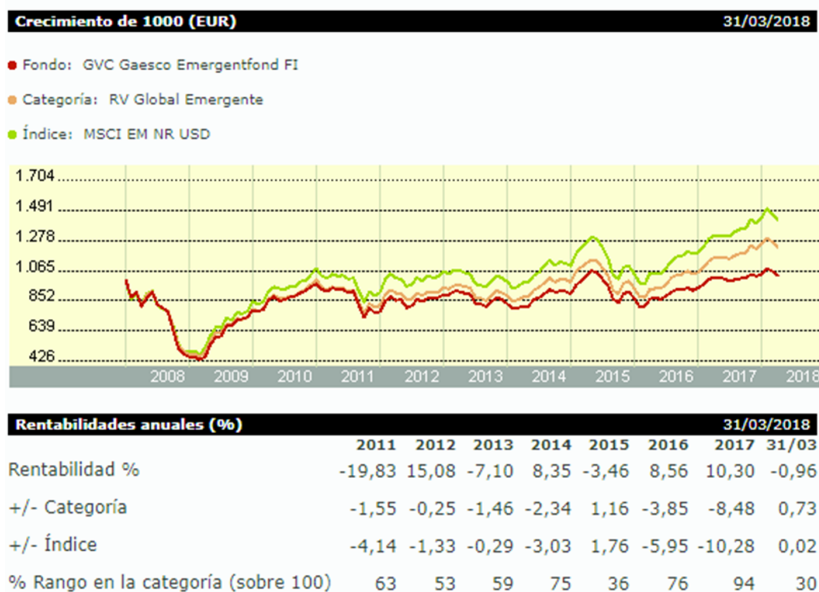
$$\text{Rendiment} = \frac{100 + 100 + (1.300 - 1.000)}{1.000} = 0,5 = 50\% \quad (30)$$

Vegem a continuació un altre exemple.

#### Reflexió

Quan seria millor vendre el bo, el primer o el segon any?

## GVC Gaesco Emergentfond FI | ★★



Font: Morningstar (30 de març de 2018)

En aquesta imatge veiem la informació relativa a un fons d'inversió que gestiona una cartera d'actius emergents. En el gràfic en vermell podem veure l'evolució del fons en



valor de la cartera. La línia en verd fa referència a l'índex de referència o *benchmark* que té la gestora per aquest fons d'inversió.

A sota del gràfic, tenim les rendibilitats des de 2011 fins a 2017, les quals en aquest cas s'indica que són anuals. La rendibilitat per a l'any 2018 només correspon des de l'1 de gener de 2018 fins al 31 de març de 2018.

I també podem trobar informació per a altres productes d'inversió on es proporcionen rendibilitats acumulades, que poden distorsionar la informació si no se saben interpretar bé:

POLAR CAPITAL GLOBAL TECHNOLOGY I EUR DIS			% 2018	Ranking	Fecha
Gestora:	POLAR CAPITAL LLP		3,91%	77/259	25/04/2018
Categoría VDOS:	POLAR CAPITAL TMT SECTORIALES				
Rating VDOS:	★★★★★				
Rango de volatilidad:	■ ■				

### Rentabilidades anuales

	2018	2017	2016	2015	2014
Fondo	3,91%	29,51%	14,48%	19,89%	21,73%
Categoría	0,94%	22,33%	12,38%	17,91%	23,24%
Ranking	77/259	37/217	40/200	28/170	79/156
Quintil	2	1	1	1	3

Ranking y quintil respecto a la categoría TMT

### Rentabilidades acumuladas

	1 mes	3 meses	1 año	3 años	5 años
Fondo	-2,27%	-2,27%	16,19%	53,62%	164,35%
Categoría	-0,28%	-3,47%	11,25%	37,93%	131,74%
Ranking	192/260	108/259	53/229	8/173	7/134
Quintil	4	3	2	1	1

Ranking y quintil respecto a la categoría TMT

En aquest darrer exemple, la darrera taula de rendibilitats acumulades de 3 i 5 anys, 53,62% i 164,35% respectivament, són valors molt elevats. Aquestes xifres només volen dir que, sense tenir en compte el concepte temps ni les despeses de gestió i abans d'impostos, per un període de tres anys, el rendiment obtingut ha estat del 53,62% i per als darrers cinc anys, ha estat del 164,35%. Aquest no ha estat un rendiment anual, sinó que un és triennal i l'altre quinquennal.

Si en la primera taula mirem el rendiment per a l'any 2017, veiem que aquest és del 29,51%. I per als quatre primers mesos de 2018, el rendiment ha estat del 3,91%. De fet, el rendiment del darrer mes ha estat del -2,27%, com podem veure en la segona taula. Per tant, si bé ha estat un fons que s'ha comportat molt bé en el passat, sembla que aquest any no està anant tan bé.

Així doncs, com podeu veure, és important que aprengueu a analitzar molt bé tota la informació i entengueu el concepte de cada dada que es proporcioni en qualsevol producte d'actiu o passiu.

En aquests exemples previs on hem analitzat el rendiment, ens adonem que ens falta una variable important: el **temps**. En els diferents exemples hem vist que els períodes d'inversió són totalment diferents: un any, dos anys, tres o cinc anys.

#### Rendibilitats passades

Tingueu present que les rendibilitats que ofereixen els fons d'inversió i altres productes d'inversió són rendibilitats passades. I rendibilitats passades no asseguren en cap cas rendibilitats futures. Els mercats financers són volàtils, cada cop més globals i depenen de moltes variables.

Fixeu-vos que aquí no hem fet servir mai el concepte de valor temporal del diner i hem operat amb capitals que estan situats en diferents moments del temps. Això és així, perquè precisament el concepte **rendiment no inclou la variable temporal, sinó només el guany o la pèrdua de capital.**

Amb la finalitat de poder comparar rendiments, és important que aquests estiguin en base anual. Igual que per poder comparar el cost de diferents productes financers de crèdit empram la TAE (Taxa Anual Efectiva) com a unitat de mesura, en els productes financers d'inversió utilitzarem la taxa de rendiment anual o tipus efectiu anual (TIR anual) com a unitat de mesura.

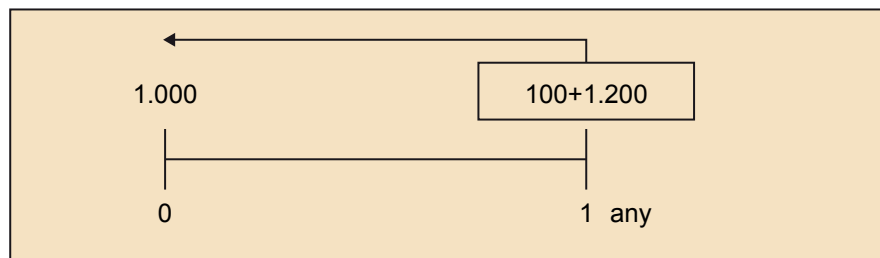
Hem vist anteriorment que aquesta taxa o tipus d'interès inclou la variable temps. I com que la calcularem en base anual, ens serà molt fàcil utilitzar-la com a unitat de mesura per poder comparar entre diferents opcions d'inversió.

Si bé la TAE ve regulada per llei en els productes de crèdit, la taxa de rendiment anual no és una taxa obligada a calcular-la o informar-ne.

La manera de calcular la taxa de rendiment anual d'un bo o d'un producte d'inversió és mitjançant l'equació del valor actual que hem vist anteriorment, on iguaem prestacions i contraprestacions al llarg del temps. Així doncs, continuarem igualant prestacions amb contraprestacions, però com que introduïm la unitat temporal, això vol dir que en realitat igualarem el valor actual de les prestacions al valor actual de les contraprestacions.

Si seguim amb l'exemple del bo que hem vist anteriorment, ara necessitarem representar els imports en un esquema temporal. La taxa anual que iguala el valor actual dels imports serà la taxa de rendiment anual. De fet, equival al tipus efectiu anual que hem vist abans.

Així doncs, l'esquema temporal corresponent seria:



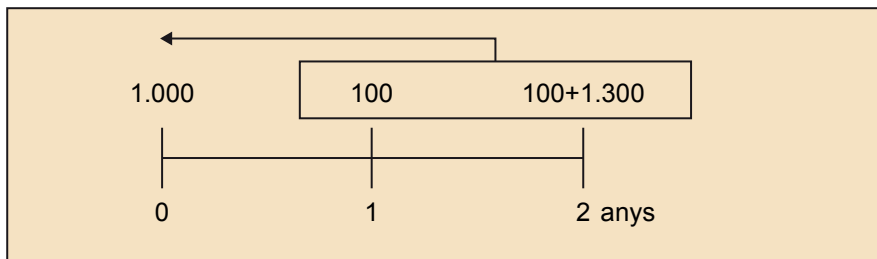
I l'equació que iguala prestacions i contraprestacions és:

$$1.000 = \frac{100 + 1.200}{1 + I_1} \quad (31)$$

I d'aquí obtenim una taxa de rendiment anual que correspondria a un tipus efectiu anual,

$$I_1 = 30\% \quad (32)$$

En el segon cas, que el bo es manté per un període de dos anys, l'esquema temporal que representa l'operació financera és:



I l'equació que iguala prestacions i contraprestacions en aquesta operació financera és la següent:

$$1.000 = \frac{100}{1+I_1} + \frac{100+1.300}{(1+I_1)^2} \quad (33)$$

En aïllar la taxa anual de rendiment o tipus efectiu anual, obtenim:

$$I_1 = 23,43\% \quad (34)$$

Com podem veure, aquest valor és molt diferent del rendiment del 50% que s'havia obtingut anteriorment, on no teníem en compte el valor temporal del diner.

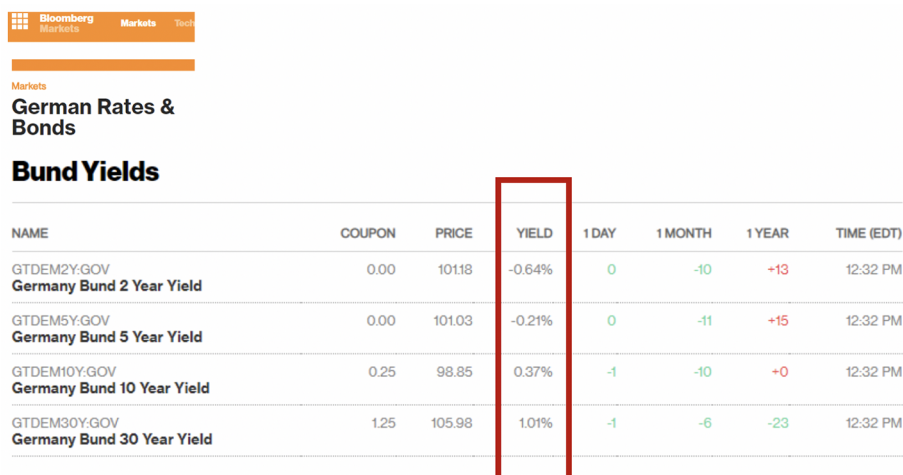
A més, aquesta taxa de rendiment anual del 23,43% d'aquest segon bo és comparable a la taxa de rendiment anual del 30% del primer bo, ja que tots dos estan en base anual i són tipus d'interès efectius.

Si no tinguéssim coneixements de finances, de ben segur que optariem per invertir en el segon bo, ja que proporciona un rendiment del 50%, un valor altament atractiu. No obstant això, després d'estudiar els tipus d'interès efectius i la seva relació amb els rendiments, sabem que la inversió del bo a un any és molt més atractiva perquè ens ofereix un rendiment anual efectiu més elevat que el bo a dos anys.

#### Reflexió

A títol de reflexió, a continuació es presenta la cotització del deute públic a Alemanya l'octubre de 2017. Com podeu veure, la TIR o *yield* dels bons a dos i cinc anys és negativa.

Cotització del deute públic alemany a 30 d'octubre de 2018



**German Rates & Bonds**

### Bund Yields

NAME	COUPON	PRICE	YIELD	1 DAY	1 MONTH	1 YEAR	TIME (EDT)
GTDEM2Y:GOV Germany Bund 2 Year Yield	0.00	101.18	-0.64%	0	-10	-13	12:32 PM
GTDEM5Y:GOV Germany Bund 5 Year Yield	0.00	101.03	-0.21%	0	-11	-15	12:32 PM
GTDEM10Y:GOV Germany Bund 10 Year Yield	0.25	98.85	0.37%	-1	-10	+0	12:32 PM
GTDEM30Y:GOV Germany Bund 30 Year Yield	1.25	105.98	1.01%	-1	-6	-23	12:32 PM

Font: Bloomberg

Com pot ser que un títol de deute públic tingui un rendiment o TIR negatiu?  
I per què, malgrat ser negatiu, hi ha inversors que el compren?

I com és que la TIR del deute públic alemany és menor que la del deute públic espanyol? Fa això que el deute públic alemany sigui més o menys atractiu respecte de l'espanyol? Té alguna cosa a veure que el cupó del deute alemany sigui zero?

#### Enllaç recomanat

Us recomanem que entreu a Bloomberg, i sota la secció Markets / Rates and Bonds compareu els rendiments (*yields*) i les característiques de diferents bons de deute públic de diferents països.