



Proves d'accés a la Universitat per a més grans de 25 anys
Maig 2010

Criteris d'avaluació

SÈRIE 2

OPCIÓ A

EXERCICIS

A1.- Digueu de quin tipus és la progressió numèrica següent:

2, 8, 14, 20, 26, 32, 38, 44,... , 122

i calculeu el valor de la suma dels seus termes.

Resolució.- La diferència entre termes consecutius sempre val 6, per tant, es tracta d'una progressió aritmètica. L'últim terme és igual al primer més 120, és a dir, més 20 vegades 6. En conseqüència, la progressió està formada per 21 termes i la seva suma

val $\frac{2+122}{2} \cdot 21 = 1302$.

Puntuació.- 0.5 punts per determinar el tipus de progressió i 0.5 per la suma. No doneu aquests 0.5 punts a aquelles persones que es limitin a fer la suma dels 21 termes de manera directa.

A2.- Simplifiqueu $\frac{\sin x}{\cos x} - \operatorname{tg} x$.

Resolució.- De la definició de tangent, $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$, es dedueix que val zero.

Puntuació.- 1 punt.

A3.- Digueu si pot existir un triangle de costats 1, 2, 5 i justifiqueu-ho.

Resolució.- Com que $5 > 1+2$ no pot ser un triangle ja que la longitud de cada costat ha de ser menor que la suma de les altres dues.

Puntuació.- 1 punt.



Proves d'accés a la Universitat per a més grans de 25 anys
Maig 2010

Criteris d'avaluació

A4.- Escriviu l'equació del pla paral·lel a $x + y + z = 3$ que passa pel punt (1,2,3).

Resolució.- $(x-1) + (y-2) + (z-3) = 0$.

Puntuació.- 1 punt.

A5.- Trobeu una funció primitiva de e^{4x} .

Resolució.- Pot ser $\frac{e^{4x}}{4}$ ja que $\left(\frac{e^{4x}}{4}\right)' = e^{4x}$.

Puntuació.- 1 punt.

OPCIÓ B

EXERCICIS

B1.- Considereu la matriu $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Quant val a si la matriu és simètrica?

Resolució.- Si la matriu és simètrica cal que $a = 2$.

Puntuació.- 1 punt.

B2.- Digueu quant val p si el sistema següent és incompatible. $\left. \begin{array}{l} x + y = 2 \\ px + y = 3 \end{array} \right\}$

Resolució.- Si $p = 1$ el determinant de la matriu de coeficients val zero però la matriu ampliada, $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, té rang 2 i el sistema és incompatible.

Puntuació.- 1 punt. Considereu la possibilitat de puntuar 0.5 en el cas que el valor de p sigui correcte però l'argumentació, malgrat no ser correcta, no sigui massa defectuosa.



Proves d'accés a la Universitat per a més grans de 25 anys
Maig 2010

Criteris d'avaluació

B3.- Calculeu la distància del punt (2,3) a la recta d'equació $2x - 4y - 1 = 0$.

Resolució.-

$$d = \frac{|4 - 12 - 1|}{\sqrt{4 + 16}} = \frac{9}{\sqrt{20}}.$$

Puntuació.- 1 punt. Descompteu 0.5 per errors de càlcul.

B4.- Determineu el domini de la funció $f(x) = \sqrt{x-1} + \ln(x+1)$.

Resolució.- El domini de l'arrel és $[1, \infty)$ i el del logaritme $(-1, \infty)$. Per tant,
 $Dom(f) = [1, \infty)$.

Puntuació.- 1 punt. Puntueu 0.5 si es donen els dominis dels sumands per separat però no el de la funció.

B5.- Calculeu el pendent de la recta tangent a la corba d'equació $y = \sin(2x)$ pel punt en què $x = 0$.

Resolució.- Donat que $y' = 2 \cos 2x$, substituint x per zero s'obté $m = 2 \cos 0 = 2$.

Puntuació.- 0.5 per la derivada i 0.5 per l'obtenció del pendent.



Proves d'accés a la Universitat per a més grans de 25 anys
Maig 2010

Criteris d'avaluació

PROBLEMES

P1.- Considereu la funció $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$. Determineu els valors de les constants a , b i c sabent que $f(1) = 7$, que la funció té un màxim quan $x = 1$ i que té un mínim quan $x = -1$.

Resolució.- La condició sobre el valor de la funció porta a

$$f(1) = 7 \rightarrow 1 + a + b + c = 7 \rightarrow a + b + c = 6.$$

D'altra banda cal imposar que $f'(1) = f'(-1) = 0$.

Lavors, com que $f'(x) = 4x^3 + 3ax^2 + 2bx + c$,

$$f'(1) = 4 + 3a + 2b + c = 0 \rightarrow 3a + 2b + c = -4,$$

$$f'(-1) = -4 + 3a - 2b + c = 0 \rightarrow 3a - 2b + c = 4$$

i cal resoldre el sistema d'equacions lineals
$$\left. \begin{array}{l} a + b + c = 6 \\ 3a + 2b + c = -4 \\ 3a - 2b + c = 4 \end{array} \right\}.$$

Sumant i restant les dues últimes s'obté fàcilment que $3a + c = 0$ i que $b = -2$. Substituint aquesta informació dins la primera es pot escriure que $a - 2 - 3a = 6 \rightarrow a = -4 \rightarrow c = 12$.

Puntuació.- 1 punt per l'aplicació correcta de cada una de les tres condicions. Total 3 punts.

Per la resolució del sistema resultant 2 punts.



Proves d'accés a la Universitat per a més grans de 25 anys **Maig 2010**

Criteris d'avaluació

P2.- Considereu les rectes d'equacions respectives $r_1 \equiv 4x - 2y = 0$, $r_2 \equiv y = 2x - 3$ i $r_3 \equiv x + y = 0$. Comproveu que les dues primeres són paral·leles. Calculeu la distància que separa r_1 de r_2 . Trobeu l'equació d'una recta r_4 , paral·lela a r_3 , de manera que el paral·lelogram que determinen les quatre rectes tingui una àrea de 6 unitats.

Resolució.- Si s'escriu la primera en forma explícita, $y = 2x$, s'observa que té el mateix pendent que la segona i, per tant, són paral·leles.

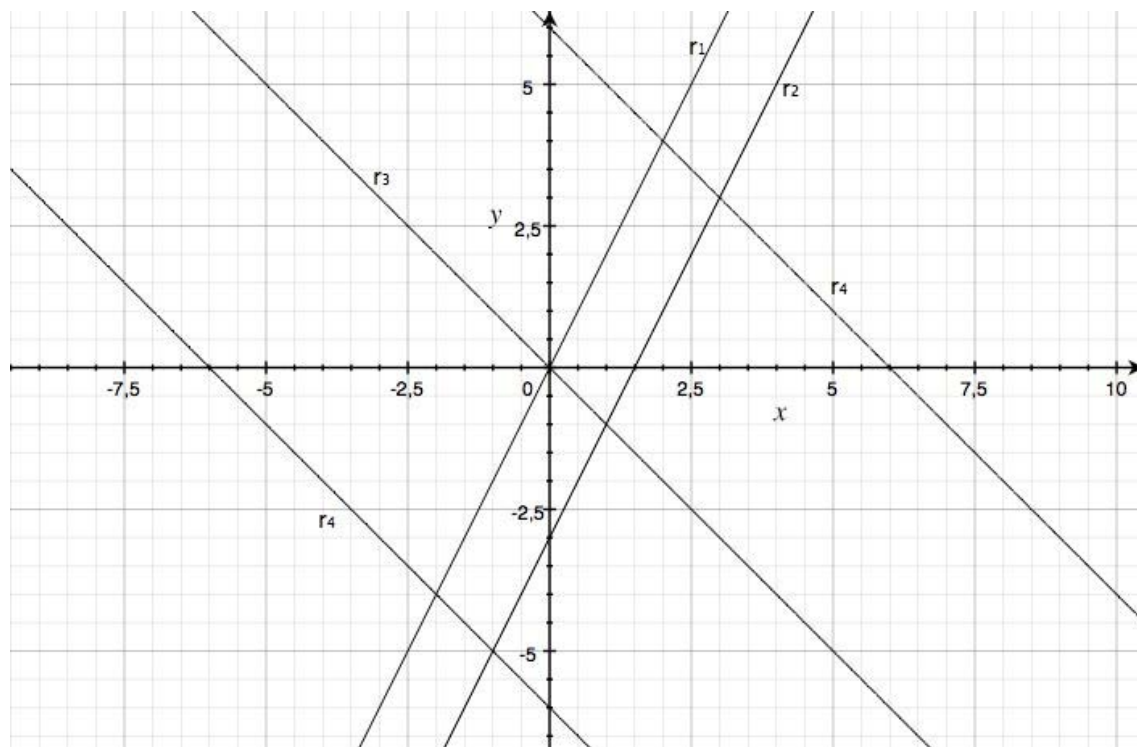
Un punt de la primera és el (0,0). Calculant la seva distància a la segona s'obté la distància entre les dues rectes $d = \left| \frac{-3}{\sqrt{4+1}} \right| = \frac{3}{\sqrt{5}}$.

La distància entre les dues primeres rectes serveix com a altura del paral·lelogram. Llavors, si l'àrea ha de valer 6 unitats, la base d'aquesta figura ha de ser de $2\sqrt{5}$ unitats de longitud. Per trobar la recta que falta, tenint en compte que la tercera talla a la primera en el (0,0), és suficient trobar un punt de r_1 , és a dir, de coordenades $(x, 2x)$, que es trobi a distància $2\sqrt{5}$ del (0,0). Això aporta dues solucions, el punt (2,4) i el (-2,-4). En conseqüència, és possible trobar dues rectes que compleixen la condició demanada: $(x-2) + (y-4) = 0$ i $(x+2) + (y+4) = 0$.



Proves d'accés a la Universitat per a més grans de 25 anys
Maig 2010

Criteris d'avaluació



Puntuació.-

Per comprovar el paral·lelisme de les dues primeres rectes **1 punt**.

Pel càlcul correcte de la distància que les separa **1 punt**.

Pel càlcul correcte de la longitud de la base del paral·lelogram **1 punt**.

A partir d'aquí depèn de la forma en què es finalitzi el càlcul.

Si es fa tal com s'explica en aquesta resolució doneu **1 punt** per trobar algun punt per on ha de passar la recta que falta i **1 punt** per trobar alguna de les dues rectes solució.