Circuits elèctrics

Conceptes fonamentals

Juan Antonio Martínez Carrascal

PID_00161690

UOC
Universitat Oberta de Catalunya
www.uoc.edu

Índex

Introducció

Si ens preguntessin què és un circuit elèctric, probablement cada un de nosaltres donaria una definició diferent. I de fet, és probable que ens costés donar una definició formal, encara que els circuits elèctrics són un element fonamental en la nostra vida diària. Des que ens llevem, són presents en aparells que formen part de la nostra vida quotidiana: el despertador, el microones, la televisió, el telèfon mòbil, els ordinadors o, fins i tot, en una cosa tan simple com una llanterna.

En aquest mòdul introductori veurem què és un circuit. Per a això, començarem per abordar, en l'apartat 1, quines són les seves magnituds fonamentals. En l'apartat 2 entendrem d'on surt l'energia que alimenta el circuit. Un cop vist això, i un dels components bàsics (la resistència), exposarem, en l'apartat 3, una de les lleis fonamentals dels circuits elèctrics. En l'apartat 4 analitzarem com s'associen els components bàsics i en l'apartat 5, les dues lleis fonamentals per a l'anàlisi de circuits. Finalment, en l'apartat 6, veurem un conjunt de tècniques útils per a l'anàlisi circuital.

El nostre objectiu final en l'assignatura és entendre els circuits electrònics analògics i ser capaços d'analitzar-ne el comportament. Per a això, en aquest mòdul començarem per un objectiu més assequible: comprendre les lleis bàsiques que es compleixen en tot circuit i aplicar-les a circuits simples. Amb això tindrem les bases per a fer les primeres anàlisis de circuits senzills.

D'altra banda, en l'annex 1 teniu un resum on podeu consultar les unitats de les magnituds, com es defineixen, els seus múltiples i submúltiples, etc.

En l'annex 2 teniu l'alfabet grec, que us serà molt útil al llarg de l'assignatura.

Objectius

Els objectius principals d'aquest mòdul són els següents:

1. Entendre què és un circuit elèctric.

2. Comprendre per què funciona un circuit i quines són les seves magnituds bàsiques.

3. Entendre els conceptes d'intensitat i corrent elèctric.

4. Entendre el concepte de diferència de potencial entre dos punts d'un circuit.

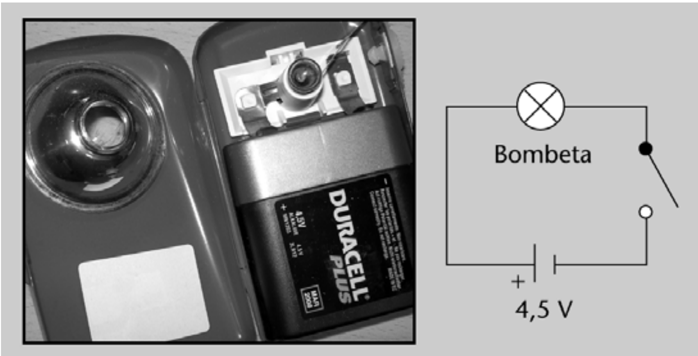
5. Conèixer les lleis fonamentals que regeixen el comportament d'un circuit analògic i aplicar-les a problemes senzills.

6. Ser capaços de simplificar circuits bàsics per a la seva anàlisi.

1. Magnituds fonamentals dels circuits elèctrics

Prendrem com a exemple de partida una cosa tan simple com una llanterna. Si en teniu la possibilitat, intenteu obrir-ne una. Veureu que consta simplement d'una pila, un interruptor, un cable de metall conductor i una bombeta. En la fotografia de la figura 1 veiem la representació circuital d'una llanterna.

Figura 1. Components d'una llanterna



A la figura teniu una representació esquemàtica dels diferents components de la llanterna i de com estan connectats. De fet, correspon al circuit elèctric de la llanterna. Però abans de començar a analitzar aquest circuit, què hi està passant?

Per a resoldre aquesta pregunta, començarem per veure què és la càrrega elèctrica (subapartat 1.1). Una vegada fet això, veurem el concepte de corrent elèctric (subapartat 1.2). Aleshores abordarem el concepte de diferència de potencial (subapartat 1.3) i un component bàsic del circuit: el resistor (subapartat 1.4). Amb això estarem en condicions d'entendre formalment què és un circuit elèctric (subapartat 1.5).

1.1. Càrrega elèctrica

Segons la física, la matèria està formada per àtoms. Aquests àtoms estan compostos, al seu torn, entre d'altres partícules, per un conjunt de protons i electrons. Entenem per protons les càrregues positives i per electrons, les càrregues negatives. Fent una generalització, podem dir que, en estat neutre, els àtoms disposen de la mateixa quantitat de protons que d'electrons. En aquest model simplificat, un àtom seria un conjunt de protons i electrons en igual nombre. Assumirem també que els electrons poden separar-se de l'àtom mitjançant un treball.

Neutrons

Un model una mica menys simplificat de l'àtom inclou, a més de protons i electrons, els **neutrons**, que com el seu nom indica, són neutres. Aquestes partícules comparteixen el nucli de l'àtom amb els protons i els mantenen units.

Si pensem així, un àtom que perdi electrons quedarà carregat positivament, mentre que un que els guanyi quedarà carregat negativament. De fet, tenim així la primera definició de càrrega elèctrica, que seria el nombre d'electrons en excés o defecte que presenta un cos. Si el cos té més electrons que protons tindrà càrrega negativa; i, en el cas contrari, càrrega positiva.

Quant val aquesta càrrega? Per a respondre aquesta pregunta hem de saber com la mesurem. Potser podríem pensar a avaluar-la a partir del nombre d'electrons en excés o defecte que presenta un cos. Tanmateix, la unitat de càrrega és el **coulomb**, el símbol del qual és la lletra **C**. Habitualment, representarem la càrrega amb les lletres ***Q*** o ***q***.

Reviseu les unitats en l'annex 1.

1.2. Corrent elèctric

Pensem ara en dos cossos en estat neutre. És a dir, que no presentin càrrega positiva ni negativa. Tal com hem dit en el subapartat anterior, podem aconseguir que un dels cossos quedi carregat positivament i l'altre, negativament. Intuïtivament, diguem que li hem tret electrons al primer i li hem posat electrons al segon.

En aquest escenari, si unim els dos cossos mitjançant un conductor, es produeix una circulació d'electrons a través seu. De fet, el que succeeix és que es genera un corrent elèctric pel conductor. El **corrent elèctric** és el moviment d'electrons.

La majoria dels metalls són bons conductors.

Hem passat molt ràpidament per un element fonamental dels circuits i de l'electrònica en general: el conductor. La instal·lació elèctrica de casa nostra – o la connexió elèctrica de la nostra llanterna– està feta amb materials conductors. Aquest tipus de materials són elements que, quan uneixen cossos amb càrregues diferents, permeten la circulació d'electrons a través d'ells.

Aquesta circulació d'electrons permet definir el concepte d'intensitat de corrent elèctric.

La intensitat de corrent elèctric (moltes vegades es parla simplement de corrent) és la mesura de la quantitat de càrrega elèctrica que passa per una secció de conductor per unitat de temps. En el cas general, es representa amb la lletra ***I***. Si volem indicar que el corrent varia amb el temps, la representarem com ***i*(t)**.

Matemàticament, si recordem que la derivada és una mesura de la variació, definirem la intensitat $i(t)$ com la derivada de la càrrega (Q) respecte del temps (t):

$$i(t) = \frac{dQ}{dt} \tag{1}$$

La unitat de mesura de la intensitat és l'**ampere**, que simbolitzarem amb la lletra A. En concret, un ampere serà l'equivalent a la circulació d'un coulomb per segon (C/s).

Com que la intensitat correspon a una circulació, tindrà, per tant, un sentit. Per raons històriques, el sentit de la intensitat és el que tindria una hipotètica càrrega Q positiva, encara que, com hem comentat, són els electrons els que es mouen.

Encara que ho entendrem millor més endavant, comentem un punt rellevant: atès que abans d'analitzar un circuit no sabem el sentit dels corrents ni les polaritats de les tensions, els assignarem de manera arbitrària. Si el sentit real del corrent coincideix amb l'assignat *a priori*, la variable $i(t)$ resultarà positiva una vegada feta l'anàlisi. En cas contrari, serà negativa. El mateix passarà per a la polaritat de la tensió.

1.3. Tensió (diferència de potencial)

Hem vist ja que el corrent elèctric és el moviment d'electrons. Perquè aquest moviment d'electrons sigui possible, és necessari realitzar un treball.

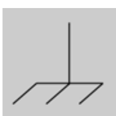
> Entendrem per diferència de potencial entre dos punts (A i B) el treball necessari per a moure la unitat de càrrega positiva d'un punt a l'altre.

Malgrat que són els electrons els responsables del corrent elèctric, per raons històriques es considera que ho són les partícules positives.

La definició anterior és la definició formal que dóna la física per a diferència de potencial. El que és realment important per a nosaltres és comprendre que si hi ha una diferència de potencial entre dos punts, i aquests punts s'uneixen per un conductor, es produirà un corrent a través del conductor. Pel que fa a la seva mesura, la diferència de potencial es mesura en **volts**, i se simbolitza genèricament amb la lletra **V**.

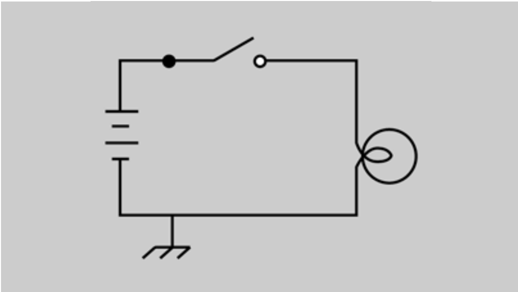
És important veure que la diferència de potencial és un concepte relatiu. És a dir, que es mesura entre dos punts. A vegades, parlarem simplement de potencial d'un punt, o també de tensió d'un punt. En aquest cas, estarem mesurant la diferència de potencial entre aquest punt i un punt genèric de referència que denominem **massa**. Si volem simbolitzar aquest punt de referència en un circuit, ho farem amb el símbol de la figura 2.

Figura 2. Símbol de massa



A tall d'exemple, en la figura 3 veiem un circuit on es mostra la referència de tensió del circuit.

Figura 3. Circuit elèctric amb punt de referència



La **massa** o **terra** és un punt fonamental dels circuits i constitueix el punt de referència respecte al qual es mesura la diferència de potencial d'un altre punt qualsevol del circuit. En aquest cas, parlem genèricament de potencial o tensió d'aquest punt.

1.4. Resistència elèctrica

Hem dit que si unim mitjançant un conductor dos cossos amb diferent càrrega elèctrica es produirà un flux d'electrons entre ells –el corrent elèctric.

Intuïtivament, ja podem pensar que hi haurà conductors millors i pitjors. Encara que tots els materials ofereixen una resistència al pas del corrent, es pot pensar que el cable de coure oferirà menor resistència que la fusta. Però com definim formalment la resistència elèctrica?

La resistència elèctrica és la mesura de la dificultat que presenta un cos per a ser travessat pel corrent elèctric.

Aquesta resistència és funció de diversos paràmetres. En concret, la resistència és igual a la resistivitat –que és un valor que depèn de cada material– multiplicada per la longitud i dividida per la secció. Matemàticament això és:

$$R = \rho \frac{L}{S} \tag{2}$$

on:

- R simbolitza la resistència, i és el concepte que estem estudiant. La unitat en el sistema internacional és l'**ohm** que se simbolitza en electrònica amb la lletra grega Ω (omega).

- ρ (símbol grec de la lletra rho) és la resistivitat i és una característica pròpia de l'element. És una mesura del seu comportament al pas del corrent. Un bon conductor tindrà baixa resistivitat i un mal conductor tindrà una resistivitat alta. Sol expressar-se en $\Omega \cdot mm^2/m$ (ohms per mil·límetre quadrat dividit per metre), encara que les seves unitats en el sistema internacional són $\Omega \cdot m$ (ohms per metre).

- *L* és la longitud de conductor, i les seves unitats són les habituals per a aquesta magnitud. Si treballem en el sistema internacional s'expressa en m (metres).

- *S* és la secció del conductor, és a dir, la superfície transversal que presenta a la circulació del corrent. Si usem la resistivitat expressada en $\Omega \cdot mm^2/m$, llavors donarem la superfície en mm^2 (mil·límetres quadrats). Tanmateix, en sistema internacional la superfície s'expressa en m^2 (metres quadrats).

Exemples de resistivitat

Per a posar alguns exemples de resistivitat, l'or presenta una resistivitat de $2,4 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$. Els metalls tenen també una resistivitat entorn d'aquests valors. En el costat contrari, un mal conductor té alta resistivitat. El vidre, per exemple, pot presentar un valor de $10^9\ \Omega \cdot m$.

Què ens està dient la fórmula anterior?

- Donats dos materials d'iguals longitud i secció veiem que el que presenta menor resistivitat té menor resistència, ja que la resistència és directament proporcional a la resistivitat. Així, com que el coure té menor resistivitat que la fusta, tindrà menor resistència, o el que és el mateix, serà millor conductor.

- Si prenem un material concret (per exemple, el coure), la resistència és menor com menor sigui la seva longitud i major la seva secció, ja que la resistència és directament proporcional a la longitud i inversament proporcional a la secció. És a dir, el corrent elèctric circula millor per un cable de coure com major sigui la seva grossor i menor la seva longitud.

Conductor ideal

El conductor ideal seria aquell que presentés una resistivitat nul·la (que permetria el pas del corrent sense oposició). Un bon conductor, com per exemple el coure, pot presentar una resistivitat d'$1,8 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$.

En alguns casos, ens serà útil el concepte de **conductància**. L'entendrem com l'invers de la resistència. La conductància és una mesura de la facilitat amb què el corrent travessa un element. Si la resistència se sol designar amb la lletra *R*, la conductància se sol representar amb la lletra *G*. Així:

$$G = \frac{1}{R} \tag{3}$$

I la seva unitat de mesura és el **mho** (ohm al revés), i se simbolitza amb ℧, el símbol de l'ohm invertit.

Arribats a aquest punt, suposem que hem generat una diferència de potencial entre dos punts i disposem d'un conductor que ofereix una resistència. Si unim els punts amb el conductor, obtindrem el nostre primer circuit, que és, en certa manera, l'esquema d'una llanterna com el que hem mostrat en la figura 1.

1.5. Concepte de circuit

Hem vist un conjunt de conceptes (diferència de potencial, càrrega i intensitat) i un primer dispositiu dels circuits: la resistència. Tot i que encara en queden molts d'altres per veure (condensadors, bobines, díodes, etc.), amb els elements vistos ja és possible crear un circuit elèctric.

Anomenarem circuit elèctric la interconnexió d'elements mitjançant un conductor amb, almenys, un camí tancat.

Els circuits acostumen a representar-se gràficament. Cal tenir clar, tanmateix, que els gràfics amb què treballarem són esquemes dels circuits que simbolitzen el circuit real. Per aquest motiu, el primer que farem a partir d'ara quan vegem un component nou serà indicar amb quin símbol es representarà en l'esquema d'un circuit.

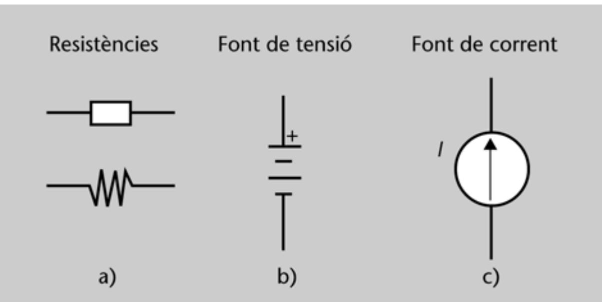
L'ús dels mateixos símbols per tota la comunitat científica és fonamental per a entendre els esquemes dels circuits.

És important remarcar que nosaltres treballarem amb símbols que representen models dels elements. Aquest model pot ser més o menys aproximat a la realitat. Òbviament intentarem que sigui prou aproximat, però no és el component físic per si mateix, i com a tal, mai no serà perfecte.

Així, per això, el primer que farem és veure com se simbolitzen els elements vistos fins ara:

- Una resistència (figura 4a).
- Un element que genera una diferència de potencial entre extrems (font de tensió, figura 4b).
- Un element que genera una intensitat a través seu (font de corrent, figura 4c).

Figura 4. Símbols de a) resistència, b) font de tensió i c) font de corrent.

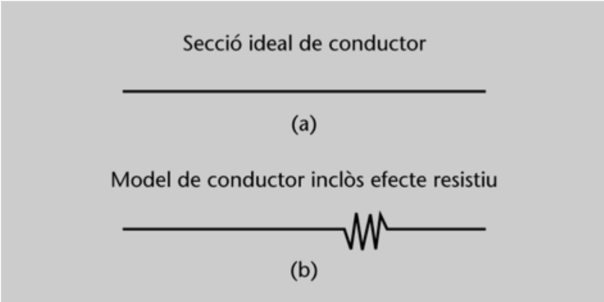


Un aclariment important: com a mínim a temperatura ambient (uns 25 °C), no existeix el conductor perfecte, és a dir, tot conductor presenta una resistència, per petita que sigui. Tanmateix, en els nostres esquemes suposarem que el conductor és ideal (i, de fet, la seva resistència és realment baixa), tal com es representa en la figura 5a. En cas que fos més gran, el que farem serà

En tots els esquemes de circuits, tret que s'indiqui el contrari, se suposa que el cable és un conductor ideal.

agrupar tot el seu comportament resistiu en una resistència. És a dir, continuarem considerant el conductor com a ideal i hi afegirem una resistència per simular que no ho és (figura 5b).

Figura 5. Visió ideal i real d'un conductor



Ja estem en condicions d'entendre el dibuix de la llanterna de la figura 1, o millor dit, el seu esquema elèctric. L'esquema mostra una pila (element amb una diferència de potencial entre extrems) unida mitjançant un cable a una resistència que es posa incandescent (i, per tant, emet llum) quan la travessa el corrent.

Superconductors

Hi ha certs materials, anomenats *superconductors*, capaços de conduir amb resistència 0 a temperatures molt baixes, de l'ordre de 100 K (recordeu que 0 °C són 273 K). Per a això, aquests materials s'han de refrigerar amb heli o nitrogen líquid, segons el material.

2. L'alimentació del circuit

Fins aquí hem vist els elements que constitueixen la base d'un circuit elèctric. Però, què fa que un circuit funcioni? D'on obté l'energia? Aquestes són algunes de les preguntes que respondrem en aquest apartat.

Seguint amb l'exemple de la llanterna, sembla clar que l'energia que permet que la bombeta s'encengui prové de les bateries o piles. De fet, una vegada les piles *es gastin*, deixaran de donar l'energia que necessita la bombeta per a emetre llum. Per tant, les piles són l'alimentació d'aquest circuit.

Intentem entendre una mica què succeeix en el circuit lligant-ho amb el que hem vist en l'apartat anterior. Segons hem comentat, mitjançant un treball, hem aconseguit moure electrons i generar una diferència de potencial (que col·loquialment seria tenir una pila o bateria). Mitjançant un conductor unim una bombeta als extrems de la bateria. Aquesta bombeta té un comportament resistiu –i addicionalment emet llum. El resultat és que el corrent flueix a través de la bombeta (que en realitat és la resistència del nostre circuit).

Si anomenem W el treball, es pot demostrar que hi ha una relació entre el treball i la diferència de potencial: $W = V/R^2$.

A partir d'aquest moment, tanmateix, ens oblidarem del procés físic en si i ens centrarem en els tipus de font d'energia que aplicarem als circuits, segons quin hi sigui el seu comportament. En aquest apartat, veurem en detall les característiques i el comportament dels dos tipus de font essencials que hi ha:

1) Les fonts que garanteixen una diferència de potencial entre els seus extrems, independentment del corrent que les travessa. Es coneixen com a **fonts de tensió** (subapartat 2.1).

2) Les fonts que garanteixen un flux de corrent a través d'elles, amb independència de la tensió entre els seus borns. Es coneixen com a **fonts d'intensitat** (subapartat 2.2).

Encara que en el món real no hi ha les fonts ideals (que hi ha algú que tingui una pila inesgotable i que doni una tensió o voltatge constant?), en general ens hi podrem aproximar per alguna de les anteriors, com a mínim durant un interval de temps.

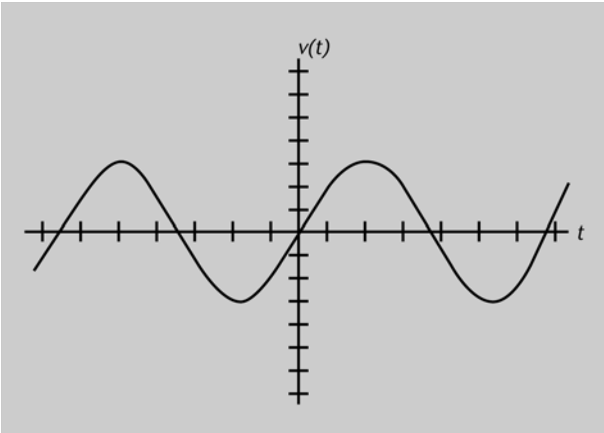
2.1. Fonts de tensió

Una font de tensió és un dispositiu que presenta una diferència de potencial entre els seus extrems. Aquesta diferència de potencial pot ser constant o variable amb el temps. En qualsevol cas, és independent del corrent que travessa la font.

En el cas que la diferència de potencial que presenta el dispositiu sigui constant, parlarem d'una **font de tensió contínua**. Una aproximació seria una pila convencional (per exemple, d'1,5 V). D'altra banda, si la tensió entre extrems varia periòdicament en magnitud i sentit, parlarem de **font de tensió alterna**. Per exemple, una font de tensió alterna podria presentar una tensió entre extrems que variés tal com es mostra en la figura 6.

La tensió de la xarxa elèctrica domèstica és alterna.

Figura 6. Variació sinusoïdal d'una font de tensió

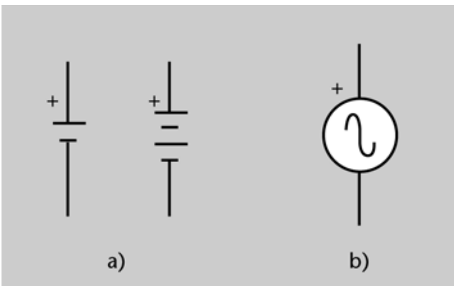


En la figura s'aprecia que la tensió entre extrems (en moltes ocasions parlem també de *borns* o *terminals*) va canviant en funció del temps de forma sinusoïdal. Hem posat aquest exemple perquè és el tipus de font alterna més habitual i, de fet, és el tipus de tensió que arriba a les nostres cases.

En la nostra anàlisi de circuits començarem analitzant circuits que continguin només fonts de corrent continu i, a continuació, abordarem circuits de corrent altern (serà en els mòduls "Circuits dinàmics" i "Circuits en corrent altern"). Aquest tipus d'anàlisi es fa habitualment amb senyals sinusoïdals com el que acabem de veure en la figura 6.

Per a representar una font en l'esquema d'un circuit s'utilitzen els símbols mostrats en la figura 7. En la 7a es mostren els símbols per a fonts de tensió en corrent continu, i en la 7b per a fonts de tensió en corrent altern. Noteu que en el cas de les fonts en corrent continu s'indica sempre quin extrem correspon al pol positiu mitjançant un signe "+". En les fonts de tensió en corrent altern, es simbolitza a vegades per a indicar el criteri de signe positiu que prenem per a ella.

Figura 7. Representació de les fonts de tensió en a) corrent continu i b) corrent altern



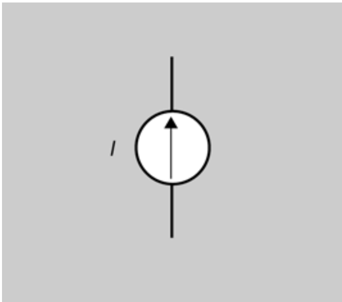
2.2. Fonts d'intensitat

Encara que potser estiguem més habituats a les fonts de tensió, estudiarem també les fonts d'intensitat, que garanteixen una intensitat determinada a través seu –sia constant o variable. Aquesta intensitat és independent de la tensió entre borns. Igual que en el cas de les fonts de tensió, hi ha fonts d'intensitat contínua i d'intensitat alterna, segons el tipus d'intensitat que generin.

En algunes bibliografies, les *fonts d'intensitat* figuren també com a *fonts de corrent*. Podem utilitzar tots dos termes indistintament.

El símbol habitual per a una font d'intensitat és el que es mostra en la figura 8.

Figura 8. Representació de les fonts d'intensitat



3. La llei d'Ohm

Si tornem al nostre circuit de la figura 1, hi ha una relació entre diferència de potencial aplicada en els extrems de la resistència (en aquest cas, la bombeta), la resistència en si, i la intensitat de corrent que hi passarà. Donada una resistència, la intensitat que hi circula serà més gran com més gran sigui la tensió aplicada, i aquesta relació és el que es coneix com a **llei d'Ohm**.

Origen de la llei d'Ohm

La llei d'Ohm deu el seu nom al físic i matemàtic alemany Georg Simon Ohm (1787-1854). Tanmateix, el descobriment de la llei el va fer Henry Cavendish el 1871.

La **llei d'Ohm** estableix la relació matemàtica entre tensió (*V*), intensitat (*I*) i resistència (*R*). En concret, afirma que la intensitat que circula entre dos punts d'un circuit és directament proporcional a la diferència de potencial que hi ha entre aquests punts i inversament proporcional a la resistència entre ells. És a dir:

$$I = \frac{V}{R} \tag{4}$$

Nosaltres treballarem sempre sota aquesta suposició, encara que cal tenir en compte que en el cas real, si apliquem una tensió molt elevada, el corrent serà major que el que pot suportar el dispositiu i en provocarà la seva ruptura.

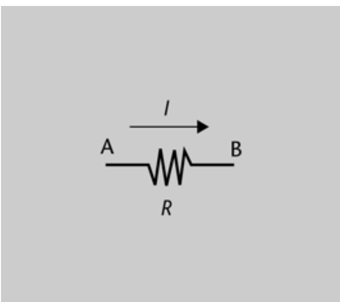
Segons hem anticipat, aquesta relació es pot expressar matemàticament com mostra l'equació 4.

Una nota important de cara a la resolució de problemes: per conveni, el corrent que apareix en la llei d'Ohm és el corrent que entra pel terminal positiu de la tensió definida en borns de la resistència (*V* és una caiguda de tensió). Si el corrent entrés pel terminal negatiu caldria afegir un signe menys en l'equació.

Exemple 1

Suposem el circuit de la figura 9, on la tensió V_{AB} (la caiguda de tensió entre els punts A i B) és de 10 V i el valor de la resistència és de 1.000 Ω:

Figura 9. Circuit per a exemplificar la llei d'Ohm



Segons la llei d'Ohm, la intensitat que circularà per la resistència (I) serà de:

$$I = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{10\ \text{V}}{1.000\ \Omega} = 0{,}01\ \text{A} \tag{5}$$

És molt important ser especialment curós amb les unitats amb què treballem. Per a evitar errors en els problemes, és important expressar sempre les magnituds en les seves unitats bàsiques del sistema internacional. És a dir, sempre que operem expressarem les resistències en ohms (Ω), les tensions en volts (V) i les intensitats en amperes (A). Al final del problema, podrem expressar el resultat en altres unitats si és més convenient. Així, en l'exemple anterior, la intensitat és de 0,01 A o bé de 10 mA (mil·liamperes). El més habitual en aquest cas seria donar la intensitat com a:

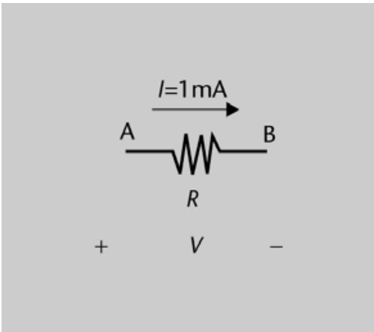
En l'annex 1 trobareu els múltiples i submúltiples més habituals en treballar amb magnituds elèctriques.

$$I = 10\ \text{mA} \tag{6}$$

Exemple 2

En un circuit mesurem un corrent d'1 mA que circula a través d'una resistència de 1.000 Ω segons es mostra en la figura 10. Quina és la tensió entre extrems de la resistència?

Figura 10. Circuit per a avaluar la diferència de potencial aplicant la llei d'Ohm



En primer lloc, passarem a amperes el corrent que ens indica el problema. Podem fer el canvi aplicant-hi factors de conversió (mireu l'annex 1 del mòdul "Annexos"):

$$1\ \text{mA} = 1\ \text{mA}\frac{1\ \text{A}}{1.000\ \text{mA}} = 10^{-3}\,\text{A} \tag{7}$$

Moltes vegades, en lloc de dir "la tensió entre extrems de la resistència" es parla de "la tensió que cau en la resistència".

La tensió entre extrems de la resistència es calcula a partir de la llei d'Ohm (equació 4), aïllant la tensió, com es mostra a continuació:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow V = IR \Rightarrow V = 0{,}001\ \text{A} \cdot 1.000\ \Omega = 1\ \text{V} \tag{8}$$

És a dir, que la diferència de potencial o tensió entre extrems de la resistència serà d'1 V.

En l'exemple 2, hem vist que a partir de la llei d'Ohm podem calcular la tensió si coneixem la intensitat i la resistència. Igualment, si coneixem la tensió i la intensitat, podem calcular la resistència que presenta el circuit. Matemàticament:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow R = \frac{V}{I} \tag{9}$$

Abans de seguir endavant, és important dir que la llei d'Ohm és vàlida només mentre la resistència treballa en el que anomenem **zona lineal**: noteu que l'equació $V = IR$ correspon a una recta el pendent de la qual és R. Si augmentéssim molt la tensió sobre una resistència, aquesta deixaria de comportar-se segons l'equació i apareixerien comportaments 'no lineals'. De fet, en el límit, si augmentéssim molt la tensió, arribaria un moment en què es cremaria la resistència.

Tots els components que analitzem en la teoria de circuits presenten, en general, una zona lineal. En l'assignatura, i per al cas concret de les resistències, **treballarem sempre en unes condicions en què es compleixi la llei d'Ohm**. Mentre treballem amb valors de tensió i/o intensitat adequats per al component, el model serà vàlid. Recordeu que estem treballant amb models d'elements que no deixen de ser aproximacions al comportament real.

4. Associació d'elements bàsics

Els dos exemples que hem vist en l'apartat 3 consten únicament d'una font de tensió i una resistència. Si en comptes d'analitzar una llanterna, haguéssim escollit com a exemple una ràdio, un telèfon, un televisor, o gairebé qualsevol altre aparell ens hauríem trobat amb altres tipus d'elements, a més de les resistències.

En aquest apartat, veurem com es comporten diversos elements d'un mateix tipus en un circuit. Començarem analitzant les diverses maneres com es poden combinar (subapartat 4.1); i, a continuació, mostrarem com es tracten les resistències (subapartat 4.2), les fonts de tensió (subapartat 4.3) i les fonts d'intensitat (subapartat 4.4) combinades en totes les formes possibles.

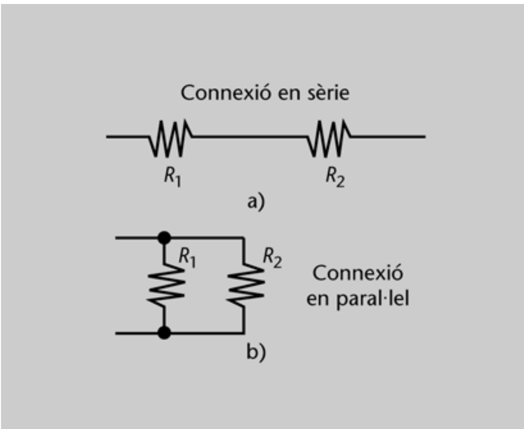
4.1. Tipus d'associació

Analitzem ara com agrupar els elements ja estudiats: resistències, fonts de tensió i fonts d'intensitat. Hi ha dues maneres de fer-ho:

- En sèrie, quan circula la mateixa intensitat a través d'ells. En la figura 11a podeu veure dues resistències en sèrie.

- En paral·lel, quan presenten la mateixa diferència de potencial entre els seus extrems. En la figura 11b podeu veure dues resistències en paral·lel.

Figura 11. Resistències col·locades a) en sèrie i b) en paral·lel



A continuació, veurem com es duen a terme aquestes associacions en sèrie i en paral·lel amb resistències (subapartat 4.2), fonts de tensió (subapartat 4.3) i fonts de corrent (subapartat 4.4).

4.2. Resistències

La llei d'Ohm (equació 4) es pot aplicar a una resistència, però també es pot aplicar a un circuit. En aquest cas, *R* seria la resistència que ofereix el circuit al pas del corrent entre els punts on es calcula la diferència de potencial.

Quan en un circuit tenim diverses resistències connectades entre si podem substituir-les per una de sola que equivalgui a tot el conjunt. D'aquesta manera, podem simplificar l'anàlisi del circuit.

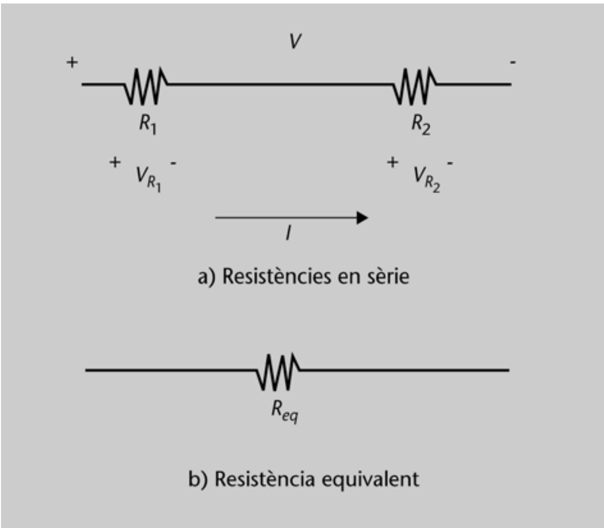
Per tant, buscar la resistència equivalent d'un conjunt de resistències donades serà trobar la resistència única que permeti substituir tot el conjunt i que es comporti de la mateixa manera. Això comporta que presenti la mateixa tensió i circulació de corrent entre extrems.

Per a calcular la resistència equivalent, farem servir la llei d'Ohm, analitzant separadament el cas de l'associació en sèrie (subapartat 4.2.1) i de l'associació en paral·lel (subapartat 4.2.2).

4.2.1. Associació en sèrie

En la figura 12a podeu veure dues resistències, R_1 i R_2, col·locades en sèrie, per les quals circula una intensitat *I*, que per ser en sèrie és la mateixa per a totes dues, i amb una diferència de potencial *V* en els seus extrems. La caiguda de tensió en cada una de les resistències la simbolitzem com a V_{R_1} i V_{R_2} respectivament.

Figura 12. Associació de resistències en sèrie



La caiguda de tensió (*V*) entre extrems serà la suma de les caigudes en cadascuna de les resistències. Segons la llei d'Ohm, la caiguda en cadascuna d'elles és *V* = *IR*. Per tant, la caiguda de tensió total serà:

$$V = V_{R_1} + V_{R_2} \tag{10}$$

I com:

$$V_{R_1} = IR_1$$
$$V_{R_2} = IR_2 \quad (11)$$

Resulta, introduint les equacions 11 en la 10:

$$V = IR_1 + IR_2 = I\,(R_1 + R_2) \quad (12)$$

I per a la resistència equivalent s'haurà de complir que:

$$V = IR_{eq} \quad (13)$$

On R_{eq} simbolitza la resistència equivalent (figura 12b).

Atès que el voltatge i la intensitat han de ser els mateixos en les equacions 12 i 13 podem igualar-los, amb la qual cosa obtenim:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \quad (14)$$

L'equació 14 mostra com calcular la resistència equivalent a dues resistències en sèrie a partir de les resistències individuals.

En el cas general, per a *n* resistències col·locades en sèrie, la resistència equivalent és el resultat de la suma de totes elles.

És a dir, la resistència equivalent a un conjunt de *n* resistències col·locades en sèrie és igual a la suma de totes les resistències. Matemàticament:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n \quad (15)$$

Si utilitzem la notació de sumatori (Σ), tenim que la resistència equivalent a l'associació sèrie de *n* resistències és:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i \quad (16)$$

És a dir, la resistència equivalent és el sumatori de les resistències R_i, amb *i* des d'1 fins a *n*.

Exemple 3

Suposeu que en el circuit de la figura 12 els valors de les resistències són R_1 = 1.000 Ω i R_2 = 500 Ω. Determineu la resistència equivalent.

Segons acabem de veure la resistència equivalent vindrà donada per l'equació 15. En aquest cas, com que hi ha dues resistències, serà:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \quad (17)$$

Per tant, en aquest cas:

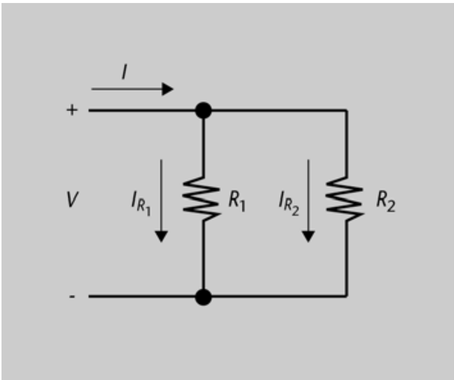
$$R_{eq} = 1.000 + 500 = 1.500\ \Omega \tag{18}$$

Que és la resistència equivalent sol·licitada.

4.2.2. Associació en paral·lel

En la figura 13 podeu veure dues resistències, R_1 i R_2, col·locades en paral·lel, per les quals circulen intensitats I_{R_1} i I_{R_2} respectivament. En aquest cas, la tensió és la mateixa en els extrems de totes les resistències (V), mentre que la intensitat que circula per cada resistència és diferent.

Figura 13. Associació de resistències en paral·lel



Si de nou apliquem la llei d'Ohm veiem que:

$$\begin{aligned} I_{R_1} &= \frac{V}{R_1} \\ I_{R_2} &= \frac{V}{R_2} \end{aligned} \tag{19}$$

La intensitat equivalent per a tot el circuit haurà de complir:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} \tag{20}$$

La intensitat que circula per la resistència equivalent serà la suma de les intensitats que circulen per cada resistència. A més, gràficament veiem que $I_{R_{eq}} = I_{R_1} + I_{R_2}$, per la qual cosa, a partir de les equacions 19 i 20:

Pensem que la intensitat que arriba a un punt de bifurcació en un circuit es distribueix entre els diferents components. Ho veurem formalment més endavant en aquest mateix mòdul, quan estudiem les lleis de Kirchhoff.

$$I = I_{R_1} + I_{R_2} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \tag{21}$$

Si s'igualen les equacions 20 i 21 s'obté la resistència equivalent (figura 12b):

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \tag{22}$$

o el que és el mateix,

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \tag{23}$$

L'equació 23 mostra com calcular la resistència equivalent a dues resistències en paral·lel a partir, únicament, de les resistències.

En el cas general per a *n* resistències col·locades en paral·lel, la resistència equivalent és determinada per l'invers de la suma dels inversos de les resistències originals. Matemàticament això se simbolitza com:

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}} \tag{24}$$

Per al cas concret de l'associació en paral·lel entre **dues resistències**, es pot obtenir una fórmula simplificada:

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \tag{25}$$

És a dir, la resistència equivalent de l'associació de **dues resistències** es pot calcular amb la fórmula següent:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \tag{26}$$

Exemple 4

Per al circuit de la figura 13, determineu la resistència equivalent si $R_1 = 200\ \Omega$ i $R_2 = 300\ \Omega$.

En aquest cas, segons l'equació 23, trobem que:

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \Rightarrow R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{200} + \frac{1}{300}} = 120\ \Omega \tag{27}$$

que és la resistència buscada.

Una anotació final sobre l'associació en paral·lel. En moltes ocasions, se simbolitza l'associació en paral·lel amb la simbologia ||. Així, per exemple, $R_1 || R_2$ indica la resistència resultant del paral·lel entre R_1 i R_2. En els problemes utilitzarem sovint aquesta notació.

4.3. Fonts de tensió

La manera d'operar quan tenim una associació de diverses fonts de tensió consisteix, com en el cas de les resistències, a trobar una font única concreta per a la qual si se substituís tot el conjunt per aquesta font única, el circuit es comportaria de la mateixa manera. La tensió donada per aquesta font s'anomena **tensió equivalent**.

El nostre problema consistirà, llavors, a trobar la tensió equivalent a la donada per una agrupació de diverses fonts de tensió. A priori, cal pensar que, com les resistencies, podran agruparse en sèrie (subapartat 4.3.1) i en paral·lel (subapartat 4.3.2), encara que, com veurem, no sempre serà possible aquest últim tipus d'associació.

4.3.1. Associació en sèrie

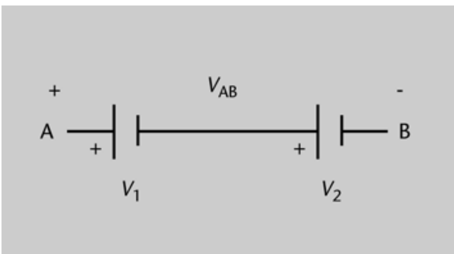
Per al càlcul de la font equivalent utilitzarem que la tensió equivalent entre borns és igual a la suma de tensions de les diferents fonts.

La font equivalent a un conjunt de fonts en sèrie és igual a la suma de les tensions individuals de cada font, considerant el signe de cadascuna. És a dir:

$$V_{eq} = V_1 + V_2 + \ldots + V_n = \sum_{i=1}^{n} V_i \tag{28}$$

En l'apartat 6 tractarem més en detall els signes. Tot i així, podem avançar ara que si anem del punt A al punt B i volem calcular la diferència de potencial total, es calcularà com la suma de tensions individuals. Aquesta tensió serà positiva si entrem pel born positiu de la font i negativa en cas contrari. En les figures 14 i 15 s'il·lustra aquesta situació.

Figura 14. Fonts de tensió connectades en sèrie



En la figura 14 podeu veure dues fonts V_1 i V_2 entre dos punts A i B. Si volem calcular la caiguda de tensió total entre A i B, el que fem és recórrer el camí i sumar les diferents fonts que anem trobant considerant els seus signes.

Exemple 5

Suposem que les fonts de la figura 14 són de valor V_1 = 5 V i V_2 = 3 V. Determineu la caiguda de tensió entre els punts A i B.

En aquest cas:

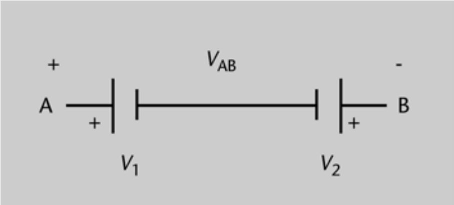
$$V_{AB} = |V_1| + |V_2| = 5 \text{ V} + 3 \text{ V} = 8 \text{ V} \quad (29)$$

que és el valor sol·licitat.

Recordeu que el símbol |x| simbolitza el valor absolut de la variable *x*.

En la suma hem utilitzat el signe de valor absolut perquè el que fem és prendre el valor de la tensió de cada font, i sumar o restar segons quina sigui la seva posició relativa. És a dir, el signe no és intrínsec a la font, sinó que depèn de la seva posició en el circuit.

Figura 15. Circuit d'exemple de càlcul de diferència de potencial



En la figura 15 podeu veure les dues mateixes fonts que en la figura 14, però en aquest cas fixeu-vos que si anem de A a B, ens trobem amb el born negatiu de V_2.

Exemple 6

Suposem que les fonts de tensió de la figura 15 són V_1 = 5 V i V_2 = 3 V. Determineu la caiguda de tensió entre A i B.

$$V_{AB} = |V_1| - |V_2| = 5\,V - 3\,V = 2\,V \quad (30)$$

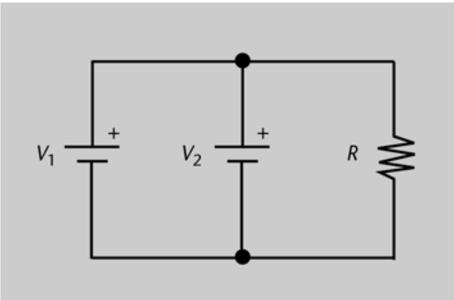
Notem que, en anar de A a B, entrem per la part positiva de V_1 i, per això, la seva tensió suma. Seguim el camí i entrem per la negativa de V_2 i, per això, la seva tensió resta. Si el resultat V_{AB} fos negatiu, llavors la font equivalent seria una font de valor $|V_{AB}|$ col·locada en el sentit de V_2.

És important entendre bé aquests exemples. Els errors de signes són freqüents en la resolució de problemes de circuits.

4.3.2. Associació en paral·lel

En el cas de l'associació de fonts en paral·lel, comencem pensant què significa unir dues fonts en paral·lel. Seguint amb l'exemple de la llanterna, seria alimentar la bombeta amb dues piles (V_1 i V_2) que tenen units els seus pols positius i els seus pols negatius, com es mostra en la figura 16.

Figura 16. Fonts de tensió en paral·lel



Si les piles són idèntiques, no hi ha problema, ja que la diferència de potencial entre A i B (V_{AB}) és la que dóna qualsevol de les dues piles. L'únic que passarà és que el corrent que circularà per la resistència provindrà en part de V_1 i en part de V_2.

Ara bé, què passa si col·loquem en paral·lel fonts de tensió de diferent valor? En teoria, això no podríem fer-ho. Encara que no ho hem enunciat formalment, en tot circuit es compleix que:

> La diferència de potencial entre dos punts qualssevol (anomenem-los A i B) d'un circuit s'obté sumant les diferents tensions entre A i B. El resultat serà el mateix independentment del camí que seguim per arribar de A a B.

En el circuit de la figura 16, si seguíssim el camí que passa per V_1 obtindríem una diferència de potencial corresponent a la de la font V_1 i, si seguíssim el camí que passa per V_2, seria la de la font V_2. Si fossin diferents, contradiríem el fet que la tensió ha de ser la mateixa independentment del camí que se segueixi per a arribar d'un punt a l'altre. Per tant, V_1 i V_2 han de ser iguals.

En el món real, si la diferència de tensió no és excessiva, el que passa és que forcem les fonts, ja que treballen d'una manera que no és natural. En qualsevol cas, i a tall de resum, no s'han de col·locar mai fonts de tensió de diferent voltatge en paral·lel, ja que correm el risc de danyar-les.

4.4. Fonts d'intensitat

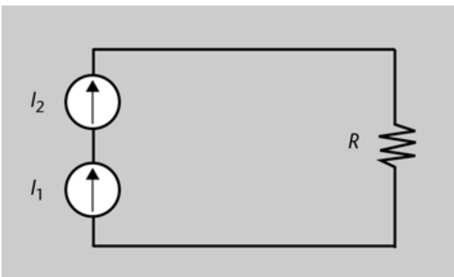
La manera d'operar quan tenim una associació de diverses fonts d'intensitat consisteix, una vegada més, a trobar una única font d'intensitat concreta perquè es pugui substituir tot el conjunt per aquesta font. La intensitat donada per aquesta font s'anomena **intensitat equivalent**.

Així, en el cas de fonts d'intensitat, haurem de trobar la intensitat equivalent a la donada per una agrupació de diverses fonts d'intensitat. En principi es podran agrupar en sèrie (subapartat 4.4.1) i en paral·lel (subapartat 4.4.2). Tanmateix, així com no sempre es podien associar fonts de tensió en paral·lel, veurem que no sempre serà possible associar fonts d'intensitat en sèrie.

4.4.1. Associació en sèrie

En la figura 17 podeu veure un circuit amb dues fonts d'intensitat, I_1 i I_2 col·locades en sèrie.

Figura 17. Fonts d'intensitat en sèrie



Si $I_1 = I_2$, llavors la intensitat total I_T que circularà per aquest circuit serà:

$$I_T = I_1 = I_2 \tag{31}$$

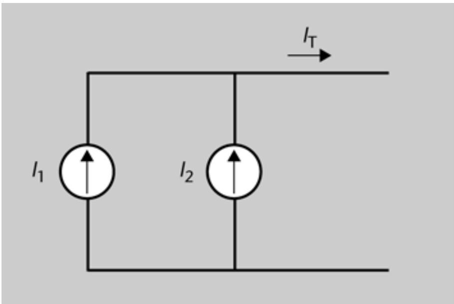
I, com hem comentat anteriorment, no es poden col·locar les fonts si són d'intensitats diferents, ja que cada font intentaria forçar un valor de corrent diferent. Això no és possible, ja que el corrent que hi passa ha de ser el mateix per la constitució en sèrie del circuit.

4.4.2. Associació en paral·lel

En la figura 18 podeu veure dues fonts d'intensitat I_1 i I_2 col·locades en paral·lel.

Fem servir indistintament els noms d'*intensitat* i *corrent*.

Figura 18. Fonts de corrent en paral·lel



En aquest cas, la intensitat total que circula pel circuit serà determinada per:

$$I_T = I_1 + I_2 \tag{32}$$

És a dir, la font equivalent serà aquella que genera un corrent igual que la suma de les dues fonts.

Per tant, la font d'intensitat equivalent a un conjunt de fonts d'intensitat col·locades en paral·lel, té com a valor la suma de les diferents fonts individuals. Si tal com hem fet utilitzem la notació de sumatori, això suposa:

$$I_T = \sum_{i=1}^{n} I_i \tag{33}$$

Exemple 7

Suposeu que les dues fonts d'intensitat de la figura 18 són de 2 mA i 5 mA. Determineu quina seria la font de corrent equivalent.

En aquest cas i segons l'equació 33, la font equivalent serà aquella que proporcioni una intensitat:

$$I_T = I_1 + I_2 \Rightarrow I_T = 2\ \text{mA} + 5\ \text{mA} = 7\ \text{mA} \tag{34}$$

que és el valor buscat.

Probablement, arribats a aquest punt teniu alguns dubtes sobre els signes dels corrents, o us pregunteu què passa si tenim circuits més complicats que els que hem vist fins ara, amb diverses resistències en sèrie i en paral·lel i fonts col·locades de diverses maneres. En l'apartat següent, que tracta sobre les lleis de Kirchhoff, respondrem aquestes preguntes.

5. Les lleis de Kirchhoff

Les lleis de Kirchhoff són una eina bàsica per a l'anàlisi de circuits, que ens permetrà abordar circuits bastant complexos d'una manera senzilla i sistemàtica.

Per a treballar-hi és imprescindible definir abans dos conceptes bàsics: el node i la malla.

Entendrem per **node** qualsevol punt del circuit que connecta tres o més dispositius.

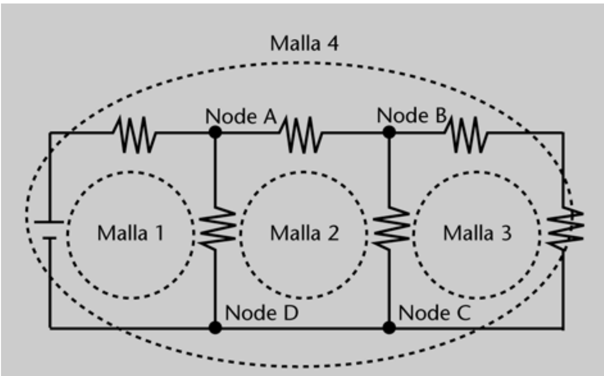
Concepte de node

Algunes bibliografies consideren node la connexió simple de dos elements. Nosaltres analitzarem com a node la connexió d'un mínim de tres, ja que, com veureu, és més pràctic per a resoldre els problemes d'anàlisi.

Entendrem per **malla** qualsevol camí tancat dins d'un circuit.

A tall d'exemple, en la figura 19 es mostra un circuit on podeu veure quatre nodes (A, B, C i D) i quatre malles (1, 2, 3 i 4). Els nodes es marquen amb punts gruixuts i les malles amb una línia discontínua.

Figura 19. Exemple simple de circuit indicant nodes i malles



A continuació, veurem la primera llei de Kirchhoff (subapartat 5.1) i la segona llei (subapartat 5.2). Una vegada fet això, abordarem un problema complet usant aquestes lleis (subapartat 5.3).

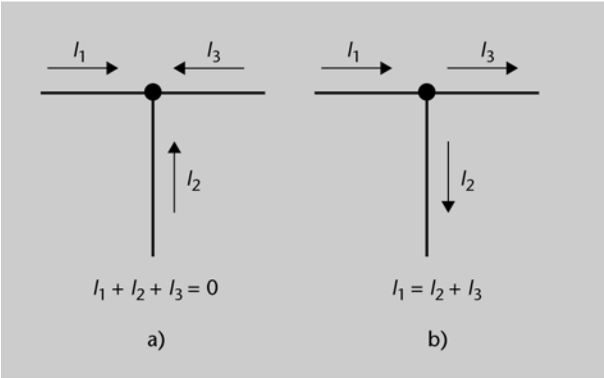
5.1. Primera llei de Kirchhoff o llei de Kirchhoff dels corrents

La primera llei de Kirchhoff, o llei de Kirchhoff dels corrents, afirma que la suma algebraica de les intensitats que entren en un node és nul·la en qualsevol instant de temps.

Aquesta llei diu simplement que en qualsevol node ni es crea ni es destrueix corrent. La primera llei ens està dient que la suma de corrents entrants és igual que la suma de corrents sortints (figura 20b). Si apliquem aquesta primera llei segons el seu enunciat de suma zero, haurem de considerar que el corrent que entra en el node és positiu, mentre que el corrent que hi surt serà negatiu (figura 20a).

Moltes vegades, es parla de la llei de Kirchhoff dels corrents com a KCL (*Kirchhoff Current Law*).

Figura 20. Gràfic que exemplifica la primera llei de Kirchhoff prenent diferents sentits per als corrents



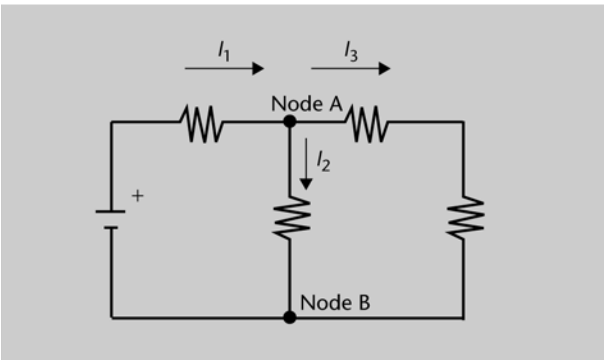
Abans d'exemplificar la primera llei de Kirchhoff, fem un incís sobre el tema dels signes dels corrents. Vam definir en l'apartat 1 que el corrent elèctric era el moviment d'electrons. Tot i així, en els circuits, el sentit que es defineix per a la intensitat és el contrari. És a dir: per conveni es pren la intensitat circulant del pol positiu cap al negatiu. Això és així simplement per raons històriques.

De tota manera, a efectes pràctics, això no comporta cap problema. Per conveni, segons hem comentat, considerem la intensitat com a positiva quan circula del pol positiu del generador de tensió cap al pol negatiu. Si en una malla no tenim cap idea de com circularan els corrents, no és problema: podem prendre qualsevol sentit i una vegada calculat el valor de la intensitat, si resulta que el valor obtingut és negatiu, indicarà que el sentit és el contrari que el suposat inicialment.

Exemple 8

Anem al circuit de la figura 21, sobre el qual s'han definit sentits per a les intensitats. Determineu la relació entre I_1, I_2 i I_3.

Figura 21. Anàlisi del circuit prenent sentits per als corrents



Els sentits presos per als corrents semblen els lògics. Suposem que un corrent I_1 surt del born positiu del generador. Arriba al node A, on es bifurca, i llavors una part va cap a I_2 i una altra, cap a I_3. Tots els corrents segueixen el seu curs, i en el node B tornen a unir-se una altra vegada. En aquest cas, la primera llei de Kirchhoff aplicada al node A diria el següent:

Perquè sigui més intuïtiu, aplicarem la llei en la forma 'corrents que entren al node igual a corrents que surten del node'.

$$I_1 = I_2 + I_3 \tag{35}$$

Noteu que la igualtat anterior és equivalent a la de l'enunciat original. Com que I_2 i I_3 surten del node, els apliquem signe negatiu. No ens deixem enganyar pels signes, és completament equivalent. Seria:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \tag{36}$$

i desplaçant I_2 i I_3 a l'altre costat de la igualtat resulta l'expressió que havíem obtingut anteriorment en l'equació 35.

5.2. Segona llei de Kirchhoff o llei de Kirchhoff de les tensions

La segona llei de Kirchhoff, o llei de Kirchhoff de les tensions, afirma que la suma algebraica de les tensions en una malla del circuit és zero.

Vegem per al mateix circuit de la figura 21 què diria la segona llei de Kirchhoff. Comencem per la malla 1. Sortirem des de qualsevol punt i hi tornarem. És important tenir en compte el següent:

Moltes vegades es parla de la llei de Kirchhoff de les tensions com a KVL (*Kirchhoff Voltage Law*).

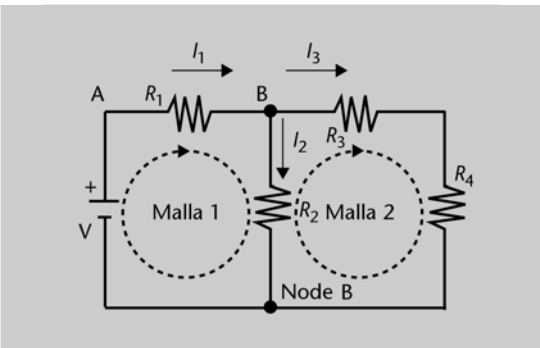
1) En general, sempre que entrem pel pol negatiu, considerarem una tensió negativa en el càlcul de la llei de Kirchhoff.

2) En les resistències, la caiguda de tensió –recordem la llei d'Ohm– és IR, essent I la intensitat que hi circula i R el seu valor. Si s'està recorrent una resistència en el sentit del corrent que hàgim definit, la caiguda de tensió serà positiva, i en cas contrari, negativa. Per a això, és important tenir dibuixat el sentit que hem suposat per a les intensitats en cada tram.

Analitzem ara què diu la llei de Kirchhoff de les tensions per a la primera malla del circuit de la figura 22. Tal com hem definit els corrents, per a la malla 1, sortint del punt A en sentit horari i tornant-hi, la segona llei de Kirchhoff diu:

$$+I_1R_1 + I_2R_2 - V = 0 \tag{37}$$

Figura 22. Exemplificació de la segona llei de Kirchhoff



Noteu que si haguéssim pres el sentit contrari en el recorregut, l'equació es compliria igualment. En aquest cas, entraríem al generador pel pol positiu, mentre que passaríem per les resistències en sentit contrari a les intensitats que els hem definit. Per tant, l'equació seria:

$$V - I_2R_2 - I_1R_1 = 0 \tag{38}$$

Equació d'idèntiques solucions que l'equació 37 (n'hi ha prou de multiplicar ambdós costats de la igualtat per –1).

5.3. Un problema complet amb les lleis de Kirchhoff

Suposem el circuit definit en la figura 22, amb les definicions de I_1, I_2 i I_3 tal com es mostren en aquesta figura. Hem de determinar les intensitats a cada branca i les caigudes de tensió a cada resistència. Els valors de les resistències són R_1 = 5 Ω, R_2 = 10 Ω i R_3 = R_4 = 5 Ω i la font de tensió és de 5 V.

Recopilem les dades que hem obtingut en els subapartats anteriors. Segons el que hem vist, la primera llei o llei dels corrents, diu:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \tag{39}$$

Mentre que aplicant la segona llei, o llei de les tensions, a la malla indicada com a "Malla 1" hem obtingut:

$$+I_1R_1 + I_2R_2 - V = 0 \tag{40}$$

Apliquem també la segona llei a la malla definida com a "Malla 2". Partim del punt B i hi tornem en sentit horari. Trobarem que:

$$+I_3R_3 + I_3R_4 - I_2R_2 = 0 \tag{41}$$

És important entendre el signe negatiu de l'equació anterior. Atès que estem recorrent R_2 en sentit contrari que el que marca I_2 –que és el corrent que hi circula–, el seu signe és negatiu.

Ordenem una mica les equacions anteriors:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ I_1R_1 + I_2R_2 = V \\ -I_2R_2 + I_3(R_3 + R_4) = 0 \end{cases} \tag{42}$$

On R_1, R_2, R_3, R_4 i V són dades del problema. Resulta, per tant, un sistema de tres equacions amb tres incògnites (les intensitats I_1, I_2, I_3). Aquest sistema es pot resoldre mitjançant qualsevol mètode de resolució de sistemes d'equacions, tant algebraic (reducció, igualació, substitució) com matricial (Cramer, Gauss). Resolent el sistema concret del nostre exemple, obtenim:

$$\begin{aligned} I_1 &= 0{,}5 \text{ A} \\ I_2 &= 0{,}25 \text{ A} \\ I_3 &= 0{,}25 \text{ A} \end{aligned} \tag{43}$$

I, per tant, segons la llei d'Ohm, les caigudes de tensió en cada resistència són:

$$
\begin{aligned}
V_1 &= I_1R_1 = 0{,}5 \cdot 5 = 2{,}5 \text{ V} \\
V_2 &= I_2R_2 = 0{,}25 \cdot 10 = 2{,}5 \text{ V} \\
V_3 &= I_3R_3 = 0{,}25 \cdot 5 = 1{,}25 \text{ V} \\
V_4 &= I_3R_4 = 0{,}25 \cdot 5 = 1{,}25 \text{ V}
\end{aligned} \tag{44}
$$

que correspon als valors buscats.

6. Eines bàsiques d'anàlisi

La llei d'Ohm i les lleis de Kirchhoff són la base de l'anàlisi de circuits. En qualsevol cas, vegem un conjunt de tècniques que ens serà molt útil en la resolució de circuits: els divisors de tensió i corrent (subapartat 6.1.), el principi de superposició (subapartat 6.2) i els equivalents de Thévenin i Norton (subapartats 6.3 i 6.4).

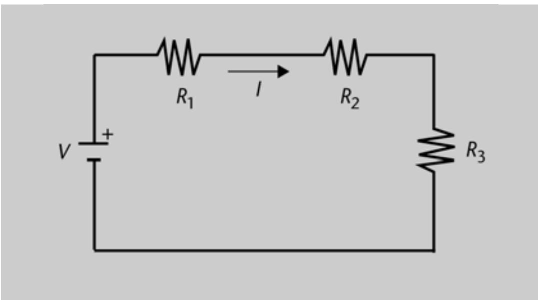
6.1. Divisors de tensió i corrent

Els divisors de tensió i corrent sorgeixen per aplicació directa de la llei d'Ohm.

En circuits on una font de tensió alimenta un conjunt de resistències en sèrie, la tensió es divideix entre elles de manera proporcional al valor de cadascuna.

És a dir, que donat un circuit amb una font de tensió i diverses resistències, com més gran sigui el valor de la resistència, més gran serà la caiguda de tensió que hi ha. De fet, això no és nou, sinó simplement una aplicació directa de la llei d'Ohm. Suposem un circuit simple com el que podeu veure en la figura 23, només amb tres resistències (R_1, R_2 i R_3) i una font de tensió V. Per les resistències circula una intensitat I.

Figura 23. Circuit per a analitzar el divisor de tensió



Segons la segona llei de Kirchhoff:

$$IR_1 + IR_2 + IR_3 - V = 0 \quad (45)$$

on, conegudes R_1, R_2, R_3 i V, només tenim la intensitat, I, com a incògnita. Si l'aïllem de l'equació anterior obtenim:

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (46)$$

I segons la llei d'Ohm, en cada resistència caurà un voltatge que correspon al producte del seu valor per la intensitat que hi circula. Per exemple, si apliquem la llei d'Ohm per a la resistència R_1, la caiguda de tensió que hi haurà en aquesta resistència serà:

$$V_1 = I \cdot R_1 = \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3} R_1 \Rightarrow V_1 = V \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad (47)$$

On, després del signe ⇒ (implica) s'ha reorganitzat l'equació per a tenir un terme dependent únicament de les resistències. Igualment, per a V_2 i V_3:

$$V_2 = I \cdot R_2 = \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3} R_2 \Rightarrow V_2 = V \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad (48)$$

$$V_3 = I \cdot R_3 = \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3} R_3 \Rightarrow V_3 = V \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad (49)$$

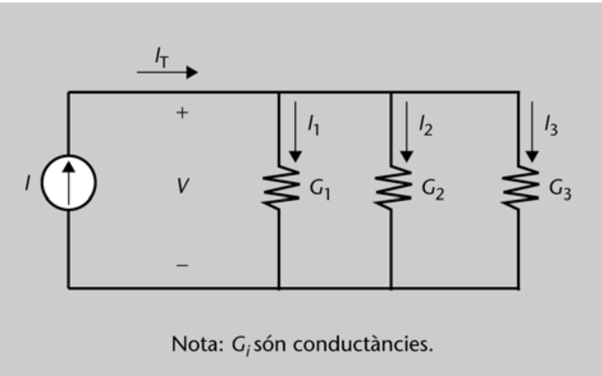
En el cas que tinguem circuits amb resistències en paral·lel es dóna un efecte anàleg. El que tindrem serà un divisor d'intensitat.

> Quan un corrent s'ha de bifurcar entre un conjunt de resistències en paral·lel, ho farà de manera proporcional a la conductància de cadascuna.

Reviseu el concepte de conductància en el subapartat 1.4.

Aquest cas és anàleg al que acabem de veure per a les fonts de tensió. En aquest cas, la intensitat intentarà circular pel camí que ofereix menor resistència (o el que és el mateix, major conductància). Aquesta conclusió no és més que una aplicació directa de la llei d'Ohm i la primera llei de Kirchhoff. Utilitzarem la figura 24 per a entendre el divisor d'intensitat.

Figura 24. Circuit per a exemplificar el divisor d'intensitat



Segons la llei de Kirchhoff dels corrents, tenim:

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 \qquad (50)$$

D'altra banda, cada resistència suporta una tensió V entre els seus extrems, per la qual cosa les intensitats que circulen per les diferents resistències són:

$$I_i = \frac{V}{R_i} = VG_i \tag{51}$$

per a i =1, 2, 3 en aquest cas. Si substituïm aquests valors en I_T , tenim:

Recordeu el concepte de conductància, G (subapartat 1.4.).

$$I_T = VG_1 + VG_2 + VG_3 \tag{52}$$

Per tant, la tensió sobre cada resistència és:

$$V = \frac{I_T}{G_1 + G_2 + G_3} \tag{53}$$

I si apliquem la llei d'Ohm, dividint la tensió per la resistència, obtenim el corrent que passa per cadascuna:

$$\begin{aligned}
I_1 &= \frac{V}{R_1} = VG_1 = \frac{I_T}{G_1 + G_2 + G_3} G_1 \Rightarrow I_1 = I_T \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_3} \\
I_2 &= \frac{V}{R_2} = VG_2 = \frac{I_T}{G_1 + G_2 + G_3} G_2 \Rightarrow I_2 = I_T \frac{G_2}{G_1 + G_2 + G_3} \\
I_3 &= \frac{V}{R_3} = VG_3 = \frac{I_T}{G_1 + G_2 + G_3} G_3 \Rightarrow I_3 = I_T \frac{G_3}{G_1 + G_2 + G_3}
\end{aligned} \tag{54}$$

Podem escriure les expressions anteriors en funció de les resistències:

$$\begin{aligned}
I_1 &= I_T \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \\
I_2 &= I_T \frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \\
I_3 &= I_T \frac{\frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}
\end{aligned} \tag{55}$$

On veiem que la intensitat es divideix proporcionalment a les conductàncies (o a la inversa de les resistències). Es pot dir que és més habitual treballar amb resistències que amb conductàncies.

6.2. Principi de superposició

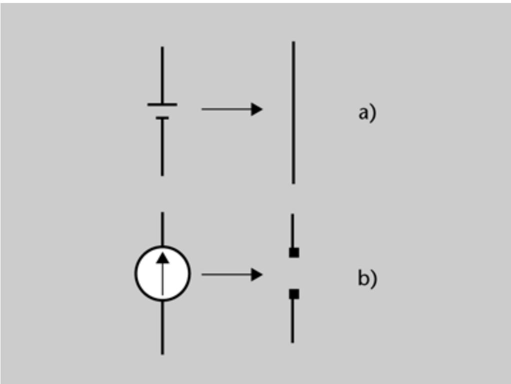
Un principi habitual en enginyeria és el de "divideix i venceràs". Aquest concepte, en el cas de l'anàlisi bàsica de circuits, és el principi de superposició, segons el qual:

> La resposta d'un circuit lineal amb diverses fonts de tensió i/o intensitat es pot obtenir com una suma de les respostes individuals de cadascuna d'elles.

Recordeu el comentari sobre linealitat de l'apartat 3.

És a dir, donat un circuit amb *n* fonts, calcularem la resposta considerant-les successivament per separat, mantenint nul·les la resta. En el cas d'un generador de tensió, anul·lar-lo significarà establir un **curtcircuit**, és a dir, la tensió entre els seus extrems és zero (figura 25a); i per a una font d'intensitat, anul·lar-la significarà que no hi circuli corrent i, per tant, serà un **circuit obert** (figura 25b).

Figura 25. Circuits equivalents de la font de a) tensió i b) corrent per a superposició

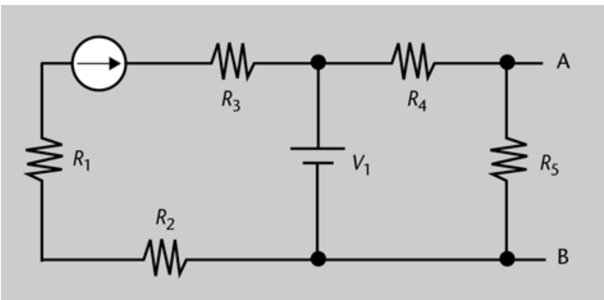


Noteu que els circuits equivalents comentats suposen realment anul·lar els dispositius. Anul·lar una font de tensió és fer que la seva tensió entre extrems sigui zero i anul·lar una intensitat, significa fer que la intensitat que la travessa sigui zero.

Exemple 9

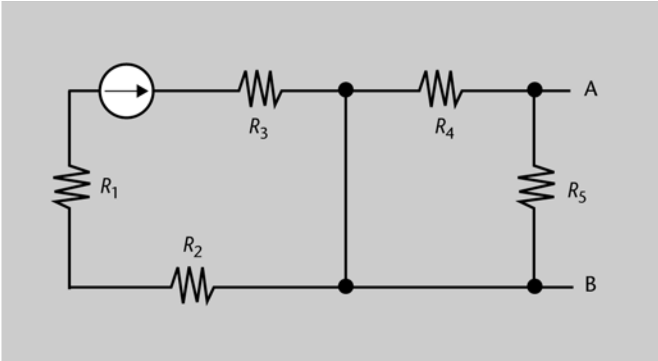
Calcularem la tensió V_{AB} en el circuit de la figura 26.

Figura 26. Circuit per a exemplificar el principi de superposició



Segons el principi de superposició, la sortida es pot calcular com a resposta a la suma separada de les dues fonts que hi intervenen. Per tant, si comencem per anul·lar la font de tensió V_1 tindrem el circuit de la figura 27, on podeu veure que s'ha anul·lat la font de tensió.

Figura 27. Circuit de la figura 26 anul·lant la font de tensió V_1



Si anomenem V_{AB1} la tensió resultant quan s'anul·la la font V_1, veiem que l'associació en sèrie entre R_4 i R_5 està en paral·lel amb un curtcircuit. Per aquest motiu, al conjunt de R_4 i R_5 no hi cau tensió i, per tant, tampoc no cau tensió a cap de les dues resistències. En concret, no cau tensió a R_5, de manera que podem afirmar que $V_{AB1} = 0$.

Verifiqueu V_{AB_1} mitjançant un divisor de corrent si no ho veieu clar.

Falta calcular la contribució de V_{AB2}, que s'obté anul·lant la font d'intensitat i substituint-la per un circuit obert –i recordem que per un circuit obert no hi circula corrent. En aquest cas, el que obtenim és un divisor de tensió:

$$V_{AB_2} = V_1 \frac{R_5}{R_4 + R_5} \tag{56}$$

Per tant, la tensió total V_{AB} serà:

$$V_{AB} = V_{AB_1} + V_{AB_2} = 0 + V_1 \frac{R_5}{R_4 + R_5} = V_1 \frac{R_5}{R_4 + R_5} \tag{57}$$

Arribats a aquest punt, noteu que els mètodes que estem comentant no són excloents. Aquest mateix problema el podríem haver resolt mitjançant les lleis de Kirchhoff. El que és important en cada cas és escollir el que *a priori* sembli més simple.

Resoleu el problema aplicant les lleis de Kirchhoff i verifiqueu-ne el resultat.

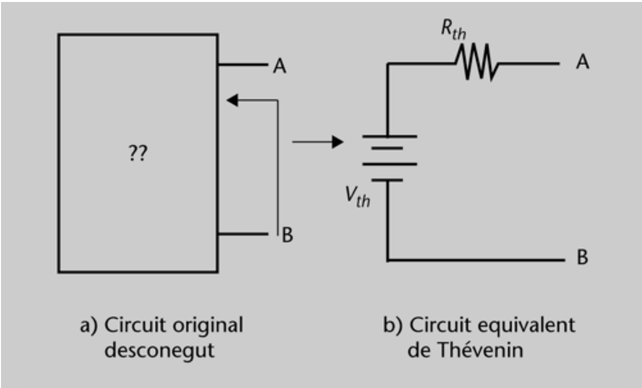
6.3. Teorema de Thévenin

En general, sempre que ens trobem amb un circuit, el nostre objectiu serà simplificar-lo el màxim possible. Per a això, una eina molt útil és el teorema de Thévenin, que permet reduir una xarxa de fonts i resistències a una resistència en sèrie amb una font de tensió.

El **teorema de Thévenin** diu que el comportament entre dos terminals d'un circuit lineal es pot substituir sempre per una font de tensió (V_{th}) en sèrie amb una resistència (R_{th}).

En la figura 28 podeu veure gràficament el teorema anterior. S'hi mostra com se substitueix un circuit genèric (figura 28a) per únicament una resistència en sèrie amb un generador de tensió (figura 28b). El que és important és que tots dos circuits tinguin un comportament idèntic.

Figura 28. a) Circuit original arbitrari i b) equivalent de Thévenin



Aquest teorema és útil per a la simplificació de circuits. Per al càlcul de l'equivalent de Thévenin necessitem avaluar:

- V_{th}: és la tensió entre els punts d'interès quan aquests punts es troben en circuit obert. En aquest cas, els punts A i B del circuit.

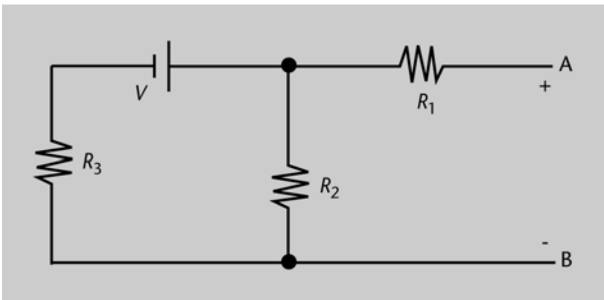
- R_{th}: és la resistència que es veu des dels terminals (de nou, els punts A i B en el nostre exemple), quan les fonts independents (de tensió i/o corrent) estan desactivades. Com hem dit anteriorment, desactivar una font de tensió equival a substituir-la per un curtcircuit, i desactivar una font de corrent equival a substituir-la per un circuit obert. És a dir, com hem fet en el principi de superposició, substituirem les fonts de tensió per un curtcircuit i les d'intensitat, per un circuit obert.

Exemple 10

Calculeu l'equivalent de Thévenin del circuit de la figura 29, on V = 15 V, R_1 = 1 kΩ, R_2 = 5 kΩ, R_3 = 10 kΩ.

En moltes bibliografies, per a donar els valors de les resistències és habitual ometre el símbol Ω quan es tracta de múltiples. Així, parlar d'una resistència d'1 K és equivalent a 1 kΩ.

Figura 29. Circuit per a exemplificar el teorema de Thévenin

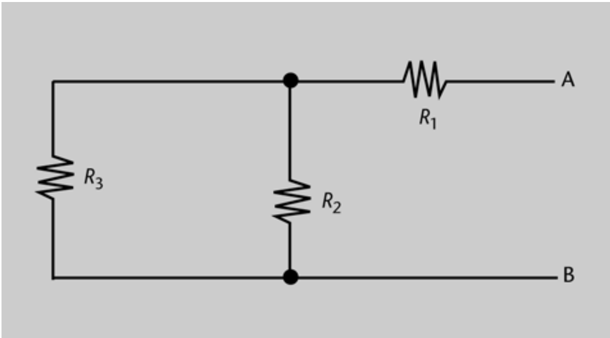


Segons hem vist podem substituir tot el circuit per una font de tensió i una resistència. Calculem en primer lloc la tensió de Thévenin (V_{th}). Aquesta tensió és la que hi ha entre els terminals (V_{AB}) en circuit obert. Notem que en aquest cas, no passa corrent per R_1 i, per tant, V_{th} és simplement un divisor de tensió. És a dir:

$$V_{th} = V\frac{R_2}{R_2 + R_3} \tag{58}$$

D'altra banda, per a calcular la resistència equivalent, anul·lem la font de tensió. Ens trobem així amb una associació de resistències: R_1 és en sèrie amb el paral·lel de R_2 i R_3, com podeu veure en la figura 30.

Figura 30. Circuit per a calcular R_{th}



Si denominem R_{23} al paral·lel de R_2 i R_3 tenim:

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \tag{59}$$

Resistència que ara cal associar en sèrie amb R_1. Per tant, la resistència de Thévenin és:

$$R_{th} = R_1 + R_{23} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \tag{60}$$

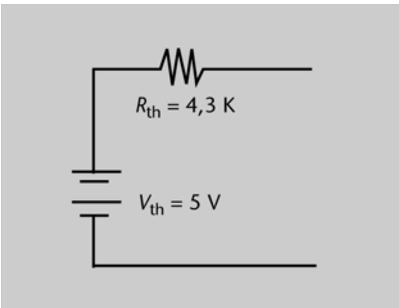
Amb la qual cosa, si considerem que V =15 V, R_1 = 1 K, R_2 = 5 K i R_3 = 10 K, obtenim:

$$\begin{aligned} V_{th} &= 5 \text{ V} \\ R_{th} &= 4{,}3 \text{ k}\Omega \end{aligned} \tag{61}$$

És important operar sempre en unitats del sistema internacional (volts, amperes, ohms) i finalment expressar el resultat en les unitats –múltiples o submúltiples– més adequades.

Així, doncs el circuit original és equivalent al circuit de la figura 31, amb una font de tensió de 5 V i una resistència de 4,3 kΩ.

Figura 31. Circuit equivalent de Thévenin

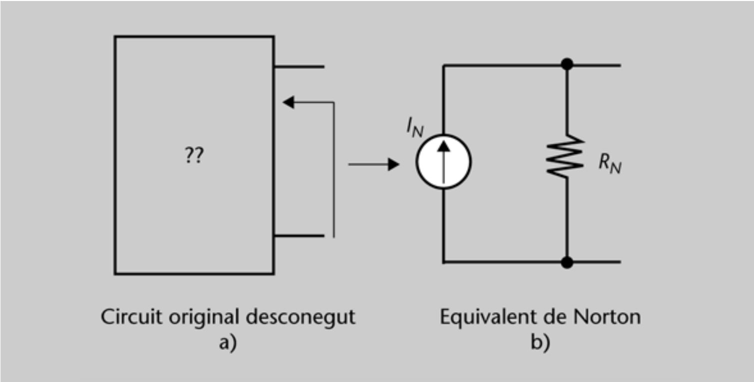


6.4. Teorema de Norton

El **teorema de Norton** diu que donat un circuit genèric amb resistències i fonts de tensió i corrent, és possible trobar un equivalent constituït per una font d'intensitat (I_N) en paral·lel amb una resistència (R_N).

Gràficament, podem representar el teorema com es mostra en la figura 32.

Figura 32. a) Representació d'un circuit arbitrari i b) el seu equivalent de Norton



Per al càlcul del circuit equivalent de Norton, necessitem avaluar:

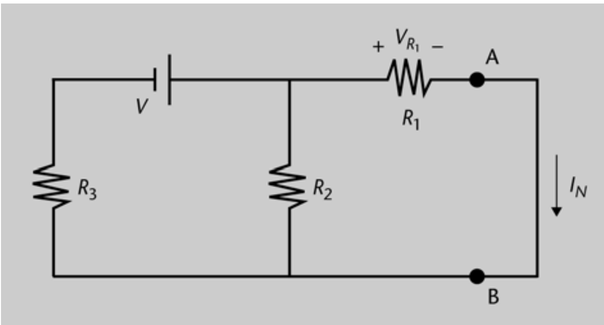
- I_N: és el corrent que circula entre els terminals quan els unim en un curtcircuit.
- R_N: és la resistència vista entre els terminals en desactivar les fonts de tensió i corrent, substituint-les pels seus circuits equivalents, tal com hem fet en el cas del circuit de Thévenin.

Exemple 11

Per al mateix circuit de l'exemple 10, determinarem l'equivalent de Norton.

- I_N: la calculem curtcircuitant els terminals AB i avaluant el corrent que circularia per aquest tram, tal i com es mostra a la figura 33:

Figura 33. Circuit per a calcular I_N



De fet, I_N és el corrent que circula per R_1. Per a calcular-la, apliquem la llei d'Ohm a R_1, per la qual cosa abans hem de calcular la tensió sobre R_1 en curtcircuitar A i B. Es tracta d'un divisor de tensió entre R_3 i el paral·lel de R_1 i R_2:

$$V_{R_1} = V\frac{(R_1 \parallel R_2)}{(R_1 \parallel R_2) + R_3} = 15\frac{(1\text{ K} \parallel 5\text{ K})}{(1\text{ K} \parallel 5\text{ K}) + 10\text{ K}} = 1{,}15\text{ V} \tag{62}$$

Noteu la notació dels paral·lels –la comentem en el subapartat 4.2.1–, i en les operacions amb k. Recordeu que 1 kΩ = 1.000 Ω. Realitzeu detalladament els càlculs per comprovar-ne el resultat.

Si desconeixeu els múltiples i submúltiples habituals, reviseu l'annex 1.

I per tant, el corrent que circula per R_1 que equival al corrent de Norton serà:

$$I_N = I_{R_1} = \frac{V_{R_1}}{R_1} = \frac{1{,}15\text{ V}}{1\text{ K}} = 1{,}15\text{ mA} \tag{63}$$

- R_N, la resistència de Norton, és la mateixa calculada en l'apartat anterior:

$$R_N = R_{th} = 4{,}3\text{ K} \tag{64}$$

7. Problemes resolts

Abans de començar la resolució de problemes, un incís sobre la notació, que ja hem comentat, però que convé remarcar. En molts casos, les resistències apareixeran marcades en els problemes amb el seu valor en múltiples, i se'n sobreentén la unitat. És a dir, una resistència, com per exemple R_1 = 5 K, és en realitat R_1 = 5 kΩ. Igualment, ens trobarem amb resistències com per exemple 1 M, que seria una resistència d'1 MΩ.

Reviseu en l'annex 1 els indicadors de múltiples i submúltiples de les unitats fonamentals.

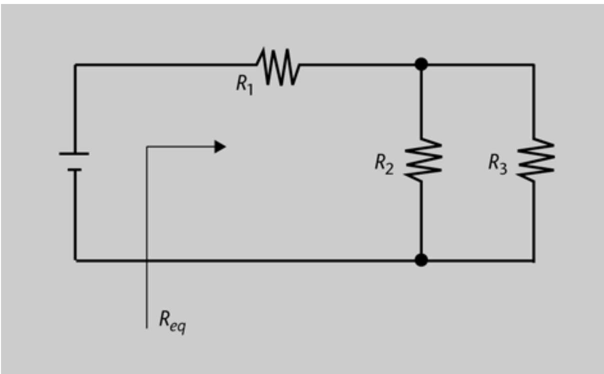
7.1. Enunciats

Problema 1

Calculeu la resistència equivalent del circuit de la figura 34 i la intensitat que surt del generador. Els valors de les resistències són R_1 = 7.000 Ω, R_2 = R_3 = 2.000 Ω. La font de tensió és de 16 V.

En el problema 1 usem la notació 5.000 Ω. Recordeu que també podríem haver-la expressat com a 5 kΩ.

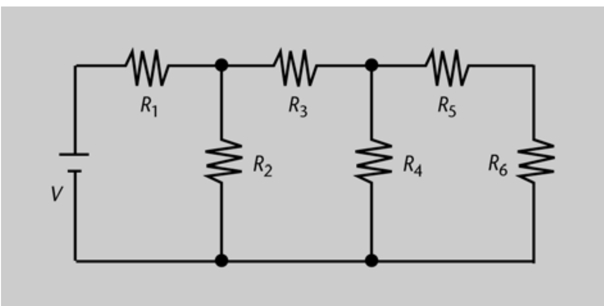
Figura 34. Circuit del problema 1



Problema 2

Calculeu la tensió V del generador de la figura 35 sabent que la intensitat que en surt és d'1 mA. Els valors de les resistències són R_1 = 5 K, R_2 =2 K, R_3 = 0,8 K, R_4 = 2 K, R_5 = 1 K, R_6 = 2 K.

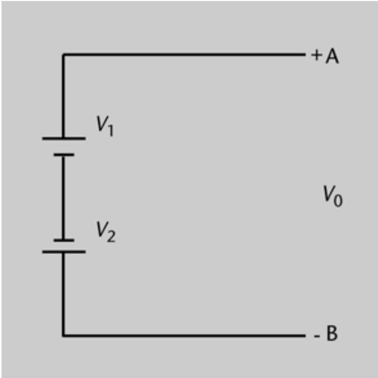
Figura 35. Circuit del problema 2



Problema 3

Calculeu la tensió que hi ha entre els terminals (V_o) del circuit de la figura 36. El valor de V_1 és de 5 V i el de V_2 de 3 V.

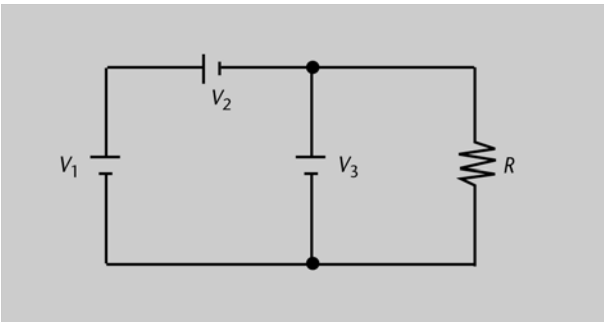
Figura 36. Circuit del problema 3



Problema 4

Determineu, en el circuit de la figura 37, el valor que ha de tenir el generador V_3 perquè no es forci cap dels generadors (és a dir, que no hi hagi fonts en paral·lel amb valors diferents). Determineu en aquest cas quin serà el corrent que circularà per la resistència R si el seu valor és $R = 1$ MΩ. El valor de V_1 és de 5 V i el de V_2 de 2 V.

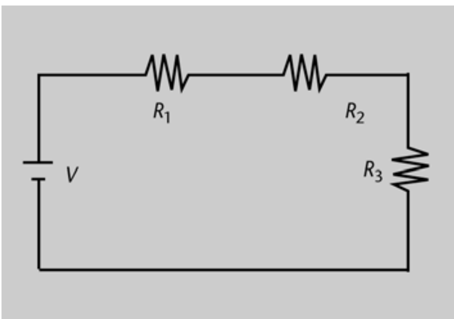
Figura 37. Circuit del problema 4



Problema 5

Calculeu la caiguda de tensió en cadascuna de les resistències del circuit de la figura 38. Considereu que $R_1 = 3$ K, $R_2 = 2$ K, $R_3 = 4$ K i $V = 18$ V.

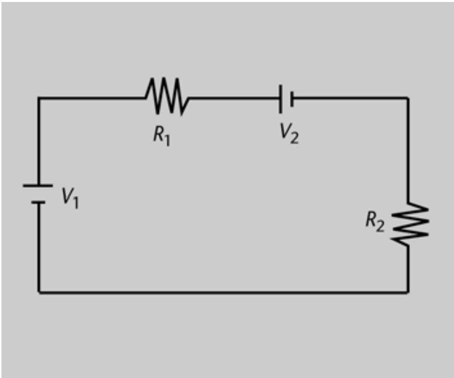
Figura 38. Circuit del problema 5



Problema 6

Donat el circuit de la figura 39, on R_1 = 2 K, R_2 = 3 K, V_1 = 10 V i V_2 = 5 V, determineu la caiguda de tensió en cada resistència.

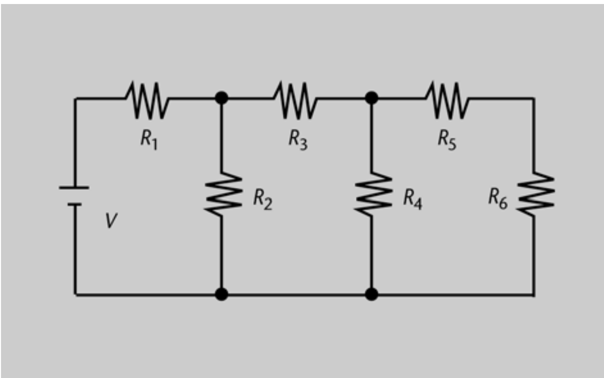
Figura 39. Circuit del problema 6



Problema 7

Calculeu la caiguda de tensió en cadascuna de les resistències del circuit de la figura 40. On $R_1 = R_3 = R_5 = R_6$ = 1.000 Ω, $R_2 = R_4$ = 2.000 Ω i V = 8 V.

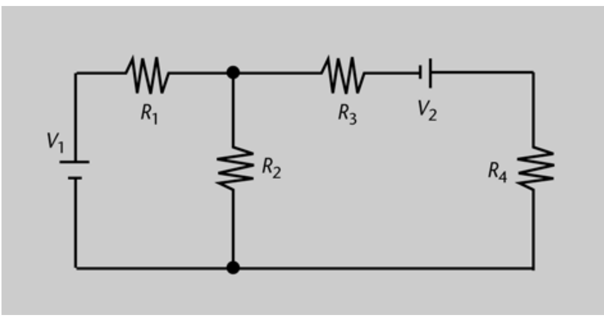
Figura 40. Circuit del problema 7



Problema 8

Calculeu la caiguda de tensió i el corrent que circulen per la resistència R_2 en el circuit de la figura 41. Els valors de les resistències són R_1 = 1 kΩ, R_2 = 2 kΩ, R_3 = 2,5 kΩ, R_4 = 3,5 kΩ i dels generadors V_1 = 6 V i V_2 = 12 V.

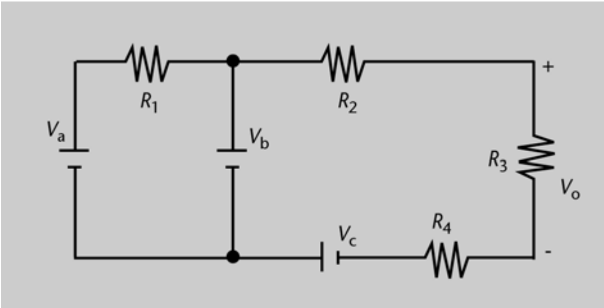
Figura 41. Circuit del problema 8



Problema 9

Calculeu la tensió indicada com a V_o en la figura 42, expressant-la en funció dels valors de les diferents fonts de tensió i resistències.

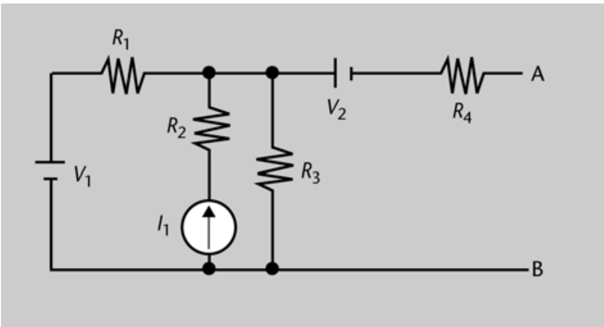
Figura 42. Circuit del problema 9



Problema 10

Calculeu els equivalents de Thévenin i Norton del circuit de la figura 43 entre els terminals A i B. Considereu que R_1 = 1.500 Ω, R_2 = 2.000 Ω, R_3 = 3.000 Ω, R_4 = 2.000 Ω, I_1 = 1 mA i $V_1 = V_2$ = 10 V.

Figura 43. Circuit del problema 10



7.2. Solucions

Problema 1

Per a determinar el corrent que circula pel circuit, comencem per calcular la resistència equivalent que 'veu' el generador. Aquesta resistència correspon a R_2 en paral·lel amb R_3 i el resultat en sèrie amb R_1. És a dir:

$$R_{eq} = R_1 + (R_2 \parallel R_3) \tag{65}$$

Resolem, en primer lloc, el paral·lel d'ambdues resistències. Si anomenem R_{23} al paral·lel de R_2 i R_3, tenim:

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{23}} = \frac{R_2 + R_3}{R_2 R_3} \tag{66}$$

I per tant:

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \quad (67)$$

I en aquest cas resulta:

$$R_{23} = \frac{2.000 \cdot 2.000}{2.000 + 2.000} = 1.000\ \Omega \quad (68)$$

I si ara tenim aquesta resistència en sèrie amb R_1:

$$R_{eq} = R_1 + R_{23} \Rightarrow R_{eq} = 7.000 + 1.000 = 8.000\ \Omega \quad (69)$$

I ja que la tensió del generador és de 16 V:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{16}{8.000} = 0{,}002\ \text{A} = 2\ \text{mA} \quad (70)$$

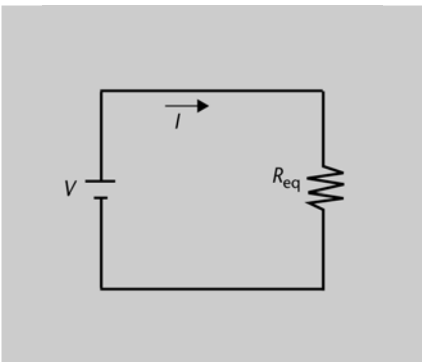
És molt important ser particularment curós amb les unitats. Per a evitar errors, i mentre no agafem facilitat, operarem sempre en les unitats bàsiques, i el resultat final el transformarem si ho creiem necessari. Així, per exemple, un resultat de 0,002 A resulta molt més intel·ligible com a 2 mA.

Quedem-nos també amb un altre resultat important d'aquest problema. Quan hem calculat la resistència equivalent del paral·lel de R_2 i R_3, hem vist que el resultat és el producte de totes dues dividit per la seva suma. És interessant recordar això, ja que molt sovint necessitarem calcular la resistència equivalent de dues resistències en paral·lel especificades.

Problema 2

Per a calcular la tensió del generador, busquem la resistència equivalent del circuit. Així, tindrem un circuit com el que podeu veure en la figura 44.

Figura 44. Visió simplificada del circuit del problema 2

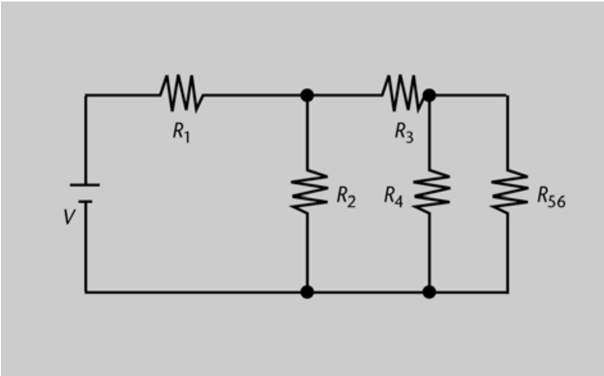


Amb la qual cosa, coneguda la intensitat i R_{eq}, podrem obtenir la tensió per aplicació directa de la llei d'Ohm. Comencem per calcular R_{eq}. Indicarem com a R_{ijk} l'equivalent de les resistències *i*, *j* i *k*. Per exemple, R_{12} serà l'equivalent de les resistències R_1 i R_2 en el circuit. Amb aquesta notació:

$$R_{56} = R_5 + R_6 \qquad (71)$$

D'aquesta manera ens quedaria un circuit com el de la figura 45, on hem substituït les resistències 5 i 6 per la seva resistència equivalent.

Figura 45. Circuit del problema substituint R_5 i R_6 per R_{56}



On R_{56} és en paral·lel amb R_4. Recordeu que en el problema anterior hem vist que podem calcular la resistència equivalent com el producte dividit per la suma de les resistències implicades. És a dir:

$$R_{456} = \frac{R_4 \cdot R_{56}}{R_4 + R_{56}} \qquad (72)$$

Procedim de la mateixa manera per a la resta del circuit. Si ho fem de manera successiva obtindrem:

$$R_{3456} = R_3 + R_{456} \qquad (73)$$

$$R_{23456} = \frac{R_2 \cdot R_{3456}}{R_2 + R_{3456}} \qquad (74)$$

$$R_{eq} = R_{123456} = R_1 + R_{23456} \qquad (75)$$

Si apliquem els valors numèrics del problema, obtenim:

$$R_{56} = R_5 + R_6 = 1.000 + 2.000 = 3.000\ \Omega \qquad (76)$$

$$R_{456} = \frac{R_4 \cdot R_{56}}{R_4 + R_{56}} = \frac{2.000 \cdot 3.000}{2.000 + 3.000} = 1.200\ \Omega \qquad (77)$$

$$R_{3456} = R_3 + R_{456} = 800 + 1.200 = 2.000\ \Omega \qquad (78)$$

$$R_{23456} = \frac{R_2 \cdot R_{3456}}{R_2 + R_{3456}} = \frac{2.000 \cdot 2.000}{2.000 + 2.000} = 1.000\ \Omega \qquad (79)$$

$$R_{eq} = R_{123456} = R_1 + R_{23456} = 5.000 + 1.000 = 6.000\ \Omega \qquad (80)$$

Podem calcular ara quant val la tensió del generador aplicant la llei d'Ohm. El seu valor serà:

$$V = IR_{eq} = 0{,}001 \cdot 6.000 = 6 \text{ V} \qquad (81)$$

que és el valor buscat.

Problema 3

Es tracta simplement de calcular l'equivalent de dues fonts de tensió col·locades en sèrie. Mirant la figura podem intuir que:

$$V_o = V_{\text{AB}} = V_1 - V_2 \qquad (82)$$

El problema és molt simple, però és important tenir clar el criteri de signes. Veiem que V_o és V_{AB} (la tensió entre els punts A i B). Per a determinar V_{AB}, hem d'anar de A cap a B i sumar totes les caigudes de tensió que anem trobant.

En aquest cas, el primer que trobem és el generador V_1. Hi entrem pel pol positiu i, per tant, indicarem aquesta tensió com a positiva. A continuació, seguint el camí trobem V_2. Hi entrem pel pol negatiu i, com a conseqüència, prenem aquesta tensió com a negativa. És a dir:

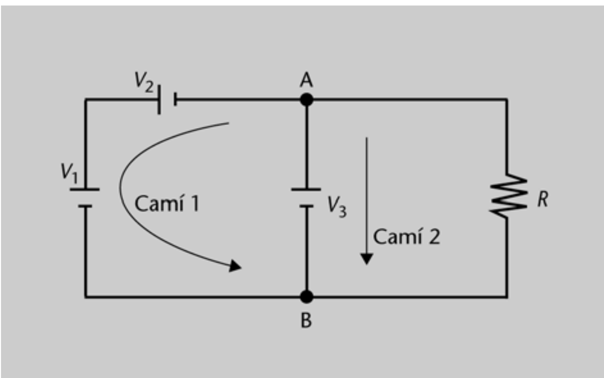
$$V_o = V_{\text{AB}} = |V_1| - |V_2| = 5 - 3 = 2 \text{ V} \qquad (83)$$

Per tant, podríem substituir els dos generadors per un únic generador de tensió de 2 V.

Problema 4

Perquè l'associació de generadors sigui possible, el generador V_3 ha de ser d'idèntic valor que el generador equivalent a V_1 i V_2. Si no fos així, la tensió entre els punts A i B seria diferent seguint el camí que va a través de V_1 i V_2 i el que va per V_3, cosa impossible, ja que la diferència de potencial no depèn del camí seguit.

Figura 46. Circuit del problema 4



És a dir, si en la figura 46 seguim el camí 1, obtenim:

$$V_{AB} = -|V_2| + |V_1| = -2 + 5 = 3 \text{ V} \tag{84}$$

I pel camí 2,

$$V_{AB} = |V_3| \tag{85}$$

Per tant, com que la tensió ha de ser igual per ambdós camins:

$$V_3 = 3 \text{ V} \tag{86}$$

De fet, és el mateix que dir que V_3 està en paral·lel amb l'equivalent de V_1 i V_2. Passem ara a veure quant val el corrent per la resistència. Veiem que:

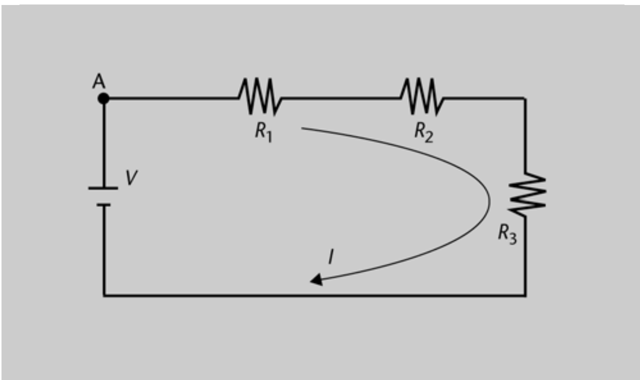
$$I = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{3}{1.000.000} = 3 \cdot 10^{-6} \text{A} = 3 \text{ μA} \tag{87}$$

No ens deixem enganyar: el fet que V_3 sigui en paral·lel no fa augmentar el corrent per R. El corrent seria exactament el mateix si no hi fos. Quina utilitat té llavors? Aconseguim que cada font aporti la meitat de la càrrega que circula per la resistència. Així, per exemple, en el cas de bateries convencionals, aconseguiríem augmentar-ne la durada.

Problema 5

Podem abordar el problema de diverses maneres. Entre les més simples hi ha l'aplicació directa de la llei d'Ohm (de fet, en aquest cas és la segona llei de Kirchhoff) i el divisor de tensió. Aplicarem la segona llei de Kirchhoff, que potser és més intuïtiva i d'aplicació general en circuits més complexos.

Figura 47. Circuit del problema 5, amb sentit de la intensitat definit



Podeu veure en la figura 47 el sentit de la intensitat. Així, segons la segona llei, si partim del punt A i hi tornem, tenim:

$$IR_1 + IR_2 + IR_3 - \text{V} = 0 \tag{88}$$

Noteu que hem posat la tensió amb signe negatiu, perquè entrem pel pol negatiu del generador. De l'equació anterior, si aïllem la intensitat, obtenim que:

$$I(R_1 + R_{2\,+} R_3) = V \Rightarrow I = \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad (89)$$

I numèricament:

$$I = \frac{18}{3.000 + 2.000 + 4.000} = 0{,}002 \text{ A} = 2 \text{ mA} \qquad (90)$$

Per tant, aplicant la llei d'Ohm a cada resistència, obtindrem:

$$\begin{aligned} V_{R_1} &= IR_1 = 0{,}002 \cdot 3.000 = 6 \text{ V} \\ V_{R_2} &= IR_2 = 0{,}002 \cdot 2.000 = 4 \text{ V} \\ V_{R_3} &= IR_3 = 0{,}002 \cdot 4.000 = 8 \text{ V} \end{aligned} \qquad (91)$$

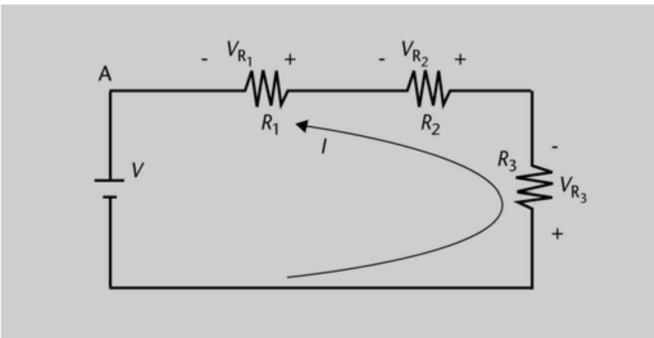
Tal i com s'ha comentat al principi de l'exercici, en estar totes les resistències i la font de tensió associades en sèrie, s'hauria pogut resoldre també per mitjà del concepte de divisor de tensió. D'aquesta manera, la tensió que cau a cadascuna de les resistències es podria calcular directament de la forma següent:

$$\begin{aligned} V_{R_1} &= \frac{V \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{18 \cdot 3.000}{3 + 2 + 4} = 6 \text{ V} \\ V_{R_2} &= \frac{V \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{18 \cdot 2.000}{3 + 2 + 4} = 4 \text{ V} \\ V_{R_3} &= \frac{V \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{18 \cdot 4.000}{3 + 2 + 4} = 8 \text{ V} \end{aligned} \qquad (92)$$

Es pot observar que els resultats obtinguts són els mateixos que aplicant la llei de Kirchhoff dels corrents. A més, com podíem esperar, la suma de tensions en les resistències correspon a la tensió total del generador.

És molt important que tinguem clar el criteri de signes. En aquest circuit era relativament simple conèixer el sentit de la intensitat. En d'altres no ho serà tant, però això no serà un problema. Imagineu que haguéssim suposat que la intensitat circularia en sentit contrari, com es mostra en la figura 48.

Figura 48. Gràfic que indica el sentit de la intensitat i les tensions



Recorrem la malla en el sentit que hem pres per a la intensitat. Per això, entrem pel pol positiu del generador i pels "pols positius" de les caigudes de tensió en les resistències (representades en la figura com a V_{R_1}, V_{R_2} i V_{R_3}). És a dir, si sortim del punt A i hi tornem en el sentit de la intensitat obtenim:

$$+V + V_{R_3} + V_{R_2} + V_{R_1} = 0 \tag{93}$$

És molt important entendre els signes de l'equació anterior. Per començar, noteu que hem suposat ara caiguda de tensió en les resistències en sentit contrari a la resolució anterior. Penseu que la caiguda de tensió sempre es produeix en el sentit de circulació del corrent.

$$+V + V_{R_3} + V_{R_2} + V_{R_1} = 0 \tag{94}$$

Per a no equivocar-nos, en els problemes sempre procedirem de la manera següent:

- Marcarem les caigudes de tensió en les resistències seguint el sentit de circulació del corrent. Quan el corrent entri a la resistència marcarem un "+" i quan surti un "–".

- Una vegada fet això, en general s'aplicarà la segona llei de Kirchhoff. Si en circular per la malla trobem el signe "+", anirà amb signe "+" a l'equació (igual que fem amb els generadors) i si trobem el signe "–" anirà amb signe "–" a l'equació.

Això ja ho hem fet en l'equació anterior. Recordant la llei d'Ohm, obtenim que:

$$V + IR_1 + IR_2 + IR_3 = 0 \tag{95}$$

I, per tant, si aïllem:

$$I(R_1 + R_2 + R_3) = -V \Rightarrow I = -\frac{V}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{96}$$

I numèricament:

$$I = -\frac{18}{3.000 + 2.000 + 4.000} = -0{,}002 \text{ A} = -2 \text{ mA} \tag{97}$$

Què ens indica el signe "–"? Simplement que ens havíem equivocat en prendre el sentit del corrent. Per tant, el corrent és de 2 mA, però en sentit contrari al que havíem suposat que és el mateix resultat al qual havíem arribat anteriorment.

Problema 6

En el problema sembla lògic pensar que el corrent circularà en el sentit horari, ja que V_1 és major que V_2. Suposarem, per tant, aquest sentit de circulació. Aplicant la segona llei de Kirchhoff i recordant la llei d'Ohm per a les resistències obtenim:

$$IR_1 + V_2 + IR_2 - V_1 = 0 \Rightarrow I(R_1 + R_2) = + V_1 - V_2 \tag{98}$$

d'on,

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 - 5}{2.000 + 3.000} = 0{,}001 \text{ A} = 1 \text{ mA} \tag{99}$$

El corrent té signe positiu, la qual cosa indica que circula segons el sentit que hem suposat. Per a les caigudes de tensió en les resistències obtenim:

$$\begin{aligned} V_{R_1} &= IR_1 = 0{,}001 \cdot 2.000 = 2 \text{ V} \\ V_{R_2} &= IR_2 = 0{,}001 \cdot 3.000 = 3 \text{ V} \end{aligned} \tag{100}$$

Problema 7

Podríem resoldre el problema de manera similar que l'anterior, però en aquest cas, farem ús del que coneixem sobre el divisor de tensió. Recordeu, a més, que les resistències en paral·lel suporten la mateixa tensió i, si són en sèrie, la caiguda de tensió és proporcional al seu valor.

Seguint la mateixa nomenclatura que hem usat en el problema 2, obtindrem:

$$\begin{aligned} R_{56} &= R_5 + R_6 \\ R_{456} &= \frac{R_4 \cdot R_{56}}{R_4 + R_{56}} \\ R_{3456} &= R_3 + R_{456} \\ R_{23456} &= \frac{R_2 \cdot R_{3456}}{R_2 + R_{3456}} \end{aligned} \tag{101}$$

On podeu veure que per a dur a terme aquest procés hem anat substituint cada parell de resistències per la seva resistència equivalent.

Numèricament obtenim que:

$$\begin{aligned} R_{56} &= R_5 + R_6 = 1.000 + 1.000 = 2.000\ \Omega \\ R_{456} &= \frac{R_4 \cdot R_{56}}{R_4 + R_{56}} = \frac{2.000 \cdot 2.000}{2.000 + 2.000} = 1.000\ \Omega \\ R_{3456} &= R_3 + R_{456} = 1.000 + 1.000 = 2.000\ \Omega \\ R_{23456} &= \frac{R_2 \cdot R_{3456}}{R_2 + R_{3456}} = \frac{2.000 \cdot 2.000}{2.000 + 2.000} = 1.000\ \Omega \end{aligned} \tag{102}$$

Per tant, si apliquem el divisor de tensió obtindrem que:

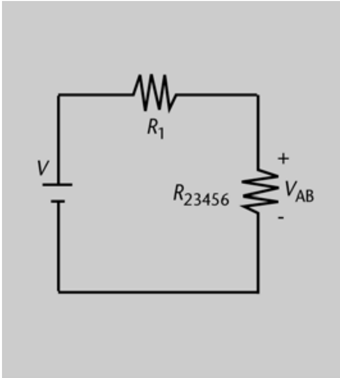
$$V_{R_1} = V \frac{R_1}{R_1 + R_{23456}} = 8 \frac{1.000}{1.000 + 1.000} = 4 \text{ V} \tag{103}$$

I la tensió sobre R_2 és:

$$V_{R_2} = V \frac{R_{23456}}{R_1 + R_{23456}} = 8 \frac{1.000}{1.000 + 1.000} = 4 \text{ V} \tag{104}$$

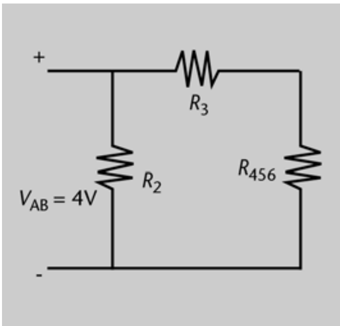
Noteu que el divisor de tensió es fa amb la resistència equivalent de tot el circuit fins a R_2. Es veu clarament en la figura 49.

Figura 49. Circuit simplificat



Seguint amb el circuit, podem representar l'associació que representa realment R_{23456}. Ho dibuixem en la figura 50:

Figura 50. Simplificació del circuit



I, per tant, amb un nou divisor de tensió:

$$V_{R_3} = V_{\mathrm{AB}} \frac{R_3}{R_3 + R_{456}} = 4 \frac{1.000}{1.000 + 1.000} = 2 \text{ V} \tag{105}$$

I la tensió sobre R_4 és:

$$V_{R_4} = V_{\mathrm{AB}} \frac{R_{456}}{R_3 + R_{456}} = 4 \frac{1.000}{1.000 + 1.000} = 2 \text{ V} \tag{106}$$

És a dir que sobre el conjunt de les resistències R_5 i R_6 cauen en conjunt 2 V (ja que és en paral·lel amb R_4). Per tant, aplicant divisor de tensió, podem calcular les caigudes sobre R_5 i R_6:

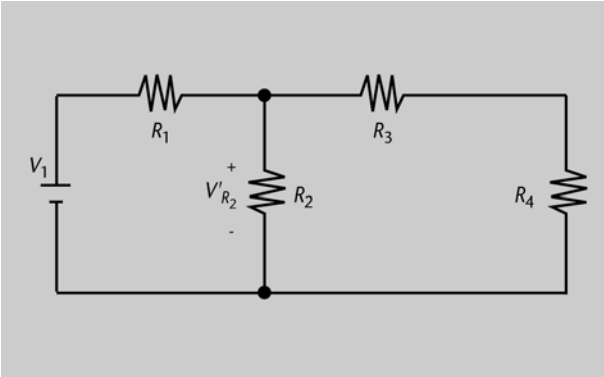
$$\begin{aligned} V_{R_5} &= V_{R_4} \frac{R_5}{R_5 + R_6} = 2 \frac{1.000}{1.000 + 1.000} = 1 \text{ V} \\ V_{R_6} &= V_{R_4} \frac{R_6}{R_5 + R_6} = 2 \frac{1.000}{1.000 + 1.000} = 1 \text{ V} \end{aligned} \tag{107}$$

amb la qual cosa queden calculades totes les tensions del problema.

Problema 8

En aquest cas, aplicarem el principi de superposició. Recordeu que la tensió sobre cada resistència serà la suma dels efectes de cadascuna de les fonts. Comencem per anul·lar V_2, substituint-la pel seu circuit equivalent. Veiem el resultat en la figura 51:

Figura 51. Circuit del problema 8 que anul·la V_2



D'aquesta manera, podrem calcular la contribució de la font V_1. Denominarem V'_{R_2} la contribució de V_1 a V_{R_2}. Per a determinar la tensió sobre R_2, observeu que es tracta d'un divisor de tensió entre R_1 i el paral·lel de R_2 amb l'associació sèrie de R_3 i R_4. En concret:

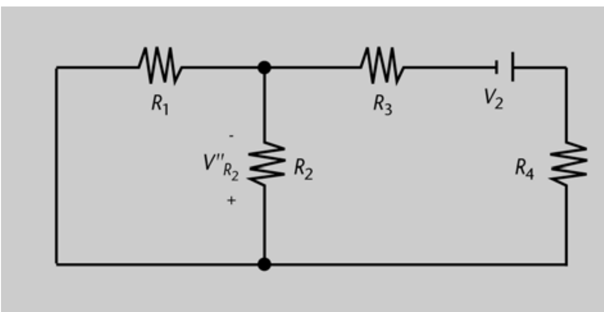
$$R_{34} = R_3 + R_4 = 2.500 + 3.500 = 6.000\Omega$$
$$R_{234} = \frac{R_2 \cdot R_{34}}{R_2 + R_{34}} = \frac{2.000 \cdot 6.000}{2.000 + 6.000} = 1.500\ \Omega \tag{108}$$

I, per tant, la tensió sobre R_2 serà:

$$V'_{R_2} = V_1 \frac{R_{234}}{R_1 + R_{234}} = 6\frac{1.500}{1.500 + 1.000} = 3{,}6\ \text{V} \tag{109}$$

Calculem ara l'efecte de la segona font, en concret V_2. Aquesta contribució l'anomenem V''_{R_2}. Veiem que en aquest cas la caiguda de tensió en R_2 correspon al divisor de tensió entre R_3, R_4 i una tercera resistència que seria el paral·lel de R_1 i R_2, com es mostra en la figura 52.

Figura 52. Circuit del problema que anul·la V_1



$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1.000 \cdot 2.000}{1.000 + 2.000} = 667\ \Omega$$
$$V''_{R_2} = V_{12} = V_2 \frac{R_{12}}{R_{12} + R_3 + R_4} = 12 \frac{667}{667 + 3.500 + 2.500} = 1{,}2\ \text{V} \tag{110}$$

Noteu que la tensió V''_{R_2}, corresponent a la caiguda de tensió sobre R_2, és de polaritat inversa a la que havíem calculat anteriorment (V'_{R_2}). Si calculem ara la caiguda total, tindrà la polaritat de la major d'elles. És a dir:

$$V_{R_2} = |V'_{R_2}| - |V''_{R_2}| = 3{,}6 - 1{,}2 = 2{,}4\ \text{V} \tag{111}$$

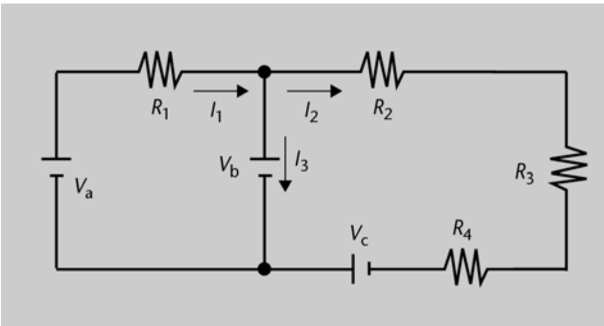
Amb aquest valor podem calcular la intensitat que circula per R_2, que serà:

$$I_{R_2} = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{2{,}4}{2.000} = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{A} = 1{,}2\ \text{mA} \tag{112}$$

Problema 9

Podríem resoldre el problema tal com ho hem fet en el cas del problema 8, aplicant superposició. De tota manera, en aquest cas ho farem aplicant les lleis de Kirchhoff. Definim per a això els corrents com indica la figura 53.

Figura 53. Gràfic que indica sentits per als corrents



Si apliquem la primera llei de Kirchhoff, obtenim:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \tag{113}$$

I per aplicació de la segona llei a dues de les malles obtenim:

$$I_1R_1 + V_b - V_a = 0$$
$$I_2R_2 + I_2R_3 + I_2R_4 - V_c - V_b = 0 \tag{114}$$

Si ordenem les equacions anteriors obtenim:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ I_1R_1 = V_a - V_b \\ I_2(R_2 + R_3 + R_4) = V_c + V_b \end{cases} \tag{115}$$

Això és un sistema de tres equacions amb tres incògnites, que ens permetrà obtenir les diferents intensitats. De tota manera, en aquest exemple, la tercera equació ens proporciona directament el valor de I_2, que serà:

$$I_2 = \frac{V_c + V_b}{R_2 + R_3 + R_4} \tag{116}$$

I, per tant, per a la tensió V_o, veiem que:

$$V_o = I_2 \cdot R_3 = \frac{V_c + V_b}{R_2 + R_3 + R_4} R_3 \tag{117}$$

O bé, ordenant:

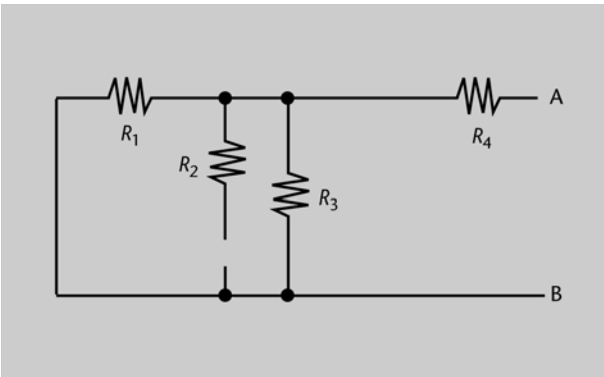
Podeu comprovar que s'obté el mateix resultat aplicant superposició.

$$V_o = I_2 \cdot R_3 = (V_c + V_b) \frac{R_3}{R_2 + R_3 + R_4} \tag{118}$$

Problema 10

En primer lloc, calculem la resistència equivalent entre els terminals, valor que correspon tant a la resistència de Thévenin, com a la de Norton. Substituïm per a això els generadors pels seus circuits equivalents –curtcircuit per a la font de tensió i circuit obert per a la de corrent:

Figura 54. Circuit equivalent per al problema 10



Veiem que el valor de la resistència correspon al paral·lel de R_1 i R_3 en sèrie amb R_4. R_2 no influeix, ja que és en una branca en circuit obert. Per tant:

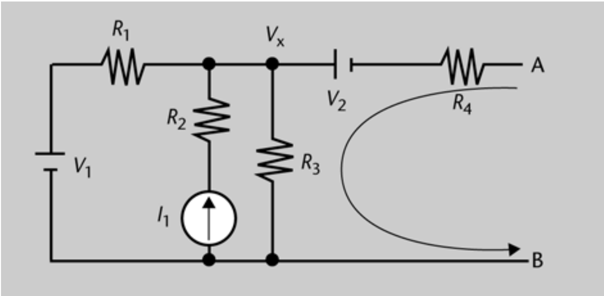
$$R_{eq} = R_4 + R_{13} = R_4 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} \tag{119}$$

que en aquest cas suposa:

$$R_{eq} = 2.000 + \frac{1.500 \cdot 3.000}{1.500 + 3.000} = 3.000\ \Omega = 3\ \text{k}\Omega \tag{120}$$

Per al cas de l'equivalent de Thévenin, hem de calcular la tensió en circuit obert. En aquest supòsit, veiem que no circula corrent per R_4. Recordem que la tensió entre ambdós terminals es calcularà com la suma de tensions en anar del primer al segon. Si escollim, per exemple, el camí a través de R_3 com es mostra en la figura 55 (obtindríem idèntic camí si fóssim per R_1), la tensió entre terminals serà la suma de V_2 (amb signe negatiu) i la caiguda de tensió en R_3.

Figura 55. Camí per al càlcul de V_{AB}



Per a calcular la caiguda de tensió a R_3, sumem els efectes de les diferents fonts. V_2 no contribueix, ja que no existeix un camí per a la circulació del corrent. Penseu que el corrent no pot circular si no disposa d'un camí tancat. Si ens fixem que el punt on s'uneixen R_1, R_2 i R_3 constitueix en realitat un node únic (que denominarem X), i hi apliquem la primera llei de Kirchhoff, obtenim que:

$$\frac{V_1 - V_x}{R_1} + I_1 + \frac{0 - V_x}{R_3} = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right) V_x = I_1 + \frac{V_1}{R_1}$$
$$V_x = \frac{I_1 + \frac{V_1}{R_1}}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right)} = \frac{0{,}001 + \frac{10}{1.500}}{\frac{1}{1.500} + \frac{1}{3.000}} = 7{,}66\ V \tag{121}$$

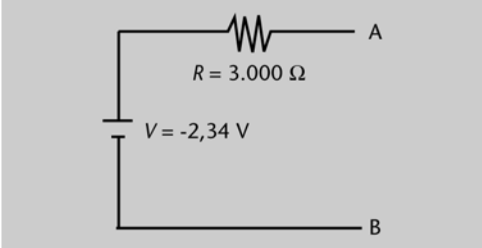
on en el conjunt d'equacions 121, V_x simbolitza la tensió en el node X. Fixeuvos també que la diferència de potencial a R_3 és $(0 - V_x)$, ja que un extrem és el punt X i l'altre, el punt de referència o massa (i, per tant, de tensió 0).

Per tant, la tensió de Thévenin és:

$$V_{th} = -V_2 + V_x = -10 + 7{,}66 = -2{,}34 \text{ V} \tag{122}$$

Amb la qual cosa el circuit equivalent de Thévenin queda com podeu veure en la figura 56.

Figura 56. Equivalent de Thévenin del circuit



Falta calcular la intensitat de Norton. Podem calcular-la a partir de l'equivalent de Thévenin anterior. La resistència de Norton és la mateixa que la de Thévenin. Per al corrent que circula, és la que resulta en curtcircuitar els terminals. Per aquest motiu:

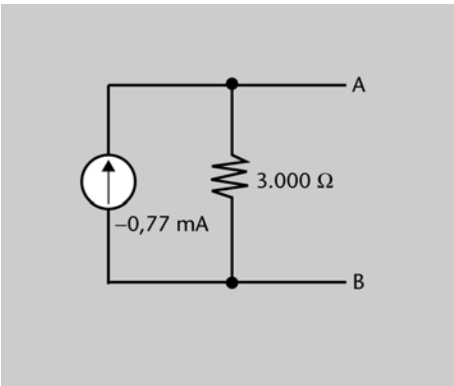
$$I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}} = \frac{-2,34}{3.000} = -0,00077 \text{ A} = -0,77 \text{ mA} \tag{123}$$

Podríem haver calculat també el corrent de Norton aplicant el principi de superposició al circuit original i calculant separadament la contribució de cadascuna de les fonts. En aquest cas, hauríem calculat que l'aportació de les diferents fonts és:

Aportació de V_1: 2,22 mA
Aportació d'I_1: 0,33 mA
Aportació de V_2: –3,33 mA

Amb la qual cosa, sumant les aportacions, arribem al mateix resultat anterior. Per tant, gràficament, l'equivalent de Norton queda com podeu veure en la figura 57.

Figura 57. Circuit equivalent de Norton



Resum

En aquest mòdul hem realitzat una primera introducció als circuits elèctrics.

En primer lloc, hem estudiat el concepte de **corrent elèctric**, que no és més que un moviment d'electrons a través d'un material conductor entre dos punts que presenten una diferència de potencial. Entendre aquest concepte és la base de qualsevol circuit elèctric. Per raons històriques, el sentit del corrent es pren en sentit contrari al de la circulació dels electrons.

Abans d'abordar les bases per a l'estudi de circuits hem analitzat el comportament dels **generadors de tensió i intensitat**, juntament amb un dels elements més habituals –i simples– dels circuits: **les resistències**. Hem vist el seu comportament, les seves representacions gràfiques en els gràfics de circuits i com s'associen i interactuen.

A continuació, hem vist la **llei d'Ohm**, que és una eina bàsica per a analitzar les relacions entre les unes i les altres. La relació $V = IR$ és essencial per a analitzar qualsevol circuit. A partir d'aquesta i de les **lleis de Kirchhoff** podem conèixer la tensió o el corrent en diferents punts del circuit.

Finalment, hem vist com es pot **reduir la complexitat** de certs circuits mitjançant simplificacions. En aquest sentit, eines com els divisors de tensió i corrent, el principi de superposició o els equivalents de Thévenin o Norton seran molt útils per a reduir problemes que poden semblar d'elevada complexitat. Penseu que, en el fons, l'enginyeria consisteix a reduir problemes complexos a formes simples ja conegudes.

A més, el mòdul ha d'haver obert altres interrogants. Quins components addicionals existeixen en els circuits? Què ocorre quan la tensió o corrent no és continu sinó altern? Podrem entendre el funcionament de circuits més complicats? Totes aquestes preguntes les anirem resolent en els mòduls posteriors.

Exercicis d'autoavaluació

1. El corrent elèctric...
a) és un moviment d'àtoms.
b) és un moviment d'electrons.
c) és nul en qualsevol circuit.
d) no circula a través de les resistències.

2. La resistència elèctrica d'un conductor...
a) és una característica que depèn únicament de la seva forma.
b) és una característica que depèn de la seva forma i de la seva estructura interna.
c) Tots els conductors presenten la mateixa resistència.
d) Un conductor no presenta resistència. Per aquest motiu és un conductor.

3. Un circuit elèctric...
a) és un conjunt de càrregues elèctriques.
b) ha de contenir almenys una font de tensió o intensitat.
c) ha de contenir almenys una font de tensió.
d) és una associació d'elements per la qual potencialment circula corrent i que presenta almenys un camí tancat.

4. Els components reals d'un circuit...
a) es comporten igual que el model matemàtic que en realitzem.
b) El model matemàtic que realitzem és aproximat.
c) No es poden obtenir models dels components reals.
d) Únicament hi ha models per a les fonts de tensió i corrent.

5. Un generador de tensió...
a) es pot substituir en els circuits per un circuit obert.
b) es pot substituir en els circuits per un curtcircuit.
c) presenta una diferència de potencial entre els seus pols.
d) es comporta igual que un generador de corrent.

6. La llei d'Ohm...
a) només és vàlida per a conductors.
b) és vàlida per a establir la relació $V - I - R$ en qualsevol resistència, conegudes dues magnituds qualssevol d'elles.
c) no és vàlida quan hi ha presència de fonts de corrent en el circuit.
d) no és vàlida quan hi ha presència de fonts de tensió en el circuit.

7. Les lleis de Kirchhoff...
a) són incompatibles amb la llei d'Ohm.
b) són una versió simplificada del principi de superposició.
c) són incompatibles amb els equivalents de Thévenin i Norton.
d) Cap de les anteriors no és correcta.

8. Si considerem un node d'un circuit:
a) la primera llei de Kirchhoff afirma que no s'hi genera tensió.
b) la primera llei de Kirchhoff afirma que no s'hi genera intensitat.
c) la segona llei de Kirchhoff afirma que no s'hi genera tensió.
d) la segona llei de Kirchhoff afirma que no s'hi genera intensitat.

9. El principi de superposició afirma que...
a) podem curtcircuitar les fonts de tensió en un circuit sense alterar-ne el comportament.
b) podem deixar en circuit obert les fonts d'intensitat sense alterar-ne el comportament.
c) *a* i *b* són vàlides
d) podem avaluar el comportament d'un circuit anul·lant successivament tots els generadors excepte un d'aquests i sumant els resultats obtinguts.

10. Considereu una branca d'un circuit on es produeix una bifurcació entre dues resistències en paral·lel:
a) Circularà intensitat més gran per la resistència de valor més alt.
b) Circularà intensitat més gran per la resistència de valor més baix.
c) Circularà intensitat idèntica per totes dues resistències.
d) No circularà intensitat per les resistències.

11. Considereu una branca d'un circuit on hi ha dues resistències en sèrie:
a) Hi haurà caiguda de tensió més gran en la resistència de valor més alt.
b) Hi haurà caiguda de tensió més gran en la resistència de valor més baix.
c) Hi haurà la mateixa caiguda de tensió en totes dues resistències.
d) No hi haurà caiguda de tensió en les resistències.

12. Donat un circuit elèctric compost per fonts de tensió, corrent i resistències:
a) Si opera en zona lineal, podrem reemplaçar-lo per un generador de tensió, un de corrent i una resistència.
b) Si opera en zona lineal, podrem reemplaçar-lo per un generador, bé sigui de tensió o corrent, i una resistència.
c) Independentment que operi o no en zona lineal, podrem reemplaçar-lo per un generador de tensió, un de corrent i una resistència.
d) Independentment que operi o no en zona lineal, podrem reemplaçar-lo per un generador, bé sigui de tensió o corrent, i una resistència.

13. La resistència equivalent a dues resistències de 10 K en paral·lel és...
a) 5 K.
b) 10 K.
c) 100 Ω.
d) Cap de les anteriors no és correcta.

14. Donat el circuit de la figura 46, i tenint en compte que V = 10 V, R_1 = 1 K, R_2 = 7 K, quin és el valor de R_3 si la intensitat que circula és d'1 mA?
a) 1 V.
b) 1 K.
c) 2 K.
d) 3 K.

Solucionari

1. b; **2.** b; **3.** d; **4.** b; **5.** c; **6.** b; **7.** d; **8.** b; **9.** d; **10.** b; **11.** a; **12.** b; **13.** a; **14.** c.

Glossari

ampere *m* Unitat bàsica de mesura de la intensitat elèctrica. Se simbolitza amb la lletra A.

càrrega elèctrica *f* Nombre (positiu o negatiu) d'electrons que presenta un àtom en relació amb el seu estat neutre. Es mesura en coulombs.

circuit *m* Interconnexió de dispositius mitjançant un conductor amb almenys un camí tancat

circuits equivalents *m pl* Circuits que es comporten de la mateixa manera.

circuit equivalent de Norton *m* Circuit equivalent que només presenta un generador d'intensitat en paral·lel amb una resistència.

circuit equivalent de Thévenin *m* Circuit equivalent que només presenta un generador de tensió en sèrie amb una resistència.

conductància *f* En un corrent continu, la inversa de la resistència. En general, la part real de l'admitància (podeu veure els mòduls "Circuits dinàmics" i "Circuits en corrent altern").

coulomb *m* Unitat de mesura de la càrrega en el sistema internacional. Se simbolitza amb la lletra C.

diferència de potencial *f* Treball necessari per a moure la unitat de càrrega positiva d'un punt a l'altre. Es mesura en volts en el sistema internacional.

font de tensió *f Vegeu* **generador de tensió**.

font d'intensitat *f Vegeu* **generador d'intensitat**.

generador d'intensitat *m* Element que proporciona una intensitat donada, independentment de la tensió que s'hi apliqui a sobre.
sin. **font d'intensitat**

generador de tensió *m* Element que proporciona una tensió donada, independentment de la resistència que presenti el circuit.
sin. **font de tensió**

intensitat de corrent *f* Mesura de la quantitat de càrrega elèctrica que passa per una secció de conductor per unitat de temps. Sovint se l'anomena senzillament *corrent.* Es mesura en amperes en el sistema internacional.

llei d'Ohm *f* Relació fonamental entre tensió, intensitat i resistència.

lleis de Kirchhoff *f* Lleis fonamentals per a l'anàlisi dels circuits elèctrics.

malla *f* Qualsevol camí tancat dins d'un circuit.

massa *f* Punt de referència de tensió d'un circuit.

node *m* Punt d'interconnexió de tres o més elements (algunes bibliografies el consideren com el punt d'interconnexió de dos o més elements).

ohm *m* Unitat bàsica de mesura de la resistència. Se simbolitza amb la lletra grega omega (Ω).

principi de superposició *m* Principi que afirma que la resposta d'un circuit pot obtenir-se sumant les aportacions de cadascuna de les seves fonts diferents.

resistència *f* Oposició que oposa un component al pas del corrent. Es mesura en ohms en el sistema internacional.

tensió *f* Voltatge amb què es realitza una circulació de corrent. Es mesura en volts en el sistema internacional.

volt *m* Unitat de mesura bàsica de la tensió o la diferència de potencial. Se simbolitza amb la lletra V.

Bibliografia

Departament d'Electrònica – Enginyeria i Arquitectura "La Salle" (1999). *Electrònica I: Problemes*. Barcelona.

Hayt, W. H.; Kemmerly, J. E.; Durbin, S. M. (2002). *Análisis de circuitos en ingeniería*. Mèxic DF: McGraw-Hill.

Millman, J.; Halkias, C. C. (1979). *Electrónica: fundamentos y aplicaciones*. Barcelona: Hispano Europea.

Thomas, R. E; Rosa, A. J. (2002). *Circuitos y señales: introducción a los circuitos lineales y de acoplamiento*. Barcelona: Reverté.