

# Optimització

Daniel Blabia Girau  
Carlos F. Cabañero Pisa († 2010)  
Margarida Corominas Bosch  
Anna Espinal Berenguer  
Norberto Márquez Álvarez  
José A. Martín Fernández  
José Luis Martínez Parra  
Xavier Mas Casanova  
David Pujolar Morales  
Carlos Soldevilla Senar  
Ricard Torres Bargalló  
Xavier Verge Mestre

PID\_00186427

Material docent de la UOC

**Daniel Blabia Girau**

Professor titular d'Investigació Operativa del Departament d'Economia de l'Empresa de la Universitat Autònoma de Barcelona.

**Carlos F. Cabañero Pisa († 2010)**

Es va llicenciar en Direcció i Administració d'Empreses per la Universitat de Barcelona, va ser màster en Logística Integral per l'Institut Català de la Logística i es va doctorar en Ciències Econòmiques i Empresarials. Va ser professor propi dels Estudis d'Economia i Empresa de la Universitat Oberta de Catalunya (UOC) i coordinador de l'Àrea d'Organització d'Empreses.

**Margarida Corominas Bosch**

Màster en Economia i Empresa per la Universitat Pompeu Fabra. Actualment és professora ajudant de la Universitat Pompeu Fabra, i cursa el doctorat en Economia Matemàtica.

**Anna Espinal Berenguer**

Màster en Anàlisi Econòmica organitzat pel Departament de Teoria i Història Econòmica de la Universitat Autònoma de Barcelona. Actualment és professora interina de la Universitat Pompeu Fabra, on també fa la tesi doctoral.

**Norberto Márquez Álvarez**

Llicenciat en Ciències Matemàtiques a la Universitat de València. Professor titular d'escola universitària a la Facultat de Ciències Econòmiques i Empresarials de la Universitat Rovira i Virgili. Consultor d'Investigació operativa als Estudis d'Economia i Empresa de la Universitat Oberta de Catalunya (UOC).

**José A. Martín Fernández**

Llicenciat en Matemàtiques per la Universitat Autònoma de Barcelona (UAB). Doctor per la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC, Matemàtica Aplicada). Titular d'universitat a la Universitat de Girona (UdG) a l'àrea d'Estadística i Investigació Operativa. Consultor dels Estudis d'Economia i Empresa de la Universitat Oberta de Catalunya (UOC).

**José Luis Martínez Parra**

Doctor en Enginyeria Industrial i professor titular d'Investigació Operativa del Departament d'Economia de l'Empresa de la Universitat Autònoma de Barcelona.

**Xavier Mas Casanova**

Llicenciat en Administració i Direcció d'Empreses a la Universitat Oberta de Catalunya (UOC). Diplomant en Ciències Empresarials a la Universitat de Barcelona (UB). Consultor de Logística a la Universitat Oberta de Catalunya (UOC). Director de Management i conseller delegat de Mediform Group.

**David Pujolar Morales**

Professor titular d'Investigació Operativa del Departament d'Economia de l'Empresa de la Universitat Autònoma de Barcelona.

**Carlos Soldevilla Senar**

Llicenciat en Ciències Matemàtiques per la Universitat de Barcelona. Curs de doctorat Economia i Territori, Anàlisi Quantitativa. Analista de màrqueting de l'empresa Schneider Electric. Professor associat del Departament d'Estadística, Econometria i Economia Espanyola de la Universitat de Barcelona.

**Ricard Torres Bargalló**

Doctorat en *Managerial Economics and Decision Sciences*, Universitat de Northwestern. Actualment és professor en la Universitat de Girona.

**Xavier Verge Mestre**

Professor titular d'Investigació Operativa del Departament d'Economia de l'Empresa de la Universitat Autònoma de Barcelona.

L'encàrrec i la creació d'aquest material docent han estat coordinats per la professora: Raquel Ferreras (2013)

Primera edició: febrer 2013

© Daniel Blabia Girau, Carlos F. Cabañero Pisa, Margarida Corominas Bosch, Anna Espinal Berenguer, Norberto Márquez Álvarez, José Antonio Martín Fernández, José Luis Martínez Parra, Xavier Mas Casanova, David Pujolar Morales, Carlos Soldevilla Senar, Ricard Torres Bargalló, Xavier Verge Mestre

Tots els drets reservats

© d'aquesta edició, FUOC, 2013

Av. Tibidabo, 39-43, 08035 Barcelona

Disseny: Manel Andreu

Material realitzat per Eureca Media, SL

Dipòsit legal: B-569-2013

Cap part d'aquesta publicació, incloent-hi el disseny general i de la coberta, no pot ser copiada, reproduïda, emmagatzemada o transmesa de cap manera ni per cap mitjà, tant si és elèctric, com químic, mecànic, òptic, de gravació, de fotocòpia, o per altres mètodes, sense l'autorització prèvia per escrit dels titulars del copyright.

## Introducció

Com veureu en l'índex, l'assignatura té sis crèdits, repartits en set mòduls:

En el mòdul “Les funcions de diverses variables” els conceptes bàsics de funció d'una variable s'estenen als de diverses variables, la qual cosa és imprescindible, perquè un fenomen econòmic depèn, en general, de diferents factors: per exemple, el volum de la collita d'arròs en un àmbit geogràfic determinat i corresponent a un any determinat depèn, entre altres factors, de la qualitat i la quantitat de la sembra, del clima, de la quantitat d'adob que s'utilitzi, de l'existència de malalties de la planta, de l'ús de plaguicides, etc., tot això relacionat amb el treball humà, el capital invertit, l'organització d'aquest treball i la comercialització del producte final (ja que una bona comercialització pot donar lloc a un augment de vendes i, per tant, a un augment de la superfície destinada a la collita d'arròs...).

En el mòdul “Optimització”, es volen establir les bases per a l'optimització amb restriccions. Aquest és un camp desenvolupat actualment segons les necessitats teòriques i pràctiques de l'activitat econòmica. Per a entendre la raó de tot això, i continuant amb l'exemple de l'arròs, n'hi ha prou de pensar que hi ha restriccions òbvies en l'ús del factor capital (no es disposa de tots els diners del món), que massa adob pot fer malbé la collita, que no es poden anar contractant treballadors indefinidament, etc.

El mòdul “Introducció a la investigació operativa” singularitza l'enfocament de la investigació operativa, introdueix qüestions metodològiques juntament amb alguns problemes tipus i ofereix una breu pinzellada de caràcter històric. Hi revisem també diversos resultats bàsics de l'optimització matemàtica clàssica necessaris per al desenvolupament i la comprensió dels mòduls posteriors, i presentem els fonaments per a construir i resoldre problemes lineals. En tots els casos, i com a complement indispensable per a les explicacions de caràcter conceptual, proposem diverses activitats i exercicis a fi d'il·lustrar i aclarir els temes tractats i familiaritzar l'estudiant amb l'ús de les diferents tècniques quantitatives desenvolupades.

El mòdul “L'algoritme símplex” constitueix el nucli del curs, atès que hi presentem, al llarg de diversos apartats, el mètode símplex per a resoldre problemes lineals d'optimització. Així mateix, ensenyem a detectar i a reconèixer els diferents tipus de solucions que pot presentar un problema de caràcter lineal i els possibles problemes de falta de convergència de l'algoritme. Com en el mòdul anterior, proposem a l'estudiant diversos exercicis a fi de capacitar-lo per a aconseguir una comprensió real dels diferents temes tractats.

El mòdul “Dualitat” passa revista, a un nivell elemental, als principals resultats de la teoria de la dualitat en programació lineal. En aquest context, se n'emfatitza la utilitat tant per a desenvolupar instruments d'anàlisi econòmica, per exemple, el concepte de *preu ombra*, com per a derivar variants de l'algoritme símplex, per exemple, el mètode del símplex dual o el símplex dual estès. Com en els mòduls anteriors, fem un ús molt ampli d'activitats i tasques pràctiques per a facilitar la comprensió dels conceptes exposats.

L'assignatura es tanca amb un mòdul destinat a cobrir la denominada *anàlisi de sensibilitat* de problemes lineals; és a dir, l'anàlisi de l'impacte que tenen els canvis sobre l'estructura o els paràmetres del problema en la solució d'aquest.

## Objectius

En els materials didàctics associats a aquesta assignatura, l'estudiant trobarà les eines i els continguts necessaris per a assolir els objectius següents:

1. Representar gràficament funcions de dues variables.
2. Derivar parcialment funcions de diverses variables.
3. Optimitzar funcions sotmeses a restriccions.
4. Saber resoldre problemes d'optimització lineal mitjançant tècniques que permeten determinar l'òptim sense haver de recórrer a mètodes analítics.
5. Poder dur a terme, de manera senzilla, una anàlisi postòptima sobre la manera com les pertorbacions sobre els diferents components del problema original afecten la solució.
6. Analitzar situacions en què, sense abandonar el supòsit de linealitat, s'incorporen restriccions sobre el rang de valors que poden adoptar les variables i s'introdueixen models especialment útils per al tractament de diversos problemes de gestió empresarial.
7. Conèixer les construccions intel·lectuals amb què operen els economistes per a explicar el funcionament dels fenòmens econòmics i prendre decisions fonamentades en criteris de racionalitat econòmica.
8. Entendre les extensions lògiques a situacions més reals des d'una perspectiva econòmica quan, per limitacions temporals, restringim l'exposició a models lineals de caràcter estàtic en un horitzó determinista amb certesa.

## Continguts

### Mòdul didàctic 1

#### **Les funcions de diverses variables**

Ricard Torres Bargalló, Margarida Corominas Bosch i Anna Espinal Berenguer

- 1.Una primera aproximació a funcions multivariants
- 2.Un viatge amb el Gnuplot per funcions de dues variables
- 3.Funcions multivariants: definicions i resultats

### Mòdul didàctic 2

#### **Optimització**

Ricard Torres Bargalló, Margarida Corominas Bosch i Anna Espinal Berenguer

- 1.Conceptes bàsics
- 2.Optimització sense restriccions
- 3.Concavitat i convexitat de funcions. Criteris de globalitat
- 4.Optimització amb restriccions d'igualtat
- 4.Optimització amb restriccions de desigualtat

### Mòdul didàctic 3

#### **Introducció a la investigació operativa**

Xavier Verge Mestre, David Pujolar Morales

- 1.La investigació operativa
- 2.Problemes lineals
- 3.Formulació de problemes lineals
- 4.Resolució gràfica de problemes lineals continus

### Mòdul didàctic 4

#### **L'algoritme símplex**

Daniel Blabia Girau

- 1.Formulació de problemes lineals
- 2.Conceptes i teoremes fonamentals
- 3.Funcionament de l'algoritme símplex
- 4.Tipologia de solucions
- 5.Degeneració i bucles infinits

### Mòdul didàctic 5

#### **Dualitat**

Xavier Verge Mestre

- 1.Formulació del problema dual
- 2.Relacions en dualitat
- 3.Aplicació de les propietats dels duals a la resolució de problemes lineals
- 4.Interpretació econòmica de la dualitat

Mòdul didàctic 6

### **Anàlisi de sensibilitat**

Daniel Blabia Girau

1. Fonaments de l'anàlisi de sensibilitat
2. La base teòrica de l'anàlisi de sensibilitat
3. Canvis en els paràmetres del problema
4. Canvis en l'estructura del problema

Annex

### **Aplicació pràctica de models d'investigació operativa en problemes de logística empresarial**

Norberto Márquez Álvarez, José Antonio Martín Fernández, Xavier Mas Casanova, Carlos Soldevilla Senar i Carlos F. Cabañero Pisa

1. Costos de logística
2. Esquema/resum d'investigació operativa
3. Aplicació de models d'investigació operativa a un problema d'emmagatzematge: magatzem de cuines F&C
4. Aplicació de models d'investigació operativa a un problema de gestió de compres: cas OLIS OLEO
5. Aplicació de models d'investigació operativa a un problema de gestió de transport: cas Elecder-Power&Control

## Bibliografia

- Apóstol, T.** (1967). *Cálculus*. Reverté.
- Bazaraa, M.; Jarvis, J.; Sherali, H.** (1990). *Linear Programming and Network Flows* (2a ed.). Nova York: John Wiley & Sons. Hi ha traducció al castellà amb la referència següent: (1998). *Programación lineal y flujo de redes* (2a ed.). Mèxic: Limusa.
- Borrell, J.** (1990). *Métodos matemáticos para la economía* (4a. ed.). Madrid: Pirámide.
- Chiang, A.** (1987). *Métodos fundamentales de la economía matemática*. Madrid: McGraw-Hill [Mèxic: 1990.].
- Hillier, F.; Lieberman, G.** (1997). *Introducción a la investigación de operaciones* (4a ed.). Mèxic: McGraw-Hill.
- Luenberger, D.** (1992). *Programación lineal y no lineal*. Wilmington: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Prawda, J.** (1980). *Métodos y modelos de investigación de operaciones* (vol. I). Mèxic: Limusa.
- Ríos Insua, S.** (1988). *Investigación operativa. Optimización*. Madrid: Editorial Centro de Estudios Ramón Areces.
- Ríos Insua, S.** (1996). *Investigación operativa* (3a ed.). Madrid: Centro de Estudios Ramón Areces.
- Salas, S.; Hille, E.** *Calculus*. Ed. Reverté.
- Sanz, P.; Vázquez, F.J.** (1995). *Cuestiones de cálculo*. Madrid: Pirámide.
- Sydaeter, K.; Hammond, P.** (1995). *Mathematics for Economic Analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall International.
- Villalba, D.; Jerez, M.J.** (1990). *Sistemas de optimización para la planificación y toma de decisiones*. Madrid: Pirámide.