

Comunicacions analògiques: modulacions AM i FM

Una perspectiva històrica

Francesc Rey Micolau
Francesc Tarrés Ruiz

PID_00184978



Els textos i imatges publicats en aquesta obra estan subjectes –llevat que s'indiqui el contrari– a una llicència de Reconeixement-NoComercial-SenseObraDerivada (BY-NC-ND) v.3.0 Espanya de Creative Commons. Podeu copiar-los, distribuir-los i transmetre'ls públicament sempre que en citeu l'autor i la font (FUOC. Fundació per a la Universitat Oberta de Catalunya), no en feu un ús comercial i no en feu obra derivada. La llicència completa es pot consultar a <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/es/legalcode.ca>

Índex

Introducció	5
Objectius	7
1. Les comunicacions telegràfiques	9
1.1. El codi de Morse i la correcció d'errors	10
1.2. Actualització del telègraf	12
1.3. La telegrafia sense fils i els inicis de la ràdio	16
2. Amplitud modulada	19
2.1. Nomenclatura	21
2.2. Formulació matemàtica bàsica de l'amplitud modulada	23
2.3. L'envolupant d'un senyal AM	24
2.4. La detecció d'envolupant	26
2.5. El receptor de ràdio de galena	27
2.6. El problema de la sobremodulació	29
2.7. Transformada de Fourier de l'amplitud modulada	30
2.8. Potència del senyal AM	32
2.9. Eficiència espectral	34
2.10. Moduladors d'AM	35
2.10.1. Moduladors de producte	35
2.10.2. Moduladors de llei quadràtica	37
2.11. Receptors d'AM	39
2.11.1. Receptor d'AM coherent	40
2.11.2. Receptor superheterodí	41
3. Altres esquemes de modulació d'amplitud	46
3.1. Doble banda lateral (DSB)	46
3.2. Moduladors DSB	48
3.3. Desmoduladors DSB	49
3.4. Espectre de la modulació DSB	50
3.5. Eficiències en DSB	51
3.6. Modulació en banda lateral única	51
3.7. Banda lateral vestigial	53
3.7.1. Recepció de la VSB i condicions del filtre	55
4. La modulació en freqüència	57
4.1. Formulació bàsica	59
4.2. Moduladors i desmoduladors de FM	62
4.3. Potència, amplada de banda i característiques enfront del soroll de l'FM	64

4.3.1. Regla de Carson	66
4.3.2. Efecte captura	67
4.3.3. Efecte llindar	68
4.3.4. Filtres de preèmfasi i desèmfasi en FM	70
4.4. FM estereofònica	72
Resum	75
Activitats	77
Bibliografia	81

Introducció

És convenient estudiar els sistemes de comunicació actuals des d'una perspectiva evolutiva. Les tècniques de modulació i multiplexació usades en els sistemes digitals moderns són conseqüència d'una contínua millora en la qualitat dels serveis dels sistemes de comunicacions. Aquesta millora progressiva ha permès que de manera gradual hagi augmentat la fiabilitat dels sistemes, la velocitat i el nombre d'usuaris fins a valors que semblaven molt difícils d'obtenir fa uns pocs anys. Els esforços tecnològics dedicats a la millora d'aquests sistemes se sustenten sobre un coneixement exhaustiu de les característiques i la problemàtica dels sistemes previs. Per això, és fonamental disposar de certa perspectiva històrica sobre l'evolució tecnològica dels sistemes de comunicacions per a comprendre les peculiaritats dels sistemes més moderns. A més, hi ha certa inèrcia al canvi. En efecte, quan un servei de comunicacions està fortament implantat, substituir-lo per un nou servei amb prestacions millors és de vegades molt difícil i fins i tot, de vegades, pràcticament impossible.

La transició de la televisió analògica a la digital ha representat fer grans inversions econòmiques en la indústria de la televisió. Aquestes inversions afecten no solament l'usuari final, sinó que inclou la substitució i actualització de les xarxes de transmissió i redifusió, la digitalització dels estudis de televisió i la formació de nous tècnics i, evidentment, l'actualització del parc de receptors, les instal·lacions d'antenes col·lectives i els equips descodificadors. En aquest cas concret, la transició s'ha pogut fer gràcies a un important suport polític (i legislatiu) que promou aquests nous sistemes i serveis de televisió digital.

No obstant això, a pesar que també s'han fet alguns esforços polítics, en altres casos, com en la difusió de ràdio, l'actualització a serveis digitals ha tingut molt poc èxit. Certament, hi ha estàndards digitals com el *digital audio broadcasting* (DAB) o el *digital radio mondiale* (DRM), que ofereixen serveis d'alta qualitat de difusió musical però que han tingut molt poc impacte comercial. De fet, hi ha diferents emissores que han estat transmetent en proves utilitzant aquests estàndards des del final de la dècada dels noranta i diversos fabricants han comercialitzat equips de reproducció compatibles amb aquests estàndards. No obstant això, el seu impacte comercial ha estat molt baix i actualment moltes emissores que estaven en proves han abandonat les transmissions. Els antics sistemes de difusió mitjançant AM i FM, sobretot aquest últim, continuen dominant el mercat.

Tot això significa que alguns sistemes de comunicacions que van ser dissenyats en la primera meitat del segle passat mereixen ser estudiats amb molta atenció, no solament per la seva importància històrica i com a base conceptual dels nous sistemes, sinó també perquè en molts casos continuen essent utilitzats en aplicacions comercials de gran èxit.

En aquest mòdul es consideren dos sistemes de comunicacions analògics que han tingut una gran importància tant des del punt de vista tecnològic com comercial. Es tracta dels sistemes de modulació en amplitud (amplitud modulada, AM) i freqüència modulada (FM). Els dos sistemes de comunicacions es continuen utilitzant en aplicacions de ràdio comercial i constitueixen la base de molts altres sistemes de comunicacions analògics i digitals. Intentarem proporcionar una perspectiva històrica de com han evolucionat aquests sistemes de comunicacions, proporcionar-ne un mínim de detalls matemàtics i intentar concentrar-nos en els conceptes i idees fonamentals. Intentarem justificar la cadència de les innovacions tecnològiques tenint en compte els problemes de cadascun dels sistemes de comunicacions, les solucions aportades i els conflictes comercials que en molts casos han dificultat o alentit la introducció de noves metodologies.

Objectius

Els principals objectius d'aprenentatge en aquest mòdul són:

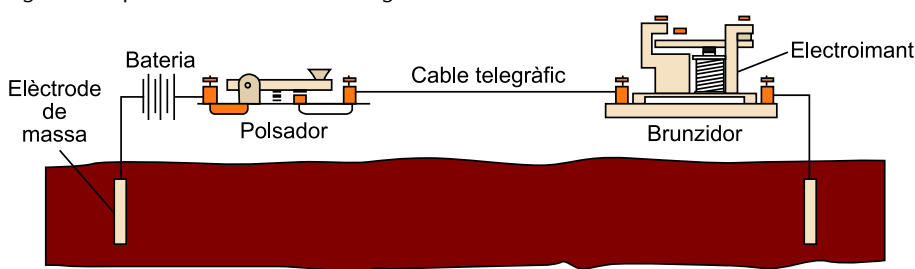
1. Introduir les tècniques històriques de comunicacions mitjançant fils. Comprendre'n els avantatges i els inconvenients.
2. Introduir els elements bàsics per a les comunicacions via ràdio.
3. Comprendre la necessitat de modular els missatges.
4. Comprendre els principis de funcionament de l'amplitud modulada (AM).
5. Conèixer els mecanismes bàsics per a la recepció de senyals AM.
6. Calcular l'espectre d'un senyal AM.
7. Introduir els conceptes d'*eficiència de potència* i *eficiència espectral* d'una modulació.
8. Conèixer les principals variants de les modulacions AM, i també algunes de les seves aplicacions.
9. Conèixer els principis de modulació en freqüència (FM).
10. Comprendre els avantatges de la modulació en freqüència respecte a la modulació en amplitud.
11. Conèixer els resultats bàsics i les característiques de l'espectre d'un senyal en FM.
12. Tenir una perspectiva històrica de com s'han anat introduint les diferents tecnologies de modulacions analògiques.

1. Les comunicacions telegràfiques

La telegrafia amb fils se sol associar a l'inici de les telecomunicacions. La idea bàsica de transmetre informació utilitzant sistemes elèctrics va ser proposada per diversos científics de diferents nacionalitats, que es disputen els orígens de la idea. Un dels pioners va ser el català Francesc Salvà i Campillo, que ja el 1795 va proposar un primer sistema de telegrafia que va millorar progressivament en diverses publicacions posteriors. Per a la telegrafia amb fils va proposar un sistema basat en la recepció de corrents galvànics produïts per les càrregues electrostàtiques d'ampolles de Leyden en l'extrem transmissor. El sistema proposava l'ús de diversos parells de cables, 22 en la primera versió, que s'utilitzen cadascun per a transmetre una paraula codi diferent (caràcters). Paral·lelament, també va proposar sistemes de telegrafia sense fils utilitzant l'aigua de mar com a sistema per a desplaçar càrregues electrostàtiques entre Mallorca i la Península. G. Marconi mateix va reconèixer les contribucions de Salvà i Campillo a la telegrafia sense fils.

El primer sistema pràctic i amb considerable èxit comercial de telegrafia amb fils és proposat per Samuel F. B. Morse, amb un prototip funcional el 1835, que es va patentar el 1838 i es va començar a explotar comercialment el 1844 mitjançant un servei públic entre Washington DC i Baltimore. Des d'un punt de vista elèctric, el telègraf de Morse és molt simple. Es tracta d'un polsador telegràfic en l'extrem transmissor i un brunzidor (electroimant) en l'extrem receptor. Els dos elements estan units per un únic cable que es tanca a través de la terra. El polsador s'encarrega de tancar el circuit, connectant la bateria que produeix el brunzit en l'extrem remot. L'esquema bàsic es representa en la figura 1. La idea general està presa de la telegrafia òptica, que consistia a enviar missatges entre dos punts distants utilitzant llums intermitents amb codis, el significat dels quals era ben conegut tant pel transmissor com pel receptor. En aquest cas, la llum era substituïda pel so del brunzidor. El telègraf es podia utilitzar independentment de les condicions atmosfèriques i de visibilitat.

Figura 1. Esquema elèctric bàsic del telègraf de Morse



El conjunt està format per un únic cable que es tanca per terra. El polsador telegràfic tanca el circuit i es produeix un brunzit en l'electroimant de l'extrem remot.

1.1. El codi de Morse i la correcció d'errors

Morse i els seus ajudants van idear un codi específic per a transmetre els caràcters del text que es volia enviar a l'extrem remot. Essencialment el codi consistia a transmetre dos símbols representats com un punt i una ratlla. El punt era una connexió curta (brunzit de curta durada) i la ratlla tenia una durada més llarga (aproximadament el doble). Cada caràcter tenia assignada una seqüència de punts i ratlles com la que es mostra en la figura 2.

El missatge es transmetia concatenant les paraules codi a cada caràcter de text que es volia enviar. Es tracta d'un sistema de comunicacions en llenguatge "no natural", la qual cosa significa que perquè el sistema funcioni es requereix un cert aprenentatge per a manejar-lo. Els operadors han de conèixer els codis tant per a aplicar-los en la codificació dels missatges com en la descodificació, i es requereix certa pràctica perquè el sistema funcioni de manera eficient. Això contrasta amb altres serveis de comunicacions en llenguatge "natural" com el telèfon, en què per a utilitzar-los no es requereix dur a terme cap tipus d'aprenentatge, ni tan sols cal saber llegir o escriure.

Aquesta "naturalitat" en l'ús del servei de comunicacions explica la gran acceptació popular que va tenir el telèfon. En contraposició, perquè el servei de telègrafs fos operatiu era necessari establir no solament una infraestructura de recursos tecnològics (els cables i els terminals de transmissió i recepció) sinó també una xarxa de telegrafistes que s'encarreguen d'enviar i rebre els missatges.

Figura 2. Taula del codi de Morse

A	.-	M	--	Y	-.---	6	-....
B	-...	N	-.	Z	---..	7	---...
C	-.-.	O	---	Ä	.-.-	8	---..
D	-..	P	.--.	Ö	---.	9	----.
E	.	Q	---.-	Ü	..---	.	.-.-.-
F	..-.	R	.-.	Ch	----	,	---.---
G	---.	S	...	0	-----	?	..---..
H	T	-	1	.-----	!	..---
I	..	U	..-	2	..----	:	---...
J	.----	V	...-	3	...---	"	.-..-.
K	-.-	W	.--	4-	'	.-----.
L	.-..	X	-..-	5	=	-...-

Cada caràcter de text es correspon amb una seqüència de connexions curtes o llargues del circuit telegràfic que produeixen brunzits audibles en el receptor.

Una característica important del codi de Morse és que la seqüència de punts i ratlles assignada a cada caràcter és de longitud variable. En efecte, les seqüències assignades als caràcters més usats (per exemple, la *i* o la *a*) són molt curtes, mentre que les seqüències assignades a caràcters que s'usen menys (com la *z*) són més llargues. Això permet optimitzar la longitud total del missatge per transmetre i fer el sistema més eficient. Aquesta idea és precursora dels

codis de Huffman, que s'utilitzen per a comprimir els senyals d'àudio i vídeo i que també es basen en la idea d'assignar paraules codi de poca longitud als missatges amb més probabilitat i viceversa.

Morse havia provat altres opcions per a codificar els seus missatges que no van donar uns resultats tan acceptables. Una era assignar a cada paraula del vocabulari un nombre i fer la transmissió dels nombres. En l'extrem remot l'operador havia de buscar en un llibre la paraula corresponent a cada nombre rebut. El sistema, encara que factible, resultava molt més complex, ja que per a un operador humà era relativament fàcil memoritzar el codi de Morse, de manera que la transmissió i recepció es podia fer sense necessitat de consultar cap taula.

És curiós considerar que en el primer prototip comercialitzat el sistema d'assignació dels codis de Morse era automàtic. Morse va dissenyar una màquina en la qual s'introduïen directament els caràcters de text i produïa la pulsació automàtica de punts i ratlles del codi de Morse. No obstant això, els operadors van memoritzar ràpidament el codi de Morse i van trobar més pràctic transmetre'l directament mitjançant un polsador.

El tipus de símbols que es poden enviar a través d'una línia telegràfica són el punt i la ratlla. Podem, per tant, considerar el telègraf com el primer sistema de comunicacions digitals, en què el nombre de símbols que es transmet és finit. De fet, aquesta característica digital és la que va protegir el funcionament correcte del sistema en els inicis de l'electricitat i les comunicacions. En haver-hi un nombre de possibles missatges molt limitat, el receptor solament ha de ser capaç de distingir si s'ha transmès un punt, una ratlla o silenci. Evidentment, això és molt més fàcil que si el nombre de símbols hagués estat molt més gran.

Un dels problemes dels codis de Morse és que si es produeix un error en la transmissió (es confon un punt per silenci o per una ratlla, etc.) llavors no resulta trivial descodificar el missatge. Un operador humà pot intentar recompondre el missatge original, corregint els errors, tenint en compte que els caràcters transmesos han de formar paraules i que aquestes segurament han de constituir un missatge que tingui un sentit. No obstant això, no resulta fàcil aplicar aquestes regles de correcció a algorismes automàtics. Actualment, els algorismes de correcció es basen a introduir regles matemàtiques de redundància sistemàtica. El receptor comprova que els missatges rebuts tinguin els bits addicionals d'acord amb les regles de redundància introduïdes i en cas contrari pot intentar fer les correccions d'aquells bits que impedeixen que es compleixi la regla.

Morse aviat es va adonar que era important que el missatge rebut, en comptes de presentar-se en un format audible, es presentés imprès sobre algun tipus de paper. Imprimir els punts i les ratlles podia permetre analitzar el missatge

amb més calma i fer les correccions oportunes en el cas que apareguessin errors. L'anàlisi dels errors en la comunicació podia requerir un temps de procés considerable que era fet pels telegrafistes.

1.2. Actualització del telègraf

L'èxit comercial del telègraf va ser molt important, ja que permetia enviar missatges de manera molt més ràpida que el correu convencional. El seu desenvolupament als Estats Units és paral·lel al del ferrocarril, ja que en la majoria dels casos les línies telegràfiques s'instal·laven de manera paral·lela a les vies del ferrocarril. El telègraf va ser el responsable que el *Pony Express*, èpic servei de correus i paquets urgents des de Missouri a la costa del Pacífic que utilitzava genets i cavalls que s'intercanviaven en estacions distribuïdes al llarg de la ruta, desaparegués al novembre de 1861, només un any i mig després de la implantació del telègraf. El *Pony Express* garantia el lliurament d'un paquet de costa a costa en 10 dies. El telègraf permetia l'enviament d'un missatge de manera pràcticament instantània.

El telègraf va ser el primer sistema de comunicacions electròniques que es va utilitzar per a coordinar operacions militars. L'èxit del sistema va promoure que comencessin a aparèixer solucions perquè es poguessin establir comunicacions dúplex (en els dos sentits) a través del mateix cable. Els sistemes dúplex van ser introduïts per J. B. Stearns el 1872 i estan basats en sistemes diferencials que anul·len la connexió del polsador en el mateix extrem del brunzidor. D'aquesta manera, es podien fer dues comunicacions simultàniament pel mateix cable sense que apareguessin interferències. És la primera variant de multiplexació de missatges, que poden ser transmesos de manera simultània compartint el mateix recurs. El 1874 Thomas A. Edison patenta un sistema quàdruplex que permet 4 senyals simultanis per la mateixa línia.

Aviat els cables telegràfics van cobrir gran part dels Estats Units i es van començar a desplegar cables transoceànics per a travessar l'Atlàntic. No obstant això, en augmentar la longitud dels cables es va començar a observar que el sistema deixava de funcionar com calia esperar. Morse ja s'havia adonat d'aquest problema, i per això va decidir no soterrar els cables sinó tendir els conductors en pals (telegràfics) entre aïlladors. En augmentar la longitud del cable s'observava que el senyal no es rebia de manera instantània en l'altre extrem. De la mateixa manera, quan es deixava d'accionar el polsador, el senyal tampoc no desapareixia immediatament de l'extrem receptor.

William Thomson, físic anglès conegut com Lord Kelvin, va analitzar aquest problema i en va explicar les causes. La raó és que la càrrega d'un cable es pot analitzar com si es tractés de la càrrega d'un condensador. Quan el cable té una longitud reduïda, la seva capacitat equivalent és molt baixa i quan apliquem la tensió de la bateria accionant el polsador, la càrrega del cable és pràcticament immediata. No obstant això, quan el cable té una longitud considerable, la seva capacitat equivalent és alta i la càrrega requereix un cert temps. En un

cable submarí els electrons han de carregar tota la longitud del cable, per la qual cosa els retards poden ser considerables. A més, no hi ha garanties que la càrrega es produeixi de manera uniforme, per la qual cosa el senyal que es rep en l'extrem receptor pot tenir una forma d'ona molt complexa. De la mateixa manera, quan es deixa d'aplicar el polsador, la descàrrega del cable no és immediata i el brunzit no desapareix fins al cap d'un cert temps. Lord Kelvin establí una analogia molt intuïtiva amb una barra metàl·lica que s'escalfava amb una flama en un extrem, en què la calor no arribava a l'altre extrem fins al cap d'un temps després. Igualment, quan la flama es deixava d'aplicar en un dels extrems, l'altre extrem tardava un cert temps a refredar-se.

Aquest comportament del fil telegràfic també es pot explicar des del punt de vista d'un sistema que es comporta com un filtre. Per cada freqüència, el filtre introdueix un retard i una atenuació diferents. El senyal produït pel polsador es pot interpretar com un pols que està format per un gran nombre de components freqüencials. Uns components experimenten més retards que altres, per la qual cosa el senyal que es rep en l'extrem receptor té una durada més llarga que el senyal produït en el transmissor. A més, els components d'alta freqüència són atenuats fortament pel cable, i llavors els canvis en el receptor són lents. És possible que polsos perfectament separats en l'extrem transmissor s'eixamplin i arribin a interferir entre ells en el receptor.

Aquest fenomen es coneix com a *interferència intersimbòlica*: la forma d'ona dels polsos transmesos és distorsionada pel filtre del canal i poden aparèixer encavalcaments i interferències entre els polsos rebuts. En el cas del telègraf, un operador humà pot arribar a produir un total de 200 símbols per minut. Si la línia de transmissió és relativament curta, els polsos no interferiran entre ells en l'extrem receptor, però si és molt llarga, sí que ho faran.

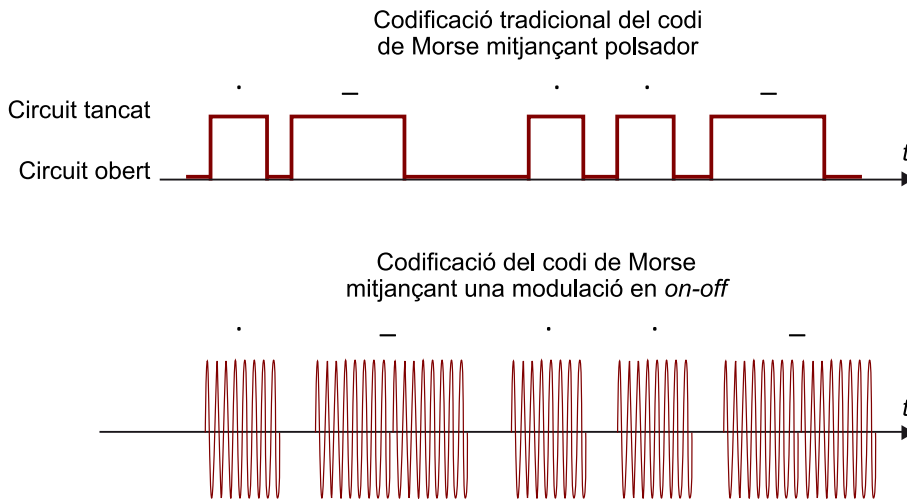
La solució a aquest problema va venir amb la introducció de la modulació dels polsos transmesos. La idea bàsica es mostra en la figura 3, en què en comptes de transmetre els polsos representats en la part superior de la figura, es proposa transmetre una portadora d'alta freqüència que només està activa durant el temps corresponent al pols. La portadora es pot detectar en l'extrem receptor mitjançant l'ús de filtres passabanda centrats a aquesta freqüència. La qualitat de la propagació d'aquest senyal a través del cable millora considerablement, ja que pràcticament tota l'energia del senyal està centrada en una banda de freqüències molt estretes. Es tracta de cercar bandes de freqüència en què les característiques del cable siguin bones, amb poca atenuació i retard.

Aquest tipus de modulació es coneix amb el nom d'*on-off keying*, ja que consisteix a transmetre o deixar de transmetre la portadora. Els sistemes telegràfics que sorgeixen d'aquest procediment es denominen *sistemes d'ona contínua* (CW¹). La idea per a transmetre el codi de Morse utilitzant aquesta modulació consisteix a comprovar si es detecta la presència de la portadora. Efectivament, el codi de Morse es pot adaptar amb facilitat a aquesta modulació. El punt es representa amb la presència de portadora durant un curt espai de temps,

⁽¹⁾ CW és la sigla de l'expressió anglesa *continuous wave*.

mentre que la ratlla es codifica amb un temps més llarg. El receptor ha de detectar la presència de portadora i, en funció del temps detectat, decidir si s'ha transmès un punt o una ratlla.

Figura 3. Codificació Morse tradicional i codificació per modulació *on-off*



Comparativa entre la codificació del codi de Morse tradicional mitjançant la connexió i desconnexió d'un polsador i la codificació mitjançant una modulació *on-off*

La modulació *on-off keying* es pot considerar com un tipus molt elemental de modulació digital ASK². En aquest tipus de modulacions digitals els bits estan codificats en l'amplitud mateixa de la portadora. Molts sistemes de modulació que s'utilitzen en aplicacions actuals, com per exemple el QAM, utilitzen com a base la modulació digital ASK. La modulació *on-off keying* també s'utilitza en alguns dispositius òptics. En concret, els dispositius IrDA³, que s'utilitzen per a interconnectar dispositius electrònics, com telèfons intel·ligents o càmeres a l'ordinador, també utilitzen aquest tipus de modulació.

⁽²⁾ ASK és la sigla de l'expressió anglesa *amplitude shift keying*.

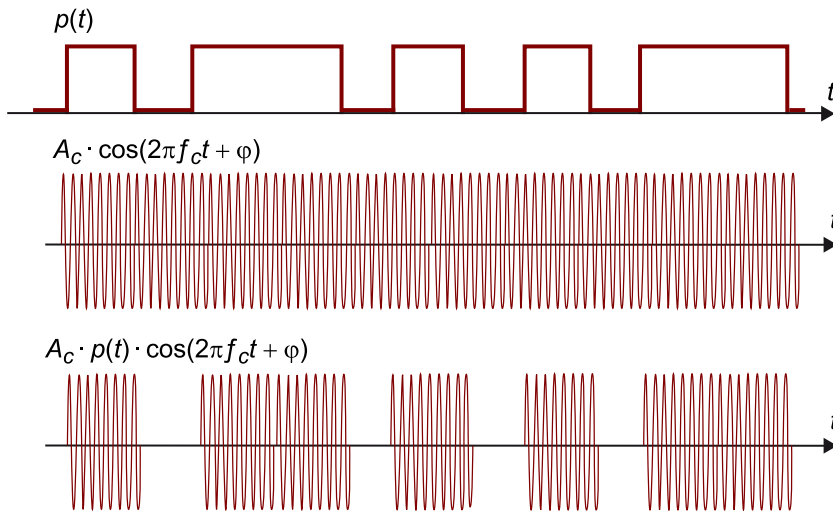
⁽³⁾ IrDA és acrònim d'*infrared data association*.

La modulació *on-off keying* es pot expressar matemàticament mitjançant l'equació següent:

$$s(t) = A_c \cdot p(t) \cdot \cos(2\pi f_c t + \varphi) \quad (1)$$

En què $s(t)$ representa el senyal transmès, A_c l'amplitud d'aquesta, $p(t)$ representa la informació per transmetre, f_c és la freqüència de la portadora i φ és la fase del senyal, que a l'efecte del sistema de comunicacions que estem considerant, no té cap efecte.

El senyal $p(t)$ representa la informació del codi de Morse i està compost per una seqüència de polsos d'amplitud unitat i zeros. La durada dels polsos permet representar els punts i les ratlles, mentre que els zeros representen el silenci. En la figura 4 es mostra la relació entre el senyal que representa la informació, que es denomina *moduladora*, i el senyal transmès.

Figura 4. Representació matemàtica de la modulació *on-off keying*

El senyal superior representa la informació per transmetre (codi de Morse) mentre que el senyal inferior representa el senyal enviat. Aquest últim es pot considerar com el producte entre la informació $p(t)$ i una portadora d'ona contínua.

Essencialment, aquest resultat ens indica que quan les distàncies són curtes podem transmetre directament la informació útil, que en el nostre cas és $p(t)$, a través del medi. En canvi, quan la distància augmenta, el cable es deixa de comportar de la manera esperada i és necessari introduir una modulació, substituint el senyal $p(t)$ pel senyal $s(t)$. El senyal $s(t)$, si s'interpreta correctament, conté la informació original. Conceptualment, el primer sistema, en el qual transmetem el senyal $p(t)$, es denomina *sistema de comunicacions en banda base*, mentre que el segon es coneix com a *comunicacions passabanda*. Durant el curs estudiarem amb certa profunditat els dos tipus de sistemes de comunicacions adaptats a la transmissió de dades.

La introducció d'una modulació en el sistema de telegrafia proporciona la possibilitat de multiplexar un gran nombre de missatges utilitzant el mateix medi. En efecte, ara diversos transmissors poden transmetre simultàniament els missatges utilitzant el mateix cable telegràfic i variant la freqüència portadora. Cada transmissor podria tenir assignada una freqüència portadora diferent. El receptor rep tots els senyals simultàniament però pot seleccionar la del transmissor desitjat sense més que posar un filtre passabanda que només deixi passar una freqüència portadora. Els filtres utilitzats es denominen **sintonitzadors** i estan formats per una bobina i un condensador connectats en paral·lel, que tenen una freqüència de ressonància igual que la freqüència de la portadora.

El conjunt de bobina i condensador permet el pas d'una única freqüència portadora i rebutja totes les freqüències que no es corresponen amb la seva freqüència de ressonància. El condensador sol ser variable, de manera que actuant sobre el seu valor es pot modificar la freqüència de ressonància del conjunt i seleccionar així entre diferents freqüències portadores. Generalment s'utilitzen condensadors amb dos conjunts de plaques metàl·liques paral·leles que, encara que estan intercalades i molt properes, no es toquen. Actuant so-

bre l'eix es pot controlar l'àrea de la superfície metàl·lica enfrontada entre els dos condensadors i modificar la capacitat del sistema. L'eix actuador per a modificar la capacitat del condensador actua com el **dial de sintonització**.

És fonamental insistir en la importància que té introduir la modulació en el senyal telegràfic, ja que permet millorar les característiques de propagació del senyal pel cable telegràfic i facilita l'ús compartit del medi per part de diversos usuaris. Aquest resultat es pot generalitzar a qualsevol sistema de comunicacions.

La **modulació d'un senyal** mitjançant la informació per transmetre permet:

- 1) Adaptar el senyal transmès a les característiques del medi amb l'objectiu de millorar-ne la propagació.
- 2) Compartir el mateix medi diversos usuaris modificant la freqüència portadora (multiplexació en freqüència).

1.3. La telegrafia sense fils i els inicis de la ràdio

Les demostracions de Heinrich Hertz de l'existència d'ones electromagnètiques que es podien propagar per l'aire van suggerir a Guglielmo Marconi la possibilitat d'estendre els sistemes de telegrafia sense la utilització de cables. La teoria electromagnètica ja havia estat exposada per James Clerk Maxwell el 1873 però no es va poder demostrar de manera pràctica fins a 15 anys més tard amb l'experiment de Hertz. Així i tot, Hertz va utilitzar un generador d'espurna connectat a un parell de cables que actuaven d'antena en el transmissor i un detector d'arc en l'extrem receptor. Quan carregava els cables de les antenes, aconseguia reproduir una espurna en el detector d'arc situat a certa distància. El senyal del generador d'espurna provocava una descàrrega quan la tensió dels cables superava un cert límit i produïa un senyal que oscil·lava en els terminals de la bobina. La freqüència d'oscil·lació estava relacionada amb la longitud dels cables (antena). Encara que el sistema permetia comprovar que devien existir ones electromagnètiques que es propagaven per l'aire, tal com havia predit J. C. Maxwell, l'experiment no resultava pràctic per a la transmissió de senyals, ja que les distàncies eren molt curtes.

Guglielmo Marconi es va proposar estendre la idea de Heinrich Hertz per a aplicar la propagació per ràdio a la telegrafia. Per a això va fer diverses millores en l'experiment de Hertz. En primer lloc va modificar el generador d'espurna de Hertz aplicant un polsador de telegrafia i va utilitzar un únic cable de més longitud com a antena. Amb l'ús d'un únic cable va millorar l'eficiència de la radiació, ja que la terra actuava com a reflector del cable i s'obtenia un sistema radiant equivalent de doble longitud. També va canviar el receptor d'arc pel cohesor que havia inventat Edouard Branly el 1890. El cohesor era essencial-

ment un circuit amb un interruptor format per petites llimadures de ferro. En condicions normals, les llimadures no estaven alineades i el circuit no conduïa, però en presència d'ones electromagnètiques, les llimadures tancaven un circuit que aplicava la tensió a uns auriculars i feia possible l'audició de les ones electromagnètiques generades en accionar el polsador del telègraf.

Marconi va fer la primera demostració d'aquest sistema a Bolonya i va aconseguir propagar el senyal a una distància d'1 km. Un any més tard Marconi va emigrar a Anglaterra a causa de l'escàs interès que va tenir a Itàlia el seu invent. Va presentar diverses patents, que van ser discutides per altres pioners de la ràdio, i va millorar progressivament el seu invent fins al punt de poder cobrir distàncies de 20 quilòmetres el 1897, data en la qual funda la Marconi Telegraph Company, que es convertirà en una de les primeres multinacionals de les telecomunicacions. El 1901, després de diverses optimitzacions en els equips, va ser possible fer la primera transmissió transatlàntica.

El telègraf sense fils va tenir una gran importància en l'establiment de comunicacions per a la navegació. Igual que en la telegrafia amb fils, els senyals que es transmetien eren polsos modulats per la freqüència de l'oscil·lador i es podien sintonitzar a diferents freqüències portadores, cosa que permetia compartir els recursos. Els circuits de sintonització utilitzats per Marconi no difereixen considerablement dels utilitzats avui dia. Va tenir molta importància en l'establiment de comunicacions militars durant la Primera i la Segona Guerra Mundial. Perquè els missatges no poguessin ser desxifrats pels enemics es xifrava el text original abans de fer la transmissió dels codis de Morse.

El desenvolupament de la ràdio és paral·lel al del telègraf sense fils i moltes de les patents i enginyers de circuits de transmissió i recepció de senyals es comparteixen (i disputen) entre tots dos sistemes. La ràdio s'entén com un dispositiu electrònic que permet la recepció de senyals d'àudio per l'espai. Conceptualment, la transmissió de veu i música resulta bastant més complexa que la transmissió d'un codi de Morse, en la qual el receptor només ha de detectar quan s'ha transmès o no la portadora i produir un brunzit. La transmissió d'àudio requereix enviar amb certa precisió la forma d'ona del senyal a l'auricular. El problema principal és que els circuits de transmissió utilitzats en telegrafia estaven basats en el generador d'espurna, que produïa un senyal oscil·lant però de naturalesa erràtica, poc pur en freqüència. Per a detectar si s'havia produït o no un pols de radiofreqüència, aquest senyal era suficient, però li faltava qualitat per a poder transmetre amb precisió les formes d'ona associades a la veu humana o a la música.

El 1906, Erns Frederick Werner Alexanderson, de la General Electric Company, va introduir l'alternador o generador rotatiu de senyals alterns per a la transmissió de ràdio. El principi de funcionament és semblant a la generació de

l'electricitat per mitjà de turbines, encara que en aquest cas es produeixen senyals d'alta freqüència (sobre els 50 kHz) a potències d'1 kW. El senyal proporcionat pels alternadors era d'ona contínua i prou pur espectralment.

El 1906, Reginal Aubrey Fessenden va utilitzar un alternador per a transmetre veu i música i va aconseguir reproduir-ho a distància. Un any més tard, Lee de Forest va inventar el tríode, també denominat Audion, que serà el component fonamental per a la transmissió, amplificació i recepció de senyals de ràdio. El 1913, Edwin H. Armstrong va patentar el circuit regeneratiu, el principi del qual és realimentar el senyal dins de l'Audion per a produir una oscil·lació que produeix més potència i pot ser enviada a distàncies més llargues.

Al principi de la dècada dels vint van començar a aparèixer les primeres emissores comercials. En concret, la KDKA de Pittsburg es considera la primera emissora comercial, i va començar a transmetre el 2 de novembre de 1920. L'emissora estava promoguda per Westinghouse per a potenciar la venda dels primers receptors que la mateixa companyia fabricava per al públic general. El 1921 va aparèixer l'RCA⁴, que, com a fabricant de components electrònics va popularitzar els receptors de ràdio i posteriorment va formar la primera xarxa d'emissores comercials en amplitud modulada (AM⁵), els fonaments de la qual estudiarem en l'apartat següent.

⁽⁴⁾RCA és la sigla de Radio Corporation of America.

⁽⁵⁾AM és la sigla d'*amplitud modulada*.

2. Amplitud modulada

La **modulació d'amplitud** (AM⁶) és una tècnica utilitzada per a transmetre senyals de baixa freqüència utilitzant un medi físic, que pot ser l'aire o un cable. La idea essencial d'aquesta tècnica és utilitzar una portadora sinusoidal d'alta freqüència l'amplitud de la qual es modifica tenint en compte el missatge que volem transmetre. Essencialment, el missatge per transmetre queda "registrat" com l'"envolupant" del senyal, de manera que el receptor ha de ser capaç de recuperar la forma d'ona de l'envolupant per a poder recuperar el missatge original.

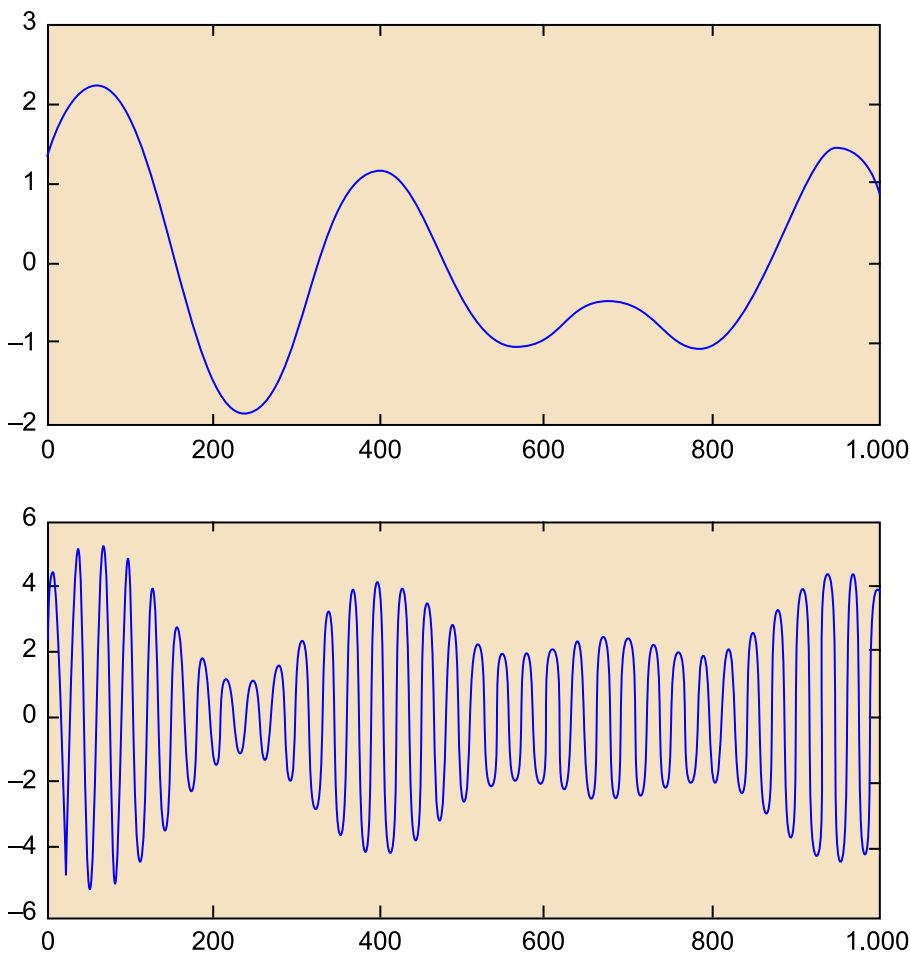
⁽⁶⁾ AM és la sigla d'*amplitud modulada*.

Reflexió

En aquest mòdul ens centrem principalment en la radiació de la senyals a l'aire, encara que els resultats obtinguts poden ser generalitzats per a medis de transmissió guiats.

De manera gràfica es pot veure aquest concepte en la figura 5, en la part superior de la qual es representa la forma d'ona del senyal que es vol transmetre, mentre que en la part inferior es representa la forma d'ona del senyal en amplitud modulada que s'amplificarà i s'aplicarà a l'antena transmissora.

Figura 5. Representació esquemàtica d'una modulació en AM



El senyal amb la informació que volem transmetre es troba en la part superior de la figura. Aquesta informació modula una portadora d'alta freqüència, que és el senyal que es transmet al canal. L'envolupant del senyal modulat coincideix amb la informació.

El senyal d'informació és de baixa freqüència. En el cas concret de l'AM comercial es tracta generalment de senyal de veu o musical de baixa qualitat, amb amplada de banda sobre els 3,5 kHz o 4 kHz. Les freqüències portadores en ona mitjana a Espanya estan assignades en la banda que va des de 526,5 kHz fins a 1.606,5 kHz; per tant, la freqüència portadora és diversos ordres de magnitud superior a la freqüència màxima del senyal d'informació. Aquesta circumstància no queda plasmada en la figura 5 en què, per claredat del gràfic, la freqüència de la portadora és només unes 10 vegades més gran que la freqüència del senyal. En la pràctica, la portadora té una freqüència moltíssim més gran, per la qual cosa la visualització i l'extracció de l'envolupant serà encara més simple.

Recapitulant alguns dels resultats que ja hem esmentat per al cas del telègraf, podem dir que en la transmissió de ràdio, la modulació del senyal ens permet:

1) **Adaptar el senyal al medi** per a una radiació electromagnètica eficaç. En efecte, una regla aproximada per a estimar la mida d'una antena ens diu que per a una radiació electromagnètica eficaç, les antenes han de tenir una dimensió comparable a una desena part de la longitud d'ona del senyal. Aquesta regla és molt aproximada i té nombroses excepcions, però la podem usar com una primera aproximació per a calcular la mida que hauria de tenir una antena. En el cas de les freqüències assignades a l'AM comercial, suposant una freqüència central d'1 MHz, obtindrem que la longitud aproximada de l'antena ha de ser de 30 m. Certament, es tracta d'una antena de grans dimensions, però construïble. Si s'intentés radiar directament la informació original amb una freqüència central situada entorn d'1 kHz, les dimensions de l'antena necessària per a això serien de 30 km. En la figura adjunta es mostra la fotografia d'una antena de difusió de Ràdio Nacional d'Espanya en ona mitjana (AM).

2) **Multiplexar diversos senyals en el mateix medi.** Modificant la freqüència de la portadora, podem enviar diversos senyals de manera simultània al mateix medi. El receptor serà capaç de discriminar els diferents senyals mitjançant filtres passabanda centrats en cadascuna de les freqüències. El receptor pot modificar la freqüència del filtre passabanda per a sintonitzar un senyal o un altre. En la figura 6 podem veure representat el mateix senyal d'informació utilitzant 3 freqüències portadores diferents.

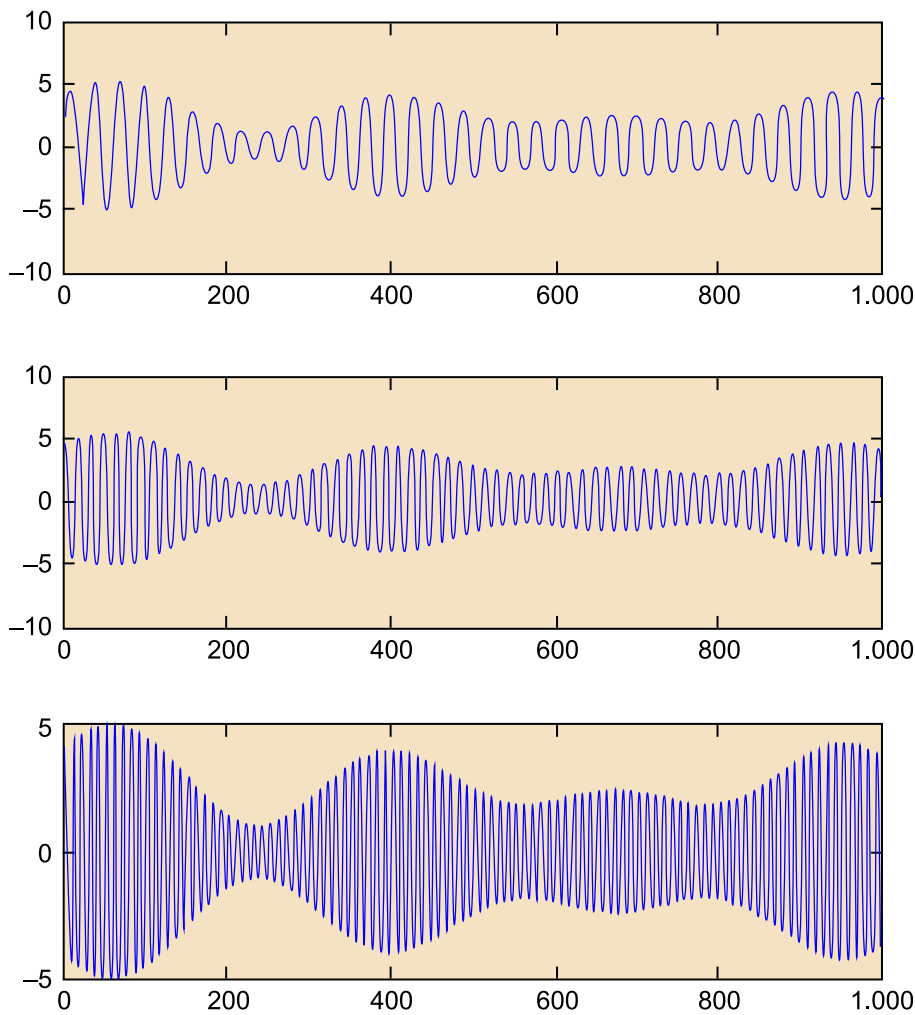
Longitud de l'antena

Per a fer el càlcul cal utilitzar la fórmula $\lambda f = c$, en què λ és la longitud d'ona, f la freqüència del senyal i c la velocitat de la llum ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s).



Antena reemissora d'ona mitjana (AM) de Ràdio Nacional d'Espanya

Figura 6. Representació de diversos senyals en amplitud modulada utilitzant diferents portadores



El receptor pot sintonitzar un dels senyals mitjançant un filtre passabanda que rebutgi les emissores no desitjades.

2.1. Nomenclatura

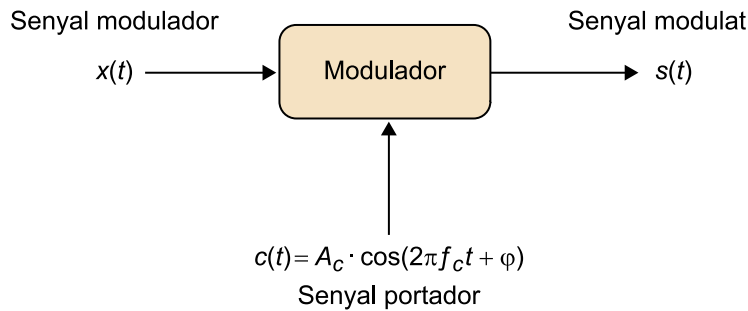
Abans de començar a formalitzar matemàticament la modulació d'amplitud, definirem alguns conceptes genèrics sobre modulació de senyals i n'introduïrem la notació i les definicions necessàries en aquest subapartat.

Suposem que el senyal d'informació que volem enviar és $x(t)$ i que el senyal modulat serà $s(t)$. Aquesta última és una portadora d'alta freqüència l'amplitud de la qual es modifica mitjançant l'envolupant de $x(t)$. La portadora sense modular, la denominarem $c(t)$.

En la figura 7 es mostra un esquema amb la notació i nomenclatura que emprarem. Aquest esquema, que en aquest mòdul aplicarem a l'AM i l'FM⁷, és vàlid en general per a qualsevol tipus de modulació.

⁽⁷⁾ FM és la sigla de *freqüència modulada*.

Figura 7. Representació esquemàtica dels senyals que intervenen en una modulació i la seva notació



Definim amb una mica més de precisió els conceptes i senyals que intervenen en un procés de modulació:

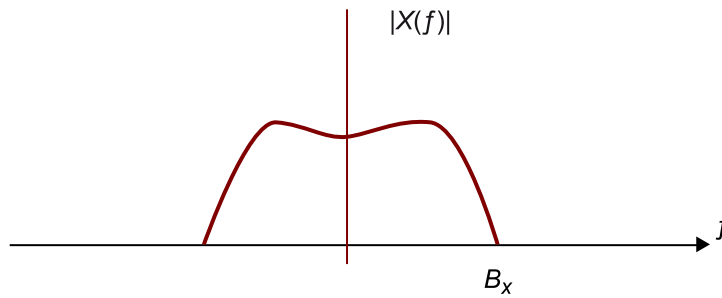
a) Amplada de banda: estrictament, l'amplada de banda B_x d'un senyal $x(t)$ real és el marge d'ocupació de freqüències positives per a les quals la transformada de Fourier d'aquest senyal no s'anul·la. A causa de les propietats de simetria que presenta la transformada de Fourier de senyals reals, aquesta amplada de banda coincideix amb la mesurada a freqüències negatives.

b) Senyal modulador $x(t)$: és el senyal real i continu per transmetre entre un transmissor i un receptor. El seu contingut freqüencial és de baixa freqüència (també denominat *passabaix*). En general, suposarem que la seva amplada de banda és B_x Hz, tal com es representa mitjançant el mòdul de la seva transformada de Fourier en la figura 8. El senyal modulador $x(t)$ també se sol denominar *missatge* o *informació per transmetre*.

c) Senyal portador $c(t)$: és un senyal sinusoidal procedent d'un oscil·lador i caracteritzat per tres paràmetres, Amplitud A_c , freqüència f_c i fase φ_c . La freqüència, denominada *freqüència portadora*, és el paràmetre de més interès, ja que determina la nova banda d'ocupació. En general, la freqüència és d'un valor molt més gran que l'amplada de banda del senyal d'informació: $f_c \gg B_x$.

d) Senyal modulad $s(t)$: és el senyal obtingut al final del procés de modulació. Aquest senyal, com a resultat de la modulació, ocupa una amplada de banda determinada entorn de la freqüència portadora, per la qual cosa es denomina *senyal passabanda*. En funció de com es faci el procés de modulació, el senyal modulad es pot interpretar com un nou senyal sinusoidal d'amplitud, freqüència o fase dependents del senyal modulador.

Figura 8. Representació esquemàtica del mòdul de la transformada de Fourier d'un senyal i la seva amplada de banda



Observeu que l'eix vertical d'amplituds es representa sense la fletxa per no confondre'l amb una funció delta de Dirac en l'origen.

2.2. Formulació matemàtica bàsica de l'amplitud modulada

Per simplificar l'anàlisi de la modulació d'amplitud suposarem que el senyal modulador $x(t)$ està normalitzat a la unitat:

$$|x(t)| \leq 1 \quad (2)$$

Evidentment, si el senyal d'informació que volem transmetre no està normalitzat sempre podem fer aquesta normalització abans de transmetre, dividint pel valor màxim:

$$x(t) = \frac{x'(t)}{\max\{|x'(t)|\}} \quad (3)$$

En la pràctica, aquestes normalitzacions estan imposades pels amplificadors operacionals mateixos, que condicionen el senyal d'informació abans de la transmissió i que en limiten l'excursió entre els valors de la tensió d'alimentació (que suposem que és la nostra normalització a la unitat).

El senyal modulat en amplitud es defineix com:

$$s(t) = A_c \cdot (1 + m \cdot x(t)) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi) \quad (4)$$

en què A_c , f_c i φ representen, respectivament, l'amplitud, freqüència i fase de la portadora, $x(t)$ és el senyal d'informació i m és un paràmetre que es coneix com a *índex de modulació*, i que en general hauria de prendre valors entre 0 i 1: $0 \leq m \leq 1$.

L'índex de modulació és un paràmetre que generalment s'expressa en tant per cent i que ens indica el grau en què el senyal d'informació afecta l'amplitud de la portadora. En efecte, com que $|x(t)| \leq 1$, l'amplitud del senyal modulat estarà sempre entre:

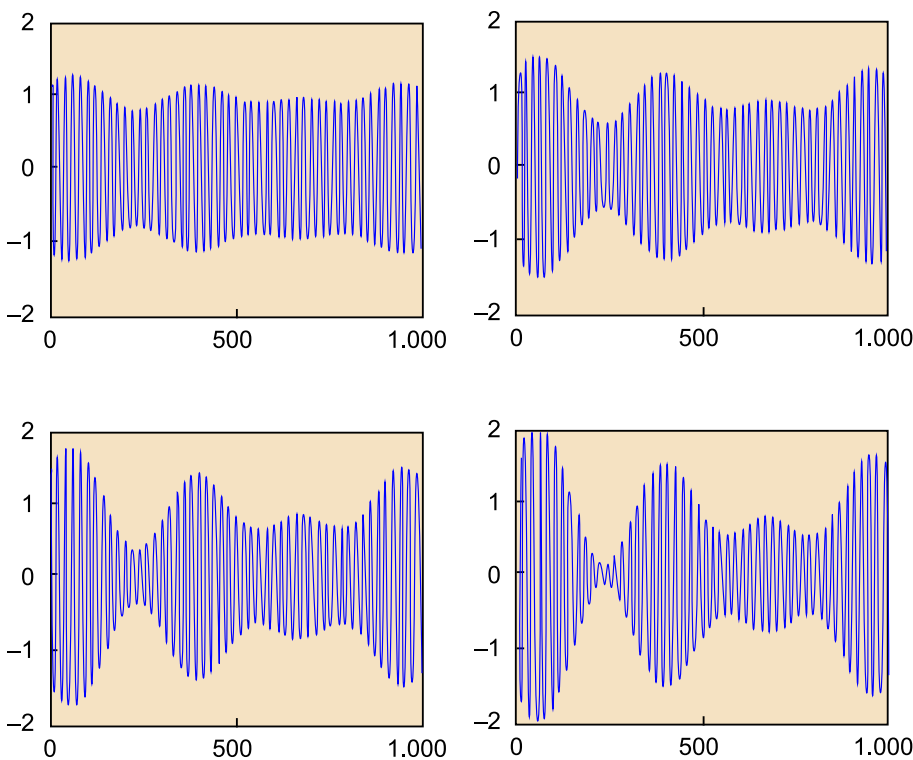
$$A_c(1-m) \leq s(t) \leq A_c(1+m) \quad (5)$$

Així, aproximar el valor de m a la unitat (100% d'índex de modulació) significa que l'amplitud del senyal modulad estarà entre un valor aproximadament 0 i un altre de valor $2A_c$. Si el valor de m s'apropa a 0 veiem que l'amplitud del senyal $s(t)$ oscil·larà entre dos valors propers a A_c . L'índex de modulació ens indica el grau en què l'amplitud del senyal portador és modificat pel senyal d'informació. En la figura 9 es mostra un mateix senyal modulad amb diferents índexs de modulació. Fixeu-vos, per exemple, que en el cas de tenir un índex de modulació del 100%, llavors l'excursió d'amplitud del senyal és màxima.

2.3. L'envolupant d'un senyal AM

Un dels avantatges de la modulació en AM és que per al receptor és molt simple recuperar la informació del senyal $x(t)$ a partir del senyal modulad $s(t)$. Per a això n'hi ha prou d'obtenir l'envolupant del senyal modulad.

Figura 9. Exemple d'un senyal modulad en amplitud amb diferents índexs de modulació



Els índexs de modulació, d'esquerra a dreta i de dalt a baix, són 25%, 50%, 75% i 100%. En tots els casos el senyal modulador és el mateix.

Intuïtivament, el concepte d'*envolupant* és el de la corba que uneix els màxims (o mínims) del senyal modulad. Per reforçar aquest concepte intuïtiu de l'envolupant en la figura 10 es representa un senyal modulad en AM i la seva envolupant superposats.

Matemàticament, l'envolupant es defineix com el valor absolut de l'amplitud del senyal modulad. Així, per a un senyal:

$$s(t) = A(t) \cdot \cos(2\pi f_c t + \varphi) \quad (6)$$

l'envolupant es defineix:

$$\text{env}\{s(t)\} = |A(t)| \quad (7)$$

Aplicant aquesta definició al cas de la modulació AM, obtenim que l'envolupant està determinada per:

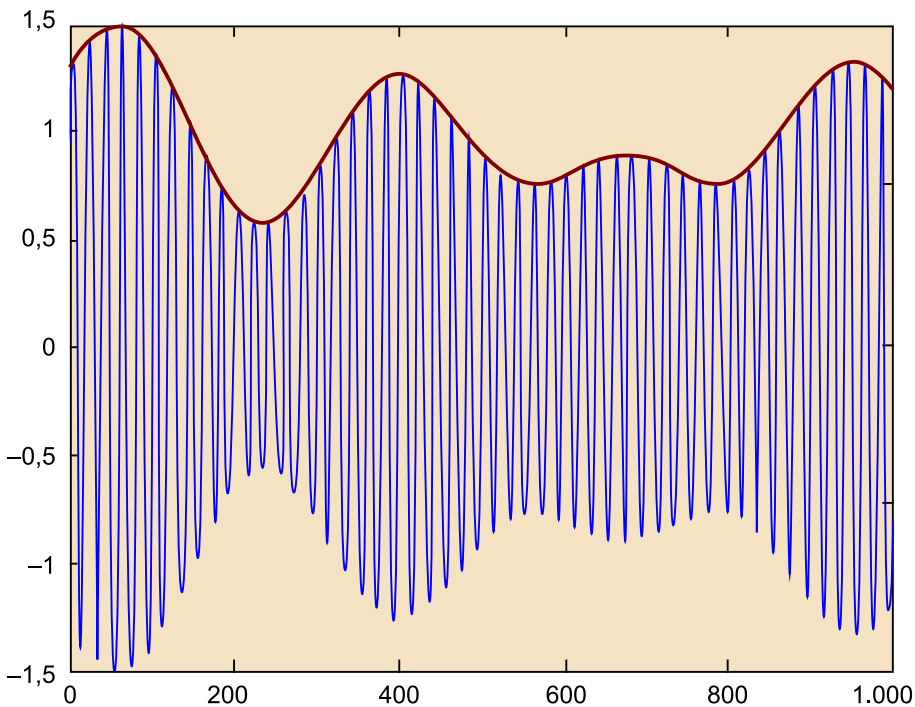
$$\text{env}\{s_{AM}(t)\} = |A_c \cdot (1 + m \cdot x(t))| \quad (8)$$

Si es compleix la condició que m és sempre més petit que la unitat i que $x(t)$ està normalitzada, llavors el terme $A_c \cdot (1 + m \cdot x(t))$ és sempre positiu, per la qual cosa el valor absolut pot desaparèixer, i obtenim:

$$\text{env}\{s_{AM}(t)\} = A_c \cdot (1 + m \cdot x(t)) = A_c + A_c \cdot m \cdot x(t) \quad (9)$$

És a dir, l'envolupant del senyal AM es pot considerar com una constant més un component de senyal que és directament proporcional a la informació $x(t)$. En altres paraules, si s'aplica un circuit electrònic que detecti l'envolupant del senyal modulad, i a la seva sortida un filtre que elimini el component continu, obtindrem un senyal proporcional a la informació $x(t)$.

Figura 10. Exemple d'un senyal modulad en AM amb un índex de modulació del 50% i la seva envolupant superposada



L'envolupant coincideix amb el senyal d'informació multiplicat per una constant més un component continu.

2.4. La detecció d'envolupant

La clau principal per la qual la ràdio en AM va tenir un gran èxit comercial es deu a la simplicitat del receptor. L'envolupant d'un senyal pot ser detectada amb un circuit molt simple i econòmic. En qualsevol sistema de difusió massiva de senyals, ja sigui de ràdio, televisió, canals mòbils, etc., és molt important que l'equip receptor sigui molt econòmic, perquè la implantació pugui ser massiva a costos reduïts. En general, s'admet que els equips de transmissió siguin més cars o complexos sempre que amb això se simplifiqui la recepció dels senyals. Veurem més endavant que la modulació en AM és bon exemple d'aquest paradigma.

En la figura 11 es representa un possible circuit per a fer la detecció d'envolupant. El díode només deixa passar el corrent en un sentit, i es produeix la càrrega del condensador. La idea és que en cada cicle de la portadora, el condensador es carregui fins al valor màxim del senyal. Una vegada la portadora baixa la tensió emmagatzemada en el condensador, es descarrega lentament a través de la resistència. En la figura 11 es representa de manera esquemàtica un detall de la tensió que s'obté a la sortida del detector d'envolupant per a uns 4 cicles del senyal portador. Fixeu-vos que el temps de descàrrega del condensador a través de la resistència és un paràmetre molt crític. Si tingués una descàrrega excessivament ràpida el senyal a la sortida, tendria a seguir la portadora. En canvi, si la descàrrega fos extremadament lenta, no seríem capaços de seguir correctament les baixades de tensió de l'envolupant, i ens quedaríem ancorats en els màxims locals de $A_c \cdot (1 + m \cdot x(t))$. En definitiva, els valors de la resistència i del condensador s'han de calcular perquè permetin seguir correctament les variacions del senyal $x(t)$ però no les variacions de la portadora $c(t)$. Afortunadament, ja hem comentat que les freqüències triades com a portadores són uns quants ordres de magnitud superiors als de l'amplada de banda del senyal, per la qual cosa el detector d'envolupant podrà funcionar sense problemes d'acord amb el que esperem.

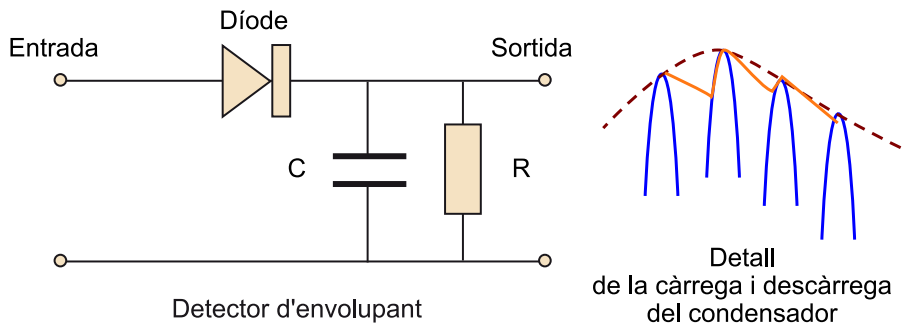
Formalment, l'equació per a seleccionar els valors de C i R està determinada per la desigualtat següent:

$$B_x \ll \frac{1}{RC} \ll f_c \quad (10)$$

Seguir les variacions del senyal $x(t)$

Això significa que la constant de temps del filtre $\tau = RC$ ha de ser molt més gran que el període de la portadora però més petita que l'invers de la freqüència màxima del senyal. En el cas de la banda AM comercial, el període de la portadora és de l'ordre de microsegons, mentre que l'invers de l'amplada de banda és d'uns 250 μ s.

Figura 11. Esquema bàsic d'un detector d'envolupant



Si el senyal a l'entrada és un senyal modulat en amplitud en la sortida obtindrem una aproximació a l'envolupant.

2.5. El receptor de ràdio de galena

El circuit detector d'envolupant de la figura 11 va ser l'essència dels receptors de ràdio en els seus primers temps. Abans que es popularitzessin els receptors de ràdio basats en vàlvules de buit o els receptors de transistors, es dissenyaven circuits per a ús domèstic basats en les propietats de rectificació del cristall de galena (un precursor dels díodes de germani i silici). En la figura 12 es pot veure un esquema d'un possible receptor de galena.

El circuit està format per una antena que es pot construir mitjançant un fil de coure allargat amb la longitud apropiada (ja hem comentat que uns 30 metres seria una bona longitud per a la recepció d'AM comercial). L'antena es connecta a una bobina que al seu torn està connectada a terra. La bobina, juntament amb el condensador variable, actua de filtre, de manera que les emissores que no estan a la freqüència de ressonància del filtre seran desviades directament a terra. Només el component seleccionat pel filtre passarà a través del circuit. La presa de terra pot ser un element metàl·lic enterrat en terra humida, una canonada d'aigua o una connexió a la presa de terra elèctrica d'una casa o edifici.

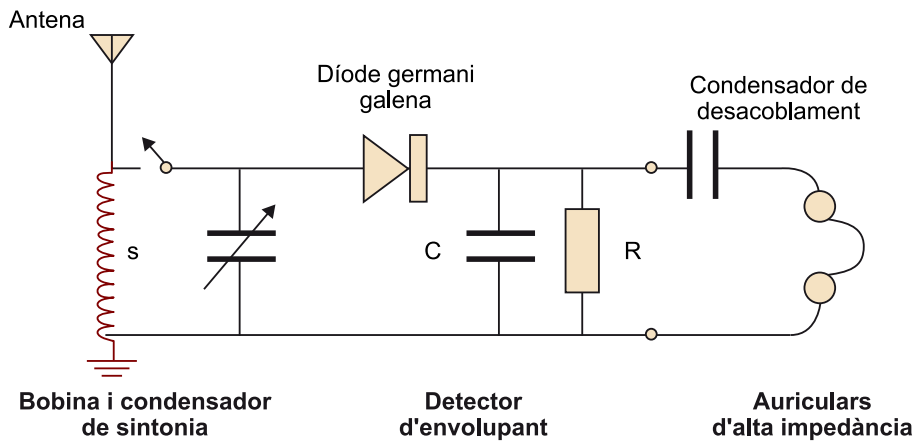
El filtre

En aquest tipus de filtres la freqüència de ressonància està determinada per:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

El circuit detector d'envolupant està format per la galena (díode), el condensador i la resistència. La galena és una pedra de sulfur de plom que pot actuar com a rectificador quan es connecta amb un petit fil conductor. El corrent pot circular del fil conductor a la pedra però no a l'inrevés, per la qual cosa es comporta com un díode. Actualment, la pedra de galena es pot substituir per un díode de germani però no per un de silici. La raó és que el díode de germani solament necessita una tensió positiva de pocs mil·livolts per a començar a conduir, mentre que el díode de silici no condueix fins que la tensió aplicada supera els 0,7 volts. El circuit sintonitzador de la nostra ràdio de galena proporciona senyals molt febles que no serien rectificats per un díode de silici convencional. Evidentment, quan la pedra de galena se substitueix per un díode de germani, el reproductor s'hauria d'anomenar "detector de cristall". No obstant això, a causa de la importància històrica de les ràdios de galena, generalment aquests circuits receptors tan simples es continuen anomenant *ràdios de galena*.

Figura 12. Esquema d'un receptor de ràdio de galena



El circuit utilitza un nombre de components molt reduït i econòmic i no requereix cap tipus d'alimentació. En alguns esquemes el filtre RC del detector d'envolupant i el condensador de desacoblament no es representen, ja que els auriculars mateixos actuen com a filtre.

Després del díode rectificador tenim el filtre RC, que s'encarrega de recuperar l'envolupant del senyal, i un condensador de desacoblament, que s'utilitza per a eliminar el component continu de l'envolupant i recuperar la informació original. En molts circuits, aquests components es poden eliminar, ja que l'auricular mateix fa les funcions de filtre.

La part final de l'esquema són uns auriculars d'alta impedància. Actualment poden ser una mica difícils de trobar, ja que la majoria d'auriculars d'alta fidelitat utilitzats en reproductors d'àudio portàtils són de baixa impedància, de 8, 16 o 32 ohms. Els auriculars d'alta impedància s'usen actualment només en audiòfons, a causa que el seu consum és més reduït. Antigament s'usaven en molts ràdios de transistors portàtils. És important que els auriculars siguin d'alta impedància perquè el corrent que necessitin sigui molt baix. Tingueu en compte que en el disseny d'aquest reproductor de ràdio de galena no és necessari l'ús de cap font d'alimentació ni bateria, per la qual cosa l'energia amb la qual es reproduceix el so procedeix directament de les ones electromagnètiques rebudes. Si no es disposa d'auriculars d'alta impedància, sempre es poden usar uns auriculars de baixa impedància connectats directament a un transformador. El transformador s'encarrega de fer el canvi d'impedàncies i reduir el consum de corrent en el primari. Es poden trobar altres variants de circuits per a la construcció de ràdios de galena en diferents portals d'Internet dedicats al muntatge de circuits electrònics.

2.6. El problema de la sobremodulació

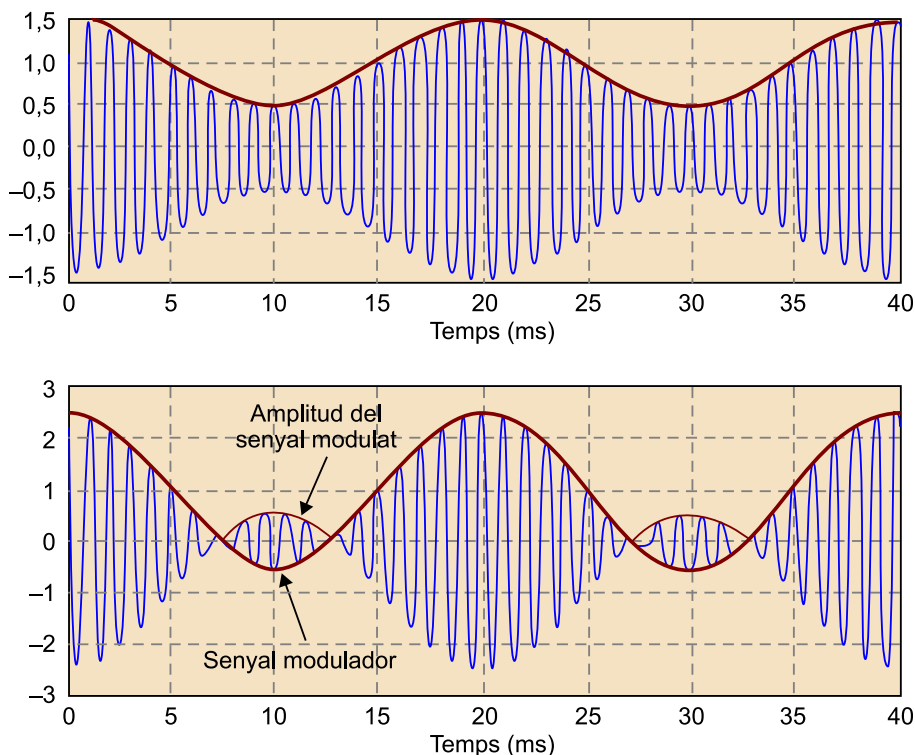
Un dels possibles problemes de l'AM és la sobremodulació que apareix quan l'índex de modulació és més gran que la unitat. En principi, el sistema hauria d'estar ben dissenyat perquè la sobremodulació no es produeixi mai. No obstant això, en la pràctica, el senyal que volem transmetre no ens és conegut per endavant, per la qual cosa no resulta trivial normalitzar-lo a la unitat. De vegades, es poden produir pics en el senyal que provoquen l'aparició d'aquesta sobremodulació.

Sobremodulació

Formalment, la sobremodulació es produeix quan l'índex de modulació és superior a la unitat. En la pràctica, això és equivalent al fet que el senyal tingui pics inesperats que provoquen que la seva amplitud deixi d'estar normalitzada a un màxim igual a la unitat.

En la figura 13 es mostra un exemple en què apareix la sobremodulació. El problema que s'observa en aquesta representació és que a causa de la sobremodulació ja no podem afirmar que el component $A_c \cdot (1 + m \cdot x(t))$ sigui sempre positiu, per la qual cosa un detector d'envolupant ens donarà un senyal que no es correspon amb el missatge original $x(t)$.

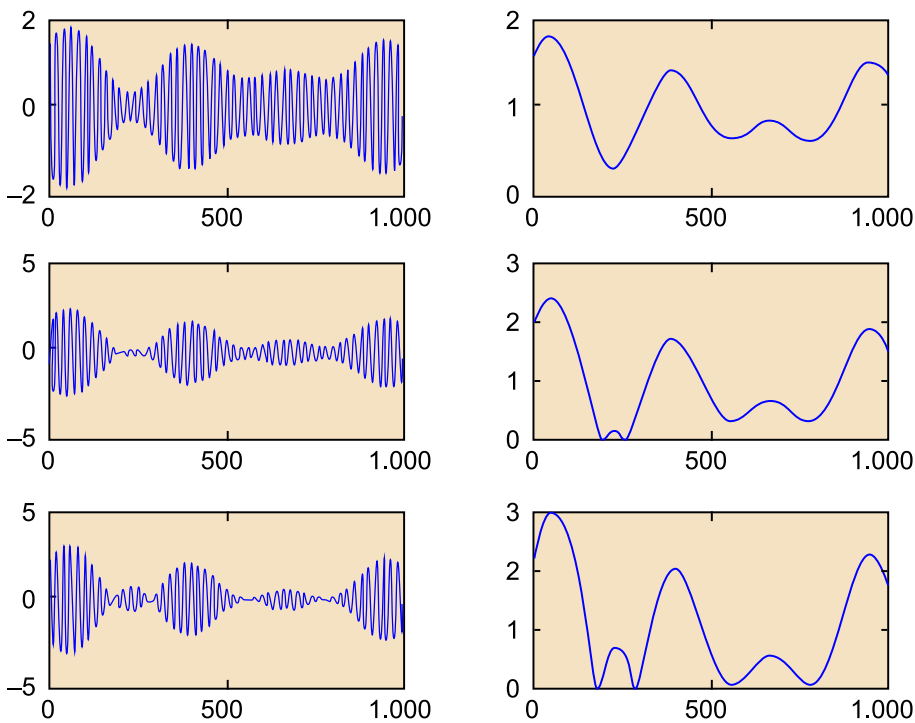
Figura 13. Exemples de senyals modulats en AM: sense sobremodulació en la part superior ($m = 0,5$), i amb sobremodulació ($m = 1,5$) en la part inferior



Amb sobremodulació es pot observar que l'envolupant no coincideix amb la moduladora.

En la figura 14 es mostra un altre exemple en què apareix sobremodulació. En la part esquerra tenim els senyals AM amb un índex de modulació de 80%, 120% i 200%, respectivament. En la part de la dreta es representen els senyals que s'obtidrien a la sortida d'un detector d'envolupant per a cadascun dels casos. Solament l'envolupant corresponent a la modulació del 80% es correspon amb el senyal modulador. En la resta dels casos, el detector d'envolupant provoca una degradació significativa de la forma d'ona del senyal.

Figura 14. Exemples de senyals AM amb índex de modulació del 80%, 120% i 200% (columna esquerra) i les envoltants corresponents (columna dreta)



En tots els casos el senyal modulador és el mateix. Fixeu-vos que quan hi ha sobremodulació les deteccions d'envolupant no es corresponen amb el senyal modulador o informació útil.

2.7. Transformada de Fourier de l'amplitud modulada

La funció bàsica de qualsevol tipus de modulació és modificar l'espectre del senyal original per a adaptar-lo a les característiques del medi i permetre la multiplexació de diversos canals que comparteixen el mateix recurs. Això significa que per a comprendre l'essència d'una modulació és important estudiar-ne la transformada de Fourier.

En aquest text usem la definició de la transformada de Fourier següent:

$$X(f) = \mathcal{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi ft} \cdot dt \quad (11)$$

i la seva transformada inversa:

$$x(t) = \mathcal{F}^{-1}\{X(f)\} = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \cdot e^{j2\pi ft} \cdot df \quad (12)$$

Transformada de Fourier

Hi ha definicions alternatives de la transformada de Fourier, amb els signes de l'exponencial canviats o integrant respecte a la freqüència angular ω en comptes de la freqüència. Cal tenir certa cura a l'hora d'aplicar les propietats en funció de la definició adoptada, ja que poden aparèixer factors multiplicatius amb π .

En el cas de la modulació d'amplitud, la transformada de Fourier del senyal modulad es pot calcular aplicant algunes propietats bàsiques. Descomponent el senyal $s(t)$ en dos termes:

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c \cdot (1 + m \cdot x(t)) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi) = \\ &= A_c \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi) + A_c \cdot m \cdot x(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi) \end{aligned} \quad (13)$$

Podem aplicar la transformada de Fourier a cadascun dels termes:

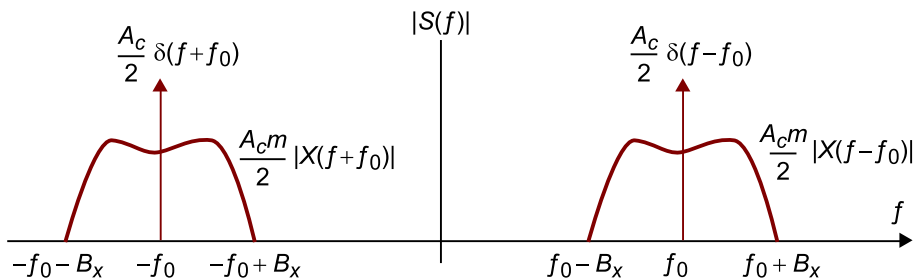
$$\mathcal{F}\{s(t)\} = \mathcal{F}\{A_c \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi)\} + \mathcal{F}\{A_c \cdot m \cdot x(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi)\} \quad (14)$$

I n'obtenim:

$$S(f) = \frac{A_c}{2} e^{j\varphi} \delta(f - f_0) + \frac{A_c}{2} e^{-j\varphi} \delta(f + f_0) + \frac{A_c m}{2} e^{j\varphi} X(f - f_0) + \frac{A_c m}{2} e^{-j\varphi} X(f + f_0) \quad (15)$$

D'acord amb aquest resultat en la figura 15 es representa el mòdul de la transformada de Fourier del senyal modulat en funció del mòdul de la transformada de Fourier del modulador (senyal $x(t)$ d'informació). Hem suposat que el senyal modulador té una transformada de Fourier de banda limitada B_x com la representada en la figura 8.

Figura 15. Mòdul de la transformada de Fourier d'un senyal



Mòdul de la transformada de Fourier d'un senyal modulat en AM en funció del mòdul de la transformada de Fourier del senyal d'informació $x(t)$.

Aquest resultat ens diu que la transformada de Fourier de la modulació AM està formada per dues portadores (deltes de Dirac) centrades en les freqüències $\pm f_0$, més la transformada mateixa del senyal d'informació desplaçada a la freqüència portadora i la seva imatge.

Hem d'observar, per tant, que una part de la potència del senyal modulat es dedica a termes que no proporcionen informació (les dues portadores) o altres termes que proporcionen informació redundant, ja que apareixen dues còpies exactes de l'espectre original del senyal (una en l'eix positiu i l'altra en l'eix negatiu).

D'altra banda, l'amplada de banda del senyal modulat també és més gran que el del senyal original, en concret el doble, la qual cosa significa que l'aprofitament espectral d'aquesta modulació no sembla òptim. En efecte, aquest resultat ens indica que cada canal modulat ocuparà el doble que el seu senyal passabanda corresponent. En altres paraules, si tenim un conjunt de

senyals d'informació que ocupen una amplada de banda (passabaix) de B_x Hz cadascuna i les volem multiplexar en AM, els canals corresponents hauran de tenir freqüències portadores separades un mínim de $2B_x$ Hz.

En resum, l'anàlisi de la transformada de Fourier de la modulació AM ens condueix a les conclusions següents:

- Part de la potència de transmissió es dedica a la transmissió de la portadora i la seva freqüència imatge. Aquesta potència de senyal no representa cap informació per al receptor.
- La transformada de Fourier del senyal modulador es trasllada íntegrament a la freqüència portadora i la seva imatge. L'amplada de banda del senyal modulad és el doble de l'amplada de banda de la moduladora.

2.8. Potència del senyal AM

En aquest subapartat calcularem amb més detall la potència del senyal en AM. L'estimació de la potència d'un senyal es pot determinar tenint en compte que el senyal es pot interpretar com un procés estocàstic amb mitjana zero. La potència s'obté llavors com l'esperança del senyal elevada al quadrat. Més endavant es tractarà amb una mica més de detall com es fan els càlculs de potència d'aquest tipus de modulacions. Aquí simplement en derivem el càlcul de la potència per completesa.

Vegeu també

En el mòdul "Comunicacions analògiques: una perspectiva matemàtica. Senyals passabanda", dedicat a les modulacions passabanda, es tracta amb una mica més de detall com es fan els càlculs de potència d'aquest tipus de modulacions.

En el nostre cas, el procés corresponent al senyal modulad en AM és:

$$s_{AM}(t) = A_c \cdot (1 + m \cdot x(t)) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi) \quad (16)$$

Suposem que el senyal modulador correspon a un procés aleatori estacionari de potència $P_x = E[x^2(t)]$ i de mitjana nul·la $E[x(t)] = 0$. Llavors, la potència del senyal modulad està determinada per:

$$\begin{aligned} P_s &= E[s_{AM}^2(t)] = E\left[\left(A_c \cdot (1 + m \cdot x(t)) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi)\right)^2\right] = \\ &= E\left[A_c^2 \cos^2(2\pi f_0 t + \varphi)\right] + E\left[2 m x(t) A_c^2 \cos^2(2\pi f_0 t + \varphi)\right] + \\ &+ E\left[m^2 x^2(t) A_c^2 \cos^2(2\pi f_0 t + \varphi)\right] = \frac{A_c^2}{2} + \frac{m^2 A_c^2 P_x}{2} \end{aligned} \quad (17)$$

El primer terme es correspon amb la potència dedicada a la transmissió de la portadora, mentre que el segon i el tercer tenen en compte les bandes laterals de l'espectre del senyal. Podríem escriure l'equació anterior com:

$$P_s = P_C + 2P_{sb} \quad (18)$$

en què $P_c = \frac{A_c^2}{2}$ i $P_{sb} = \frac{m^2 A_c^2 P_x}{4}$ representen la potència dedicada a la portadora i la potència dedicada a la transmissió de cadascuna de les bandes laterals (la meitat de la potència total que no es correspon amb la portadora).

Tenint en compte que el senyal $x(t)$ està normalitzat (podem suposar $P_x = 1$) i que l'índex de modulació hauria de ser inferior a la unitat, és clar que el primer terme sempre és superior al segon, per la qual cosa es pot concloure que en AM sempre més de la meitat de la potència del senyal transmès es dedica a una portadora que és independent del missatge i que, per tant, no aporta cap informació al receptor.

Es pot definir l'eficiència en potència de la modulació com el quocient entre la potència dedicada a la transmissió d'informació útil dividida per la potència total transmesa. En el cas de l'AM, la potència útil que es transmet és P_{sb} , ja que només hauria de ser necessari transmetre una rèplica de les bandes laterals per a enviar tota la informació del missatge al receptor. Per tant, l'eficiència de la modulació AM està determinada per:

$$\eta_{AM} = \frac{P_{sb}}{P_s} = \frac{m^2 P_x}{2(1 + m^2 P_x)} \quad (19)$$

Suposant que la potència del senyal modulador està normalitzada a la unitat i que l'índex de modulació és també igual a la unitat, obtenim una eficiència del 25% (0,25). En el cas en què l'índex de modulació sigui inferior, obtindrem sempre eficiències de la modulació més petites que el 25%.

En resum, podem dir que l'amplitud modulada és poc eficient des del punt de vista de la potència transmesa respecte a la potència que realment proporciona informació al receptor. Aquest és el preu que paguem per poder tenir receptors extremadament simples. Veurem que podem utilitzar un altre tipus de modulacions més eficients des del punt de vista de transmissió, però en aquest cas els costos repercutiran sempre en el receptor, que haurà de ser força més complex.

2.9. Eficiència espectral

L'eficiència espectral d'una modulació es defineix com el quocient entre l'amplada de banda del senyal modulador dividida per l'amplada de banda de senyal modulada. Aquest paràmetre ens quantifica el rendiment que té una determinada modulació per a aprofitar el medi des del punt de vista espectral multiplexant diverses fonts d'informació.

En el cas de l'AM, l'eficiència espectral, és igual a 0,5 ja que l'amplada de banda del senyal modulada sempre és el doble que la del senyal modulador.

$$\rho_{AM} = \frac{B_x}{B_{AM}} = \frac{B_x}{2B_x} = \frac{1}{2} \quad (20)$$

Exemple. Distribució dels diferents canals d'AM comercial

La regió de l'espectre utilitzada a Espanya per a la difusió d'emissores de ràdio comercials en ona mitjana està compresa entre la freqüència 526,5 i 1.606,5. Els senyals de veu/àudio es modulen en AM amb una freqüència portadora que està determinada per l'equació següent:

$$f_0 = [531 + 9(k - 1)] \text{ kHz} \quad (21)$$

en què k representa el número d'emissora.

Es demana:

- a) Determinar el nombre total d'emissores que es poden multiplexar en la banda assignada.
- b) Representar esquemàticament el mòdul de la transformada de Fourier de les diferents emissores multiplexades.
- c) Determinar l'amplada de banda màxima del senyal modulada.
- d) Determinar l'amplada de banda màxima del senyal modulador (informació).

Solució:

a) La primera emissora té assignada una freqüència portadora de 531 kHz ($k = 1$). Si anem donant valors a k , obtindrem les freqüències portadores de les diferents emissores. La freqüència portadora màxima ha de ser inferior a 1.606,5 kHz (màxima freqüència de la banda assignada a ona mitjana). Per tant, la freqüència de l'última emissora (M) ha de complir:

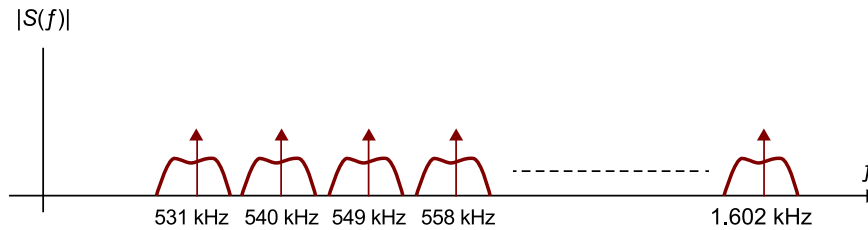
$$531 + 9(M - 1) \leq 1.606,5 \text{ kHz} \quad (22)$$

amb la qual cosa obtenim:

$$M = 120$$

- b) Assignant valors a cadascuna de les emissores s'obtenen les freqüències portadores de cada canal. L'espectre resultant queda representat en la figura 16.
- c) Les freqüències portadores de dos canals adjacents estan separades 9 kHz. Per tant, l'amplada de banda màxima de cada senyal modulada ha de ser també de 9 kHz.
- d) Tenint en compte que la modulació AM dobla l'amplada de banda del senyal, obtenim que l'amplada de banda màxima del senyal modulador haurà de ser de 4,5 kHz.

Figura 16. Representació del mòdul de la transformada de Fourier dels diferents canals d'ona mitjana AM multiplexats



2.10. Moduladors d'AM

En aquest subapartat veurem diferents arquitectures per a la generació del senyal en AM mitjançant circuits electrònics. El nostre objectiu és introduir les idees bàsiques mitjançant les quals es generen els senyals d'una manera pràctica. No obstant això, encara que proporcionarem alguns exemples circuital, el nostre objectiu principal és comprendre l'arquitectura general dels moduladors des del punt de vista de diagrames de blocs. Els circuits es presenten només per a satisfer la vostra "possible" curiositat, sense ànim que siguin analitzats o utilitzats com a referències de disseny.

Encara que hi ha diferents estratègies per a fer la modulació en AM, només considerarem els denominats *moduladors de producte* i *moduladors de llei quadràtica*, per la seva importància conceptual en la comprensió dels sistemes de comunicació. Altres esquemes poden ser molt usats com a circuits pràctics però representen solucions electròniques o circuital que s'allunyen dels conceptes bàsics dels sistemes de comunicacions com a elements matemàtics.

2.10.1. Moduladors de producte

Els **moduladors de producte** implementen de manera directa la fórmula matemàtica de l'amplitud modulada:

$$s(t) = A_c \cdot (1 + m \cdot x(t)) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi) \quad (23)$$

Aquesta equació es pot representar conceptualment amb el diagrama de blocs de la figura 17, en la qual veiem que el senyal proporcionat per l'oscil·lador (portadora) es multiplica pel senyal del missatge $x(t)$ escalat per l'índex de modulació. Al resultat d'aquest producte s'hi suma la portadora mateixa.

Figura 17. Diagrama de blocs d'un modulador de producte

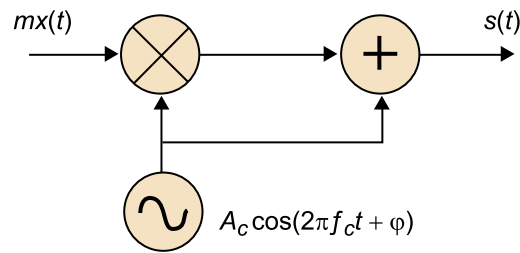


Diagrama de blocs d'un modulador de producte en el qual s'implementa directament l'equació que defineix l'amplitud modulada.

En la figura 18 es mostra el mateix esquema que en la figura 17, però ara utilitzant un amplificador operacional com a element sumador i un bloc que fa el producte entre dos senyals. Aquest diagrama de blocs simplificat es pot implementar amb circuits molt diferents i amb diferents tecnologies (vàlvules, transistors, amplificadors operacionals, etc.).

Figura 18. Diagrama de blocs del modulador de producte

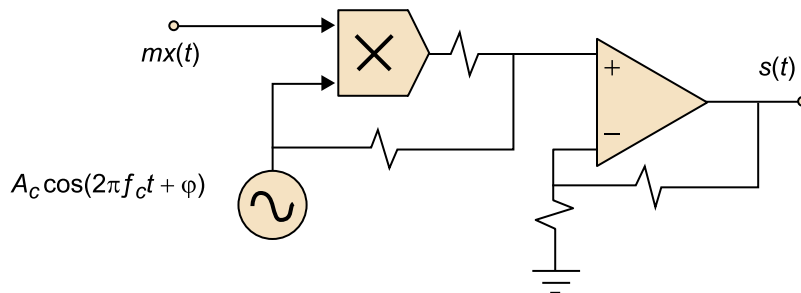
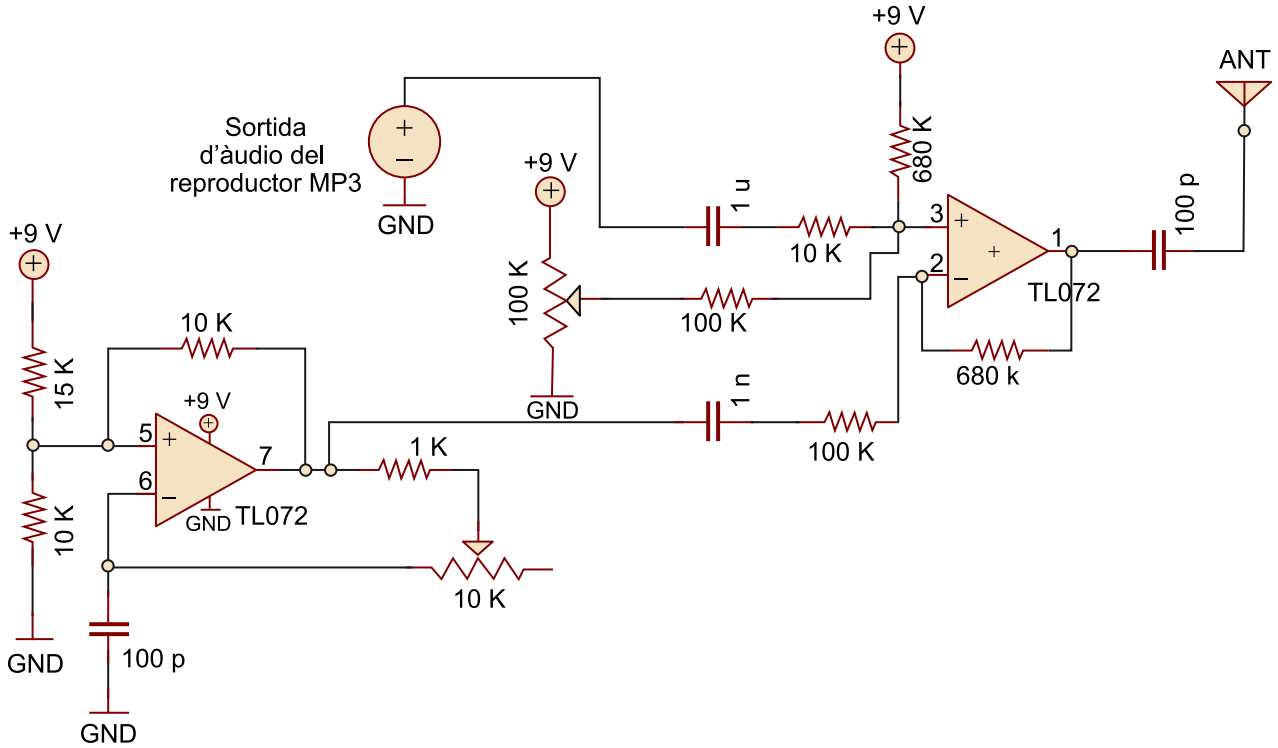


Diagrama de blocs del modulador de producte amb un mesclador i un amplificador operacional

En la figura 19 es mostra una alternativa al diagrama de blocs de la figura 18, però en aquest cas s'hi representen els detalls del circuit. Ara, en el circuit l'amplificador operacional de la part dreta és el que s'encarrega de fer el producte entre el senyal proporcionat per l'amplificador de l'esquerra i el senyal proporcionat pel reproductor d'MP3 (indicat en el circuit). L'amplificador de l'esquerra és un circuit oscil·lador la freqüència d'oscil·lació del qual es pot ajustar mitjançant el potenciòmetre de 10 kΩ. L'entrada al terminal positiu del multiplicador està formada per la suma entre el senyal útil (MP3) més una tensió constant, el valor de la qual es pot ajustar mitjançant el potenciòmetre de 100 kΩ. L'ajust d'aquest nivell de tensió és equivalent a ajustar l'índex de modulació. L'esquema proporcionat és de baixa potència i el senyal modulat només podrà assolir uns pocs metres. Per a augmentar l'abast seria necessari amplificar en potència el senyal obtingut a la sortida del circuit.

Figura 19. Exemple d'un circuit electrònic d'un modulador de producte

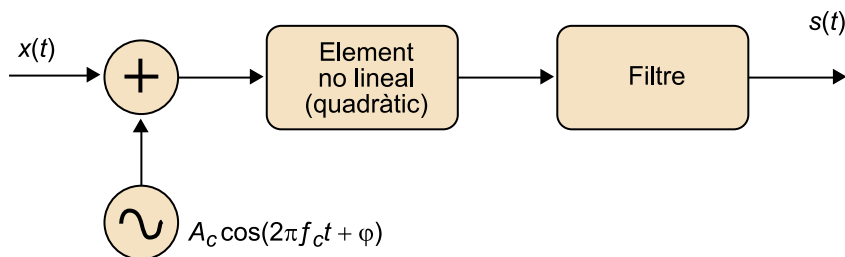


2.10.2. Moduladors de llei quadràtica

Una possible estratègia per a obtenir el producte entre dos senyals d'alta freqüència és usar un **amplificador de llei quadràtica**. La idea bàsica és passar a través d'un dispositiu no lineal (preferiblement amb una llei purament quadràtica) la suma dels dos senyals que han de ser multiplicats.

En la figura 20 es mostra un diagrama de blocs genèric d'aquest modulador. La portadora i la moduladora se sumen i es fan passar per un dispositiu no lineal. La sortida conté diversos components de senyal que s'han de filtrar per a seleccionar els que volem. Posteriorment s'hauria d'amplificar la sortida o, si la potència ja és suficient, aplicar el senyal directament a l'antena.

Figura 20. Diagrama de blocs genèric d'un modulador de llei quadràtica



Suposem que la relació entrada-sortida del dispositiu no lineal està determinada per:

$$v_{out} = a_1 v_{in} + a_2 v_{in}^2 \quad (24)$$

en què suposem que hi ha un component lineal i un de quadràtic. Si el senyal d'entrada al circuit és:

$$v_{in} = x(t) + A \cos(2\pi f_c t) \quad (25)$$

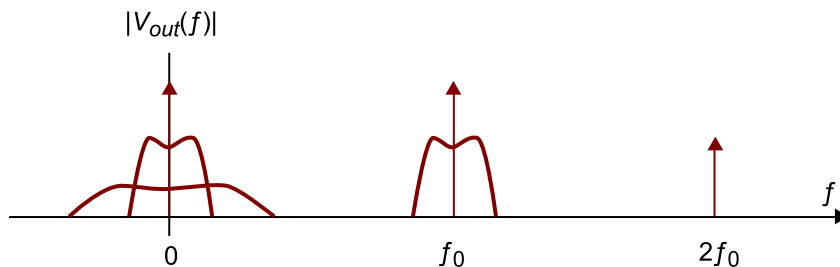
a la sortida del dispositiu no lineal obtindrem:

$$\begin{aligned} v_{out} &= a_1 x(t) + a_1 A \cos(2\pi f_c t) + a_2 (x(t) + A \cos(2\pi f_c t))^2 = \\ &= a_1 x(t) + a_1 A \cos(2\pi f_c t) + a_2 x^2(t) + 2a_2 A x(t) \cos(2\pi f_c t) + A^2 a_2 \cos^2(2\pi f_c t) = \\ &= a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_1 A \cos(2\pi f_c t) + 2a_2 A x(t) \cos(2\pi f_c t) + \frac{A^1 a_2}{2} + A^2 \frac{a_2}{2} \cos(4\pi f_c t) = \\ &= a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + \frac{A^1 a_2}{2} + a_1 A \cos(2\pi f_c t) + 2a_2 A x(t) \cos(2\pi f_c t) + A^2 \frac{a_2}{2} \cos(4\pi f_c t) \end{aligned} \quad (26)$$

En aquesta última expressió els tres primers termes es corresponen amb components de senyal de baixa freqüència. Tenim un terme constant, un altre terme que depèn directament del senyal $x(t)$, que sabem que és de baixa freqüència, i un terme que depèn del senyal $x(t)$ elevat al quadrat, que també serà de baixa freqüència. Cal recalcar que elevar un senyal al quadrat és multiplicar el senyal per ell mateix en el domini temporal. Per tant, en el domini freqüencial és equivalent a convolucionar les transformades de Fourier de $x(t)$. La convolució de dos espectres de banda limitada B_x dona lloc a un altre espectre d'una banda doble $2B_x$ que, evidentment, també està limitada.

D'altra banda, l'últim terme és una portadora centrada en la freqüència de $2f_0$. El mòdul de la transformada de Fourier del senyal v_{out} es mostra de manera esquemàtica en la figura 21.

Figura 21. Representació del mòdul de la transformada de Fourier



Representació esquemàtica del mòdul de la transformada de Fourier del senyal a la sortida del dispositiu no lineal

Si en la sortida del component no lineal posem un filtre passabanda centrat en la freqüència f_0 i amb una amplada de banda igual al doble de l'amplada de banda del senyal, a la sortida del filtre obtindrem:

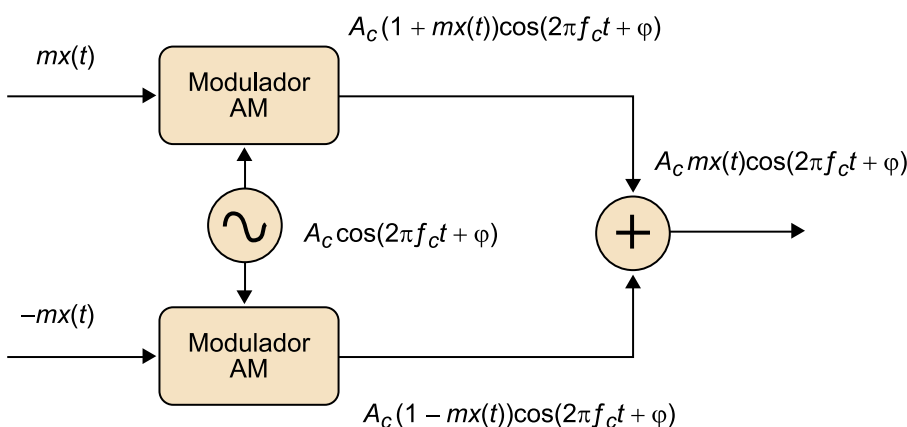
$$s(t) = a_1 A \cos(2\pi f_c t) + 2a_2 A x(t) \cos(2\pi f_c t) = a_1 A \left(1 + \frac{2a_2}{a_1} x(t)\right) \cdot \cos(2\pi f_c t) \quad (27)$$

És especialment interessant observar que si el dispositiu no lineal fos perfectament quadràtic, amb el terme $a_1 = 0$, llavors la sortida del filtre seria directament el producte entre $x(t)$ i la portadora. Com veurem, aquesta és una configuració possible per a obtenir un modulador de doble banda lateral (DSB⁸).

⁽⁸⁾ DSB és la sigla de l'expressió anglesa *double side band*.

Això no obstant, en la pràctica és molt difícil obtenir dispositius purament quadràtics. Si volem obtenir un modulador DSB, generalment s'usen moduladors equilibrats com el que s'il·lustra en la figura 22. En aquest cas, els dos moduladors són simètrics, de manera que el component portador es cancel·la, i després del filtre únicament obtindrem el producte entre el senyal i el portador.

Figura 22. Diagrama de blocs d'un modulador equilibrat



Aquest diagrama de blocs permet obtenir una modulació DSB a partir de dos moduladors AM.

2.11. Receptors d'AM

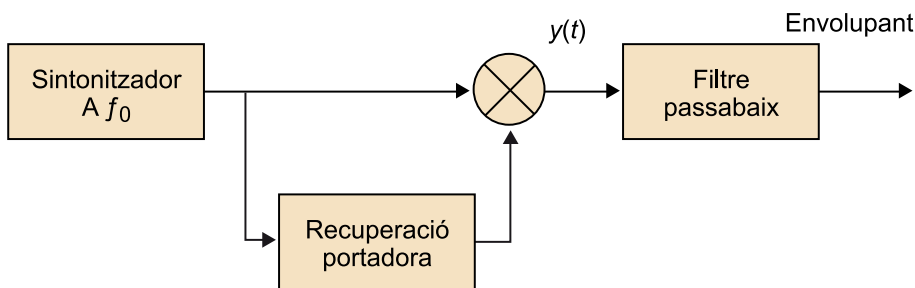
El detector d'envolupant és un circuit molt simple basat en un rectificador i un filtre que permet recuperar el senyal $x(t)$ a partir d'una modulació AM. No obstant això, hi ha altres esquemes de recepció que poden proporcionar més flexibilitat i fidelitat per a recuperar el senyal d'informació. En aquest subapartat comencem descrivint un esquema molt simple de receptor coherent, que es pot considerar com el fonament d'altres tipus de receptors, i també descrivim el receptor superheterodí. Aquest últim té una gran importància, ja que la major part dels dissenys de receptors es basen en el concepte del superheterodí.

2.11.1. Receptor d'AM coherent

Es diu que un receptor és **coherent** quan la desmodulació es fa multiplicant el senyal rebut per una rèplica de la portadora generada en el receptor i que està en fase amb la portadora mateixa del senyal rebut.

En el cas d'AM, la rèplica de la portadora es pot generar a partir del filtre sintonitzador mateix, amb la qual cosa es limita l'amplitud del senyal sintonitzat, de manera que la seva envolupant sigui constant i filtrant el resultat per a obtenir una sinusoidal pura. L'esquema del desmodulador coherent es representa en la figura 23.

Figura 23. Diagrama de blocs d'un desmodulador coherent



El bloc recuperador de portadora que es representa en la figura 23 està encarregat de recuperar una rèplica exacta de la portadora amb la qual es rep el senyal en AM. La manera més senzilla d'obtenir aquesta rèplica és a partir del senyal sintonitzat de l'antena. En efecte, el senyal sintonitzat, que conté el senyal modulad mateix, es passa a través d'un limitador d'amplitud (o un comparador), de manera que s'elimina completament l'envolupant del senyal i, per tant, la informació del senyal modulador. A la sortida del comparador s'obté un senyal quadrat amb la mateixa freqüència que la portadora. Per a obtenir una portadora sinusoidal pura haurem de fer el filtratge d'aquest senyal quadrat.

Un problema possible d'aquest sistema de recuperació de la portadora és que es pot introduir un retard en el senyal que apliquem al mesclador. Generalment, el subsistema responsable del retard és el filtre del bucle de recuperació de portadora, ja que el comparador sol ser prou ràpid per a les freqüències d'AM comercial. L'efecte del retard en AM no és excessivament important. De totes maneres, sempre es pot intentar mitigar introduint un retard al senyal modulad que s'aplica al mesclador per a compensar el retard del bucle de recuperació de sincronisme.

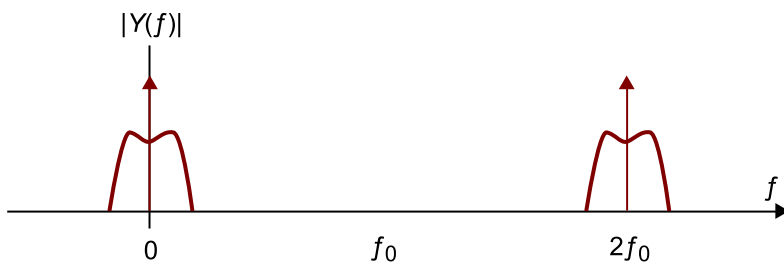
El resultat que obtenim a la sortida del mesclador és:

$$\begin{aligned}
 y(t) &= A_c(1+mx(t))\cos(2\pi f_c t + \varphi) \cdot \cos(2\pi f_c t + \varphi) = \\
 &= \frac{A_c}{2}(1+mx(t)) + \frac{A_c}{2}(1+mx(t)) \cos(4\pi f_c t + \varphi)
 \end{aligned}
 \quad (28)$$

En la figura 24 es mostra el mòdul de la transformada de Fourier del senyal que obtenim en la sortida del mesclador. En multiplicar per la portadora, els components espectrals que estaven situats entorn de la freqüència f_c s'han desplaçat a l'origen i a la freqüència doble.

Si apliquem un filtre passabaix amb una amplada de banda adaptada al senyal d'informació obtindrem l'envolupant del senyal AM. A partir d'això, podem obtenir el senyal $x(t)$ simplement eliminant el component continu.

Figura 24. Mòdul de la transformada de Fourier a la sortida del mesclador



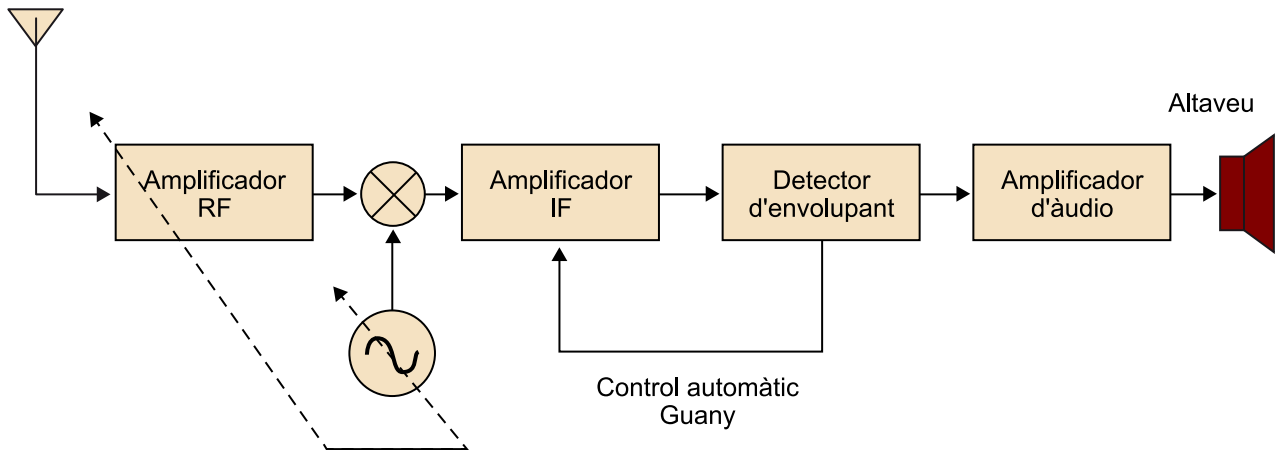
Mitjançant el filtratge passabaix recuperarem l'envolupant del senyal d'informació.

2.11.2. Receptor superheterodí

Pràcticament la totalitat dels receptors de ràdio actuals es basen en la idea del receptor superheterodí. El principi de funcionament d'aquest tipus de receptor va ser patentat per Edwin Armstrong a la fi de la Primera Guerra Mundial i es considera una de les idees clau en l'evolució dels sistemes de comunicació. Aquest tipus de receptors es van començar a utilitzar al principi de la dècada de 1930 i encara s'usen actualment per a receptors de ràdio i televisió analògica. En alguns receptors moderns s'ha digitalitzat part del receptor però la idea essencial continua essent la mateixa.

El diagrama de blocs bàsic d'un receptor superheterodí es mostra en la figura 25.

Figura 25. Diagrama de blocs d'un receptor superheterodí



La idea del receptor superheterodí és convertir qualsevol senyal modulat en una freqüència intermèdia comuna utilitzant un procés de barreja entre el senyal d'un oscil·lador local i els senyals rebuts.

La paraula *heterodí* procedeix del grec *heteros* ('diferent') i *dyne* ('potència'). Són dos senyals de freqüències diferents que en barrejar-se produeixen una nova freqüència (batement). Si la freqüència del senyal rebut és f_c i la freqüència de l'oscil·lador local és f_{LOC} , el procés de barreja produeix dos senyals: un amb freqüència $f_{LOC} + f_c$ i una altra amb freqüència $f_{LOC} - f_c$. La idea bàsica del receptor és eliminar el senyal d'alta freqüència $f_{LOC} + f_c$ i ajustar el valor de la freqüència local perquè $f_{LOC} = f_c + f_{FI}$. D'aquesta manera, es produeix un únic senyal amb freqüència f_{FI} que posteriorment és processat pel receptor. Per a receptors d'AM la freqüència intermèdia generalment és de 455 kHz.

El receptor superheterodí està compost de dues etapes: la part de radiofreqüència (RF) i la part de freqüència intermèdia (FI). La part d'RF està formada per un filtre sintonitzador d'RF que s'encarrega de deixar passar una determinada banda de senyals entorn de la freqüència que volem sintonitzar. El filtre es controla per mitjà del selector mateix de sintonia, amb el qual s'ajusta la freqüència de l'oscil·lador local. La freqüència de l'oscil·lador local sempre és la freqüència de la portadora que volem sintonitzar més la freqüència intermèdia, de manera que en fer la barreja i el filtratge posterior obtindrem en la sortida una versió del senyal modulat centrat en la freqüència intermèdia. En efecte:

$$\begin{aligned}
 r(t) &= A_c(1 + mx(t)) \cdot \cos(2\pi f_c t + \varphi) \cdot \cos(2\pi f_{LOC} t) = \\
 &= \frac{A_c}{2}(1 + mx(t)) \cdot \cos(2\pi(f_{LOC} + f_c)t + \varphi) + \frac{A_c}{2}(1 + mx(t)) \cdot \cos(2\pi(f_{LOC} - f_c)t + \varphi)
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

L'amplificador d'FI actua com a amplificador i com a filtre. En aquest cas, es tracta d'un filtre centrat en la freqüència intermèdia amb una amplada de banda adaptada a l'amplada de banda del senyal modulador. D'aquesta manera, si $f_{LOC} = f_c + f_{FI}$, el senyal que obtindrem en la sortida de l'amplificador d'FI⁹ serà:

$$r_{FI}(t) = A(1 + mx(t)) \cdot \cos(2\pi f_{FI}t + \varphi) \quad (30)$$

Si s'aplica aquest senyal al detector d'envolupant i a l'amplificador d'àudio s'obtindrà el senyal modulador $x(t)$.

El principal avantatge del receptor superheterodí és que separa el procés de detecció en dues parts, simplifica la tecnologia, redueix els costos dels equips i augmenta la fidelitat de la recepció.

Gran part de la reducció de costos i simplificació tecnològica està en la part d'RF. Si no estiguéssim treballant amb un receptor superheterodí el filtratge d'RF hauria de ser molt precís. El filtre sintonitzador d'RF ha de seleccionar la freqüència que volem i eliminar completament la resta de canals. En el cas d'AM comercial, això significa que hem de dissenyar un filtre la freqüència central del qual pugui variar dins de la regió de 531 kHz a 1.602 kHz, i amb amplada de banda de 9 kHz (el doble de l'amplada de banda del senyal modulador). Si l'amplada de banda és més gran llavors poden aparèixer interferències dels canals adjacents. Si l'amplada de banda del filtre és més petita, l'àudio de l'emissora seleccionada estarà filtrat i perdrà qualitat. És extremadament complex dissenyar un filtre en què mitjançant l'únic dial de selecció en puguem canviar la freqüència central mantenint una amplada de banda constant de 9 kHz al llarg de tot el marge de possibles freqüències portadores.

Quan tenim l'etapa d' FI darrere del filtre sintonitzador d'RF el filtratge del senyal es pot fer en l'amplificador d'FI. El filtre RF pot deixar passar alguns canals adjacents, ja que el sistema FI els eliminarà posteriorment i no provocaran interferències en la recepció. Això simplifica notablement el disseny del filtre d'RF, ja que no és excessivament crític mantenir una amplada de banda constant al llarg de tota la banda d'ona mitjana. Aquesta situació s'intenta il·lustrar en la gràfica de la figura 26. En aquesta representació es mostra un espectre en el qual estan multiplexats diversos canals. El canal que volem rebre està situat en la freqüència f_0 . Per a sintonitzar-lo, el filtre d'RF s'ha de situar sobre aquesta freqüència central i l'oscil·lador local genera la freqüència $f_{LOC} = f_c + f_{FI}$. Observeu que el filtre ha de ser capaç d'eliminar el component modulad a la freqüència $f_c + 2f_{FI}$, ja que aquest senyal també produirà un batement, la freqüència central del qual serà igual a f_{FI} , per la qual cosa, si no s'elimina, interferirà amb el senyal que volem rebre.

Així doncs, el filtre RF ha de tenir una banda de pas de $2B_W$ (és a dir, hem de deixar passar inalterat el senyal modulador en tota la seva amplada de banda) i una banda de transició de $2f_{FI}$ aproximadament, des de f_0 fins a $f_0 + 2f_{FI}$ (vegeu

⁹FI és la sigla de freqüència intermèdia.

la figura 26). Aquestes restriccions sobre el filtre d'RF són menys estrictes que en un receptor que no utilitzi el principi del superheterodí. A més, fixeu-vos que no és excessivament crític que el filtre estigui perfectament centrat en la freqüència que volem, ja que el sistema que marcarà definitivament l'emissora seleccionada és la freqüència de l'oscil·lador. Si el filtre no està ben centrat en el senyal que volem rebre, pot introduir un filtratge lleuger sobre el senyal d'àudio, que en la majoria dels casos no serà audible. Amb la tecnologia actual és molt més simple fer un oscil·lador de gran precisió que un filtre. Tampoc no és excessivament important que l'amplada de banda del filtre d'RF es mantingui constant en tota la banda d'RF. Podem admetre variacions de l'amplada de banda del filtre en funció de la freqüència central. L'única condició important és que el senyal que volem sintonitzar estigui en la banda de pas del filtre i que la freqüència imatge $f_0 + 2f_{FI}$ sigui rebutjada.

Figura 26

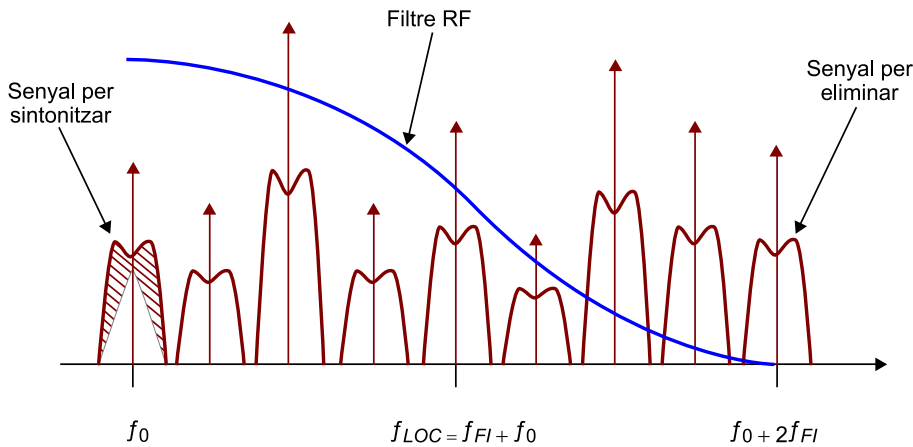


Diagrama d'exemple per a analitzar les restriccions de banda de pas i banda de transició necessàries en el filtre RF d'un receptor superheterodí.

La part d'FI està composta per l'amplificador d'FI, el detector d'envolupant i l'amplificador d'àudio. Es pot aplicar una realimentació entre el detector d'envolupant i l'amplificador d'FI per a obtenir un sistema de control automàtic de guany. La idea es basa a controlar el nivell d'amplificació del senyal FI en funció de la potència del senyal en la sortida del detector d'envolupant. L'avantatge de l'esquema superheterodí és que tots els amplificadors de la part d'FI i de baixa freqüència no tenen cap paràmetre que depengui de la freqüència de l'emissora que vulguem seleccionar. Això en redueix notablement el cost o, des d'un altre punt de vista, permet obtenir una qualitat molt acceptable a costos reduïts. En general, el receptor superheterodí millora la sensibilitat, estabilitat i selectivitat del receptor respecte a les solucions basades en la sintonització directa en RF. Per això, pràcticament la totalitat de receptors actuals es basen en aquesta idea o alguna de les seves variants.

Hi ha algunes millores que consisteixen a fer el procés d'heterodinació en dues o fins i tot més etapes. En aquest cas, apareixen dues freqüències intermèdies i el procés d'amplificació i condicionament del senyal es descompon en dues etapes. El principal avantatge d'aquests esquemes és que la primera freqüència

intermèdia pot ser més alta, per la qual cosa es relaxa encara més la restricció sobre la banda de transició del filtre selector d'RF (ha d'eliminar la freqüència imatge; vegeu la figura 26).

El transmissor d'AM també pot ser dissenyat amb la idea de l'heterodinació. En aquest cas, en primer lloc es genera un senyal modulats en AM a la freqüència intermèdia, que posteriorment es barreja amb el senyal procedent d'un oscil·lador local, per a desplaçar-la en freqüència i amplificar-la.

3. Altres esquemes de modulació d'amplitud

Hem vist que el principal avantatge de l'AM és que la recepció es pot fer de manera molt econòmica, amb un simple receptor d'envolupant. No obstant això, des del punt de vista d'eficiència en potència o eficiència espectral el rendiment d'aquesta modulació és molt baix. Gran part de la potència transmesa s'inverteix en components del senyal que no proporcionen informació al receptor sobre el missatge per transmetre. De la mateixa manera, part de l'espectre ocupat pel senyal modulad és redundant. Hem comentat que aquests costos addicionals tenen sentit en sistemes de difusió en què uns pocs senyals (emissores) es distribueixen a molts usuaris. Interessa que el cost dels receptors sigui molt econòmic encara que per a això els "difusors" de la informació hagin d'encarir els seus equips.

No obstant això, no totes les comunicacions de ràdio són per als mitjans de comunicació de masses. Hi ha serveis de ràdio per a l'enviament de múltiples canals telefònics, serveis ciutadans, emissions entre radioaficionats o aplicacions en què la potència o l'amplada de banda poden resultar crítics i s'han d'optimitzar d'alguna manera les eficiències en potència o espectre. En aquest apartat presentarem algunes de les variants de la modulació d'amplitud que milloren les eficiències de potència i espectre del senyal modulad. Algunes d'aquestes modulacions es presentaran de manera matemàtica formal en el mòdul següent, per la qual cosa aquí només en presentem la idea general. Altres modulacions d'amplitud, encara que són importants, són de formulació matemàtica difícil, per la qual cosa en aquest curs només es consideren de manera introductòria.

3.1. Doble banda lateral (DSB)

La modulació en doble banda lateral pretén millorar l'eficiència en potència de la modulació eliminant la portadora. La idea bàsica és veure que el senyal en AM es pot descompondre en dues parts:

$$s_{AM}(t) = A(1 + mx(t)) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi) = A \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi) + Amx(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi) \quad (31)$$

La primera part correspon exclusivament a la portadora i no conté informació, per la qual cosa aquesta modulació es planteja a transmetre directament només el segon terme.

Així doncs, la modulació en doble banda lateral (DSB) es defineix com:

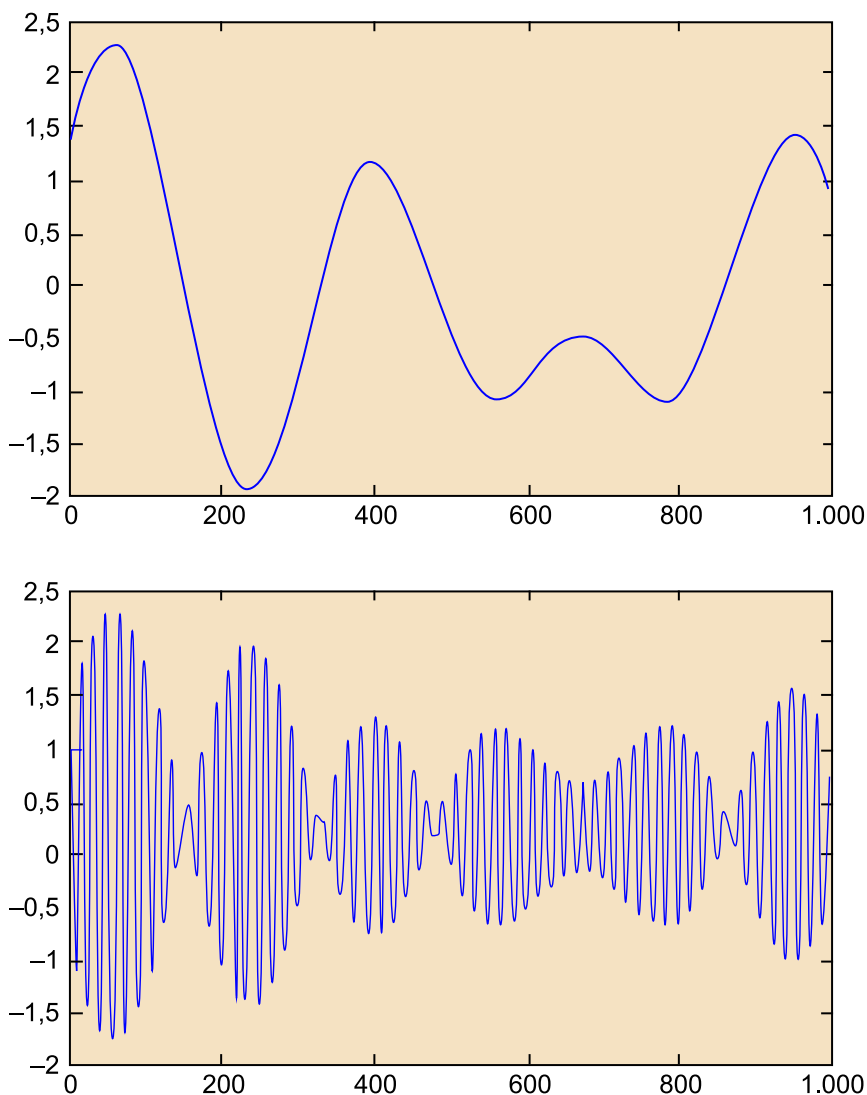
$$s_{DSB}(t) = A_c x(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi) \quad (32)$$

Abans d'analitzar possibles esquemes de moduladors i receptors de DSB és interessant caracteritzar amb una mica més de detall la forma d'ona d'aquest senyal. En la figura 27 es mostra la forma d'ona d'un senyal $x(t)$ (esquerra) i la forma d'ona del senyal modulat en DSB (dreta). A partir del resultat gràfic obtingut sembla evident que el detector d'envolupant no permet recuperar la forma d'ona del senyal original. Per tant, en la modulació DSB s'haurà d'utilitzar un altre esquema de receptor.

Vegeu també

En el subapartat 5.3 d'aquest mòdul didàctic es tracten algunes alternatives possibles de receptors.

Figura 27. Representació del senyal modulador $x(t)$ (esquerra) i el resultat de la modulació DSB (dreta)

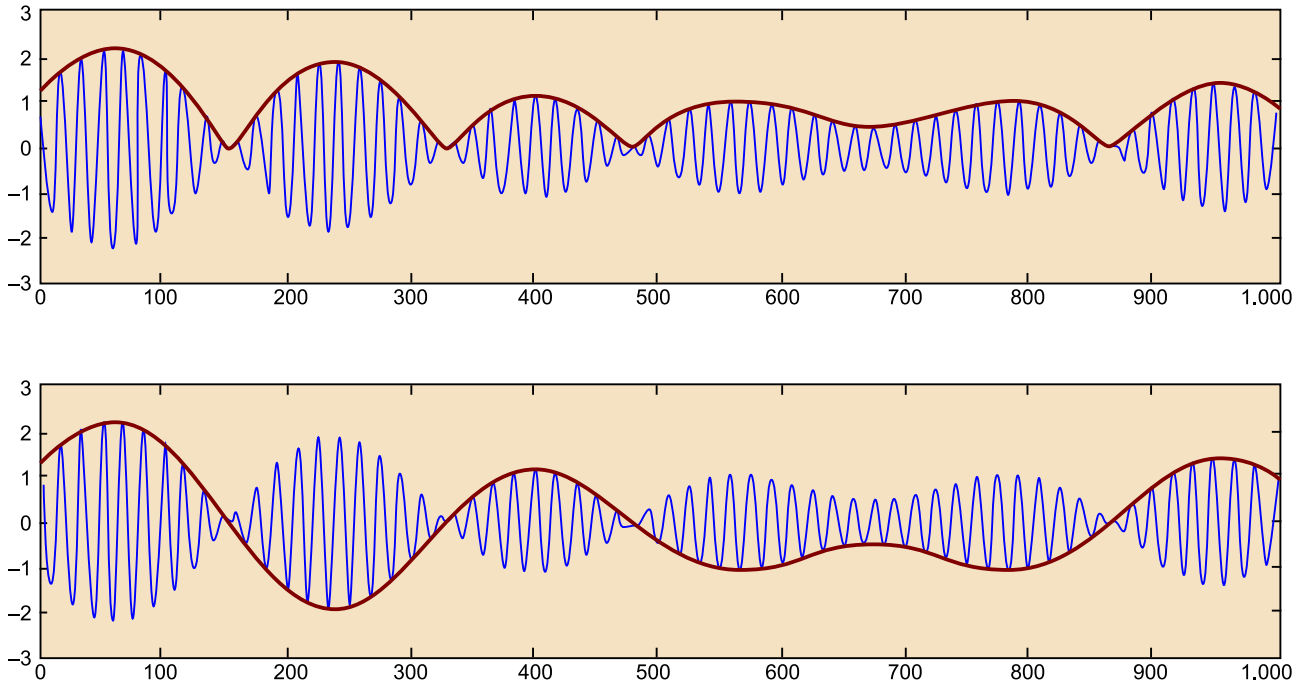


El resultat final indica que l'envolupant del senyal modulat no coincideix amb la forma d'ona del senyal d'informació.

La figura 28 mostra gràficament una versió interessant de per què la forma d'ona del senyal modulat en DSB no coincideix amb la del senyal d'informació. El problema és que quan el senyal d'informació canvia de signe, la portadora s'inverteix, per la qual cosa l'envolupant del senyal resultant

coincideix amb el mòdul de senyal modulador i no amb la informació mateixa. En la figura 28 es mostra el senyal modulat en DSB, la seva envolupant i el senyal modulador superposats per a poder comparar-los.

Figura 28. Exemple d'un senyal modulat en DSB



Comparació entre l'envolupant (a dalt) i el senyal d'informació (a baix).

Matemàticament, tal com hem definit l'envolupant obtenim:

$$\text{env}\{s_{DSB}(t)\} = |A_c \cdot x(t)| \quad (33)$$

Que, com és evident, no es pot utilitzar per a recuperar el senyal $x(t)$, que en general, suposem que pren valors positius i negatius amb mitjana zero.

3.2. Moduladors DSB

El procés de modulació del senyal en DSB és semblant al de la modulació AM. En aquest cas, es poden usar moduladors de producte equivalents als estudiats per al cas de l'AM. No obstant això, és evident que no serà necessari sumar la portadora al final del procés. En la figura 29 es mostra un diagrama de blocs equivalent al que s'ha presentat en la figura 17, però en el qual ja no s'inclou l'addició de la portadora en el senyal final. Normalment sempre és possible modificar un circuit de modulació en AM per a eliminar la portadora de la sortida i obtenir així un modulador de DSB. A més, ja hem comentat que una possibilitat molt utilitzada per a obtenir moduladors DSB és l'ús de moduladors equilibrats. En aquesta estructura es disposa de dos moduladors d'AM amb senyals útils invertits de manera que a la sortida és possible cancel·lar la portadora.

Vegeu també

En el subapartat 2.10 d'aquest mòdul es fa referència a la semblança entre els processos de modulació AM i del senyal DSB, i també a l'ús de moduladors equilibrats.

Ús de filtres

Una alternativa que sempre és possible és utilitzar un modulador d'AM amb un filtre en la sortida que elimini la freqüència portadora.

Figura 29

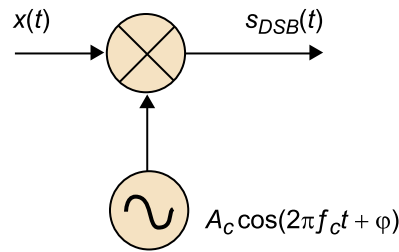
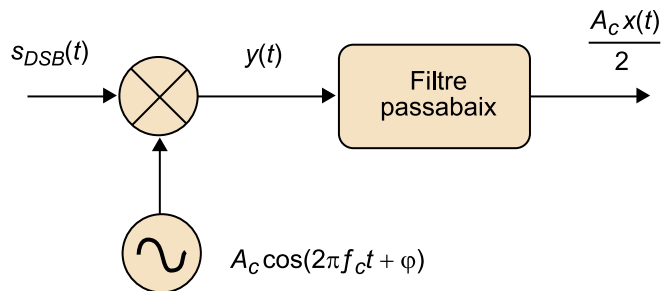


Diagrama de blocs d'un modulador de producte per a DSB

3.3. Desmoduladors DSB

La desmodulació d'un senyal en DSB es pot fer mitjançant un desmodulador coherent com el que es mostra en la figura 30. La desmodulació és, doncs, un procés anàleg al de la modulació (figura 29).

Figura 30. Diagrama de blocs d'un receptor de DSB coherent



El senyal de l'oscil·lador local ha d'estar en fase amb la portadora del senyal rebut.

Matemàticament, en multiplicar el senyal en DSB per una rèplica de la portadora obtenim:

$$y(t) = A_c \cdot x(t) \cdot \cos(2\pi f_c t + \varphi) \cdot \cos(2\pi f_c t + \varphi) = \frac{A_c x(t)}{2} + \frac{A_c x(t)}{2} \cdot \cos(4\pi f_c t + 2\varphi) \quad (34)$$

El filtre passabaix ha de tenir una amplada de banda adaptada al del senyal i eliminar el component que apareix en la freqüència doble.

La recuperació del sincronisme de portadora en el receptor és fonamental, ja que els errors de fase tenen una importància cabdal. En efecte, suposant que hi ha un error Δ entre el senyal de l'oscil·lador local i la portadora rebuda tindrem:

$$\begin{aligned} y(t) &= A_c \cdot x(t) \cdot \cos(2\pi f_c t + \varphi) \cdot \cos(2\pi f_c t + \varphi + \Delta) = \\ &= \frac{A_c x(t)}{2} \cos(\Delta) + \frac{A_c x(t)}{2} \cdot \cos(4\pi f_c t + 2\varphi + \Delta) \end{aligned} \quad (35)$$

I a la sortida del filtre passabaix tindrem:

$$r(t) = \frac{A_c x(t)}{2} \cos(\Delta) \quad (36)$$

Així doncs, l'error de fase afecta directament l'amplitud del senyal rebut, i es pot arribar a produir la pèrdua completa de senyal si $\Delta = \pi/2$. És, doncs, molt important mantenir l'error de fase igual a zero per a optimitzar el funcionament del receptor. Per a això és necessari recuperar la fase de la portadora amb molta precisió. A més, la dificultat afegida és que a causa dels canvis de fase que experimenta la portadora quan el senyal d'informació canvia de signe, els algorismes per a recuperar el sincronisme de la portadora són una mica més complexos que per al cas de la modulació AM, en què vam veure que amb un comparador i un filtre es podia obtenir una bona rèplica de la portadora. En aquest cas, per a obtenir un bon sincronisme, és necessari emprar sistemes PLL¹⁰, l'estudi dels quals es farà en assignatures de comunicacions més avançades. Tot això fa que el cost d'un receptor de DSB sigui superior al d'un receptor AM.

⁽¹⁰⁾ PLL és la sigla de l'expressió anglesa *phase-locked loop*.

La desmodulació DSB també es pot fer utilitzant una estructura de receptor superheterodí, i a la pràctica aquesta és la configuració més utilitzada. En aquest cas, l'arquitectura del receptor en la part d'RF i en l'amplificació d'FI és exactament la mateixa que per al receptor de freqüència modulada. La diferència és que la recuperació del senyal d'informació no es pot fer mitjançant el detector d'envolupant, que ha de ser substituït per una etapa de detecció coherent i fer una nova barreja del senyal de freqüència intermèdia amb el senyal proporcionat per un oscil·lador local. En aquest cas, la freqüència de l'oscil·lador local haurà de ser igual que la freqüència intermèdia del receptor superheterodí i la fase s'haurà de sincronitzar amb la fase del senyal a la sortida de l'amplificador d'FI.

3.4. Espectre de la modulació DSB

La transformada de Fourier del senyal modulat en DSB es pot obtenir aplicant propietats bàsiques:

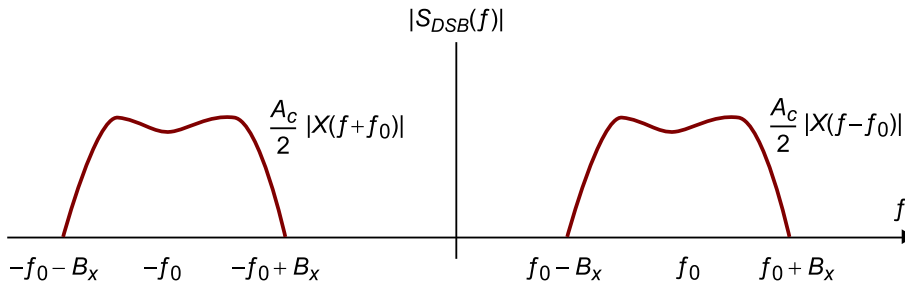
$$\mathcal{F}\{s_{DSB}(t)\} = \mathcal{F}\{A_c x(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi)\} = \frac{1}{2} X(f - f_0) e^{j\varphi} + \frac{1}{2} X(f + f_0) e^{-j\varphi} \quad (37)$$

en què $X(f)$ representa la transformada de Fourier del senyal modulador, que suposem que és de banda limitada B_x .

En la figura 31 es mostra una representació esquemàtica del mòdul de la transformada de Fourier del senyal modulat en DSB, suposant que la freqüència portadora és molt més gran que l'amplada de banda del senyal d'informació. Per definició, l'espectre de la modulació DSB es correspondria amb el mòdul al quadrat de la transformada de Fourier. Es pot apreciar que la diferència fonamental entre els espectres de les modulacions AM i DSB és que en aquesta última desapareix la delta de Dirac situada en la freqüència portadora. En con-

seqüència, podem afirmar que la modulació DSB no dedica cap part de la potència transmesa a la portadora i que l'amplada de banda del senyal modulad és, com en el cas d'AM, el doble que l'amplada de banda del senyal modulador.

Figura 31



Representació del mòdul de la transformada de Fourier d'un senyal modulad en DSB

3.5. Eficiències en DSB

A partir del resultat de l'espectre de potència del senyal DSB veiem que en aquest cas l'eficiència en potència serà igual a $\frac{1}{2}$, ja que l'energia transmesa es reparteix entre les dues bandes, que estan repetides. L'eficiència espectral també és $\frac{1}{2}$, ja que, com en el cas de l'AM, l'amplada de banda del senyal transmès és el doble que la del senyal d'informació.

Així doncs, per a la modulació DSB tenim:

$$\eta_{DSB} = \frac{1}{2}, \quad \rho_{DSB} = \frac{1}{2} \quad (38)$$

3.6. Modulació en banda lateral única

Una millora a la doble banda lateral és la banda lateral única. En aquest cas, es tracta de suprimir, mitjançant filtratge, una de les bandes laterals de la modulació DSB. La modulació en banda lateral única es coneix amb les sigles SSB¹¹ i pot donar lloc a dues variants en funció de quina sigui la banda que s'elimina i la que es deixa passar a través del filtre.

⁽¹¹⁾SSB és la sigla de l'expressió anglesa *single side band*.

En la figura 32 es mostra el diagrama de blocs d'un modulador d'SSB, i s'hi indiquen clarament els espectres de senyal obtinguts en cadascun dels punts del modulador. En aquest cas el filtre agafa la banda lateral superior de les freqüències positives del senyal. Aquesta variant de la modulació es coneix amb el nom de *banda lateral superior* o amb les seves sigles en anglès USB¹².

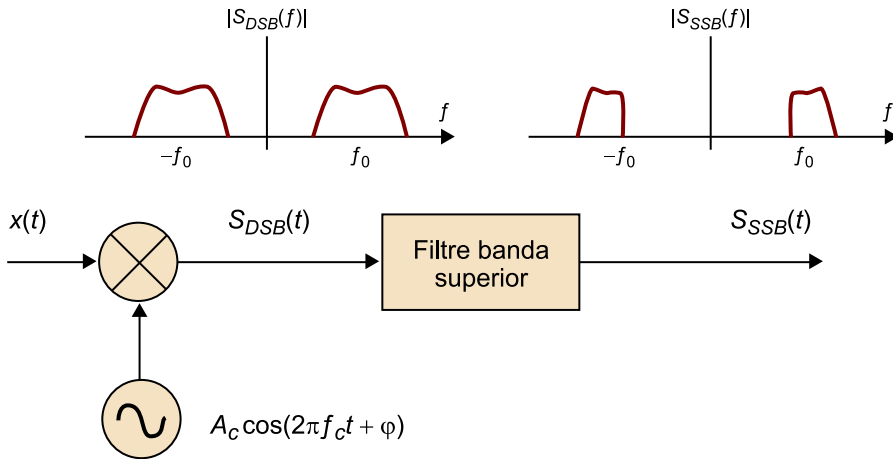
⁽¹²⁾USB és la sigla de l'expressió anglesa *upper side band*.

En la figura 33 es mostra el detall de com actua el filtre sobre la modulació DSB per a obtenir la modulació USB. Si en comptes de prendre la banda lateral superior es pren la inferior, la modulació es designa com a LSB¹³.

⁽¹³⁾LSB és la sigla de l'expressió anglesa *lower side band*.

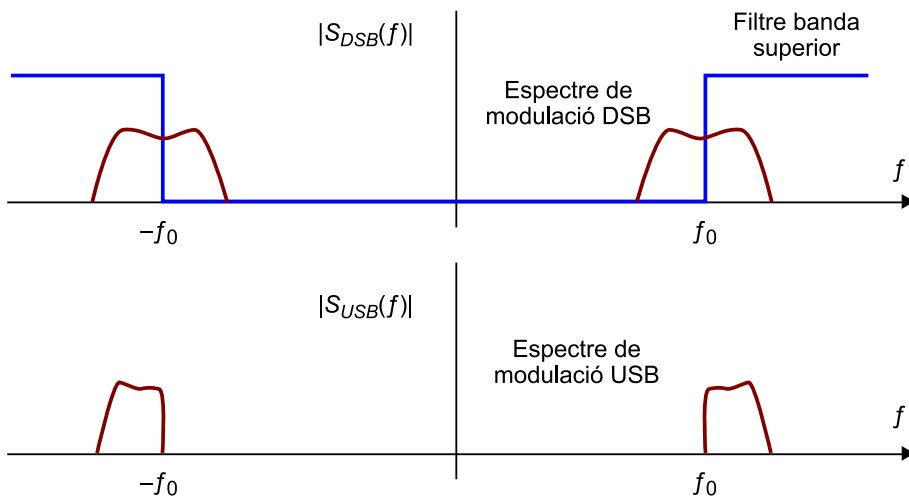
En la figura 34 es mostra l'espectre resultant en una modulació LSB. En la pràctica, les modulacions USB o LSB se solen usar en regions de l'espectre molt saturades. S'usen especialment en ona curta i en freqüències de radioaficionats.

Figura 32. Diagrama d'un modulador de banda lateral única a partir del filtratge del senyal modulat en DSB



Es representen els espectres resultants abans i després del filtratge.

Figura 33



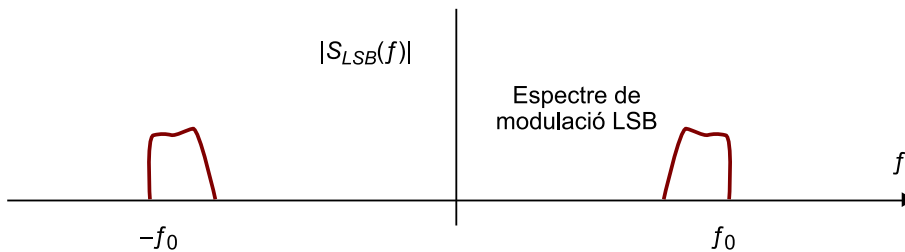
Detall de l'espectre d'una modulació USB a partir del filtratge d'una modulació DSB

Encara que el concepte de la modulació de banda lateral única sembla molt natural, la formulació matemàtica no resulta gens evident. Obtenir fórmules tancades per a expressar el senyal temporal a la sortida d'un filtre ideal, que selecciona la banda superior o la inferior, no és gens directe i requereix l'ús de la transformada de Hilbert, que està més enllà dels objectius d'un curs sobre fonaments de comunicacions. Per tant, no proporcionarem fórmules tancades que expressin la modulació en USB o LSB en el domini temporal en funció del senyal modulador. Ens quedem simplement amb el concepte que aquest tipus de modulacions es poden obtenir mitjançant filtratge d'una modulació DSB que, aquesta sí, es pot expressar mitjançant una fórmula simple. A més, els filtres per a obtenir la USB o LSB solament poden ser obtinguts de manera

aproximada en la pràctica, ja que teòricament haurien de ser filtres ideals, que deixessin passar inalterada la banda desitjada i eliminessin completament l'altra.

La recepció o desmodulació dels senyals USB o LSB es pot fer mitjançant un desmodulador coherent com el que hem analitzat en la figura 30 per a la recepció de senyals modulats en DSB. Per al funcionament correcte del sistema també és estrictament necessari que l'oscil·lador local del receptor estigui en fase amb la portadora del senyal transmès.

Figura 34



Representació de l'espectre d'una modulació LSB

Qualsevol de les dues versions de la modulació de banda lateral única té una eficiència de potència i d'espectre igual a la unitat, ja que tota la informació transmesa és necessària per a recuperar la informació del senyal modulador. Per tant, tindrem:

$$\eta_{USB} = 1, \quad \rho_{USB} = 1 \quad (39)$$

I anàlogament:

$$\eta_{LSB} = 1, \quad \rho_{LSB} = 1 \quad (40)$$

3.7. Banda lateral vestigial

A causa de la dificultat d'aproximar els filtres ideals necessaris per a obtenir les modulacions de banda lateral única, la modulació de banda lateral vestigial es planteja, de manera directa, fer filtres més simples, acceptant que es farà la transmissió d'un vestigi d'una de les bandes laterals. La modulació de banda lateral vestigial es coneix amb l'acrònim VSB¹⁴.

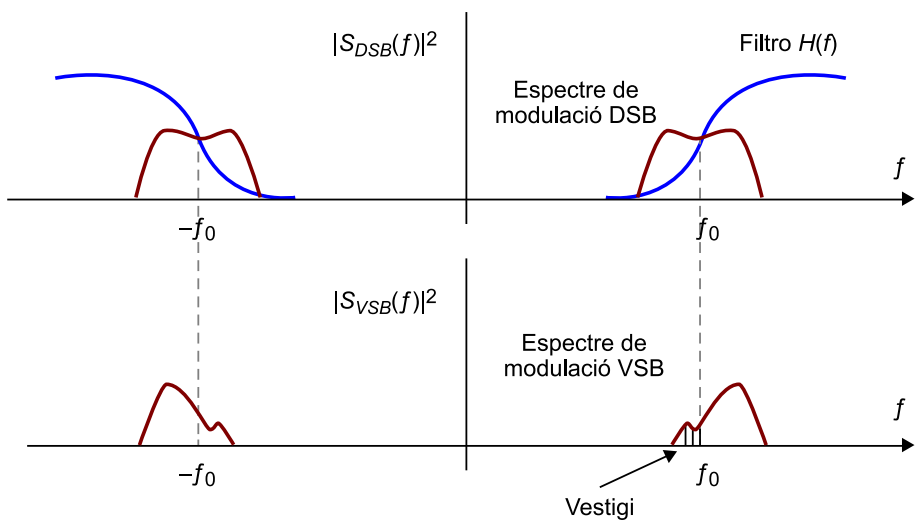
⁽¹⁴⁾VSB és la sigla de l'expressió anglesa *vestigial sideband*.

La idea bàsica d'aquesta modulació es mostra en la figura 35, en la qual en la part superior es representa l'espectre d'un senyal modulad en DSB juntament amb el filtre que s'encarrega d'obtenir la banda vestigial. En la part inferior de la figura es mostra el resultat de l'espectre del senyal obtingut. La figura mostra un exemple de VSB amb banda lateral superior i sense portadora (ja que suposem que es parteix d'un senyal DSB). Com a variants d'aquest esquema bàsic podríem tenir la selecció de la banda lateral inferior i la transmissió parcial d'una portadora. Aquest últim cas s'obté partint d'un senyal en AM i és especialment important a causa que s'usa en la transmissió dels senyals de televisió en els sistemes analògics NTSC i PAL. Per a distingir entre les modulacions VSL que tenen o no portadora, aquestes se solen denominar, respectivament, com a *VSL amb portadora* o *VSL amb portadora suprimida*.

Espectre

Recordeu que formalment l'espectre és el mòdul al quadrat de la transformada de Fourier del senyal. En la pràctica, moltes vegades podem parlar d'espectre i representar només el mòdul de la transformada i no el mòdul al quadrat, entenent per context aquell al qual ens estem referint. Cal destacar que en la major part dels exemples que considerem, l'important és veure com es distribueix l'energia en funció de la freqüència, si hi ha energia o no. Poques vegades en aquests exemples d'anàlisi d'amplada de banda estem interessats en els valors exactes de potència que tenim per a cada freqüència.

Figura 35



Exemple de l'obtenció de la banda lateral vestigial a partir del filtratge d'una modulació DSB

L'esquema bàsic d'un modulador de VSB es pot representar mitjançant la figura 36 (se suposa un sistema amb portadora suprimida).

Figura 36. Diagrama de blocs

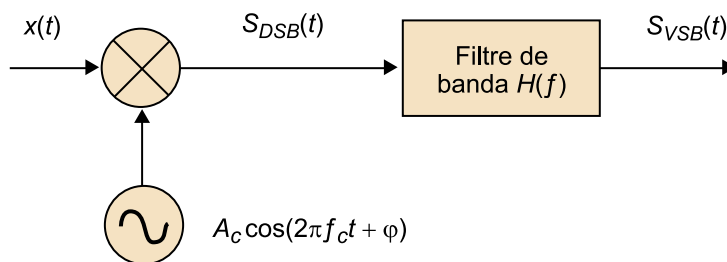


Diagrama de blocs d'un modulador VSB basat en el filtratge d'un senyal modulad en DSB

3.7.1. Recepció de la VSB i condicions del filtre

En principi, la modulació VSB amb portadora suprimida requereix l'ús d'un receptor coherent per a recuperar el senyal d'informació. En aquest subapartat veurem quines condicions ha de complir el filtre $H(f)$ perquè la recepció es pugui fer correctament.

El senyal modulad en VSB es pot expressar com:

$$s_{VSB}(t) = (A_c x(t) \cos(2\pi f_c t)) * h(t) \quad (41)$$

en què la primera part de l'expressió es correspon amb una modulació DSB i la segona part ens indica que el senyal es convoluciona amb la resposta impulsional del filtre. Estem suposant que la fase de la portadora és $\varphi = 0$. En principi això no representa cap pèrdua de generalitat, ja que també suposarem que la fase de l'oscil·lador local és zero.

Si calculem la transformada de Fourier del senyal modulad tenim:

$$S_{VSB}(f) = \frac{A_c}{2} (X(f - f_c) + X(f + f_c)) \cdot H(f) \quad (42)$$

Quan en recepció usem un desmodulador coherent, multiplicarem el senyal rebut per una rèplica de la portadora en fase amb la portadora del senyal rebut. En el domini temporal, el senyal en la sortida del mesclador serà:

$$v(t) = s_{VSB}(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) \quad (43)$$

La transformada de Fourier serà, per tant:

$$V(f) = \frac{1}{2} [S_{VSB}(f - f_c) + S_{VSB}(f + f_c)] \quad (44)$$

i si ho substituïm en l'expressió de $S_{VSB}(f)$, obtenim:

$$V(f) = \frac{A_c}{4} [(X(f - 2f_c) + X(f))H(f - f_c) + (X(f) + X(f + 2f_c))H(f + f_c)] \quad (45)$$

Suposant que es filtren els termes que estan en la freqüència $\pm 2f_c$ obtenim:

$$V(f) = \frac{A_c}{4} [(X(f))H(f - f_c) + (X(f))H(f + f_c)] = \frac{A_c}{4} X(f) [H(f - f_c) + H(f + f_c)] \quad (46)$$

De manera que obtenim que el missatge original es podrà recuperar a partir del receptor coherent, sempre que es compleixi que el filtre verifica:

$$H(f - f_c) + H(f + f_c) = ct. \quad (47)$$

El compliment d'aquesta propietat del filtre és fonamental per a garantir que el senyal d'informació es pot recuperar de manera exacta a partir d'un desmodulador coherent, la portadora del qual està en fase amb la portadora del senyal rebut.

En el cas que la modulació en banda lateral vestigial es faci amb portadora és possible fer una recepció alternativa utilitzant un detector d'envolupant. El detector d'envolupant funciona correctament amb aquest tipus de modulacions sempre que el vestigi de portadora sigui suficient per a eliminar que es produeixi la sobremodulació. En els sistemes de televisió analògica NTSC o PAL (actualment en desús a causa de la implantació dels nous sistemes de televisió digital terrestre) s'utilitzava una modulació VSB amb portadora. El nivell de la portadora era prou elevat per a permetre una desmodulació per detecció d'envolupant.

4. La modulació en freqüència

La modulació d'amplitud, en qualsevol de les seves variants, consisteix essencialment a modificar l'amplitud d'un senyal portador d'acord amb la forma d'ona del senyal d'informació o senyal modulador. En l'equació següent:

$$p(t) = A_c(t) \cdot \cos(2\pi \cdot f_c(t) \cdot t) + \varphi(t) \quad (48)$$

intentem mostrar de manera explícita que qualsevol senyal portador es pot fer dependent de l'amplitud $A_c(t)$, de la freqüència $f_c(t)$, o de la fase $\varphi_c(t)$.

Les modulacions que hem estudiat fins ara s'han basat a modificar els valors d'amplitud del senyal portador en funció de la informació $x(t)$. Aquestes modulacions es denominen **lineals**. L'alternativa és fer que l'amplitud sigui constant i que sigui la freqüència de la portadora o de la seva fase (una de les dues) les que variïn en funció de la informació que volem transmetre. Aquest tipus de modulacions es denominen **angulars**. Aquestes modulacions són més complexes de generar mitjançant circuits electrònics i també són més complexes de desmodular. A més, la caracterització matemàtica tampoc no és gens fàcil. En molts casos, no es poden obtenir fórmules tancades per a les amplades de banda dels senyals modulats o les relacions senyal a soroll a la sortida d'un desmodulador. Només és possible fer càlculs en casos molt simplificats i en les aplicacions reals gairebé sempre s'han d'usar fórmules aproximades. Un dels resultats més importants d'aquestes fórmules genèriques és que, exceptuant alguns casos especials de poc interès pràctic, l'amplada de banda del senyal en freqüència modulada és molt més gran que l'amplada de banda del senyal d'informació, i supera el límit que s'obté amb qualsevol modulació lineal.

Tenint en compte aquests resultats un es pregunta si té algun sentit utilitzar modulacions de freqüència o fase. La complexitat més gran de la modulació/desmodulació i l'increment d'amplada de banda semblen indicar que es tracta d'un sistema poc eficient. No obstant això, en la pràctica, això no és així. El principal avantatge de la freqüència modulada és la seva alta qualitat, la possibilitat de transmetre senyals d'àudio amb una fiabilitat molt elevada, propera al que se sol considerar com a alta fidelitat amb potències relativament baixes. La relació senyal a soroll que es pot obtenir amb una modulació de freqüència és molt superior a la que s'obté amb una modulació AM que utilitzi la mateixa potència de senyal transmès. A més, la qualitat es manté en un marge molt ampli de potències de senyal, sense apreciar-se una degradació progressiva de la qualitat quan ens allunyem de l'emissora.

Modulació lineal

En realitat, la relació entre el senyal modulat i la moduladora no és lineal, ja que es tracta del producte de dos senyals. La linealitat es refereix al fet que és molt intuïtiu relacionar les formes d'ona dels dos senyals; certament, l'envolupant del senyal modulat té una relació lineal amb el senyal modulador.

La idea de la modulació en freqüència va ser patentada per Edwin Howard Armstrong el 1933. E. H. Armstrong es considera actualment com un dels més grans enginyers del segle passat i un dels pioners, juntament amb Lee de Forest (inventor de la vàlvula de buit) i David Sarnoff (fundador de l’NBC i primer CEO d’RCA fins a 1970), dels sistemes de difusió de masses en ràdio i televisió. Actualment, Edwin Armstrong es considera l’inventor de quatre patents crucials en la història de les telecomunicacions: el circuit regeneratiu, el circuit superregeneratiu, el receptor superheterodí i la freqüència modulada. No obstant això, durant la seva vida va estar constantment lluitant per defensar l’autoria de les seves patents enfront d’altres enginyers, com Lee de Forest mateix o companyies com AT&T, Westinghouse i RCA.

Edwin Armstrong va proposar el 1933 utilitzar la freqüència modulada com una opció per a reduir el soroll i la sensibilitat enfront de paràsits elèctrics de la modulació en AM. La modulació en freqüència havia estat considerada i estudiada prèviament, el 1922, per John Renshaw Carson, enginyer d’AT&T i inventor de l’SSB. J. R. Carson havia descartat l’ús de la FM, a causa que no hi trobava cap avantatge respecte a l’AM. La idea original de J. R. Carson era el que avui es coneix com a *FM de banda estreta*, amb una amplada de banda comparable a l’AM i unes característiques d’immunitat enfront del soroll també semblants. La complexitat més gran de la modulació i la desmodulació en freqüència van descartar completament la realització pràctica de sistemes en freqüència modulada.

No obstant això, Edwin Armstrong va proposar usar una versió diferent de la modulació en freqüència, augmentant considerablement l’amplada de banda, amb l’avantatge d’augmentar també la relació senyal a soroll del senyal. Aquest sistema, denominat *FM de banda ampla*, era capaç de proporcionar una qualitat sensiblement superior a tots els sistemes de ràdio de l’època. J. R. Carson va reconèixer els avantatges de l’FM proposada per E. Armstrong i va escriure diversos articles que incloïen demostracions matemàtiques de la bondat del sistema.

Entre maig de 1934 i octubre de 1935 es van fer diferents proves de camp amb difusions en FM des de la planta 85 de l’Empire State Building. E. H. Armstrong va començar a crear una xarxa d’emissores en FM pròpies que es coneixen amb el nom de Yankee Network. Aquestes emissores transmeten en la banda entre 42 i 49 MHz. Ell mateix va invertir en la fabricació i comercialització de receptors de ràdio en FM. El 1936 va fer una demostració comparativa, davant de diversos periodistes, de la difusió d’un enregistrament de jazz utilitzant les modulacions d’AM i FM. El resultat va ser tan espectacular que els periodistes van qualificar l’esdeveniment com un dels desenvolupaments més importants en ràdio i van comentar que pràcticament no era possible distingir entre el senyal FM i l’original.

La xarxa d'emissores d'Edwin H. Armstrong va començar a tenir cert èxit comercial i les patents sobre els receptors també van donar els seus fruits. No obstant això, el 1945, la Federal Communications Commission (FCC), possiblement pressionada per l'RCA, va decidir modificar les freqüències en les quals es permet la difusió de senyals de ràdio en FM cap a la banda de 88 MHz a 108 MHz, i va deixar la banda de 42 a 49 MHz per a l'ús exclusiu de senyals de TV. Aquesta decisió és tècnicament correcta a causa que la nova banda presenta millors propietats per a la propagació dels senyals. La banda de 42 MHz a 49 MHz tenia característiques troposfèriques que de vegades provocaven que les emissores de grans distàncies interferissin amb emissores locals. No obstant això, el canvi de banda va representar un revés molt important per a l'empresa d'Edwin H. Armstrong, ja que no solament les seves emissores van quedar obsoletes, sinó que va deixar sense servei tots els receptors que els usuaris ja havien adquirit.

La supremacia de la ràdio en AM, controlada principalment per l'RCA, va continuar dominant el mercat comercial durant bastants anys. A més, l'RCA va reclamar la invenció de la ràdio en FM amb una patent pròpia, que els tribunals, en una primera instància, van acceptar. A causa d'això, Edwin H. Armstrong va deixar de cobrar les regalies dels equips en FM. La situació econòmica d'Armstrong era completament ruïnosa i es va suïcidar el 31 de gener de 1954. La seva esposa va continuar lluitant per aconseguir els drets de la patent d'invenció de l'FM, els quals li van ser finalment atorgats el 1967.

A part de la patent sobre l'FM, altres patents també van ser origen de diverses disputes amb diverses empreses del sector de la ràdio i l'electrònica. La majoria d'aquestes patents només van ser reconegudes després de la seva mort. L'article original sobre la freqüència modulada proposada per Edwin H. Armstrong va ser publicat el 1936 en els *Proceedings of the IRE*. L'article va tornar a ser reimprès l'agost de 1984 en els *Proceedings of IEEE* i es considera un clàssic en el món de les telecomunicacions.

4.1. Formulació bàsica

La **modulació de freqüència (FM)** i la **modulació de fase (PM)** es poden definir conjuntament a partir de l'expressió genèrica d'una portadora:

$$u(t) = A_c \cdot \cos(\theta(t)) = A_c \cdot \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) \quad (49)$$

La **freqüència instantània del senyal** es pot definir a partir de la fase $\theta(t)$ mitjançant la relació:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \theta(t) = f_c + \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \phi(t) \quad (50)$$

A partir d'aquestes definicions, diem que tenim una **modulació de fase** quan la fase del senyal modulad és proporcional al senyal modulador (missatge):

$$\phi(t) = k_p x(t) \quad (51)$$

Anàlogament, tindrem una **modulació en freqüència** quan la diferència entre la freqüència instantània i la portadora és proporcional al senyal modulador (missatge). El canvi de freqüència és proporcional al missatge:

$$f_i(t) - f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \phi(t) = f_\Delta x(t) \quad (52)$$

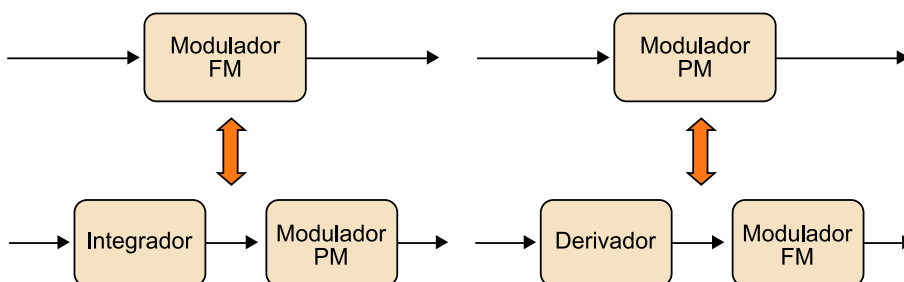
Les equacions anteriors ens diuen que hi ha una relació integral-diferencial entre la modulació en freqüència i la modulació en fase. Si fem que la fase $\theta(t)$ sigui proporcional al missatge, tenim una PM, mentre que si fem que sigui proporcional a la integral del missatge, obtindrem una FM. Anàlogament, si fem que la freqüència instantània sigui proporcional al missatge, obtenim una modulació FM, mentre que si fem que sigui proporcional a la derivada del missatge, obtenim una PM. Expressant matemàticament aquests resultats:

$$\phi(t) = \begin{cases} k_p x(t) & PM \\ 2\pi f_\Delta \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau & FM \end{cases} \quad (53)$$

$$\frac{d}{dt} \phi(t) = f_i - f_c = \begin{cases} k_p \frac{d}{dt} x(t) & PM \\ 2\pi f_\Delta x(t) & FM \end{cases} \quad (54)$$

Aquesta relació entre els dos tipus de modulació també s'ha representat en forma de diagrama de blocs en la figura 37:

Figura 37



Representació mitjançant diagrama de blocs de les relacions integrodiferencials que hi ha entre una modulació en PM i una en FM.

La relació directa entre FM i PM fa que en la pràctica es pugui simplificar l'estudi per a considerar amb detall només una d'aquestes modulacions. En els subapartats següents ens centrarem principalment en la modulació en FM,

Vegeu també

La modulació PM es tracta en el mòdul didàctic "Introducció als sistemes de comunicació digitals" d'aquesta assignatura.

que, juntament amb l'AM, és una de les més importants en la radiodifusió analògica comercial. La modulació PM adquireix també una gran importància en modulacions de fase digitals i es tractarà en aquest context en altres mòduls.

Tenint en compte les definicions proporcionades en l'inici d'aquest subapartat, una modulació en FM es pot expressar com:

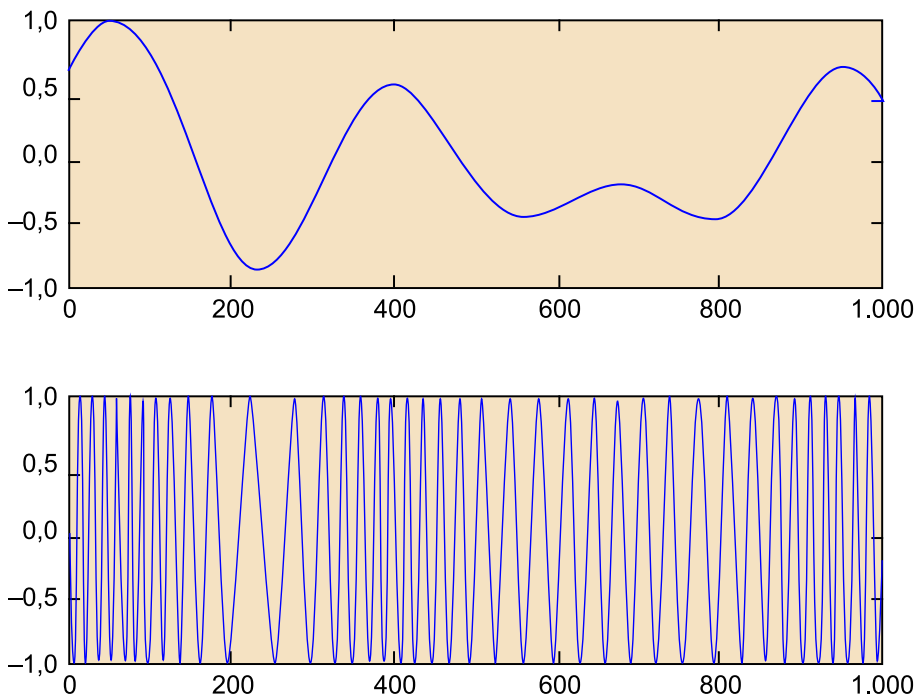
$$u(t) = A_c \cdot \cos\left(2\pi f_c t + \varphi + 2\pi f_\Delta \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau\right) \quad (55)$$

En què observem que el senyal modulat té una amplitud constant i una freqüència portadora que està centrada en la freqüència f_c . La freqüència instantània del senyal es pot calcular derivant respecte al temps el component de l'angle del cosinus. Obtenim:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \left(2\pi f_c t + \varphi + 2\pi f_\Delta \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \right) = f_c + f_\Delta \cdot x(t) \quad (56)$$

Suposant que el senyal d'informació $x(t)$ està normalitzat a la unitat veiem que la freqüència instantània oscil·la entre $f_c \pm f_\Delta$. El paràmetre f_Δ es denomina *desviació en freqüència* i té unitats de Hz/V. El seu valor ens indica com es modifica la freqüència instantània amb cada volt del senyal d'entrada.

Figura 38. Representació d'un senyal d'informació $x(t)$ i el senyal modulat en FM corresponent



En la figura 38 es mostra un senyal modulador genèric $x(t)$ i el senyal corresponent modulad en FM. Cal observar que quan l'amplitud del senyal $x(t)$ disminueix, també ho fa la freqüència del senyal sinusoidal. La mesura de la freqüència instantània del senyal ens proporciona informació sobre la forma d'ona de la moduladora.

4.2. Moduladors i desmoduladors de FM

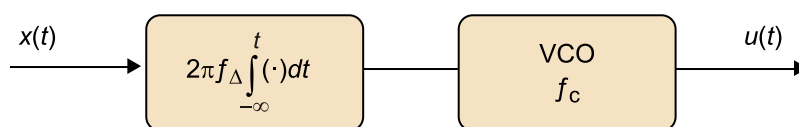
Hi ha un gran nombre d'esquemes i estratègies per a fer la modulació i la desmodulació de senyals d'FM. Aquest tipus de modulació s'usa en moltes aplicacions que tenen un gran mercat d'usuaris, per la qual cosa les variants circuitals per a optimitzar costos o millorar prestacions tant en el receptor com en el transmissor són innumbrables.

En aquest subapartat només considerarem els possibles esquemes de moduladors i desmoduladors basant-nos en diagrames de blocs molt genèrics i en la seva importància històrica. Actualment, hi ha circuits transmissors i receptors molt més evolucionats i amb millors prestacions, però les seves peculiaritats són objecte d'estudi en cursos d'electrònica de comunicacions molt més avançats.

L'esquema bàsic d'un modulador es presenta de manera simplificada en la figura 39. El primer bloc de la figura és un integrador del senyal d'informació, en el qual s'ha inclòs l'amplificació del senyal per la constant $2\pi f_{\Delta}$. El segon bloc és un oscil·lador controlat per tensió o VCO¹⁵ centrat en la freqüència portadora f_c que proporciona a la seva sortida un senyal que respon a la fórmula genèrica de l'FM.

⁽¹⁵⁾VCO és la sigla de l'expressió anglesa *voltage controlled oscillator*.

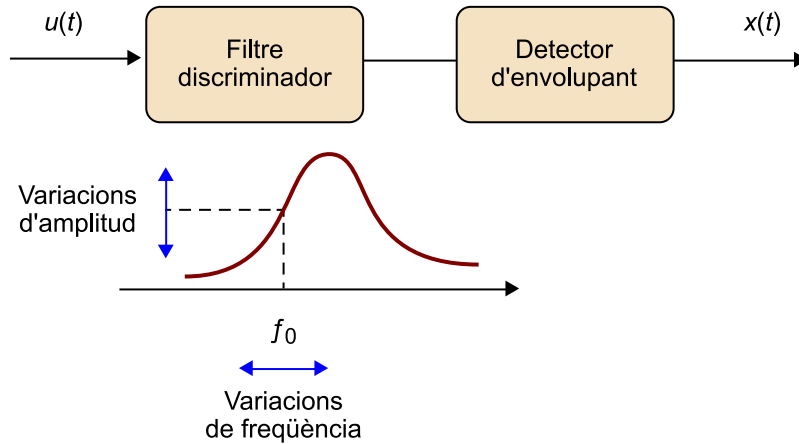
Figura 39. Diagrama de blocs d'un modulador FM



Una de les estratègies que històricament han estat més importants per a la recepció del senyal FM ha estat la d'implementar un sistema basat en filtres passabanda que converteixin el senyal rebut en FM en un senyal AM. La idea bàsica consisteix a fer passar el senyal a través d'un filtre amb una resposta en freqüència com la representada en la figura 40. El filtre hauria de tenir un guany aproximadament lineal al voltant de la freqüència f_c , de manera que els canvis de freqüència en el senyal rebut es transformin en canvis d'amplitud en la sortida. Si la resposta en freqüència del filtre és lineal, aquest filtre obtindrà a la sortida un senyal l'amplitud del qual és proporcional a la freqüència. Aplicant un detector d'envolupant a aquest senyal obtindrem la moduladora. La importància històrica d'aquest tipus de receptor d'FM es deu al fet que es

tracta d'un receptor molt econòmic, en què no és necessari generar senyals interns d'oscil·lador local que se sincronitzin amb la portadora rebuda. A més, part del circuit és comú amb el d'un receptor d'AM.

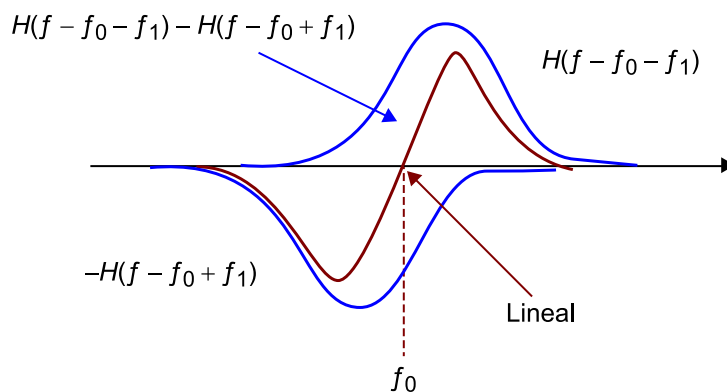
Figura 40. Exemple d'un discriminador de freqüència per a la recepció de senyals de freqüència modulada



El receptor basat en la discriminació de freqüències requereix que el filtre pasbanda sigui molt lineal al voltant de la freqüència central. Això generalment és difícil d'obtenir amb un únic filtre. La majoria de dissenys pràctics utilitzen un parell de filtres, de manera equilibrada, per a intentar linealitzar el comportament del discriminador. La idea bàsica d'una configuració equilibrada es representa de manera esquemàtica en la figura 41.

Hi ha moltes alternatives addicionals per a fer la desmodulació dels senyals en FM a part dels filtres discriminadors estudiats. Una alternativa és la denominada *discriminació per desplaçament de fase*, que consisteix a barrejar el senyal rebut per una rèplica retardada d'aquesta. Si el retard és d'un període de la portadora, el resultat de la barreja és proporcional a l'amplitud del senyal transmès. Una altra alternativa és passar a fer un sistema de detecció d'encreuaments per zero de la portadora i generar un senyal l'amplitud del qual és proporcional al nombre d'encreuaments per zero.

Figura 41. Realització d'un discriminador equilibrat mitjançant dos filtres passabanda



Una de les alternatives més utilitzades és el denominat *detector de freqüència amb realimentació de freqüència* (FMFB¹⁶). En aquest cas, el desmodulador fa una barreja del senyal rebut amb el senyal generat en un oscil·lador controlat per tensió (VCO). L'entrada a l'oscil·lador controlat per tensió és el senyal desmodulat mateix, per la qual cosa la barreja obtindrà un senyal a freqüència intermèdia que pot ser desmodulat mitjançant un filtre i un discriminador. El principal avantatge d'aquest esquema és que el filtre passabanda pot eliminar gran part del soroll del receptor. L'estudi detallat del funcionament del receptor no és evident, per la qual cosa només el presentem des del punt de vista descriptiu, sense pretendre que se'n compreguin els detalls del funcionament.

⁽¹⁶⁾ FMFB és la sigla de l'expressió anglesa *FM demodulator with feedback*.

Evidentment, tots els esquemes de recepció d'FM que hem comentat es poden utilitzar dins de l'estructura genèrica d'un receptor superheterodí, sintonitzant primer els senyals en RF i baixant la freqüència portadora a una freqüència intermèdia en què es fa tot el procés. Posteriorment, una vegada tenim el senyal a aquesta freqüència intermèdia, es pot processar amb qualsevol dels detectors de freqüència que hem estat considerant. En la pràctica, com en el cas d'AM, la major part dels receptors d'FM estan basats en l'esquema del superheterodí. La freqüència intermèdia que s'utilitza normalment és de 10,7 MHz. Tingueu en compte que en l'FM comercial la banda utilitzada és de 88 MHz a 108 MHz i que les freqüències portadores de les diferents emissores estan separades 200 kHz. Per tant, en el receptor superheterodí, el filtre passabanda situat després del mesclador de freqüència intermèdia estarà adaptat a l'amplada de banda del senyal, que és de 200 kHz.

4.3. Potència, amplada de banda i característiques enfront del soroll de l'FM

La potència d'un senyal d'FM coincideix amb la potència de la portadora. L'amplitud del senyal no es modifica, per la qual cosa la seva potència depèn directament de l'amplitud. Obtenim:

$$P_c = \frac{A_c^2}{2} \quad (57)$$

Per a una modulació d'FM, no es pot obtenir ni la densitat espectral ni l'amplada de banda de la modulació en funció de la transformada de Fourier del senyal modulador, a diferència del cas de l'AM o altres modulacions lineals. Únicament per al cas en què el senyal missatge o modulador sigui una funció purament sinusoidal és possible obtenir expressions exactes de la transformada de Fourier del senyal modulat en FM. Encara en aquest cas, són resultats complexos, que han de ser expressats en sèries de Fourier els coeficients de les quals estan determinats per funcions de Bessel. En definitiva, l'anàlisi matemàtica de l'espectre del senyal FM és molt complexa i solament es pot fer per a casos molt simples (transmissió de sinusoides) i d'escàs interès.

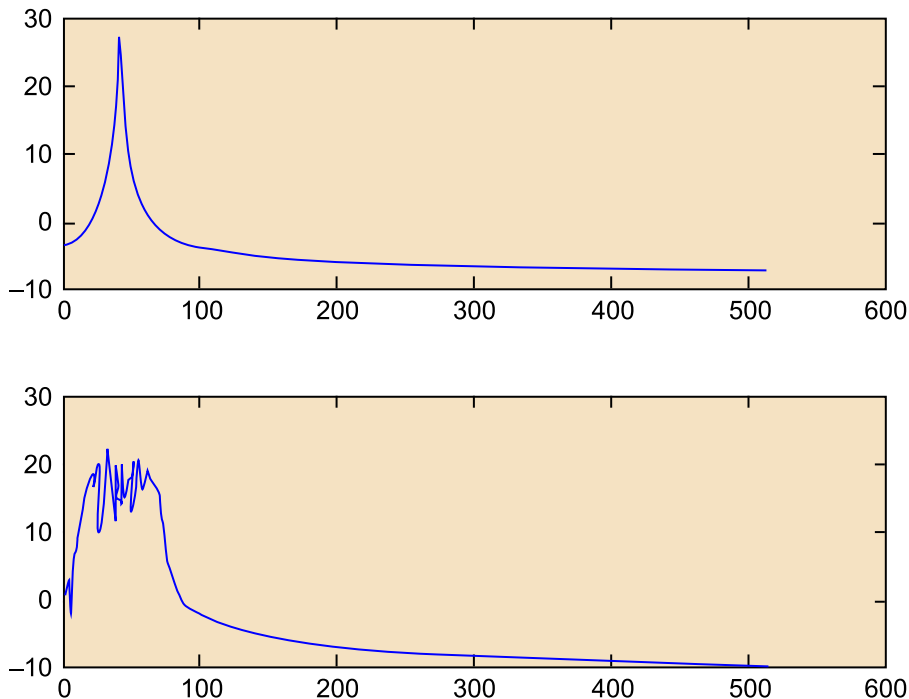
En la pràctica, l'amplada de banda del senyal d'FM s'aproxima per extrapolació dels resultats obtinguts per al cas d'una moduladora sinusoidal. Amb senyals d'àudio amb amplades de banda d'uns 15 kHz, aproximadament, l'amplada de banda obtinguda per la moduladora és d'uns 200 kHz, i per a emissores de radiodifusió a Espanya es retalla a 150 kHz, considerat com el mínim espaiat freqüencial permès entre dues portadores o emissores adjacents. Malgrat aquesta retallada espectral, l'audició de les emissores de ràdio d'FM és de bona qualitat, considerablement superior a la qualitat que s'obté en AM.

L'alta fidelitat

Amb 10 kHz d'amplada de banda es pot transmetre un senyal d'àudio de bona qualitat. En general, per a l'alta fidelitat es considera que l'amplada de banda mínima del senyal d'àudio ha d'estar compresa entre 16 kHz i 20 kHz.

En la figura 43 es comparen els espectres en AM (a dalt) i FM (a baix) obtinguts per a un mateix senyal modulador genèric. Per al senyal AM es pot observar que l'amplada de banda és molt més estreta i sabem, pel que hem vist, que la forma de l'espectre del senyal modulat es correspon amb l'espectre del senyal d'informació. La modulació només produeix una translació de l'espectre i afegeix una portadora a la freqüència central de la modulació. En canvi, quan la modulació és en FM, s'observa que l'amplada de banda és considerablement més gran i que la forma de l'espectre ja no és la mateixa que la del senyal original.

Figura 43. Comparativa entre els espectres d'una modulació AM (a dalt) i una modulació FM (a baix)



El senyal modulador és el mateix en tots dos casos. El valor de la desviació en freqüència seleccionat produeix FM de banda ampla.

La forma de l'espectre obtingut en FM i la seva amplada de banda depenen dels paràmetres de la modulació, especialment de la desviació en freqüència. No obstant això, per a determinats valors de la desviació en freqüència és possible obtenir amplades de banda en FM reduïdes, comparables a les que s'obtenen en AM. En aquests casos, es diu que la modulació en freqüència és de banda estreta. No obstant això, l'FM de banda estreta no representa cap avantatge significatiu respecte a l'AM, ja que la seva immunitat al soroll és baixa. En la

pràctica, només s'utilitzen valors de la desviació en freqüència que produeixen amplades de banda del senyal modulat considerablement superiors a les amplades de banda del senyal d'informació.

4.3.1. Regla de Carson

La regla de Carson és una fórmula aproximada que ens permet estimar l'amplada de banda d'una modulació en FM en funció dels paràmetres bàsics de la modulació (desviació en freqüència f_{Δ}) i de l'amplada de banda del senyal d'informació. La regla s'obté fent aproximacions sobre l'espectre d'una moduladora sinusoidal i només és vàlida per a un determinat marge de valors.

Per a aplicar la fórmula és necessari definir la relació de desviació, que s'obté com:

$$D = \frac{f_{\Delta}}{W} \quad (58)$$

La **regla de Carson** estableix que l'amplada de banda d'una modulació FM es pot estimar com:

$$B_T \approx 2(f_{\Delta} + W) = 2(D + 1)W \quad \text{si } D \ll 1 \text{ o } D \gg 1 \quad (59)$$

Aquesta regla solament resulta d'utilitat quan la desviació en freqüència és molt més gran o petita que l'amplada de banda del senyal.

En el cas en què $D \ll 1$, significa que la desviació en freqüència és molt més petita que l'amplada de banda del senyal i obtenim un cas especial, que ja hem comentat, i que es denomina *FM de banda estreta*.

Per al cas particular d'FM de banda estreta, la regla de Carson ens diu que l'amplada de banda és aproximadament igual al doble de l'amplada de banda del senyal, i s'obté un resultat semblat a l'AM: $B_T \approx 2W$.

El cas contrari, quan $D \gg 1$, es denomina *FM de banda ampla*. L'aproximació de la regla de Carson ens produeix ara un resultat final en què l'amplada de banda només depèn de la desviació en freqüència: $B_T \approx 2f_{\Delta}$.

En la pràctica, en els sistemes comercials, els valors de D solen estar compresos entre 2 i 10, per la qual cosa els resultats que produeix la regla de Carson no s'aproximen massa bé a la realitat.

Una aproximació experimental que produeix millors resultats en aquest marge de valors de D és:

$$B_T \approx 2(f_\Delta + 2W) = 2(D + 2)W \quad \text{si} \quad 2 < D < 10 \quad (60)$$

Aquesta aproximació se sol utilitzar per a determinar l'amplada de banda dels amplificadors que s'usen en emissores d'FM.

Càlcul de l'amplada de banda de l'FM comercial a Espanya

El valor de la desviació en freqüència utilitzat en l'FM comercial a Espanya és de $f_\Delta = 75$ kHz, en la banda de 87,5 MHz a 108 MHz. Tenint en compte que l'amplada de banda aproximada del senyal d'àudio es pot considerar d'uns 15 kHz, tindrem que $D = 5$, per la qual cosa utilitzant l'expressió anterior obtenim que l'amplada de banda del senyal transmès serà de 210 kHz. Aquesta amplada de banda ja hem comentat que es filtra a uns 150 kHz abans d'enviar-la a l'etapa de potència per a evitar interferències amb altres canals adjacents.

Si utilitzéssim la fórmula de Carson obtindríem una amplada de banda de 180 kHz, una estimació una mica per sota de la real.

Pot ser curiós veure què ocorre quan utilitzem la mateixa desviació en freqüència $f_\Delta = 75$ kHz, però amb un senyal de veu, amb menys amplada de banda ($W = 3$ kHz). En aquest cas, $D = 25$, per la qual cosa podem utilitzar directament la fórmula de Carson i obtenim una amplada de banda de $B_T = 2 \times 26 \times 3 = 156$ kHz. Noteu que ara estem amb una modulació en freqüència de banda ampla i que l'amplada de banda és una mica més que el doble de la desviació en freqüència.

Les assignacions de freqüències en la banda d'FM poden ser atorgades per la Corporació de Ràdio i Televisió Espanyola, els ens públics amb competència en comunitats autònomes i les corporacions locals mitjançant concessió administrativa atorgada pels òrgans competents de les comunitats autònomes (emissores FM municipals).

Les assignacions en freqüència solen reassignar les freqüències en funció de l'àrea geogràfica i solen ser motiu de conflictes a causa de les interferències que poden produir emissores en canals propers. En analitzar amb cert detall un mapa de freqüències en una zona metropolitana s'observa que hi ha moltes emissores que transmeten amb potències diferents, freqüències molt properes i amb un gran risc que es produeixin interferències. El fet que l'FM es pugui sentir amb una qualitat molt acceptable es deu al fet que és una modulació molt robusta enfront de la presència de soroll i interferències.

4.3.2. Efecte captura

L'efecte **captura** és un fenomen que es produeix en els sistemes en FM i que es produeix quan tenim dos senyals amb amplituds properes en el receptor.

Les petites variacions d'amplitud relativa entre els dos senyals poden produir que el senyal més fort sigui el que domina la situació, i desplaci l'altre de la sortida del receptor. Així doncs, la interferència entre dues emissores d'FM sovint apareix com un canvi d'una emissora a l'altra en el receptor. En AM, quan dues emissores s'interfereixen, veurem que l'àudio final és la suma dels senyals d'àudio de cadascuna. L'efecte captura s'aprecia sobretot en recepció mòbil (automòbils), en què en passar per una zona on dues emissores properes tenen la mateixa potència, es produeix la commutació de l'emissora.

L'efecte captura permet que es puguin reassignar freqüències (per exemple per a emissores locals) sense que es produeixin interferències en les zones d'incidència de cadascuna de les emissores. No obstant això, serà incerta

l'emissora capturada en les zones en les quals els dos senyals tinguin la mateixa potència. En essència, l'efecte captura permet que l'emissora més potent sigui la dominant i desplaci les de menys potència, cosa que facilita les reassignacions de freqüències.

4.3.3. Efecte llindar

La relació senyal a soroll a la sortida del receptor d'FM es pot aproximar (per al cas en què $D > 2$) per l'equació següent:

$$SNR_{FM} = 10 \log_{10}(3D^2(C/N)) \quad (61)$$

en què D és la relació de desviació definida anteriorment, i C/N és la relació de potències entre la portadora i el soroll. Així doncs, aquesta fórmula ens diu que la relació senyal a soroll (SNR^{17}) en la sortida del receptor (en el cas de l'FM comercial seria l' SNR que ens indica la qualitat del senyal final d'àudio) depèn, com sembla lògic, de la relació de potències entre la portadora i el nivell de soroll. Això significa que si augmentem la potència de la portadora en un determinat nombre de decibels obtindrem una millora en la relació senyal a soroll en el mateix nombre de decibels. Aquest resultat coincideix amb el que s'obtindria si fem l'anàlisi de l' SNR en la sortida per a modulacions lineals.

El factor addicional que apareix en la fórmula és la relació de desviació. S'observa que si augmentem D , l' SNR en la sortida del sistema també augmentarà, encara que la potència de la portadora romangui constant. Així doncs, en un sistema FM, la relació senyal a soroll en la sortida es pot millorar mitjançant dues estratègies: augmentant la potència de la portadora o augmentant la relació de desviació. Les modulacions lineals només estan afectades per la potència del senyal transmès.

Augmentar la relació de desviació significa augmentar l'amplada de banda de la modulació, cosa que ens indica que en FM la qualitat del senyal de sortida es pot millorar augmentant l'amplada de banda del senyal modulad. FM ens ofereix la possibilitat d'intercanviar potència de la portadora amb amplada de banda. En definitiva, per a una mateixa potència transmesa, el senyal en FM pot tenir una SNR molt superior a la que obtindríem amb una modulació AM. Aquest resultat és especialment important i va ser un dels resultats proposats per Edwin Armstrong, que va observar que augmentant l'amplada de banda de l'FM, és a dir, treballant amb FM de banda ampla, es podien obtenir qualitats excepcionals fins i tot amb sistemes de baixa potència en RF.

En la figura 44 es representa un diagrama que compara les SNR de modulacions FM amb diferents relacions de desviació i la modulació AM. En l'eix horitzontal es representa la relació entre la potència del senyal modulad i el soroll, mentre que en l'eix vertical es representa la relació senyal a soroll que es té en la sortida del receptor. En la gràfica s'observa que en la modulació AM la relació

Vegeu també

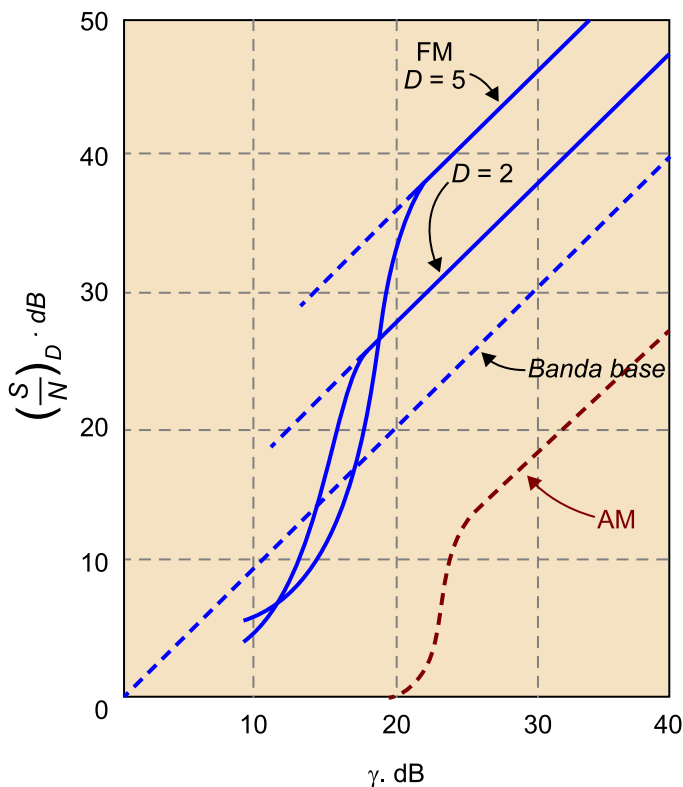
En el mòdul "Comunicacions analògiques: una perspectiva matemàtica. Senyals passabanda" es veu com s'obté aquesta expressió quan s'analitzen les prestacions dels diferents tipus de modulació enfront del soroll. Aquí només se'n proporciona el resultat i alguns comentaris que són fonamentals per a comprendre els avantatges de l'FM.

⁽¹⁷⁾ SNR és la sigla de l'expressió anglesa *signal to noise ratio*.

senyal a soroll sempre és més petita que la que tindriem en banda base (sense modular), a causa que l'índex de modulació introdueix una pèrdua d'energia que es dedica de manera exclusiva a la transmissió de la portadora. En canvi, en FM, a causa del factor D , obtenim un guany net i una relació senyal a soroll en la sortida més gran per a la mateixa potència transmesa. L'SNR final depèn també del factor D , i s'obtenen resultats millors com més gran és l'amplada de banda del senyal. Així doncs, en FM podem obtenir una molt bona qualitat fins i tot amb potències rebudes relativament baixes.

Un aspecte especialment interessant de la figura 44 és que hi ha un punt d'inflexió en totes les gràfiques de les modulacions FM i AM en les quals la fórmula deixa de ser vàlida i l'SNR en la sortida del receptor cau bruscament. Aquest problema es denomina **efecte llindar** i és important que qualsevol sistema de modulació treballi per sobre d'aquest límit.

Figura 44. Relació entre l'SNR en el canal i l'SNR en la sortida del receptor per a diferents modulacions d'FM i AM



Un dels avantatges de la modulació FM és que l'efecte llindar es produeix per a relacions relativament baixes entre la potència de la portadora i la del soroll. En general, es considera que mentre la potència de la portadora estigui 10 dB per sobre del soroll el sistema treballarà a la zona lineal. En la pràctica, els sistemes d'FM intenten optimitzar la potència transmesa treballant lleugerament per sobre del punt de llindar. D'aquesta manera, amb un factor D suficientment elevat, s'obté una SNR de sortida adequada.

Observeu que, en general, si l'SNR de sortida és correcta, no obtenim cap benefici d'augmentar-la. Per exemple, en un sistema FM de ràdio comercial, una SNR d'àudio de 70 dB es considera més que adequada per a la majoria d'oients. Aquest valor de 70 dB es va prendre com a xifra de mèrit de l'FM comercial a causa que molts dels enregistraments originals que havien de ser transmesos per ràdio tenien només 50 dB d'SNR (discos de vinil) o 70 dB (enregistraments en cinta). Evidentment, no té sentit millorar el sistema de transmissió més enllà de la qualitat del senyal que es transporta. Per tenir xifres comparatives, l'SNR en la sortida d'una transmissió de ràdio AM comercial és d'uns 50 dB, mentre que en una reproducció d'alta fidelitat de CD d'àudio és de 90 dB.

Càlcul dels paràmetres de la modulació per a cobertures en FM

En aquest exercici suposem que transmetem un senyal en FM amb una determinada potència. A causa de l'atenuació del senyal en l'espai lliure sabem que en els límits de l'àrea de cobertura la relació entre la potència de la portadora i el soroll és de 14 dB (per sobre de l'efecte llindar). Volem que la qualitat amb la qual es rebí el senyal d'àudio, que suposem de 10 kHz d'amplada de banda, sigui de 55 dB. Determineu la desviació en freqüència que hem d'utilitzar.

Solució:

Utilitzant la fórmula que ens relaciona l'SNR en la sortida del sistema amb la C/N en antena tenim:

$$55 \text{ dB} = 10 \log_{10} 3D^2 + 14 \text{ dB} \quad (62)$$

$$D = \sqrt{\frac{10^{4,1}}{3}} = 64,78 \Rightarrow f_{\Delta} = 64,78 \cdot 10 \text{ kHz} = 647,8 \text{ kHz/v} \quad (63)$$

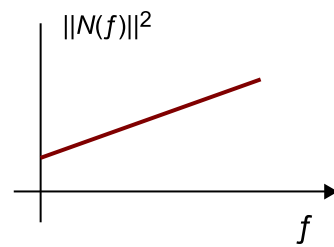
4.3.4. Filtres de preèmfasi i desèmfasi en FM

L'estudi del soroll en el sistema de modulació FM és, com hem dit, complex. En un altre mòdul s'analitzen, amb algun detall matemàtic, alguns aspectes, però la major part de les anàlisis cauen fora dels objectius d'aquest text. De totes maneres, és important esmentar els resultats més importants, perquè sigueu conscients de les característiques, limitacions i avantatges del sistema. Una d'aquestes característiques és que l'espectre de soroll que apareix a la sortida del receptor no és plana, sinó que és més important a mesura que la freqüència augmenta. En la figura 45 es mostra esquemàticament l'espectre de soroll obtingut a la sortida del receptor d'FM. Tenint en compte aquest resultat, és clar que si transmetem un senyal d'àudio, les parts d'alta freqüència quedaran més afectades pel soroll que les parts de baixa freqüència, fet que afectarà la qualitat global del senyal d'àudio.

Vegeu també

Alguns dels aspectes relacionats amb el soroll es tracten amb més detall matemàtic en el mòdul "Comunicacions analògiques: una perspectiva matemàtica. Senyals passabanda" d'aquesta assignatura.

Figura 45. Representació de l'espectre de soroll en la sortida d'un receptor d'FM



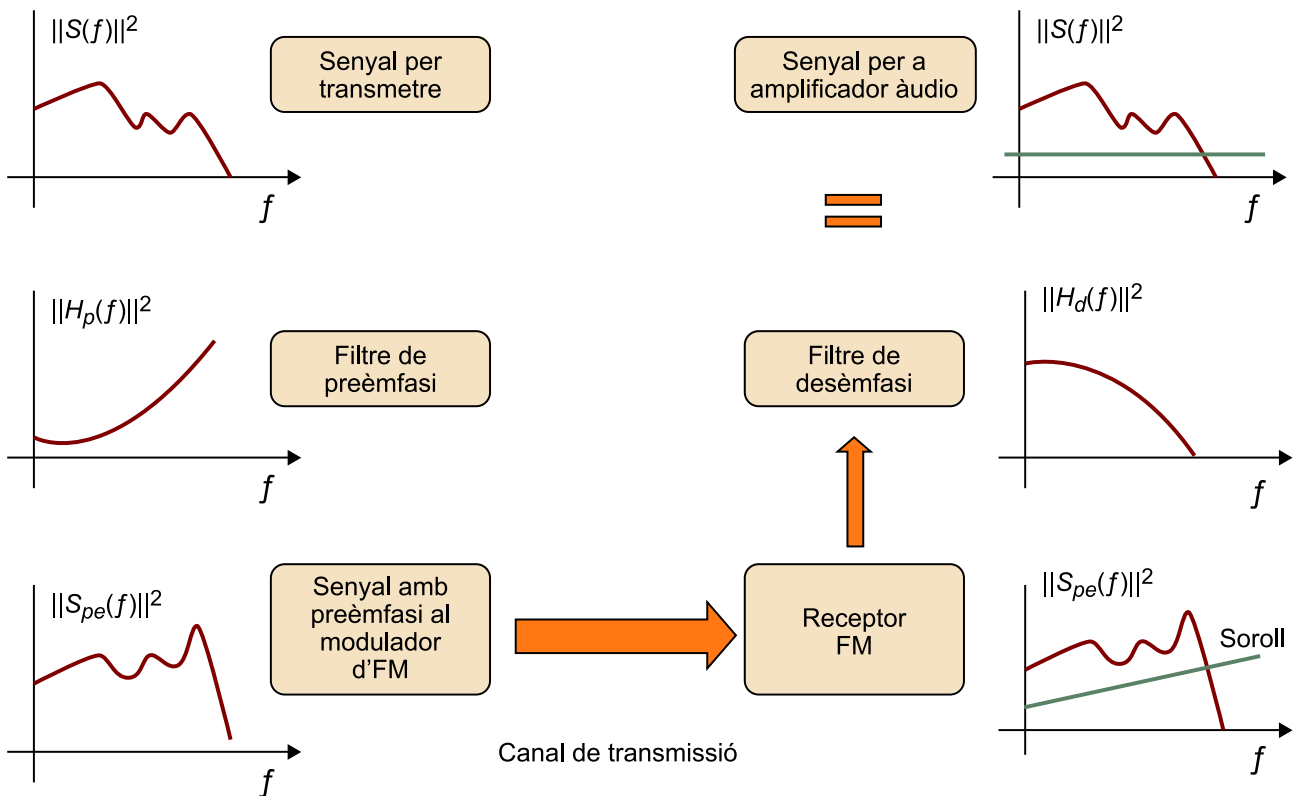
Se suposa que el soroll en el canal és pla però el procediment de recepció augmenta més el soroll com més gran és la freqüència.

La solució al problema consisteix a aplicar filtres de preèmfasi al senyal d'àudio abans de la transmissió per a amplificar les altes freqüències. Essencialment, pretenem emfatitzar les altes freqüències del senyal de manera que no es vegin emmascarades pel soroll més intens que hi ha en alta freqüència. En recepció, s'haurà d'aplicar el filtre invers, i atenuar les altes freqüències, de manera que l'efecte final sobre l'espectre del senyal sigui imperceptible. En aplicar el filtre de desèmfasi en el receptor, també estarem atenuant el soroll d'alta freqüència, per la qual cosa, si el filtre està dissenyat correctament, al final de tot el procés podem tenir un soroll pràcticament uniforme en tot l'espectre.

En la figura 46 es mostra el procés seguit de manera simplificada. El senyal que s'envia al modulador d'FM és un senyal d'àudio predistorcionat, amb les altes freqüències augmentades. Aquest espectre es rep juntament amb el soroll inserit al canal i s'obté un espectre de soroll i de senyal en què tots dos estan amplificats a mesura que augmenta la freqüència. El senyal rebut es processa posteriorment amb els filtres de desèmfasi que intenten restaurar els nivells de l'espectre original del senyal.

Els filtres de preèmfasi i desèmfasi solen ser filtres RC passaalt i passabaix, respectivament, de primer ordre i amb una constant de temps de 50 μ s. Valors més elevats de la constant de temps poden ser perjudicials, ja que en augmentar molt els components d'alta freqüència, també augmentarà la desviació de la freqüència en el senyal modulad, i augmentarà l'amplada de banda més enllà de l'esperat pels amplificadors d'RF i es podran produir interferències en canals adjacents. Això és un problema que apareix amb alguns enregistraments originals d'alguns grups musicals recents, que tenen una equalització en alta freqüència molt emfatitzada en l'estudi d'enregistrament. En aplicar els filtres de preèmfasi a aquest tipus de senyals es poden produir augments de l'amplada de banda del senyal d'FM significatius. Recordeu que el senyal d'FM es filtra abans de la transmissió per a garantir que les interferències als canals adjacents es mantenen en els límits legals. Aquest filtratge provoca pèrdues en el senyal transmès que poden representar un decrement de la qualitat en el receptor.

Figura 46. Diagrama de blocs general de tot el procés de preèmfasi i desèmfasi en la modulació FM



4.4. FM estereofònica

La transmissió d'àudio estereofònic en FM es va plantejar el 1950 al Estats Units amb l'aparició de diverses propostes de propietat. El 1961 es va estandaritzar un sistema proposat per General Electric i Zenith, l'ús del qual es va estendre posteriorment també a altres països. Un dels requisits fonamentals per a la transmissió de senyal estereofònic és que el nou sistema sigui compatible amb els sistemes monofònics anteriors. Aquesta compatibilitat significa que qualsevol receptor monofònic anterior sigui capaç de reproduir correctament un senyal estereofònic, evidentment usant un únic canal. El sistema també hauria de ser retrocompatible, cosa que significa que els receptors del nou sistema FM estèreo siguin capaços de reproduir en mono senyals que no estiguin codificats en estèreo.

La idea bàsica per a fer un sistema amb aquestes característiques consisteix a transmetre **dos canals d'àudio**: un de principal, que serà el que es reproduirà quan el receptor sigui monofònic, i un altre de secundari, que servirà perquè el receptor estereofònic pugui determinar i reproduir els senyals d'àudio del canal dret (R) i del canal esquerre (L). El canal principal es construeix com la suma dels dos canals ($L + R$) i el canal secundari com la diferència ($L - R$).

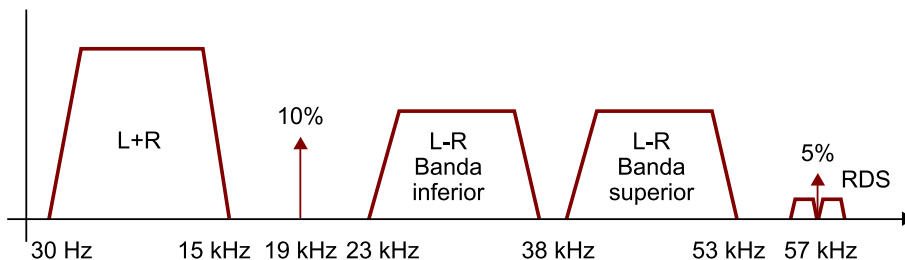
Així, en un reproductor monofònic només escoltarem la suma dels dos canals per l'únic altaveu. En un reproductor estèreo es descodificarà $L + R$ d'una banda i $L - R$ per l'altra. Una vegada obtinguts aquests canals la suma s'aplicarà a l'altaveu esquerre (L) i la diferència a l'altaveu dret (R).

Abans de fer la modulació en FM es construeix un senyal que conté la informació dels dos canals, tenint en compte els criteris següents:

- El senyal $L + R$ es construeix com la mitjana dels dos canals i ocupa la banda de 30 Hz a 15 kHz.
- El senyal $L - R$ es construeix com la diferència entre els dos canals dividida per dos i el resultat es modula en DSB sense portadora a una freqüència de 38 kHz. El senyal resultant és el canal secundari, que ocupa la banda situada entre 23 kHz i 53 kHz.
- Es transmet un to pilot de 19 kHz, amb una freqüència la meitat de la portadora DSB, que s'utilitzarà en el descodificador per a facilitar la desmodulació síncrona en DSB del canal secundari.

En la figura 47 es representa de manera esquemàtica l'espectre del senyal resultant:

Figura 47. Representació esquemàtica de la composició del senyal per a la transmissió d'FM estereofònica



Matemàticament, podem expressar aquestes condicions com:

$$x(t) = 0,9 \cdot \left[\frac{x_L(t) + x_R(t)}{2} + \frac{x_L(t) - x_R(t)}{2} \cdot \sin(4\pi f_p t) \right] + 0,1 \cdot \sin(2\pi f_p t) \quad (64)$$

en què $x_L(t)$ i $x_R(t)$ representen els senyals del canal esquerre i dret. El senyal $x(t)$ es modula en FM amb una desviació en freqüència de $f_d = 75$ kHz.

En el cas que el senyal es rebí mitjançant un receptor monofònic el descodificador recuperarà una versió de $x(t)$ filtrada a l'amplada de banda nominal del senyal d'àudio, és a dir, a 15 kHz. D'aquesta manera, només s'enviarà a l'amplificador d'àudio el senyal $L + R$.

El receptor estereofònic recuperarà també el senyal $x(t)$ i detectarà l'existència d'un pilot a la freqüència de 19 kHz. Aquest pilot és indicatiu de la presència d'un senyal estereofònic. Si el receptor no detecta aquest pilot suposarà que el senyal és monofònic i s'aplica directament el senyal $x(t)$ rebut a l'amplificador d'àudio.

Quan es detecta el pilot de 19 kHz s'utilitza aquest mateix senyal per a generar un nou senyal sinusoidal de freqüència doble que s'usarà per a desmodular síncronament el component $L - R$ que està modulat en DSB. El component $L + R$ s'obté passant el senyal $x(t)$ a través d'un filtre passabanda amb una amplada de banda de 15 kHz. Una vegada recuperats els canals $L + R$ i $L - R$ s'obtenen els senyals del canal dret i esquerre fent la summa i la resta dels dos components.

La preèmfasi s'aplica als senyals del canal dret i esquerre abans de fer la summa i la resta. Així mateix, els filtres de desèmfasi també s'apliquen una vegada s'han recuperat els senyals L i R en el receptor.

La relació senyal a soroll que s'obté quan es transmet el senyal en FM és més petita que quan el senyal és monofònic. La raó principal és que la relació de desviació D és més petita a causa de l'augment de l'amplada de banda total del senyal. A causa que l'SNR és una mica més petita, és possible que no resulti fiable la recuperació del canal secundari ($L - R$). Per això, en molts detectors, si es detecta que el pilot no es rep amb suficient qualitat, es commuta de manera automàtica del mode estèreo al mode monofònic. Aquesta commutació s'observa sovint en receptors mòbils.

A més del canal auxiliar és possible inserir altres continguts en el senyal $x(t)$ que es modula en freqüència. Un d'aquests continguts molt habitual en emissores comercials és l'RDS¹⁸. El RDS és un canal digital que s'incorpora en el senyal $x(t)$ amb una portadora de 57 kHz (el tercer harmònic del pilot de 19 kHz). Es tracta d'un canal digital de molt baixa velocitat de transmissió (1.187,5 bps) que s'utilitza principalment per a la transmissió de text (nom de l'emissora, freqüències alternatives, etc.). En la figura 47 també s'inclou la representació de la informació d'RDS en l'espectre del senyal $x(t)$.

⁽¹⁸⁾RDS és la sigla de l'expressió anglesa *radio data system*.

Encara que l'aplicació més important de la modulació FM és la ràdio comercial, hi ha moltes altres aplicacions en les quals s'utilitza aquesta forma de modulació. La portadora d'àudio en els sistemes de televisió analògics NTSC i PAL es transmet modulada en FM. També es transmeten modulades en FM, amb una amplada de banda de 30 MHz, els senyals de televisió analògica per satèl·lit. Una altra aplicació molt important són els micròfons sense fil, en els quals la modulació FM resulta idònia per la seva robustesa davant les interferències i la seva bona relació senyal a soroll.

Resum

En aquest mòdul hem presentat des d'una perspectiva històrica els primers sistemes de comunicacions analògics. Una de les idees clau és comprendre la necessitat d'evolucionar un sistema en banda base (el telègraf amb fils) a sistemes passabanda. En efecte, hem vist que si les distàncies són suficientment curtes, el telègraf amb fils permetia transmetre els senyals premuts d'una bateria a l'extrem remot. No obstant això, quan les distàncies augmenten, el senyal es deteriora considerablement i és necessari introduir les modulacions, i desplaçar els espectres dels senyals per transmetre a bandes de freqüència més elevades.

Una altra idea molt important és que la modulació té dos propòsits bàsics: adaptar els senyals al medi i permetre que diversos canals puguin compartir el mateix medi físic.

Hem estudiat les diferents modulacions d'amplitud i freqüència clàssiques i n'hem analitzat els avantatges i inconvenients. L'estudi ha estat molt descriptiu i hem reduït les demostracions al màxim, i ens hem centrat principalment en els resultats i en les interpretacions. És important comprendre que gran part de l'èxit de les modulacions d'AM i FM és a causa que el receptor pot resultar molt econòmic, ja que no requereix l'ús de sistemes de sincronització de portadora com altres tipus de modulacions DSB, USB, etc. Per a cadascun dels sistemes hem intentat descriure'n els senyals en el domini temporal, les característiques espectrals, les possibles tecnologies implicades en la generació de les modulacions i alguns diagrames de bloc per a rebre-les.

En el mòdul "Comunicacions analògiques: una perspectiva matemàtica. Senyals passabanda" generalitzarem el concepte de modulacions passabanda i introduïrem les modulacions en quadratura. Es tracta d'una formulació genèrica que inclou les modulacions bàsiques que hem considerat en aquest mòdul didàctic i permet fer una anàlisi més sistemàtica de com es comporten els sistemes enfront de soroll. Així doncs, l'objectiu de l'aquest mòdul consistirà a donar un cert formalisme matemàtic a les modulacions passabanda i analitzar-ne el comportament enfront del soroll amb l'objectiu d'obtenir fórmules que ens permetin estimar la relació senyal a soroll que obtindrem a la sortida d'un sistema determinat.

Activitats

1. Consultant altres fonts bibliogràfiques o recursos d'Internet indiqueu:

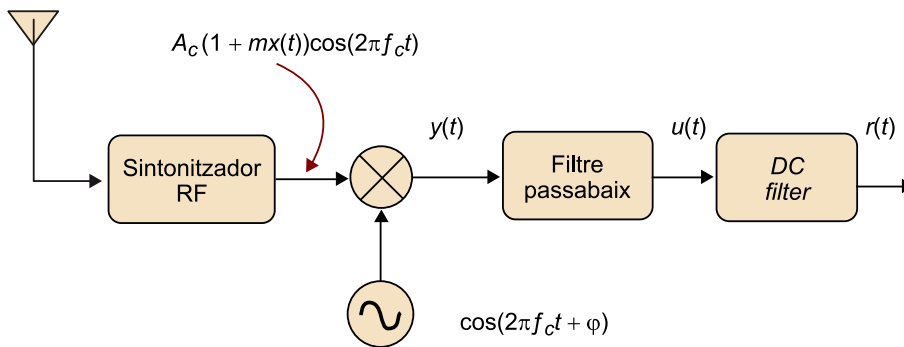
- Quin és el marge de freqüències assignat a l'ona curta a Espanya?
- Determineu una fórmula que permeti obtenir la freqüència portadora de cada emissora en funció del nombre k de l'emissora.
- Quin tipus de modulació s'utilitza en ona curta?
- Quina és l'amplada de banda màxima de cadascun dels senyals modulats?
- Quina és l'amplada de banda màxima de cadascun dels senyals moduladors?

2. Considereu l'exemple de circuit de modulador de producte presentat en la figura 19. Identifiqueu en el circuit els elements següents:

- Oscil·lador.
- Senyal d'informació.
- Senyal modulad.
- Sumador.
- Multiplicador.

Representeu un diagrama de blocs amb els mòduls anteriors. (Tingueu en compte que la implementació d'aquest modulador de producte és una mica diferent als diagrames de blocs presentats en el text.)

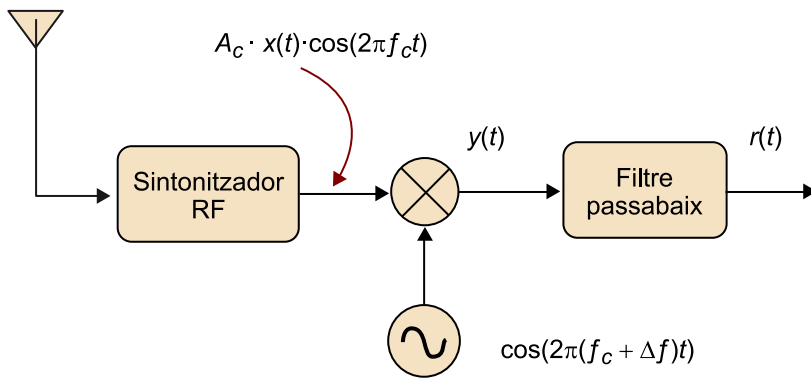
3. En aquesta activitat es pretén estudiar l'efecte dels retards en el bucle de recuperació de portadora d'un receptor AM coherent. Per a això suposarem que el circuit amb el qual fem la recepció del senyal AM és el que apareix en la figura següent i que tenim un error de fase entre l'oscil·lador local i la portadora de φ .



Suposant que el senyal en l'entrada del mesclador és la que apareix en la figura, determineu l'expressió matemàtica dels senyals $y(t)$, $u(t)$ i $r(t)$. Supposeu que el filtre passabaix és ideal i que està adaptat a l'amplada de banda del senyal d'informació $x(t)$. Particularitzeu els resultats anteriors per a un error de fase zero. Indiqueu si hi ha algun possible error de desfasament φ que produeixi una pèrdua completa del senyal en la sortida del receptor.

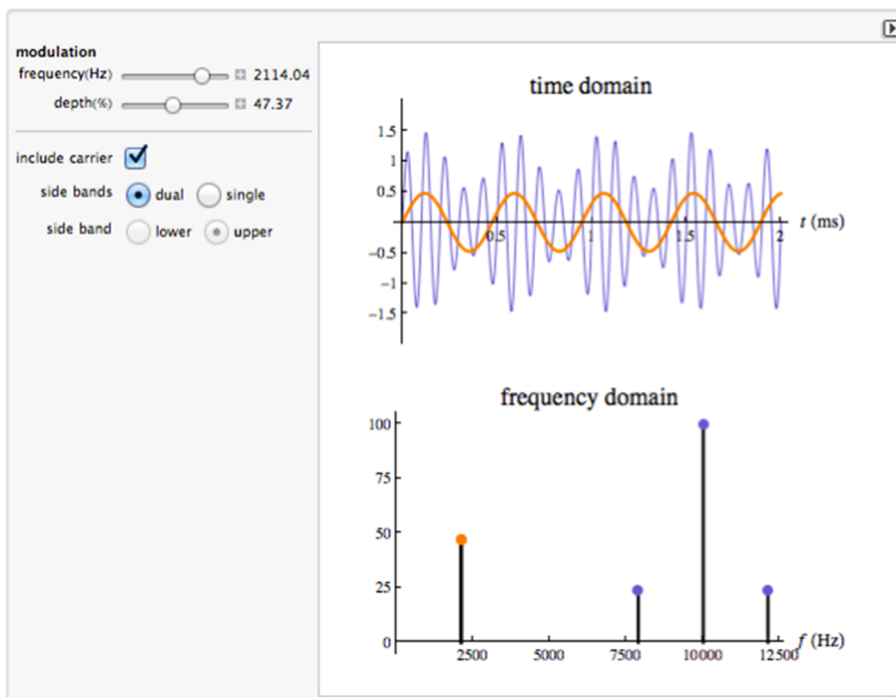
4. (Opcional) Indiqueu quines modificacions faríeu en el circuit de la figura 18 per a obtenir un modulador en DSB en comptes d'un modulador AM.

5. En aquesta activitat es pretén analitzar com afecta un petit error de freqüència en un desmodulador DSB. Considereu l'esquema de la figura següent, en la qual suposem que es produeix un error de freqüència Δf entre la freqüència del senyal en l'oscil·lador local i la freqüència portadora del senyal rebut. Determineu les expressions matemàtiques de $y(t)$ i $r(t)$ i expliqueu quin és l'efecte de Δf en el senyal de sortida. Supposeu que el senyal $x(t)$ és un senyal d'àudio i que $\Delta f = 0,5$ Hz. Expliqueu com creieu que afectarà auditivament aquest error de freqüència.



6. És interessant experimentar amb els paràmetres d'una modulació AM per a poder entendre de manera gràfica i intuïtiva com afecten la forma d'ona i l'espectre. Per a això, es proposa utilitzar algunes demostracions gratuïtes sobre els principis de funcionament d'AM, que es poden trobar a Internet i que permeten que l'usuari modifiqui els senyals de la modulació, els paràmetres, etc., i veure com afecten la forma d'ona i l'espectre.

En concret, es recomana que s'utilitzin les demostracions que es poden trobar en el Wolfram Demonstrations Project. Aquestes demostracions són un codi obert que usa tècniques de computació dinàmica per a il·lustrar conceptes sobre ciència, tecnologia, matemàtiques, art, finances, etc. Les demostracions són creades per usuaris del programa Mathematica, que participen en el projecte de manera gratuïta, i intenten proporcionar exemples i animacions que ajudin a comprendre els conceptes teòrics en els quals es recolzen els exemples. Stephen Wolfram va ser el creador del programa Mathematica i el projecte rep aquest nom en honor seu. Per a executar els exemples i exercicis no és necessari tenir instal·lat el programa Mathematica. Només cal instal·lar una aplicació denominada Wolfram CDF Player, que es carrega i executa des del navegador i que està disponible per a Windows, MAC OS X i Linux. L'aplicació sol·licita directament la instal·lació des del navegador en intentar executar un exemple. Un dels exemples per a il·lustrar les modulacions d'amplitud es pot trobar en "Amplitude Modulation" (en línia). Una vegada instal·lat el Wolfram CDF Player s'entrarà a la pàgina interactiva següent:



L'aplicació permet controlar la freqüència del senyal modulador i l'índex de modulació (expressat en percentatge). També poden ser seleccionades les diferents modulacions lineals que hem discutit en aquest mòdul: AM, DSB, USB i LSB. Es demana que feu les activitats següents:

- Per a una modulació AM (*include subcarrier* – checked + *side bands dual*) modifiqueu la freqüència del senyal modulador i observeu com es modifica l'espectre del senyal modu-

lat resultant (blau). Actueu també sobre la variable *depth* i observeu com es modifica la relació entre la potència dedicada a la portadora central i les bandes laterals.

- Repetiu l'activitat anterior però per a una modulació DSB (desactiveu la casella *include subcarrier*). Observeu que ara la portadora no està present i que només apareixen les bandes laterals. Confirmeu que amb un detector d'envolupant no serà capaç de recuperar de manera exacta el senyal modulador.
- Ara seleccioneu *Single* (en *sidebands*) mantenint la casella de la subportadora seleccionada. Les caselles *Lower* i *Upper* permeten seleccionar entre les versions USB i LSB. Seleccioneu LSB i observeu la forma d'ona obtinguda. Intenteu justificar per què l'amplitud es manté constant en el temps i no depèn directament de la forma d'ona de la moduladora.

Una altra demostració interessant sobre l'eficiència de potència en la modulació AM es pot trobar en "Power Efficiency of Amplitude Modulation"(en línia).

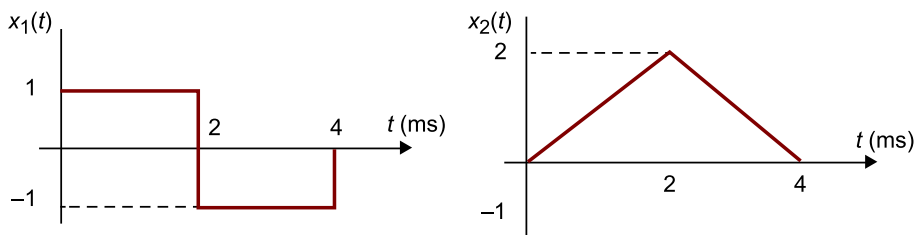
7. Demostreu gràficament que és possible desmodular USB amb un desmodulador coherent.

8. Considereu els senyals $x_1(t)$ i $x_2(t)$ representades en la figura següent. Suposeu les modulacions FM i PM definides mitjançant les equacions següents:

$$u_{FM}(t) = A_c \cdot \cos\left(2\pi \cdot 5 \cdot 10^3 t + 2\pi \cdot 2 \cdot 10^3 \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau\right) \quad (65)$$

$$u_{PM}(t) = A_c \cdot \cos\left(2\pi \cdot 5 \cdot 10^3 t + \frac{\pi}{2} x(t)\right) \quad (66)$$

Representeu de manera aproximada les formes d'ona dels senyals FM i PM resultants per a cadascun dels senyals de la figura següent.



9. Suposeu que es vol modular en FM un senyal d'informació amb una amplada de banda de 5 MHz. Volem que l'amplada de banda del senyal transmès sigui de 30 MHz.

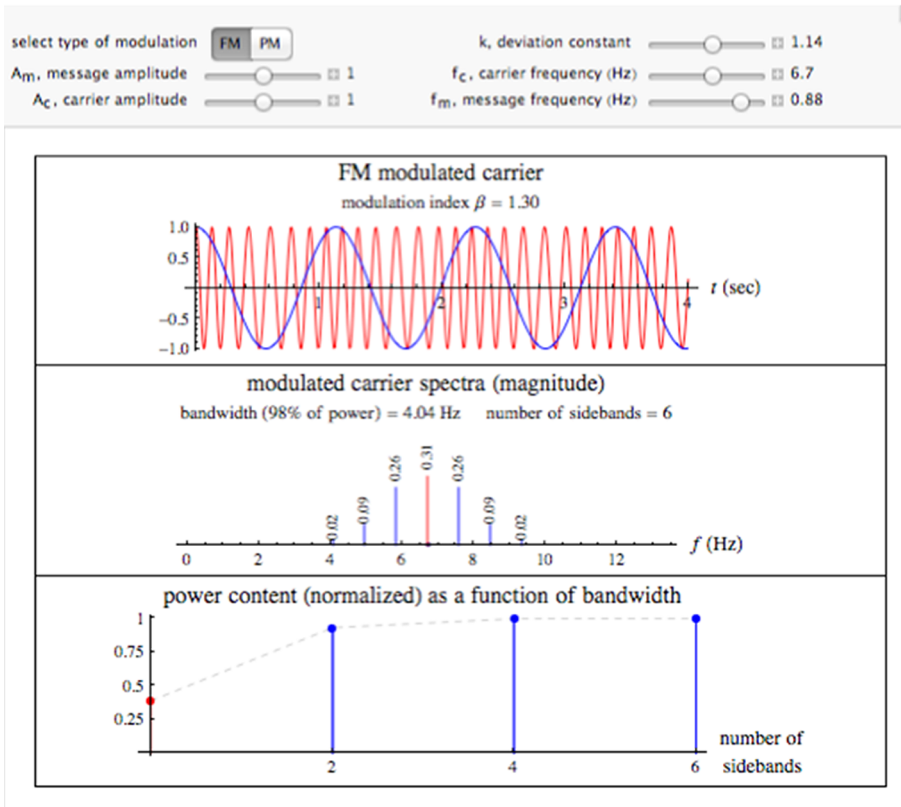
a) Determineu la desviació en freqüència que s'ha d'aplicar.

b) Suposeu ara que el senyal es rep en l'antena receptora amb una relació C/N de 30 dB. Estimeu la relació senyal a soroll en la sortida del receptor.

10. Encara que no hem abordat l'estudi de l'espectre de les modulacions de freqüència i fase, és interessant observar alguns resultats experimentals de com els diferents paràmetres del senyal modulador, les desviacions de freqüència i la freqüència portadora afecten el contingut espectral del senyal. En podeu trobar una excel·lent demostració interactiva en "Power Content of Frequency Modulation and Phase Modulation".

En la figura següent es mostra la pantalla de l'aplicació, en la qual s'observa que es poden seleccionar diversos paràmetres. Es demana que per a cadascun dels paràmetres que s'enumeren a continuació trobeu l'efecte sobre l'amplada de banda del senyal FM (cal veure si augmenta o disminueix) i intenteu justificar per què ocorre d'aquesta manera:

- Augmentar l'amplitud del senyal modulador.
- Augmentar/disminuir la freqüència del senyal modulador.
- Augmentar la desviació en freqüència.
- Augmentar l'amplitud de la portadora.



a) Per a unes freqüències portadores i moduladores seleccionades amb el criteri que vulgueu, intenteu buscar uns paràmetres de desviació en freqüència que produeixin un senyal FM de **banda estreta**. Determineu l'amplada de banda del senyal resultant.

b) Per a unes freqüències portadores i moduladores seleccionades amb el criteri que vulgueu, intenteu buscar uns paràmetres de desviació en freqüència que produeixin un senyal FM de **banda ampla**. Determineu l'amplada de banda del senyal resultant.

Bibliografia

Armstrong, E. H. (1936). "A method of reducing disturbances in radio signaling by a system of frequency modulation". *Proc. IRE* (vol. 24, núm. 5, pàg. 689-740).

Armstrong, E. H. (1984). "A method of reducing disturbances in radio signaling by a system of frequency modulation". *Proc. IEEE* (vol. 72, núm. 8, pàg. 1042-1062).

Carlson, B. (1986). *Communication Systems. An Introduction to Signals and Noise in Electrical Communication*. McGraw-Hill.

Clarke, A. C. (1992). *How the World was One: Beyond the Global Village*. Bantam Books.

Pierce, J. R.; Michael Noll, A. (1995). *Señales: La Ciencia de las Telecomunicaciones*. Barcelona: Editorial Reverté.

Proakis, J. G.; Salehi, M. (2002). *Communications Systems Engineering*. Prentice Hall.

Ramos Melero, S.; Elias Fusté, A.; Romeu Robert, J. (1993). "Francesc Salvà i Campillo. Precursor de la telegrafia sense fils". *Buran* (núm. 1, pàg. 27-28).

