

Líneas de transmisión

Ignacio Gil Galí

PID_00193558



Los textos e imágenes publicados en esta obra están sujetos –excepto que se indique lo contrario– a una licencia de Reconocimiento-Compartir igual (BY-SA) v.3.0 España de Creative Commons. Se puede modificar la obra, reproducirla, distribuirla o comunicarla públicamente siempre que se cite el autor y la fuente (FUOC. Fundació per a la Universitat Oberta de Catalunya), y siempre que la obra derivada quede sujeta a la misma licencia que el material original. La licencia completa se puede consultar en: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/es/legalcode.ca>

Índice

Introducción	5
Objetivos	8
1. Introducción a las líneas de transmisión. Definición y modelo equivalente	9
1.1. Definición de línea de transmisión y modelo eléctrico equivalente	11
1.2. Ecuaciones características de las líneas de transmisión	13
2. Impedancia característica	16
3. Líneas de transmisión sin pérdidas	18
4. Coeficiente de reflexión y cálculo de impedancias	20
4.1. Coeficiente de reflexión generalizado	20
4.2. Concepto de adaptación de impedancias	21
4.3. Ecuación de impedancia de una línea de transmisión	22
4.4. Multirreflexión	27
4.5. Relación de onda estacionaria	30
4.6. Aplicación de la carta de Smith	31
5. Coeficiente de transmisión	34
6. Balance de potencia	36
7. Adaptación en líneas de transmisión	40
7.1. Redes de adaptación basadas en elementos discretos	41
7.2. Redes de adaptación basadas en transformadores $\lambda/4$	44
7.3. Redes de adaptación basadas en <i>stubs</i>	47
8. Líneas de transmisión con pérdidas. Dispersión	50
9. Implementación de líneas de transmisión físicas	52
Resumen	54
Ejercicios de autoevaluación	57
Solucionario	59

Glosario	60
Bibliografía	61

Introducción

Las ecuaciones de Maxwell gobiernan el comportamiento electromagnético de los circuitos electrónicos a cualquier frecuencia. La teoría convencional de circuitos, con la que muchos ingenieros están familiarizados, es muy potente para la resolución de circuitos convencionales en un gran número de aplicaciones, mediante la determinación de las tensiones e intensidades de interés. Sin embargo, las ecuaciones que rigen el comportamiento de dichos circuitos presuponen que las frecuencias de aplicación son relativamente pequeñas. En otras palabras, se considera que las longitudes de onda, λ , de las señales presentes en los circuitos son mucho más grandes que las dimensiones de los propios circuitos. Esta aproximación permite tratar convenientemente los circuitos electrónicos mediante elementos discretos, esto es, resistencias, capacidades e inductancias, entre otros, independientes de la frecuencia.

A medida que la frecuencia de operación aumenta y λ se aproxima al orden de magnitud de las dimensiones de las pistas o elementos discretos que integran un circuito electrónico, la aproximación anterior deja de ser válida.

Para ilustrar este hecho, basta con considerar el impacto debido a operar en un régimen de altas frecuencias mediante dos ejemplos:

1) En primer lugar los propios elementos pasivos dejan de comportarse de la forma esperada a altas frecuencias. En efecto, una capacidad presenta un comportamiento capacitivo hasta una cierta frecuencia a partir de la cual su comportamiento empieza a ser predominantemente inductivo. Un aspecto similar ocurre con las inductancias, cuyo comportamiento es capacitivo a partir de una cierta frecuencia denominada frecuencia propia de resonancia. Incluso las resistencias presentan una impedancia dependiente de la frecuencia en el régimen de altas frecuencias.

2) El segundo ejemplo se basa en el comportamiento de los propios conductores. Consideremos un sistema compuesto por un simple cable conectado a una carga. La impedancia de entrada de dicho sistema es, sencillamente, la de la carga a bajas frecuencias. Sin embargo, esto no es cierto a altas frecuencias. Es más, la impedancia de entrada tendrá un valor complejo y variable en función de la longitud que presente el cable.

Los efectos de alta frecuencia, con relación a las dimensiones de los circuitos electrónicos comerciales, tienen un impacto significativo en la parte del espectro electromagnético correspondiente a las microondas (300 MHz-300 GHz). La figura 1 muestra dicha banda en el contexto del espectro electromagnético.

Figura 1. Banda de las microondas y ubicación en el espectro electromagnético, así como diversas aplicaciones

Frequency	Applications	Bands	Wavelength	
1 PHz	10^{16} Dental curing	Ultraviolet	10^{-8}	
	10^{15} Optic fibre		10^{-7}	
	10^{14} Night vision	Visible	10^{-6} 1 μm	
1 THz	10^{13} Bio imaging	Infrared	10^{-5}	
	10^{12} Bio imaging		Terahertz	10^{-4}
	10^{11} Radar (1-100 GHz)	Microwaves	EHF	10^{-3} 1 mm
10^{10} Mobile phone (900 MHz-2.4 GHz)	SHF		10^{-2} 1 cm	
1 GHz 10^9 TV broadcast (54-700 MHz)	UHF		10^{-1} 1 m	
1 MHz	10^8 FM radio (88-108 MHz)	RF	VHF	10^0
	10^7 AM radio (600 kHz-1.6 MHz)		HF	10^1
	10^6 Baseband sound devices (20 Hz-15 kHz)		MF	10^2
	10^5 Electric power distribution (50 Hz)		LF	10^3 1 km
1 kHz	10^4 Baseband sound devices (20 Hz-15 kHz)	RF	VLF	10^4
	10^3 Electric power distribution (50 Hz)		ULF	10^5
	10^2 Electric power distribution (50 Hz)		SLF	10^6
10^1 Electric power distribution (50 Hz)	ELF		10^7 1 Mm	

Fuente: Extraída de R. Sorrentino y otros (2010). *Microwave and RF Engineering* (pág. 2). John Wiley & Sons.

La teoría de líneas de transmisión permite explicar dichos efectos, así como los mecanismos de propagación en los dispositivos y circuitos de microondas. De hecho, se considera que la teoría de líneas de transmisión es el nexo de unión entre la teoría básica de circuitos y el análisis de propagación de campos electromagnéticos.

En el presente módulo se abordará la teoría de líneas de transmisión, poniendo especial énfasis en la casuística que implica el hecho de operar a frecuencias de microondas. En el apartado "Introducción a las líneas de transmisión. Definición y modelo equivalente" se introducirá el concepto de línea de transmisión y su modelo de circuito equivalente, de gran utilidad para el cálculo de las variables que intervienen en las líneas de transmisión. A continuación, se definirán parámetros básicos en la definición de líneas de transmisión, tales como la impedancia característica (apartado "Impedancia característica") y los parámetros de propagación en líneas de transmisión sin pérdidas (apartado "Líneas de transmisión sin pérdidas"). Posteriormente, en el apartado "Coeficiente de reflexión y cálculo de impedancias" se definirá el coeficiente de reflexión, se estudiará el concepto de adaptación y se abordará el cálculo de impedancias aplicado a líneas de transmisión. En el apartado "Coeficiente de transmisión" se introducirá el coeficiente de transmisión, mientras que el apartado "Balance de potencia" se dedicará al estudio del balance de potencias en líneas de transmisión. En los apartados "Adaptación en líneas de transmisión" y "Líneas de transmisión con pérdidas. Dispersión" se abordarán las técnicas fundamentales de adaptación en líneas de transmisión, así como el impacto de considerar pérdidas y dispersión en las mismas. Finalmente, en el apartado "Implemen-

tación de líneas de transmisión físicas", se considerarán varios ejemplos de líneas de transmisión físicas, a fin de ilustrar la aplicabilidad de los conceptos estudiados a situaciones reales.

Objetivos

Con el estudio de este módulo se persiguen los objetivos siguientes:

1. Conocer las particularidades de los fenómenos de propagación en las líneas de transmisión.
2. Saber utilizar la modelización de líneas de transmisión, así como su formulación matemática para el cálculo de sus diferentes parámetros.
3. Entender los conceptos de impedancia característica, coeficiente de reflexión, relación de onda estacionaria y adaptación, y comprender su relevancia en los circuitos de microondas.
4. Saber usar la carta de Smith para la resolución de circuitos de microondas y el cálculo de redes simples de adaptación.
5. Entender las limitaciones de la teoría de líneas de transmisión.
6. Conocer los medios de transmisión físicos para la correcta propagación de señales en régimen de alta frecuencia y la implementación de circuitos de microondas.

1. Introducción a las líneas de transmisión. Definición y modelo equivalente

La teoría básica de circuitos en régimen alterno (AC) es válida para un régimen de baja o media frecuencia, f . Esto significa que las longitudes de onda, λ , de las señales propagadas son mucho mayores que las dimensiones físicas, d , de los propios circuitos ($\lambda \gg d$). En este caso, como muestra la figura 2, el desfase que experimenta la señal propagada a lo largo del conductor es muy pequeño, dado que el valor de voltaje o corriente es prácticamente uniforme a lo largo de dicho conductor. Por lo tanto, en este caso es posible considerar los circuitos mediante elementos discretos (la impedancia se concentra a través de capacidades, inductancias, resistencias, etc.) para su resolución. Además, en este caso, las dimensiones del circuito son irrelevantes en la resolución de los mismos. Sin embargo, a medida que aumentamos la frecuencia y λ llega a alcanzar dimensiones del orden de d ($\lambda \sim d$), esta simplificación desaparece y existe una evidente variación de fase a lo largo del conductor (figura 2).

Nota
 En el presente apartado se aborda el concepto de **línea de transmisión** y se definen su modelo eléctrico equivalente y sus ecuaciones características, a partir de las cuales se articulará buena parte de los conceptos posteriores a lo largo del módulo.

Figura 2. a) Modelo de circuito discreto. b) Modelo de circuito distribuido

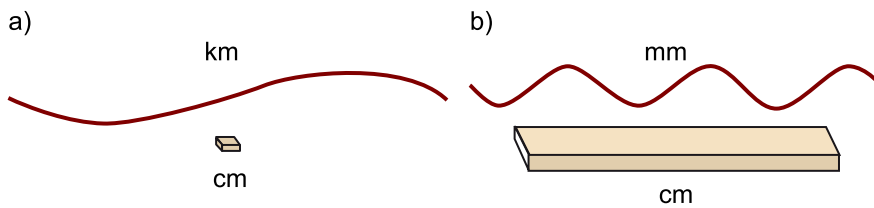


Tabla 1. Principales características de los modelos discretos y distribuidos

Modelo de circuito discreto	Modelo de circuito distribuido
$\lambda \gg d$	$\lambda \lesssim d$
Impedancia concentrada en componentes discretos.	Impedancia distribuida continuamente a través del material.
Variación de fase insignificante de voltaje/corriente.	Variación de fase en función de la posición de voltaje/corriente.
Resolución mediante teoría de circuitos.	Resolución mediante teoría de líneas de transmisión.

Tabla 1
 Si $\lambda \gg d$, el circuito puede ser resuelto mediante la teoría de circuitos convencional. Si $\lambda \lesssim d$, el circuito debe ser tratado mediante la teoría de líneas de transmisión.

Este hecho implica que la teoría de circuitos convencional deje de ser válida (las tensiones y corrientes a lo largo de los conductores dejan de ser constantes) y se deba considerar la teoría de líneas de transmisión, que explica el comportamiento de los circuitos a altas frecuencias. En este caso la impedancia del circuito se distribuye de forma continua a lo largo de los conductores de los elementos distribuidos de los que está compuesto, de manera que sus dimensiones físicas deben ser consideradas en su resolución.

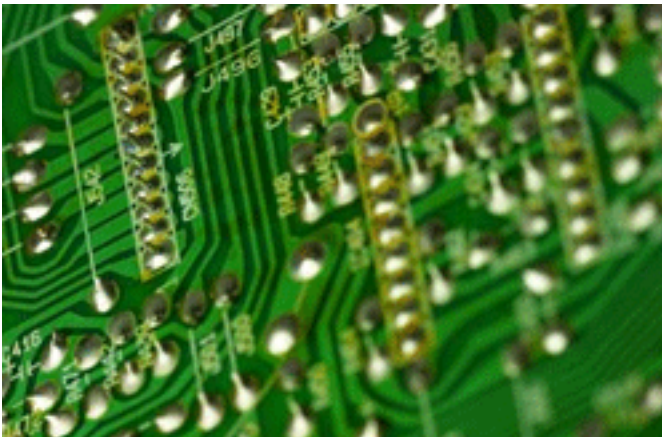
Para comparar la diferencia entre los casos anteriores, consideremos un ejemplo numérico. Recordemos que la relación entre longitud de onda y frecuencia se establece según la siguiente ecuación:

$$\lambda = \frac{c}{f \cdot \sqrt{\epsilon_r}} \quad 1.1$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío ($3 \cdot 10^8$ m/s) y ϵ_r es la constante dieléctrica efectiva (cuyo orden de magnitud se sitúa en $\epsilon_r \in [1,10]$ para los circuitos integrados de microondas).

Consideremos que las dimensiones convencionales de los conductores en una placa de circuito impreso para una aplicación electrónica comercial (figura 3), son del orden de $d = 1$ cm. Tomando $\epsilon_r = 10$, calcular la longitud de onda para dos frecuencias de trabajo diferentes ($f_1 = 10$ KHz y $f_2 = 10$ GHz) y establecer para cada caso si se puede modelizar el circuito impreso en dicha placa con elementos discretos o con la teoría de líneas de transmisión.

Figura 3



Los conductores y elementos pasivos de un circuito electrónico deberán ser tratados de forma diferente en función de la magnitud de las longitudes de onda implicadas.

Solución

En el caso de la primera frecuencia:

$$\lambda_1 = \frac{c}{f_1 \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = 9,49 \text{ km} \gg d \quad 1.2$$

Por tanto el circuito habría de modelizarse con elementos discretos. Análogamente, en el caso de la segunda frecuencia:

$$\lambda_2 = \frac{c}{f_2 \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = 0,95 \text{ cm} \lesssim d \quad 1.3$$

Por lo que el circuito habría de tratarse mediante la teoría de líneas de transmisión.

Una relación interesante que permite evaluar el comportamiento electromagnético de las señales propagadas en los circuitos es la **longitud eléctrica (LE)** definida como:

$$LE = \frac{d}{\lambda} \quad 1.4$$

Aunque no existe un único criterio para discernir entre el paso de modelizado de elementos discretos y líneas de transmisión (no existe una frecuencia límite unívoca, pudiendo coexistir ambos modelos en un cierto margen de transición), en general se acepta que un dispositivo electrónico es eléctricamente corto cuando $LE < 1/20$ ($d < \lambda/20$). En este caso se podrá aplicar la teoría de circuitos básica en buena aproximación. Por el contrario, a medida que la longitud eléctrica sobrepasa $LE > 1/20$ se puede empezar a considerar el modelizado mediante elementos distribuidos siendo este hecho de obligado cumplimiento para $LE \gtrsim 1$. Nótese, como referencia, que este límite se corresponde con $d \gtrsim \lambda$.

Para recapitular los conceptos vistos hasta ahora de forma práctica, la tabla 2 muestra el valor de las variables descritas (d , f , λ y LE) para los diferentes componentes que podemos encontrar en un circuito comercial de microondas. Estos incluyen dimensiones tales como las correspondientes a las pistas de los circuitos integrados (ICs), conexión, pistas de circuito impreso, etc. A modo de ejemplo, se ha considerado una frecuencia de aplicación de 2,4 GHz, que corresponde a la banda ISM¹ usada para estándares de comunicación tales como Wi-Fi o Bluetooth.

⁽¹⁾ Acrónimo de *Industrial, Scientific and Medical*.

Tabla 2. Longitud eléctrica de componentes circuitales presentes en los circuitos de microondas a 2,4 GHz

Componente	Longitud física	Frecuencia	Longitud de onda	Longitud eléctrica
Pistas IC	10 μ - 1 mm	2,4 GHz	12,5 cm	$8 \cdot 10^{-5}$ - $8 \cdot 10^{-3}$
Pines IC, pistas de empaquetado	1 mm - 1 cm	2,4 GHz	12,5 cm	$8 \cdot 10^{-3}$ - 0,08
Pistas de circuito impreso	1 cm - 10 cm	2,4 GHz	12,5 cm	0,08 - 0,8
Cableado externo	10 cm - 1 m	2,4 GHz	12,5 cm	0,8 - 8

Se ha considerado $\epsilon_r = 1$.

1.1. Definición de línea de transmisión y modelo eléctrico equivalente

Una línea de transmisión es un sistema de conductores, tales como cables, guías de ondas, coaxiales o pistas de circuito impreso, adecuado para transmitir señales eficientemente entre dos o más terminales. Más específicamente, utilizaremos la siguiente definición para líneas de transmisión:

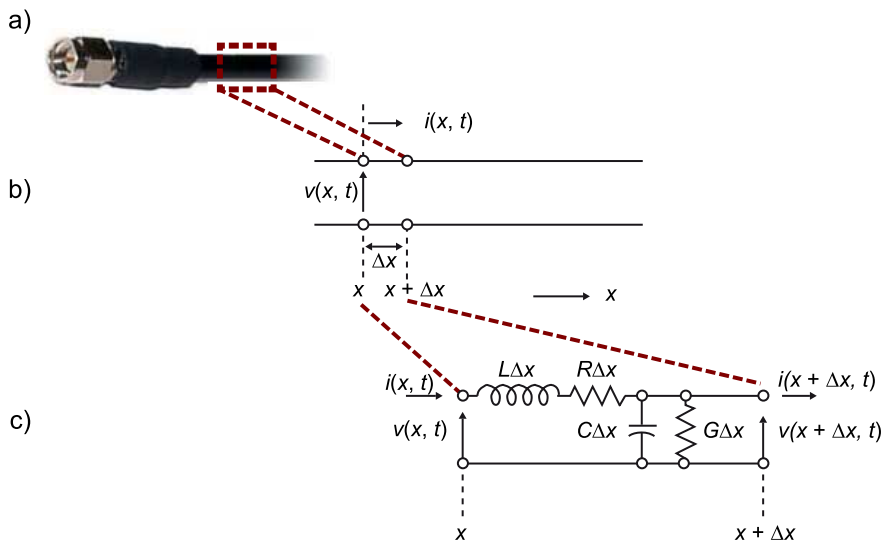
Ejemplos de línea de transmisión

Algunos ejemplos prácticos serían un cable coaxial de TV o las pistas de los circuitos impresos que incorporan la electrónica de un teléfono móvil.

Una **línea de transmisión** es una red de parámetros distribuidos en la que las tensiones e intensidades pueden variar en magnitud y fase a lo largo de su longitud.

La figura 4 muestra una línea de transmisión real, así como su modelo esquemático y circuito equivalente.

Figura 4. a) Un cable coaxial es un medio de transmisión tratado típicamente como una línea de transmisión. b) Representación esquemática genérica de una línea de transmisión mediante 2 líneas cableadas. c) Modelo eléctrico equivalente de una sección de línea de transmisión de longitud Δx



Como puede observarse, la representación esquemática de una línea de transmisión se efectúa mediante 2 líneas conductoras. Nótese que la dimensión longitudinal de la línea de transmisión, representada por la variable x , adquiere un carácter relevante. En efecto, las tensiones y corrientes no serán simples funciones del tiempo, sino también de la posición: $v = v(x, t)$; $i = i(x, t)$, por las razones explicadas en la presentación del apartado. Cada sección, o celda infinitesimal de la línea de transmisión, de longitud Δx (figura 4b), se modeliza típicamente con el circuito equivalente mostrado en la figura 4c). Dicho modelo se representa mediante los elementos distribuidos L , R , C y G .

Estos parámetros se dan por unidad de longitud y se definen como:

- L (H/m): Inductancia por unidad de longitud.
- R (Ω /m): Resistencia por unidad de longitud.
- C (F/m): Capacidad por unidad de longitud.
- G (S/m): Conductancia por unidad de longitud.

Físicamente, L modeliza la autoinductancia de los dos conductores, R modeliza las pérdidas óhmicas (conductividad finita), C es debida a la capacidad que se establece entre ambos conductores y G se corresponde a las pérdidas del sustrato (material dieléctrico entre conductores).

Como se verá más adelante, de forma habitual se considera la aproximación de líneas de transmisión sin pérdidas, esto es, $R = 0$ (conductor perfecto) y $G = 0$ (impedancia infinita de dieléctrico). Esta resulta una buena aproximación para la gran mayoría de situaciones habituales en la resolución de circuitos de microondas. Por otro lado, se debe tener presente que el modelizado global de la línea de transmisión habrá de efectuarse con n -secciones en cascada (tal y como se ilustra en la figura 4c). El valor de n , dependerá de la relación deseada entre la longitud de onda y la longitud de las celdas consideradas, Δx . Veamos un ejemplo al respecto.

Calculad el número de secciones de línea de transmisión requeridas, n , para modelizar un cable de 10 cm de longitud a $f = 10$ GHz, cuya velocidad de propagación es $v_p = 2c/3$. Realizad el cálculo para los casos en que las secciones modelizadas cumplan $LE = 1$ y $LE = 0,25$.

Solución

En primer lugar debemos tener en cuenta la longitud de onda implicada. La especificación comercial de muchos cables viene dada a través de su velocidad de propagación, por tanto:

$$\lambda = \frac{v_p}{f} = 2 \text{ cm} \quad 1.5$$

Por otro lado, se establece como criterio que las secciones modelizadas de dimensión, d , cumplan con un criterio de longitud eléctrica de:

$$LE_1 = 1 \Rightarrow d_1 = \lambda = 2 \text{ cm} \quad 1.6$$

$$LE_2 = 0,25 \Rightarrow d_2 = 0,25\lambda = 0,5 \text{ cm} \quad 1.7$$

El número de secciones n de longitud d , que integran la línea de transmisión de longitud, l , se corresponde, según el caso, con:

$$n_1 = \frac{l}{d_1} = 5 \quad 1.8$$

$$n_2 = \frac{l}{d_2} = 20 \quad 1.9$$

1.2. Ecuaciones características de las líneas de transmisión

A continuación se derivan las ecuaciones características de tensión y corriente en función de la posición para una línea de transmisión. Dichas ecuaciones pueden ser obtenidas aplicando la teoría de circuitos al modelo eléctrico detallado en la figura 4c. En efecto, aplicando las ecuaciones de Kirchhoff para tensiones y corrientes a dicho circuito, obtenemos:

Cable coaxial

Por ejemplo, en el caso concreto del cable coaxial, L y R se corresponden con la longitud y pérdidas de los conductores externo (referencia de tierra) e interno (vivo), mientras C y G se atribuyen a la separación y las pérdidas del dieléctrico entre ambos conductores.

$$v(x + \Delta x, t) - v(x, t) = - \left\{ [R\Delta x]i(x, t) + [L\Delta x] \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \right\} \quad 1.10$$

$$i(x + \Delta x, t) - i(x, t) = - \left\{ [G\Delta x]v(x + \Delta x, t) + [C\Delta x] \frac{\partial v(x + \Delta x, t)}{\partial t} \right\} \quad 1.11$$

Dividiendo ambas expresiones por Δx y realizando el límite $\Delta x \rightarrow 0$ llegamos a:

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = - \left\{ Ri(x, t) + L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \right\} \quad 1.12$$

$$\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = - \left\{ Gv(x, t) + C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \right\} \quad 1.13$$

Las ecuaciones 1.12 y 1.13 describen el comportamiento de la línea de transmisión en el dominio del tiempo y se denominan ecuaciones del telegrafista. Considerando la condición de régimen permanente sinusoidal y tomando los correspondientes fasores de tensión y corriente, tenemos:

$$v(x, t) = \text{Re}\{V(x)e^{j\omega t}\} \quad 1.14$$

$$i(x, t) = \text{Re}\{I(x)e^{j\omega t}\} \quad 1.15$$

Siendo ω la frecuencia angular ($\omega = 2\pi f$). Por tanto, las expresiones 1.12 y 1.13 derivan en:

$$\frac{dV(x)}{dx} = - \{R + j\omega L\}I(x) \quad 1.16$$

$$\frac{dI(x)}{dx} = - \{G + j\omega C\}V(x) \quad 1.17$$

Diferenciando 1.16 y 1.17 con respecto a x y combinando ambas ecuaciones se obtiene:

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} - \gamma^2 V(x) = 0 \quad 1.18$$

$$\frac{d^2I(x)}{dx^2} - \gamma^2 I(x) = 0 \quad 1.19$$

siendo γ la constante de propagación compleja:

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta \quad 1.20$$

allí donde α simboliza la constante de atenuación y β la constante de fase. La solución general de las ecuaciones 1.18 y 1.19 es:

$$V(x) = V_+ e^{-\gamma x} + V_- e^{\gamma x} \quad 1.21$$

$$I(x) = I_+ e^{-\gamma x} - I_- e^{\gamma x} \quad 1.22$$

con:

$$I_+ = \frac{\gamma}{R + j\omega L} V_+ \quad 1.23$$

$$I_- = \frac{\gamma}{R + j\omega L} V_- \quad 1.24$$

Si analizamos el resultado obtenido para la tensión a lo largo de la línea de transmisión, mediante la ecuación 1.21, se observa que coexisten 2 términos: uno ($V_+ e^{-\gamma x}$) correspondiente a la transmisión convencional de la onda incidente propagándose en el sentido $+x$ y uno atribuido a una onda reflejada ($V_- e^{\gamma x}$) propagándose en el sentido $-x$. Estos fenómenos de reflexión son propios de los sistemas basados en líneas de transmisión. La figura 5 muestra esquemáticamente estos componentes de propagación para una línea de transmisión conectada a una fuente y una carga.

Figura 5. Línea de transmisión conectada a una fuente y una carga

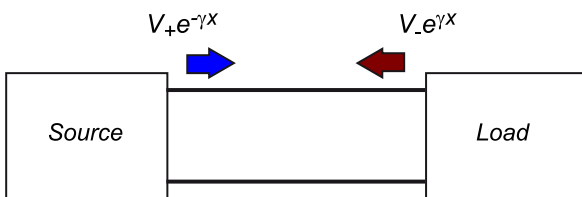


Figura 5

En general tendremos una combinación de señales incidentes (propagándose de fuente a carga) y de señales reflejadas (viajando de la carga a la fuente). Asimismo, se pueden producir múltiples reflexiones, es decir, una señal reflejada en la carga podrá ser nuevamente reflejada en la fuente y así sucesivamente.

2. Impedancia característica

La impedancia característica es un parámetro básico de las líneas de transmisión. De hecho, constituye una de sus principales especificaciones.

La **impedancia característica** (Z_0), de una línea de transmisión se define como el cociente de la onda de tensión progresiva (o regresiva) y la onda de corriente progresiva (o regresiva) en cualquier punto de la línea, o sea:

$$Z_0 = \frac{V_+}{I_+} = \frac{V_-}{I_-} = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad 1.25$$

Se puede observar que el valor de Z_0 depende de los parámetros constitutivos de la línea de transmisión y la frecuencia. Por otro lado, notemos que es un parámetro independiente de la posición x y del tiempo t , lo que representa una ventaja como elemento estándar para caracterizar cualquier línea de transmisión. La mayoría de sistemas de microondas de uso común, tales como cables coaxiales o conectores, toman como valor de referencia $Z_0 = 50 \Omega$ (con la salvedad del cableado usado en sistemas de televisión de $Z_0 = 75 \Omega$). La razón del uso de $Z_0 = 50 \Omega$ como estándar proviene del compromiso existente entre la atenuación mínima producida en un coaxial relleno de aire y su máxima capacidad de potencia. La primera condición se produce a $Z_0 \approx 77 \Omega$, mientras que la segunda se da a $Z_0 \approx 30 \Omega$.

La tabla 3 incluye varios cables coaxiales comerciales, así como sus principales especificaciones.

Tabla 3. Especificaciones de cables coaxiales

Especificación	Coaxial				
	RG-174	RG-58	RG-8X	RG-8	RG-59
Z_0 (Ohm)	50,0	50,0	50,0	52,0	75,0
V_p (% c)	66%	66%	80%	66%	66%
Aten. (dB/100ft) 1 MHz	1,9	0,3	0,3	0,2	0,6
Aten. (dB/100ft) 10 MHz	3,3	1,1	1,0	0,6	1,1
Aten. (dB/100ft) 100 MHz	8,4	3,8	3,3	1,9	3,4
Aten. (dB/100ft) 1 GHz	34,0	14,5	14,3	7,4	12,0

Tabla 3

Los principales parámetros a tener en cuenta son la impedancia característica, la velocidad de propagación y la atenuación.

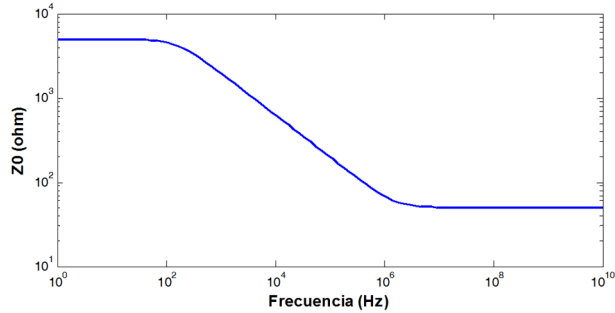
El siguiente ejemplo práctico nos muestra la dependencia en frecuencia de la impedancia característica para una línea de transmisión.

Representar gráficamente el módulo de la impedancia característica de un cable en función de la frecuencia para el rango 1 Hz - 10 GHz. Considerar los valores: $C = 100$ pF/m, $L = 250$ nH/m, $R = 2,5$ Ω /m, $G = 100$ nS/m. Estos valores son del orden de magnitud de una línea de transmisión tal como un cable coaxial.

Solución

Aplicando la ecuación 1.25 y graficando su módulo, obtenemos (figura 6):

Figura 6. Respuesta en frecuencia del módulo de la impedancia característica de un cable coaxial



Notemos que a altas frecuencias el valor de Z_0 es constante. Ello es debido a que si tomamos $\omega \rightarrow \infty$, la expresión 1.25 se simplifica a:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad 1.26$$

que se corresponde con el régimen en frecuencia de interés práctico de los circuitos de microondas. Es decir que, a altas frecuencias, dominan los términos reactivos de la línea de transmisión. Asimismo, podemos comprobar cómo a bajas frecuencias ($\omega \rightarrow 0$) dominan los términos de pérdidas:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R}{G}} \quad 1.27$$

Finalmente, a frecuencias intermedias existe una curva de transición dependiente de la frecuencia descrita por la propia ecuación 1.25.

3. Líneas de transmisión sin pérdidas

Los ingenieros que trabajan en el campo de las microondas a menudo realizan la simplificación de no considerar pérdidas en la simulación y modelizado de líneas de transmisión, debido a que en la mayoría de casos prácticos las pérdidas son muy pequeñas y pueden ser despreciadas. Esta aproximación simplifica las ecuaciones a tratar y no elimina generalidad en los cálculos (salvo la presencia de pérdidas óhmicas o de sustrato) puesto que todos los fenómenos resonantes dependen de elementos reactivos, esto es, inductancias y capacidades, que además son los que presentan impedancias dependientes con la frecuencia. Si asumimos una línea sin pérdidas, tenemos que $R = G = 0$. Ello implica una serie de ecuaciones que serán las que se emplearán en el desarrollo de los apartados siguientes, salvo que se indique lo contrario. Concretamente:

Constante de propagación

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} = \alpha + j\beta \quad 1.28$$

Esto implica que la constante de atenuación es nula, $\alpha = 0$ (la atenuación está directamente ligada a las pérdidas de la línea), mientras que la constante de fase, β , se puede denominar constante de propagación y se expresa como:

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad 1.29$$

La impedancia característica viene dada por:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad 1.30$$

La velocidad de fase o propagación:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \lambda f = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad 1.31$$

Las soluciones generales para la tensión y la corriente a lo largo de la línea de transmisión vienen dadas por:

$$V(x) = V_+ e^{-j\beta x} + V_- e^{j\beta x} \quad 1.32$$

$$I(x) = \frac{V_+}{Z_0} e^{-j\beta x} - \frac{V_-}{Z_0} e^{j\beta x} \quad 1.33$$

El siguiente ejemplo ilustra el cálculo de parámetros eléctricos para el modelado de líneas de transmisión.

Calcular los parámetros eléctricos de un cable coaxial RG-58 despreciando el efecto de las pérdidas. Considerar una señal propagándose a $f = 2$ GHz y la condición de $LE = 0,1$ para cada celda diseñada. Esquematizar el modelo eléctrico del cable.

Solución

Tomamos los valores correspondientes de la tabla 3. Para el cable RG-58 tenemos: $Z_0 = 50\Omega$ y $v_p = 0,66c$. Aplicando el sistema basado en las ecuaciones 1.30 y 1.31, podemos despejar los valores de L y C , según:

$$L = \frac{Z_0}{v_p} = 253 \text{ nH/m} \quad 1.34$$

$$C = \frac{1}{v_p Z_0} = 101 \text{ pF/m} \quad 1.35$$

Cada sección de la línea de transmisión presenta una longitud, d , según:

$$LE = 0,1 \Rightarrow d = 0,1\lambda = 0,1 \frac{v_p}{f} = 9,9 \text{ mm} \quad 1.36$$

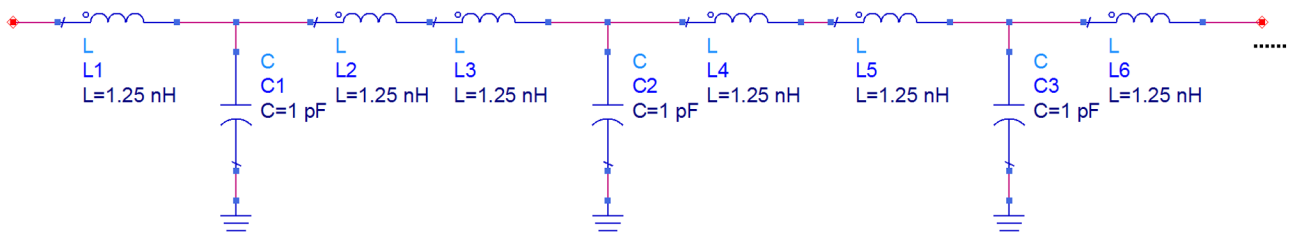
Por lo tanto, los valores de inductancia y capacidad para cada sección se corresponden con:

$$L' = Ld = 2,5 \text{ nH} \quad 1.37$$

$$C' = Cd = 1 \text{ pF} \quad 1.38$$

El modelo en T del cable vendrá dado por el gráfico que presenta la figura 7.

Figura 7. Modelo equivalente en T calculado del cable RG-58 del ejemplo



4. Coeficiente de reflexión y cálculo de impedancias

En el presente apartado se abordan parámetros clave en la comprensión de la casuística y el diseño de las líneas de transmisión, tales como el coeficiente de reflexión, el concepto de adaptación de impedancias, la dependencia de la impedancia de entrada de una línea de transmisión con sus parámetros característicos, la multirreflexión o la relación de onda estacionaria. Finalmente se ofrecen algunos ejemplos de aplicación de dichos parámetros mediante el uso de la carta de Smith, que muestran la potencia de cálculo de esta última.

4.1. Coeficiente de reflexión generalizado

En el subapartado "Ecuaciones características de las líneas de transmisión" hemos deducido las ecuaciones fundamentales de las líneas de transmisión. La consecuencia es la aparición de reflexiones en cargas y fuentes, intrínsecas a la propia naturaleza de las líneas de transmisión. La figura 8 ilustra el caso de una línea de transmisión de impedancia característica, Z_0 , cargada con una impedancia de carga genérica, Z_L .

Figura 8. Línea de transmisión terminada con una impedancia Z_L

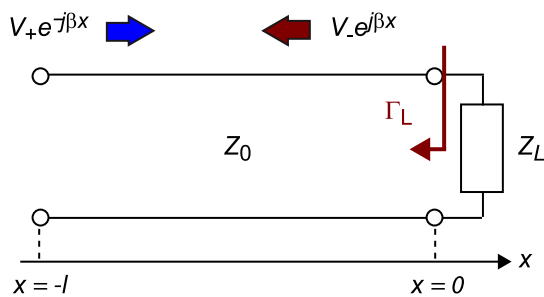


Figura 8

El coeficiente de reflexión en la carga se define como Γ_L .

Las ecuaciones 1.32 y 1.33 describen los términos generales de propagación en la línea, sin pérdidas, de forma que tensión y corriente están conformadas por una superposición de ondas incidente y reflejada. Concretamente, la tensión incidente (hacia la carga) se corresponde con $V_+ e^{j\beta x}$, mientras que existe un término de onda reflejada, $V_- e^{j\beta x}$ (de la carga a la fuente).

De forma natural, se define el **coeficiente de reflexión generalizado** a lo largo de la línea de transmisión, $\Gamma(x)$, como la razón entre la onda de tensión reflejada y la onda de tensión incidente:

$$\Gamma(x) = \frac{V(x) \text{ reflejada}}{V(x) \text{ incidente}} = \frac{V_- e^{j\beta x}}{V_+ e^{-j\beta x}} = \frac{V_-}{V_+} e^{j2\beta x} = \Gamma(0) e^{j2\beta x} \quad 1.39$$

4.2. Concepto de adaptación de impedancias

Si tenemos en consideración la nomenclatura de la figura 8, el coeficiente de reflexión en la carga (situada en $x = 0$) vendrá dado por:

$$\Gamma_L = \Gamma(0) = \frac{V_-}{V_+} \quad 1.40$$

Si analizamos las ecuaciones 1.39 y 1.40, podemos concluir que el **coeficiente de reflexión** es un parámetro complejo cuyo valor depende del punto de la línea en que se evalúe. Sin embargo, la dependencia con x solo aparece para la fase de $\Gamma(x)$. En efecto, si calculamos el módulo del coeficiente de reflexión tenemos que es idéntico en cualquier punto de la línea, y en particular en la carga:

$$|\Gamma(x)| = \frac{V_-}{V_+} = |\Gamma_L| \quad 1.41$$

En el cálculo de líneas de transmisión, resulta muy conveniente la relación entre el coeficiente de reflexión y la impedancia. Podemos calcular la impedancia en cualquier punto de la línea, $Z(x)$, usando las expresiones de tensión y corriente, 1.32 y 1.33:

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = Z_0 \frac{V_+ e^{-j\beta x} + V_- e^{j\beta x}}{V_+ e^{-j\beta x} - V_- e^{j\beta x}} \quad 1.42$$

Por tanto, la impedancia de carga, que se corresponde con el caso $x = 0$, vendrá dada por:

$$Z_L = Z(0) = Z_0 \frac{V_+ + V_-}{V_+ - V_-} \quad 1.43$$

Combinando esta ecuación con el coeficiente de reflexión en la carga, ecuación 1.26, obtenemos la siguiente relación, muy usada en el cálculo de líneas de transmisión:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad 1.44$$

De hecho, esta expresión se puede generalizar, combinando 1.39 y 1.42 a:

$$\Gamma(x) = \frac{Z(x) - Z_0}{Z(x) + Z_0} \quad 1.45$$

El hecho de considerar la carga como punto de interés radica en que es uno de los elementos críticos en el diseño de circuitos de microondas. En efecto, en muchas aplicaciones se desea minimizar la reflexión en la carga, para transferir el máximo de potencia útil a la misma. Si deseamos que no exista reflexión,

es decir, que $\Gamma_L = 0$, se requiere que la impedancia de carga sea igual a la impedancia característica. Este caso corresponde al de una línea de transmisión adaptada, esto es:

$$Z_L = Z_0 \Rightarrow \Gamma_L = 0 \quad 1.46$$

Decimos que una línea de transmisión está terminada cuando se carga con una impedancia de carga arbitraria, Z_L . Decimos que una carga está adaptada a la línea de transmisión cuando su valor es el correspondiente a la impedancia característica de la línea, $Z_L = Z_0$, de forma que se anula el coeficiente de reflexión, $\Gamma_L = 0$.

4.3. Ecuación de impedancia de una línea de transmisión

La ecuación 1.42 permite calcular la impedancia en cualquier punto de la línea de transmisión en función de los valores de tensión incidente y reflejada. Sin embargo, en la mayoría de casos prácticos interesa poder calcular impedancias mediante los parámetros de la línea de transmisión, tales como su impedancia característica Z_0 o su longitud l .

A continuación deduciremos la ecuación de impedancia de una línea de transmisión. Dicha ecuación permite determinar la impedancia de entrada de una línea de transmisión genérica, terminada con una carga arbitraria Z_L (figura 9).

Figura 9. Línea de transmisión terminada con una impedancia Z_L

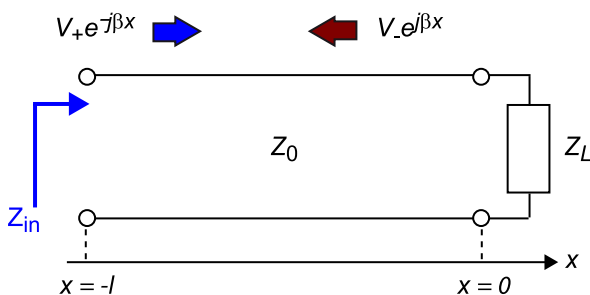


Figura 9

La ecuación de impedancia de línea de transmisión determina la impedancia de entrada, Z_{in} .

La impedancia de entrada, Z_{in} , se corresponde con el caso $x = -l$. Por tanto, partiendo de la ecuación 1.42 obtenemos:

$$Z_{in} = Z(x = -l) = Z_0 \frac{V_+ e^{j\beta l} + V_- e^{-j\beta l}}{V_+ e^{j\beta l} - V_- e^{-j\beta l}} \quad 1.47$$

Usando el coeficiente de reflexión en la carga, mediante la expresión 1.40, tenemos:

$$Z_{\text{in}} = Z_0 \frac{e^{j\beta l} + \Gamma_L e^{-j\beta l}}{e^{j\beta l} - \Gamma_L e^{-j\beta l}} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_L e^{-j2\beta l}}{1 - \Gamma_L e^{-j2\beta l}} \quad 1.48$$

Sustituyendo la ecuación 1.44 en la expresión anterior:

$$Z_{\text{in}} = Z_0 \frac{(Z_L + Z_0)e^{j\beta l} + (Z_L - Z_0)e^{-j\beta l}}{(Z_L + Z_0)e^{j\beta l} - (Z_L - Z_0)e^{-j\beta l}} = Z_0 \frac{Z_L \cos \beta l + jZ_0 \sin \beta l}{Z_0 \cos \beta l + jZ_L \sin \beta l} \quad 1.49$$

Si simplificamos, la ecuación de impedancia de una línea de transmisión resulta:

$$Z_{\text{in}} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l} \quad 1.50$$

Esta fórmula es de gran utilidad en el diseño de líneas de transmisión y tiene diversas implicaciones.

En primer lugar, se rompe con el esquema conceptual de los efectos de baja frecuencia. En efecto, Z_{in} depende de 4 variables fundamentales en las líneas de transmisión: la longitud, la frecuencia, la impedancia característica y la carga, de forma que $Z_{\text{in}} = Z_{\text{in}}(l, f, Z_0, Z_L)$. Obviamente, la ecuación de impedancia debe cumplir con el caso de bajas frecuencias. Así:

$$f \rightarrow 0 \Rightarrow \beta l = \frac{2\pi}{\lambda} l = \frac{2\pi f}{v_p} l \rightarrow 0 \Rightarrow \tan \beta l \rightarrow 0 \Rightarrow Z_{\text{in}} \approx Z_L \quad 1.51$$

Es decir, para bajas frecuencias recuperamos el valor típico que indica que la impedancia de entrada es directamente el valor de la carga (sin influencia alguna de los parámetros de la línea o la frecuencia), mientras que a altas frecuencias esto deja de ser válido.

Una segunda implicación es que el valor de Z_{in} es complejo y periódico, dada la presencia de la función tangente.

Esto hace que una de las características de los circuitos de microondas sea la de presentar respuestas en frecuencia periódicas.

Z_{in} es periódica en l para múltiplos de $\lambda/2$, esto es para $l = n\lambda/2$. Esto implica que la impedancia de entrada de una línea de transmisión no variará si se inserta una sección de línea de longitud $n\lambda/2$.

A fin de comprobar estos efectos se propone el ejemplo siguiente.

Determinar la impedancia de entrada para una línea de transmisión en función de su longitud si esta se termina con un cortocircuito. Considerar una línea de transmisión de $Z_0 = 50 \Omega$, a $f = 3 \text{ GHz}$ y $\epsilon_r = 1$. Dibujar la función $Z_{in} = Z_{in}(l)$.

⁽²⁾La teoría de circuitos convencional indicaría $Z_{in} = 0$.

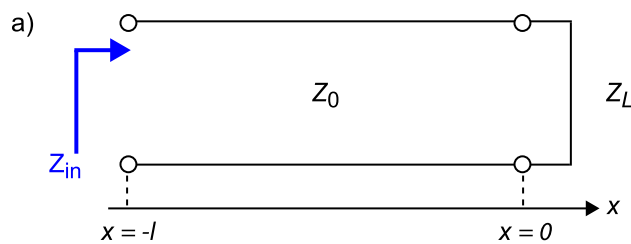
Repetir el ejemplo considerando la longitud del cable constante ($l = 10 \text{ cm}$) y la frecuencia variable. Dibujar $Z_{in} = Z_{in}(f)$.

Solución

En primer lugar aplicamos la expresión 1.50 para el caso de una impedancia de carga basada en un cortocircuito, es decir, $Z_L = 0$ (figura 10).

$$Z_{in} = jZ_0 \tan \beta l = jZ_0 \tan \frac{2\pi f \sqrt{\epsilon_r}}{c} l = j50 \tan 20\pi l \quad 1.52$$

Figura 10. a) Esquema de una línea de transmisión terminada mediante un cortocircuito. b) Ejemplo real de varios conectores SMA para terminar en cortocircuito, circuito abierto y carga de adaptación a 50Ω



Notemos que en este caso, la periodicidad vendrá definida cada:

$$l = n \frac{\lambda}{2} = n \frac{c}{2f \sqrt{\epsilon_r}} = \frac{n}{20} = 0,05n \text{ m} \text{ para } n = 1, 2, 3... \quad 1.53$$

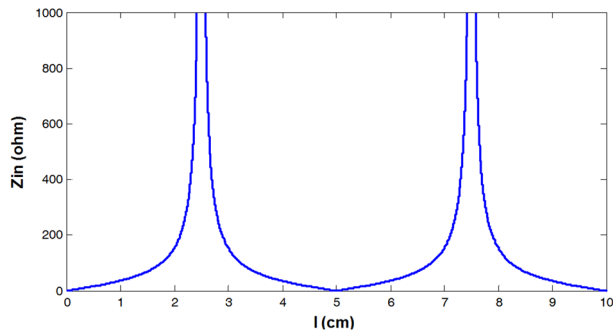
Esto significa que cada 5 cm se repite el valor de la impedancia inicialmente calculada. Dado que Z_{in} es puramente compleja, $Z_{in} = jX_{in}$, podemos graficar directamente el módulo de Z_{in} , cuyo valor coincide con el de la reactancia, X_{in} en función de l , tal y como se muestra en la figura 11. Notemos que la periodicidad de la impedancia coincide con los valores calculados. Además, podemos apreciar que los valores de Z_{in} adquieren valores tan diversos en función de l como:

$$l = 0 \Rightarrow Z_{in} = 0 \quad 1.54$$

$$l = \frac{\lambda}{4} = 2,5 \text{ cm} \Rightarrow Z_{in} = \infty \quad 1.55$$

Es decir que dependiendo de la longitud de la línea de transmisión, cargada con una misma carga, a una determinada frecuencia, podemos observar impedancias de entrada tan dispares como un cortocircuito o un circuito abierto.

Figura 11. Variación del valor absoluto de la impedancia de entrada en función de la longitud de la línea de transmisión, para el ejemplo considerado



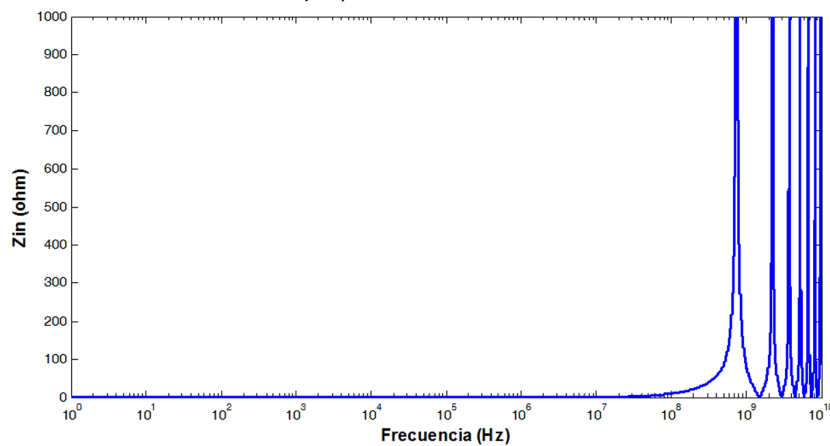
A continuación consideramos una línea determinada de longitud, $l = 10$ cm, y observamos el impacto de la frecuencia. En este caso, la impedancia de entrada de la línea terminada con un cortocircuito se corresponde con la ecuación siguiente:

$$Z_{in} = jZ_0 \tan \beta l = jZ_0 \tan \frac{2\pi f \sqrt{\epsilon_r}}{c} l = j50 \tan \frac{2\pi f}{3 \cdot 10^9} \quad 1.56$$

La figura 12 ilustra la dependencia de la línea considerada en función de la frecuencia. Este ejemplo gráfico muestra claramente los efectos de baja frecuencia², mientras que a medida que nos acercamos al régimen de frecuencias altas aparecen los efectos de parámetros distribuidos propios de las líneas de transmisión, generando diferentes valores de la impedancia de entrada que se reproducen periódicamente con la frecuencia. En efecto, este efecto es un fenómeno intrínseco en las respuestas en frecuencia de los circuitos de microondas, tal y como hemos explicado. En relación a la frecuencia, con el resto de parámetros constantes el periodo viene determinado por:

$$\frac{2\pi f \sqrt{\epsilon_r}}{c} l = \pi \Rightarrow f = \frac{c}{2\sqrt{\epsilon_r} l} = 1,5 \text{ GHz} \quad 1.57$$

Figura 12. Variación del valor absoluto de la impedancia de entrada de la línea de transmisión considerada en el ejemplo en función de la frecuencia



Resulta interesante analizar el resultado de la ecuación de impedancia en varios casos particulares de impedancia de carga o longitud de línea por su especial relevancia. Así, en los siguientes casos, la aplicación de la ecuación 1.50 implica:

- **Adaptación de impedancias:** $Z_L = Z_0$

$$Z_{in} = Z_0 \quad 1.58$$

Es decir, que si la línea de transmisión está adaptada para una frecuencia determinada, la impedancia de entrada será siempre el valor de Z_0 independientemente de la longitud de la línea.

- **Terminación en cortocircuito:** $Z_L = 0$

$$Z_{\text{in}} = jZ_0 \tan\beta l \quad 1.59$$

En este caso la carga es puramente compleja y la impedancia de carácter inductivo (considerando el valor de la tangente positivo).

- **Terminación en circuito abierto:** $Z_L \rightarrow \infty$

$$Z_{\text{in}} = -jZ_0 \cotan\beta l \quad 1.60$$

En este caso la carga es puramente compleja y la impedancia de carácter capacitivo (considerando el valor de la cotangente positivo).

- **Longitud de línea:** $l = \lambda/2$

$$Z_{\text{in}} = Z_L \quad 1.61$$

Por tanto, si la longitud de línea cumple con el valor $\lambda/2$, la impedancia vista en la entrada corresponde directamente al valor de carga. Este hecho es consecuencia de la periodicidad comentada anteriormente.

- **Longitud de línea:** $l = \lambda/4$

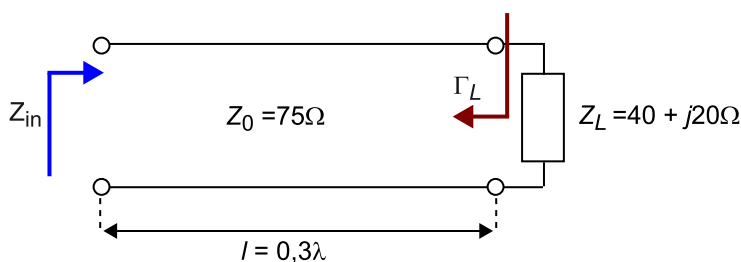
$$Z_{\text{in}} = \frac{Z_0^2}{Z_L} \quad 1.62$$

La aplicación de secciones de línea de esta longitud (y en general de $\lambda/4 + n\lambda/2$) implica que la impedancia de entrada presenta una dependencia inversamente proporcional a la carga. Por este motivo, este caso se conoce como transformador $\lambda/4$ o inversor de impedancias. Notemos que en este caso una terminación de carga de cortocircuito implica una impedancia de entrada de circuito abierto y viceversa.

El ejemplo siguiente presenta el cálculo de las variables de interés en una línea de transmisión terminada.

Dada la línea de transmisión terminada y sin pérdidas que se presenta en la figura 13:

Figura 13. Línea de transmisión del ejemplo resuelto en el ejemplo



calcular:

- El coeficiente de reflexión en la carga.
- El coeficiente de reflexión en la entrada.
- La impedancia de entrada.

Solución

a) El coeficiente de reflexión en la carga, Γ_L , viene determinado por:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{-35 + j20}{115 + j20} = 0,35e^{j2,45} \quad 1.63$$

b) El coeficiente de reflexión en la entrada, Γ_{in} , se puede calcular mediante el coeficiente de reflexión generalizado, sabiendo que la entrada se sitúa en la posición $x = -l$ y la carga en $x = 0$.

$$\Gamma(x) = \Gamma(0)e^{j2\beta x} \Rightarrow \Gamma_{in} = \Gamma_L e^{-j2\beta l} \quad 1.64$$

Del enunciado sabemos la relación entre la longitud de la línea y λ , por lo que:

$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} 0,3\lambda = 0,6\pi \quad 1.65$$

Así, el coeficiente de reflexión a la entrada se calcula como:

$$\Gamma_{in} = 0,35e^{j2,45} e^{-j3,77} = 0,35e^{-j1,32} \quad 1.66$$

Se puede observar que, como hemos explicado, el módulo del coeficiente de reflexión se mantiene constante a lo largo de la línea, ya que:

$$|\Gamma_L| = |\Gamma_{in}| = 0,35 \quad 1.67$$

c) Para determinar la impedancia de entrada aplicamos la ecuación de impedancia:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan\beta l}{Z_0 + jZ_L \tan\beta l} = 75 \frac{40 - j210,83}{136,55 - j123,11} = 69,71 - j52,95\Omega \quad 1.68$$

Este resultado podría obtenerse también a partir del coeficiente de reflexión. En efecto:

$$\Gamma_{in} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} \Rightarrow Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{in}}{1 - \Gamma_{in}} = 69,71 - j52,95\Omega \quad 1.69$$

4.4. Multirreflexión

Hasta ahora solo hemos considerado reflexiones en la carga. Aunque este es un aspecto muy importante en el diseño de circuitos de microondas, debemos tener en cuenta que las reflexiones aparecerán siempre que exista algún tipo de desadaptación en el circuito, por ejemplo, entre la fuente y la propia línea de transmisión.

Consideremos una línea de transmisión conectada a una fuente y cargada (figura 14), donde V_G y Z_G se corresponden con la tensión e impedancia del generador, respectivamente. Esta implementación permite modelizar la gran mayoría de circuitos y redes activas y pasivas de microondas. En general, tan-

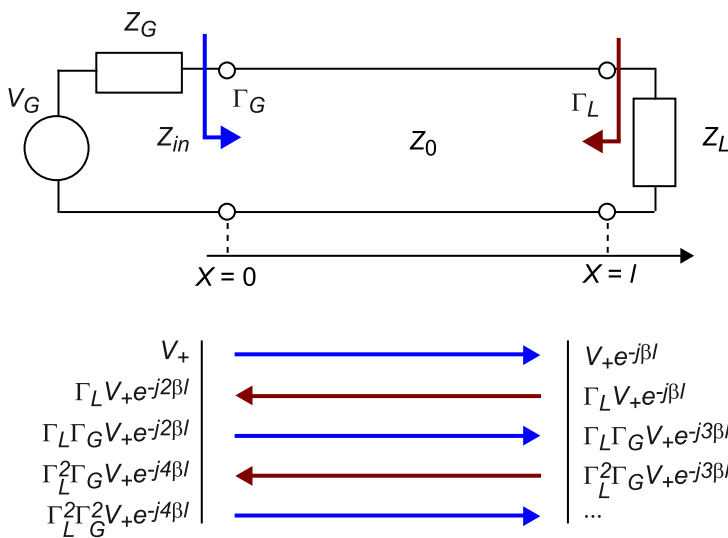
to la carga como el generador presentarán desadaptación, ya que Z_L, Z_G serán valores diferentes a Z_0 . Por tanto, además del coeficiente de reflexión en la carga, Γ_L , consideramos el coeficiente de reflexión en el generador, Γ_G :

$$\Gamma_G = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0} \quad 1.70$$

Suponiendo que la señal a la salida del generador es V_+ , la señal que llegará a la carga será $V_+e^{-j\beta l}$. Esta será parcialmente reflejada, y retornará al generador con un valor $\Gamma_L V_+e^{-j2\beta l}$. En este caso habrá reflexión en la fuente, de forma que la onda llegará nuevamente a la carga siendo $\Gamma_L \Gamma_G V_+e^{-j3\beta l}$, etc. El detalle de la secuencia de multirreflexión se ilustra en la figura 14. Notemos que la señal será progresivamente atenuada, ya que, al margen de las pérdidas en una línea, los coeficientes de reflexión cumplen:

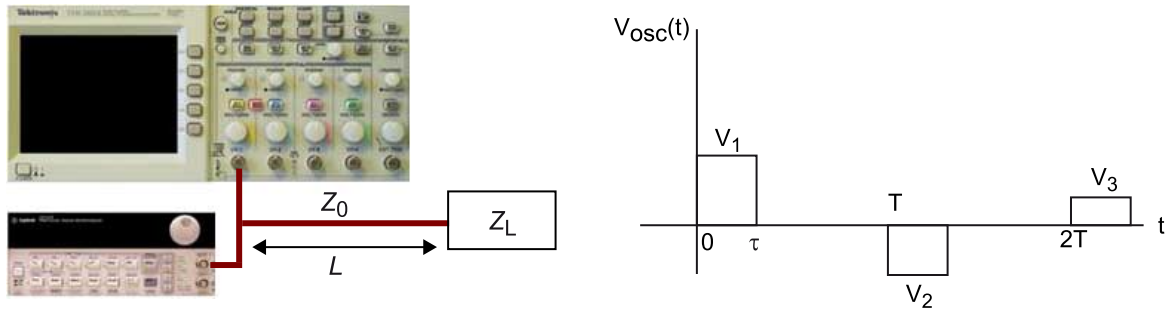
$$|\Gamma_L| \leq 1 ; |\Gamma_G| \leq 1 \quad 1.71$$

Figura 14. Línea de transmisión terminada con una impedancia Z_L conectada a un generador de impedancia Z_G , junto con la secuencia de propagación debida a la multirreflexión



El siguiente ejemplo muestra una aproximación de cómo realizar medidas básicas de este fenómeno y cómo relacionar los diversos parámetros implicados.

El *setup* de medida de la figura 15 consiste en un osciloscopio y un generador de funciones conectados a un cable coaxial, de longitud L , sin pérdidas, con $Z_0 = 50 \Omega$ conectado a una carga, Z_L . Con el generador se introduce un pulso de amplitud V_1 y duración τ . La figura 15 muestra el resultado obtenido en la pantalla del osciloscopio.

Figura 15. Esquema del *setup* descrito y respuesta medida en el osciloscopio

Datos:

- $V_1 = 1 \text{ V}$; $\tau = 15 \text{ ns}$; $V_2 = -0,4 \text{ V}$; $T = 150 \text{ ns}$.
- Impedancia del generador-osciloscopio: $Z_G = \infty$.
- Velocidad de propagación en el cable: $v_p = 2c/3$.

Determinar:

- La longitud del cable.
- El valor de la carga, Z_L .
- El valor de V_3 .

Solución

a) En el osciloscopio se aprecia la señal de entrada, V_1 , así como el resultado de las reflexiones correspondientes. Se observa que la señal que ha retornado de la reflexión en la carga, V_2 , lo hace al cabo de un tiempo T . La longitud que habrá recorrido dicha señal es 2 veces la longitud del cable, L , por tanto:

$$2L = v_p T \Rightarrow L = \frac{v_p T}{2} = 15 \text{ m} \quad 1.72$$

b) El valor de la carga se puede determinar a partir del coeficiente de reflexión. Notemos que en la carga,

$$\Gamma_L = \frac{V_2}{V_1} = -0,4 \quad 1.73$$

y, por tanto, podemos calcular Z_L según:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \Rightarrow Z_L = Z_0 \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L} = 21,43\Omega \quad 1.74$$

c) Considerando que el sistema generador-osciloscopio presenta una impedancia infinita, $Z_G = \infty$, la reflexión en el generador será:

$$\Gamma_G = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0} = 1 \quad 1.75$$

Por consiguiente, el generador reflejará cualquier onda que provenga de la carga. Notemos que el módulo de V_3 se corresponde con la señal medida en el osciloscopio tras 2 reflexiones en la carga y 1 en la fuente, según:

$$V_3 = \Gamma_L V_2 = \Gamma_L^2 \Gamma_G V_1 = 0,16V \quad 1.76$$

4.5. Relación de onda estacionaria

De acuerdo con la ecuación de propagación de la tensión, una línea de transmisión con una carga adaptada presenta un voltaje cuya magnitud es constante a lo largo de toda la línea, según:

$$|V(x)| = |V_{+}| \quad 1.77$$

En general cuando estamos en condiciones de desadaptación, existe una superposición de las ondas de tensión incidentes y reflejadas. La onda resultante de la interferencia de la onda progresiva y regresiva se denomina onda estacionaria. La magnitud del voltaje de la onda estacionaria se expresa según:

$$|V(x)| = |V_{+}e^{-j\beta x} + V_{-}e^{j\beta x}| = |V_{+}e^{-j\beta x}(1 + \Gamma_L e^{j2\beta x})| = |V_{+}| |1 + \Gamma_L e^{j2\beta x}| \quad 1.78$$

Considerando la forma polar del coeficiente de reflexión en la carga:

$$\Gamma_L = |\Gamma_L| e^{j\theta} \quad 1.79$$

Podemos expresar la variación de la magnitud del voltaje como:

$$|V(x)| = |V_{+}| |1 + |\Gamma_L| e^{j(2\beta x + \theta)}| \quad 1.80$$

Por lo tanto, los valores máximo y mínimo de dicha magnitud vendrán dados por:

$$|V_{\text{máx}}| = |V_{+}| (1 + |\Gamma_L|) \quad 1.81$$

$$|V_{\text{mín}}| = |V_{+}| (1 - |\Gamma_L|) \quad 1.82$$

La **relación de onda estacionaria**³ (**VSWR**) se define como el cociente entre estos valores máximo y mínimo:

$$VSWR = \frac{|V_{\text{máx}}|}{|V_{\text{mín}}|} = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} \quad 1.83$$

⁽³⁾En inglés, *standing wave ratio* (SWR).

Dada la dependencia de este parámetro con el coeficiente de reflexión, VSWR se considera un indicador del nivel de desadaptación en la línea. En efecto, aislando el módulo del coeficiente de reflexión de la expresión anterior:

$$|\Gamma_L| = |\Gamma(x)| = \frac{VSWR - 1}{VSWR + 1} \quad 1.84$$

Notemos que para una buena adaptación, VSWR debe ser un valor cercano a la unidad. El valor de VSWR constituye una especificación relevante para los componentes de microondas. Tomando la definición 1.83 calcularemos algunos casos particulares de interés:

- **Adaptación de impedancias:** $Z_L = Z_0$

$$VSWR = 1 \quad 1.85$$

Este es el mínimo valor que puede tomar la relación de onda estacionaria.

- **Terminación en cortocircuito:** $Z_L = 0$

$$VSWR \rightarrow \infty \quad 1.86$$

- **Terminación en circuito abierto:** $Z_L \rightarrow \infty$

$$VSWR \rightarrow \infty \quad 1.87$$

Ambos casos, cortocircuito y circuito abierto, conducen a un valor infinito debido a que el denominador de la expresión es nulo. Este sería el valor máximo para VSWR.

Calcular la relación de onda estacionaria, VSWR, para la línea de transmisión ilustrada en la figura 13.

Solución

En primer lugar debemos obtener el coeficiente de reflexión en la carga, Γ_L . Tal y como se había calculado en el ejemplo correspondiente a la figura 13:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{-35 + j20}{115 + j20} = 0,35e^{j2,45} \Rightarrow |\Gamma_L| = 0,35 \quad 1.88$$

Por lo tanto, si aplicamos la ecuación 1.83 obtenemos:

$$VSWR = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} = 2,08 \quad 1.89$$

4.6. Aplicación de la carta de Smith

A modo de resumen, concluiremos este apartado con el cálculo de los principales parámetros de una línea de transmisión cargada, a través de la carta de Smith.

La **carta de Smith** es una potente herramienta para el diseño de circuitos de microondas.

Ved también

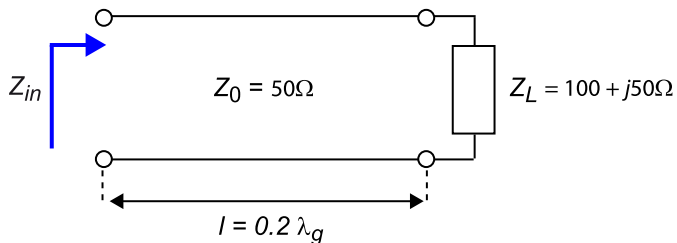
Véase el "Anexo" dedicado a la carta de Smith de este material didáctico.

Plantaremos un ejemplo cuyas soluciones se extraerán por completo con la carta de Smith y se deja para el estudiante, a modo de repaso, la verificación de los resultados obtenidos mediante las ecuaciones estudiadas previamente.

Para la siguiente línea de transmisión (figura 16) extraer mediante la carta de Smith:

- El coeficiente de reflexión en la carga.
- La impedancia de entrada.
- La admitancia de carga.
- La relación de onda estacionaria.

Figura 16. Línea de transmisión cargada, según los datos del ejemplo



Solución

- Inicialmente partimos de la carga normalizada:

$$\overline{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 2 + j \quad 1.90$$

Este valor se ubica en la carta de Smith tal y como se muestra en la figura 17. La determinación del coeficiente de reflexión en este punto es directa, tomando el módulo y fase del segmento definido entre la carga normalizada y el centro de la carta. Así:

$$\Gamma_L = |\Gamma_L| e^{j\theta} = 0,44 e^{j27^\circ} \quad 1.91$$

- Para determinar la impedancia de entrada, debemos movernos desde el valor de la impedancia de carga hacia la fuente una distancia equivalente a la longitud de la línea de transmisión. Por tanto, si la escala de referencia de longitud de onda de la carta de Smith es de $0,214\lambda$ para la impedancia de carga (figura 17), el punto correspondiente a Z_{in} será determinado según:

$$lZ_{in} = lZ_L + l = 0,214\lambda + 0,2\lambda = 0,414\lambda \quad 1.92$$

Recordemos que movernos hacia la fuente a través de una línea de transmisión equivale a describir un movimiento siguiendo el sentido de las agujas del reloj en el círculo definido con el centro de la carta y el radio equivalente al módulo del coeficiente de reflexión. Según este movimiento, obtenemos:

$$\overline{Z}_{in} = 0,5 - j0,5 \quad 1.93$$

Desnormalizando:

$$Z_{in} = Z_0 \overline{Z}_{in} = 25 - j25 \text{ } \Omega \quad 1.94$$

- La admitancia de carga se lee directamente de la carga aplicando un desplazamiento de $\lambda/4$ en la carta de la impedancia de carga, o lo que es lo mismo, una rotación de 180° a la misma y por tanto:

$$\overline{Y}_L = 0,4 - j0,2 \quad 1.95$$

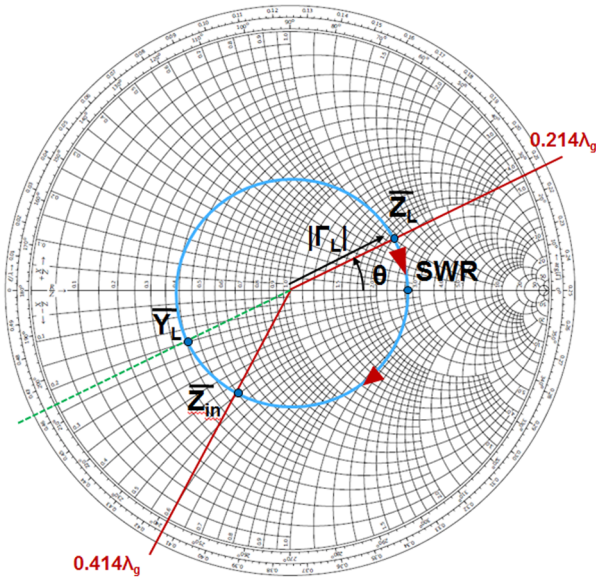
Desnormalizando:

$$Y_L = Y_0 \overline{Y_L} = \frac{\overline{Y_L}}{Z_0} = (8 - j4) \cdot 10^{-3} \text{ S} \quad 1.96$$

d) Finalmente, dado que V_{SWR} es un valor real que puede variar entre 1 e ∞ , este se ubicará en el semieje real correspondiente de la carta de Smith. Por tanto, el valor de V_{SWR} se corresponde con la intersección del círculo descrito anteriormente (conocido como círculo V_{SWR}) con el semieje derecho de valores reales de la carta. Así:

$$V_{SWR} = 2,6 \quad 1.97$$

Figura 17. Solución del ejemplo planteado mediante la carta de Smith

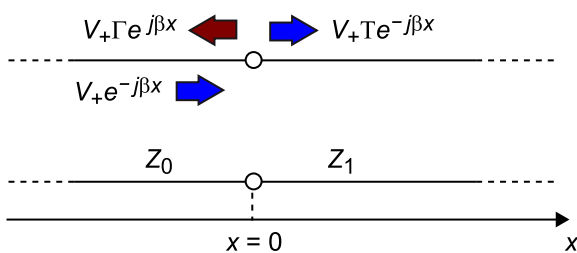


5. Coeficiente de transmisión

En ocasiones se debe considerar transiciones entre sistemas con diferentes impedancias características, por ejemplo, en el conexionado entre diversos cables o en las transiciones entre conectores y placas de circuito impreso. Estos cambios repentinos en el valor de la impedancia característica del sistema generan reflexiones y transmisiones, como veremos.

Consideremos el esquema de la figura 18, donde se muestra la unión de dos líneas de transmisión de longitud infinita (esta simplificación nos permite evitar tener reflexiones en los extremos opuestos de las respectivas líneas de transmisión) con impedancias características Z_0 y Z_1 , respectivamente.

Figura 18. Efectos de reflexión y transmisión en una unión con dos líneas de transmisión de diferente impedancia característica



En el punto de intersección de ambas líneas existe reflexión debido al cambio abrupto de impedancia, por lo que el coeficiente de reflexión se expresa de la manera siguiente:

$$\Gamma = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} \quad 1.98$$

Dado que no toda la señal es reflejada en la intersección de ambas líneas, existe un cierto nivel de transmisión que definiremos a partir de un coeficiente de transmisión, T . Considerando que el punto $x = 0$ es el correspondiente a la intersección tendremos que el voltaje en ambas líneas se expresa como:

$$V(x) = V_+(e^{-j\beta x} + \Gamma e^{j\beta x}) \quad x < 0 \quad 1.99$$

$$V(x) = V_+ T e^{-j\beta x} \quad x > 0 \quad 1.100$$

Igualando ambas tensiones en $x = 0$, por continuidad, obtenemos:

$$T = 1 + \Gamma = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_0} \quad 1.101$$

El coeficiente de transmisión se expresa típicamente en dB y se define como las pérdidas de inserción (IL^4), según:

⁽⁴⁾Acrónimo de *Insertion Loss*.

$$IL = -20 \log |\Gamma| \quad 1.102$$

⁽⁵⁾Acrónimo de *Return Loss*.

Del mismo modo, las pérdidas de retorno (RL^5) asociadas con la reflexión se definen como:

$$RL = -20 \log |\Gamma| \quad 1.103$$

6. Balance de potencia

Las pérdidas de inserción y retorno constituyen, al igual que el *VSWR*, algunas de las especificaciones más relevantes de los componentes de microondas. Concretamente ofrecen información significativa desde el punto de vista del balance de potencias en un componente.

Consideremos la figura 19, donde P_{in} , P_r y P_t se corresponden con las potencias incidente, reflejada y transmitida en un componente de microondas bipuerto.

Figura 19. Balance de potencias en un componente de microondas de 2 puertos



Desde el punto de vista de potencias, se definen las pérdidas de inserción como:

$$IL = -10 \log \frac{P_t}{P_{in}} \quad 1.104$$

Asimismo, las pérdidas de retorno equivalen a:

$$RL = -10 \log \frac{P_r}{P_{in}} \quad 1.105$$

Donde las diferentes potencias se expresan como:

$$P_{in} = \frac{|V_+|^2}{Z_0} \quad 1.106$$

$$P_r = \frac{|V_-|^2}{Z_0} = \frac{|V_+|^2 |\Gamma|^2}{Z_0} = |\Gamma|^2 P_{in} \quad 1.107$$

$$P_t = P_{in} - P_r = (1 - |\Gamma|^2) P_{in} \quad 1.108$$

La última expresión asume que no existen pérdidas. En caso de contabilizar pérdidas habría que añadir un cuarto término de potencia que las considerara.

Veamos un ejemplo al respecto.

Un circuito de microondas representado por el esquema de la figura 19 presenta un *VSWR* de 1,4 a lo largo del rango de frecuencia 2-3 GHz. Las pérdidas de inserción son de 0,5

dB. Calcular las pérdidas de retorno. Determinar el balance de potencias considerando los porcentajes de potencia reflejada y transmitida con relación a la potencia incidente.

Solución

Mediante el valor de $VSWR$ podemos obtener el módulo del coeficiente de reflexión:

$$|\Gamma| = \frac{VSWR-1}{VSWR+1} = 0,17 \quad 1.109$$

Este valor nos permite calcular los valores de la potencia reflejada y transmitida en relación a la potencia incidente:

$$P_r = |\Gamma|^2 P_{in} = 0,03 P_{in} \quad 1.110$$

Dado que en nuestro caso tenemos las pérdidas de inserción, podemos calcular la potencia transmitida:

$$IL = -10 \log \frac{P_t}{P_{in}} = 0,5 \text{ dB} \Rightarrow P_t = 0,89 P_{in} \quad 1.111$$

Las pérdidas de retorno se calculan mediante:

$$RL = -10 \log \frac{P_r}{P_{in}} = 15,23 \text{ dB} \quad 1.112$$

Con respecto al balance de potencias, notemos que:

- La potencia transmitida constituye un 89% de la potencia incidente.
- La potencia reflejada corresponde al 3% de la potencia incidente.
- El 8% de la potencia incidente es debido a pérdidas del circuito, desadaptación a la salida, efectos de radiación, etc.

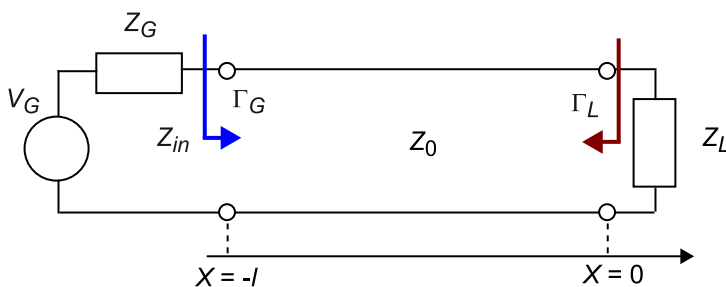
Por lo tanto, podemos considerar el balance como:

$$P_{in} = P_t + P_r + P_l = 0,89 P_{in} + 0,03 P_{in} + 0,08 P_{in} \quad 1.113$$

donde P_l constituye el término de pérdidas.

Un sistema basado en un generador, una línea de transmisión y una carga permite describir muchas de las configuraciones que se deben abordar en problemas de circuitos de microondas. A continuación consideraremos tal esquema (figura 20) y calcularemos la potencia entregada a la carga en diversas situaciones de interés.

Figura 20. Sistema basado en un generador conectado a una línea de transmisión cargada con una impedancia de carga



El voltaje de la línea en la conexión con el generador ($x = -l$) viene dada por:

$$V_{in} = V(x = -l) = V_+(e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l}) = V_G \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_G} \quad 1.114$$

La potencia entregada en la carga se expresa como:

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{V_{in} I_{in}^*\} = \frac{1}{2} |V_{in}|^2 \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{Z_{in}}\right\} = \frac{1}{2} |V_G|^2 \left|\frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_G}\right|^2 \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{Z_{in}}\right\} \quad 1.115$$

Desglosando la parte real y compleja de las impedancias implicadas:

$$Z_{in} = R_{in} + jX_{in} \quad 1.116$$

$$Z_G = R_G + jX_G \quad 1.117$$

La expresión de la potencia resulta:

$$P = \frac{1}{2} |V_G|^2 \frac{R_{in}}{(R_{in} + R_G)^2 + (X_{in} + X_G)^2} \quad 1.118$$

Analicemos los siguientes casos de interés:

- **Carga adaptada a la línea:** $Z_L = Z_0$

En este caso, sabemos que la impedancia de entrada es igual a la impedancia característica, ecuación 1.58. Por lo tanto, la potencia entregada a la carga se expresa:

$$P = \frac{1}{2} |V_G|^2 \frac{Z_0}{(Z_0 + R_G)^2 + (X_G)^2} \quad 1.119$$

- **Generador adaptado a la línea:** $Z_{in} = Z_G$

En este caso la potencia entregada a la carga es:

$$P = \frac{1}{2} |V_G|^2 \frac{R_G}{4(R_G^2 + X_G^2)} \quad 1.120$$

- **Adaptación conjugada:** $Z_{in} = (Z_G)^*$

Esta condición se corresponde con el máximo valor de potencia librada a la carga, como veremos a continuación. Considerando que la impedancia del generador es constante, calcularemos el valor óptimo de la impedancia de entrada que maximiza la potencia entregada a la carga. Para ello, derivaremos P con respecto a la parte real e imaginaria de Z_{in} :

$$\frac{\partial P}{\partial R_{in}} = 0 \Rightarrow R_G^2 - R_{in}^2 + (X_{in} + X_G)^2 = 0 \quad 1.121$$

$$\frac{\partial P}{\partial X_{in}} = 0 \Rightarrow X_{in} + X_G = 0 \quad 1.122$$

Solventando el sistema de ecuaciones 1.121 y 1.122 obtenemos:

$$R_{\text{in}} = R_G \ ; \ X_{\text{in}} = -X_G \quad 1.123$$

O, de forma equivalente:

$$Z_{\text{in}} = Z_G^* \quad 1.124$$

Esta condición se conoce como adaptación conjugada e implica máxima transferencia de potencia a la carga, dada una impedancia del generador. En este caso:

$$P = \frac{1}{2} |V_G|^2 \frac{1}{4R_G} = \frac{|V_G|^2}{8R_G} \quad 1.125$$

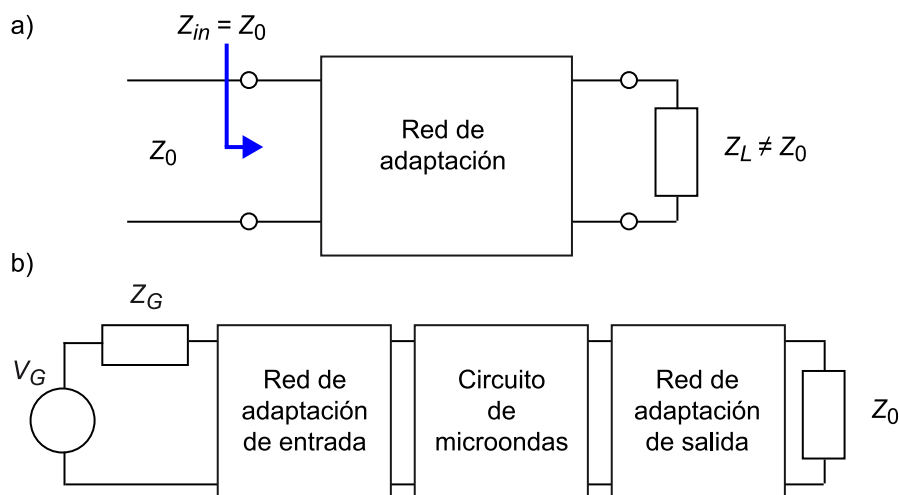
Este valor constituye también el valor de potencia máxima disponible en el generador. Es importante destacar que los coeficientes de reflexión en este caso no tienen por qué ser nulos, ya que en algunos casos la potencia debida a los efectos de multirreflexión podría añadirse en fase, obteniéndose mayor potencia que en el caso de no haber reflexiones.

7. Adaptación en líneas de transmisión

En este apartado analizaremos la importancia de las redes de adaptación en la implementación de los circuitos de microondas y estudiaremos diversas técnicas para el diseño de redes de adaptación, tales como los elementos discretos, los transformadores $\lambda/4$ y los *stubs*.

El concepto de redes de adaptación es fundamental en el diseño de circuitos de microondas. Como hemos visto, las líneas de transmisión con impedancias de carga o de fuente de valor diferente a la impedancia característica generan reflexiones. Este hecho sucede en la gran mayoría de diseños. Para evitar este efecto se requiere el diseño de un circuito conocido como red de adaptación, cuyo concepto se ilustra en la figura 21.

Figura 21. a) Concepto de red de adaptación. b) Red de adaptación genérica para un circuito de microondas bipuerto



La introducción de una red de adaptación entre un circuito de microondas (con impedancia característica Z_0) y una carga Z_L permite que la impedancia a la entrada de dicha red coincida con la impedancia característica de la línea de forma que el coeficiente de reflexión sea nulo. Las principales ventajas del uso de redes de adaptación son:

- Optimizar (maximizar) la potencia entregada a la carga (asumiendo que el generador está adaptado).
- Optimizar (minimizar) las pérdidas de potencia en la línea de alimentación.
- En circuitos tales como receptores/transmisores de comunicación se mejora la relación señal ruido del sistema y se minimiza la potencia

de señal de radiofrecuencia requerida (prolongación del uso de baterías y reducción de riesgo de peligros para la salud humana).

Los métodos más habituales en la implementación de redes de adaptación son:

- Elementos discretos.
- Transformadores de $\lambda/4$ (configuración simple o múltiple).
- *Stubs* de adaptación (configuraciones serie, paralelo –simple o múltiple).
- Combinaciones de las anteriores.

La elección del tipo de red de adaptación depende de varios parámetros tales como la **complejidad** (compromiso entre coste/prestaciones), el **ancho de banda** (las redes de adaptación ofrecen una reflexión nula en el caso de una frecuencia y en muchas aplicaciones se desea un alto grado de adaptación en una banda de frecuencias) y la **capacidad de reconfiguración**, es decir, la posibilidad de sintonizar las frecuencias de adaptación para una misma aplicación.

Ved también

En los subapartados que se exponen a continuación mostraremos algunos ejemplos de redes de adaptación simples.

7.1. Redes de adaptación basadas en elementos discretos

La idea de esta topología consiste en utilizar 2 elementos reactivos de reactancia X y susceptancia B para adaptar una carga arbitraria Z_L según se muestra en la figura 22. Existen 2 posibles configuraciones, la elección de las cuales viene determinada en función de la posición que ocupa la carga normalizada en la carta de Smith (la configuración de la figura 22a se corresponde al caso de la carga ubicada dentro del círculo $1 + jx$, mientras que la correspondiente a la figura 22b se corresponde al caso de la carga ubicada fuera del citado círculo. Los valores de ambas configuraciones se corresponderán con inductancias y capacidades, dependiendo del valor de la impedancia de carga. El uso de componentes discretos implica que las frecuencias de uso de esta técnica alcanzarán un valor máximo del orden de 10 GHz. Sin embargo, se pueden encontrar soluciones operativas para frecuencias más elevadas basadas en el uso de elementos distribuidos (inductores y capacidades) que, como contrapartida, penalizan el área consumida en los diseños.

Ved también

Como veremos en el módulo "Circuitos pasivos de microondas", este hecho se debe a las impedancias parásitas de estos componentes.

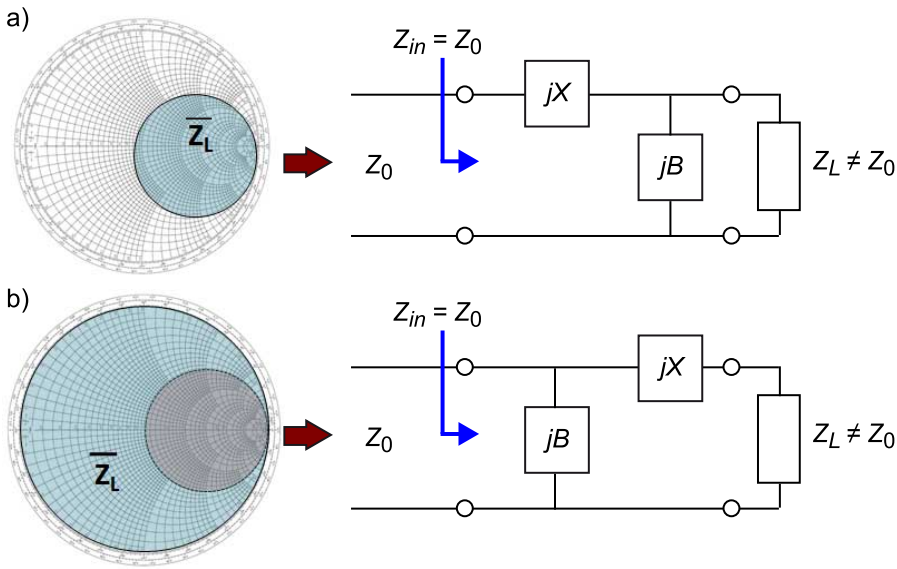
Si consideramos el circuito de la figura 22a, podemos derivar la solución analítica del mismo. Si consideramos que la impedancia de carga se expresa como:

$$Z_L = R_L + jX_L \quad 1.126$$

Notemos que considerar que la impedancia normalizada de carga está dentro del círculo $1 + jx$ implica:

$$R_L > Z_0 \quad 1.127$$

Figura 22. Redes de adaptación basadas en elementos discretos para una impedancia de carga dentro a) o fuera b) del círculo $1 + jx$



La impedancia de entrada vista desde la entrada de la red de adaptación debe cumplir:

$$Z_{in} = jX + \frac{1}{jB + (R_L + jX_L)^{-1}} = Z_0 \quad 1.128$$

Desarrollando y separando la parte real y compleja obtenemos 2 pares de soluciones (B_1, X_1) y (B_2, X_2) :

$$B_{1,2} = \frac{X_L \pm \sqrt{(R_L/Z_0) \sqrt{R_L^2 + X_L^2} - Z_0 R_L}}{R_L^2 + X_L^2} \quad 1.129$$

$$X_{1,2} = \frac{1}{B_{1,2}} + \frac{X_L Z_0}{R_L} - \frac{Z_0}{B R_L} \quad 1.130$$

Procediendo de forma análoga, el circuito de la figura 22b cumple:

$$R_L < Z_0 \quad 1.131$$

$$\frac{1}{Z_{in}} = jB + \frac{1}{R_L + j(X + X_L)} = \frac{1}{Z_0} \quad 1.132$$

Y las soluciones extraídas son:

$$B_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{(Z_0 - R_L)/R_L}}{Z_0} \quad 1.133$$

$$X_{1,2} = \pm \sqrt{R_L(Z_0 - R_L)} - X_L \quad 1.134$$

Dichas soluciones pueden ser también obtenidas mediante el uso de la carta de Smith.

A continuación desarrollaremos el cálculo de las redes de adaptación para un ejemplo concreto.

Diseñar una red de adaptación para adaptar una carga, Z_L , basada en una resistencia y capacidad serie a una línea de transmisión de 50Ω operando a 1 GHz , siendo $Z_L = 500 - j 200 \Omega$.

Solución

En primer lugar, debemos determinar el circuito a utilizar en la red de adaptación. Para ello, calculamos la impedancia de carga normalizada:

$$\overline{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 10 - j4 \quad 1.135$$

Notemos que en este caso estamos dentro del círculo $1 + jx$ en la carta de Smith y que, por tanto, el circuito de diseño se corresponde con el de la figura 22a. Las ecuaciones de diseño serán:

$$B_{1,2} = \frac{X_L \pm \sqrt{(R_L/Z_0) \sqrt{R_L^2 + X_L^2} - Z_0 R_L}}{R_L^2 + X_L^2} \Rightarrow \begin{cases} B_1 = 0,0049 \\ B_2 = -0,0063 \end{cases} \quad 1.136$$

$$X_{1,2} = \frac{1}{B_{1,2}} + \frac{X_L Z_0}{R_L} - \frac{Z_0}{B R_L} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = 162,79 \\ X_2 = -162,79 \end{cases} \quad 1.137$$

El primer par de soluciones (B_1, X_1) nos lleva a una susceptancia positiva (una capacidad) y una reactancia positiva (una inductancia). Por lo tanto:

$$C_1 = \frac{B_1}{2\pi f} = 0,78 \text{ pF} ; L_1 = \frac{X_1}{2\pi f} = 25,9 \text{ nH} \quad 1.138$$

En cuanto al segundo par de soluciones (B_2, X_2) nos lleva a una susceptancia negativa (inductiva) y una reactancia negativa (una capacidad). Por lo tanto:

$$L_2 = \frac{-1}{2\pi f B_2} = 25,26 \text{ nH} ; C_2 = \frac{-1}{2\pi f X_2} = 0,98 \text{ pF} \quad 1.139$$

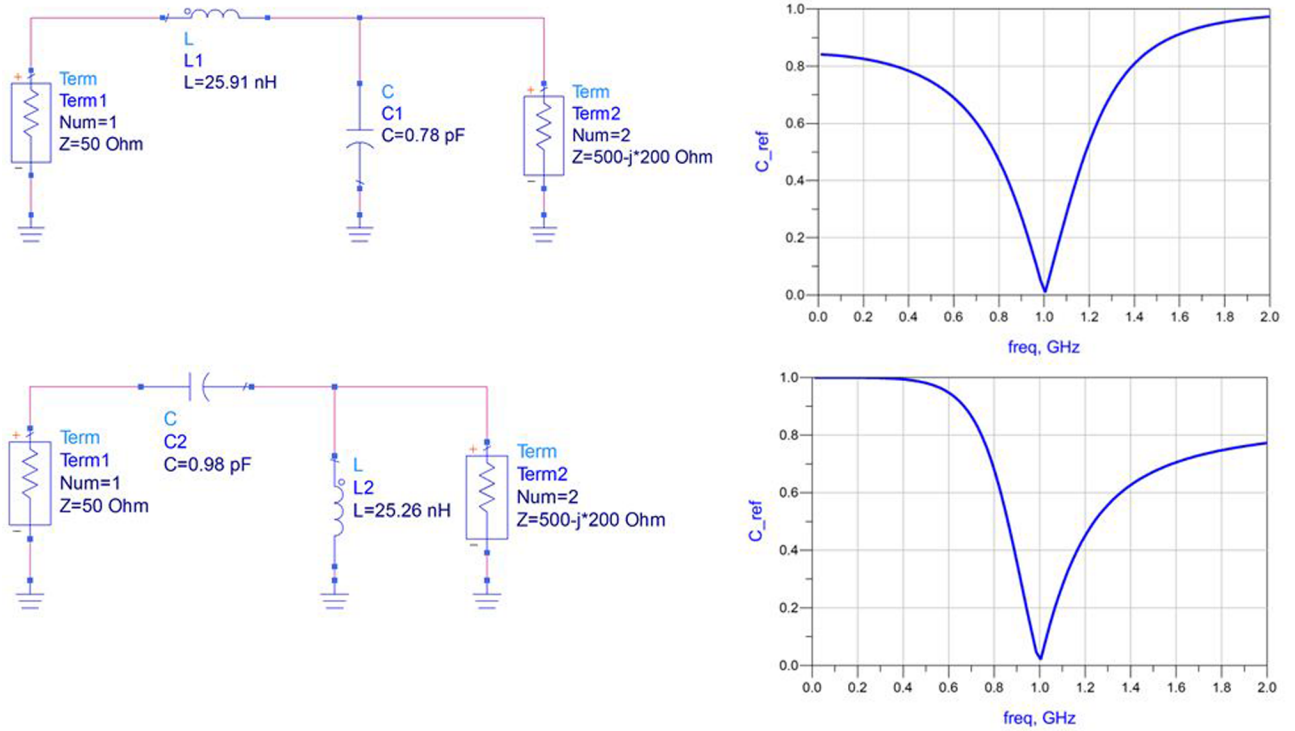
La figura 23 ilustra las dos redes de adaptación diseñadas, así como el resultado a nivel de simulación del coeficiente de reflexión en función de la frecuencia, para ambos circuitos. Notemos que la adaptación en el caso ideal se produce a una frecuencia (1 GHz) donde el coeficiente de reflexión es nulo. Obviamente, al alejarnos de esta frecuencia el valor del coeficiente de reflexión se ve incrementado debido a que los valores reactivos no se corresponden con los criterios de diseño. Asimismo, no se aprecia una variación significativa en los anchos de banda de ambas soluciones, si bien la primera topología ofrece una solución más simétrica en cuanto a la respuesta.

Lecturas recomendadas

D. M. Pozar (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

R. E. Collin (2001). *Foundations for Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

Figura 23. Redes de adaptación solución del ejemplo planteado y sus correspondientes coeficientes de reflexión (en magnitud)



La adaptación se produce a 1 GHz.

7.2. Redes de adaptación basadas en transformadores $\lambda/4$

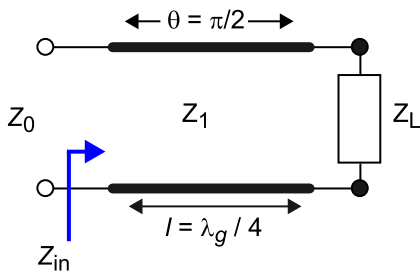
Este tipo de redes de adaptación se basan en secciones de línea de transmisión de longitud $\lambda/4$. Tal y como se ha explicado en el subapartado "Ecuación de impedancia de una línea de transmisión", la ecuación de impedancia de una línea de transmisión 1.50 deriva en un inversor de impedancias cuando consideramos una longitud de línea equivalente a $\lambda/4 + n \lambda/2$. La figura 24 esquematiza esta configuración, donde Z_1 es la impedancia característica de la línea de $\lambda/4$. En este caso, para tener adaptación se debe satisfacer que:

$$Z_{in} = \frac{Z_1^2}{Z_L} = Z_0 \quad 1.140$$

Por tanto, Z_1 debe cumplir:

$$Z_1 = \sqrt{Z_0 Z_L} \quad 1.141$$

Figura 24. Transformador $\lambda/4$ o inversor de impedancias de una sección

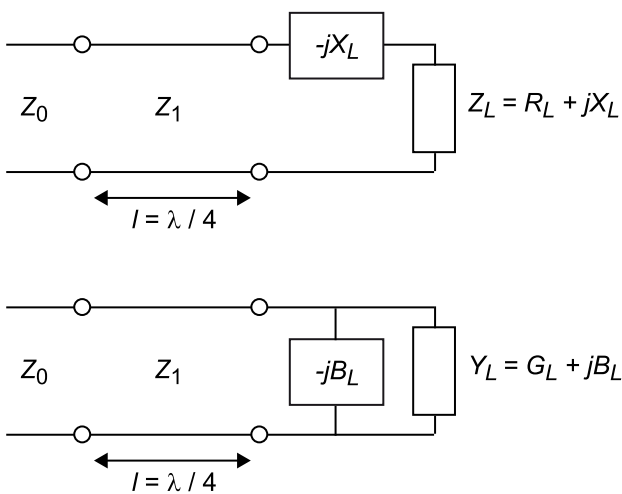


El uso del transformador $\lambda/4$ es solo aplicable para adaptar impedancias reales. En caso de considerar impedancias con componente complejo, se puede añadir la longitud apropiada de línea de transmisión entre la carga y el inversor de impedancias o añadir un elemento reactivo en serie o paralelo de forma conveniente (figura 25). Asimismo, el uso de una sola sección implica la obtención de anchos de banda estrechos. El ancho de banda fraccional del módulo del coeficiente de reflexión obtenido con el circuito de la figura 24 se puede aproximar mediante la expresión:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = 2 - \frac{4}{\pi} \arccos \left[\frac{|\Gamma_m|}{\sqrt{1 - |\Gamma_m|^2}} \frac{2\sqrt{Z_0 Z_L}}{|Z_L - Z_0|} \right] \quad 1.142$$

donde f_0 se corresponde con la frecuencia central a la que queremos adaptar y Δf al ancho de banda definido en el máximo valor de la magnitud del coeficiente de reflexión aceptable en el diseño. Asimismo, se puede ampliar el ancho de banda mediante técnicas de inserción de múltiples transformadores $\lambda/4$. Estas técnicas están directamente relacionadas con el diseño de filtros paso banda de microondas.

Figura 25. Uso de reactancias para adecuar el uso de un transformador $\lambda/4$ a una carga compleja



El siguiente ejemplo muestra el diseño de una red de adaptación basada en un transformador $\lambda/4$, así como su correspondiente verificación mediante simulación con ADS.

Diseñar una sección de transformador $\lambda/4$ para adaptar una carga de 350Ω a una línea de 100Ω a una frecuencia de $f_0 = 4 \text{ GHz}$. Considerar una $\epsilon_r = 4,6$. Determinar el ancho de banda fraccional si $VSWR \leq 2$.

Solución

Sabemos que el transformador $\lambda/4$, con impedancia característica Z_1 implica:

$$Z_1 = \sqrt{Z_0 Z_L} = 187,08 \Omega \quad 1.143$$

La longitud de la línea queda determinada según:

$$l = \frac{\lambda}{4} = \frac{1}{4} \frac{c}{f_0 \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = 8,74 \text{ mm} \quad 1.144$$

Por otro lado, para determinar el ancho de banda fraccional, calculamos el módulo del coeficiente de reflexión según:

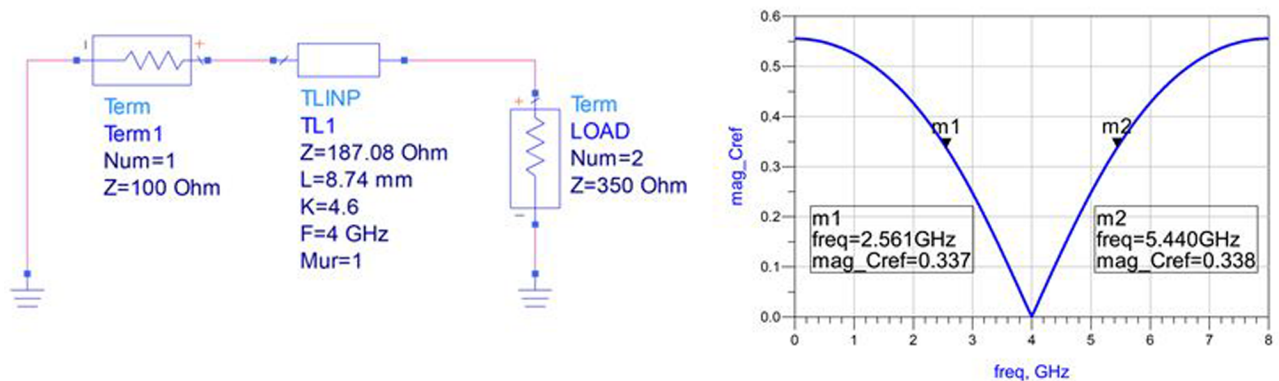
$$|\Gamma_m| = \frac{VSWR - 1}{VSWR + 1} = 0,33 \quad 1.145$$

Por lo que el ancho de banda fraccional se corresponderá con:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = 2 - \frac{4}{\pi} \arccos \left[\frac{|\Gamma_m|}{\sqrt{1 - |\Gamma_m|^2}} \frac{2\sqrt{Z_0 Z_L}}{|Z_L - Z_0|} \right] = 0,71 = 71\% \quad 1.146$$

Si simulamos el circuito diseñado y representamos el módulo del coeficiente de reflexión en función de la frecuencia, obtenemos los resultados mostrados en la figura 26.

Figura 26. Red de adaptación solución del ejemplo planteado y su correspondiente coeficiente de reflexión (en magnitud)



La adaptación se produce a 4 GHz, con un ancho de banda fraccional del 70%.

Notemos que, de acuerdo con los resultados de simulación, el valor óptimo del módulo del coeficiente de reflexión se produce a 4 GHz, mientras que el máximo tolerable se produce a las frecuencias 5,44 GHz y 2,56 GHz, cuyos valores coinciden en buena aproximación con el ancho de banda fraccional previamente estimado:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{(5,44 - 2,56) \cdot 10^9}{4 \cdot 10^9} = 0,72 = 72\% \quad 1.147$$

7.3. Redes de adaptación basadas en *stubs*

El uso de determinadas secciones de línea de transmisión, acabadas en circuito abierto o cortocircuito, conocidas como *stubs*, permite implementar redes de adaptación. La ventaja de introducir *stubs* es que son fabricados directamente como parte de las líneas de transmisión del circuito de microondas de interés a un coste ínfimo. La configuración de los *stubs* puede ser en serie o en paralelo, pese a que desde el punto de vista práctico, en la gran mayoría de casos se opta por la segunda opción ya que la implementación en paralelo es fácilmente realizable en líneas de transmisión convencionales tales como líneas *microstrip* o *stripline*.

La figura 27 muestra la configuración típica de una red de adaptación basada en un *stub* en paralelo. Los parámetros de diseño son la distancia l_1 de la línea de transmisión adicional ubicada entre la carga y el *stub*, así como el valor de la susceptancia, B , del propio *stub* que determinará una segunda longitud l_2 . En efecto, el valor de l_1 se diseña para que la admitancia Y_A cumpla:

$$Y_A = Y_0 + jB \quad 1.148$$

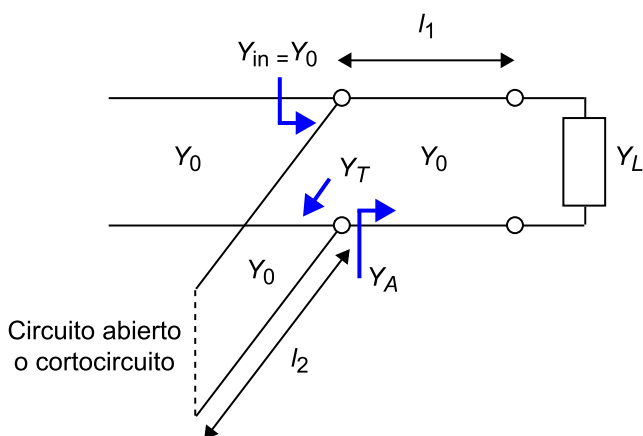
mientras que l_2 se diseña para la admitancia del *stub*, Y_T sea:

$$Y_T = -jB \quad 1.149$$

de forma que la admitancia a la entrada de la red de adaptación Y_{in} satisfaga:

$$Y_{in} = Y_A + Y_T = Y_0 \quad 1.150$$

Figura 27. Red de adaptación basada en un *stub* en paralelo



Las redes de adaptación basadas en *stubs* pueden usar 2 secciones de *stubs*. Este hecho aumenta la complejidad del diseño añadiendo un grado de libertad, pero permite generar sintonizadores de forma que podemos reajustar la red de adaptación para cargas variables.

A continuación realizaremos un ejemplo de diseño de una red de adaptación basada en un *stub* paralelo mediante el uso de la carta de Smith y comprobaremos el resultado mediante simulación.

Diseñar una red de adaptación basada en un *stub* paralelo cortocircuitado para adaptar una carga de $Z_L = 90 - j 120 \Omega$ a una línea de transmisión con impedancia característica 75Ω a una frecuencia de 2 GHz. Considerar una $\epsilon_r = 4$.

Solución

Inicialmente representaremos el valor de la impedancia de carga normalizada en la carta de Smith:

$$\overline{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1,2 - j1,6 \quad 1.151$$

Dada la configuración de *stub* en paralelo (figura 27) resulta conveniente trabajar con admitancias, de manera que rotamos el valor de la impedancia de carga 180° usando el círculo VSWR correspondiente (figura 28). Este punto resulta:

$$\overline{Y}_L = \frac{1}{\overline{Z}_L} = 0,3 + j0,4 \quad 1.152$$

La longitud de la línea de transmisión ubicada entre la carga y el *stub*, l_1 , nos debe conducir al resultado de la ecuación 1.148, que normalizado implica:

$$\overline{Y}_A = 1 + j\overline{B} \quad 1.153$$

Por tanto, l_1 queda determinado como la distancia entre la admitancia de carga y las intersecciones con el círculo correspondiente a la ecuación 1.153, considerando movimiento hacia el generador. Notemos que existen dos soluciones:

$$\overline{Y}_A = 1 + j1,47 \quad 1.154$$

$$\overline{Y}_A = 1 - j1,47 \quad 1.155$$

Y por tanto dos valores para la longitud:

$$l_1 = 0,176\lambda - 0,066\lambda = 0,11\lambda \quad 1.156$$

$$l'_1 = 0,325\lambda - 0,065\lambda = 0,260\lambda \quad 1.157$$

Ambas son soluciones válidas, aunque por lo general nos quedaremos con las distancias más cortas porque reducen las pérdidas y el consumo de área y mejoran los anchos de banda de la adaptación. Así, las dos soluciones requieren, de acuerdo con la ecuación 1.149, que el *stub* cumpla, respectivamente:

$$\overline{Y}_T = -j1,47 \quad 1.158$$

$$\overline{Y}_T = j1,47 \quad 1.159$$

Dado que consideramos un *stub* cortocircuitado, el valor l_2 queda determinado por la distancia entre $\overline{Y} = \infty$ y el valor \overline{Y}_T e \overline{Y}_T' resultando:

$$l_2 = 0,095\lambda \quad 1.160$$

$$l'_2 = 0,404\lambda \quad 1.161$$

Finalmente, consideramos la primera solución, pues minimiza ambas longitudes, calculadas a continuación:

$$l_1 = 0,110\lambda = 0,110 \frac{c}{f_0 \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = 8,25\text{mm} \quad 1.162$$

$$l_2 = 0,095\lambda = 0,095 \frac{c}{f_0 \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = 7,13\text{mm} \quad 1.163$$

La figura 29 detalla el esquemático del circuito diseñado, así como el resultado de la simulación de la magnitud del coeficiente de reflexión.

Figura 28. Solución al ejemplo planteado mediante el uso de la carta de Smith

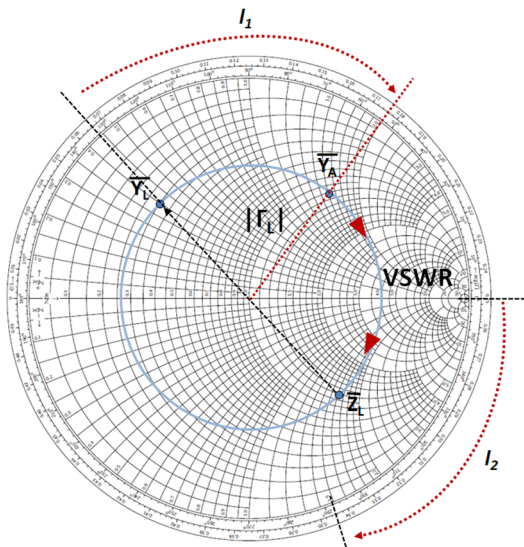
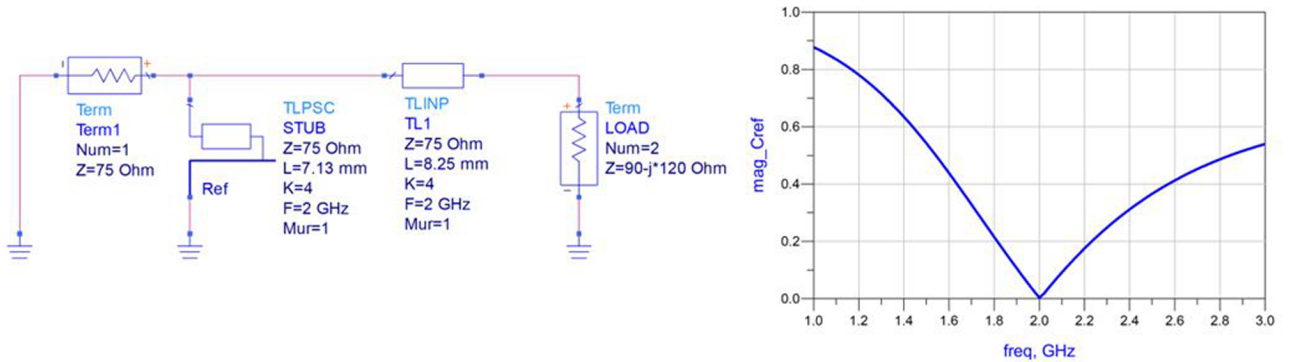


Figura 29. Red de adaptación solución del ejemplo planteado y su correspondiente coeficiente de reflexión (en magnitud)



La adaptación se produce a 2 GHz.

8. Líneas de transmisión con pérdidas. Dispersión

Hasta ahora, como se ha comentado anteriormente, se han derivado las principales ecuaciones asociadas a las líneas de transmisión sin considerar las pérdidas o, en otras palabras, asumiendo una constante de atenuación nula, $\alpha = 0$. La tabla 4 resume, a continuación, la extracción de las principales magnitudes estudiadas en este módulo asumiendo pérdidas, es decir, para una línea general.

Tabla 4. Fórmulas para líneas de transmisión generales y sin pérdidas

Magnitud	Símbolo	Línea general	Línea sin pérdidas
Constante de propagación	γ	$\sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$	$j\omega\sqrt{LC}$
Constante de fase	β	$Im\{\gamma\}$	$\omega\sqrt{LC} = \frac{2\pi}{\lambda}$
Constante de atenuación	α	$Re\{\gamma\}$	0
Impedancia característica	Z_0	$\sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$	$\sqrt{\frac{L}{C}}$
Coefficiente de reflexión	Γ_L	$\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$	$\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$
Impedancia de entrada	Z_{in}	$Z_0 \frac{Z_L \cosh \gamma l + Z_0 \sinh \gamma l}{Z_0 \cosh \gamma l + Z_L \sinh \gamma l}$	$Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l}$
Impedancia de línea cortocircuitada	$Z_{in}(Z_L = 0)$	$Z_0 \tanh \gamma l$	$jZ_0 \tan \beta l$
Impedancia de línea en circuito abierto	$Z_{in}(Z_L \rightarrow \infty)$	$Z_0 \cot \gamma l$	$-jZ_0 \cot \beta l$
Impedancia de línea de $\lambda/2$	$Z_{in}(l = \frac{\lambda}{2})$	$Z_0 \frac{Z_L \cosh \alpha l + Z_0 \sinh \alpha l}{Z_0 \cosh \alpha l + Z_L \sinh \alpha l}$	Z_L
Impedancia de línea de $\lambda/4$	$Z_{in}(l = \frac{\lambda}{4})$	$Z_0 \frac{Z_L \sinh \alpha l + Z_0 \cosh \alpha l}{Z_0 \sinh \alpha l + Z_L \cosh \alpha l}$	$\frac{Z_0^2}{Z_L}$

Magnitud	Símbolo	Línea general	Línea sin pérdidas
Relación de onda estacionaria	VSWR	$\frac{1+ \Gamma_L }{1- \Gamma_L }$	$\frac{1+ \Gamma_L }{1- \Gamma_L }$

En general, la constante de fase, β , es una función complicada dependiente de la frecuencia cuando se consideran las pérdidas. En efecto, desarrollando la constante de propagación:

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = j\omega\sqrt{LC} \sqrt{1 - j\left(\frac{R}{\omega L} + \frac{G}{\omega C}\right) - \frac{RG}{\omega^2 LC}} \quad 1.164$$

Por lo tanto, β , que consiste en la parte imaginaria de γ (véase tabla 4), no es lineal en el caso de considerar pérdidas (pues no depende linealmente de ω). Por consiguiente, la velocidad de fase será dependiente de la frecuencia, según la ecuación:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\text{Im}\{\gamma\}} \quad 1.165$$

Esto implica que los diferentes componentes en frecuencia de un cierto ancho de banda de señal viajarán a diferentes velocidades de propagación generando dispersión, esto es, distorsionando la señal, cuyo efecto es generalmente indeseado. No obstante, existe un caso particular en el que esto no sucede. Concretamente, si se cumple la siguiente condición hablamos de **línea sin distorsión**:

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C} \quad 1.166$$

Usando dicha condición en la ecuación 1.164 obtenemos:

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} \sqrt{1 - j2\frac{R}{\omega L} - \frac{R^2}{\omega^2 L^2}} = j\omega\sqrt{LC} \left[1 - j\frac{R}{\omega L}\right] \Rightarrow \beta = \text{Im}\{\gamma\} = j\omega\sqrt{LC} \quad 1.167$$

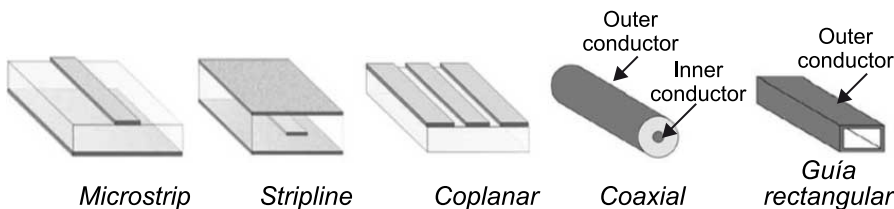
que sí que se corresponde con una constante de fase lineal (pues β depende linealmente de ω), aunque en este caso existen pérdidas, ya que la constante de atenuación se expresa como:

$$\alpha = \text{Re}\{\gamma\} = R\sqrt{\frac{C}{L}} \quad 1.168$$

9. Implementación de líneas de transmisión físicas

La figura 30 muestra algunas de las principales líneas de transmisión usadas en la implementación de circuitos de microondas.

Figura 30. Principales líneas de transmisión



Las **líneas microstrip** consisten en dos metales ubicados en las caras opuestas de un sustrato, una de ellas destinada a propagar la señal, y la otra destinada como plano de masa. Se trata del tipo de línea más usado en circuitos integrados de microondas. Ello es debido a que presenta ventajas como bajo coste, pequeñas dimensiones, facilidad de integración de dispositivos activos, permite el uso de métodos fotolitográficos de producción de circuitos, buena repetitividad, etc. Algunas desventajas son los niveles de pérdidas, las bajas potencias soportadas y la mayor inestabilidad con la temperatura.

Por su parte, las **líneas stripline** están constituidas por 3 conductores, siendo el metal central el conductor principal y los metales externos los planos de masa. Esta topología ofrece un buen grado de aislamiento así como una mejora en la inmunidad al ruido y una menor velocidad de propagación. Como principal desventaja, la configuración *stripline* adolece de un bajo factor de calidad y requiere de 3 capas de metal.

Por su parte, las **líneas de transmisión coplanares** consisten en 3 metales ubicados al mismo nivel sobre un sustrato, siendo el metal central el destinado a la propagación y los externos los planos de masa. Esta configuración simplifica el conexionado entre línea principal y planos de masa (ya que no requiere de vías a través del sustrato). Las principales ventajas son la buena característica de dispersión, la facilidad de integración y el bajo nivel de elementos parásitos. Las desventajas consisten en una pobre compatibilidad con dispositivos activos y su coste.

La tabla 5 resume la comparativa entre las principales líneas de transmisión en términos de frecuencia de uso, rango de impedancia característica, factor de calidad, dimensiones, potencia, compatibilidad con dispositivos activos y coste.

Tabla 5. Comparativa entre varios tipos de líneas de transmisión

Transmission line	Usable frequency range (GHz)	Z ₀ (Ω)	Q	Small size	Handled power	Compatibility with active devices	Low cost
Waveguide	1-300	100-500	++	--	++	-	-
Coaxial cable	<50	10-600	+	-	+	-	-
Stripline	<20	10-120	-	0	0	0	0
Microstrip	<50	10-120	-	+	-	++	+
Coplanar line	<100	40-150	-	0	-	+	+
Slotline	<40	20-150	0	0	-	+	0
Suspended stripline	<50	30-200	+	-	0	0	+
Image line	10-300	30-200	++	0	-	--	-

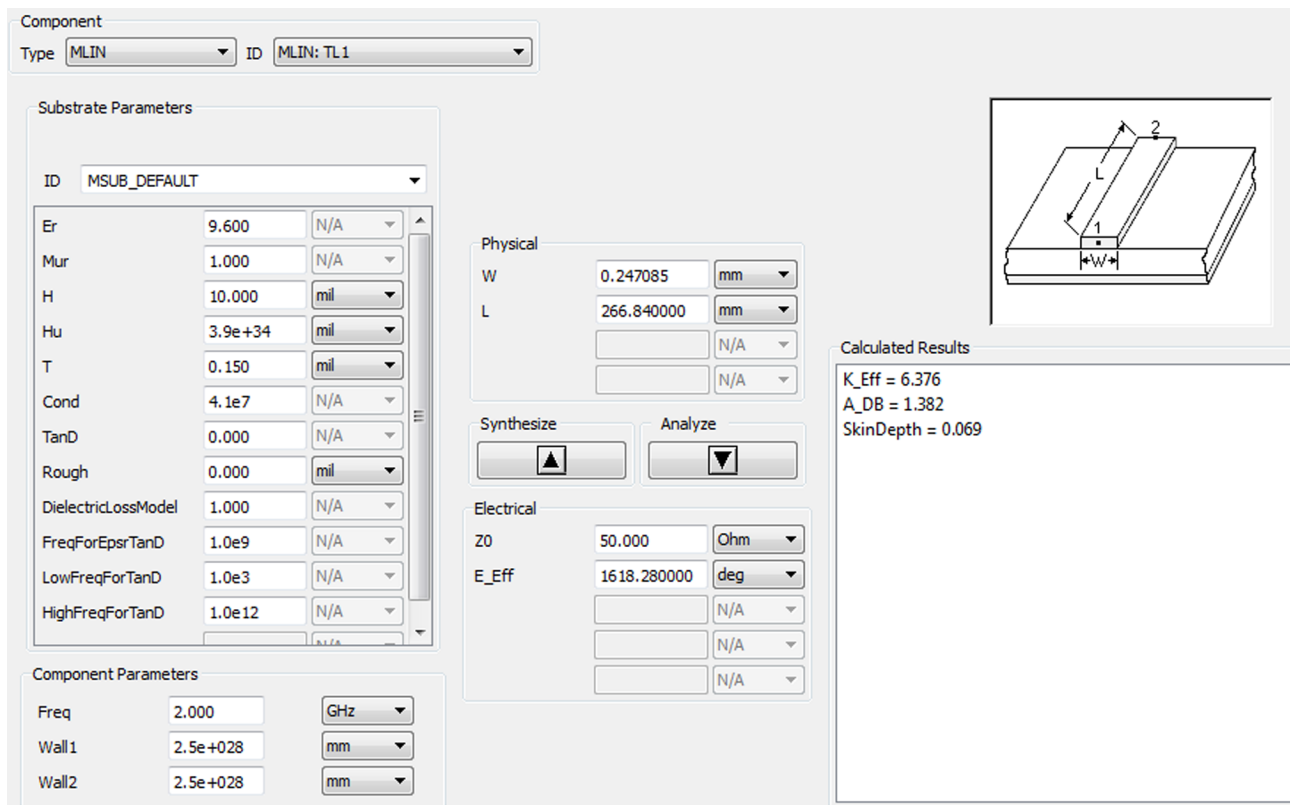
Legend: ++ very good; + good; 0 neutral; - poor; -- very poor.
 Fuente: Extraída de R. Sorrentino y otros. (2010). *Microwave and RF Engineering* (pág. 41). John Wiley & Sons.

Lectura recomendada

Las ecuaciones de diseño de interés de estas líneas de transmisión, tales como la impedancia característica en función de los parámetros geométricos, eléctricos, frecuencias de operación de las mismas, etc., se detallan en: **D. M. Pozar (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.**

En la actualidad, los ingenieros de microondas cuentan con potentes herramientas de simulación que integran calculadores de líneas de transmisión que permiten determinar sus parámetros de interés, resolviendo sus principales ecuaciones (figura 31).

Figura 31. Calculador de líneas de transmisión del software ADS (*Line Calc*). Aplicación para una línea *microstrip*



Resumen

En el presente módulo se han descrito los rangos de validez de la teoría convencional de circuitos, así como la propagación en las líneas de transmisión y se ha establecido como criterio para aplicar la teoría de líneas de transmisión en circuitos de microondas, de dimensión d , que cumplan con la siguiente longitud eléctrica:

$$LE = \frac{d}{\lambda} > \frac{1}{20} \quad 1.169$$

Asimismo, se ha definido el concepto de línea de transmisión como una red de parámetros distribuidos en la que las tensiones e intensidades pueden variar en magnitud y fase a lo largo de su longitud. Se ha considerado el modelo eléctrico equivalente de las líneas de transmisión y se han definido cuatro parámetros básicos constituyentes:

- L: Inductancia por unidad de longitud.
- R: Resistencia por unidad de longitud.
- C: Capacidad por unidad de longitud.
- G: Conductancia por unidad de longitud.

A partir de la resolución de las ecuaciones características de las líneas de transmisión hemos obtenido las ecuaciones de propagación de tensiones y corrientes. Posteriormente, hemos definido la impedancia característica, un parámetro clave de las líneas de transmisión, como el cociente de la onda de tensión progresiva (o regresiva) y la onda de corriente progresiva (o regresiva) en cualquier punto de la línea. Hemos explicado el impacto que tienen las pérdidas en los circuitos de microondas, y que la aproximación de circuitos sin pérdidas nos permite obtener excelentes descripciones del comportamiento de dichos circuitos, reduciendo la complejidad de las expresiones matemáticas de interés. Así, hemos considerado las principales ecuaciones despreciando las pérdidas, obteniendo:

$$V(x) = V_+ e^{-j\beta x} + V_- e^{j\beta x} \quad 1.170$$

$$I(x) = \frac{V_+}{Z_0} e^{-j\beta x} - \frac{V_-}{Z_0} e^{j\beta x} \quad 1.171$$

$$\beta = \omega \sqrt{LC} \quad 1.172$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad 1.173$$

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \lambda f = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad 1.174$$

Una vez dominadas las ecuaciones básicas en función de los parámetros de interés, hemos determinado la impedancia y el coeficiente de reflexión en función de la posición en una línea de transmisión:

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = Z_0 \frac{V_+ e^{-j\beta x} + V_- e^{j\beta x}}{V_+ e^{-j\beta x} - V_- e^{j\beta x}} \quad 1.175$$

$$\Gamma(x) = \frac{Z(x) - Z_0}{Z(x) + Z_0} \quad 1.176$$

Esto nos ha permitido determinar la ecuación de impedancia de una línea de transmisión que consiste en determinar la impedancia de entrada en un punto determinado:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan\beta l}{Z_0 + jZ_L \tan\beta l} \quad 1.177$$

La dependencia de esta función con parámetros tales como las dimensiones de la línea, la frecuencia, la impedancia característica y la carga nos permite comprender el impacto de estas variables en el diseño de circuitos de microondas y sus diferencias con respecto a la electrónica convencional. Asimismo, hemos definido la relación de onda estacionaria, una de las especificaciones características de los componentes de microondas como:

$$VSWR = \frac{|V_{\max}|}{|V_{\min}|} = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} \quad 1.178$$

El análisis de interfaces entre líneas de transmisión nos ha permitido derivar un coeficiente de transmisión, dado por:

$$T = 1 + \Gamma \quad 1.179$$

En lo que se refiere al balance de potencias en una línea de transmisión, se han definido dos especificaciones importantes de los circuitos de microondas, en concreto, las pérdidas de inserción y de retorno:

$$IL = -10 \log \frac{P_t}{P_{in}} \quad 1.180$$

$$RL = -10 \log \frac{P_r}{P_{in}} \quad 1.181$$

Asimismo, considerando un sistema genérico completo basado en generador/línea de transmisión/carga hemos calculado la potencia entregada a la carga en diversas situaciones de interés. En particular, se ha determinado que el máximo valor de potencia librada a la carga se produce mediante la condición de adaptación conjugada:

$$Z_{\text{in}} = Z_G^* \quad 1.182$$

A continuación hemos analizado el concepto de redes de adaptación, cuya misión es adaptar cargas de impedancia diferente a la característica de la línea de interés. Hemos detallado el diseño de redes de adaptación mediante tres técnicas, a saber:

- Elementos discretos
- Transformadores de $\lambda/4$
- *Stubs* de adaptación

Asimismo, hemos aplicado la carta de Smith a la resolución de líneas de transmisión y diseño de redes de adaptación, verificando la validez de las ecuaciones descritas en el módulo. Finalmente, hemos explicado el impacto de los efectos de pérdidas y dispersión en líneas de transmisión y se han introducido las principales topologías de implementación.

Ejercicios de autoevaluación

1. Una línea de transmisión de dimensiones 20λ se aborda mediante...
 - a) la teoría convencional de circuitos a bajas frecuencias.
 - b) la teoría de líneas de transmisión.
 - c) Ambas teorías son compatibles en este caso.
 - d) Todas las respuestas anteriores son falsas.

2. Las pérdidas del modelo eléctrico equivalente de una sección de línea de transmisión...
 - a) se modelizan mediante la rama paralela.
 - b) se modelizan mediante la rama serie.
 - c) se modelizan mediante los coeficientes R y L .
 - d) se modelizan mediante los coeficientes R y G .

3. En una línea de transmisión sin pérdidas...
 - a) la impedancia característica es independiente de la frecuencia.
 - b) el circuito no padece distorsión.
 - c) no existe reflexión en la carga.
 - d) Las respuestas a) y b) son correctas.

4. Para una línea de transmisión cargada con un cortocircuito...
 - a) el módulo del coeficiente de reflexión es idéntico al de una carga en circuito abierto.
 - b) el coeficiente de reflexión es nulo.
 - c) el coeficiente de reflexión es la unidad.
 - d) Todas las respuestas anteriores son falsas.

5. La impedancia de entrada de una línea de transmisión cargada de longitud $l = 5\lambda/4$...
 - a) es idéntica a la de la carga.
 - b) es puramente inductiva.
 - c) constituye un inversor de impedancias.
 - d) es puramente capacitiva.

6. Si el valor de onda estacionaria en una línea de transmisión es $VSWR = 3$,...
 - a) la línea está adaptada.
 - b) la línea está terminada mediante un cortocircuito.
 - c) la magnitud del voltaje reflejado es la mitad del incidente.
 - d) Todas las respuestas anteriores son falsas.

7. En un sistema generador-línea de transmisión-carga, la máxima transferencia de potencia a la carga se produce cuando...
 - a) existe adaptación conjugada.
 - b) la fuente está adaptada a la línea.
 - c) la carga está adaptada a la línea.
 - d) Todas las respuestas anteriores son falsas.

8. Las redes de adaptación basadas en transformadores $\lambda/4$ para adaptar una carga a una línea de transmisión Z_0 ...
 - a) permiten adaptar cargas de valor arbitrario.
 - b) se diseñan con una línea de impedancia característica igual a Z_0 .
 - c) pueden controlar el ancho de banda efectivo mediante multisecciones.
 - d) no presenta multirreflexión.

9. Una línea de transmisión cuyos parámetros cumplen $RC = GL$...
 - a) no presenta pérdidas.
 - b) no presenta distorsión.
 - c) está adaptada.
 - d) no presenta multirreflexión.

10. El mejor balance entre compatibilidad con dispositivos activos y consumo de área lo proporcionan las líneas de transmisión...

- a) coaxiales.
- b) coplanares.
- c) *stripline*.
- d) *microstrip*.

Solucionario

Ejercicios de autoevaluación

1. b

2. d

3. d

4. a

5. c

6. c

7. a

8. c

9. b

10. d

Glosario

adaptación conjugada f Relación de impedancias que se corresponde con el máximo valor de potencia librada a la carga.

adaptación de impedancias f Condición de carga de una línea de transmisión que evita la aparición de la onda reflejada.

coeficiente de reflexión m Relación entre la amplitud de la onda reflejada y la amplitud de la onda incidente.

coeficiente de transmisión m Relación de amplitud de la onda transmitida y la amplitud de onda incidente. Su valor se establece como $1 +$ coeficiente de reflexión.

impedancia característica f Relación entre la amplitud de la onda de tensión progresiva (o regresiva) y la onda de corriente progresiva (o regresiva) en cualquier punto de la línea de transmisión.

inversor de impedancia m Sección de línea de transmisión cuya impedancia de entrada presenta una dependencia inversamente proporcional a la carga. Este circuito se denomina también transformador $\lambda/4$.

línea de transmisión f Sistema de conductores adecuado para transmitir señales electromagnéticas eficientemente entre dos o más terminales.

longitud eléctrica f Relación entre las dimensiones de un circuito y la longitud de onda propagada por el mismo.

onda estacionaria f Onda resultante de la interferencia, a lo largo de la línea de transmisión, de la onda progresiva y de la onda regresiva.

onda progresiva f Onda que viaja en el sentido del generador a la carga.

onda regresiva f Onda que viaja en el sentido de la carga al generador.

pérdidas de inserción fpl Relación entre la potencia transmitida y la potencia incidente en un circuito.

pérdidas de retorno fpl Relación entre la potencia reflejada y la potencia incidente en un circuito.

red de adaptación f Circuito que permite adaptar una carga a una línea de transmisión.

relación de onda estacionaria f Relación entre la amplitud máxima y mínima de una onda estacionaria.

stub m Sección de línea de transmisión acabada en circuito abierto o cortocircuito, que permite implementar redes de adaptación.

teoría de líneas de transmisión f Teoría que describe el comportamiento de los circuitos operando a altas frecuencias. La impedancia se distribuye continuamente mediante elementos distribuidos a lo largo de los conductores que constituyen los circuitos y las dimensiones de los mismos deben ser consideradas en su resolución.

velocidad de fase f Relación entre la frecuencia de una señal y su constante de fase.

Bibliografía

- Chang, K.** (2000). *RF and Microwave Wireless Systems*. John Wiley & Sons.
- Collin, R. E.** (2001). *Foundations for Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.
- Golio, M.** (2001). *The RF and Microwave Handbook*. CRC Press.
- Pozar, D. M.** (2001). *Microwave and RF Design of Wireless Systems*. John Wiley & Sons.
- Pozar, D. M.** (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.
- Sorrentino, R. y otros** (2010). *Microwave and RF Engineering*. John Wiley & Sons.
- Vendelin, G. D. y otros** (2005). *Microwave Circuit Design using Linear and Nonlinear Techniques*. John Wiley & Sons.

