

Sistemes de radar

José A. López-Salcedo

PID_00185441

Els textos i imatges publicats en aquesta obra estan subjectes –llevat que s'indiqui el contrari– a una llicència de Reconeixement-NoComercial-SenseObraDerivada (BY-NC-ND) v.3.0 Espanya de Creative Commons. Podeu copiar-los, distribuir-los i transmetre'ls públicament sempre que en citeu l'autor i la font (FUOC. Fundació per a la Universitat Oberta de Catalunya), no en feu un ús comercial i no en feu obra derivada. La llicència completa es pot consultar a <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/es/legalcode.ca>.

Índex

Introducció	5
Objectius	6
1. Evolució històrica dels sistemes de radar	7
2. Fonaments bàsics dels sistemes de radar	11
2.1. Tipus de sistemes de radar	11
2.2. Detecció d'objectius.....	12
2.3. Determinació de la distància a l'objectiu.....	13
2.4. Equació del radar	15
2.5. Secció transversal de radar	17
2.6. Freqüències d'operació	20
2.7. Aplicacions dels sistemes de radar.....	22
3. Arquitectura d'un sistema de radar	23
3.1. Elements de transmissió	23
3.2. Elements de recepció.....	26
4. Detecció de senyals en soroll	31
4.1. Caracterització estadística del soroll en detecció	31
4.2. Formulació del problema de detecció de senyal	33
4.3. Criteris de detecció amb PDF completament caracteritzades ..	35
4.3.1. Criteri de detecció de mínim risc bayesià	35
4.3.2. Criteri de detecció de Neyman-Pearson.....	37
4.3.3. Criteri de detecció seqüencial	39
4.4. Criteris de detecció amb PDF incompletes	41
4.4.1. Criteri de detecció de GLRT	41
4.4.2. Criteri de detecció bayesià	42
4.4.3. Criteri de detecció de Wald	43
4.4.4. Criteri de detecció de Rao	43
5. Precisió en la determinació d'objectius	44
5.1. Funció d'ambigüitat	46
5.2. Compressió de polsos de radar	51
6. Degradacions causades per efectes de propagació	55
6.1. Efecte de reflexió.....	55
6.2. Efecte de refracció.....	58
6.3. Efecte de difracció.....	60
6.4. Efecte de curvatura de la Terra	60

6.5.	Atenuació	61
6.6.	Ecos paràsits	62
6.6.1.	Ecos paràsits de superfície	63
6.6.2.	Ecos paràsits volumètrics	65
6.6.3.	Ecos paràsits puntuals	66
7.	Tipus bàsics de sistemes de radar	68
7.1.	Radar d'ona contínua	68
7.2.	Radar Doppler polsant	70
7.3.	Radar de seguiment	72
Resum	76
Activitats	79
Abreviacions	80
Bibliografia	81

Introducció

Un sistema de radar (acrònim dels termes anglesos *radio detection and ranging*, 'detecció i mesura de distància per ràdio') es basa en la transmissió i la recepció de senyals electromagnètics amb l'objectiu de detectar i localitzar la presència d'objectes dins d'un cert radi de cobertura. Tot i que el seu principi operatiu és certament senzill, els detalls que envolten la propagació del senyal de radar, el condicionament del senyal rebut i la informació que aquest senyal proporciona han estat objecte d'estudi durant diverses dècades i encara avui presenten certs reptes tecnològics. Lluny de ser exhaustiu, aquest mòdul pretén oferir una visió introductòria als sistemes de radar i presentar-ne els fonaments bàsics d'operació, els elements que componen l'arquitectura del sistema i els principals aspectes que afecten la precisió de les mesures de radar. Al llarg del text es proporciona un gran nombre de referències bibliogràfiques amb les quals poder complementar i ampliar els coneixements que s'exposen aquí.

Objectius

Els objectius d'aquest mòdul són:

- 1.** Oferir una visió general dels diferents sistemes de radar existents, les seves aplicacions més comunes i la seva evolució històrica.
- 2.** Presentar els fonaments teòrics en què es basa el funcionament d'un sistema de radar.
- 3.** Descriure els diferents elements que formen un sistema de radar i els paràmetres bàsics que el descriuen.
- 4.** Comprendre els efectes de propagació que pateix el senyal de radar i les seves implicacions des del punt de vista pràctic.
- 5.** Calcular la precisió que ofereixen els senyals de radar.
- 6.** Distingir els diferents tipus de radars més utilitzats, a més de les seves característiques principals i limitacions.

1. Evolució històrica dels sistemes de radar

La propietat fonamental en què es basa el funcionament d'un sistema de radar és la capacitat de reflexió que presenten les ones electromagnètiques en incidir sobre un objecte.

La propietat de reflexió de les ones electromagnètiques, juntament amb altres com la refracció o la polarització, va ser descoberta per Heinrich Hertz a les acaballes del segle XIX. La importància d'aquest descobriment és que Hertz va demostrar que, tal com passava amb la llum visible, les ones electromagnètiques també eren capaces de reflectir-se en incidir sobre un objecte. Aquesta demostració va ser la que uns anys més tard es va aplicar a la detecció i la localització d'objectes, amb el mateix principi pel qual l'ull humà és capaç de detectar els objectes que l'envolten mitjançant la llum que s'hi reflecteix.

Aprofitant els resultats de Hertz, el també alemany Christian Hülsmeier va ser un dels primers investigadors a desenvolupar una aplicació pràctica en relació amb la reflexió d'ones electromagnètiques. El 1904, Hülsmeier va registrar una patent per a un equip anomenat *telemobiloscope*, l'objectiu del qual era ajudar la navegació marítima mitjançant la detecció de vaixells a distàncies de fins a tres quilòmetres, i prevenir així possibles col·lisions. Hülsmeier, però, va ser un home avançat al seu temps; la tecnologia disponible en la seva època no va permetre que la seva invenció arribés a popularitzar-se plenament, atesos el radi d'abast i la precisió obtinguda. Uns anys més tard van aparèixer aplicacions similars, també orientades a la detecció de vaixells, com la desenvolupada el 1922 per A. Taylor i L. Young, al Naval Research Laboratory (NRL) dels Estats Units.

Els anys posteriors, des de 1930 fins a 1940, es poden considerar plenament com l'inici del període d'expansió en el desenvolupament de sistemes de radar. Els avenços més significatius es van dur a terme principalment a Alemanya, el Regne Unit i els Estats Units, en una cursa per a obtenir sistemes de radar tan fiables i precisos com fos possible. En aquesta època es van començar a establir les bases del que avui en dia són els sistemes de radar moderns. En aquest sentit, una de les contribucions més importants va ser la d'Eric Hollmann, a qui s'atribueixen els primers dissenys de magnetrons per a la generació de senyals electromagnètics d'alta potència. De fet, la majoria dels

radars que es van construir entre 1930 i 1940 estaven basats en les seves idees i recomanacions.

A mesura que van transcórrer els anys, els primers sistemes de radar orientats a la detecció de vaixells van evolucionar vers la detecció aèria. Això va ser conseqüència d'un context internacional en què el desenvolupament d'avions de combat i l'aparició de tensions polítiques entre diferents països van generar suspicàcies sobre la possibilitat d'un conflicte bèl·lic. La gran vulnerabilitat existent en aquella època davant d'atacs aeris va fer que es dediquessin grans esforços a escala mundial per a investigar i desenvolupar sistemes de radar. Al començament de la dècada de 1930, els governs de les principals potències van començar a prioritzar els treballs duts a terme en els seus respectius països amb relació a la detecció d'objectius aeris. Com a prova d'això, els treballs iniciats per A. Taylor i L. Young a l'NRL, i que havien transcorregut sense gran interès ni suport per part del seu govern, aviat es van classificar i assignar com de màxima prioritat. No va ser fins a 1933 que els seus resultats van veure la llum en forma de patent atribuïda conjuntament amb L. Hyland, també de l'NRL.

En el període de 1933 a 1935, l'activitat de l'NRL va donar lloc a l'aparició dels primers sistemes de radar basats en la transmissió d'ones contínues (CW, de l'anglès *continuous wave*) i en la transmissió de senyals polsants, ambdós operant a freqüències de 60 MHz. Tanmateix, la detecció dels objectius era encara molt imprecisa, i aviat es va identificar la necessitat de treballar amb freqüències més altes per a, d'una banda, reduir la mida de les antenes i, de l'altra, augmentar la precisió en la detecció dels objectius. Els experiments duts a terme a l'NRL els anys posteriors van donar lloc a models experimentals de radar a 200 MHz, i van ser els primers a fer servir un sistema duplexor per a utilitzar una mateixa antena com a transmissora i receptora. La versió d'alta potència d'aquests radars era coneguda com radar XAF, dels quals el 1941 es van instal·lar unes quantes unitats en diversos vaixells de la marina nord-americana. Paral·lelament, l'US Army Signal Corps havia estat desenvolupant sistemes de radar en què s'usaven les vàlvules de Hans Eric Hollmann per a generar ones electromagnètiques. El 1938, la primera versió d'aquest radar, conegut com a SCR-268, es va certificar com operacional per a la vigilància antiaèria, i va ser el sistema més utilitzat als Estats Units fins al 1944. Del model SCR-268 es van instal·lar setze unitats a Honolulu (Hawaii) i també sis unitats d'un model desenvolupat el 1941 i conegut com a SCR-270, una variant de l'SCR-268 específicament dissenyada per a la detecció primerenca d'objectius a molt llarga distància.

En els preliminars de la Segona Guerra Mundial, el desenvolupament de sistemes de radar va ser molt actiu no solament als Estats Units, sinó també principalment a Alemanya i, posteriorment, al Regne Unit. A Alemanya, Hans Eric Hollmann i els científics Hans-Karl von Willis i Guenther Erbsloeh van fundar una empresa anomenada GEMA, en la qual l'any 1934 van desenvolupar un radar per a detectar vaixells i també van realitzar tasques de consultoria

Pearl Harbor

El desembre de 1941, l'atac aeri sobre Pearl Harbor va ser detectat per un dels sis radars SCR-270 desplegats a l'illa. El radar, però, estava instal·lat en una estació en proves a la zona nord de l'illa d'Oahu, i el personal tècnic que operava el radar en aquell moment va malinterpretar els senyals rebuts com a procedents d'una formació amiga de bombarders nord-americans que havia d'aterrar a l'illa pels volts d'aquella hora.

per a altres empreses tecnològiques alemanyes de l'època, com Telefunken. Uns anys més tard, el 1937, GEMA va presentar un radar de detecció prime-
renca d'objectius aeris conegut amb el nom de Freya, que operava a freqüèn-
cies d'entre 120 i 130 MHz i tenia un abast al voltant dels 160 quilòmetres.
D'aquest model es van arribar a produir prop de mil unitats durant la Segona
Guerra Mundial. Paral·lelament, Telefunken va adquirir moltes de les patents
de Hollmann, i les va registrar també als Estats Units, per la qual cosa una
gran part del treball de Hollmann va servir de base per al desenvolupament
dels primers radars nord-americans de l'època. El 1936, Telefunken va pre-
sentar a Alemanya un radar que seria conegut posteriorment amb el nom de
Würzburg, que operava en la banda de 500 MHz i tenia un abast aproximat de
30 quilòmetres. Aquest radar, tecnològicament avançat a la seva època, es va
utilitzar de manera combinada amb radars Freya. Aquests últims s'encarrega-
ven de detectar i seguir objectes llunyans perquè, posteriorment, el Würzburg
determinés la distància exacta i l'altura a la qual eren els objectius.

Per la seva banda, l'interès del Regne Unit en el desenvolupament del radar
va ser posterior. No va ser fins l'any 1935 que el Regne Unit va començar a
prendre consciència de la seva vulnerabilitat davant possibles atacs aeris. Ara
bé, des d'aquest mateix moment, els esforços que hi van dedicar van ser molt
més intensos que els que s'estaven dedicant, per exemple, als Estats Units. El
mateix 1935 ja es van presentar els primers prototips de dispositius de radi-
odetecció, que operaven amb senyals polsants en freqüències d'entre 10 i 25
MHz. L'objectiu era crear una xarxa d'estacions, coneguda com Chain Home,
per a detectar objectius aeris i protegir el país davant les amenaces externes.
El 1938 ja hi havia una vintena d'aquestes estacions operatives, que funciona-
ven contínuament durant tot el dia. L'any següent es va fer un altre pas amb
el desenvolupament d'un sistema embarcat d'intercepció aèria a 200 MHz, el
qual es podia utilitzar en missions de vigilància per a sobrevolar les aigües
angleses i detectar així la presència de vaixells.

En qualsevol cas, si en alguna cosa s'estava d'acord durant els prelimi-
nars de la Segona Guerra Mundial era que els sistemes de radar tindrien
un paper clau si hi havia un conflicte armat, però que encara era ne-
cessari un avenç tecnològic substancial per a millorar-ne la precisió i la
fiabilitat. Aquest pas no es va aconseguir fins a la introducció dels sis-
temes basats en microones, amb freqüències d'operació per sobre dels
300 MHz, que oferien longituds d'ona inferiors a un metre.

Si bé Alemanya ja disposava de radars de microones al principi de 1940, a
la resta de països aquesta tecnologia no es va perfeccionar fins pràcticament
una dècada després. Com a prova del retard existent i de la necessitat de re-
tallar distàncies, el 1940 es va crear als Estats Units el Radiation Laboratory
(RadLab), adscrit al Massachussets Institute of Technology (MIT). L'objectiu
principal d'aquest laboratori era avançar en el disseny de radars de microones

i, en sis anys d'existència, el pressupost dedicat a aquesta tasca era comparable al destinat al desenvolupament de la bomba atòmica. Com a resultat d'aquests esforços, és possible afirmar que entre la darrera de la dècada de 1940 i mitjan la dècada de 1950 la tecnologia radar ja es podia considerar plenament madura.

RadLab

El RadLab es va clausurar oficialment en acabar la Segona Guerra Mundial, i se n'afirma que va ser una incubadora científicotecnològica sense precedents en la història moderna (Arnold, 2009-2010). Els seus desenvolupaments, i els de tots els científics precursors, es mantenen vius encara avui en dia, i han passat a formar part de la vida diària de milions de persones. Aquest és el cas dels forns de microones, el funcionament dels quals es basa en l'ús de magnetrons per a generar senyals electromagnètics en la freqüència d'oscil·lació de les molècules d'aigua. Moltes altres aplicacions civils han anat sorgint en les últimes dècades, com l'ús de radars per a la predicció meteorològica, l'ús de radars cinemàtics per a mesurar la velocitat dels vehicles o l'ús de radars per a controlar el trànsit aeri.

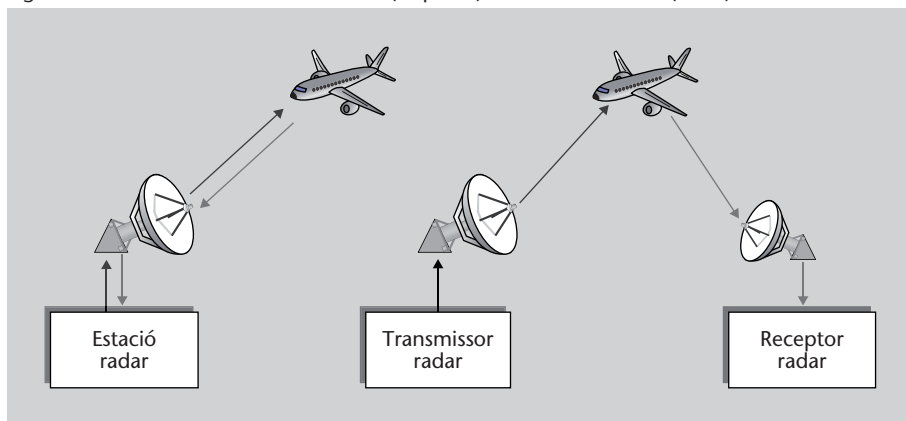
2. Fonaments bàsics dels sistemes de radar

2.1. Tipus de sistemes de radar

L'objectiu de qualsevol sistema de radar és detectar la presència d'un objecte o "blanc" a partir dels senyals que reflecteix quan és il·luminat amb ones electromagnètiques. Aquesta missió es pot dur a terme mitjançant diverses configuracions dels elements que formen el sistema, la qual cosa dóna lloc a la següent classificació de sistemes de radar:

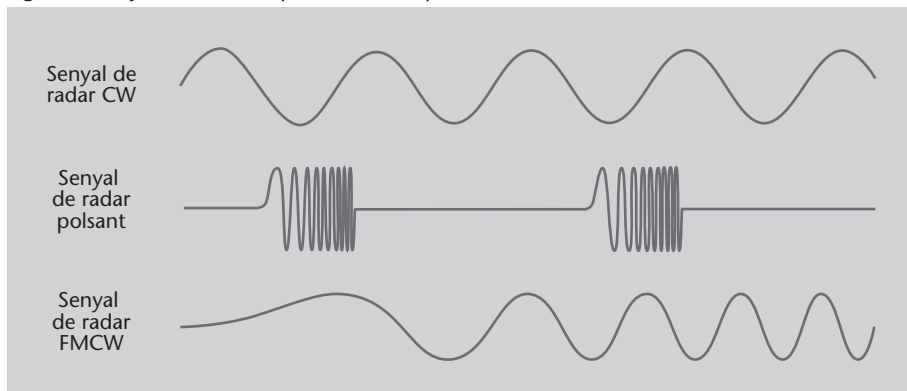
- Segons l'emplaçament del transmissor i el receptor, es denominen radars *monoestàtics* els sistemes en què el transmissor i el receptor estan situats en la mateixa localització i radars *biestàtics* aquells en què el transmissor i el receptor estan en localitzacions diferents. Ambdós casos s'il·lustren esquemàticament en la figura 1.

Figura 1. Sistemes de radar monoestàtic (esquerra) i de radar biestàtic (dreta)



- Segons la forma de l'ona transmesa, es distingeix entre radars d'ona contínua (CW), radars *polsants* i radars d'ona contínua modulada en freqüència (FMCW, de l'anglès *frequency-modulated continuous wave*). Aquests casos s'il·lustren esquemàticament en la figura 2.
- Segons el nombre d'antenes, es distingeix entre radars *monoantena* i radars *multiantena*. En aquests darrers cal distingir també entre radars basats en *phased-array*, és a dir, en múltiples antenes que envien o reben rèpliques escalades i desfasades d'un mateix senyal, i radars d'entrada i sortida múltiples (MIMO, de l'anglès *multiple-input multiple-output*), en els quals hi ha llibertat perquè el transmissor envii diferents senyals en cada antena.

Figura 2. Senyals transmeses per radars CW, polsants i FMCW



- Segons la interacció amb el blanc, es distingeix entre radars *primaris* i radars *secundaris* o d'*interrogació*. Els radars primaris il·luminen el blanc amb un senyal electromagnètic i processen el senyal reflectit en el blanc sense que hi hagi cap tipus d'interacció amb aquest blanc. Els radars secundaris, en canvi, envien un senyal d'interrogació al blanc i esperen que aquest envii la seva resposta, la qual es transmet a una freqüència diferent. Els avantatges d'aquest tipus de radars secundaris són diversos:
 - En primer lloc, el fet que la freqüència de resposta sigui diferent permet evitar els ecos que acostuma a causar el senyal transmès pel radar amb els objectes propers.
 - En segon lloc, la resposta del blanc permet identificar-lo per mitjà d'un procés heretat de tècniques utilitzades durant la Segona Guerra Mundial, conegut com *identification friend or foe* (IFF), per a obtenir informació sobre la seva altura i altres paràmetres de control.
 - En tercer lloc, el senyal que rep el radar secundari es transmet pel blanc, amb la qual cosa recorre la meitat de distància que el senyal que rep un radar primari.

Utilitat dels radars primaris i secundaris

Els radars secundaris s'utilitzen principalment en tasques de control del trànsit aeri, mentre que els radars primaris s'utilitzen en tasques de detecció de blancs no cooperatius.

2.2. Detecció d'objectius

La detecció d'objectius d'interès o *blancs* és un problema que s'emmarca en el que es coneix com a *teoria de la detecció*.

A grans trets, el problema que cal resoldre és l'anàlisi del senyal rebut i la presa d'una decisió sobre si aquest prové del reflex del senyal transmès en incidir sobre un blanc o si, per contra, es tracta únicament de soroll.

Vegeu també

La teoria de la detecció s'estudia detalladament en l'apartat 4.

La solució al problema de detecció és, doncs, binària, i encara que a primera vista pugui semblar un problema senzill, la realitat és que a la pràctica representa tot un desafiament, a causa de la presència de múltiples efectes no desitjats com ara la presència d'ecos, efectes de difracció, interferències, etc. Tot i que és cert que aquests efectes estan també presents en altres sistemes en què intervé la transmissió i la recepció de senyals electromagnètics, com els sistemes de comunicació mòbil, a diferència d'aquests sistemes, el senyal rebut que ha de processar un sistema de radar és en principi desconegut, ja que depèn de la geometria del blanc sobre el qual incideix el senyal transmès i de l'angle amb què hi incideix. Aquest desconeixement representa un problema afegit i un gran repte des del punt de vista del processament del senyal.

Un aspecte important que s'ha de destacar és que un sistema de radar no només permet detectar la presència d'un blanc, sinó que també permet identificar a quina distància es troba. A més, si es disposa d'informació de l'angle amb què arriba el senyal rebut, l'angle i la distància permeten conèixer la posició exacta del blanc en l'espai.

La determinació de l'angle difereix segons si el receptor de radar disposa d'una o múltiples antenes. En el cas dels **radars monoantena**, aquesta antena es disposa en un sistema rotatori amb el qual es realitza una escombrada de 360° al voltant de l'eix del radar. La direcció en què hi ha el blanc és aquella en la qual l'apuntament de l'antena indica més presència de senyal rebut. En el cas dels **radars multiantena**, el feix conformador de l'agrupació d'antenes es pot controlar electrònicament per a fer l'escombrada en totes direccions. Aquesta tècnica és la que es coneix com a *phased-array radar*, en la qual cada antena processa una versió desfasada del mateix senyal (Fenn i altres, 2000).

Una tècnica alternativa que darrerament atreu un gran interès és la del *radar MIMO*, en el qual el transmissor envia simultàniament múltiples senyals que poden estar correlats entre si o no. Aquesta llibertat en l'elecció dels senyals que radia cada antena permet que el nombre de blancs que es poden identificar de manera única amb un radar MIMO sigui N_t vegades més gran que en el cas d'un radar basat en *phased-array*, essent N_t el nombre d'antenes en transmissió (Li i Stoica, 2007).

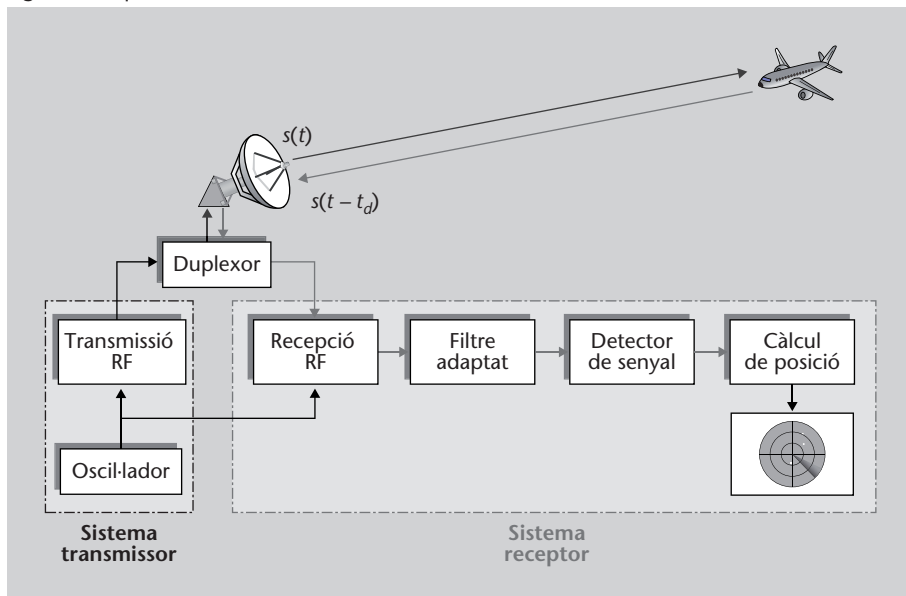
Observació

La complexitat associada al processament del senyal multiantena fa que el tractament d'aquests sistemes de radar quedi fora de l'abast d'aquest document.

2.3. Determinació de la distància a l'objectiu

Amb vista a fer-nos una idea més detallada del principi d'operació que regeix un sistema de radar, la figura 3 en mostra el diagrama de blocs de l'arquitectura bàsica.

Figura 3. Arquitectura bàsica d'un sistema de radar



Com s'hi pot observar, el transmissor envia un senyal electromagnètic que incideix en el blanc i genera un reflexió que arriba fins al receptor uns instants més tard.

El retard t_d que experimenta el senyal rebut està directament relacionat amb la distància recorreguda en el camí d'anada i tornada, per la qual cosa la *distància al blanc** es pot obtenir a partir de la fórmula

$$d = \frac{c \cdot t_d}{2}, \tag{1}$$

on $c = 3 \cdot 10^8$ m/s és la velocitat de la llum i el retard t_d es mesura en segons.

*En anglès, *range*

A la pràctica, el senyal transmès es pot reflectir no solament en el blanc d'interès, sinó també en altres objectes perifèrics llunyans com podria ser una muntanya o un edifici. És per això que el procediment habitual en un sistema de radar consisteix a enviar un senyal polsant durant un cert temps T_s i mantenir-se en silenci durant un temps T_i . El temps d'inactivitat T_i és necessari per a esperar que tots els possibles senyals reflectits arribin fins al receptor abans de tornar a enviar un altre pols. Si això no fos així es podria donar el cas que, justament en enviar el següent pols, arribés un senyal reflectit corresponent al pols anterior, de manera que el retard mesurat t_d seria enganyós i indicaria la presència d'un objecte molt proper. Per a evitar aquesta mena d'ambigüitats, el temps d'inactivitat T_i ha de ser més gran que el retard d'anada i tornada que experimenta el senyal reflectit en l'objecte perifèric més llunyà que es conegui.

En conjunt, el període de repetició amb el qual s'envien els polsos és $T_r \doteq T_s + T_i$ i, per tant, la distància més gran que es pot mesurar en absència d'ambigüitats és $R_{max} \doteq c \cdot T_r/2 = c/(2F_r)$, on $F_r \doteq 1/T_r$ és la freqüència de repetició dels polsos*.

*En anglès, *pulse repetition factor (PRF)*

Pel que fa a la durada T_s del pols transmès, d'una banda interessa que sigui tan curta com sigui possible, i d'aquesta manera resoldre amb precisió l'instant de temps en què arriba el senyal reflectit. Tanmateix, d'altra banda interessa que sigui prou llarga perquè l'energia transmesa permeti després detectar amb claredat els senyals reflectits. O, de manera equivalent, interessa que sigui prou llarga perquè, a igual energia de senyal rebut, aquest pugui provenir d'objectes més llunyans. Per tant, hi ha un compromís entre la precisió en la mesura de la distància i l'abast màxim que permet el radar, tal com es discutirà més endavant.

Figura 4

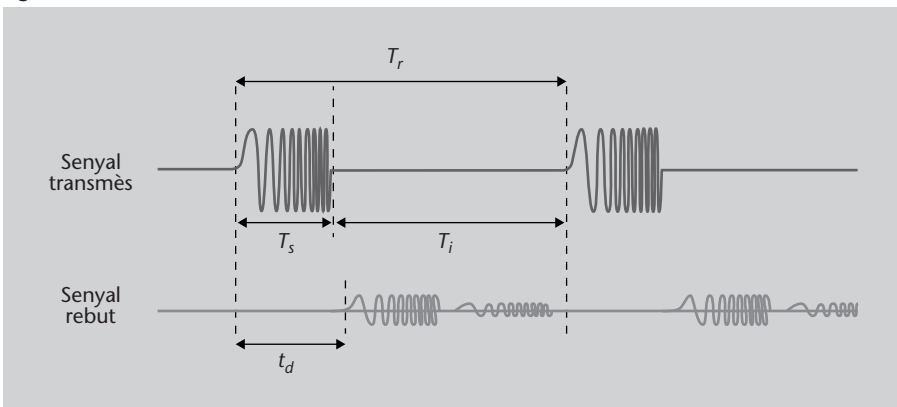


Figura 4

Exemple de senyal transmès per un radar polsant, i el corresponent senyal rebut, on s'observa el reflex en un blanc (primera rèplica) i en un objecte llunyà (segona rèplica).

2.4. Equació del radar

La precisió d'un sistema de radar és un aspecte complex que implica un cert estudi detallat, no solament de la potència radiada i les condicions de propagació, sinó també de la forma d'ona concreta que ha estat emesa. Pel que fa a l'abast màxim, aquest sí que és un valor que es pot obtenir directament a partir del balanç de potències en el camí d'anada i tornada del senyal transmès. Suposem ara es disposa inicialment d'una antena isotròpica amb una potència transmesa P_t . A una certa distància d respecte de l'antena, i suposant propagació en espai lliure, la potència inicial P_t es reparteix entre tots els punts que formen la superfície d'una esfera de radi d . D'aquesta manera, la potència disponible en cada un d'aquests punts està determinada per

Vegeu també

Sobre la complexitat de la precisió d'un sistema de radar podeu consultar el subapartat 5.1.

$$\rho_{iso}^{tx}(d) = \frac{P_t}{4\pi d^2}, \tag{2}$$

on $\rho_{\text{iso}}^{\text{rx}}(d)$ és en realitat la densitat de potència transmesa per unitat de superfície, mesurada en W/m^2 . Noteu que en condicions d'espai lliure, la pèrdua de potència puntual és deguda únicament i exclusivament a l'increment quadràtic d'aquesta superfície esfèrica en què es reparteix la potència transmesa a mesura que augmenta d . Si posteriorment resulta que a aquesta distància hi ha un obstacle, aquest reflectirà part de la potència incident en diverses direccions, de manera que en la direcció del radar es preveu que es reflecteixi una fracció σ de la potència transmesa. Aquesta potència reflectida ha de recórrer el camí de tornada cap al radar i, per tant, en arribar-hi, estarà afectada pel mateix efecte de propagació en espai lliure $1/(4\pi d^2)$ que hem comentat anteriorment. Això fa que, globalment, la densitat de potència rebuda en el radar i originada per un obstacle a distància d sigui

$$\rho_{\text{iso}}^{\text{rx}}(d) = \frac{P_t}{4\pi d^2} \frac{\sigma}{4\pi d^2} = \frac{P_t \sigma}{(4\pi)^2 d^4}. \quad (3)$$

A la pràctica cal tenir en compte dos aspectes. En primer lloc, que els sistemes de radar no utilitzen antenes isotròpiques sinó directives, amb l'objectiu de concentrar la potència radiada en una direcció determinada. Això es tradueix en una densitat de potència transmesa que resulta amplificada per un factor igual al guany de l'antena transmissora, G_t . En segon lloc, l'antena receptora en el sistema de radar ha de captar tanta quantitat de potència per unitat de superfície com sigui possible, la qual cosa introdueix el concepte d'àrea efectiva de l'antena, A_e . Aquesta àrea efectiva es pot entendre com la fracció útil de tota l'àrea A de què disposa l'antena. És a dir, $A_e \doteq A \cdot \eta$, on η és la fracció d'eficiència de l'antena. Si l'antena en recepció és la mateixa que s'utilitza per a la transmissió, com sol ser habitual en els sistemes de radar, llavors és possible expressar l'àrea efectiva de l'antena en funció del seu guany en transmissió segons Silver (1997, sec. 6.4),

$$A_e = \frac{G_t \lambda^2}{4\pi}. \quad (4)$$

Tenint en compte aquests dos últims aspectes pràctics, ja podem afirmar que la potència (no pas la densitat) rebuda en el sistema de radar per la presència d'un objecte a distància d és

$$P_r = \frac{P_t G_t A_e \sigma}{(4\pi)^2 d^4} = \frac{P_t G_t^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 d^4}. \quad (5)$$

El resultat de l'equació 5 és d'importància vital per a l'anàlisi de sistemes de radar, ja que permet calcular la distància màxima a què es pot detectar un objecte.

Si la sensibilitat o potència mínima detectable pel receptor és P_{\min} , la distància màxima detectable és

$$d_{\max} = \left(\frac{P_t G_t A_e \sigma}{(4\pi^2) P_{\min}} \right)^{1/4}. \quad (6)$$

L'equació anterior es coneix també com l'*equació del radar*, i relaciona l'abast màxim del radar amb els seus paràmetres de transmissió i recepció.

En aquesta equació és interessant observar, per exemple, que la distància màxima depèn de l'arrel quarta de la potència transmesa. Per tant, duplicar la distància màxima d'abast implica multiplicar per 16 la potència transmesa. Aquesta observació reflecteix la magnitud del cost que, en termes de potència, implica un radar de gran abast. És per això que una de les parts crítiques són els equips d'amplificació d'alta potència (HPA, de l'anglès *high power amplification*).

Exemple

Un radar monoestàtic opera a la freqüència de 2,5 GHz amb una antena el guany de la qual és 30 dB. Si la sensibilitat del receptor és -120 dBm, calculeu la potència mínima en transmissió que es requereix per a detectar un objectiu a 300 km de distància, la fracció de potència reflectida del qual equival a una àrea de 10 m².

Solució: A partir de l'enunciat sabem que $\lambda \doteq c/f = (3/2.5) \cdot 10^{-1}$, $G_t = 10^{30/10} = 10^3$, $P_{\min} = 10^{(-120-30)/10} = 10^{-15}$ W, $d = 3 \cdot 10^5$ m i $\sigma = 10$ m². Amb aquestes dades, i fent servir l'equació 5, es pot aïllar la potència transmesa, el valor de la qual ha de complir $P_t \geq 2.79$ kW.

Finalment, és important comentar que la potència transmesa P_t que apareix en l'equació del radar es refereix purament a la potència del senyal transmès. És a dir, a la potència del senyal polsant que es transmet durant el temps d'activitat T_s esmentat en el subapartat 2.3. Aquesta potència transmesa es considera en el sentit de potència efectiva, ja que si s'analitza la transmissió de senyal durant tot un període de repetició T_r , la possible presència d'un cert temps d'inactivitat T_i fa que la potència *mitjana* transmesa sigui

$$P_{av} = \frac{T_r - T_i}{T_r} P_t = T_s F_r P_t = \zeta P_t, \quad (7)$$

on ζ es defineix com el factor de cicle de treball o *duty cycle*:

$$\zeta \doteq \frac{P_{av}}{P_t} \in [0,1]. \quad (8)$$

2.5. Secció transversal de radar

Anteriorment s'ha comentat que una fracció de la potència que incideix sobre l'objectiu es reflecteix de tornada cap al radar. Encara que aquesta potència

Vegeu també

Els equips d'amplificació d'alta potència (HPA) s'estudien en el subapartat 3.1.

reflectida ho fa principalment en la mateixa direcció en què l'objectiu ha estat il·luminat, resulta útil imaginar-se un objecte que, essent il·luminat de la mateixa manera, reflecteixi potència uniformement en totes les direccions.

L'àrea que hauria de tenir aquest objecte fictici perquè, en recepció, es rebés la mateixa potència reflectida que en el cas d'un objecte real, és el que es coneix com a *secció transversal de radar**.

*En anglès, *radar cross section*

La secció transversal de radar (o simplement, secció de radar) és, per tant, una àrea equivalent, i com a tal, les seves unitats són metres quadrats, m^2 . En l'àmbit electromagnètic, i suposant que l'objectiu està prou allunyat del radar com per a assumir que l'ona de propagació és plana, aquesta àrea equivalent es defineix segons

$$\sigma \doteq 4\pi d^2 \frac{|E_r|^2}{|E_i|^2}, \quad (9)$$

on E_i és el valor del camp elèctric que incideix en l'objectiu i $|E_r|$ és el valor reflectit en la direcció del radar. No obstant això, sovint no hi ha una relació directa entre la secció transversal de radar de l'objectiu que s'il·lumina i la seva àrea real, sinó que l'únic que se sol complir és que, per a una mateixa distància al radar, com més gran és l'objectiu més gran és la secció de radar.

Cal destacar que la relació entre la grandària de l'objectiu i la seva secció de radar depèn també de la freqüència d'operació a la qual s'il·lumina el blanc. En cas que la longitud d'ona incident sigui més gran que les dimensions de l'objecte, la secció de radar depèn principalment del volum de l'objecte, més que no pas de la seva forma concreta. Aquesta regió d'operació es coneix com a *regió de Rayleigh*. En canvi, si la longitud d'ona incident és més petita que les dimensions de l'objecte, la secció de radar té una gran dependència de la forma geomètrica i els detalls de l'objecte. En aquest cas, i lluny de ser una constant, la secció de radar passa a dependre de l'angle d'incidència θ , per la qual cosa és més correcte representar-la segons $\sigma(\theta)$, tal com es mostra a la part dreta de la figura 5. Aquesta regió d'operació es coneix com a *regió òptica* i és on solen operar els sistemes de radar basats en microones.

Figura 5

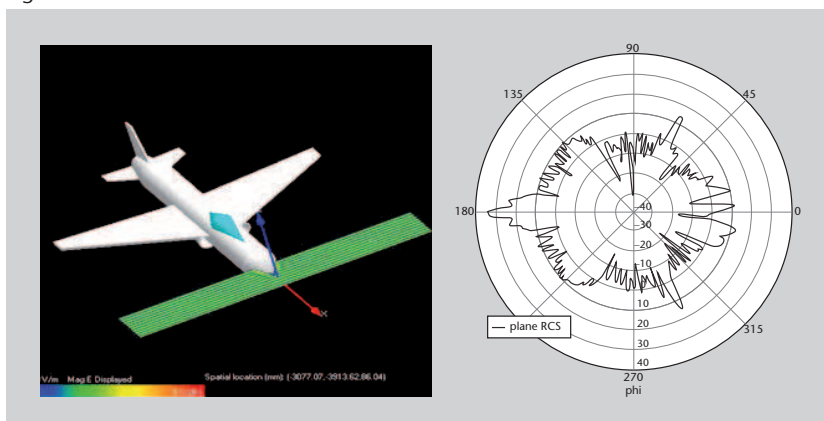


Figura 5

A l'esquerra, un avió il·luminat amb radiació electromagnètica. A la dreta, la secció transversal de radar resultant per als possibles angles d'incidència (Agilent, 2010)

Com es pot imaginar, operar en la regió òptica implica que la secció de radar presenti grans variacions per a un mateix objecte quan aquest s'il·lumina des de diferents angles, amb el resultat de grans variacions de potència rebuda en el receptor, i això dificulta el procés de detecció del blanc. Aquestes variacions es poden entendre com una mena de *signatura* electromagnètica que genera l'objecte en ser il·luminat des de diferents angles, i el seu coneixement és de gran interès des del punt de vista de la detecció i la classificació d'objectius. Durant les últimes dècades s'ha prestat una gran atenció a aquest problema, amb estudis per a caracteritzar les mesures obtingudes en il·luminar diferents objectes i materials (Ruck, 1989; Knott i altres, 2004).

A la pràctica, les variacions de secció de radar s'acostumen a modelitzar mitjançant una determinada funció de densitat de probabilitat, de la mateixa manera que ocorre amb els esvaïments de senyal en comunicacions mòbils. Potser un dels mètodes més senzills i més estès sigui l'ús dels models de Swerling, format per quatre distribucions estadístiques que modelitzen les variacions de secció de radar en diferents escenaris (Skolnik, 2001, cap. 2.8).

Vegem amb més detall els **models de Swerling** per a fluctuacions de secció transversal de radar:

- **Cas 1: variacions lentes.** Els polsos de senyal reflectit en l'objectiu tenen una amplitud constant, però varia entre les diferents escombrades amb què s'il·lumina l'objectiu. En aquest cas es pot modelitzar la secció transversal de radar entre escombrades com una variable aleatòria de tipus exponencial amb la següent funció de densitat de probabilitat:

$$f(\sigma) = \frac{1}{\sigma_{av}} e^{-\sigma/\sigma_{av}}, \quad \sigma \geq 0, \quad (10)$$

on σ_{av} és la secció de radar mitjana.

- **Cas 2: variacions ràpides.** Responen a la mateixa funció de densitat de probabilitat que en el cas 1, amb la diferència que ara les variacions d'amplitud es produeixen entre polsos consecutius d'una mateixa escombrada.
- **Cas 3: variacions lentes amb objectius de grans dimensions.** Igual que en el cas 1, els polsos reflectits presenten una amplitud constant dins d'una mateixa escombrada, però independent entre escombrades consecutives. En aquest cas es modelitza la presència d'objectius de grans dimensions que generen, a més, un cert nombre de petits reflexos afegits. La funció de densitat de probabilitat que modelitza les variacions de secció radar en aquest cas està determinada per una distribució de tipus khi quadrat:

$$f(\sigma) = \frac{4}{\sigma_{av}} \sigma e^{-2\sigma/\sigma_{av}}, \quad \sigma \geq 0. \quad (11)$$

- **Cas 4: variacions ràpides amb objectius de grans dimensions.** Responen a la mateixa funció de densitat de probabilitat que en el cas 3, però amb variacions d'amplitud entre polsos consecutius d'una mateixa escombrada.

Finalment, és interessant comentar que la caracterització de la secció de radar ha estat utilitzada no solament per a millorar la detecció en recepció, sinó també per al cas contrari. És a dir, per a dissenyar objectes que passin inadvertits en ser il·luminats per un sistema de radar. Aquest tipus de filosofia es coneix com a **tecnologia furtiva o stealth** i es basa en dissenys geomètrics i en l'ús de materials que minimitzen la secció de radar. Les seves aplicacions són principalment militars i en la figura 6 es mostren alguns dels vehicles construïts amb aquesta tecnologia.

Figura 6



Figura 6

Exemples d'objectius dissenyats amb tecnologia furtiva, o *stealth*, per a reduir-ne la secció transversal de radar. A dalt, un Lockheed Martin F117 Stealth Fighter. A baix, l'HMS Helsingborg K32 Stealth Battleship.

2.6. Freqüències d'operació

Els sistemes de radar moderns operen majoritàriament amb freqüències de microones, que abasten una regió molt àmplia que va des dels 300 MHz fins als 300 GHz. Dins d'aquesta regió, els diferents tipus de sistemes de radar s'assignen en funció de la seva freqüència d'operació. Aquesta assignació freqüencial per bandes no és específica dels sistemes de radar, sinó que hereta l'assignació freqüencial realitzada per la Unió Internacional de Telecomunicacions (UIT) per als sistemes de radiocomunicació.

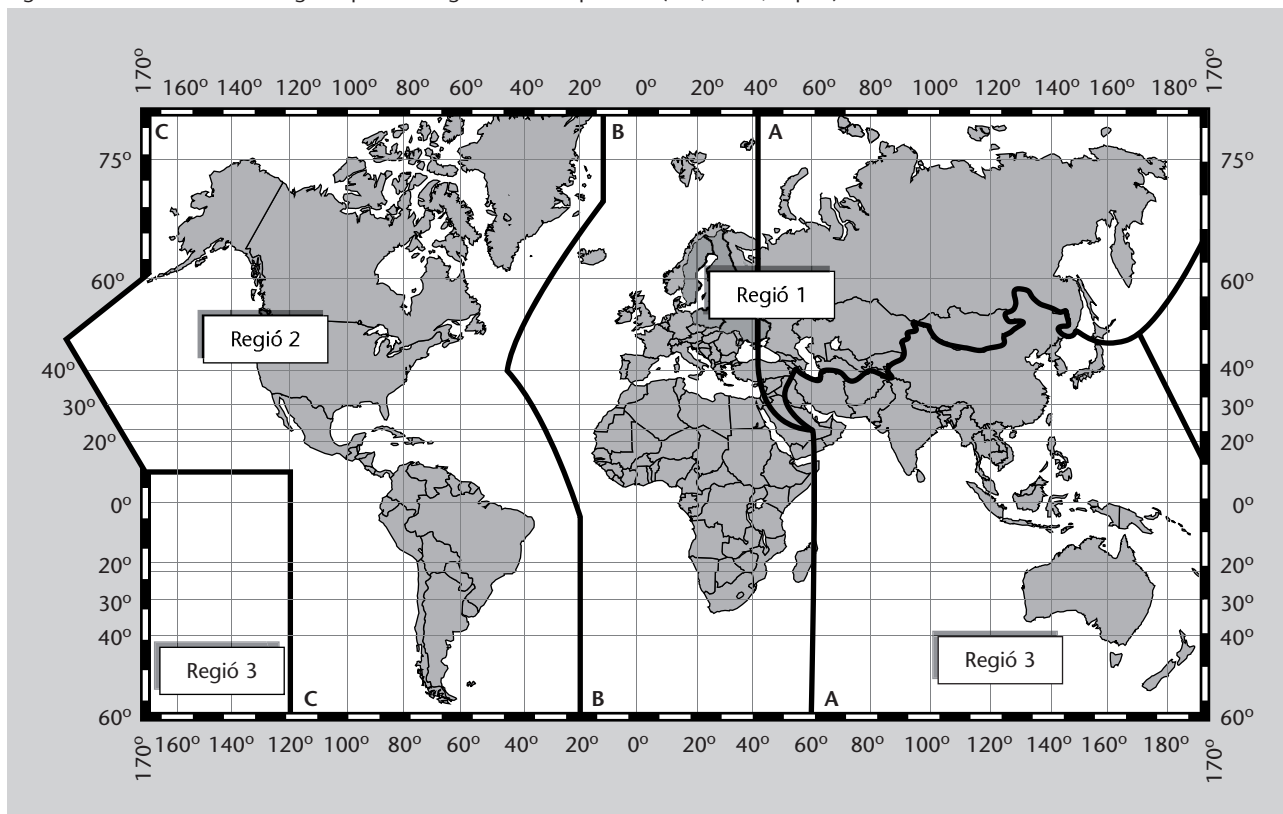
Assignació freqüencial durant la Segona Guerra Mundial

L'assignació freqüencial en el cas dels sistemes de radiocomunicació prové de la Segona Guerra Mundial, quan la referència a les bandes freqüencials es realitzava de manera xifrada mitjançant lletres com *S*, *L* o *X* per a protegir-ne el significat. Posteriorment, un cop acabada la guerra, es va continuar usant la mateixa notació com una manera senzilla i pràctica de referir-se a la divisió de l'espectre (Skolnik, 2001).

Taula 1. Assignació de freqüències segons l'estàndard IEEE 521-2002 (IEE, 2002)

Taula internacional				
Designació de la banda	Interval de freqüència nominal	Intervals de freqüència específics per als radars basats en les assignacions UIT		
		Regió 1	Regió 2	Regió 3
HF	3-30 MHz			
VHF	30-300 MHz	Cap	138-144 MHz 216-225 MHz	223-230 MHz
UHF	300-100 MHz		420-450 MHz 890-942 MHz	
L	1-2 GHz		1.215-1.400 MHz	
S	2-4 GHz		2.300-2.500 MHz	
		2.700-3.600 MHz	2.700-3.700 MHz	
C	4-8 GHz		4.200-4.400 MHz	
		5.200-5.850 MHz	5.250-5.925 MHz	
X	8-12 GHz		8,5-10,68 GHz	
Ku	12-18 GHz		13,4-14 GHz	
			15,7-17,7 GHz	
K	18-27 GHz	24,5-24,25 GHz	24,5-24,25 GHz 24,65-24,75 GHz	24,5-24,25 GHz
Ka	27-40 GHz		33,4-36 GHz	
V	40-75 GHz		59-64 GHz	
W	75-110 GHz		76-81 GHz	
			92-100 GHz	
Mm	110-300 GHz		126-142 GHz	
			144-149 GHz	
			213-235 GHz	
			238-248 GHz	

Figura 7. Divisió mundial en regions per a l'assignació de freqüències (NTI, 2010, cap. 4)



2.7. Aplicacions dels sistemes de radar

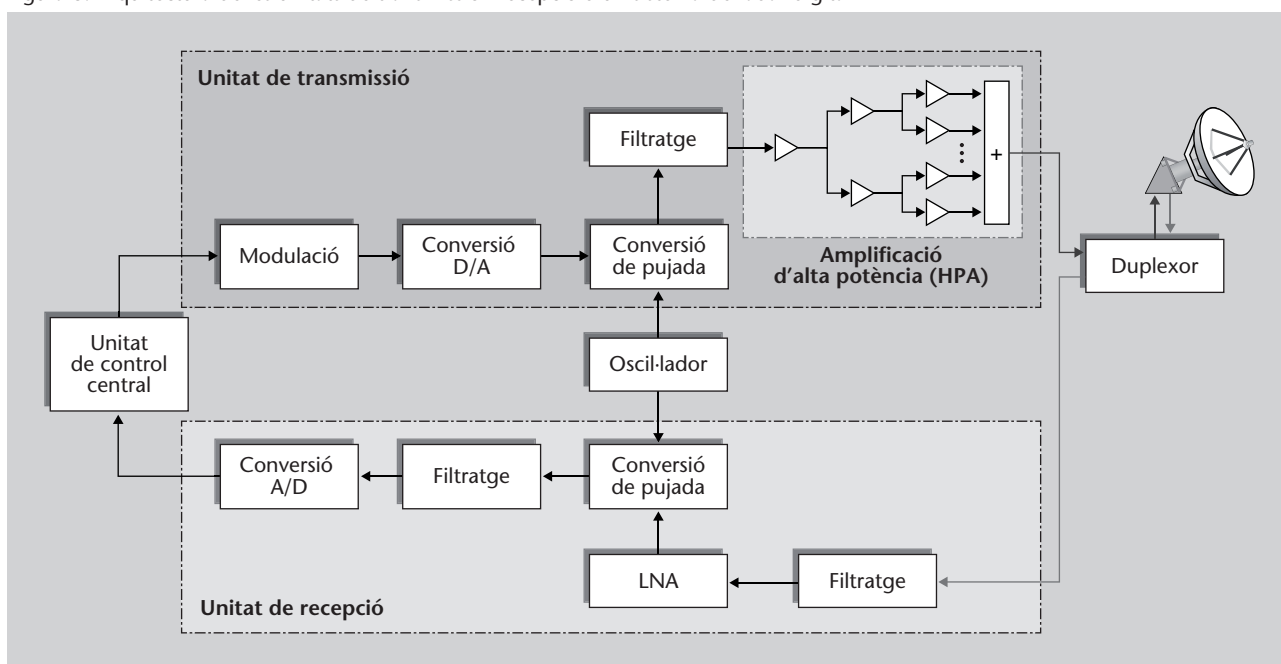
Si bé els sistemes de radar es van concebre com a eines de defensa per a advertir de la presència d'elements potencialment perillosos, actualment el mateix principi operatiu del sistema de radar s'utilitza en un gran nombre d'aplicacions pràctiques amb fins civils. A continuació es descriuen les més importants.

- **Control de trànsit aeri.** Els radars són elements clau en el control del trànsit aeri a escala mundial, tant localment en zones aeroportuàries com pel que fa al seguiment d'aeronaus en ruta.
- **Navegació aèria.** Els radars meteorològics que s'incorporen a bord dels avions permeten detectar les zones meteorològicament adverses que hi pot haver a la ruta i, per tant, proporcionen una informació molt valuosa per a preservar la seguretat en vol.
- **Navegació marítima.** Els sistemes de radar incorporats en embarcacions nàutiques tenen com a principal objectiu evitar els obstacles, sigui en superfície (com per exemple altres embarcacions presents a l'àrea o boies) o sota el nivell del mar (es fan servir, especialment, per a mesurar la profunditat del sòl marí).
- **Detecció remota o *remote sensing*.** És un concepte que agrupa les aplicacions que requereixen la mesura de magnituds físiques de manera remota, com per exemple la temperatura de les zones boscoses durant les maniobres de prevenció d'incendis o el nivell del mar en zones subjectes a activitat sísmica que pugui donar lloc a tsunamis.
- **Seguretat viària.** En els últims anys ha proliferat la instal·lació de sistemes de radar per a monitorar la velocitat dels vehicles que circulen per determinats trams de la xarxa viària, per tal de detectar possibles infraccions.
- **Meteorologia.** Els radars meteorològics són una peça fonamental en la meteorologia moderna, ja que permeten detectar la presència de partícules a l'atmosfera, com ara gotes d'aigua o neu.
- **Geofísica.** Amb l'ús de radars de penetració de terra (GPR, de l'anglès *ground penetrating radar*) és possible obtenir imatges del subsòl a partir de l'anàlisi dels senyals reflectits en les diferents capes d'estrats, la qual cosa proporciona informació de manera remota sense haver de fer prospeccions.
- **Espai.** Els sistemes de radar s'empren també en missions espacials per a ajudar en l'alienació i l'acoblament dels mòduls espacials en òrbita, i també per a l'aterratge en superfícies com les de la Lluna o Mart.

3. Arquitectura d'un sistema de radar

En aquest apartat es descriuen els elements principals que componen el transmissor i el receptor d'un sistema de radar. Per a això es pren com a punt de partida l'arquitectura detallada que es mostra en el diagrama de blocs de la figura 8.

Figura 8. Arquitectura de les unitats de transmissió i recepció d'un sistema de radar digital



3.1. Elements de transmissió

La generació i la transmissió del senyal d'un sistema de radar impliquen l'ús dels elements següents:

- **Modulador**, en el qual es genera la forma d'ona que es transmetrà posteriorment en radiofreqüència. Depenent del tipus de radar, la modulació que es dugui a terme pot ser de tipus polsant, en la qual es generen polsos de durada temporal limitada; de tipus continu, en la qual es genera un senyal constant; o de tipus angular, en la qual es varia la freqüència del senyal de l'oscil·lador segons una determinada funció del temps (de manera semblant a la modulació en freqüència o FM).
- **Oscil·lador**, que s'encarrega de generar un senyal sinusoidal de freqüència intermèdia que servirà de referència per a la resta de blocs del sistema. Inicialment s'utilitzaven dispositius anomenats *magnetrons* per a generar

aquest senyal de referència. No obstant això, el seu alt nivell de soroll i les dificultats per a generar una potència mitjana alta han relegat els magne-trons a un altre tipus d'aplicacions menys exigents, com els forns de mi-croones. Actualment se solen utilitzar uns dispositius anomenats *clistrons*, que actuen simultàniament com a oscil·lador i amplificador de potència. Si la freqüència d'operació és alta, la potència de sortida d'aquest tipus de dispositius comença a decaure, amb la qual cosa en aquests casos és in-teressant l'adopció d'un *girotró*, que també pot actuar com a oscil·lador i amplificador, i en el qual, en canvi, la potència de sortida es manté cons-tant.

- **Etapa de conversió a radiofreqüència**, en la qual es realitza la translació en freqüència del senyal modulad. Aquest prové de combinar el senyal si-nusoïdal de referència a freqüència intermèdia i la forma d'ona del sistema de radar. A la sortida d'aquesta etapa de conversió es disposa d'un senyal de radiofreqüència centrat en la freqüència d'operació del sistema.
- **Etapa d'amplificació d'alta potència (HPA, de l'anglès *high power am-plification*)**, en la qual el senyal modulad de ràdiofreqüència s'amplifica per a dotar-lo de la potència necessària per tal de cobrir la distància mà-xima de detecció per a la qual s'ha dissenyat el sistema. En els casos en què es requereix una potència transmesa molt alta, és habitual combinar diverses etapes d'amplificació en paral·lel, tal com es mostra en la figu-ra 8. També cal esmentar que hi ha una gran varietat de tecnologies d'HPA que es poden utilitzar, entre les quals destaquen principalment els clis-trons esmentats anteriorment, els tubs d'ona progressiva (TWT, de l'anglès *travelling wave tubes*), els amplificadors de potència d'estat sòlid (SSPA, de l'anglès *solid state power amplifier*) i els amplificadors de camp creuat (CFA, de l'anglès *crossed-field amplifier*). Actualment hi ha una certa competició entre les tecnologies TWT i SSPA: la primera s'ha usat tradicionalment en sistemes de potència i amplada de banda mitjanes. La tecnologia SSPA s'ha anat incorporant posteriorment en sistemes de potència baixa però de gran amplada de banda, com una solució de baix consum, baix manteniment i poc soroll.
- **Duplexor**, el qual realitza un multiplexatge temporal entre l'etapa de trans-missió i la de recepció del sistema de radar, de manera que ambdues puguin utilitzar la mateixa antena. El duplexor ha de tenir un bon aïllament per a evitar que la potència transmesa s'acobli en l'etapa de recepció. Això és especialment important tenint en compte que habitualment la sensibilitat del receptor és de l'ordre de $10 \mu\text{W}$ a 1 mW , mentre que la potència transmesa se situa entre els 10 kW i 1 MW .
- **Antena**, l'objectiu de la qual és actuar com a transductor entre el medi guiat pel qual viatja el senyal generat en l'etapa de radiofreqüència i el medi de propagació en l'espai lliure. En aquest procés, habitualment és recomanable que l'antena concentri la potència radiada en una direcció concreta de l'espai, cosa que es reflecteix en un diagrama de radiació estret

Lectura complementària

Una revisió exhaustiva dels diversos dispositius d'amplificació de potència es pot trobar a Skolnik (2001, Ch.10).

que proporciona un guany respecte al cas isotròpic. Tal com s’ha comentat en el subapartat 2.4., el guany d’una antena està relacionat amb la seva àrea efectiva, $G_t = 4\pi A_e/\lambda^2$. De manera aproximada es compleix també que $G_t \approx \frac{26 \cdot 10^3}{\theta_{3dB} \phi_{3dB}}$, cosa que permet obtenir una indicació quant a l’amplada del feix a 3 dB en azimut, θ_{3dB} , i elevació, ϕ_{3dB} . Les udes amplades de feix depenen del tipus d’antena, però quan no s’especifica, és útil recordar la relació següent: $\theta_{3dB} = 65\lambda/D_h$ i $\phi_{3dB} = 65\lambda/D_v$, essent $\{D_h, D_v\}$ les dimensions horitzontal i vertical, respectivament, de l’antena, sempre que es tracti d’antenes amb una relació entre feix principal i feix secundari al voltant dels 25-28 dB (Skolnik, 2001, cap. 2.11).

Figura 9



Figura 9
Diferents tipus d’antenes de radar comercials. A l’esquerra, CHL model SV107; al centre, Microstar 12-foot transportable; a la dreta, Easat EA5025.

El diagrama de radiació d’una antena de radar se sol concentrar en una direcció de l’espai, de manera que cal algun tipus de mecanisme per a moure aquesta direcció d’il·luminació i poder, així, escombrar tot l’espai. Això es pot aconseguir amb la implementació d’un sistema mecànic de gir (com passa per exemple en la majoria d’antenes de radar en embarcacions nàutiques) o amb l’ús d’una conformació de feix electrònica a partir d’agrupacions d’antenes, una opció que en anglès s’anomena *electronically steered phased array antennas*. L’avantatge d’aquesta última opció és que permet variar ràpidament el diagrama de radiació sense haver d’implementar cap tipus de mecanització de gir, la qual cosa sol ser complicada en el cas d’antenes de grans dimensions i pesants. Si bé les antenes de tipus *phased array* processen versions escalades i desfasades d’un mateix senyal electromagnètic, una altra opció, coneguda com a radar MIMO, es basa en el fet que les antenes de l’agrupació processen senyals diferents únicament relacionats entre si per una determinada matriu de correlació espaciotemporal.

Lectura complementària

Els radars monoantena i els radars multiantena basats en *phased arrays* o en MIMO formen un camp extremadament ampli i complex per a tractar-lo amb detall en aquest document. Per això, qui hi estigui interessat pot trobar informació detallada a Skolnik (2001, cap. 9).

Figura 10



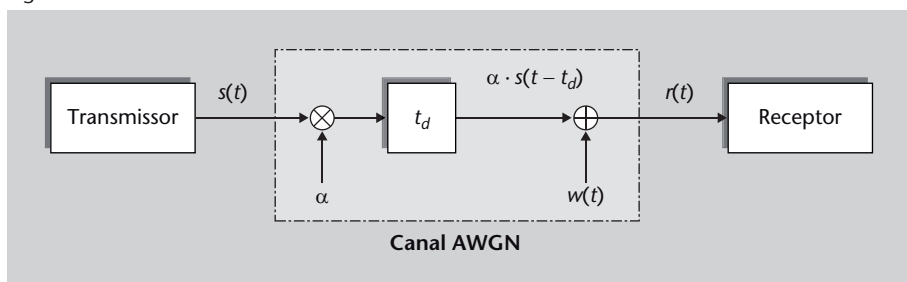
Figura 10
Exemples d’antenes de radar de tipus *phased array*. A l’esquerra, radar d’alerta primerenca Pave Paws de Raytheon per a la detecció intercontinental de míssils i vigilància espacial. A la dreta, radar tàctic Ground Master 400 de Thales-Raytheon Systems.

3.2. Elements de recepció

L'objectiu del receptor és captar el senyal reflectit pel blanc (o transmès per aquest, en el cas dels radars secundaris) i condicionar-lo per a permetre'n la detecció i l'anàlisi posterior en la unitat de control. Com a part d'aquest procés de condicionament, el receptor ha de compensar l'atenuació que ha patit el senyal transmès en el seu viatge d'anada i tornada, i també la degradació introduïda pel soroll tèrmic generat en el receptor mateix.

Aquest soroll, també conegut com a *soroll de Johnson*, és degut a l'agitació tèrmica dels electrons en els components passius que formen els circuits del receptor i es pot modelitzar com un procés aleatori gaussià de mitjana nul·la. Tot i que aquest soroll és generat pròpiament pel receptor, habitualment s'indica com una font d'error externa i que forma part del canal de comunicació, tal com es mostra en la figura 11.

Figura 11. Model matemàtic d'un canal ideal AWGN



Aquest tipus de canal idealitzat, en què el senyal transmès pateix una atenuació, un retard i l'addició de soroll tèrmic, es denomina canal AWGN (de l'anglès, *additive white Gaussian noise*, 'soroll gaussià blanc additiu'). És un tipus de canal molt utilitzat en els sistemes de comunicacions (sobretot en enllaços de satèl·lit) i que, encara que en el cas dels sistemes de radar sigui un cas idealitzat (ja que ignora les variacions de senyal degudes a la secció de radar o la presència de múltiples senyals reflectits), és útil per a introduir l'efecte del soroll en el receptor i els mecanismes per a combatre'l.

Si bé el soroll tèrmic es modelitza estadísticament amb una funció de densitat de probabilitat gaussiana, en l'àmbit freqüencial es modelitza com un procés aleatori, la densitat espectral de potència del qual és constant per a totes les freqüències. Així, $S_w(f) = \frac{N_0}{2}$ W/Hz, on N_0 és una constant definida per $N_0 \doteq k_B T_e$, essent $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K la constant de Boltzmann, mentre que la temperatura equivalent del receptor T_e és mesurada en kelvins (Proakis i Salehi, 2002). Pel que fa al temps, el soroll tèrmic es modelitza com un procés aleatori estacionari, ergòdic i amb una funció d'autocorrelació nul·la per a qualsevol desplaçament τ diferent de l'origen. És a dir, $R_w(\tau) \doteq E[w(t + \tau)w^*(\tau)] = \frac{N_0}{2} \delta(\tau)$, on cal recordar que en processos aleatoris estacionaris $S_w(f) = \mathcal{F}[R_w(\tau)]$, essent $\mathcal{F}[\cdot]$ la transformada de Fourier. Tanma-

teix, aquest soroll no és res més que un model matemàtic i, de fet, és un soroll que mai no és observable en la pràctica. La raó és que el mateix procés de mesura del soroll comporta l'ús d'un equip de mesura que, irremeiablement, es caracteritza per una determinada amplada de banda de soroll, definida segons

$$B_n \doteq \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df}{2|H(0)|^2}, \quad (12)$$

on $H(f)$ és la resposta en freqüència de l'equip. Per tant, el soroll $n(t)$ que realment es percep a la sortida de l'equip de mesura està determinat per $n(t) = w(t) * h(t)$, on $h(t) = \mathcal{F}^{-1}[H(f)]$ és la resposta impulsional de l'equip i $*$ és l'operador de convolució. És a dir, es tracta de soroll *filtrat*, amb una densitat espectral de potència que, lluny de ser constant, està determinada per $S_n(f) = \frac{N_0}{2} |H(f)|^2$. Per tant, la potència d'aquest soroll filtrat passa a ser

$$P_n \doteq \int_{-\infty}^{\infty} S_n(f) df = N_0 B_n, \quad (13)$$

suposant $H(0) = 1$.

És important destacar que qualsevol dispositiu electrònic introdueix un cert soroll addicional a causa d'imperficcions en el seu procés de fabricació, el seu disseny intern o els materials i components que utilitza. Per aquesta raó, a la pràctica, la potència de soroll a la sortida d'aquest dispositiu és la suma de la potència de soroll tèrmic i la potència de soroll intern, $P_{n,int}$, cosa que dóna lloc a una temperatura *equivalent* de soroll, T_e , i

$$P_n = N_0 B_n + P_{n,int} = k_B B_n \left(T + \frac{P_{n,int}}{k_B B_n} \right) = k_B B_n (T + T_e). \quad (14)$$

Aquesta temperatura equivalent no és més que la temperatura fictícia a la qual hauria d'estar un dispositiu per a generar, a la seva sortida, la mateixa potència de soroll tèrmic que la que genera de soroll intern. En termes de potència de soroll tèrmic, fixeuvos que el dispositiu opera virtualment a una temperatura total igual a $T + T_e$.

En comparar la potència resultant a l'equació 14 amb la que hi hauria si la temperatura total fos igual a la temperatura ambient, s'obté un paràmetre conegut com a *figura de soroll*, NF,

$$NF \doteq \frac{P_n}{P_{n|T_e=0}} = 1 + \frac{T_e}{T_0} \quad (15)$$

on, per convenció, es fixa la temperatura ambient a $T = T_0$, amb $T_0 = 290$ K.

Es pot observar que la figura de soroll proporciona una indicació de la quantitat de soroll intern que afegeix un cert dispositiu i , per tant, és d'importància cabdal per a caracteritzar els elements que formen qualsevol receptor de radiofreqüència i també per a analitzar les prestacions finals del sistema. Per exemple, la figura de soroll NF es pot entendre també com la degradació que pateix la relació senyal-soroll a la sortida del dispositiu, en comparació de la seva relació senyal-soroll d'entrada. Com que habitualment tot receptor està format per la concatenació de diversos dispositius, és important fer atenció a la figura de soroll per a evitar que el soroll que afegeix un dispositiu es propagui per la resta de la cadena. Com evitar aquest efecte és part de la missió del primer bloc del receptor, l'etapa d'amplificació de baix soroll, tal com es veurà a continuació.

Un cop introduïdes les principals degradacions que afecten el senyal rebut al receptor de radar, estem en condicions de passar a revisar els diferents blocs que formen aquest receptor:

- **Etapa de filtratge i amplificació de baix soroll.** El senyal reflectit en el blanc i que torna al receptor té uns valors de potència molt baixos, de manera que el primer pas consisteix a amplificar el senyal rebut. Per a això s'utilitzen amplificadors de baix soroll*, que amplifiquen simultàniament el senyal i filtren passabanda per a eliminar contribucions i interferències fora de banda. Es tracta de dispositius de *baix soroll*, ja que compten amb una figura de soroll molt baixa, amb l'objectiu de minimitzar el soroll afegit que s'injecta a la resta de la cadena de recepció.

*Low noise amplification (LNA),
en anglès.

La importància de comptar amb dispositius de baix soroll a l'inici de la cadena queda patent a partir del càlcul de la figura de soroll total de tot el receptor, la qual, en cas que es concatenin M dispositius, dona lloc a la fórmula de Friis:

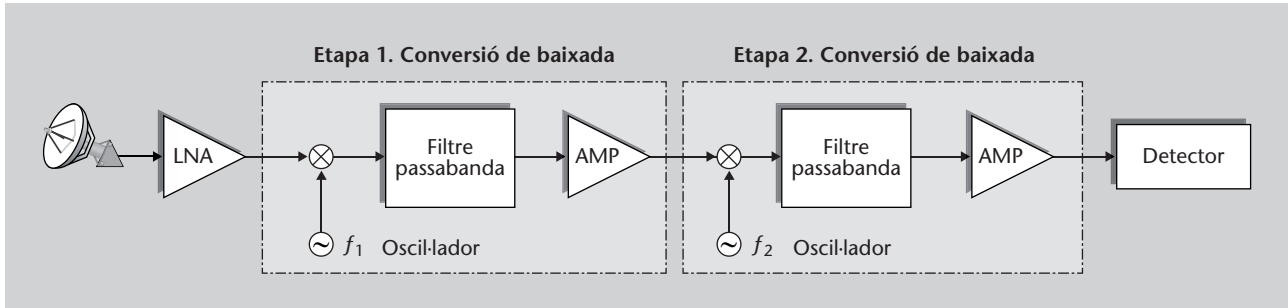
$$NF_{\text{total}} = NF_1 + \frac{NF_2 - 1}{G_1} + \frac{NF_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots + \frac{NF_M - 1}{\prod_{i=1}^{M-1} G_i}. \quad (16)$$

Es pot veure a partir de l'equació 16 que la figura de soroll total queda dominada per la figura de soroll del primer element de la cadena, que en aquest cas és l'amplificador de baix soroll.

- **Etapa de conversió en radiofreqüència.** En aquesta etapa es realitza una translació en freqüència del senyal rebut, des de la freqüència portadora inicial fins a una freqüència intermèdia molt més baixa (per exemple, al valor utilitzat normalment de 70 MHz). En el procés de translació de freqüència es fa servir un receptor superheterodí format per un mesclador (en el qual es realitza físicament la translació de freqüència), una etapa de filtratge a freqüència intermèdia i una etapa d'amplificació. En alguns re-

ceptors, aquest conjunt de tres dispositius (mesclador, filtre i amplificador) es repeteix fins a dues o tres vegades per a oferir més amplificació entrada-sortida i permetre un millor rebuig de freqüències imatge.

Figura 12. Exemple de receptor amb doble etapa de conversió a freqüència intermèdia



- Etapa de conversió analògica-digital.** Consisteix a convertir el senyal analògic d'entrada $r(t)$ en un conjunt de mostres discretes $r[n] \doteq r(t = nT_m)$ que es puguin processar mitjançant dispositius digitals com ara processadors digitals de senyal (DSP), *field-programmable gate arrays* (FPGA) o ordinadors personals. Per això, la conversió analògica-digital (ADC) implica dues operacions. En primer lloc, es mostreja el senyal analògic a una freqüència de mostratge $F_s = \frac{1}{T_m} \geq 2B$, essent B l'amplada de banda del senyal en qüestió. En segon lloc, es quantifica el valor de cada mostra amb un conjunt finit de b bits, cosa que dóna lloc a 2^b valors que s'han de repartir entre tot el marge dinàmic d'entrada, que comprèn amplituds de senyal en l'interval $[-A_{\max}, +A_{\max}]$. La selecció del marge dinàmic i el nombre de bits és un compromís entre el soroll de *clipping* (a causa del truncament del senyal d'entrada) i el soroll de quantificació (a causa de l'error entre el valor real de la mostra de senyal i el seu valor quantificat).

Freqüències en temps continu i en temps discret

Al llarg d'aquest mòdul, i per a distingir entre freqüències en temps continu i freqüències en temps discret, les primeres s'indiquen amb la variable F (en majúscula) i les segones amb la variable f (en minúscula).

Per exemple, amb vista a minimitzar el soroll de *clipping* interessa augmentar al màxim el marge dinàmic. Tanmateix, això implica que, per a un nombre de bits fixat, el pas de quantificació augmenta i, amb aquest, també el soroll de quantificació. La solució passa llavors per augmentar el nombre de bits, però això comporta un augment de complexitat del sistema. Per regla general, per cada nou bit que s'hi afegeix, la relació senyal-soroll de quantificació millora en 6 dB. D'altra banda, augmentar el marge dinàmic és recomanable en escenaris en què el receptor de radar pugui estar sotmès a interferències, ja que en aquest cas un marge dinàmic reduït pot saturar ràpidament l'ADC i, per tant, inutilitzar la resta de blocs que usin tècniques de processament digital.

És interessant comentar que el procés de conversió en freqüència presentat abans es pot implementar directament en el domini discret per mitjà d'un procediment conegut com a *IF sampling*. Aquest es basa en el submostratge del senyal d'entrada i l'aprofitament dels espectres d'aliés que apareixen en freqüència per a aconseguir que un d'aquests quedi centrat a la freqüència discreta de $\pi/4$. Un cop aconseguit, l'espectre de senyal útil es pot centrar fàcilment en banda base multiplicant per una seqüència j^n , amb $n = \{0, 1, 2, \dots\}$ i posteriorment filtrant passabaix. D'aquesta manera es fa simultàniament la conversió analògica-digital i la conversió a banda base, i s'obté com a resultat un senyal complex en banda base, la part real del

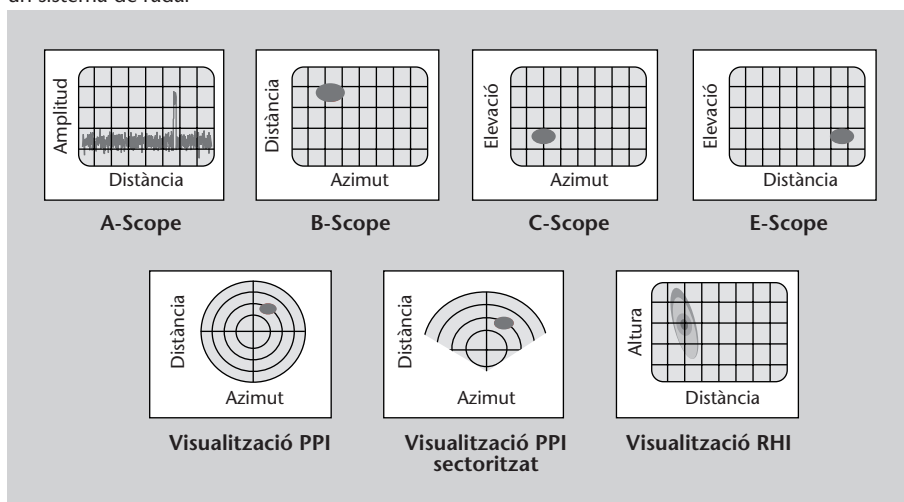
qual correspon a la component en fase i la part imaginària a la component en quadratura.

- **Unitat de control central.** Aquí és on es processa el senyal rebut, amb l'objectiu d'implementar les tècniques necessàries per a dur a terme la detecció del senyal, el càlcul de la distància al blanc i la determinació de la seva posició (si és el cas). D'ara endavant ens centrarem en el cas dels receptors de radar que implementen tècniques de processament de senyal *digital*.
- **Representació gràfica.** Potser un dels aspectes més característics d'un sistema de radar és la seva manera de representar la informació en una pantalla. Encara que hi hagi innumbrables tipus de representacions gràfiques, les més habituals es mostren a continuació en la figura 13.

Lectura complementària

Hi ha moltes opcions de representació gràfica. Podeu trobar fins a 19 variants acceptades per l'IEEE en el seu document d'estandardització IEEE Std 686-2008.

Figura 13. Representacions gràfiques més habituals per a mostrar la informació captada per un sistema de radar



4. Detecció de senyals en soroll

L'antena receptora d'un sistema de radar està captant permanentment radiació del seu entorn, a la recerca de contribucions que es puguin atribuir a la reflexió del senyal transmès sobre un blanc. No obstant això, la majoria del temps l'única contribució que es percep és la causada pel soroll tèrmic generat pel mateix receptor o per pertorbacions externes com ara interferències o reflexions del senyal transmès en objectes propers. Com a conseqüència del seu caràcter aleatori i, per tant, imprevisible, la presència d'aquestes pertorbacions fa difícil distingir quan uns nivells alts de senyal rebut corresponen realment a la presència d'un blanc. Això obliga a analitzar el problema en termes estadístics, és a dir, formulant el problema de detecció a partir de la funció de densitat de probabilitat de les dades (simbolitzada amb la sigla anglesa PDF, de *probability density function*). Abans, però, cal presentar les diferents distribucions estadístiques que se solen utilitzar per a modelitzar les pertorbacions a la sortida d'un detector de senyal.

4.1. Caracterització estadística del soroll en detecció

Si bé el soroll tèrmic que afecta el senyal rebut és de naturalesa gaussiana, les diferents operacions que es realitzen sobre aquest senyal en tota la cadena de recepció acostumen a fer que la contribució efectiva del soroll deixi de ser gaussiana en el moment de detectar la presència d'un blanc. Per exemple, en sistemes de radar basats en detecció de potència rebuda, l'operació quadràtica per al càlcul de potència fa que el soroll inicialment gaussià passi a quedar distribuït segons una PDF de tipus khi quadrat. Aquest efecte de pèrdua de gaussianitat s'accentua quan el senyal rebut està afectat principalment per pertorbacions externes, com per exemple variacions en la secció de radar de l'objecte il·luminat. En aquest cas, i fins i tot en absència de soroll, el senyal rebut està també caracteritzat predominantment per una distribució khi quadrat, d'acord amb els models de Swerling (1960).

A continuació es presenten les distribucions estadístiques més habituals, en les quals es representa amb la variable aleatòria x les mostres de senyal sobre les quals s'implementa el procés de detecció (siguin mostres de senyal rebut o mostres a la sortida del detector):

- **Distribució gaussiana.** És la distribució amb la qual es modelitza el soroll tèrmic i es caracteritza completament amb la mitjana μ_x i la variància σ_x^2 , $x \sim \mathcal{N}(\mu_x, \sigma_x^2)$.

Tabla 2. Principals característiques de la distribució gaussiana

Funció de densitat de probabilitat	Funció de distribució cumulativa	$E[x]$	$var[x]$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_x^2}(x-\mu_x)^2}$ $-\infty < x < \infty$	$F\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$	μ_x	σ_x^2

- **Distribució khi quadrat (centrada).** Aquesta distribució sorgeix a partir de la suma $x \doteq \sum_{n=1}^v w^2[n]$, on $w[n]$ són variables aleatòries gaussianes de mitjana nul·la i variància unitària. El nombre de variables sumades, v , es coneix com el nombre de graus de llibertat de la variable khi quadrat, i aquesta es representa de manera abreujada amb la notació χ_v^2 . Fixeu-vos que un cas particular és la *distribució exponencial*, que es pot entendre com una distribució khi quadrat amb $v = 2$ graus de llibertat.

Taula 3. Principals característiques de la distribució khi quadrat centrada

Funció de densitat de probabilitat	Funció de distribució cumulativa	$E[x]$	$var[x]$
$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{v}{2}} \Gamma(\frac{v}{2})} x^{\frac{v}{2}-1} e^{-\frac{1}{2}x}$ $0 < x < \infty$ $\Gamma(u) \doteq \int_0^{\infty} t^{u-1} e^{-t} dt$	$F(x) = 1 - e^{-\frac{1}{2}x} \sum_{k=0}^{\frac{v}{2}-1} \frac{(x/2)^k}{k!}$	v	$2v$

- **Distribució khi quadrat (no centrada).** Correspon al cas d'una khi quadrat en la qual les variables aleatòries gaussianes $w[n]$ que se sumen tenen una mitjana no nul·la de valor $\mu_{w[n]}$. La variable aleatòria khi quadrat resultant continua tenint v graus de llibertat, però necessita especificar allò que es coneix com *paràmetre de no-centralitat*, $\lambda \doteq \sum_{n=1}^v \mu_{w[n]}^2$. D'altra banda, la funció de densitat de probabilitat queda en funció de $I_r(u)$, la funció de Bessel modificada de primera espècie i ordre r .

Tabla 4. Principals característiques de la distribució khi quadrat no centrada

Funció de densitat de probabilitat	Funció de distribució cumulativa	$E[x]$	$var[x]$
$f(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\frac{v-2}{4}} e^{-\frac{1}{2}(x+\lambda)} I_{\frac{v-1}{2}}(\sqrt{\lambda x})$ $0 < x < \infty$ $I_r(u) \doteq \frac{(u/2)^r}{\sqrt{\pi}\Gamma(r+\frac{1}{2})} \int_0^{\pi} e^{u \cos \theta} \sin^{2r} \theta d\theta$	$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$	$v + \lambda$	$2v + 4\lambda$

- **Distribució de Rayleigh.** Sorgeix a partir del mòdul d'una variable aleatòria gaussiana complexa de mitjana nul·la i variància $2\sigma_w^2$, o de manera equivalent, com $x \doteq \sqrt{w^2[0] + w^2[1]}$, amb $w[n] \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$. És interessant assenyalar que si x és una variable aleatòria de tipus Rayleigh, aquesta es pot expressar sempre com $x = \sqrt{\sigma^2 y}$, on y és una variable aleatòria de tipus khi quadrat de $v = 2$ graus de llibertat. Aquesta distribució és d'interès, ja que modelitza l'envolupant del senyal rebut per un receptor.

Taula 5. Principals característiques de la distribució de Rayleigh

Funció de densitat de probabilitat	Funció de distribució cumulativa	$E[x]$	$var[x]$
$f(x) = \frac{x}{\sigma_w^2} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2}x^2}$ $0 < x < \infty$	$F(x) = 1 - e^{-x^2/2\sigma_w^2}$	$\sqrt{\frac{\pi\sigma_w^2}{2}}$	$(2 - \frac{\pi}{2})\sigma_w^2$

- **Distribució de Rice.** Correspon al cas d'una distribució de Rayleigh en què les variables gaussianes $\{w[0], w[1]\}$ que se sumen tenen una mitjana no nul·la de valor μ_w ,

Taula 6. Principals característiques de la distribució de Rice

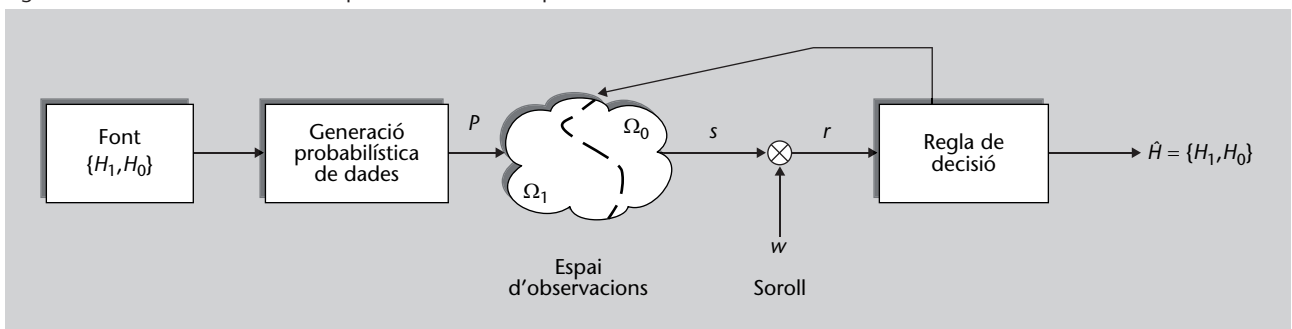
Funció de densitat de probabilitat	Funció de distribució cumulativa	$E[x]$	$var[x]$
$f(x) = \frac{x}{\sigma_w^2} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2}(x^2 + \lambda^2)} I_0(\frac{\lambda x}{\sigma_w^2})$ $0 < x < \infty$	$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$	μ_x	σ_x^2

on $\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_w^2 \pi}{2}} F_{1,1}(-\frac{1}{2}; 1; \frac{-\lambda^2}{2\sigma_w^2})$ i $\sigma_x^2 = 2\sigma_w^2 + \lambda^2 - \frac{\pi\sigma_w^2}{2} F_{1,1}(-\frac{1}{2}; 1; \frac{-\lambda^2}{2\sigma_w^2})$, essent $F_{1,1}(\alpha; \beta; \gamma)$ la funció confluent hipergeomètrica.

4.2. Formulació del problema de detecció de senyal

Un cop introduïdes les funcions de densitat de probabilitat habituals, ja estem en condicions de formular el problema de detecció de senyal que concerneix qualsevol sistema de radar. Tal com s'ha esmentat anteriorment, el propòsit de la *teoria de la detecció* és discernir sobre la presència (hipòtesi \mathcal{H}_1) o absència (hipòtesi \mathcal{H}_0) d'un determinat esdeveniment. Es tracta, per tant, d'un problema la solució del qual és binària, i que es pot representar esquemàticament com es mostra en la figura 14.

Figura 14. Il·lustració dels elements que constitueixen un problema de detecció



L'element que actua com a *font* és el que selecciona l'aparició d'una de les dues possibles hipòtesis, \mathcal{H}_1 o \mathcal{H}_0 . A continuació, un mecanisme probabilístic genera un punt P dins de l'espai d'observacions d'acord amb la hipòtesi que ha escollit la font. Per al cas que ens ocupa, aquest punt té una correspondència

en termes d'una mostra de senyal, s , que en cas d'estar sota la hipòtesi \mathcal{H}_1 seria el senyal generat per un blanc en ser il·luminat pel radar. En cas d'estar sota la hipòtesi \mathcal{H}_0 , el senyal s seria zero, en no haver cap blanc present. En qualsevol cas, les mostres de senyal s solen estar afectades per un cert soroll w quan es reben en el receptor i, per tant, les mostres que realment estan disponibles per a dur a terme el procés de detecció són $r \doteq s + w$. Finalment, l'objectiu de la regla de decisió o *detector* és determinar, a partir de l'observació de les mostres sorolloses r , si la hipòtesi sota la qual s'han generat és \mathcal{H}_1 (p. ex., blanc present) o \mathcal{H}_0 (p. ex., blanc absent). Per a això, la regla de decisió ha de traçar primer una frontera temptativa que divideixi l'espai d'observacions en dues regions disjunctes Ω_1 i Ω_0 , associades a les hipòtesis \mathcal{H}_1 i \mathcal{H}_0 , respectivament. D'aquesta manera, la hipòtesi més probable acaba essent la que correspon a la regió en la qual hi ha la mostra rebuda.

A causa de la naturalesa probabilística de les mostres de senyal rebut, els problemes de detecció s'han de caracteritzar necessàriament en termes de probabilitats. En primer lloc, i des del punt de vista de la font, es distingeix entre la probabilitat d'ocurrència de la hipòtesi \mathcal{H}_1 , denotada segons P_1 , i la probabilitat d'ocurrència de la hipòtesi \mathcal{H}_0 , denotada segons P_0 , on $P_0 = 1 - P_1$. D'altra banda, i des del punt de vista del senyal rebut r , suposarem que es disposa d'un conjunt de N mostres $r[n]$, amb $n = 0, 1, \dots, N - 1$, a la sortida del conversor analògic-digital del sistema de radar, segons el que es disposa en el subapartat 3.2. A continuació, aquest conjunt de N mostres s'agrupa en forma de vector \mathbf{r} , segons

$$\mathbf{r} \doteq [r[0], r[1], \dots, r[N - 1]]^T, \quad (17)$$

que es caracteritza per una determinada funció de densitat de probabilitat multidimensional, $f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1)$ quan les mostres s'hagin generat sota la hipòtesi \mathcal{H}_1 , i $f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0)$ quan les mostres s'hagin generat sota la hipòtesi \mathcal{H}_0 .

A partir d'aquí, i des del punt de vista de la regla de decisió implementada, es distingeix entre:

- 1) Probabilitat de detecció: $P_d \doteq \text{prob}(\text{decidir } \mathcal{H}_1 | \mathcal{H}_1) = \int_{\Omega_1} f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1) d\mathbf{r}$
- 2) Probabilitat de falsa alarma: $P_{fa} \doteq \text{prob}(\text{decidir } \mathcal{H}_1 | \mathcal{H}_0) = \int_{\Omega_1} f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0) d\mathbf{r}$
- 3) Probabilitat de pèrdua: $P_p \doteq \text{prob}(\text{decidir } \mathcal{H}_0 | \mathcal{H}_1) = \int_{\Omega_0} f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1) d\mathbf{r}$

En termes estadístics, la probabilitat de falsa alarma de vegades s'anomena *error de tipus I*, mentre que la probabilitat de pèrdua, *error de tipus II*. Aquestes dues probabilitats, juntament amb la probabilitat de detecció, determinen les

prestacions de qualsevol sistema de detecció i donen lloc a diversos criteris amb els quals dissenyar regles de decisió òptimes.

4.3. Criteris de detecció amb PDF completament caracteritzades

En l'àmbit de la teoria de l'estimació, en el qual possiblement s'estigui més acostumat a treballar, és habitual dissenyar estimadors de paràmetres d'interès amb certs criteris d'optimalitat. Per exemple, dissenyar un estimador del temps d'arribada d'un cert senyal de manera que es minimitzi la variància en l'estimació sota restricció de biaix nul, el que es coneix com a estimador MVU (de l'anglès *minimum variance unbiased*, 'variància mínima sense biaix'). De la mateixa manera, la teoria de la detecció afronta el problema del disseny de regles de decisió o detectors, amb criteris d'optimalitat que, en aquest cas, tenen a veure amb maximitzar la probabilitat de detecció i minimitzar les probabilitats d'error. Això dóna lloc a diferents criteris de detecció, que es presenten a continuació. En tots aquests s'assumirà, de moment, que la funció de densitat de probabilitat de les dades (PDF) està completament caracteritzada. Això implica que es coneixen perfectament tots els paràmetres que defineixen el senyal rebut i representa un cas d'estudi que s'ha de tractar separatament del cas en què hi ha paràmetres desconeguts i que es presentarà més endavant en el subapartat 4.4.

4.3.1. Criteri de detecció de mínim risc bayesià

Aquest criteri es basa en la minimització d'una funció de cost coneguda com *risc bayesià* i que es defineix amb l'expressió

$$R_B \doteq \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 C_{ij} \text{prob}(\text{decidir } \mathcal{H}_i | \mathcal{H}_j) \cdot \text{prob}(\mathcal{H}_j) \quad (18)$$

on la principal característica és que s'assignen uns factors de ponderació anomenats *costos*, $\{C_{i,j}\}$, per a donar més o menys importància als diferents errors que en què es pot incórrer durant el procés de detecció. La gran flexibilitat que ofereixen aquests costos es pot veure també com un desavantatge, ja que el resultat és una regla de decisió que depèn directament del criteri subjectiu de l'usuari sobre com s'han de ponderar els diferents errors del sistema. Per tant, el disseny de regles de detecció sota la minimització del risc bayesià introdueix una certa subjectivitat poc desitjable des d'un punt de vista pràctic. De tota manera, sí que és interessant remarcar l'estructura que presenta qualsevol regla de decisió obtinguda a partir de la minimització de risc bayesià, ja que és una estructura que apareixerà posteriorment en altres detectors i, per tant, permet establir-hi un nexa d'unió. Aquesta estructura és la següent:

$$\min R_B \iff L_{RB}(\mathbf{r}) \doteq \frac{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\underset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma = \frac{(C_{10} - C_{00})P_0}{(C_{01} - C_{11})P_1} \quad (19)$$

És a dir, totes les regles de decisió bayesianes es basen en l'avaluació del quocient entre la funció de densitat de probabilitat de les dades per al cas \mathcal{H}_1 i la funció de densitat de probabilitat de les dades per al cas \mathcal{H}_0 . El resultat del quocient $L_{RB}(\mathbf{r})$, conegut com a *raó de versemblança* (en anglès, *likelihood ratio*), s'ha de comparar amb un llindar γ , que és simplement el valor de frontera que separa la regió Ω_1 de la regió Ω_0 . El càlcul d'aquest llindar implica, al seu torn, un quocient entre els costos associats als diferents errors i les probabilitats $\{P_0, P_1\}$.

És important subratllar que un cas particular d'aquesta regla de decisió és el cas en què es fixen els costos següents, $C_{00} = C_{11} = 0$ i $C_{01} = C_{10} = 1$, també anomenats *costos d'assignació uniforme*. En aquest cas, el risc bayesià resulta ser

$$\begin{aligned} R_B &= \text{prob}(\text{decidir } \mathcal{H}_1 | \mathcal{H}_0) \text{prob}(\mathcal{H}_0) + \text{prob}(\text{decidir } \mathcal{H}_0 | \mathcal{H}_1) \text{prob}(\mathcal{H}_1) \\ &= P_{fa} P_0 + P_p P_1 \end{aligned} \quad (20)$$

que és simplement la probabilitat d'error del detector. Per tant, un detector que minimitzi la probabilitat d'error és un cas particular de detector bayesià amb assignació de costos uniformes.

Exemple

Es pretén implementar un detector de mínim risc bayesià per a detectar la presència d'un senyal constant $s[n]$, amb $n = 0, 1, \dots, N-1$, en un conjunt de N mostres de senyal rebut $r[n]$ amb el següent model de senyal:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_1 : \mathbf{r} &= \mathbf{s} + \mathbf{w} \\ \mathcal{H}_0 : \mathbf{r} &= \mathbf{w} \end{aligned} \quad (22)$$

on $\mathbf{r} \doteq [r[0], r[1], \dots, r[N-1]]^T$, $\mathbf{s} \doteq [s[0], s[1], \dots, s[N-1]]^T$ i $\mathbf{w} \doteq [w[0], w[1], \dots, w[N-1]]^T$ són mostres de soroll independents, amb $w[n] \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$.

Solució: La regla de decisió que minimitza el risc bayesià es representa en l'equació 19, en la qual les funcions de densitat de probabilitat que s'han de substituir són les corresponents al model de senyal

$$f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1) = \prod_{n=0}^{N-1} f(r[n]; \mathcal{H}_1) = \prod_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2}(r[n]-s[n])^2} = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sigma_w^N} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2} \|\mathbf{r}-\mathbf{s}\|^2} \quad (23)$$

$$f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0) = \prod_{n=0}^{N-1} f(r[n]; \mathcal{H}_0) = \prod_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2} r^2[n]} = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sigma_w^N} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2} \|\mathbf{r}\|^2} \quad (24)$$

el que dona lloc a

$$L_{RB}(\mathbf{r}) \doteq \frac{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \frac{(C_{10} - C_{00})P_0}{(C_{01} - C_{11})P_1} \quad (25)$$

↓

$$e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2} [\|\mathbf{r}\|^2 - 2\mathbf{s}^T \mathbf{r} + \|\mathbf{s}\|^2 - \|\mathbf{r}\|^2]} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \frac{(C_{10} - C_{00})P_0}{(C_{01} - C_{11})P_1} \quad (26)$$

↓

$$\mathbf{s}^T \mathbf{r} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \sigma_w^2 \ln \frac{(C_{10} - C_{00})P_0}{(C_{01} - C_{11})P_1} + \frac{1}{2} \|\mathbf{s}\|^2 \quad (27)$$

de manera que el detector $T_B(\mathbf{r})$ que finalment s'ha d'implementar és

$$T_{RB}(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{N-1} r[n]s[n] \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \sigma_w^2 \ln \frac{(C_{10} - C_{00})P_0}{(C_{01} - C_{11})P_1} + \frac{1}{2} \|\mathbf{s}\|^2 \quad (28)$$

també conegut com a *filtre adaptat*, i en el qual el llindar està en funció dels costos que fixi l'usuari, les probabilitats a priori de \mathcal{H}_1 i \mathcal{H}_0 , i l'energia del senyal.

4.3.2. Criteri de detecció de Neyman-Pearson

Un dels inconvenients del criteri de detecció bayesià, a més de la subjectivitat implícita en la definició dels costos, és el fet que necessita conèixer a priori les probabilitats d'ocurrència de l'esdeveniment \mathcal{H}_1 i \mathcal{H}_0 . Si bé això és factible en algunes aplicacions concretes*, no ho és en el cas dels sistemes de radar, en els quals la probabilitat que hi hagi un blanc és desconeguda a priori. És per això que a la pràctica calen altres tipus de criteris de decisió que no necessitin informació a priori sobre l'escenari concret d'aplicació.

*És el cas de les comunicacions digitals, en què la probabilitat de tenir un bit igual a '1' sol ser la mateixa que la de tenir un bit igual a '0', i igual a 1/2.

Tenint en compte les probabilitats que defineixen les prestacions d'un sistema de detecció, $\{P_d, P_{fa}, P_p\}$, un criteri alternatiu i raonable seria aquell que tingués, simplement, l'objectiu de maximitzar la probabilitat de detecció P_d , tot mantenint les probabilitats de falsa alarma P_{fa} i de pèrdua P_p tan baixes com fos possible. De manera intuïtiva, això hauria de proporcionar uns certs nivells d'optimalitat i, alhora, evitar la dependència d'informació a priori pel que fa a \mathcal{H}_1 i \mathcal{H}_0 . No obstant això, els problemes vénen pel fet que la minimització simultània d'aquestes dues probabilitats d'error no és possible, ja que una es redueix a costa d'augmentar-ne l'altra. Aquesta afirmació s'il·lustra esquemàticament en la figura 15, en la qual s'ha dividit un espai d'observacions amb una frontera de decisió γ_a per a distingir entre les mostres corresponents a \mathcal{H}_1 , acolorides en blau, i les corresponents a \mathcal{H}_0 , acolorides en vermell. Amb l'objectiu de reduir la probabilitat de falsa alarma en la detecció de les mostres blaves, es proposa moure la frontera de decisió i situar-la en γ_b . D'aquesta manera, allunyant-la de les mostres vermelles, es redueix la probabilitat que una

mostra vermella es pugui confondre amb una blava. No obstant això, aquesta reducció comporta un augment de la probabilitat de pèrdua, ja que irremeiablement hi ha mostres blaves limítrofes amb les mostres vermelles i que, amb aquesta nova frontera γ_b , s'identificaran com vermelles i, per tant, computen com mostres perdudes.

Figura 15

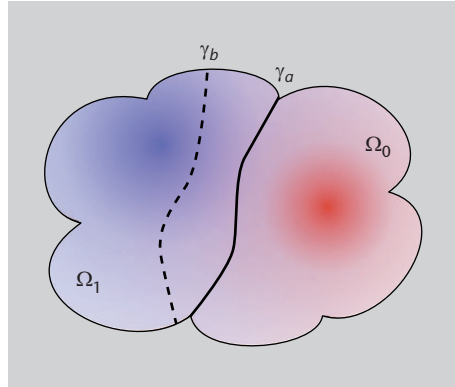


Figura 15

Exemple d'espai d'observacions per a il·lustrar el compromís entre probabilitat de falsa alarma i probabilitat de pèrdua

En vista d'aquest compromís entre falsa alarma i pèrdua, a la pràctica el criteri habitual és dissenyar regles de decisió que maximitzin la probabilitat de detecció, minimitzin un d'aquests dos tipus d'errors i en mantinguin fix l'altre.

Aquesta estratègia dóna lloc al criteri de detecció possiblement més utilitzat conegut com a **criteri de detecció de Neyman-Pearson (NP)**:

$$\max_{\text{s.t. } P_{fa} = \alpha} P_d \iff L_{NP}(\mathbf{r}) \doteq \frac{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \gamma \quad (29)$$

on el llindar γ està determinat per la probabilitat de falsa alarma fixada per endavant,

$$P_{fa} = \int_{L(\mathbf{r}) > \gamma} f(\mathbf{r}; H_0) d\mathbf{r} = \alpha. \quad (30)$$

Fixeu-vos que l'estructura d'aquest detector és essencialment la mateixa que la d'un detector de risc bayesià, ja que tots dos es basen en una raó de versemblança. No obstant això, conceptualment són detectors completament diferents, ja que el basat en NP considera les hipòtesis com a esdeveniments deterministes, mentre que el basat en risc bayesià les considera variables aleatòries. Deixant de banda aquest detall, es podria dir que, a grans trets, la diferència entre els dos detectors rau en l'ús de diferents llindars.

Exemple

Es disposa d'una mostra de senyal rebut amb la qual es pretén implementar un detector NP amb el model de senyal següent:

$$\mathcal{H}_1 : r[0] = A + w[0] \quad (31)$$

$$\mathcal{H}_0 : r[0] = w[0]$$

on A és una amplitud coneguda i $w[0] \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$ és la contribució de soroll. La probabilitat de falsa alarma del detector es fixa a $P_{fa} = 10^{-2}$.

Solució: El detector NP està determinat per l'equació 29, en la qual les funcions de densitat de probabilitat que s'han de substituir són les corresponents al model de senyal,

$$f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w}} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2}(r[0]-A)^2} \quad (32)$$

$$f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w}} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2}r^2[0]} \quad (33)$$

cosa que dóna lloc a

$$L_{NP}(\mathbf{r}) \doteq \frac{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\underset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma \quad (34)$$

↓

$$e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2}[r^2[0]-2Ar[0]+A^2-r^2[0]]} \underset{\mathcal{H}_0}{\underset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma \quad (35)$$

↓

$$r[0] \underset{\mathcal{H}_0}{\underset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \frac{\sigma_w^2}{A} \ln \gamma + \frac{1}{2}A \quad (36)$$

per la qual cosa el detector $T_{NP}(\mathbf{r})$ que finalment s'ha d'implementar és

$$T_{NP}(\mathbf{r}) = r[0] \underset{\mathcal{H}_0}{\underset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma', \quad (37)$$

essent $\gamma' \doteq \frac{\sigma_w^2}{A} \ln \gamma + \frac{1}{2}A$ un llindar equivalent. Per a obtenir la probabilitat de falsa alarma que s'especifica cal trobar el valor de γ' tal que $P_{fa} = 10^{-2}$. Així, $P_{fa} = \text{prob}(T(\mathbf{r}) > \gamma'; \mathcal{H}_0) = \int_{\gamma'}^{\infty} f(r[0]; \mathcal{H}_0) dr[0] = 1 - F\left(\frac{\gamma'-A}{\sigma_w}\right) = Q\left(\frac{\gamma'-A}{\sigma_w}\right)$ on $Q(\cdot)$ és la funció Q o àrea dreta sota la PDF gaussiana normalitzada. Finalment, el llindar s'obté com $\gamma' = \sigma_w Q^{-1}(10^{-2}) + A$.

4.3.3. Criteri de detecció seqüencial

De vegades, les mostres de senyal rebut es processen seqüencialment i, per tant, és interessant disposar també de criteris de detecció en què s'avalui seqüencialment una determinada regla de decisió. Aquest procés es pot dur a terme a mesura que hi arriben noves mostres, sense haver d'esperar a tenir totes les mostres esperades, i mentre no s'estigui satisfet amb la fiabilitat de

la decisió que cal prendre. Un altre dels avantatges de la detecció seqüencial és que, de mitjana, sol requerir menys mostres per a aconseguir la mateixa probabilitat d'error que amb criteris de detecció amb grandària de mostra fixa. Això és degut al fet que, per exemple, el criteri de Neyman-Pearson fixa una certa probabilitat de falsa alarma $P_{fa} = \alpha$. Ara bé, pot ser que estiguem també interessats en una certa probabilitat de pèrdua $P_p \leq \beta$, i aquesta potser no és possible per a la grandària de mostra amb què s'ha fixat $P_{fa} = \alpha$. Per tant, cal augmentar la grandària de la mostra, però en una relació que acostuma a ser excessiva perquè es compleixin simultàniament tots dos criteris $P_{fa} = \alpha$ i $P_p = \beta$.

Per a solucionar aquest problema, Abraham Wald va elaborar el test conegut com a *sequential probability ratio test* (SPRT), que es pot entendre com una variant del criteri de detecció de Neyman-Pearson en què la grandària de la mostra no està fixada a priori (Wald, 1945). Per a cada nova mostra que es rep, el test calcula una raó de versemblança $L_{\text{SPRT}}(\mathbf{r}_k)$ amb les mostres disponibles fins a l'instant actual, agrupades en el vector $\mathbf{r}_k \doteq [r[0], r[1], \dots, r[k-1]]^T$, i el compara amb dos llindars de decisió γ_0 i γ_1 , que depenen de les probabilitats de falsa alarma i de pèrdua. Sobre la base d'aquests llindars, el test decideix el següent:

$$L_{\text{SPRT}}(\mathbf{r}_k) \doteq \begin{cases} > \gamma_1 & \mathcal{H}_1 \\ < \gamma_0 & \mathcal{H}_0 \end{cases} \quad (38)$$

i si $\gamma_0 \leq L_{\text{SPRT}}(\mathbf{r}_k) \leq \gamma_1$, el test no està en condicions de prendre cap decisió amb la fiabilitat requerida, i llavors espera rebre noves mostres.

Tots dos llindars, γ_0 i γ_1 , es poden obtenir fàcilment. En el cas de γ_1 , n'hi ha prou amb tenir en compte que la probabilitat de detecció P_d s'obté com $P_d = \int_{\Omega_1} f(\mathbf{r}_k; \mathcal{H}_1) d\mathbf{r}_k$, i que a partir de la mateixa definició del test,

$$P_d = \int_{\Omega_1} L_{\text{SPRT}}(\mathbf{r}_k) f(\mathbf{r}_k; \mathcal{H}_0) d\mathbf{r}_k \Rightarrow P_d > \gamma_1 \int_{\Omega_1} f(\mathbf{r}_k; \mathcal{H}_0) d\mathbf{r}_k = \gamma_1 P_{fa}. \quad (39)$$

Substituint P_d per $1 - P_p$, es pot afirmar que el llindar per a decidir \mathcal{H}_1 compleix $\gamma_1 = \frac{1 - P_p}{P_{fa}}$. Si procedim de la mateixa manera en el cas de γ_0 , obtenim que $\gamma_0 = \frac{P_p}{1 - P_{fa}}$. A partir d'aquí, l'SPRT es pot implementar seqüencialment si assumim la independència entre mostres, segons

$$L_{\text{SPRT}}(\mathbf{r}_k) = \prod_{n=0}^k \frac{f(\mathbf{r}_k; \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}_k; \mathcal{H}_0)} \Rightarrow \ln L_{\text{SPRT}}(\mathbf{r}_k) = \ln \frac{f(r[k]; \mathcal{H}_1)}{f(r[k]; \mathcal{H}_0)} + \sum_{n=0}^{k-1} \ln \frac{f(\mathbf{r}_n; \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}_n; \mathcal{H}_0)} \quad (40)$$

amb la qual cosa és possible la següent implementació seqüencial del test:

$$\ln L_{\text{SPRT}}(\mathbf{r}_k) = \ln L_{\text{SPRT}}(r[k]) + \ln L_{\text{SPRT}}(\mathbf{r}_{k-1}). \quad (41)$$

4.4. Criteris de detecció amb PDF incompletes

Quan la funció de densitat de probabilitat de les dades no s'ha especificat completament, és a dir, quan hi ha paràmetres desconeguts, els criteris de detecció presentats anteriorment no són aplicables. Com que no s'ha especificat el valor concret d'aquests paràmetres, la funció de densitat de probabilitat de les dades no es pot avaluar i, per tant, tampoc no es pot resoldre la raó de versemblança en la qual es basen el detector bayesià i el detector de Neyman-Pearson. Sí que és cert, però, que tot i que hi hagi paràmetres desconeguts, sempre se'ls hauria de poder estimar i, posteriorment, comprimir-ne el valor en la funció de densitat de probabilitat corresponent. Encara que aquesta afirmació és certa, els detectors resultants estan afectats per la incertesa sobre l'estimació dels paràmetres desconeguts. Formalment, i a diferència del cas en què la funció de densitat de probabilitat s'ha especificat completament, la incertesa que genera el desconeixement d'alguns paràmetres fa que no es pugui garantir l'existència d'un detector que ofereixi sempre la màxima probabilitat de detecció, un detector que en anglès s'anomena *uniformly most powerful detector* (UMP).

Davant d'aquestes circumstàncies, s'han proposat diversos criteris de detecció per a aquest tipus de problemes, dels quals els més habituals són els que es presenten a continuació.

4.4.1. Criteri de detecció de GLRT

El *generalized likelihood ratio test* (GLRT) es basa en l'avaluació de la raó de versemblança entre les funcions de densitat de probabilitat \mathcal{H}_1 i \mathcal{H}_0 , amb els paràmetres desconeguts θ que se substitueixen per les seves estimacions de màxima versemblança (ML, de l'anglès *maximum likelihood*). Així,

$$L_{\text{GLRT}}(\mathbf{r}) \doteq \frac{f(\mathbf{r}; \hat{\theta}_1, \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}; \hat{\theta}_0, \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma \quad (42)$$

on $\hat{\theta}_1$ és l'estimació ML dels paràmetres desconeguts en la hipòtesi \mathcal{H}_1 i $\hat{\theta}_0$ és l'estimació ML dels paràmetres desconeguts en la hipòtesi \mathcal{H}_0 .

Exemple

Es disposa d'un conjunt de N mostres de senyal rebut, amb les quals es pretén detectar la presència d'un senyal constant, d'amplitud A desconeguda. El model de senyal és el següent:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_1 : \mathbf{r} &= A\mathbf{1} + \mathbf{w} \\ \mathcal{H}_0 : \mathbf{r} &= \mathbf{w} \end{aligned} \quad (43)$$

on $\mathbf{1}$ és un vector de $(N \times 1)$ uns. Es demana que indiqueu el detector GLRT per a aquest problema.

Solució: La raó de versemblança per a aquest problema està determinada pel quocient de les següents funcions de densitat de probabilitat,

$$f(\mathbf{r}; A, \mathcal{H}_1) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sigma_w^N} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2} \|\mathbf{r} - A\mathbf{1}\|^2} \quad (44)$$

$$f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sigma_w^N} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2} \|\mathbf{r}\|^2} \quad (45)$$

el que dóna lloc a

$$L_{\text{GLRT}}(\mathbf{r}) \doteq \frac{f(\mathbf{r}; \hat{A}, \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma \quad (46)$$

↓

$$e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2} [\|\mathbf{r}\|^2 - 2\hat{A}\mathbf{1}^T \mathbf{r} + \hat{A}^2 N - \|\mathbf{r}\|^2]} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma \quad (47)$$

↓

$$2\hat{A}\mathbf{1}^T \mathbf{r} - \hat{A}^2 N \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma' \quad (48)$$

Tenint en compte que l'estimació ML de la constant A està determinada per $\hat{A} = \frac{1}{N} \mathbf{1}^T \mathbf{r}$, substituint-la en l'expressió anterior obtenim:

$$T_{\text{GLRT}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{N} (\mathbf{1}^T \mathbf{r})^2 \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma' \quad (49)$$

que dóna lloc al que es coneix com a *detector no coherent* o *detector de potència*.

4.4.2. Criteri de detecció bayesià

Aquest criteri de detecció no s'ha de confondre amb el de mínim risc bayesià. En particular, la detecció bayesiana es basa en l'ús d'informació a priori sobre el paràmetre desconegut per, a partir d'aquesta, obtenir la funció de densitat de probabilitat marginalitzada, la qual ja no depèn del paràmetre desconegut i, per tant, es pot avaluar sense problemes. Aquest criteri, igual que els anteriors, es basa en un quocient de funcions de densitat de probabilitat, que en aquest cas és

$$L_B(\mathbf{r}) \doteq \frac{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0)} = \frac{\int f(\mathbf{r}; \boldsymbol{\theta}_1, \mathcal{H}_1) f(\boldsymbol{\theta}_1) d\boldsymbol{\theta}_1}{\int f(\mathbf{r}; \boldsymbol{\theta}_0, \mathcal{H}_0) f(\boldsymbol{\theta}_0) d\boldsymbol{\theta}_0} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma \quad (50)$$

on $f(\boldsymbol{\theta}_1)$ i $f(\boldsymbol{\theta}_0)$ són les funcions de densitat de probabilitat, o *priors*, dels paràmetres desconeguts sota ambdues hipòtesis.

Vegeu també

El criteri de mínim risc bayesià s'estudia en el subapartat 4.3.

4.4.3. Criteri de detecció de Wald

De vegades, quan l'avaluació del GLRT resulta complicada, val la pena considerar criteris de detecció alternatius. Un exemple és el criteri de detecció de Wald, orientat a problemes amb hipòtesis del tipus

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_1 &: \boldsymbol{\theta} \neq \boldsymbol{\theta}_0 \\ \mathcal{H}_0 &: \boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_0,\end{aligned}\tag{51}$$

on $\boldsymbol{\theta}$ és el vector de paràmetres desconegut. En aquestes condicions, el criteri de detecció de Wald es basa en l'avaluació del test següent:

$$T_W(\mathbf{r}) \doteq (\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 - \boldsymbol{\theta}_0)^T \mathbf{I}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_1) (\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 - \boldsymbol{\theta}_0)\tag{52}$$

on $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1$ és l'estimació ML de $\boldsymbol{\theta}$ sota la hipòtesi \mathcal{H}_1 .

4.4.4. Criteri de detecció de Rao

De manera similar al criteri de Wald, el criteri de detecció de Rao ofereix una alternativa a l'avaluació del GLRT en problemes de resolució difícil. El principal avantatge del criteri de detecció de Rao enfront dels seus competidors és que únicament necessita obtenir una estimació ML del vector de paràmetres desconegut (en comptes de dues estimacions, per a \mathcal{H}_1 i \mathcal{H}_0 , com ocorre en el GLRT), i que aquesta estimació ML correspon a $\hat{\boldsymbol{\theta}}_0$, el vector de paràmetres $\boldsymbol{\theta}$ sota la hipòtesi \mathcal{H}_0 (en lloc de $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1$ com ocorre en el test de Wald), la qual acostuma a ser més fàcil d'obtenir que $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1$. En aquestes condicions, el criteri de detecció de Rao es basa en l'avaluació del test següent:

$$T_R(\mathbf{r}) \doteq \left[\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \ln f(\mathbf{r}; \boldsymbol{\theta}) \right]_{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}_0}^T \mathbf{I}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_1) \left[\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \ln f(\mathbf{r}; \boldsymbol{\theta}) \right]_{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}_0}.\tag{53}$$

Santíssima Trinitat

Malgrat les seves diferents expressions, és interessant comentar que el GLRT, el test de Wald i el test de Rao convergeixen a les mateixes prestacions de manera asimptòtica, la qual cosa ha motivat que aquests tres criteris de detecció es coneguin també com la *Santíssima Trinitat* (Maio i altres, 2010).

5. Precisió en la determinació d'objectius

El primer pas de qualsevol sistema de radar consisteix a detectar la presència de possibles blancs dins de l'espai que s'està analitzant. Una vegada detectat el blanc, el pas següent és determinar-ne la localització, principalment en termes d'azimut i distància en línia recta (que en anglès s'anomena *range*). Com que interessa determinar la localització de l'objectiu amb la màxima precisió possible, hi ha dos aspectes que cal tenir especialment en compte:

1) L'estimació del retard d'arribada, t_d , del senyal reflectit, ja que és a partir d'aquest retard que s'obté l'estimació de la distància al blanc, segons l'expressió $d = c \cdot t_d/2$. Qualsevol petit error en l'estimació de t_d provoca un error considerable en termes de distància, ja que el factor de conversió entre tots dos (la velocitat de la llum, c) és de l'ordre de 10^8 .

Una indicació sobre la precisió més bona que es pot obtenir en l'estimació del temps de retard la proporciona la fita de Cramér-Rao (CRB, de l'anglès *Cramér-Rao bound*), que es pot entendre com una fita inferior en la variància de qualsevol estimador sense biaix. Aquesta fita es defineix segons l'expressió

$$\text{var}(\hat{\tau}_d) \geq \text{CRB}(\hat{\tau}_d) = \frac{1}{E_{\mathbf{r}} \left[\left| \frac{\partial}{\partial \tau_d} \log f(\mathbf{r}|\tau_d) \right|^2 \right]} = \frac{-1}{E_{\mathbf{r}} \left[\frac{\partial^2}{\partial \tau_d^2} \log f(\mathbf{r}|\tau_d) \right]}, \quad (54)$$

on $\tau_d \doteq t_d/T_m$ es defineix com el temps de retard discret (en mostres) i T_m és el temps de mostratge del receptor digital, \mathbf{r} és un vector de N mostres del senyal rebut $r[n] = s[n - \tau_d] + w[n]$, i $f(\mathbf{r}|\tau_d)$ és la funció densitat de probabilitat del vector \mathbf{r} condicionat a τ_d . D'aquesta manera es té que, en el cas de soroll AWGN amb $w[n] \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$,

$$\frac{\partial^2}{\partial \tau_d^2} \log f(\mathbf{r}|\tau_d) = \frac{1}{\sigma_w^2} \sum_{n=0}^{N-1} \left[(r[n] - s[n - \tau_d]) \frac{\partial^2 s[n - \tau_d]}{\partial \tau_d^2} - \left(\frac{\partial s[n - \tau_d]}{\partial \tau_d} \right)^2 \right] \quad (55)$$

i després de calcular l'esperança respecte a les mostres rebudes,

$$E_{\mathbf{r}} \left[\frac{\partial^2}{\partial \tau_d^2} \log f(\mathbf{r}|\tau_d) \right] = -\frac{1}{\sigma_w^2} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{\partial s[n - \tau_d]}{\partial \tau_d} \right)^2, \quad (56)$$

de manera que la $\text{CRB}(\tau_d)$ queda

$$\text{var}(\hat{\tau}_d) \geq \text{CRB}(\hat{\tau}_d) = \frac{\sigma_w^2}{\sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{\partial s[n-\tau_d]}{\partial \tau_d} \right)^2}. \quad (57)$$

L'equació 57 suggereix que l'error en l'estimació del retard és més petit com més gran sigui la derivada del senyal, en aquest cas, del pols de radar utilitzat. En el cas d'un pols rectangular, que té derivades igual a infinit en les seves transicions, l'error que es cometria en l'estimació del retard seria idealment nul. Tot i així, és ben conegut que els polsos rectangulars tenen una amplada de banda infinita i, per tant, no es poden implementar en la pràctica, quan habitualment l'amplada de banda està limitada per qüestions de disseny o regulacions electromagnètiques. No obstant això, la idea d'utilitzar polsos amb transicions abruptes continua essent vàlida i s'utilitza sovint com a regla pràctica per al disseny de polsos amb bones propietats per a l'estimació posterior del temps de retard. D'altra banda, la relació directa entre la forma d'ona del pols de radar i la seva ocupació espectral fan que sigui interessant poder disposar d'una expressió equivalent de la $\text{CRB}(\hat{\tau}_d)$ en l'equació 57 però en termes de freqüència, en lloc de temps. Per a això, i suposant que la freqüència de mostreig és prou gran, és possible substituir el sumatori discret de l'equació 57 per una integral contínua, segons

$$\sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{\partial s[n-\tau_d]}{\partial \tau_d} \right)^2 = \sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{\partial s(t)}{\partial t} \right)^2 \Big|_{t=nT_m-\tau_d} = \frac{1}{T_m} \int_0^{NT_m} \left(\frac{\partial s(t)}{\partial t} \right)^2 dt. \quad (58)$$

D'altra banda, si suposem un mostreig a la freqüència de Nyquist amb $T_m = 1/(2B)$, on B és l'amplada de banda del senyal $s[n]$, i si tenim en compte que la potència de soroll a la sortida del filtre antialiàsing és donada per $\sigma_w^2 = N_0 B$, on N_0 és la densitat espectral de potència del soroll, tenim que

$$\text{var}(\hat{\tau}_d) \geq \text{CRB}(\hat{\tau}_d) = \frac{1}{\frac{2E_s}{N_0} B_{\text{ms}}^2}. \quad (59)$$

$\frac{E_s}{N_0}$ és una mesura de la relació senyal-soroll que hi ha a la sortida del receptor i B_{ms}^2 és l'amplada de banda de Gabor o amplada de banda quadràtica mitjana:

$$B_{\text{ms}}^2 \doteq \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df}. \quad (60)$$

Finalment, l'expressió de la $\text{CRB}(\hat{\tau}_d)$ en l'equació 59 indica que la precisió en l'estimació del retard depèn de forma directa de l'amplada de banda quadràtica mitjana del senyal $s[n]$, que seria el moment de segon ordre de la densitat espectral de $s[n]$. Cal assenyalar que aquesta mesura d'amplada de banda augmenta quadràticament amb les freqüències altes, cosa que suggereix que els senyals amb bones propietats per a l'estimació del retard són els que, donada

una energia determinada, la distribueixen en els extrems de l'espectre, per tal d'aconseguir una amplada de banda quadràtica mitjana més gran que la d'un senyal que, per exemple, distribueixi la mateixa energia de manera uniforme en tota la banda. Tal com veurem més endavant en aquesta assignatura, això és precisament el que es pretén, en certa manera (malgrat que d'un mode força primitiu), amb els nous senyals *binary-offset carrier* (BOC) que s'utilitzen en el sistema de posicionament per satèl·lit Galileo.

2) **L'amplada de feix de l'antena**, $\{\theta, \phi\}$, ja que com més estret sigui aquest feix, més precisió s'obté a l'hora de determinar la direcció en què es troba l'objectiu. La justificació formal de la precisió angular que s'aconsegueix amb una determinada antena de radar segueix un procediment molt semblant al que hem fet abans en el cas de l'estimació del temps de retard; la raó és la gran semblança que hi ha entre els dominis angular i freqüencial. Això es pot veure, per exemple, en el fet que l'amplitud del camp elèctric d'una antena unidimensional en la direcció de l'angle θ és donada per

$$g(\theta) = \int_{-D/2}^{D/2} A(z) e^{j2\pi \frac{z}{\lambda} \sin\theta} dz, \quad (61)$$

expressió que és molt semblant a la relació entre el senyal temporal $s(t)$ i el seu espectre $S(f)$ mitjançant la transformada inversa de Fourier,

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j2\pi ft} df. \quad (62)$$

Atès el paral·lelisme entre $g(\theta)$ i $s(t)$ i, per tant, entre $A(z)$ i $S(f)$, es pot demostrar que la precisió en la mesura angular queda afitada inferiorment segons l'expressió

$$\text{var}(\hat{\theta}) \geq \text{CRB}(\hat{\theta}) = \frac{1}{2 \frac{E_s}{N_0} D_{\text{ms}}^2}, \quad (63)$$

on D_{ms}^2 és l'amplada quadràtica efectiva de l'obertura, definida com

$$D_{\text{ms}}^2 \doteq \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi \frac{z}{\lambda})^2 |A(f)|^2 dz}{\int_{-\infty}^{\infty} |A(f)|^2 dz}. \quad (64)$$

5.1. Funció d'ambigüitat

Abans s'han presentat les fites inferiors que determinen la precisió més bona que es pot assolir per a l'estimació del temps de retard i de l'angle d'arribada en un sistema de radar concret amb una amplada de banda i d'obertura fixades. Malauradament, aquestes fites no ofereixen informació pel que fa a com s'ha de construir el receptor de radar òptim que permeti aconseguir les prestacions esmentades. Per aquesta raó, en la pràctica, el disseny de receptors radar *òptims* es basa en criteris de disseny orientats, en primer lloc, a detectar la presència

de senyal amb la màxima fiabilitat possible i, en segon, a obtenir estimacions de temps de retard i d'angle d'arribada asimptòticament eficients, una vegada s'ha detectat el senyal.

El primer pas, relacionat amb el disseny del receptor per a una detecció òptima del senyal, ja es va introduir en l'apartat 4, on es van presentar els fonaments de la teoria de la detecció. Un dels resultats més importants que s'hi van establir va ser el concepte de *filtre adaptat* i es va demostrar que és el receptor òptim per a la detecció de senyals deterministes conegudes a priori. Aquest és el cas habitual en escenaris senzills en què el pols de radar reflectit i rebut no té distorsió ni propagació multicamí i, per tant, coincideix amb el pols emès, excepte per una atenuació i un retard. Cal fer notar que el concepte de filtre adaptat és força general i apareix també en altres aplicacions, com és el cas de les comunicacions digitals, en què es demostra que és el filtre receptor que maximitza la relació senyal-soroll (SNR, de l'anglès *signal-to-noise ratio*) a la sortida (Proakis i Salehi, 2002, sec. 7.5.2). Matemàticament, la sortida $y[k]$ del filtre adaptat es calcula per mitjà de l'equació de convolució, segons

$$y[k] = r[k] * h[k] = \sum_{n=0}^{L_h-1} r[n]h[k-n] = \sum_{n=0}^{L_s-1} r[n]s[n-k], \quad (65)$$

on $h[k] = s[-k]$ és la resposta impulsional del filtre adaptat, essent $s[k]$ la rèplica local del senyal transmès (i rebut, suposant que no hi ha distorsió), o bé $h[k] = s[L_s - 1 - k]$ amb un retard de $L_s - 1$ mostres per a fer que filtre sigui causal, essent L_s la longitud en mostres del senyal transmès.

Les propietats d'optimalitat del filtre adaptat n'han motivat l'àmplia adopció en els sistemes de radar tradicionals (Skolnik, 2001, sec. 5.2) i el seu ús com a eina per a analitzar les prestacions obtingudes en la transmissió d'una determinada forma d'ona. Aquesta anàlisi és la que origina l'anomenada *funció d'ambigüitat*, que no és res més que una representació bidimensional de la sortida del filtre adaptat en funció del temps i de la freqüència, en absència de soroll. La incorporació de la dependència amb la freqüència permet analitzar la degradació que pateix la sortida del filtre adaptat en presència de l'efecte Doppler, efecte que acostuma a aparèixer habitualment a causa del moviment del blanc que s'està il·luminant.

Seguint amb el model de senyal discret, la funció d'ambigüitat es pot definir, segons Woodward (1965), com

$$\chi(\tau, f) \doteq \left| \sum_{n=0}^{L_s-1} s[n]s[n-\tau]e^{j2\pi fn} \right|^2. \quad (66)$$

Definició de la funció d'ambigüitat

La definició original de la funció d'ambigüitat està realitzada en temps continu, però aquí se'n presenta la versió en temps discret, per coherència amb l'ús del model de senyal discret al llarg d'aquest mòdul.

L'expressió en l'equació 66 no és res més que una representació temps-freqüència de la correlació que té la forma d'ona utilitzada pel sistema de radar. En aquest sentit, cal esmentar que la funció d'ambigüitat forma part d'una àmplia família de diferents representacions temps-freqüència, entre les quals hi ha, per exemple, la funció d'autocorrelació cíclica (Gardner, 1988) o la distribució de Wigner-Ville o Rihazek (Hlawatsch i Auger, 2008, sec. 5.3), malgrat que en alguns casos les seves definicions originals són en el domini del temps continu i la seva extensió al cas discret no és sempre directa (Chassande i Pai, 2005; Richman i altres, 1995). D'altra banda, i com que que les mesures de temps que realitza un radar estan relacionades amb el càlcul de distància i les mesures de freqüència ho estan amb el càlcul de la velocitat del blanc, la funció d'ambigüitat d'un radar proporciona informació sobre la seva capacitat per a mesurar distàncies i velocitats (Auslander i Tolimieri, 1984). Finalment, a continuació s'enumeren algunes propietats de la funció d'ambigüitat:

- Assoleix el valor màxim a l'origen: $\chi(\tau, f) \leq \chi(0, 0)$.
- Té simetria parella, en el temps i en la freqüència: $\chi(\tau, f) = \chi(-\tau, -f)$.
- El seu comportament mitjà en el temps és: $\chi(\tau) = \int_{-1/2}^{1/2} \chi(\tau, f) \Phi(f) df$.
- El seu comportament mitjà en la freqüència és: $\chi(f) = \int_{-L_s}^{L_s} \chi(\tau, f) \Phi(\tau) d\tau$.
- El volum sota la superfície és: $\int_{-1/2}^{1/2} \int_{-L_s}^{L_s} \chi(\tau, f) d\tau df = (2E_s)^2$.

En les expressions anteriors $\Phi(f)$ i $\Phi(\tau)$ són les funcions densitat de probabilitat de l'error de freqüència i el retard.

Exemples de funcions d'ambigüitat

A continuació es mostren alguns exemples de funcions d'ambigüitat:

Figura 16. Funció d'ambigüitat per a un pols no modulad (Levanon i Mozeson, 2004, pàg. 9)

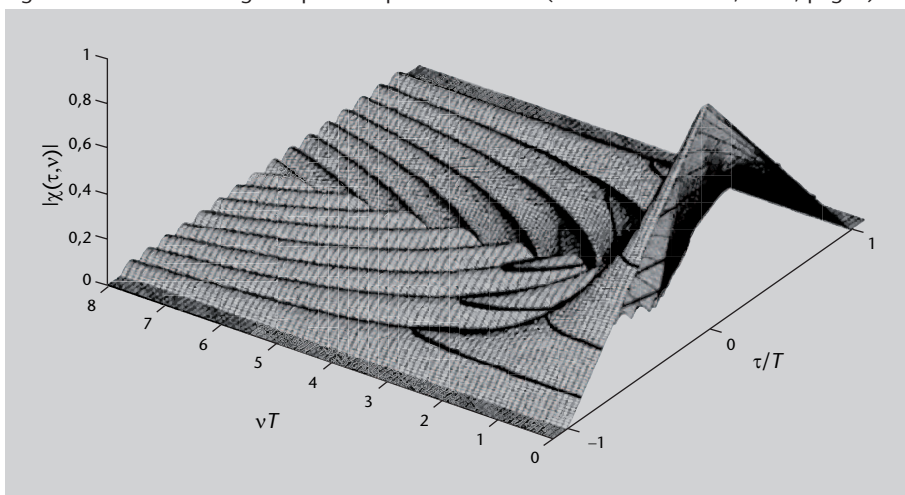


Figura 17. Funció d'ambigüitat per a un pols modulad en freqüència, FM (Levanon i Mozeson, 2004, pàg. 10)

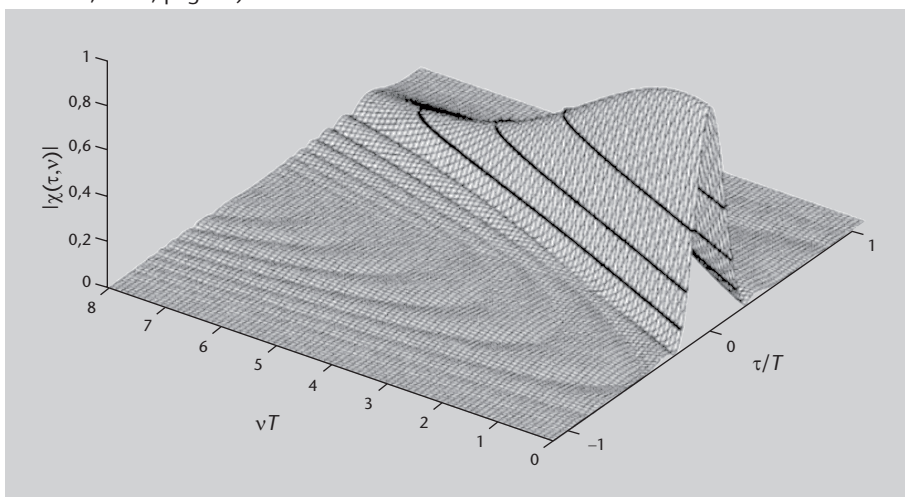
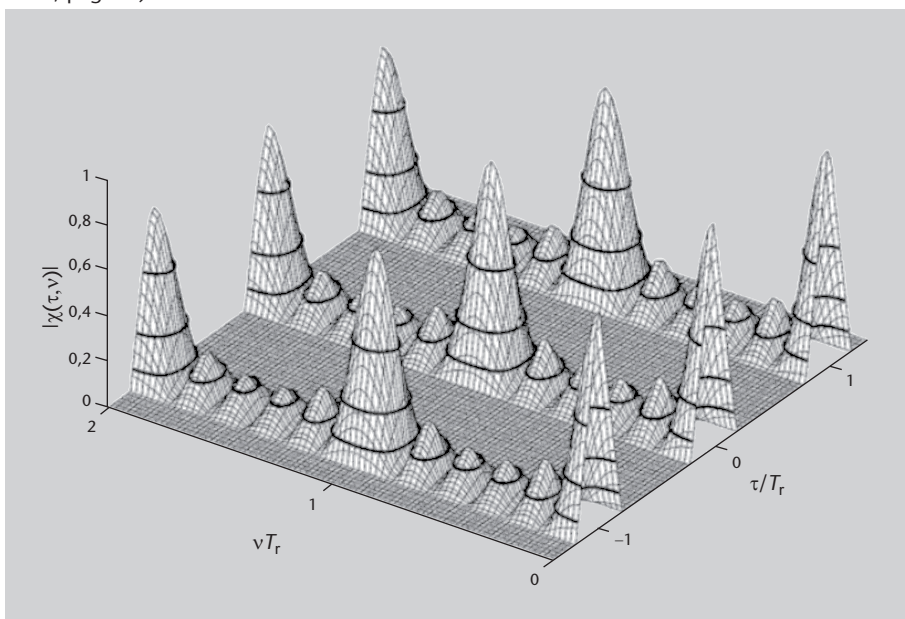


Figura 18. Funció d'ambigüitat per a un tren de sis polsos no modulats (Levanon i Mozeson, 2004, pàg. 11)



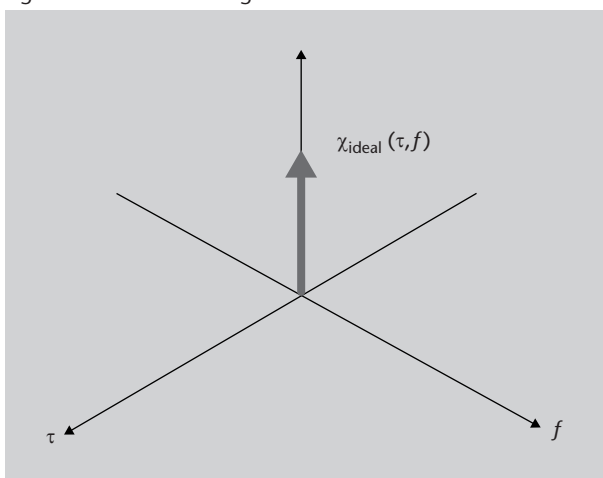
Les funcions d'ambigüitat que s'il·lustren en les figures 16, 17 i 18 són exemples pràctics amb polsos de radar habituals. Es pot observar que les diverses respostes són força diferents entre si, i això ens duu a preguntar-nos quina hauria de ser la resposta *ideal* que hom esperaria trobar o quines són les propietats que es busquen en una funció d'ambigüitat. En primer lloc, cal tenir en compte que l'objectiu primordial del receptor de radar és detectar la presència de senyal, cosa que s'ha de dur a terme amb la màxima fiabilitat possible. És a dir, si la sortida màxima del filtre adaptat es produeix en un instant de temps determinat, que simbolitzem τ_d , en el cas ideal, el retard amb què es detecta el pic hauria d'indicar inequívocament que el senyal arriba amb un retard τ_d , i no pas amb qualsevol altre. En altres paraules, no hi hauria d'haver cap mena d'*ambigüitat* pel que fa a l'instant (ni a la freqüència) en què es rep el senyal.

D'altra banda, la resposta hauria de ser prou estreta en el domini temporal (i en el freqüencial) per a poder resoldre l'instant de temps (o la freqüència) amb la màxima precisió possible. Aquests requeriments es reflecteixen en el fet que la funció d'ambigüitat ideal hauria de ser una funció delta de Dirac (δ) en l'origen de temps-freqüència; és a dir,

$$\chi_{\text{ideal}}(\tau, f) = \delta(\tau, f), \quad (67)$$

la representació de la qual es mostra en la figura 19.

Figura 19. Funció d'ambigüitat ideal



No obstant això, una representació com la que es mostra en la figura 19 no és factible, atès que és impossible tenir una resposta arbitràriament estreta en temps i en freqüència de manera simultània. Això és conseqüència de les propietats de la transformada de Fourier, que relaciona temps i freqüència i amb la qual es pot comprovar que qualsevol resposta de durada limitada en el domini temporal té una representació freqüencial de durada infinita, i a l'inrevés.

El compromís entre durada temporal i ocupació freqüencial es coneix amb el nom de *principi d'incertesa* i es pot expressar matemàticament amb la desigualtat

$$T_{\text{ms}}^2 B_{\text{ms}}^2 \geq \pi, \quad (68)$$

on B_{rm}^2 és l'amplada de banda quadràtica mitjana, definida en l'equació 60, i, de manera semblant, T_{rm}^2 és la durada temporal quadràtica mitjana, definida com

$$T_{\text{ms}}^2 \doteq \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi t)^2 s^2(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt}. \quad (69)$$

Segons aquesta relació, el senyal més dolent per a obtenir mesures precises de temps de retard i de freqüència seria el senyal per al qual el producte $T_{ms}^2 B_{ms}^2$ fos més petit. Aquest és el cas del pols gaussià, que compleix que $T_{ms}^2 B_{ms}^2 = \pi$. En canvi, altres polsos habituals, com el pols rectangular o el pols trapezoïdal amb temps de pujada del 25% de la durada total ofereixen productes temps-freqüència $T_{ms}^2 B_{ms}^2$ iguals a 1.22π i 1.4π , respectivament. No hi ha gaire diferència, malgrat tot, amb la relació que ofereix el pols gaussià, que és el pitjor de tots, i per això es busquen polsos alternatius als tradicionals a força d'aplicar tècniques de modulació que generin una amplada de banda molt més gran que la inversa de la durada del pols. Aquestes tècniques són les que es coneixen com a tècniques de *compressió de polsos de radar* i es tractaran en el subapartat següent.

5.2. Compressió de polsos de radar

Tal com s'ha descrit en l'inici de l'apartat 5, la precisió que ofereix un sistema de radar en la determinació de la distància al blanc queda determinada principalment per l'amplada de banda (quadràtica mitjana) de la forma d'ona utilitzada. En aquest sentit, està clar que com més gran hagi de ser la precisió, més gran serà l'amplada de banda necessària i, per tant, més breu la durada temporal del pols que cal radiar. No obstant això, tot i que és possible reduir la durada del pols, hi ha situacions en què aquesta reducció no és aconsellable, ja que implica una degradació de les prestacions del sistema. Aquest és el cas, especialment, dels sistemes de radar limitats en la seva potència pic d'emissió (*peak power*) amb l'objectiu de prevenir interferències amb sistemes de comunicacions sense fil que operin en bandes properes. Si la potència pic està limitada, reduir la durada temporal del pols radiat implica també, irremediablement, una disminució de la seva energia. En aquestes circumstàncies, un pols radiat amb energia més baixa implica que la relació E_s/N_0 que apareix en l'equació 59 sigui més petita i, per tant, neutralitzi la possible millora que proporcionaria el fet d'utilitzar una amplada de banda més gran. És per això que, quan s'utilitzen formes d'ona tradicionals com les considerades fins ara, els sistemes de radar amb restriccions de potència pic tenen clarament limitades les seves prestacions, fins i tot disposant d'una amplada de banda arbitràriament gran.

La manera de superar aquest obstacle és mitjançant allò que en l'àmbit de sistemes de radar es coneix com a tècniques de *compressió de polsos*. L'objectiu d'aquestes tècniques és augmentar l'amplada de banda del senyal radiat, alhora que es manté l'energia del senyal. És el que en termes de comunicacions digitals es coneix com a tècniques d'*espectre eixamplat*, denominació que tal vegada us resulti més familiar i que permet fer-se una idea molt més directa del principi bàsic d'operació. Es tracta de tècniques que modulen el senyal d'interès (en aquest cas, la forma d'ona que cal transmetre) de manera que l'amplada de banda radiada sigui molt més gran que l'amplada de banda inicial de la forma d'ona. En recepció, es realitza el procés invers, desmodulant el

senyal rebut (utilitzant el filtre adaptat corresponent) i obtenint, després, una resposta molt més abrupta que la que s’obtidria amb la forma d’ona inicial, però de la mateixa energia. Aquest efecte de compressió s’il·lustra de manera gràfica en la resposta a la sortida del filtre adaptat que es mostra en la part inferior de les figures 20 i 21 que s’introduiran més endavant.

Per tal de presentar les tècniques de compressió de polsos de radar, és important distingir dues categories principals:

- **Compressió per modulació en freqüència.** Engloba les tècniques tradicionals de compressió de polsos de radar en les quals la forma d’ona que s’ha de transmetre es modula en freqüència de manera lineal (LFM, de l’anglès *linear frequency modulation*) (Skolnik, 2001, sec. 11.5) o no lineal (NLFM, de l’anglès *non-linear frequency modulation*) (Skolnik, 2008, sec. 8.2). Per exemple, en el cas de LFM, i suposant un pols quadrat, la freqüència instantània $f_i[n]$ del senyal modulat de sortida consta d’una freqüència nominal f_0 i d’un desplaçament en freqüència que creix linealment durant el temps que dura el pols. És a dir,

$$f_i[n] = f_0 + f_{\Delta}n \quad , \quad n = \{0, 1, \dots, L_g\} \tag{70}$$

on f_{Δ} és la desviació màxima en freqüència i L_g , el número de mostres que dura el pols. Un exemple de senyal modulat en règim LFM i l’efecte de compressió resultant es mostren en la figura 20.

Figura 20

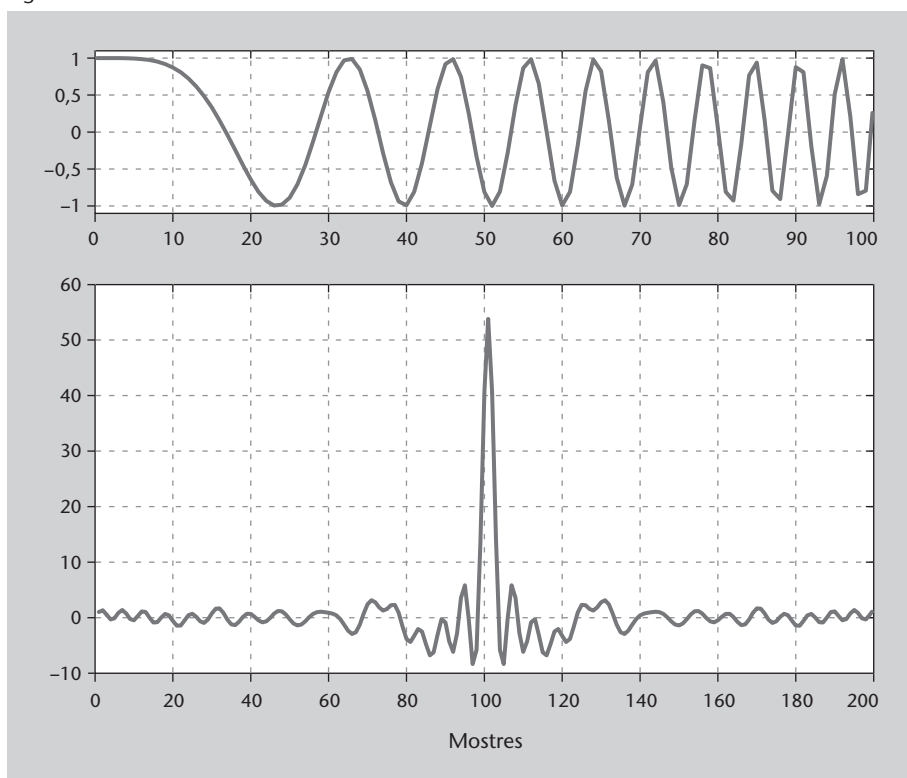


Figura 20

A dalt, exemple de senyal modulat en LFM. A sota, correlació del senyal modulat en LFM, on es pot apreciar l’efecte de la compressió.

Tot i que és difícil caracteritzar-ho de manera analítica, és ben sabut que l'amplada de banda d'un senyal modulad en freqüència s'assembla a un conjunt de deltes en freqüència, l'amplada de banda total del qual es pot aproximar, en primera instància, segons la regla de Carson, com (Proakis i Salehi, 2002, eq. 3.3.45):

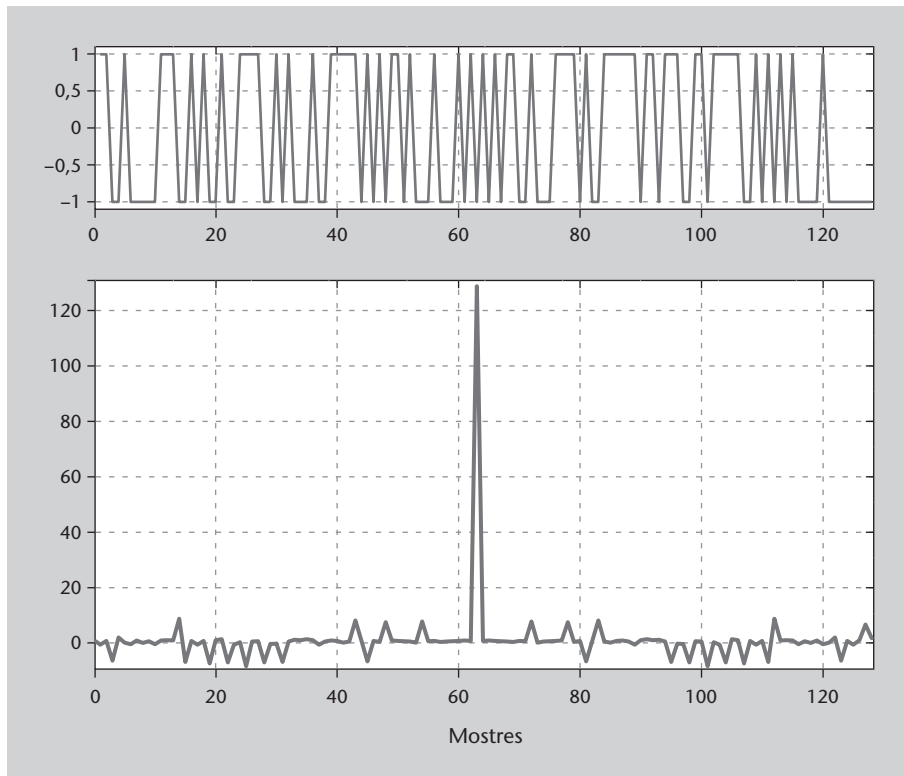
$$B_T = 2 \left(\frac{f_\Delta}{B_s} \max\{|s[n]|\} + 1 \right) B_s, \quad (71)$$

on B_s és l'amplada de banda de la forma d'ona inicial. Amb valors de f_Δ que poden ser fàcilment de l'ordre de B_s , i suposant una forma d'ona normalitzada, es pot comprovar que l'amplada de banda total és unes quantes vegades superior a l'amplada de banda inicial. Aquest augment de l'amplada de banda, conservant la mateixa energia transmesa, produeix allò que en sistemes de radar es coneix com a *compressió de pols*, i ha estat la tècnica més utilitzada en els sistemes de radar analògics des del començament de la dècada de 1940.

- **Compressió per codis de fase.** Consisteix a subdividir un pols rectangular de durada T segons en una sèrie de N subpolsos rectangulars de durada T/N , l'amplitud dels quals està determinada pels valors d'una seqüència codi $\{c_0, c_1, \dots, c_{N-1}\}$. En termes de comunicacions digitals, la tècnica de compressió de polsos per codis de fase no és res més que una forma de modulació per espectre eixamplat, en què els subpolsos esmentats es coneixen com a *xips* i la seqüència codi acostuma a ser una seqüència pseudoaleatòria anomenada *seqüència PRN* (de l'anglès *pseudo-random noise*, 'soroll pseudoaleatori') o *seqüència de spreading*. Habitualment, aquesta seqüència de compressió o d'eixamplament té valors ± 1 , que s'alternen de manera pseudoaleatòria i fan que el codi, en el seu conjunt, es percebi gairebé com una seqüència de soroll (binari). En recepció, s'utilitza la mateixa seqüència codi per a obtenir correlació amb el senyal rebut, cosa que duu a una resposta molt abrupta que ofereix una resolució temporal molt bona per a determinar el retard del senyal rebut. Aquest efecte es mostra en la figura 21.

Les seqüències codi utilitzades habitualment s'escullen amb criteris de minimitzar els lòbuls secundaris als voltants del pic màxim, de mantenir un nivell constant de lòbuls secundaris al llarg de tota la correlació o, simplement, amb criteris de simplicitat de generació o de grandària de la família de codis que proporciona. D'acord amb aquests criteris, els codis de Barker, els codis de Gold, les seqüències de longitud màxima (també conegudes com a *seqüències m*), els codis de Frank, polifase o les seqüències complementàries, són les més utilitzades (Skolnik, 2008, sec. 8.16).

Figura 21

**Figura 21**

A dalt, exemple de codi PRN de longitud 128 mostres. A baix, correlació del codi PRN, en què s'aprecia l'efecte de compressió.

6. Degradacions causades per efectes de propagació

L'equació del radar assumeix que la propagació del senyal emès pel radar es fa a través de l'espai lliure. Aquesta hipòtesi, però, és una simplificació necessària per tal de facilitar i introduir l'anàlisi matemàtica amb la qual poder determinar la distància màxima al blanc. Aquestes prestacions *idealitzades* són degradades, en condicions pràctiques, per la presència de diversos efectes que pertorben la propagació normal del senyal de radar. Alguns d'aquests efectes estan provocats per la presència d'objectes propers (o llunyans) al radar i fan que en el receptor es rebin rèpliques múltiples del senyal transmès. Això pot confondre el receptor de radar i fer-li creure que hi blancs presents en les proximitats, quan en realitat es tracta d'obstacles propis del terreny o de la configuració actual de l'entorn. Altres efectes d'aquest tipus estan causats per la naturalesa de l'atmosfera terrestre, que provoca la difracció del senyal transmès, o per l'atenuació en travessar diferents capes de gasos o gotes de pluja. Finalment, també cal esmentar la degradació causada per la mateixa estructura terrestre que queda il·luminada pel radar; per exemple, en el cas en què aquesta estructura sigui molt extensa, l'efecte de la curvatura de la Terra fa que la cobertura efectiva del sistema de radar sigui més petita que l'esperada, especialment per a angles d'elevació baixos, a prop de l'horitzó.

Totes aquestes degradacions s'han de tenir en compte a l'hora d'avaluar les prestacions *reals* d'un sistema de radar, i s'estudiaran a continuació. De totes maneres, cal esmentar que malgrat que els fonaments teòrics que sustenten tots aquests efectes són ben coneguts des de fa temps, habitualment és difícil poder determinar amb exactitud la influència de cadascun d'ells en un entorn de propagació concret. Per aquesta raó sol ser habitual treballar en termes mitjans i proporcionar recomanacions de caire qualitatiu quant a les prestacions reals que tindrà el sistema de radar quan, posteriorment, operi en la pràctica.

6.1. Efecte de reflexió

L'efecte de reflexió sorgeix com a conseqüència de la reflexió del senyal transmès pel radar en una superfície idealment plana. Les hipòtesis de treball inicials per a modelitzar matemàticament aquest efecte són principalment dos: en primer lloc, el fet que l'antena transmissora no presenti gran directivitat sinó que tendeixi més aviat a ser una antena omnidireccional; en segon lloc, que la superfície plana sobre la qual es reflecteix l'ona tingui un alt índex de reflexió.

Vegeu també

L'equació del radar s'estudia en el subapartat 2.4.

Confusió del receptor de radar

La configuració de l'entorn pot confondre el receptor de radar. N'és un exemple el pas momentani de vehicles pesants amb una gran superfície metàl·lica per les proximitats de l'àrea de cobertura del radar.

En l'exemple següent se suposarà que aquesta superfície manté intacta l'amplitud de l'ona reflectida, però introdueix un desfasament de 180 graus, tal com acostuma a passar en les superfícies amb bones propietats reflectants. En aquestes circumstàncies, el blanc il·luminat pel radar rep dues contribucions, tal com mostra la figura 22. La primera correspon a l'ona emesa pel radar, que viatja en la línia de visió directa entre el radar i el blanc; la segona correspon a l'ona reflectida en la superfície plana i té una diferència de fase respecte al senyal directe igual a

$$\Delta\theta = \frac{4\pi h_a h_t}{d\lambda} + \pi. \tag{72}$$

Figura 22

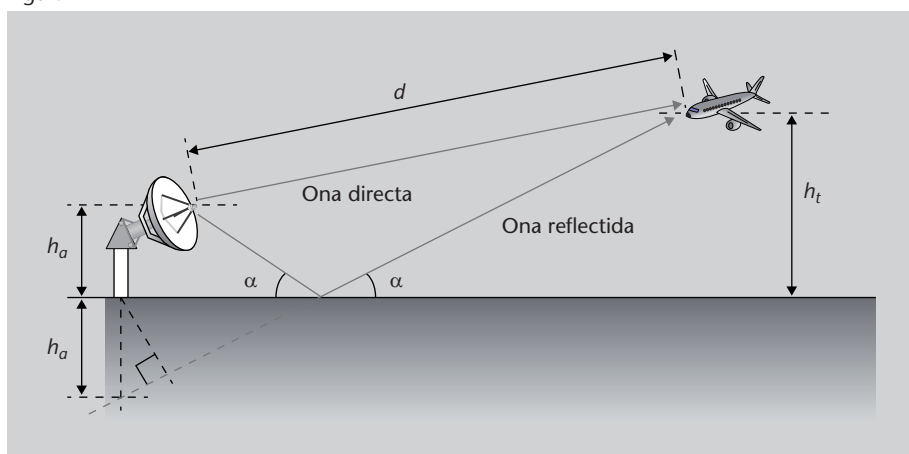


Figura 22

Aparició d'una ona reflectida causada per la propagació en terra plana, suposant una antena omnidireccional i una superfície altament reflectant (per exemple, el mar).

Com a resultat d'ambdues contribucions, sobre el blanc impacta un senyal equivalent amb una amplitud total, \$A_t\$, igual a

$$A_t = A_{directa} + A_{reflectida} = A_{directa} \cdot \sqrt{2(1 + \cos \Delta\theta)}. \tag{73}$$

D'aquesta manera, si es compara la potència de senyal total que arriba al blanc, en comparació amb la que hi arribaria únicament pel camí directe, el factor de potència resultant és (Skolnik, 2001, sec. 12.2)

$$\eta^2 \doteq \frac{\text{potència total en blanc després de reflexió en superfície}}{\text{potència en blanc en espai lliure}} \tag{74}$$

$$= 2 \left(1 - \cos \left(\frac{4\pi h_a h_t}{d\lambda} \right) \right) \tag{75}$$

$$= 4 \sin^2 \left(\frac{2\pi h_a h_t}{d\lambda} \right). \tag{76}$$

La relació anterior indica el factor de potència que impacta en el blanc respecte a la potència esperada en l'espai lliure. Tot i així, això és només el camí d'anada que realitza el senyal transmès des del radar fins el blanc. Una vegada aquesta

potència impacta en el blanc, inicia el seu camí de tornada cap al receptor de radar, seguint la mateixa ruta (camí directe i camí reflectit) que la presa anteriorment. Per tant, la potència que es rep efectivament de retorn en el receptor de radar correspon a la relació de potències

$$\eta^4 = 16 \sin^4 \left(\frac{2\pi h_a h_t}{d\lambda} \right). \tag{77}$$

Cal remarcar que, a causa del fet que la funció sinus té valors dins de l'interval [0,1], el quocient de potències anterior pot variar dins del marge $\eta^4 \in [0,16]$. Si tenim en compte el fet que, com ja es va veure en l'equació del radar de l'expressió 5, la potència rebuda depèn de la quarta potència de la distància (p. ex., $P_r \sim 1/d^4$), una variació de potència d'entre 0 i 16 implica que la distància a què es percep el blanc varia entre 0 i 2. És a dir, a causa de la presència del senyal reflectit és possible des de no detectar el blanc fins a detectar-lo però amb una distància igual al doble de la distància a què realment es troba del radar. Aquest efecte es mostra en la figura 23, on es representa la distància aparent mesurada per un sistema de radar per a diferents freqüències d'operació, en funció de la distància real a què es troba el blanc. Cal observar que les variacions en la distància mesurada són molt més sensibles a mesura que augmenta la freqüència d'operació.

Figura 23

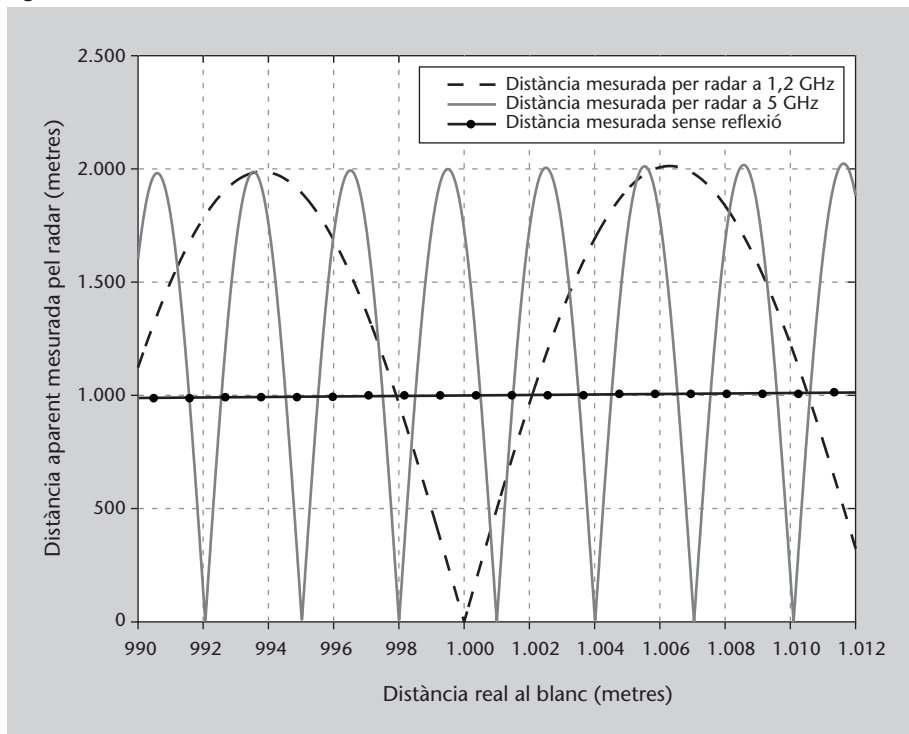


Figura 23

Evolució de la distància aparent mesurada per un sistema de radar en funció de la distància real al blanc, en presència d'efecte de reflexió plana ($h_a = 10$ m, $h_t = 1000$ m).

Finalment, l'efecte de la reflexió en una superfície es pot incorporar a l'equació del radar que s'ha introduït en la relació 5, cosa que ens duu a una expressió més realista que té l'aspecte següent:

$$P_r = \frac{P_t G_t^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 d^4} 16 \sin^4 \left(\frac{2\pi h_a h_t}{d\lambda} \right) \quad (78)$$

que per a angles d'elevació petits (és a dir, a prop de l'horitzó), es pot aproximar com

$$P_r \approx \frac{4\pi P_t G_t^2 \sigma (h_a h_t)^4}{\lambda^2 d^8}. \quad (79)$$

És interessant veure que en l'expressió per a angles petits de l'equació del radar afectada per la reflexió, la relació entre la potència rebuda i la distància a què es troba el blanc depèn de la potència vuitena, i no pas de la potència quarta com passa habitualment. Aquest fet, vàlid únicament sota les suposicions esmentades inicialment*, el va comprovar de manera experimental Ridenour (1947, sec. 2.12) utilitzant vaixells com a blancs, per a aprofitar la superfície del mar com a bona superfície reflectora i el fet que els vaixells sempre es troben a elevacions petites respecte a la posició d'un radar.

*Per exemple, antenes omnidireccionals, superfície altament reflectant i, a més, una distància entre radar i blanc no massa gran.

6.2. Efecte de refracció

L'efecte que produeix la refracció en la propagació dels senyals de radar es pot entendre a partir de la definició d'índex de refracció, n , que caracteritza la velocitat de propagació de la llum en un medi. Així,

$$n \doteq \frac{c}{v}, \quad (80)$$

on c és la velocitat de la llum en el buit i v , la velocitat de propagació de la llum en el medi considerat.

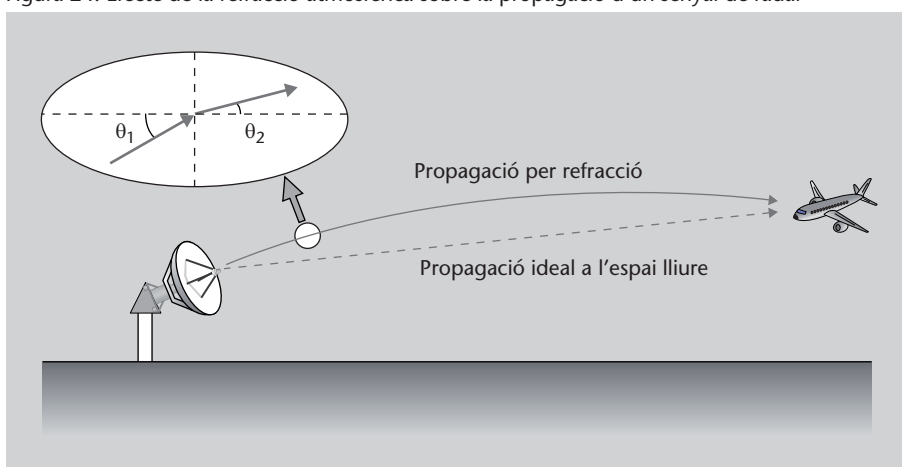
Per a les diferents capes que formen l'atmosfera terrestre, s'ha comprovat que l'índex de refracció tendeix a disminuir a mesura que augmenta l'altura respecte al nivell del mar. Això té com a conseqüència que la velocitat de propagació en les diferents capes de l'atmosfera augmenti a mesura que augmenta l'altura. En aquestes circumstàncies, i segons la llei de Snell, un senyal de radar que es propagui travessant successives capes atmosfèriques acaba corbant-se en lloc de prosseguir una propagació en línia recta, tal com seria d'esperar en cas de propagació en el buit.

Això succeeix perquè, segons la llei de Snell,

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \quad (81)$$

i, per tant, si $n_2 < n_1$ a mesura que l'altura augmenta $v_2 > v_1$ i $\sin \theta_1 > \sin \theta_2$, de manera que l'angle d'entrada θ_1 cap al segon medi de propagació és més gran que l'angle de sortida θ_2 , cosa que genera l'efecte de propagació que s'il·lustra en la figura 24.

Figura 24. Efecte de la refracció atmosfèrica sobre la propagació d'un senyal de radar



L'efecte immediat que provoca la refracció del senyal de radar és un augment de la distància aparent a la qual es percep el blanc. Aquest error es pot compensar en els càlculs si en lloc de considerar el radi real de la Terra es considera un radi equivalent i s'assumeix propagació en un medi homogeni (sense estratificació de diferents capes). El factor pel qual cal multiplicar el radi real de la Terra es pot obtenir a partir de la mateixa llei de Snell i resulta

$$k \doteq \frac{1}{1 + R \left(\frac{\partial}{\partial h} n \right)} \quad (82)$$

on R és el radi real de la Terra i $\left(\frac{\partial}{\partial h} n \right)$ és la variació de l'índex de refracció en funció de l'altura. De manera qualitativa, el factor k se sol aproximar habitualment com $k \approx 4/3$, tot i que és un valor aproximat i, per tant, pot introduir un error significatiu en el cas d'aplicacions de radar d'alta precisió. A més, aquest valor pressuposa que la variació de l'índex de refracció amb l'altura creix de manera constant, cosa que no s'ajusta exactament a les mesures experimentals de què es disposa.

6.3. Efecte de difracció

Tal com ocorre amb la llum quan troba un obstacle, els senyals de radar es veuen sotmesos a aquest efecte de difracció en la seva propagació al llarg de la superfície terrestre. Això provoca que el front d'ona del senyal es corbi al voltant dels objectes que troba, i que s'escampi en diverses direccions. L'efecte de difracció, juntament amb el de refracció esmentat anteriorment, permet que els senyals de radar es propaguin per sota de la línia de l'horitzó, de manera més accentuada a mesura que la freqüència d'operació és més baixa. No obstant això, com que les freqüències d'operació de radar són habitualment altes, aquest efecte de perllongar la cobertura del radar per sota de l'horitzó queda significativament minvat.

6.4. Efecte de curvatura de la Terra

A causa de les grans distàncies a les quals es troben els blancs que pot detectar un sistema de radar, en la pràctica cal tenir en compte l'efecte que exerceix la curvatura de la Terra sobre la propagació del senyal de radar. Suposant una bona superfície reflectora (com per exemple, el mar), el senyal emès pel radar viatja per un camí directe i per un camí reflectit en la superfície, tal com ja hem vist en el cas de la reflexió sobre una superfície plana. No obstant això, a causa de la curvatura de la superfície, les variacions de potència incident sobre el blanc se suavitzen i perden bona part de la variabilitat que tenen en el cas d'una superfície perfectament plana. El càlcul exacte d'aquestes variacions suavitzades és complex, però per a això es disposa d'eines informàtiques o de taules normalitzades, amb les quals es pot obtenir de manera qualitativa l'efecte mitjà que s'espera tenir en la potència rebuda de retorn en el receptor de radar.

Figura 25

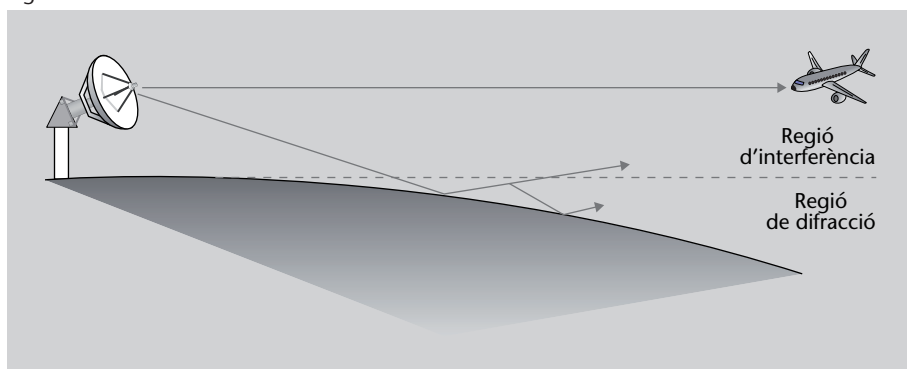


Figura 25

Efecte de propagació a causa de la curvatura de la Terra, on es distingeix entre la regió d'interferència i la regió de difracció.

La situació que estem tractant s'il·lustra de manera gràfica en la figura 25, on és possible identificar dues regions d'operació. La primera és la *regió d'interferència*, i comprèn la zona per sobre de la línia tangencial que uneix la posició del radar amb l'horitzó; en aquesta zona es produeix la propagació principal del senyal pel camí directe i pel camí reflectit. La segona regió de propagació

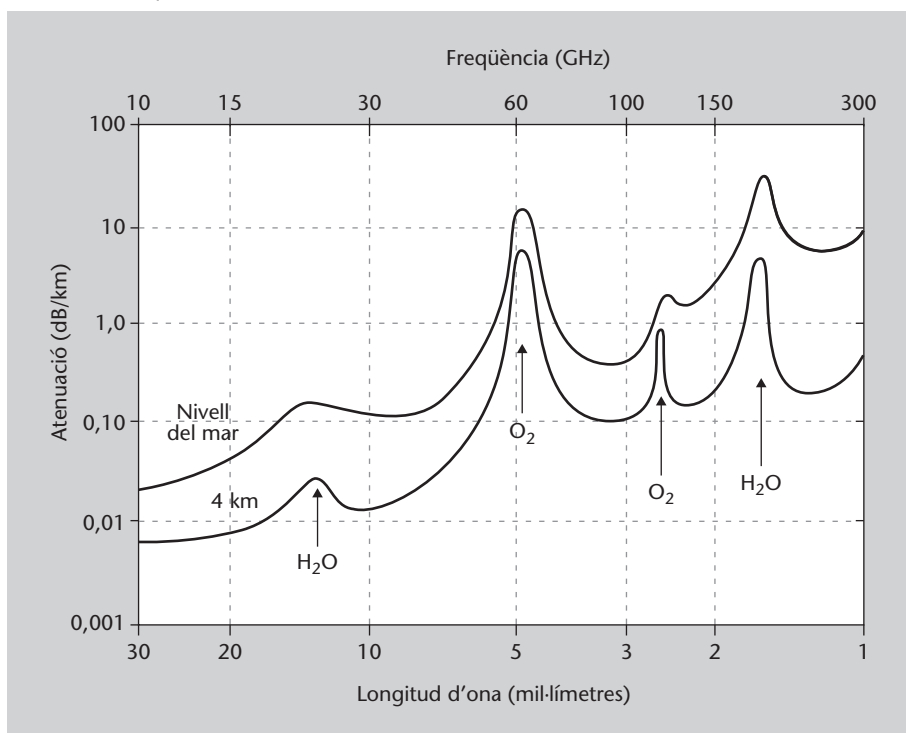
és la *regió de difracció*, i es troba per sota de la línia tangencial que acabem d'esmentar; aquesta regió està dominada per l'efecte de difracció que genera l'atmosfera i el senyal emès s'hi propaga amb dificultat, sotmès a fortes atenuacions.

Com més baixa sigui la freqüència d'operació del radar, més gran serà la contribució de la propagació en la regió de difracció, i això farà augmentar la seva cobertura. Per contra, a mesura que augmenta la freqüència d'operació, la contribució de la regió de difracció disminueix, i arriba a desaparèixer quan la freqüència s'acosta al rang de freqüències òptiques (de l'ordre dels THz).

6.5. Atenuació

Els senyals de radar, tal com ocorre amb la resta de senyals electromagnètics, perden part de la seva energia a mesura que es propaguen per l'atmosfera, principalment a causa de la seva absorció per part de les molècules d'aigua i d'oxigen. De manera qualitativa, és habitual modelitzar les pèrdues per l'atenuació causada per l'absorció per gasos atmosfèrics segons una llei exponencial decreixent, l'exponent de la qual, α , depèn de la distància recorreguda i d'un factor d'atenuació que depèn del gas que es travessa. La figura 26 mostra la variació de l'exponent d'atenuació α mesurat en dB/km en funció de la freqüència; hi podem observar els pics d'atenuació a la freqüència d'absorció de les molècules d'aigua i oxigen.

Figura 26. Variació de l'exponent d'atenuació α per a l'atenuació causada per l'atmosfera en funció de la freqüència (Wiltse, 1997)



6.6. Ecos paràsits

El concepte d'*ecos paràsits*, o *clutter* en anglès, és molt utilitzat en sistemes de radar i es defineix com qualsevol senyal espuri o no desitjat que es percep en el receptor de radar i que emmascara la detecció i la visualització correctes del senyal procedent del blanc d'interès.

Aquests senyals no desitjats són causats, majoritàriament, per la reflexió que produeix el senyal transmès en impactar amb objectes puntuals (com ara ocells, edificis, etc.), amb fenòmens atmosfèrics (com ara pluja, neu o aurores) o amb superfícies (com la capa terrestre o el mar). Això duu al que s'anomena **eco paràsit puntual**, **eco paràsit volumètric** i **eco paràsit de superfície**, respectivament. En qualsevol cas, i independentment del tipus d'eco paràsit, el problema és que aquest eco apareix com un soroll espuri, de caràcter habitualment aleatori i que degrada significativament les prestacions nominals de qualsevol sistema de radar. En la figura 27 es mostra un exemple del senyal rebut per tres radars i s'hi poden identificar diferents tipus d'ecos paràsits.

Ecos paràsits no perjudicials

No totes les formes d'ecos són perjudicials. Aquest és el cas, per exemple, dels radars meteorològics, per als quals els senyals reflectits per la pluja o la neu no són pas una cosa que cal evitar, sinó precisament l'objectiu que cal detectar.

Figura 27

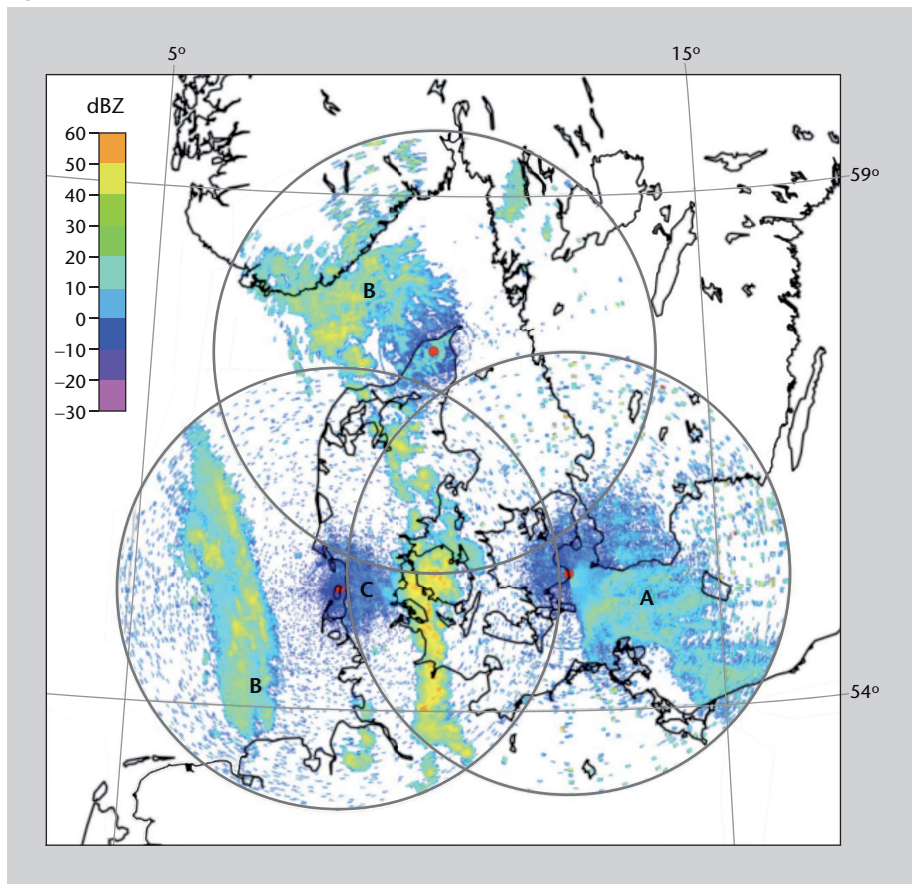


Figura 27

Fusió de la imatge obtinguda per tres radars amb cobertura de 240 km i situats en els punts vermells del mapa. La figura mostra els ecos paràsits (*clutter*) percebuts pels radars i s'hi identifiquen un eco paràsit causat per propagació anòmala (A), un eco paràsit volumètric causat per precipitació (B) i un eco paràsit de superfície (C) (Bovith i altres, 2006).

Els ecos paràsits tenen una gran variabilitat. Per exemple, en el cas d'ecos paràsits de superfície, fins i tot tractant-se de reflexions sobre el mar, aquestes reflexions varien força en funció de les condicions de l'aigua, determinades per la força del vent i el temps durant el qual està bufant. En aquest sentit, els ecos paràsits de superfície que s'observen en el Mar del Nord són diferents dels que s'observen en el Pacífic. De la mateixa manera, els ecos paràsits de superfície generats en zones terrestres també tenen una gran variabilitat (més gran, fins i tot) en funció de si es produeixen en zones urbanes, muntanyenques, desèrtiques, etc. Per tant, els ecos paràsits donen lloc a un procés més aviat aleatori i, com a tal, s'ha de caracteritzar de manera estadística.

Lectura recomanada

Si esteu interessats en els ecos paràsits de superfície en el mar, en l'obra de Skolnik (2001, sec. 13.3) trobareu una anàlisi extensa i detallada.

Atès que es tracta d'un efecte que procedeix de la reflexió del senyal transmès sobre objectes no desitjats, cal dir que la mesura dels ecos paràsits o *clutter* es fa en termes de *densitat de secció de radar*, σ° (pronunciada "sigma zero"), que es defineix com

$$\sigma^\circ \doteq \frac{\sigma_c}{A_c}, \quad (83)$$

on σ_c és la secció transversal de radar de l'eco i A_c és l'àrea des de la qual es produeix.

Fixeu-vos que, en tractar-se d'una densitat respecte a unitats de superfície, la mesura com a tal és independent del valor de l'àrea on es produeix l'eco paràsit. Si es tracta d'ecos paràsits volumètrics, en comptes d'ecos paràsits de superfície, es defineix de manera equivalent la densitat de secció de radar per unitat de volum com

$$\eta \doteq \frac{\sigma_c}{V_c}, \quad (84)$$

on V_c és el volum on es genera l'eco. A partir d'aquestes premisses, a continuació analitzarem els diferents tipus d'ecos paràsits amb més detall.

6.6.1. Ecos paràsits de superfície

Els ecos paràsits de superfície es generen com a conseqüència de la il·luminació per part del radar d'una àrea A_c amb un angle d'incidència θ , tal com es mostra en la figura 28.

La reflexió que aquesta superfície retorna cap al radar té una potència que es pot obtenir a partir de l'equació del radar, segons

$$P_c = \frac{P_t G_t A_e \sigma_c}{(4\pi)^2 d^4}, \quad (85)$$

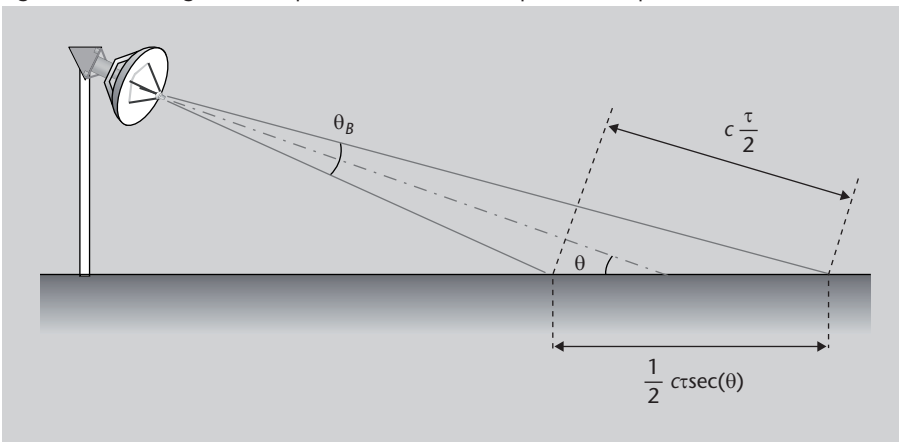
on la secció transversal de l'eco paràsit es pot obtenir com

$$\sigma_c = \sigma^\circ A_c = \sigma^\circ \theta_B d c \frac{\tau}{2} \sec(\theta), \quad (86)$$

on τ és la durada temporal del pols de radar emès. Si substituïm aquesta secció de radar σ_c en l'equació del radar (expressió 85), obtenim que la potència rebuda és donada, efectivament, per

$$P_c = \frac{P_t G_t A_e \sigma^\circ \theta_B c \frac{\tau}{2} \sec(\theta)}{(4\pi)^2 d^3}. \quad (87)$$

Figura 28. Situació geomètrica per a caracteritzar l'eco paràsit de superfície



Una de les primeres observacions que es poden fer d'aquest resultat és que, a diferència de l'equació del radar tradicional, expressió 5, l'equació del radar en presència d'ecos paràsits de superfície depèn inversament del cub de la distància d , i no inversament de la potència quarta. D'altra banda, si es defineix la relació senyal-soroll com

$$\frac{S}{C} \doteq \frac{\text{potència senyal}}{\text{potència eco}} = \frac{\sigma_t}{\sigma^\circ d \theta_B c \frac{\tau}{2} \sec(\theta)}, \quad (88)$$

és possible observar que la distància màxima d'abast del radar introduïda en l'equació 6 passa a ser

$$d_{\max} = \frac{\sigma_t}{\left(\frac{S}{C}\right)_{\min} \sigma^\circ \theta_B c \frac{\tau}{2} \sec(\theta)} \quad (89)$$

en presència d'ecos paràsits de superfície. La diferència més destacable amb la distància màxima d'abast tradicional (és a dir, quan el sistema de radar està dominat principalment per soroll), és que en presència d'ecos paràsits la dependència de la distància màxima amb la secció de radar del blanc, σ_t , és directa; en canvi, en el cas tradicional, la distància depèn de $\sigma_t^{1/4}$. D'aquesta manera, si la secció de radar del blanc varia en un factor dos, l'abast màxim

del radar variarà en el mateix factor si hi ha ecos paràsits de superfície; en canvi, en el cas tradicional, la distància màxima amb prou feines variaria un factor 1,2 per a la mateixa variació de la secció de radar del blanc (Skolnik, 2001, sec. 13.2).

6.6.2. Ecos paràsits volumètrics

Els ecos paràsits volumètrics provenen principalment de la reflexió de senyals radar en partícules de pluja, neu o altres fenòmens meteorològics que es produeixen en una zona volumètrica concreta.

La sensibilitat a aquests fenòmens augmenta significativament a mesura que augmenta la freqüència d'operació i la longitud d'ona es fa, per tant, comparable a la grandària de les partícules en qüestió. La determinació de l'impacte concret que tenen els ecos paràsits volumètrics es pot realitzar de manera similar a com s'ha fet anteriorment amb els ecos paràsits de superfície, on la secció de radar de l'eco s'ha expressat com a $\sigma_c = \sigma^\circ A_c$. Per al cas d'ecos volumètrics, la secció de radar és donada per

$$\sigma_c = \eta V_c, \quad (90)$$

on η és la densitat de secció de radar per unitat volumètrica que presenta el fenomen en qüestió generador de l'eco i V_c és el volum en què es genera l'eco, que s'acostuma a fixar al volum de la cel·la que analitza el radar (és a dir, el volum determinat per l'amplada de feix del radar, orientat en la direcció d'interès). Amb l'amplada de feix horitzontal θ_B , utilitzada abans, i l'amplada de feix vertical, simbolitzada amb ϕ_B , es pot comprovar que el volum de la cel·la que analitza el radar és donat, de manera aproximada, per l'expressió

$$V_m \approx \frac{\pi}{4} (\theta_B d) (\phi_B d) c \frac{\tau}{2}, \quad (91)$$

on el factor $\pi/4$ té en compte la forma el·líptica de l'àrea definida pel feix de l'antena. D'aquesta manera, la potència de l'eco paràsit que es rep en el radar es pot obtenir a partir de l'equació del radar segons

$$P_c = \frac{P_t G_t A_e \eta \pi \theta_B \phi_B c \frac{\tau}{2}}{4(4\pi)^2 d^2} = \frac{P_t G_t^2 \lambda^2 \eta \theta_B \phi_B c \tau}{512 \pi^2 d^2}. \quad (92)$$

De vegades el resultat anterior es deixa indicat per al cas d'una antena el diagrama de radiació de la qual té forma gaussiana, situació en què cal dividir

el volum de la cel·la que s'analitza per un factor $2 \ln 2$ (Probert-Jones, 1962). En aquest cas, i substituint-hi el guany d'un feix gaussià, $G_t = \pi^2/\theta_B\phi_B$, la potència rebuda des d'un eco paràsit volumètric és:

$$P_c = \frac{P_t G_t \lambda^2 \eta c \tau}{(1.024 \ln 2) d^2}. \quad (93)$$

D'altra banda, en cas que el volum estigui ocupat per partícules circulars de diàmetre D (com per exemple gotes d'aigua) i que la longitud d'ona del radar sigui gran comparada amb aquest diàmetre, la densitat de secció de radar de l'eco es pot modelitzar com

$$\eta = \frac{\pi^5 D^6 |K|^2}{\lambda^4}, \quad (94)$$

on $|K|^2 \doteq (\epsilon - 1)/(\epsilon + 2)$ i ϵ és la constant dielèctrica de la partícula. Per a gotes d'aigua a una temperatura de 10°C i un radar operant a 10 cm de longitud d'ona (freqüència de 3 GHz) s'obté que $|K|^2 = 0.93$. Amb aquesta secció de radar per al cas de partícules circulars, la potència rebuda de l'eco és:

$$P_c = \frac{P_t G_t c \tau \pi^5 |K|^2 D^6}{(1.024 \ln 2) d^2 \lambda^2}. \quad (95)$$

Com veiem, això fa que la potència rebuda depengui de la potència sisena del diàmetre de les partícules. Cal fer notar que en aquest cas concret de partícules circulars, que es podria tractar perfectament de gotes d'aigua, el càlcul de la potència d'eco correspon únicament a la potència reflectida per les gotes que ocupen el volum sota anàlisi. No s'hi inclou, per tant, la pèrdua de potència per absorció que es produeix quan el senyal travessa el volum ocupat per aquestes gotes. Aquesta pèrdua s'ha de tenir en compte a part, en forma d'un cert exponent de propagació, segons el que s'ha descrit en el subapartat 6.5. És interessant veure també la definició habitual de $Z \doteq D^6$ com el factor de *reflectivitat* del radar. Mesures experimentals han mostrat que aquest factor es pot descompondre en la forma $Z = a \cdot r^b$, essent $\{a, b\}$ dues constants empíriques i r , la taxa de pluja en mm/h.

6.6.3. Ecos paràsits puntuals

Els ecos paràsits puntuals es generen a partir de la reflexió del senyal de radar en objectes puntuals, que causen els ecos que també es coneixen com a *ecos d'àngel*.

La causa principal dels ecos paràsits puntuals és la presència d'ocells i insectes, especialment quan són a una distància relativament propera del radar, pel fet de la dependència de l'equació del radar amb la potència quarta de la distància.

Exemple

Un ocell la secció de radar del qual fos de l'ordre 10^{-2} m^2 i que es trobés a una distància de 10 metres del radar, es detectaria amb la mateixa potència que un objectiu de 100 m^2 de secció de radar a una distància de 100 metres.

7. Tipus bàsics de sistemes de radar

7.1. Radar d'ona contínua

En els apartats anteriors, les referències a sistemes de radar han estat principalment a sistemes que emeten un senyal electromagnètic polsant, la potència del qual, reflectida sobre el blanc, es detecta en recepció. Aquest procés, que implica la transmissió de polsos de durada finita, permet visualitzar de manera senzilla el procés que sofreix el senyal quan es propaga en el seu camí d'anada i de tornada al receptor. Posteriorment, és possible mesurar el temps total de propagació i, a partir d'aquí, la distància al blanc, tal com s'ha descrit en els subapartats 2.3. i 2.4. Tot i així, aquest tipus de sistemes de radar *polsants* van ser els que es van incorporar més tardanament a la família de sistemes de radar. En els inicis d'aquesta disciplina, la tecnologia disponible no permetia la transmissió de polsos de durada finita amb els requeriments de qualitat necessaris per a poder garantir en recepció una mesura precisa de distància. Com a conseqüència, els sistemes de radar tradicionals s'han orientat més aviat a la transmissió de senyals *continus*, la reflexió dels quals en el blanc es detecta en recepció de manera simultània. A causa d'aquest principi d'operació, aquests sistemes es coneixen com a sistemes de radar d'ona contínua.

El problema principal que hi ha en els radars d'ona contínua és com distingir el senyal rebut del senyal emès, ja que tots dos coexisteixen en el temps. Una primera opció és implementar la transmissió i la recepció de senyal en antenes diferents, separades una certa distància, tot i que això, evidentment, comporta força inconvenients des del punt de vista pràctic. Una segona opció, més raonable, és separar el senyal rebut del senyal transmès gràcies a la identificació de variacions en paràmetres clau. El principal d'aquests paràmetres és la freqüència: com que habitualment el blanc d'interès es troba en moviment, es produeix un desplaçament en la freqüència del senyal rebut respecte a la del senyal transmès, fenomen conegut com a *efecte Doppler*.

L'efecte Doppler és, doncs, el principi d'operació de qualsevol radar d'ona contínua.

Si es té en compte que la distància d al blanc es pot mesurar a partir del recompte del nombre de longituds d'ona λ que transcorren entre la transmissió

i la recepció del senyal, és fàcil observar que en el camí d'anada i tornada, la variació que pateix la fase del senyal és

$$\Delta\phi = \frac{4\pi d}{\lambda}. \quad (96)$$

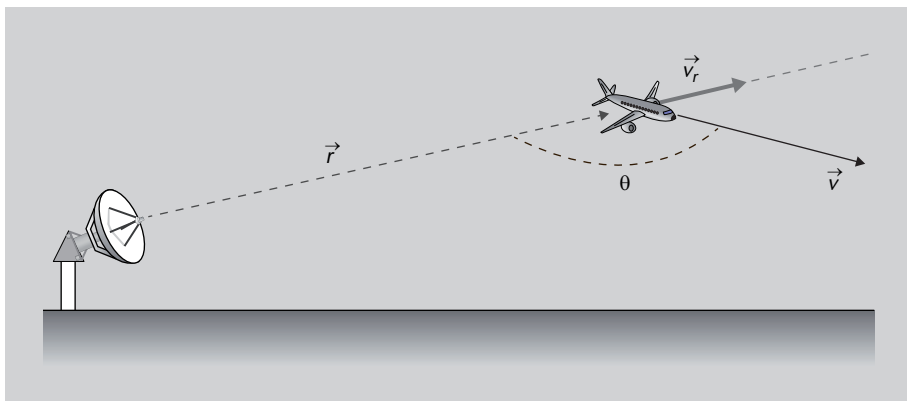
Si el blanc es troba en moviment, la distància al radar presenta una certa variació i, com a conseqüència, també varia l'increment de fase mesurat en recepció. Aquesta variació de la fase es pot interpretar que és causada per la presència d'una certa freqüència, que és precisament la freqüència Doppler, ω_d . És a dir,

$$\omega_d \doteq \frac{\partial\Delta\phi}{\partial t} = \frac{4\pi}{\lambda} \frac{\partial d}{\partial t} = \frac{4\pi}{\lambda} v_r, \quad (97)$$

essent v_r la velocitat radial del blanc respecte al radar. La velocitat radial depèn de la velocitat v del blanc i de l'angle θ que forma el seu vector velocitat amb el vector de posició respecte al radar, tal com es mostra en la figura 29. És a dir, en termes absoluts,

$$v_r \doteq v \cos \theta. \quad (98)$$

Figura 29. Il·lustració del concepte de velocitat radial, clau per al funcionament dels sistemes de radar d'ona contínua



Signe de la velocitat radial

Com a convenció, s'assumeix que la velocitat radial és negativa quan el blanc s'allunya del radar i positiva que s'hi apropa.

L'arquitectura d'un sistema de radar d'ona contínua es pot il·lustrar perfectament amb el diagrama de blocs genèric de la figura 3. En el cas d'un radar d'ona contínua, el bloc indicat com a "recepció RF" és l'encarregat de fer la conversió a la banda base del senyal rebut i per a aquesta finalitat utilitza com a referència el mateix senyal de l'oscil·lador de transmissió, que opera a una certa freqüència ω_0 . A la sortida del duplexor, el senyal rebut es troba a una freqüència portadora que, en estar afectada per l'efecte Doppler, té un valor $\omega_0 + \omega_d$, essent el desplaçament en freqüència ω_d el que indica l'equació 97. El resultat de la conversió directa a la banda base és un senyal que oscil·la a freqüència ω_d , el valor de la qual dóna informació sobre la velocitat i l'angle amb què es desplaça l'objectiu. El fet de realitzar la conversió a la banda

base directament, utilitzant el mateix senyal de referència de l'oscil·lador de transmissió, fa que aquesta mena d'arquitectures rebin el nom d'*homodines* o de *receptors superheterodins* de freqüència intermèdia zero. Malgrat tot, també és possible utilitzar receptors basats en etapes de freqüència intermèdia, que ajuden a reduir el grau d'interferències i de productes d'intermodulació.

És important subratllar que entre la informació que s'obté en un radar d'ona contínua no hi ha la posició de l'objectiu, sinó solament la seva velocitat i direcció de moviment.

Això és perquè el radar d'ona contínua està basat en mesures de freqüència, i la freqüència (o si escau, la fase, que és la integral de la freqüència i té unitats equiparables a distància) és una mesura ambigua, ja que té una naturalesa de tipus modular. És a dir, el receptor de radar pot mesurar la variació de fase que pateix el senyal rebut dins d'una longitud d'ona, però no és possible saber quantes longituds d'ona completes han transcorregut fins que el senyal ha arribat al receptor. Aquest desconeixement és el que fa que no es puguin obtenir mesures de distància absoluta.

La manera de solucionar aquest problema és mitjançant la incorporació d'una marca temporal que permeti al receptor mesurar el retard entre la transmissió i la recepció del senyal. Això es pot aconseguir per mitjà de la modulació de l'ona contínua transmesa, utilitzant per exemple una modulació de freqüència (FM, freqüència modulada), que dóna lloc al que es coneix com a sistemes de radar CW-FM*. En aquest cas, després de realitzar la conversió a la banda base, el resultat és una forma d'ona que, després de passar pel seu corresponent filtre adaptat, permet obtenir informació del temps de retard i, per tant, de la distància recorreguda (Skolnik, 2001, sec. 3.3).

*CW-FM són les sigles en anglès de *continuous wave-frequency modulated*.

7.2. Radar Doppler polsant

A diferència d'un radar d'ona contínua, un radar polsant emet fraccions d'energia durant un temps de durada limitada, i va repetint aquestes emissions de manera periòdica seguint un cert període de repetició*. En particular, el senyal emès es basa principalment en polsos rectangulars de durada T_s segons que es repeteixen de manera periòdica cada T_r segons, i que són modulats en radiofreqüència per a poder ser radiats en la banda d'operació del sistema. Aquest és, de fet, el mateix principi d'operació ja descrit en el subapartat 2.3. Malgrat la diferència pel que fa al senyal radiat, la informació que extreu un radar polsant del senyal rebut és bàsicament la mateixa que en el cas d'un radar d'ona contínua: mesurar la freqüència Doppler del senyal rebut i poder, d'aquesta manera, identificar no solament la presència d'objectius, sinó també la seva velocitat i direcció de moviment.

*En anglès, *pulse repetition factor (PRF)*.

Hi ha dos tipus de sistemes de radar polsant, l'anomenat precisament *radar Doppler polsant* i l'anomenat *radar MTI* (de l'anglès *moving target indicator*, 'indicador de blanc mòvil'). La diferència entre l'un i l'altre es basa en la relació entre la freqüència de mostratge i el PRF amb què s'ha dissenyat el sistema, i que forma part d'un compromís entre possibles ambigüitats en la mesura de distància i en la mesura de la freqüència Doppler. Un radar MTI, per exemple, és aquell en què típicament s'utilitza un PRF baix, de manera que els polsos transmesos estan molt espaiats entre si. Aquest gran temps d'inactivitat entre la transmissió d'un pols i la del següent garanteix que quan s'estigui a punt d'enviar el següent pols, ja hagin arribat al receptor tots els possibles ecos d'objectius que pugui haver dins de l'àrea de cobertura.

En aquest sentit, un radar MTI està orientat a evitar la presència de distàncies ambigües que podrien sorgir quan, tot just després d'enviar un pols, es rep l'eco ocasionat pel pols anterior i es podria interpretar de manera errònia com un objectiu situat a una distància molt propera. Com a contrapartida, el desavantatge principal dels radars MTI és que presenten ambigüitat en la mesura de la freqüència Doppler. Això és causat pel fet que entre el senyal rebut habitualment hi ha una contribució constant deguda a l'eco paràsit estàtic que envolta el radar i una contribució variant amb el temps que depèn de l'objectiu en moviment, i que és bàsicament una sinusoide a la freqüència Doppler. Aquesta segona contribució és la d'interès, però la primera, deguda a l'eco paràsit, és interessant eliminar-la perquè no emmascari l'estimació del Doppler. Per a això s'utilitzen filtres de contínua basats en línies de retard (també coneguts com a filtres pinta o *comb filters*), definits segons la recursió

$$y[k] = x[k] - x[k - N_r], \quad (99)$$

on $N_r \doteq T_r/T_m$ és el retard, en nombre de mostres, del temps de repetició T_r , suposant que és un múltiple enter del temps de mostratge T_m . Aquest tipus de filtres s'utilitzen en moltes aplicacions de processament digital del senyal, especialment en sistemes *multirate*, gràcies a la seva simplicitat d'implementació i bona resposta en freqüència. Aquesta darrera característica s'obté gràcies a la possibilitat de concatenar diverses línies de retard, cosa que dóna lloc als anomenats filtres CIC (de l'anglès *cascade integrator comb filter*). La mateixa naturalesa dels filtres basats en línies de retard fa que la seva resposta en freqüència tingui zeros periòdics a freqüències discretes múltiples de $2\pi/N_r$; és a dir, a freqüències $\omega_{\text{null}} = \frac{2\pi}{N_r}n$, amb $n = 0, 1, \dots, N_r - 1$. Això és un efecte col·lateral del filtratge de l'eco paràsit, i implica que no es detectaran els objectius que es moguin a velocitats que generen una freqüència Doppler igual a ω_{null} ; en altres paraules, a partir de l'equació 97, es tracta dels objectius que es moguin a velocitats

$$v_{\text{null}} = \frac{\omega_{\text{null}}\lambda}{4\pi} = \frac{\lambda}{2N_r}n = \frac{\lambda}{2}nf_r \quad (100)$$

essent f_r la freqüència de repetició o PRF. Aquestes velocitats a les quals no és possible detectar objectius també es coneixen amb el nom de *velocitats cegues*, i són un dels problemes principals dels radars MTI.

En aquest punt es pot observar el compromís entre ambigüitat en distància i ambigüitat en velocitat. Segons l'equació 100, sembla que les velocitats a les quals no és possible detectar objectius es poden fer arbitràriament grans (i, així, arbitràriament improbables) simplement augmentant el PRF. Però el PRF està fixat per l'ambigüitat en distància i habitualment interessa que sigui baix. Aquest dilema, en el cas dels radars MTI, tendeix a decantar-se a favor d'evitar ambigüitats en distància, mentre que en el cas de radars Doppler polsants tenim la situació contrària, amb PRF alts per a evitar ambigüitats en velocitat. Quant a la resta d'aspectes, l'arquitectura d'un i altre tipus de radars és pràcticament idèntica, i només es diferencien pel fet que els radars MTI acostumen a fer servir filtres CIC en el domini temporal per tal de reduir els ecos paràsits, mentre que els radars Doppler polsants utilitzen filtres en el domini freqüencial, especialment bancs de filtres (Skolnik, 2001, sec. 4.10).

7.3. Radar de seguiment

Els radars de seguiment, tal com indica el seu nom, són sistemes de radar destinats al seguiment d'objectius mòbils. Cal assenyalar que la tasca de seguiment no solament implica monitorar l'evolució de la trajectòria de l'objectiu, sinó, segons en quines circumstàncies, fins i tot ser capaç de predir-la.

Tot i que pràcticament qualsevol radar dels que hem descrit abans pot funcionar com a radar de seguiment, són necessàries una sèrie de modificacions en la seva arquitectura bàsica, i per això val la pena fer-ne un tractament individualitzat. Les modificacions fan èmfasi, especialment, en la manera de calcular l'angle amb què es veu l'objectiu des de la posició del radar.

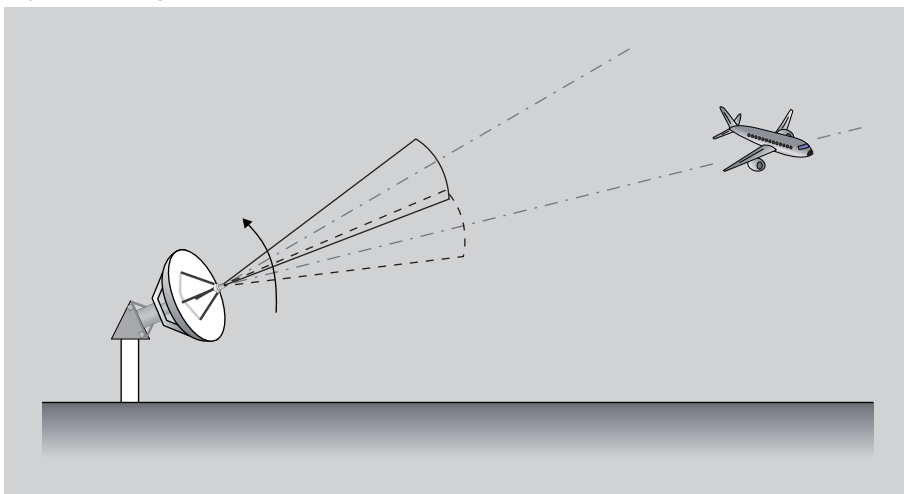
De manera general, es poden distingir dos tipus principals de radars de seguiment: els basats en *seguiment continu* (*continuous tracking* en anglès) i els basats en el que s'anomena TWS (de l'anglès *track while scan*, 'seguir mentre es rastreja'). En aquest últim cas es tracta de radars que no solament estan dedicats a seguiment permanent, sinó que, a més a més, realitzen tasques de rastreig per a detectar la presència de nous objectius dins de l'àrea de cobertura. Tradicionalment, els radars de seguiment s'han basat en antenes orientades mitjançant mecanismes servocontrolats, utilitzant un senyal d'error com a referència per a orientar l'antena cap a la posició correcta. Ara bé, actualment els radars de seguiment es basen en l'ús d'agrupacions d'antenes, i així la conformació de feix i la seva orientació es poden controlar de manera electrònica sense haver de variar mecànicament la plataforma sobre la qual se sustenten els elements radiants.

Ús militar dels radars de seguiment

No hi ha dubte que les aplicacions dels radars de seguiment són principalment militars i, especialment, com a part dels sistemes de radar embarcats en aeronaus de combat. Un exemple és l'ús del radar de seguiment TWS anomenat AN/AWG-9 com a part de l'equipament dels caces F-14, la capacitat de seguiment dels quals permet monitorar fins a 24 objectius diferents.

Atès que la missió dels radars de seguiment és “perseguir” la trajectòria de l’objectiu d’interès, les modificacions principals que requereixen aquests sistemes se centren en la introducció de tècniques d’apuntament precís. En altres paraules, tècniques que minimitzin l’error entre la direcció d’apuntament i la direcció en què realment es troba l’objectiu. Una d’aquestes tècniques és la que es coneix com a *sequential lobbing* i consisteix a commutar la direcció d’apuntament de l’antena entre dues posicions properes; la diferència en la potència rebuda quan l’antena està apuntant en una o altra direcció proporciona informació sobre la posició angular de l’objectiu respecte a l’eix de commutació, tal com es mostra en la figura 30.

Figura 30. Il·lustració del funcionament d’un radar de seguiment basat en apuntament per *sequential lobbing*



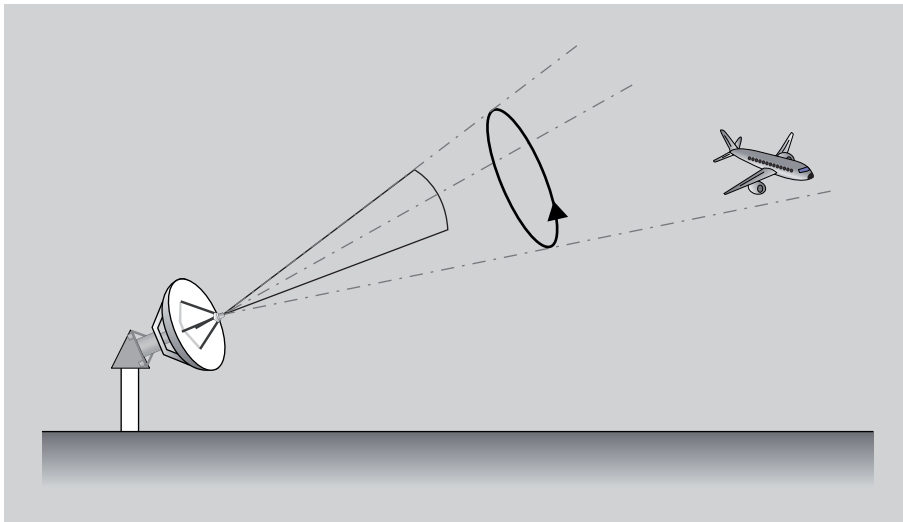
Per exemple, si aquesta diferència és negativa, l’angle en què es troba l’objectiu és més a prop del primer angle en què es va apuntar l’antena que no del segon i, per tant, el signe d’aquesta diferència indica ja la direcció cap a la qual cal corregir els angles d’apuntament per a la següent escombrada. Si, en canvi, la diferència en potència rebuda és nul·la, això indica que el blanc es troba precisament en el punt mitjà dels dos angles de commutació.

És important assenyalar que bona part de l’èxit d’aquesta tècnica es basa en el fet que el diagrama de radiació de l’antena presenti un feix tan simètric com sigui possible, tant en elevació com en azimuth, ja que el procés de commutar entre dues posicions s’ha de dur a terme en les dues dimensions. Des d’un punt de vista pràctic, una manera d’implementar aquest sistema és mitjançant una única antena parabòlica il·luminada per quatre elements radiants (per exemple, botzines) que s’encarreguen de generar els feixos corresponents en cadascuna de les quatre direccions necessàries per al posicionament bidimensional de l’objectiu.

Tal com s’acaba d’esmentar, l’apuntament seqüencial requereix il·luminar quatre direccions de l’espai en total per a obtenir una mesura de la posició angular de l’objectiu. Una extensió d’aquesta tècnica seria, en comptes de realitzar apuntaments discrets, fer una escombrada contínua, fent girar el diagrama de radiació al voltant d’un eix. En aquest cas, el senyal rebut en el radar està mo-

dulat a una freqüència igual a la freqüència de rotació del feix, i l'amplitud i la fase d'aquest senyal modulat aporten informació sobre l'angle que forma la direcció de l'objectiu respecte a l'angle de l'eix de rotació del feix. Aquesta tècnica es coneix amb el nom de *escombrada cònica* o *rastreig cònic* i s'il·lustra de manera gràfica en la figura 31.

Figura 31. Il·lustració del funcionament d'un radar de seguiment basat en apuntament por escombrada cònica



Tant el seguiment d'objectius per mitjà de *sequential lobing* com el seguiment mitjançant escombrada cònica es basen en la mateixa idea: a mesura que gira el feix amb què s'il·lumina l'objectiu, les variacions en la potència rebuda permeten extreure informació de l'angle i, per tant, de la trajectòria que segueix l'objectiu respecte a la posició del radar.

En tot aquest procés s'assumeix implícitament que qualsevol variació en la potència rebuda és únicament resultat del moviment de l'objectiu mentre és il·luminat. No obstant això, cal assenyalar que en la pràctica aquesta suposició no és del tot certa, ja que és habitual que, fins i tot amb un objectiu estàtic, la potència rebuda mostri algunes variacions al llarg del temps. Aquestes variacions acostumen a ser degudes a la presència d'ecos paràsits o a canvis en la secció de radar de l'objectiu quan se l'il·lumina des de diferents angles, i suposen una pertorbació de la potència que esperàriem trobar en el radar; com a conseqüència, es produeix una degradació en la mesura de la trajectòria. Una manera d'evitar aquesta degradació és fer la mesura de la trajectòria a partir de la transmissió d'un únic pols de senyal, en lloc d'emetre'n uns quants. Aquesta tècnica és la que es coneix com a radar de seguiment *monopols*. En aquest cas és habitual l'ús d'agrupacions d'antenes per a generar diversos feixos i, així, transmetre un únic pols de senyal en diverses direccions de manera simultània. Els diagrames de radiació utilitzats se solen basar en el concepte de

doble feix diferencial, ja descrit per als radars de seguiment basats en *sequential lobing*. En aquest cas, per a cada direcció d'interès, el radar il·lumina amb dos feixos lleugerament solapats i mesura la diferència d'amplitud rebuda en cada un d'aquests dos feixos, com a mesura d'error que s'introdueix en un sistema electrònic de seguiment.

Resum

En aquest mòdul s'han presentat els sistemes de radar, la missió principal dels quals és detectar la presència d'objectes dins de l'àrea de cobertura, mitjançant la mesura de la potència que reflecteixen aquests objectes quan són il·luminats amb un senyal electromagnètic. Abans de passar a descriure els sistemes de radar, el mòdul s'ha iniciat amb l'apartat 1, on s'ha presentat un repàs històric de les fites més importants que han marcat el desenvolupament d'aquests sistemes. Principalment, el recorregut històric s'ha centrat en els inicis de la tecnologia del radar durant les primeres dècades del segle XX i l'auge que es va produir a l'empara dels extraordinaris esforços que es van dedicar a la investigació de sistemes de radar durant la Segona Guerra Mundial.

Després del repàs històric, l'apartat 2 ha introduït els fonaments bàsics d'operació de qualsevol sistema de radar. Breument, aquests sistemes es basen en la detecció del senyal reflectit en l'objectiu i en la mesura posterior del temps de retard que acumula aquest senyal en el seu camí d'anada i tornada. A partir del temps de retard, es pot obtenir fàcilment la distància a l'objectiu utilitzant la velocitat de la llum, tot i que per a això cal garantir primer l'absència d'ambigüitats. Aquestes ambigüitats solen aparèixer quan el temps de repetició amb què el radar envia els polsos no és prou gran. En aquest cas, és possible que alguns polsos reflectits en l'objectiu arribin al receptor just quan el sistema acaba d'enviar el pols següent, de manera que el temps de retard mesurat seria molt petit i indicaria erròniament que l'objectiu és més prop del que és en realitat. Un altre dels aspectes clau que presenta aquest apartat 2 és el que fa referència al càlcul de la potència que arriba de retorn al receptor de radar. S'ha vist que aquesta potència depèn de diversos factors, principalment el guany de l'antena, la distància a què es troba l'objectiu i l'àrea electromagnètica que mostra aquest objectiu, que es coneix com a secció de radar. La secció de radar determina la quantitat de potència que reflecteix l'objectiu de retorn cap al radar i, per tant, és un paràmetre clau que repercuteix en el disseny del sistema i en el disseny de l'objectiu (per exemple, alguns avions de combat es dissenyen de manera que minimitzin la seva secció de radar i, així, puguin passar desapercebuts als radars enemics).

El pas següent, després d'introduir els fonaments bàsics d'operació, ha estat presentar l'arquitectura general d'un sistema de radar. En aquest sentit, l'apartat 3 ha descrit els diferents elements que formen el transmissor i el receptor de radar. Pel que fa al transmissor, els elements bàsics tenen una gran semblança amb els que incorpora qualsevol transmissor de radiofreqüència; és a dir, consta d'un oscil·lador, un modulador de senyal, una etapa de conversió a radiofreqüència i una etapa d'amplificació d'alta potència, després de la qual el senyal s'injecta en una antena que conforma el feix amb el qual s'il·lumina

l'objectiu. Pel que fa al receptor d'un sistema de radar, s'ha vist que també té una gran semblança amb els elements bàsics que componen un receptor de radiofreqüència qualsevol; consta, per tant, d'una etapa de filtratge i amplificació de baix soroll, una etapa de conversió de radiofreqüència, una etapa de conversió analògica-digital i una unitat de control central, on es duen a terme les tasques específiques de processament del senyal pròpies d'un receptor de radar.

Entre les tasques que duu a terme la unitat central de processament, una de les més importants és la relacionada amb la detecció del senyal, ja que és el pas previ per a poder iniciar la mesura posterior de distància, el seguiment i l'alerta sobre la presència de l'objectiu dins de l'àrea de cobertura. El procés de detecció del senyal s'ha tractat de manera general en l'apartat 4, on s'ha ofert una visió probabilística tenint en compte les pertorbacions aleatòries que afecten el senyal rebut pel radar. És a dir, s'ha considerat que el senyal rebut es pot modelitzar com un procés aleatori, les mostres del qual estan caracteritzades per una determinada funció de densitat de probabilitat. A partir d'aquesta distribució és possible formular de manera rigorosa diversos criteris de detecció, com el criteri de mínim risc bayesià, el criteri de Neyman-Pearson o, en el cas més general en què el senyal no estigui completament definit (per exemple, si es desconeix l'amplitud rebuda), els criteris de detecció de la GLRT, el criteri de Wald o el criteri de Rao. Tots aquests criteris de detecció no són d'ús exclusiu en problemes de sistemes de radar; ben al contrari, són d'ús general en molts problemes en què cal detectar la presència d'un senyal corromput pel soroll. Aquest apartat 4 és, doncs, una referència valuosa per a fer front als innumbrables problemes de detecció i proporciona les eines bàsiques per a resoldre'ls.

Una vegada afrontat el problema de la detecció i detectat el senyal d'interès, cal extreure'n la informació necessària per a determinar la posició de l'objectiu. En aquest sentit, és interessant conèixer quins són els aspectes que determinen la precisió que es pot obtenir en la mesura de la distància. Aquest tema s'ha abordat en l'apartat 5, on s'ha vist que la precisió en l'estimació del retard depèn de l'amplada de banda quadràtica mitjana del senyal rebut, a més de la relació senyal-soroll. Pel que fa a l'estimació de l'angle d'arribada, la precisió depèn (de manera equivalent) de l'amplada quadràtica efectiva de l'obertura de l'antena i també de la relació senyal-soroll. Una eina que permet visualitzar de manera gràfica aquest resultat és la funció d'ambigüitat, que s'estudia també en l'apartat 5. La funció d'ambigüitat és una representació temps-freqüència de la forma d'ona radiada pel radar i permet analitzar el senyal a la sortida del filtre adaptat del receptor, quan el senyal rebut està afectat d'un retard i un error de freqüència residual. Això permet que el dissenyador pugui preveure la resposta que tindrà la forma d'ona radiada en condicions normals de funcionament i, per tant, es pot utilitzar com a eina per a dissenyar formes d'ona òptimes. Finalment, l'apartat 5 conclou amb un repàs de les tècniques anomenades *de compressió de pols*, que estan enfocades a millorar la precisió en l'estimació del retard que ofereixen les formes d'ona tradicionals. Aquestes

tècniques tenen una gran semblança amb les tècniques d'espectre eixamplat que s'utilitzen habitualment en diversos sistemes de comunicacions.

Posteriorment, en l'apartat 6 s'ha fet una introducció als diversos tipus de degradacions que pot patir la propagació del senyal de radar. Aquesta mena d'efectes no desitjats són inevitables en la majoria d'escenaris d'operacions i impliquen una dificultat afegida per al funcionament correcte de qualsevol sistema de radar. Les degradacions que s'han comentat són l'efecte de reflexió en superfície, l'efecte de refracció, l'efecte de difracció i l'efecte degut a la curvatura de la Terra. Tots aquests efectes també són habituals en sistemes de comunicacions sense fils, de manera que és molt possible que ja hi esteu familiaritzats. En canvi, l'efecte d'ecos paràsits (o *clutter*) és específic dels sistemes de radar i es tracta al final de l'apartat 6. Es basa en la recepció de senyals espuris o no desitjats que interfereixen en la detecció correcta de l'objectiu i són causats, principalment, per reflexions del senyal transmès en objectes propers (com ara edificis o ocells), per reflexions en superfícies (com la terrestre o el mar) o per fenòmens atmosfèrics (com la presència de pluja o neu al llarg de la propagació del senyal).

En darrer lloc, el mòdul finalitza la seva revisió tècnica amb l'apartat 7, on es presenten diversos tipus de sistemes de radar. Encara que tots comparteixen els mateixos principis d'operació ja presentats al llarg de tot el mòdul, hi ha petites variacions segons el tipus d'aplicació. Per exemple, els radars d'ona contínua estan destinats a la detecció d'objectius i a la mesura de la seva velocitat, i no permeten obtenir mesures de distància. En canvi, els radars Doppler polsants, a més de mesurar la velocitat de l'objectiu, permeten estimar-ne la distància a partir de la mesura de retard en el pols rebut. Finalment, els radars de seguiment estan pensats per a seguir la trajectòria d'objectius i, en conseqüència, han d'implementar diferents tècniques d'apuntament per a poder dirigir de manera automàtica el feix de l'antena.

Activitats

1. Es disposa d'un radar que opera amb un duplexor, de manera que la seva antena s'activa seqüencialment per a transmetre i rebre senyals (és a dir, no es pot transmetre i rebre de manera simultània). Durant el temps en el qual es transmet senyal, és important que no es rebi cap reflexió procedent del blanc, ja que en aquest cas no es rebria la reflexió i no es detectaria el blanc. Amb aquestes circumstàncies, i suposant que el radar emet un pols de durada $T_s = 10 \mu\text{s}$, quina és la distància mínima a la qual ha d'estar el blanc per a poder ser detectat?
2. Un radar opera amb un PRF de 10^3 pps (polsos per segon) i emet polsos de durada $T_s = 10 \mu\text{s}$. Quina és la distància màxima a la qual es pot detectar un objectiu sense ambigüitat?
3. Un determinat objectiu és detectable per un radar a una distància de 50 km. En les mateixes circumstàncies d'operació, però en el cas que l'objectiu redueixi la seva secció de radar en un factor 10, a quina distància es detectarà ara l'objectiu? quant caldria augmentar la potència del radar per a compensar aquesta reducció de la secció de radar de l'objectiu?
4. Quin és el temps d'inactivitat, T_i , entre polsos, per a un radar que opera amb un cicle de treball de 0.25 i un PRF de 100 pps?
5. Un radar disposa d'una antena rectangular de 5 metres d'amplada i 2 metres d'altura, amb una eficiència del 50%. Si el radar opera a una freqüència de 3 GHz, quin és el guany que aporta aquesta antena?
6. Un radar disposa d'una amplada de banda de 750 kHz i una figura de soroll de $NF = 6$ dB. Si es troba a una temperatura ambient de 290 K, quina és la potència del soroll tèrmic?
7. El detector d'un determinat radar processa mostres sorolloses de senyal, que es poden modelitzar segons una distribució de tipus Rayleigh. Si el soroll que afecta el senyal és gaussià, de mitjana nul·la i variància $\sigma_w^2 = 2$, quant val la probabilitat de detecció si el llindar es fixa a $\gamma = 2$?
8. Un bombarder B-52 té una secció de radar de l'ordre de 1.000 m^2 , mentre que un bombarder B-2 amb tecnologia *stealth* (furtiva) té una secció de radar de l'ordre de 10^{-4} m^2 . Si un radar és capaç de detectar el B-52 a una distància de 100 km, a quina distància detectarà el B-2 en les mateixes circumstàncies?
9. Un radar polsant té una potència total de $P_t = 5 \text{ kW}$ i utilitza dos PRF diferents de 10^4 i $2 \cdot 10^4$ pps. Trobeu: a) el cicle de treball, b) el període de repetició de pols, c) la durada temporal del pols transmès perquè la potència mitjana sigui igual a $P_{av} = 1 \text{ kW}$.
10. Un radar opera a una freqüència de 10 GHz utilitzant una antena d'àrea efectiva $A_e = 5 \text{ m}^2$. Si la sensibilitat del receptor del radar és de 0.1 pW i la secció de radar de l'objectiu és de 20 m^2 , quina és la distància màxima a la qual es pot detectar aquest objectiu?
11. Un radar té una amplada de feix de 2° i emet polsos d' $1 \mu\text{s}$ de durada. Si apareix un objectiu a una distància de 10 km del radar i amb una secció de radar d' 1 m^2 , quina és la relació senyal-eco per a una densitat de secció de radar de l'eco paràsit $\sigma^\circ = 10^{-3}$ i un angle d'incidència d' 1° ?
12. Un radar MTI opera a un PRF de 1.500 pps utilitzant una longitud d'ona $\lambda = 3 \text{ cm}$. Quina és la velocitat cega més petita d'aquest radar?
13. Un radar MTI percep un senyal reflectit amb una freqüència Doppler igual a 1 kHz. Si el radar opera a una freqüència de 10 GHz, quina és la velocitat a què es mou l'objectiu?
14. Dos radars MTI operen a diferent freqüència però utilitzen el mateix PRF. Si la primera velocitat cega del primer radar és igual a la tercera velocitat cega del segon radar, quina és la relació entre les freqüències d'operació dels dos radars?
15. En radars MTI, la tècnica d'entrellaçament de modes o *stagger* consisteix a variar el PRF entre polsos que es transmeten consecutivament. D'aquesta manera, la velocitat cega per a un dels polsos no ho és per al següent. S'anomena relació d'entrellaçament o de *stagger* a tres números consecutius $\{n_1, n_2, n_3\}$ que compleixen $n_1 \text{PRF}_1 = n_2 \text{PRF}_2 = n_3 \text{PRF}_3$. Així, la primera velocitat cega serà donada per $v_{null,1} = n_2 v_{null,2} = n_3 v_{null,3}$. Si s'utilitza una relació de *stagger* de $\{6, 7, 8\}$, quines són les PRF que cal fer servir si la primera velocitat cega és de 900 m/s?

Abreviacions

ADC	analog-to-digital converter
AWGN	additive white Gaussian noise
CFA	cross field amplifier
CIC	cascade integrator comb filter
CRB	Cramér-Rao bound
CW	continuous wave
DSP	digital signal processor
FMCW	frequency modulated continuous wave
FM	frequency modulation
FPGA	field programmable gate array
GLRT	generalized likelihood ratio test
GPR	ground penetrating radar
HPA	high power amplifier
IF	intermediate frequency
IFF	identification friend or foe
ITU	International Telecommunications Union
LFM	linear frequency modulation
LNA	low noise amplifier
MIMO	multiple-input multiple-output
ML	maximum likelihood
MTI	moving target indicator
MVU	minimum variance unbiased
NF	noise figure
NLFM	nonlinear frequency modulation
NP	Neyman-Pearson
NRL	Naval Research Laboratory
PDF	probability density function
PRF	pulse repetition factor
PRN	pseudo random noise
RADAR	radio detection and ranging
RF	radio frequency
SNR	signal-to-noise ratio
SPRT	sequential probability ratio test
SSPA	solid state power amplifier
TWS	track while scan
TWT	travelling wave tube
UMP	uniformly most powerful detector

Bibliografia

- (2002). *IEEE Std 521-2002. IEEE standard letter designations for radar frequency bands*. IEEE Aerospace and Electronics Systems Society.
- (2010). *Manual of regulations and procedures for federal radio frequency management*. National Telecommunications and Information Administration (NTIA), U. S. Department of Commerce.
- Agilent** (2010). «Antenna Design for Aerospace and Defense Applications». A: «Brochure of the EMPro 3D EM antenna design software», URL: <http://www.home.agilent.com/agilent/editorial.jsp?ckey=1482712&id=1482712&nid=-34960.0.00&lc=chi&cc=CN>.
- Arnold, D.** (2009-2010). «Making waves». A: *Pulse Magazine*, volum 3(4): pàgs. 6–13.
- Auslander, L. i Tolimieri, R.** (1984). «Characterizing the radar ambiguity functions». A: *IEEE Trans. Inform. Theory*, volum 30(6): pàgs. 832–836.
- Bovith, T.; Nielsen, A.; Hansen, L.; Overgaard, S. i Gill, R.** (2006). A: «Proc. IEEE International Conference on Geoscience and Remote Sensing Symposium», (pàgs. 511–514).
- Chassande, E. i Pai, A.** (2005). «Discrete-time and frequency Wigner-Ville distribution: Moyal's formula and aliasing». A: *IEEE Signal Processing Lett.*, volum 12(7): pàgs. 508–511.
- Fenn, A. J.; Temme, D. H.; Delaney, W. P. i Courney, W. E.** (2000). «The development of phased-array radar technology». A: *Lincoln Laboratory Journal*, volum 12(2): pàgs. 321–340.
- Gardner, W. A.** (1988). *Statistical spectral analysis. A non probabilistic theory*. Prentice-Hall.
- Hlawatsch, F. i Auger, F.** (2008). *Time-frequency analysis: concepts and methods*. Wiley.
- Knott, E. F.; Tuley, M. T. i Shaeffer, J. F.** (2004). *Radar Cross Section*. Sci Tech Publishing.
- Levanon, N. i Mozeson, E.** (2004). *Radar signals*. Wiley.
- Li, J. i Stoica, P.** (2007). «MIMO radar with colocated antennas. Review of some recent work.» A: *IEEE Signal Processing Mag.*, volum 5(5): pàgs. 106–114.
- Maio, A. D.; Kay, S. M. i Farina, A.** (2010). «On the invariance, coincidence and statistical equivalence of the GLRT, Rao test and Wald test». A: *IEEE Trans. Signal Processing*, volum 58(4): pàgs. 1967–1979.
- Proakis, J. G. i Salehi, M.** (2002). *Communication Systems Engineering*. 2a edició. Prentice-Hall International Editions.
- Probert-Jones, J.** (1962). «The radar equation in meteorology». A: *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, volum 88: pàgs. 485–495.
- Richman, M.; Parks, T. i Shenoy, R.** (1995). «Discrete-time, discrete-frequency time-frequency representations». A: «Proc. International Conference on Speech, Acoustics and Signal Processing (ICASSP)», .
- Ridenour, L.** (1947). *Radar system engineering*, volum 1. McGraw-Hill.
- Ruck, G. T.** (1989). *Radar Cross Section Handbook*, volum 1. Peninsula Pub.
- Silver, S.** (1997). *Microwave Antenna Theory and Design*, volum 19 de *IEE Electromagnetic Wave Series*. Peter Peregrinus Ltd.
- Skolnik, M. I.** (2001). *Introduction to RADAR systems*. 3a edició. McGraw-Hill.
- Skolnik, M. I.** (2008). *Radar handbook*. 3a edició. McGraw-Hill.
- Swerling, P.** (1960). «Probability of detection for fluctuating targets». A: *IRE Transactions on Information Theory*, volum 6(2): pàgs. 269–308.
- Wald, A.** (1945). «Sequential tests of statistical hypotheses». A: *Annals of Mathematical Statistics*, volum 16(2): pàgs. 117–186.

Wiltse, J. (1997). «Corrections to published curves for atmospheric attenuation in the 10 to 1000 GHz region». A: «Proc. International Symposium on Antennas and Propagation», volum 4(pàgs. 2580–2583).

Woodward, P. M. (1965). *Probability and information theory with applications to radar*. McGraw-Hill.