

---

# Planificación de la producción y plan maestro de producción

---

PID\_00253872

Joan Triadó Aymerich

---

Tiempo mínimo de dedicación recomendado: 3 horas

---



**Joan Triadó Aymerich**

Doctor en Dirección y Organización de Empresas por la Universidad Politécnica de Cataluña (UPC), ingeniero industrial en la especialidad de Organización Industrial por la UPC e ingeniero técnico industrial en la especialidad de Eléctrica (intensificación electrónica industrial) por la UPC. Profesor de las asignaturas de Control industrial, Control digital de sistemas, Robótica y Control y simulación de procesos industriales en la Escuela Superior Politécnica Tecnocampus (ESUPT) e investigador del grupo FI4 (Industria 4.0, Sostenibilidad, Eficiencia Energética e Innovación Tecnológica Industrial) de la ESUPT.

El encargo y la creación de este recurso de aprendizaje UOC han sido coordinados por el profesor: Joan Triadó Aymerich (2018)

Primera edición: octubre 2018  
© Joan Triadó Aymerich  
Tots els drets reservats  
© d'aquesta edició, FUOC, 2018  
Av. Tibidabo, 39-43, 08035 Barcelona  
Disseny: Manel Andreu  
Realització editorial: Oberta UOC Publishing, SL

*Ninguna parte de esta publicación, incluido el diseño general y la cubierta, puede ser copiada, reproducida, almacenada o transmitida de ninguna forma, ni por ningún medio, sea éste eléctrico, químico, mecánico, óptico, grabación, fotocopia, o cualquier otro, sin la previa autorización escrita de los titulares del copyright.*

# Índice

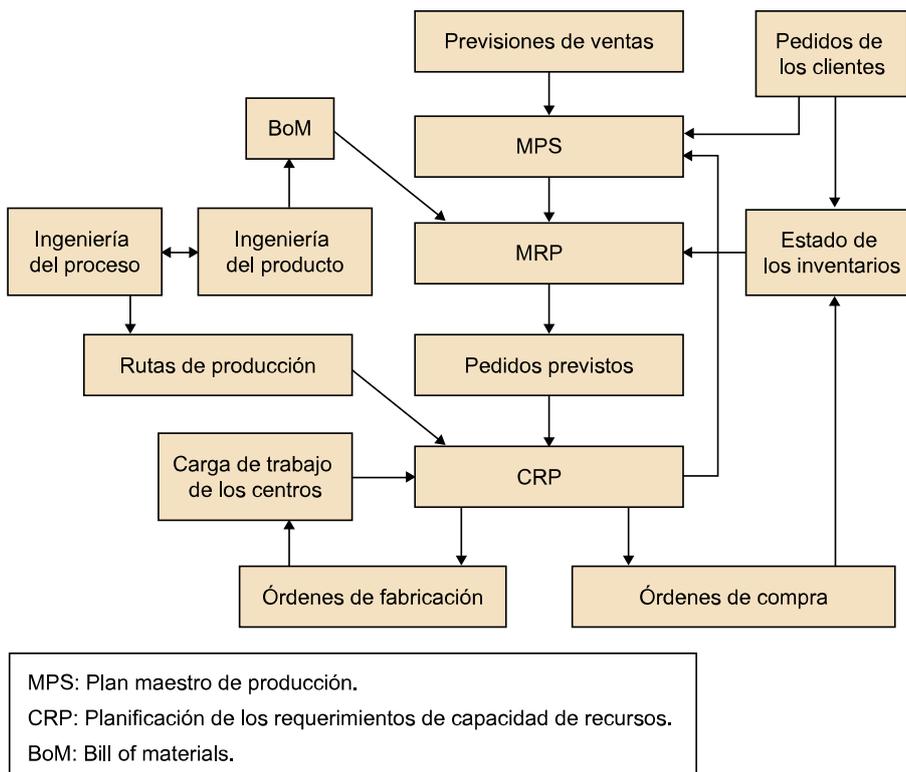
<b>Introducción</b> .....	5
<b>1. Previsión de la demanda</b> .....	7
1.1. Técnicas cuantitativas de previsión .....	7
1.1.1. Componentes de una serie temporal .....	7
1.1.2. Modelos de previsión .....	8
1.1.3. Medias móviles .....	10
1.2. Conclusiones .....	21
<b>2. Planificación y programación agregada</b> .....	22
2.1. Niveles de planificación .....	23
2.2. El plan maestro .....	24
2.2.1. Ejemplo de plan maestro agregado .....	25
2.2.2. ¿Qué información es necesaria para planificar? .....	25
2.2.3. Resultados que da la planificación .....	25
2.2.4. Costes derivados de la actividad productiva .....	25
2.3. Métodos de planificación .....	26
2.3.1. Método de planificación tabular .....	26
2.3.2. Método exacto. Programación lineal .....	28
<b>3. Planificación de requerimiento de materiales</b> .....	32
3.1. Esquema de las conexiones y entorno de un MRP (figura 8) .....	33
<b>Bibliografía</b> .....	41



## Introducción

Una vez realizadas las etapas de diseño del producto —teniendo en cuenta que ha de cumplir un modelo de negocio y ha de ser adecuado al mercado al que se dirigirá— y el sistema productivo que ha de realizar el montaje y/o fabricación del producto, hará falta gestionar el sistema de producción. A partir de ahora, se debe desarrollar un proceso que viene explicado en la siguiente figura:

Figura 1. Esquema de un MRP



Fuente: elaboración propia a partir de Chase y otros, 2009

El proceso empieza con un primer paso, la previsión de la demanda. Después se calcula el plan maestro de producción, por el cual se ajusta la producción a la demanda prevista considerando los recursos disponibles, la estructura del producto y los *stocks* disponibles. El último paso es el conseguir desarrollar la planificación de las necesidades de materiales para lanzar las órdenes de compra a proveedores o las órdenes de fabricación a la factoría.

En los próximos apartados vamos a ir adentrándonos en estos tres pasos: previsión de la demanda, planificación agregada y MRP.



## 1. Previsión de la demanda

Se llama previsión de la demanda al esfuerzo de conseguir unos números de demanda en el futuro que sean satisfactoriamente ajustados a aquello que realmente ocurrirá (Ritzman y otros, 2015).

Esto no va en detrimento de la necesidad de ir adaptando continuamente estas previsiones a nueva información que se obtenga en la actualidad de la demanda real en la que se está incurriendo. Existe la paradoja de que solo se puede prever a partir de los datos del pasado; todos los métodos prevén en base al pasado. Otra paradoja es que para prever se necesita una cierta regularidad; en tiempos muy cambiantes, ninguna técnica de previsión acierta.

Vamos a ser algo más formales. Prever es hacer una estimación del valor futuro de una variable o grupo de variables que sirven para describir un fenómeno. Se pretende establecer un comportamiento futuro en base a información del pasado. La previsión no ha de ser exacta, sino útil. Las previsiones siempre son inexactas, lo que hay que conseguir es que lo sean lo mínimo posible. En las previsiones incorporamos tendencias en el comportamiento de la variable, pero también el fenómeno de la estacionalidad, es decir, un comportamiento de subidas y bajadas de la demanda que aparece, recurrentemente y frecuentemente, ligado a periodos estacionales dentro del año, etc.

### 1.1. Técnicas cuantitativas de previsión

Básicamente existen tres técnicas cuantitativas de previsión: el análisis de series temporales, los modelos explicativos con una ecuación de regresión y los modelos explicativos con ecuaciones simultáneas (modelos econométricos).

En nuestro caso, vamos a tratar la técnica del análisis de las series temporales. Una serie temporal es una sucesión de observaciones de una misma variable equiespaciada en el tiempo.

#### 1.1.1. Componentes de una serie temporal

Las componentes de una serie temporal son: la tendencia, el ciclo, las variaciones estacionales y las variaciones aleatorias.

La tendencia se calcula como la pendiente de la recta de regresión de los datos de la serie temporal.

El ciclo es como el mar de fondo que rige la demanda, puede ser un ciclo económico, un ciclo en un sector de la economía, etc.; pueden ser interpretadas como tendencias que varían a baja frecuencia.

Las variaciones estacionales son las que se producen recurrentemente año a año. En el ciclo anual se observan tendencias de subida y bajada que coinciden con el fenómeno estacional.

Las variaciones aleatorias, también llamadas *aleas*, son variaciones de carácter probabilístico, aleatorio, que se modelizan estadísticamente. El modelo estadístico hará la función de que la dispersión será pequeña y la esperanza matemática será igual a cero,  $E = 0$ .

Cómo se realiza una previsión:

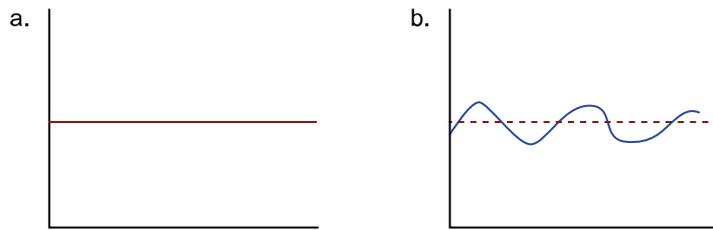
- 1) Se realiza una representación gráfica de los datos.
- 2) Se identifica el posible modelo de previsiones que describirá el comportamiento. Se trabaja con tres o cuatro modelos candidatos diferentes.
- 3) Se estiman los parámetros del modelo: medias móviles, regresión lineal, ajuste exponencial.
- 4) Se verifica el modelo.
- 5) Se aplica el modelo, es decir, se realizan las previsiones.
- 6) Se actualiza el modelo periódicamente, puesto que el mercado no es estático.

### 1.1.2. Modelos de previsión

Los modelos que trataremos se caracterizan en dos ejes: un eje de tendencia y un eje de estacionalidad (figuras 2a, 2b, 2c, 2d, 2e, 2f, 2g, 2h y 2i).

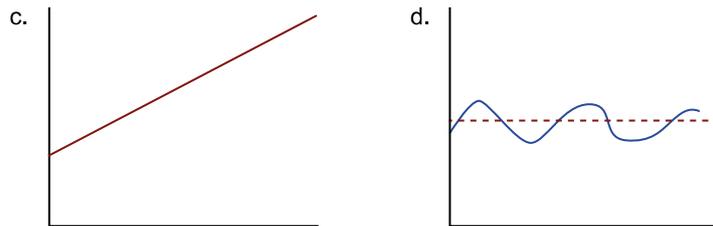
- **Eje de tendencia.** Consideraremos tres tipos de tendencias: una tendencia constante, una tendencia lineal y una tendencia que siga una curva determinada, por ejemplo, una curva exponencial.
- **Eje de estacionalidad.** Consideraremos tres tipos de estacionalidades: no estacionalidad, estacionalidad aditiva o estacionalidad multiplicativa.

Figura 2a. Tendencia constante y no estacionalidad. Figura 2b. Tendencia constante estacionalidad aditiva.



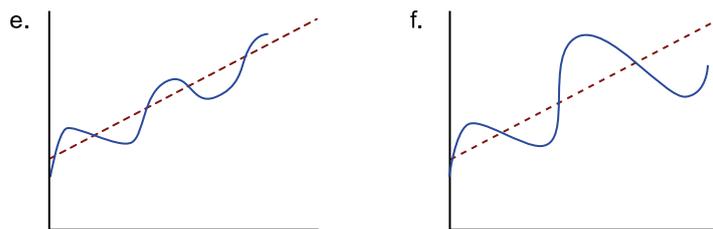
Fuente: elaboración propia a partir de Chase et al., 2009.

Figura 2c. Tendencia constante estacionalidad multiplicativa. Figura 2d. Tendencia lineal y no estacionalidad.



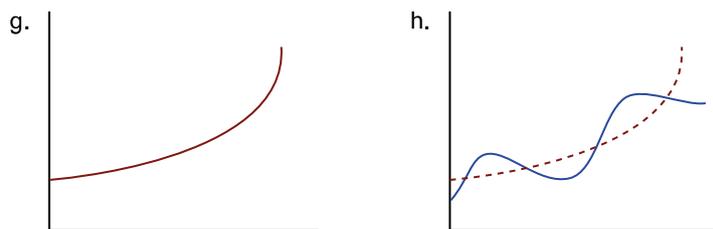
Fuente: elaboración propia a partir de Chase et al., 2009.

Figura 2e. Tendencia lineal y estacionalidad aditiva. Figura 2f. Tendencia lineal y estacionalidad multiplicativa.



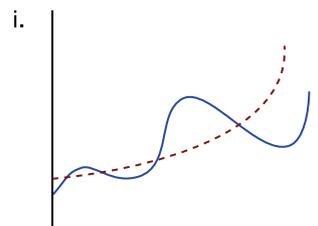
Fuente: elaboración propia a partir de Chase et al., 2009.

Figura 2g. Tendencia exponencial y no estacionalidad. Figura 2h. Tendencia exponencial y estacionalidad aditiva.



Fuente: elaboración propia a partir de Chase et al., 2009.

Figura 2i. Tendencia exponencial y estacionalidad multiplicativa.



Fuente: elaboración propia a partir de Chase et al., 2009.

### 1.1.3. Medias móviles

La media móvil será una herramienta que se necesitará como filtro de altas frecuencias para la primera etapa de creación de los modelos lineales usando el análisis de series temporales.

Para hacer las previsiones, en lugar de tener en consideración todos los datos, se cogerán solamente los  $N$  datos más recientes. Esto implica suponer que el fenómeno se comporta siguiendo tendencias diferentes en distintos segmentos de la serie. También permite filtrar y eliminar los componentes periódicos y obtener previsiones con modelos menos rígidos frente a datos del pasado. Se puede calcular así:

$$M_N(t) = \frac{1}{N} \sum_{t=T-N+1}^T x_t$$

O bien de forma recursiva:

$$M_N(t) = M_N(t-1) + \frac{x_T + x_{T-N}}{N}$$

$T$  es el horizonte de los datos,  $N$  el número de datos de la media móvil y  $t$  el índice de la serie de datos.

Por lo tanto, no se trabaja con todos los datos. Si se tiene un historial de diez años, quizás no hace falta utilizar los datos de los diez años; se realizan las medias, pero con los valores más actuales, y se van olvidando progresivamente los antiguos.

Cuando se modeliza con una línea recta se extrae la periodicidad de alta frecuencia.

La estacionalidad multiplicativa aparece cuando se realiza la media móvil de la media móvil.

Tabla 1. Ejemplo de medias móviles de orden 1 y 2

$t$	$X(t)$	$M_5(t)$	$M_7(t)$
1	14		
2	11		
3	14		
4	14		
5	12	13	
6	12	12,6	
7	14	13,2	13

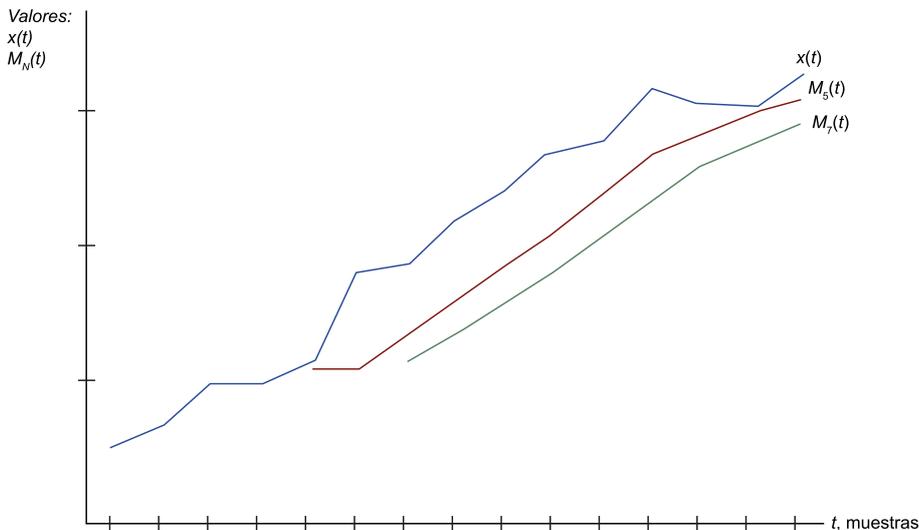
$t$	$X(t)$	$M_5(t)$	$M_7(t)$
8	10	12,4	12,4
9	13	12,2	12,7
10	13	12,4	12,6
11	15	13	12,7
12	17	13,6	13,5

Una media móvil es de segundo orden,  $M_{2N}(t)$ , si es la media móvil realizada sobre la serie  $M_N(t)$ , producto de otra media móvil aplicada anteriormente. En general, el orden de la media móvil es las veces que se ha aplicado esta operación.

### Media móvil y tendencia lineal

Cuantas más muestras se usan en la media móvil más retardo aparece (figura 3). Este fenómeno deberá corregirse, puesto que la serie aparece cada vez más desplazada en el tiempo.

Figura 3. Efecto de retardo:  $x(t)$ ,  $M_5(t)$ ,  $M_7(t)$ .

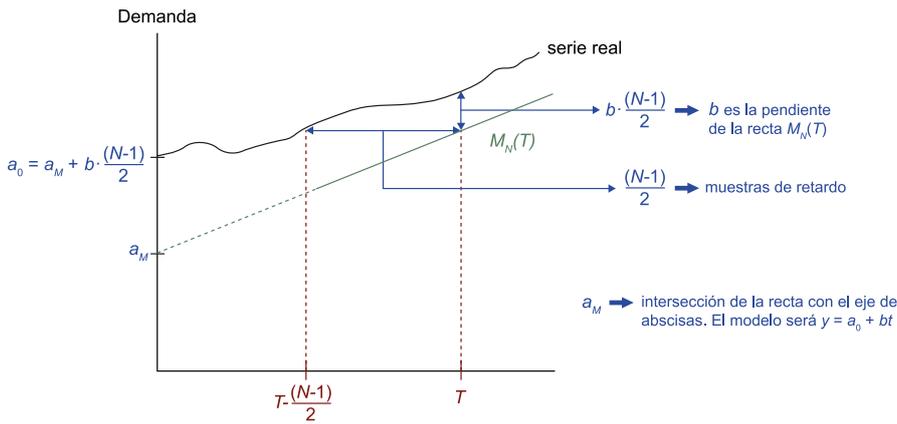


Fuente: elaboración propia a partir de Chase et al., 2009.

Una media móvil de primer orden  $M_N(t)$  está retardada  $(N - 1)/2$  muestras respecto a la serie original.  $M_N(t)$  se aproxima al valor de la serie para  $T - (N - 1)$ .  $M_N(t)$  mantiene una diferencia respecto de la serie de  $(N - 1) \cdot b$  (figura 4a).

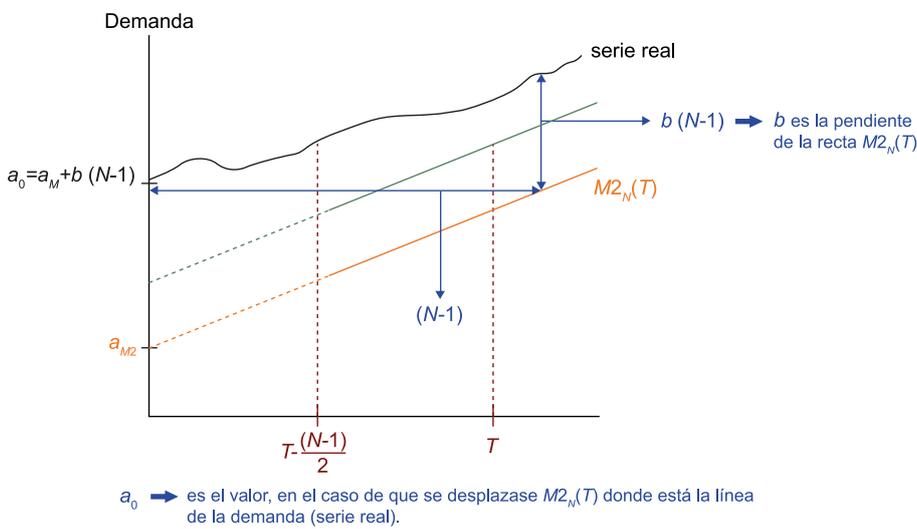
La media móvil de segundo orden  $M_{2N}(T)$  está retardada  $(N - 1)$  muestras respecto a la serie original.  $M_{2N}(t)$  se aproxima al valor de la serie para  $T - (N - 1)/2$ .  $M_{2N}(t)$  mantiene una diferencia respecto de la serie de  $(N - 1) \cdot b/2$  (figura 4b).

Figura 4a.



Fuente: elaboración propia

Figura 4b.



Fuente: elaboración propia

### Modelo constante (figura 2a)

La estimación de parámetros se identifica normalmente mediante la primera media móvil o, aún más simple, con la media de todos los valores.

El modelo será  $x(t) = a + \varphi(t)$ , donde  $\varphi(t)$  es un ruido aleatorio (aleas).

### Modelo constante con estacionalidad aditiva (figura 2b)

El modelo será  $x(t) = a + c(t) + \varphi(t)$ , donde  $\varphi(t)$  es un ruido aleatorio (aleas) y  $c(t)$  son los coeficientes de estacionalidad. El valor  $a$  se calcula realizando la media móvil  $M_N(T)$ .

Para hallar  $a$  y  $c(t)$  se utilizará un **algoritmo**:

1) Los coeficientes se calculan:  $c(t) = \frac{1}{n} (x_t + x_{t+N} + x_{t+2N} + \dots - n \cdot a)$

2)  $N$  es la estacionalidad y  $n$  es el número de datos que tenemos del periodo dentro del ciclo. Si trabajamos con meses,  $N = 12$ ; si son trimestres,  $N = 4$ ; y si son semanas,  $N = 52$ .

**Ejemplo**

Supongamos que tenemos datos de 28 meses desde enero de 2016 a abril de 2018. Dentro del ciclo de 28 meses hay 3 enero o 3 abril, pero solo 2 mayo o 2 diciembre. Por lo tanto,  $n_{Enero} = 3, \dots, n_{Abril} = 3, n_{Mayo} = 2, \dots, n_{Diciembre} = 2$ .

3) Los coeficientes de estacionalidad aditiva deben sumar cero.

$$\sum_{t=1}^N c(t) = 0$$

4) En caso de que esta suma no sea cero, sino un valor distinto  $\sum_{t=1}^N c(t) = s$ , hará falta normalizar retocando  $c(t)$  y  $a$ :  $c'(t) = c(t)/N$  y  $a' = a + s/N$ .

5) A continuación, se desestacionaliza  $x(t)$  haciendo  $x'(t) = x(t) - c(t)$ .

6) Veamos en un ejemplo las siguientes iteraciones del proceso:

Dados los datos de la tabla 2

Tabla 2

	<b>t (trimestre)</b>	<b>Demanda x(t)</b>	<b><math>M_4(t)</math></b>
2016	1	30	
	2	40	
	3	50	
	4	40	40
2017	5	30	40
	6	40	40
	7	50	40
	8	40	40
2018	9	30	40

Fuente: Elaboración propia

El valor de  $a$  es de 40

$$c(\text{trimestres } 1) = \frac{1}{3}(30 + 30 + 30 - 3 \cdot 40) = -10$$

$$c(\text{trimestres } 2) = \frac{1}{2}(40 + 40 - 2 \cdot 40) = 0$$

$$c(\text{trimestres } 3) = \frac{1}{2}(50 + 50 - 2 \cdot 40) = 10$$

$$c(\text{trimestres } 4) = \frac{1}{2}(30 + 30 - 2 \cdot 40) = -10$$

Si se suman los cuatro  $c(t)$  el resultado es  $-10$ , luego

$$a' = 40 + (-10)/4 = 37,5$$

$$c'(1) = -10/4 = -2,5$$

$$c'(2) = 0$$

$$c'(3) = 10/4 = 2,5$$

$$c'(4) = -10/4 = -2,5$$

Solución actual:  $x(t) = a' + c'(t)$ :  $x(1) = 37,5 - 2,5 = 35$ ;  $x(2) = 37,5 + 0 = 37,5$ ;  $x(3) = 37,5 + 2,5 = 40$  y  $x(4) = 37,5 - 2,5 = 35$ .

$$x'(1) = 30 - (-2,5) = 32,5$$

$$x'(2) = 40 - 0 = 40$$

$$x'(3) = 50 - 2,5 = 47,5$$

$$x'(4) = 40 - (-2,5) = 42,5$$

$$x'(5) = 30 - (-2,5) = 32,5$$

$$x'(6) = 40 - 0 = 40$$

$$x'(7) = 50 - 2,5 = 47,5$$

$$x'(8) = 40 - (-2,5) = 42,5$$

$$x'(9) = 30 - (-2,5) = 32,5.$$

Volvemos a crear la tabla (tabla 3):

Tabla 3

	<b>t (trimestre)</b>	<b>x'(t)</b>	<b>M<sub>4</sub>(t)</b>
2016	1	32,5	
	2	40	

	<b>t (trimestre)</b>	<b>x'(t)</b>	<b>M<sub>4</sub>(t)</b>
	3	47,5	
	4	42,5	40,625
2017	5	32,5	40,625
	6	40	40,625
	7	47,5	40,625
	8	42,5	40,625
2018	9	32,5	40,625

Fuente: Elaboración propia

El valor de  $a$  es de 40,625.

Calculando nuevamente  $c(t)$

$$c(\text{trimestres } 1) = \frac{1}{3}(32,5 + 32,5 + 32,5 - 3 \cdot 40,625) = -8,125$$

$$c(\text{trimestres } 2) = \frac{1}{2}(40 + 40 - 2 \cdot 40,625) = 0,625$$

$$c(\text{trimestres } 3) = \frac{1}{2}(47,5 + 47,5 - 2 \cdot 40,625) = 6,875$$

$$c(\text{trimestres } 4) = \frac{1}{2}(42,5 + 42,5 - 2 \cdot 40,625) = 1,875$$

Luego,  $c(1) + c(2) + c(3) + c(4) = 1,25$ . Por lo tanto, habrá que normalizar:

$$a' = 40,625 + (-1,25)/4 = 40,3125$$

$$c'(1) = -8,125/4 = -2,031$$

$$c'(2) = 0,625/4 = 0,155$$

$$c'(3) = 6,875/4 = 1,72$$

$$c'(4) = 1,875/4 = 0,469$$

La solución provisional será  $x(t) = a' + c'(t)$ :  $x(1) = 40,3125 - 2,031 = 38,28$ ;  $x(2) = 40,3125 + 0,155 = 40,47$ ;  $x(3) = 40,3125 + 1,72 = 40,032$  y  $x(4) = 40,3125 + 0,469 = 40,78$ .

Con estos últimos valores vamos a evaluar el cambio que ha habido respecto a la primera iteración. Lo hacemos mediante el cálculo de la integral del error al cuadrado:

$$e_{RMS} = \sqrt{(35 - 38,28)^2 + (37,5 - 40,47)^2 + (40 - 40,032)^2 + (35 - 40,78)^2} = 7,28$$

Cuando decidamos que el valor de  $e_{\text{RMS}}$  es suficientemente pequeño, deberemos parar el proceso.

Mientras tanto, deberemos repetirlo hasta conseguir un valor  $e_{\text{RMS}}$  suficientemente pequeño.

Para empezar una nueva iteración, volveríamos a desestacionalizar la serie:

$$x'(1) = 30 - (-2,031) = 32,5$$

$$x'(2) = 40 - 0,155 = 39,845$$

$$x'(3) = 50 - 1,72 = 48,28$$

$$x'(4) = 40 - 0,469 = 39,531$$

$$x'(5) = 30 - (-2,031) = 32,5$$

$$x'(6) = 40 - 0,155 = 39,845$$

$$x'(7) = 50 - 1,72 = 48,28$$

$$x'(8) = 40 - 0,469 = 39,531$$

$$x'(9) = 30 - (-2,031) = 32,5.$$

Y repetiríamos las operaciones anteriores tal como ya hemos hecho anteriormente.

### Modelo lineal (figura 2d)

El modelo será  $x(t) = a + b \cdot t + \varphi(t)$ , donde  $(t)$  es un ruido aleatorio. La estimación de parámetros  $a$  y  $b$  se realiza mediante una regresión lineal.

### Modelo lineal con estacionalidad aditiva (figura 2e)

El modelo será  $x(t) = a + b \cdot t + c(t) + \varphi(t)$ , donde  $c(t)$  es la estacionalidad y  $\varphi(t)$  es un ruido aleatorio.

Para hallar  $a$ ,  $b$  y  $c(t)$  se utilizará un **algoritmo**:

1) Se calcula la primera media móvil  $M_N(t)$ , que realiza un filtro para la estacionalidad aditiva.

2) Se aplica una regresión lineal sobre  $M_N(t)$ <sup>1</sup>; hay que poner atención al traslado de la media móvil en  $(N - 1)/2$  respecto a los valores de la serie. Se obtiene una estimación inicial de los parámetros  $a$  y  $b$  de la serie real.

<sup>(1)</sup> Si se aplicase la regresión lineal directamente sobre la señal real sin filtrar, aparecerían problemas; es mejor aplicar antes  $M_N(t)$ . Este filtrado solo hay que realizarlo la primera vez, en las siguientes iteraciones no.

3) Se calculan los valores estimados iniciales de  $c(t)$  de la forma  $c(t) = [x_t + x_{t+N} + x_{t+2N} + \dots - (a + bt) - (a + b(t + N)) - (a + b(t + 2N)) - \dots]/n$ , donde  $N$  es la estacionalidad y  $n$  el número de datos.

4) La suma de los  $c(t)$  ha de ser cero.

5) Si la suma de los  $c(t)$  es el valor  $s$ , diferente de cero, se debe normalizar:  $c'(t) = c(t) - s/N$  y  $a' = a + s/N$ .

Hagamos un pequeño paréntesis.

Realicemos un ejemplo (tabla 4) hasta este punto sobre el cálculo de las  $c(t)$ :

Tabla 4. Valores del ejercicio

Año	t (Trimestres)	Demanda $x(t)$
1	1	100
	2	120
	3	105
	4	85
2	5	106
	6	135
	7	108
	8	91
3	9	113
	10	133
	11	110
	12	96
4	13	118
	14	140

Fuente: Chase et al., 2009

Se calculan los coeficientes  $c(t)$ :

$$c(1) = [100 + 106 + 113 + 118 - (a + b \cdot 1) - (a + b \cdot 5) - (a + b \cdot 9) - (a + b \cdot 13)]/4$$

$$c(2) = [120 + 135 + 113 + 140 - (a + b \cdot 2) - (a + b \cdot 6) - (a + b \cdot 10) - (a + b \cdot 14)]/4$$

$$c(3) = [105 + 108 + 110 - (a + b \cdot 3) - (a + b \cdot 7) - (a + b \cdot 11)]/3$$

$$c(4) = [85 + 91 + 96 - (a + b \cdot 1) - (a + b \cdot 5) - (a + b \cdot 9)]/3$$

Si  $c(1) + c(2) + c(3) + c(4) = 0$ , habríamos terminado el modelo.

6) Pero, en el caso de que  $c(1) + c(2) + c(3) + c(4) \neq 0$ , se realizan iteraciones de la manera en que se nos indica a continuación:

### Repite:

a) Se desestacionaliza la serie; se hace restando el valor de los coeficientes de estacionalidad usando la última estimación,  $c'(t)$ :

$$x'(t) = x(t) - c'(t)$$

siendo  $x'(t)$  la serie desestacionalizada,  $x(t)$  la serie real y  $c'(t)$  los coeficientes estacionales normalizados.

b) Se aplica una regresión lineal sobre la serie desestacionalizada,  $x'(t)$ , obteniendo nuevos valores de  $a$  y  $b$ .

c) Se calculan los nuevos coeficientes estacionales; de nuevo, su suma ha de ser igual a cero:  $c(1) + c(2) + \dots + c(N) = 0$ .

d) En caso contrario, se deberá normalizar nuevamente:  $c'(t) = c(t) - s/N$  y  $a' = a + s/N$ . En este momento disponemos de unos valores iniciales para los parámetros del modelo.

e) Se calculan las nuevas previsiones y se comparan con las de la anterior iteración.

Hasta que la diferencia de valores de  $x(t)$ , evaluado mediante  $e_{\text{RMS}}^2$ , entre dos iteraciones sean no significativas.

$$^{(2)}e_{\text{RMS}} = \sqrt{\sum e^2(t)}, \text{ siendo } e(t) = x(t) - x_{ia}(t). \text{ Nota: el subíndice } ia \text{ significa iteración anterior.}$$

### Modelo lineal con estacionalidad multiplicativa (figura 2f)

El modelo es de la forma:  $x(t) = (a + b \cdot t) \cdot c(t) + \varphi(t)$ , donde  $\varphi(t)$  es un ruido aleatorio y  $c(t)$  los coeficientes de estacionalidad.

Para hallar  $a$ ,  $b$  y  $c(t)$  se utilizará el siguiente algoritmo:

1) Se calcula la primera media móvil  $M_N(t)$  y la segunda media móvil  $M_{2N}(t)$ . La segunda media móvil es un filtro para la estacionalidad multiplicativa.

2) Se aplica una regresión lineal sobre  $M_{2N}(t)$ <sup>3</sup>. Atención al traslado de los valores entre la serie real y la segunda media móvil en  $N - 1$  de retardo. Esto significa que  $a = a_{M2} + b(N - 1)$ .

3) Se calculan los valores iniciales de los coeficientes de estacionalidad

<sup>(3)</sup>Si se aplicase la regresión lineal directamente sobre la señal real sin filtrar, aparecerían problemas; se debe aplicar antes  $M_{2N}(t)$ . Este doble filtrado solo hay que realizarlo la primera vez; en las siguientes iteraciones no hay que realizarlo.

$$c(t) = (x_t + x_{t+N} + x_{t+2N} + \dots) / [(a + bt) + (a + b(N + t)) + (a + b(2N + t)) + \dots]$$

$$\text{o bien, } c(t) = (1/n) \cdot [x_t/(a + bt) + (x_{t+N}/(a + b(N + t))) + \dots]$$

Cualquiera de las dos formas es válida.

4) Los coeficientes de estacionalidad aditiva deben sumar  $N$ .

$$\sum_{t=1}^N c(t) = N$$

Si  $c(1) + c(2) + c(3) + c(4) = N$  habríamos terminado el modelo.

5) Pero en el caso de que  $c(1) + c(2) + c(3) + c(4) \neq N$ :

Primero se realizará la normalización de  $a$  y  $c(t)$ , deberá ser:  $c'(t) = c(t) \cdot N/s$  y  $a' = a \cdot s/N$ . En este momento disponemos de unos valores iniciales para los parámetros del modelo.

6) A continuación, realizamos iteraciones de la manera en que se nos indica a continuación:

#### Repite:

a) Desestacionalizar la serie real,  $x(t)$ , utilizando los últimos valores de  $c'(t)$ :  $x'(t) = x(t)/c'(t)$  para obtener la serie desestacionalizada,  $x'(t)$ .

b) Aplicar una regresión lineal sobre  $x'(t)$ , con ello se obtienen nuevos valores de  $a$  y  $b$ .

c) Calcular nuevos valores de coeficientes de estacionalidad,  $c(t)$ , que deben

cumplir  $\sum_{t=1}^N c(t) = N$ . En caso contrario, hay que normalizar:  $c'(t) = c(t) \cdot N/s$  y  $a' = a \cdot s/N$ .

d) Calcular las nuevas previsiones calculando  $x(t) = (a' + b \cdot t) \cdot c'(t)$  y compararlas con las de la iteración anterior.

**Hasta** que la diferencia de valores de  $x(t)$ , evaluado mediante  $e_{\text{RMS}}$ , entre dos iteraciones sean no significativas.

#### Ejercicio

Se dispone de los datos trimestrales de demanda que pueden verse en la siguiente tabla:

Tabla 5. Ejercicio

$t$	$x(t)$	$M_4(t)$	$M2_4(t)$	$a+bt$	$c(t)$	$c'(t)$	$x'(t)$
1	10			12,2625	0,802	0,806	12,407
2	13			13,045	1,055	1,06	12,264
3	14			13,83	0,978	0,983	14,242
4	17	13,5		14,61	1,145	1,15	14,726
5	12	14		15,39			14,888
6	18	15,25		16,17			16,981
7	16	15,75	14,625	16,95			16,277
8	20	16,5	15,375	17,73			17,391
9	15	17,25	16,188	18,52			18,61

Fuente: Chase et al., 2009

Para calcular la recta de regresión utilizamos los datos de  $M2_4(t)$ . Con el cálculo de regresión, los valores son:  $a = 9,1367$  y  $b = 0,7825$ .

Debido al retardo, el valor de  $a$  debe ser corregido y esta será la nueva  $a$ :

$$a_{\text{corregida}} = a + b(N - 1) = 9,1367 + 0,7825(4 - 1) = 11,48$$

En la quinta columna, se calcula  $a + b \cdot t = 11,48 + 0,7825 \cdot t$

En la sexta columna, se calcula  $c(t) = (1/n) \cdot [x_t/(a + bt) + (x_{t+N}/(a + b(N + t))) + \dots]$

$$\text{Por ejemplo, } c(1) = \frac{1}{3} \left( \frac{10}{12,26} + \frac{12}{15,39} + \frac{15}{18,52} \right) = 0,802$$

El resto de valores pueden consultarse en la tabla. Observe el lector que  $n = 2$  para el resto de cálculos de  $c(t)$ .

Puesto que  $s = c(1) + c(2) + c(3) + c(4) = 3,98$ , entonces debe normalizarse  $a$  y  $c(t)$ :

$$a' = a \cdot s/N = 11,48 \cdot 3,98/4 = 11,42$$

$c'(t) = c(t) \cdot 4/3,98$  (pueden verse los resultados en la tabla, en la séptima columna).

En la columna 8 se puede observar la serie desestacionalizada:

$$x'(t) = \frac{x(t)}{c'(t)}, \quad x'(1) = \frac{10}{0,806} = 12,407, \quad \dots, \quad x'(5) = \frac{12}{0,806} = 14,888$$

Después del cálculo de la serie desestacionalizada,  $x'(t)$ , ha de calcularse  $a$  y  $b$  de nuevo. Después, rehacer la quinta columna,  $a + b \cdot t$ .

Si ahora optáramos por dar por finalizado el modelo, este modelo sería  $x(t) = (a' + b \cdot t) \cdot c'(t)$ , con  $a' = 11,42$ ,  $b = 0,7825$  y  $c'(t)$  los valores de la séptima columna de la tabla anterior.

## 1.2. Conclusiones

La previsión de la demanda es un conjunto de técnicas para conseguir un modelo matemático que se ajuste a los datos históricos disponibles. Su cometido es llegar a hacer previsiones de futuro respecto a la demanda.

El tipo del modelo debe ser escogido anteriormente o puede usarse una batería de modelos y escoger finalmente el que más se ajuste a la realidad. Una vez se tiene el modelo matemático, ya se puede predecir un dato de futuro en base a dicho modelo. La previsión no puede ser muy alejada en el tiempo a los datos disponibles. Los modelos deben ir adaptándose a los nuevos datos que vayan surgiendo y que permitirán adaptarlos a los valores más recientes.

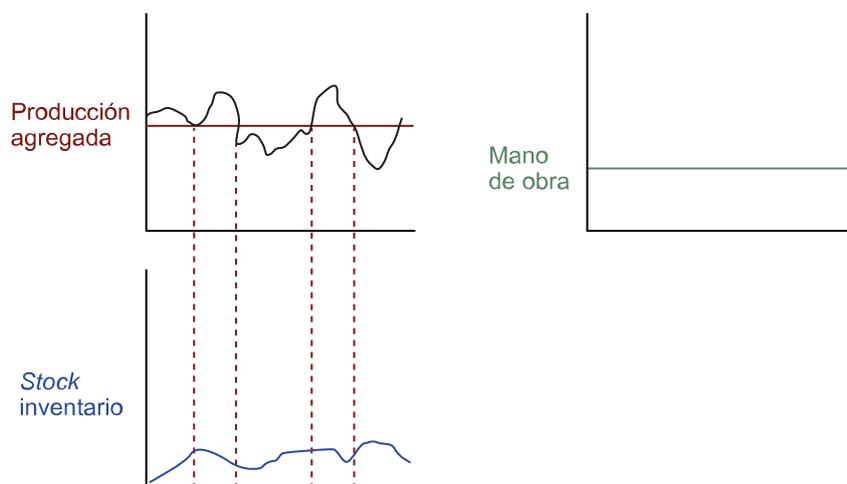
## 2. Planificación y programación agregada

En términos generales, existen dos estrategias extremas de producción: la denominada *Level scheduling* y la denominada estrategia Chase.

La estrategia *Level scheduling* (figura 5) pretende fijar un nivel de producción constante que sea un nivel por encima del promedio de las previsiones de demanda, de esta manera, se consigue una carga de trabajo uniforme con el inconveniente de tener que convivir con niveles de *stock* permanentemente altos.

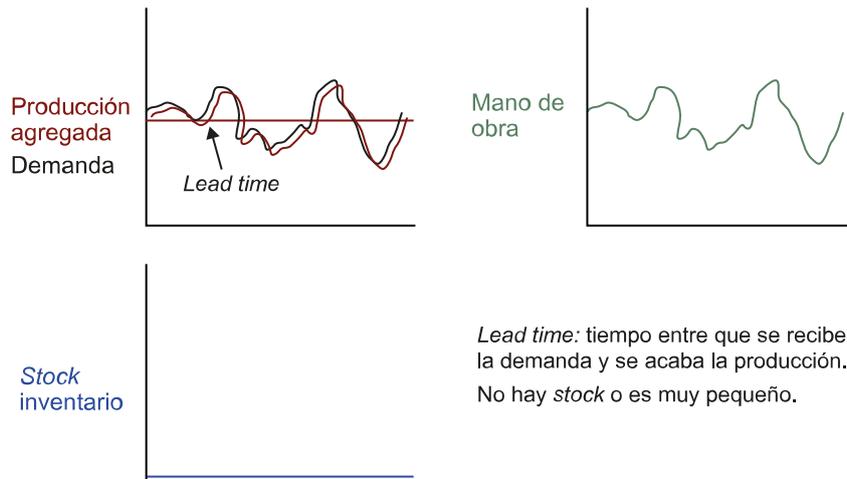
En la estrategia Chase (figura 6), la producción sigue el mismo ritmo previsto de la demanda, pero ligeramente avanzado (justo el *lead time*) a las previsiones de la demanda.

Figura 5. Estrategia *Level scheduling*



Fuente: elaboración propia

Figura 6. Estrategia Chase



Fuente: elaboración propia

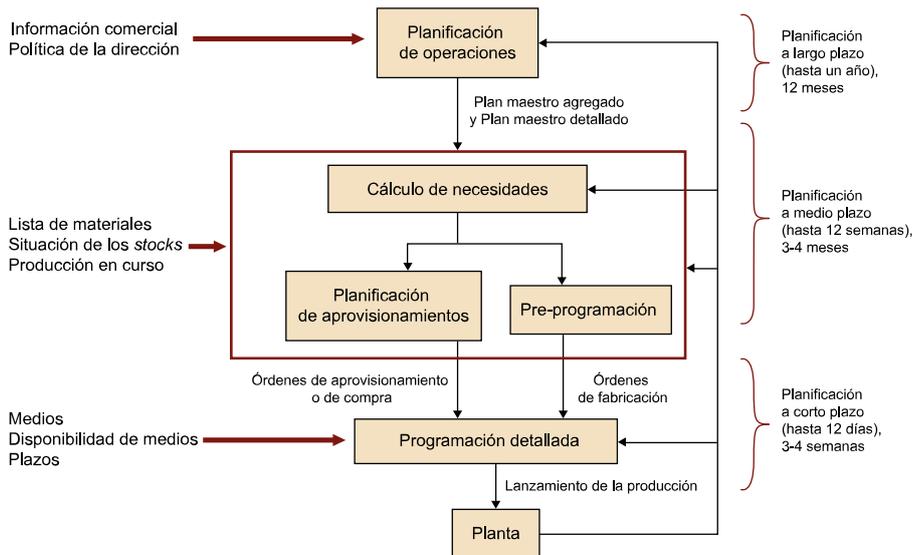
Entre las estrategias *Level scheduling* y Chase existen muchas posibilidades intermedias. Por ejemplo, aquellas empresas que trabajan con previsiones a medio y largo plazo, con correcciones/actualizaciones y herramientas que utilizan planificaciones ajustadas a los recursos de los que disponen con la intención de reducir al mínimo los costes de mano de obra en horas normales, en horas extra, en contrataciones temporales, en tareas subcontratadas y en costes relacionados con el *stock*.

## 2.1. Niveles de planificación

Existen diversos niveles de planificación de la producción (figura 7):

- **Planificación de operaciones**, de la cual surge el plan maestro de producción (PMP).
- **Cálculo de las necesidades:** recoge el plan maestro de producción y, mediante dos actividades, la planificación de aprovisionamientos y la preprogramación, genera como resultado dos tipos de documentos: las órdenes de compra y las órdenes de fabricación.
- **Programación detallada:** recoge las órdenes de compra y las órdenes de fabricación y, a partir de los medios, los plazos y la disponibilidad de los medios que tiene, genera las órdenes de lanzamiento de la producción.

Figura 7. Niveles de planificación



Fuente: elaboración propia a partir de Chase et al. 2009

¿Qué necesitamos para hacer el cálculo de necesidades?:

- Lista de materiales (*Bill of materials* - BOM).
- Todo el material que se necesita para fabricar un producto detallado en unidades y tamaños, etc.
- Situación de *stocks*.
- Producción en curso.

¿Qué se necesita para hacer la programación detallada?:

- Medios (cuántos trabajadores).
- Disponibilidad de los medios (qué están haciendo estos trabajadores).
- Plazos / ciclos de producción (cuánto tardamos en fabricar estos productos).

El lanzamiento de producción es toda la documentación (que llega a planta para fabricar el producto).

## 2.2. El plan maestro

- **Plan maestro agregado:** intervalos mensuales, se actualiza mensualmente y el horizonte es de 12 meses. Finalidad: se busca distribuir los recursos limitados que son críticos.
- **Plan maestro detallado:** intervalos semanales, la actualización se hace cada semana y el horizonte es de 3 o 4 meses. Finalidad: se busca el establecimiento de tasas de producción y permitir el cálculo de necesidades.

### 2.2.1. Ejemplo de plan maestro agregado

Tabla 6. Plan maestro agregado

Intervalo	Enero	Febrero	...	Diciembre
Días laborables	21	18	...	22
Producto 1	132	263	...	88
Producto 2	65	59		97
...	...	...	...	
Producto <i>N</i>	11	45	...	36
Total	1112	738		1015

Fuente: Elaboración propia

### 2.2.2. ¿Qué información es necesaria para planificar?

- Catálogo de productos (agrupados)
- Factoría donde se produce
- Cartera de pedidos actual
- Previsión de la demanda
- Niveles de *stock* actuales
- Evolución prevista (de producción y *stocks*) a partir de las órdenes en curso
- Capacidad de los centros de trabajo
- Carga de trabajo actual
- Mano de obra disponible
- Calendario laboral
- Costes estándar
- Precio de venta
- Datos financieros de la empresa
- Objetivos de la empresa y política de dirección

### 2.2.3. Resultados que da la planificación

- Periodos de tiempo y cantidades que hay que producir de cada uno de los productos o de las familias de productos.
- Niveles de *stock* que queremos para los productos acabados.
- Horas extra que hay que realizar.
- Cantidades de materiales semielaborados que hay que transportar (entre unidades o plantas).
- Trabajo que hay que subcontratar.

### 2.2.4. Costes derivados de la actividad productiva

1) Coste del material

- Coste de la mano de obra en horas normales,  $C_{HNMO}$ , y en horas extra,  $C_{HEMO}$ .
- Coste de despido
- Coste contratación

2) Coste de mantenimiento de *stocks*  $C_S$

3) Coste de rotura de *stocks* (*stock out*)  $C_R$

4) Coste de subcontratar  $C_{SUB}$

5) Coste de transporte

6) Coste de lanzamiento de producción  $C_L$ .

Se trata de un juego de equilibrios; si se incrementa  $C_R$ , disminuye  $C_S$ , y a la inversa. Lo mismo ocurre con otros costes.

## 2.3. Métodos de planificación

Hay diferentes métodos para realizar la planificación. El primero que se tratará es el método intuitivo o tabular. Con este método no se garantiza encontrar el óptimo, sino una planificación «suficientemente buena».

### 2.3.1. Método de planificación tabular

La explicación la desarrollaremos mediante un ejemplo. Supongamos una demanda mensual estimada de los próximos 12 meses como la que se puede ver en la tabla 1.

#### Ejemplo de método tabular de planificación

Partimos de una previsión de la demanda como la que aparece en la tabla 7:

Tabla 7. Previsión de la demanda a 12 semanas vista

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Demanda	0	300	600	300	400	800	900	1.600	1.800	1.600	800	800	400

Sabemos que:

- la capacidad de producción semanal en horas normales es de 1.000 unidades por semana:  $PHN = 1000$  u/semana
- la producción en horas extra puede ser como mucho el 40 % respecto a las horas normales:  $PHE = 0,40 \cdot PHN$
- El coste de fabricación en horas normales es de 40 unidades monetarias por unidad. Esto incluye la mano de obra, energía, costes de material, etc.  $CHN = 40$  u. m./u.
- El coste de fabricación en horas extra es de 60 unidades monetarias por unidad.  $CHE = 60$  um/u.
- El coste de mantenimiento de *stocks* es de 2 unidades monetarias por unidad y por semana.  $C_S = 2$  um/set-u.
- Existe una restricción en la capacidad del almacén, solo puede alojar 1.000 unidades.

- No se admite rotura de *stocks*, es decir, no se puede fabricar por debajo de las necesidades en ningún caso, no se puede dejar de satisfacer la demanda ningún mes.

La primera tentativa será producir en horas normales al máximo de la capacidad de producción (tabla 8).

Tabla 8

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Demanda	0	300	600	300	400	800	900	1.600	1.800	1.600	800	800	400	
PHN		1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	
Stock producido		700	400	700	600	200	100	-600	-800	-600	200	500	600	Coste
Stock acumulado		700	1.100	1.800	2.400	2.600	2.700	2.100	1.300	700	900	1.400	2.000	519.400

El coste calculado corresponde a la ecuación  $\sum_{t=1}^{12} 40 \cdot PHN_t + 60 \cdot PHE_t + 2 \cdot S_t$ , donde  $S_t$  hace referencia al *stock* acumulado. Esta ecuación servirá también para las cuatro tablas siguientes.

Con esta planificación de la producción no hay rotura de *stock*, por esta parte no debemos preocuparnos. Sin embargo, se incumple la limitación de capacidad de *stock* en el almacén.

Además, vamos a intentar que el *stock* acumulado al final del horizonte de planificación sea 0 (en el mes 12).

¿Qué se puede hacer para reducir *stock*? El punto más bajo de *stock* se da en el noveno mes y en el primer mes, son 700 u. Si se produce de manera que haya un *stock* 0 en el noveno mes, no habrá rotura de *stock* y se habrán reducido los *stocks* en todos los meses anteriores. Además, cuanto antes se reduzca la producción, menos Cs habrá; por lo tanto, reducimos la producción del primer mes para que sea de 300 u (tabla 9).

Tabla 9

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Demanda	0	300	600	300	400	800	900	1.600	1.800	1.600	800	800	400	
PHN		300	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	
Stock producido		0	400	700	600	200	100	-600	-800	-600	200	500	600	Coste
Stock acumulado		0	400	1.100	1.700	1.900	2.000	1.400	600	0	200	700	1.300	474.600

Y con la finalidad de acabar el año con *stock* 0, a partir del mes 10 se produce simplemente aquello que se necesitará en cada mes (tabla 10).

Tabla 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Demanda	0	300	600	300	400	800	900	1.600	1.800	1.600	800	800	400	
PHN		300	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	800	800	400	
Stock producido		0	400	700	600	200	100	-600	-800	-600	0	0	0	Coste
Stock acumulado		0	400	1.100	1.700	1.900	2.000	1.400	600	0	0	0	0	418.200

Observamos que en cada paso se han ido reduciendo los costes de mantenimiento de *stock* y de PHN, pero se sigue incumpliendo la restricción de 1.000 unidades almacenadas como mucho.

Para conseguir satisfacer esta restricción nos centramos en el mes con mayor *stock* acumulado y no permitimos que supere las 1.000 unidades almacenadas; para ello, actuamos

sobre la producción de los meses 2 y 3, siempre con la premisa de que, cuanto antes rebajemos el *stock* acumulado, mejor (tabla 11):

Tabla 11

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Demanda	0	300	600	300	400	800	900	1.600	1.800	1.600	800	800	400	
PHN		300	600	400	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	800	800	400	
Stock producido		0	0	100	600	200	100	-600	-800	-600	0	0	0	Coste
Stock acumulado		0	0	100	700	900	1.000	400	-400	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000	357.400

Pero aparece rotura de *stock*, y esto también es inadmisibile, se tendrá que plantear el uso de horas extra (tabla 12).

Tabla 12

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Demanda	0	300	600	300	400	800	900	1.600	1.800	1.600	800	800	400	
PHN		300	600	400	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	800	800	400	
PHE								200	400	400				
Stock producido		0	0	100	600	200	100	-400	-400	-200	0	0	0	Coste
Stock acumulado		0	0	100	700	900	1.000	600	200	0	0	0	0	427.000

### 2.3.2. Método exacto. Programación lineal

La programación lineal, u optimización lineal, es un método para llegar al mejor resultado posible en problemas que se pueden modelizar matemáticamente con una ecuación lineal sujeta a unas restricciones también representadas por ecuaciones lineales. La programación lineal es un caso particular del campo de la optimización.

Los programas lineales son problemas que pueden expresarse en forma canónica como

Mínimo  $c^T x$

Sujeta a las restricciones  $Ax \leq b$

Con  $x \geq 0$

donde  $x$  representa el vector de variables a determinar,  $c$  y  $b$  son vectores de coeficientes conocidos,  $A$  es una matriz conocida de coeficientes y  $\{.\}^T$  representa la matriz traspuesta.

La expresión que se debe maximizar o minimizar se denomina función objetivo, en este caso,  $c^T x$ . Las desigualdades  $Ax \leq b$  y  $x \geq 0$  son las restricciones sobre las cuales se debe optimizar la función objetivo.

Los métodos de resolución de programación lineal permiten resolver no solo la forma canónica presentada anteriormente, sino también la maximización de la función objetivo o el uso de restricciones en forma de igualdades o de inecuaciones en la forma  $Ax \geq b$ .

Cuando el problema presenta un número altísimo de variables, la duración de la resolución de estos problemas, mediante los métodos de optimización de programación matemática, puede ser inaceptable. Cuando esto ocurre, pueden usarse heurísticas para resolver el problema, con el contratiempo de que no puede asegurarse, de ninguna manera, que la solución encontrada sea el óptimo. De hecho, el método tabular tratado anteriormente es una heurística.

La programación lineal puede aplicarse a diversos campos, así como en la elaboración del plan maestro de producción.

Sigamos nuevamente el ejemplo del ejercicio desarrollado en la planificación.

Recordemos que:

La capacidad de producción semanal en horas normales es de 1.000 unidades por semana: PHN = 1.000 u/semana.

La producción en horas extra puede ser como mucho el 40 % respecto a las horas normales: PHE = 0,40 · PHN.

El coste de fabricación en horas normales es de 40 unidades monetarias por unidad. Esto incluye la mano de obra, energía, costes de material, etc. CHN = 40 um/u.

El coste de fabricación en horas extra es de 60 unidades monetarias por unidad. CHE = 60 um/u.

El coste de mantenimiento de *stocks* es de 2 unidades monetarias por unidad y por semana. Cs = 2 um/set – u.

Existe una restricción en la capacidad del almacén, solo puede alojar 1.000 unidades.

No se admite rotura de *stocks*, es decir, no se puede fabricar por debajo de las necesidades en ningún caso, no se puede dejar de satisfacer la demanda ningún mes.

Esto se traduce en las siguientes ecuaciones:

Ecuación de coste a minimizar

Coste =

$$\sum_{t=1}^{12} 40 \cdot \text{PHN}_t + 60 \cdot \text{PHE}_t + 2 \cdot S_t \quad (1)$$

Restricciones:

$$\text{PHN}_t + \text{PHE}_t + S_{t-1} \geq D_t, t = 1..12 \quad (2)$$

$$\text{PHN}_t \leq 1.000, t = 1..12 \quad (3)$$

$$\text{PHE}_t \leq 400, t = 1..12 \quad (4)$$

$$S_t = S_{t-1} + \text{PHN}_t + \text{PHE}_t - D_t \quad (5)$$

$$S_t \leq 1.000, t = 1..12 \quad (6)$$

$$\text{PHN}_t \geq 0, t = 1..12 \quad (7)$$

$$\text{PHE}_t \geq 0, t = 1..12 \quad (8)$$

$$S_t \geq 0, t = 1..12 \quad (9)$$

Las variables que hay que encontrar son  $\text{PHN}_t$ ,  $\text{PHE}_t$  y  $S_t$ . Todas las variables de este problema son variables enteras, lo que convierte este problema en un problema de programación lineal entera, lo cual complica su resolución para problemas de grandes dimensiones; por ejemplo, el método simplex no es aplicable, puesto que se aplica a variables reales; hacen falta otros métodos matemáticos para su resolución o abordarlo con heurísticas.

La ecuación (1) es la función de coste. Las inecuaciones (2) aseguran que se satisface la demanda  $D_t$  para cada uno de los periodos  $t$ . Las inecuaciones (3) restringen el número de unidades producidas en horas normales para cada uno de los periodos  $t$ . Las inecuaciones (4) restringen el número de unidades producidas en horas extras para cada uno de los periodos  $t$ . Las ecuaciones (5) calculan el *stock* acumulado en el periodo  $t$ . Las inecuaciones (6) limitan el número de unidades en el almacén para cada uno de los periodos  $t$ . Las ecuaciones (7), (8) y (9) fuerzan a las variables a ser positivas o cero.

Despleguemos las ecuaciones e inecuaciones; en total, noventa y siete:

$$\text{Coste} = 40 \cdot \text{PHN}_1 + \dots + 40 \cdot \text{PNH}_{12} + \dots + 60 \cdot \text{PHE}_1 + \dots + 60 \cdot \text{PHE}_{12} + 2 \cdot S_1 + \dots + 2 \cdot S_{12}$$

$$\text{PHN}_1 + \text{PHE}_1 + S_0 \geq 300$$

...

$$\text{PHN}_{12} + \text{PHE}_{12} + S_{11} \geq 400$$

$$\text{PHN}_1 \leq 1.000$$

...

$$\text{PHN}_{12} \leq 1.000$$

$$\text{PHE}_1 \leq 1.000$$

...

$$PHE_{12} \leq 1.000$$

$$S_1 = S_0 + PHN_1 + PHE_1 - D_1$$

...

$$S_{12} = S_{11} + PHN_{12} + PHE_{12} - D_{12}$$

$$S_1 \leq 1.000$$

...

$$S_{12} \leq 1.000$$

$$PHN_1 \geq 0$$

...

$$PHN_{12} \geq 0$$

$$PHE_1 \geq 0$$

...

$$PHE_{12} \geq 0$$

$$S_1 \geq 0$$

...

$$S_{12} \geq 0$$

Si se resuelve por programación matemática, la solución dará el óptimo económico.

Para resolver este programa lineal existen métodos matemáticos y heurísticas. Sin embargo, no vamos a tratarlo, no es función de esta asignatura hacerlo, lo importante es saber plantear el problema. Existen softwares que permiten su resolución. Vamos a utilizar Excel para resolver mediante la función *Solver* los problemas de programación lineal, de programación lineal entera (todas las variables enteras) o de programación lineal entera mixta (variables enteras y reales a la vez).

### 3. Planificación de requerimiento de materiales

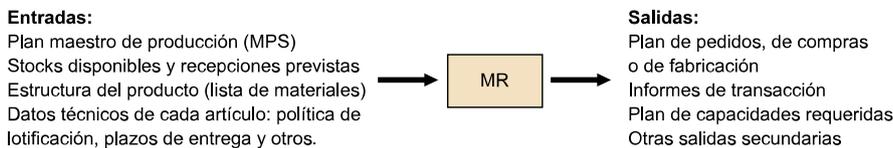
La planificación de requerimiento de materiales (*material requirements planning*, MRP) es un sistema de planificación de producción y de gestión de *stocks* basado en un software que nos responde qué se tiene que producir o aprovisionar, cuánto y cuándo (Ritzman y otros, 2015).

Conceptos que hay que tener en mente:

- La demanda de la mayoría de artículos no es independiente, salvo la de los productos finales.
- Las necesidades de cada artículo y en qué momento deben satisfacerse pueden calcularse a partir de datos simples: la demanda independiente y la estructura del producto.

El MRP tiene datos o resultados de otras operaciones que necesitará como entradas al sistema MRP y, a su vez, este devolverá un conjunto de datos de salida (figura 7).

Figura 7. Entradas y salidas de un MRP



Fuente: elaboración propia

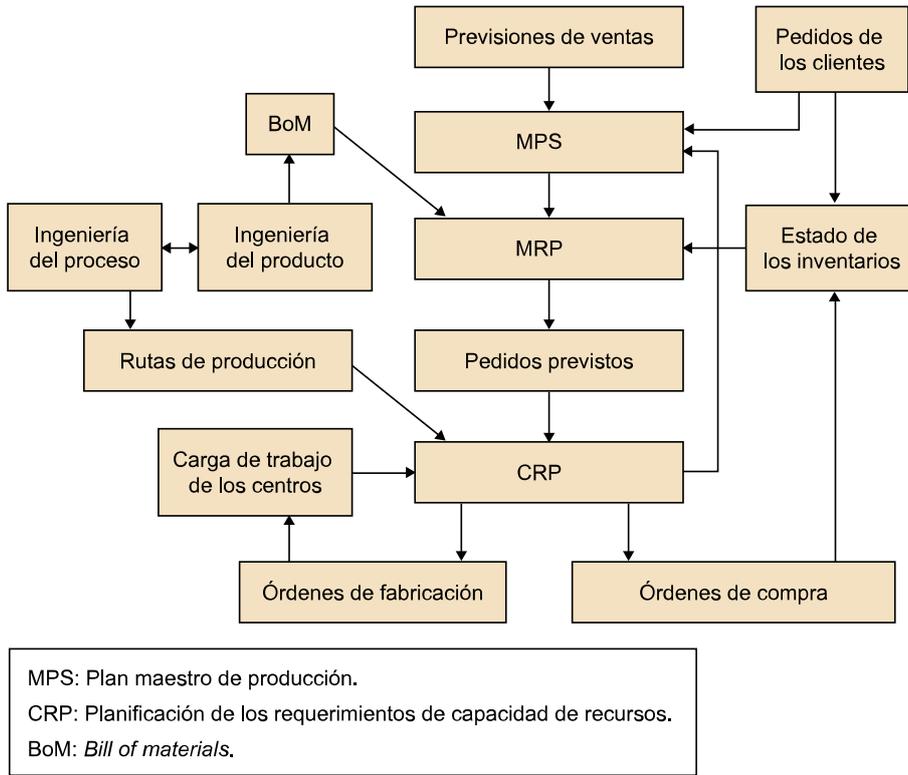
Ante todo, será necesario el plan maestro, cuántos *stocks* hay disponibles y qué recepciones de material se están esperando porque ya han sido demandadas, la lista de materiales (BoM o estructura de producto) y los datos técnicos (política de lotificación: mínimas cantidades que se tiene que pedir debido al *packaging*, debido a exigencias del proveedor o debido al lote económico).

El plan de pedidos de compras o de fabricación son los resultados más importantes del MRP.

MRP acostumbra a calcularse una vez a la semana para prever la siguiente semana.

### 3.1. Esquema de las conexiones y entorno de un MRP (figura 8)

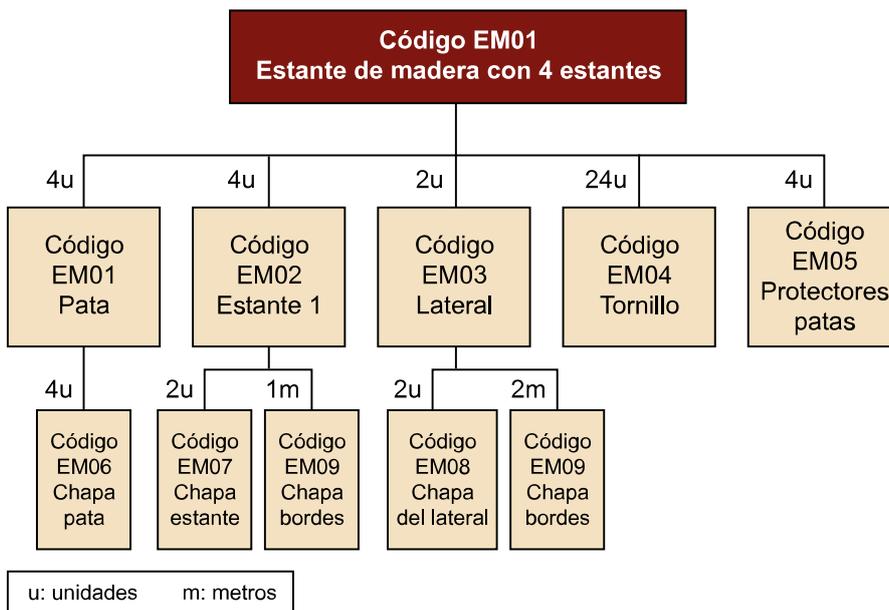
Figura 8. Esquema de un MRP



Fuente: elaboración propia a partir de Chase et al., 2009

Un elemento muy importante para el MRP es la lista de materiales (BOM, *Bill of Materials*) o estructura de producto. Vamos a revisarla con un ejemplo. El ejemplo es un mueble de estantes de madera y su estructura puede verse en la figura 9.

Figura 9. Lista de materiales



Fuente: elaboración propia a partir de Chase et al., 2009

Una vez conocida la estructura de un producto, se le puede aplicar el MRP.

Un MRP puede realizarse de forma tabulada (ver tabla 13).

Tabla 13. MRP tabulado

	t (semana)						
	Stock inicial	1	2	3	4	5	Etc.
NB							
EA							
EPR							
EP							
NN							
LNN							
OP							

**NB:** Necesidades brutas: si se trata de producto final, demanda independiente; si se trata de producto dependiente<sup>4</sup>, tiene que ser calculado a partir de la demanda independiente de la que depende.

**EA:** Existencias de almacén (al inicio del periodo); *stock* inicial.

**EPR:** Existencias pendientes de recibir.

**EP:** Existencias previstas al final del periodo. Existencias previstas del periodo anterior + existencias pendientes de recibir del propio periodo + lotificación de las necesidades netas – necesidades brutas.  $EP_t = EP_{t-1} + EPR_t + LNN_t - NB_t$

**NN:** Necesidades netas.  $NN_t = \max(0, NB_t + stock\ ideal - S_{t-1} - EPR_t)$

**LNN:** Es la lotificación de las necesidades netas.

**OP:** Órdenes planificadas: Es LNN incorporando el *lead time* (L), es decir, el plazo de entrega o de fabricación. Por lo tanto,  $OP_t = LNN_{t+L}$ . En realidad, **OP** es el resultado final del MRP.

En definitiva, por ejemplo, para el caso de las patas de una mesa, se trata de calcular cuántas patas se necesitan, lotificarlas y avanzar la orden de pedido o de fabricación las semanas que tarden en entregarlas.

Es el momento de hacer un resumen y consideraciones sobre MRP.

<sup>(4)</sup>Si es producto dependiente se deberá calcular, para ello habrá que ir a la lista de materiales y contar cuántas unidades se necesitarán; por ejemplo, 1 mesa necesitará 4 patas.

Una vez prevista la demanda, conocemos la manera de realizar el plan maestro, el cual nos determina cómo se ha de producir, a qué ritmo según la demanda. Cuando ya está prevista y planificada la producción, hace falta calcular cuántos componentes necesitamos. Pero hemos de tener en mente dos hechos:

- Los proveedores no envían los elementos de uno en uno, lo hacen por lotes.
- Existen los plazos de entrega que nos afectarán.

Sucintamente, el MRP puede ser definido como: dado un plan maestro, y para cada uno de los componentes de un producto, se pretende conseguir la orden de pedido o la orden de fabricación, teniendo en cuenta la lotificación y los plazos de entrega.

El MRP puede ser visto como el plan maestro con tres ingredientes más:

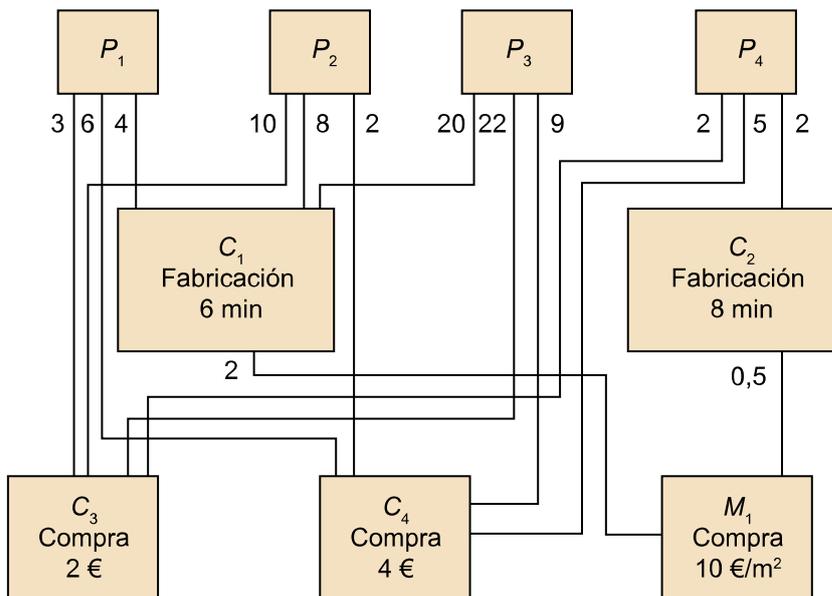
- descomposición
- lotificación
- plazos de entrega

teniendo en cuenta, también, si ya se han dado órdenes anteriores.

Realicemos un ejemplo:

Una empresa produce una familia de 4 productos diferentes ( $P_1, \dots, P_4$ ). Para producirlos utiliza 2 componentes que fabrica ( $C_1$  y  $C_2$ ), 2 componentes que compra ( $C_3$  y  $C_4$ ) y un material  $M_1$ . La arquitectura de producto de toda la familia es el de la siguiente figura:

Figura 10. Estructura de la familia de los 4 productos del ejemplo



Por ejemplo, para producir el producto  $P_1$  se necesitan 3 unidades  $C_3$ , 6 unidades  $C_4$  y 4 unidades  $C_1$ ; de aquí surgen los números que aparecen en la figura 10. Los productos  $P_i$  son de demanda independiente. En cambio, Los  $C_i$  y  $M_1$  dependen de cuantos  $P_i$  sean demandados.

Vamos a centrarnos en los productos  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$  durante 9 semanas. Si partimos de los siguientes datos provenientes del plan maestro de producción (tabla 14) y del estado de los stocks y los aprovisionamientos previstos (tabla 15):

Tabla 14. Plan maestro de producción detallado para  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$

<b>t</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
$P_1$	15	15	15	15	12	13	12	13	10
$P_2$	5	5	5	5	4	4	4	3	2
$P_3$	2	2	3	3	3	4	4	4	5

Tabla 15. Estado del stock y aprovisionamientos previstos en las próximas semanas

<b>Producto/componente/material</b>	<b>Stock en la semana 0</b>	<b>Para la semana 1</b>	<b>Para la semana 2</b>	<b>Para la semana 3</b>
$P_1$	40	10		
$P_2$	15	5		
$P_3$	10	3	3	
$C_1$	200			
$C_3$	225			
$C_4$	150			250
$M_1$	100	550		

Por ejemplo, según vemos en la tabla, disponemos ya de 100 m<sup>2</sup> de material en almacén y además tenemos demandados 550 m<sup>2</sup> para la próxima semana. Por otra parte, resaltar que las tres primeras filas corresponden con órdenes de fabricación, mientras que las cuatro últimas filas se corresponden con órdenes de compra.

La siguiente tabla tiene representados los datos de plazos y de lotificaciones.

Tabla 16. Datos de plazos y de lotificaciones

<b>Producto/componente/material</b>	<b>Operación</b>	<b>Plazo en semanas</b>	<b>Tipo de lotificación</b>	<b>Stock de seguridad</b>	<b>Lote</b>
$P_1$	Montaje	1	No hay	0	= 1 u
$P_2$	Montaje	1	No hay	0	= 1 u
$P_3$	Montaje	2	No hay	0	= 1 u
$C_1$	Fabricación	2	Lote fijo	0	= 300
$C_3$	Compra	1	Lote mínimo a pedir	0	≥ 600

Producto/ componente/material	Operación	Plazo en semanas	Tipo de lotificación	Stock de seguridad	Lote
$C_4$	Compra	3	Lote mínimo a pedir	0	$\geq 200$
$M_1$	Compra	4	Lote mínimo a pedir con stock de seguridad	30	$\geq 500$

Hace falta recalcar que la lotificación que aparece en la tabla 16 viene expresada en 3 tipos; lote mínimo (por ejemplo, se tienen que pedir al menos 600 unidades de  $C_3$ , pero se pueden pedir, por ejemplo, 602, 824, etc.); lote fijo (siempre ha de ser un múltiplo de las unidades lotificadas (hay que pedir de 300u en 300u); lote mínimo con *stock* de seguridad (esto lo decide la empresa, el mínimo de *stock* que quiere tenerse por razones de seguridad).

A continuación, se resuelve el MRP para el producto  $P_1$  (tabla 17).

Tabla 17. Despliegue del MRP para  $P_1$

	$t$									
	Stock inicial	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>NB</b>		15	15	15	15	12	13	12	13	10
<b>EA</b>	40									
<b>EPR</b>		10								
<b>EP</b>	40	35	20	5	0	0	0	0	0	0
<b>NN</b>					10	12	13	12	13	10
<b>LNN</b>					10	12	13	12	13	10
<b>OP</b>				10	12	13	12	13	10	0

Se puede observar que las tres primeras filas corresponden a datos de partida, que la última fila refleja un *lead time* de 1 semana y que NN y LNN son iguales porque para  $P_1$  no hay lotificación y, por tanto, los lotes son de 1 unidad.

Repasando la tabla:

- La primera fila es el plan maestro.
- La segunda fila refleja el estado de los *stocks*.
- La tercera fila representa las existencias pendientes de recibir.
- La cuarta fila son las existencias previstas; por ejemplo, en la primera semana tenemos 40 unidades, más 10 unidades que esperamos, menos 15 unidades que son las que se venden, en total 35 unidades quedaran en *stock* en el almacén.
- En la quinta fila se tienen que calcular las necesidades netas, que son el máximo entre cero, y las necesidades brutas + el *stock* ideal – las existencias previstas del periodo anterior – las existencias pendientes de recibir. Este guarismo debe ser mayor o igual a cero, si sale negativo será cero.
- En la sexta fila aparece la lotificación de las necesidades netas. Si hay lotes se tiene que escoger la cantidad del lote. Dado que en este ejemplo no hay lote, simplemente se trasladan los números de la quinta a la sexta fila.
- En la séptima fila hay que tener en cuenta los plazos de entrega, dado que el plazo de entrega de  $P_1$  era una semana, se han tenido que desplazar las órdenes de fabricación una semana.

Ahora desplegaremos el MRP sobre  $P_2$  (tabla 18) y de  $P_3$  (tabla 19).

Tabla 18. MRP de  $P_2$ 

	$t$									
	Stock inicial	1	2	3	4	5	6	7	8	9
NB		5	5	5	5	4	4	4	3	2
EA	15									
EPR		5								
EP	15	15	10	5	0	0	0	0	0	0
NN						4	4	4	3	2
LNN						4	4	4	3	2
OP					4	4	4	3	2	

Tabla 19. MRP de  $P_3$ 

	$t$									
	Stock inicial	1	2	3	4	5	6	7	8	9
NB		2	2	3	3	3	4	4	4	5
EA	10									
EPR		3	3							
EP	10	11	12	9	6	3	0	0	0	0
NN							1	4	4	5
LNN							1	4	4	5
OP					1	4	4	5		

Se puede observar que no se demanda para ninguno de estos productos ni *stock* ideal ni mínimo de ningún tipo; por lo tanto, nos podemos permitir no pedir nada hasta la semana 4.

Para el componente  $C_1$ , dado que es dependiente de  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$ , la demanda calculada será (tabla 20).

Tabla 20. Cálculo de la demanda dependiente de  $C_1$ 

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Órdenes $P_1$ (4 u)			40	48	52	48	52	40	
Órdenes $P_1$ (8 u)				32	32	32	24	16	
Órdenes $P_1$ (20 u)				20	80	80	100		
<b>Total</b>			40	100	164	160	176	56	

Se puede observar que en la tabla anterior aparecen los resultados de los MRP de  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$  multiplicados respectivamente por 4, por 8 y por 20 unidades.

Finalmente, el MRP de  $C_1$  aparece en la tabla 21.

Tabla 21. Cálculo de la demanda dependiente de  $C_1$

	<i>t</i>									
	Stock inicial	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>NB</b>		0	0	40	100	164	160	176	56	0
<b>EA</b>	200									
<b>EPR</b>										
<b>EP</b>	200	200	200	160	60	196	36	16	104	0
<b>NN</b>						104		140		
<b>LNN</b>						300		300		
<b>OP</b>				300		300				

Resumiendo, las órdenes planificadas de fabricación para  $C_1$  aparecen en la última fila.

Cuando se repite para todos los componentes y materiales restantes y se consigue obtener las OP para todas ellas, conseguimos el resultado del MRP.



## **Bibliografía**

**Chase R.; Jacobs R.; Aquilano N.** (2009). *Administración de operaciones. Producción y cadena de suministros*. McGraw-Hill Educación.

**Ritzman L.; Krajewsky L.; Malhotra M.; Klassen, R.** (2015). *Foundations of Operations Management*. Pearson Education.

