

Tècniques de comunicacions d'espectre eixamplat

Margarita Cabrera
Francesc Rey
Francesc Tarrés

PID_00185016

Índex

Introducció	5
Objectius	8
1. Introducció als sistemes d'espectre eixamplat	9
1.1. Sistemes d'espectre eixamplat per seqüència directa	9
1.2. Introducció als sistemes d'espectre eixamplat per salts de freqüència	13
2. Sistemes d'espectre eixamplat per seqüència directa	16
2.1. Model de senyal en sistemes d'espectre eixamplat per seqüència directa	16
2.2. Desmodulació del senyal	17
2.3. Efecte d'una interferència de banda estreta	18
2.4. Efecte d'una interferència de banda ampla	21
3. Seqüències pseudoaleatòries: generació	25
3.1. La seqüència pseudoaleatòria	25
3.2. Generació de seqüències pseudoaleatòries	26
3.3. Exemple de generació i propietats de seqüències de màxima longitud	29
3.4. Funció d'autocorrelació d'una seqüència de màxima longitud	32
3.5. Correlació creuada entre seqüències PN	34
4. Seqüències pseudoaleatòries: sincronització	37
4.1. Unitats d'adquisició	38
4.1.1. Estructures correlacionadores passives	39
4.1.2. Estructures correlacionadores actives de cerca en sèrie	40
4.1.3. Mètodes estimadors de seqüències	41
4.1.4. Mètodes mixtos	42
4.2. Unitats de seguiment	43
5. Càlcul de la probabilitat d'error en sistemes DS	47
5.1. Presència de soroll blanc	47
5.2. Presència d'interferències	49
5.3. Marge d'interferències	51
5.4. Guany de codificació i guany de processament	51
6. Accés múltiple per divisió en codi (CDMA)	53
6.1. Síncron (quasisíncron) CDMA (Qs-CDMA)	55

6.2. Asíncron CDMA (A-CDMA)	57
6.3. Avantatges i inconvenients de CDMA	59
Conclusions	61
Activitats	63
Bibliografia	64

Introducció

Els sistemes de comunicacions d'espectre eixamplat van ser concebuts inicialment per a usar-los en aplicacions militars atesa la seva capacitat de protegir el missatge. Per aquest motiu, havien de complir un conjunt de característiques molt restrictives que es consideren molt importants en tots els sistemes de comunicació segurs. Actualment, però, l'ús dels sistemes d'espectre eixamplat s'ha estès a un gran nombre d'aplicacions quotidianes, entre les quals podem trobar les xarxes sense fils Wi-Fi, la tecnologia sense fils Bluetooth, o els sistemes de telefonia mòbil de nova generació.

Les principals característiques que van donar origen a les comunicacions d'espectre eixamplat són:

- 1) **Baixa detectabilitat de la comunicació.** Aquest fet representa que hem de ser capaços de transmetre de manera fiable amb nivells de potència molt reduïts, fins i tot per sota del nivell de soroll, de manera que els observadors potencials no siguin capaços de detectar que s'està fent una comunicació.
- 2) **Capacitat de xifratge de la informació.** És a dir, l'observador ocasional no ha de poder interpretar la informació que es transmet si no coneix el codi amb el qual ha estat xifrada.
- 3) **Robustesa davant les interferències intencionades de banda estreta (en anglès *jamming*).** En cas que s'intenti interferir el sistema de comunicacions, aquest ha de ser capaç de mantenir el servei malgrat que el nivell de la interferència estigui diversos ordres de magnitud per sobre del senyal desitjat. Tot i que en els orígens sempre es pensava en una interferència intencionada, veurem que en aplicacions més recents aquesta interferència pot provenir d'altres fonts com interferències d'altres sistemes o d'altres usuaris.

Quan ens plantegem obtenir totes aquestes característiques en un sistema de comunicació, immediatament apareix la qüestió de quin és el cost que hauré de pagar per obtenir-les. Sabem que qualsevol sistema de comunicació fiable està basat en un delicat compromís entre potència transmesa, probabilitat d'error i amplada de banda. En aquest cas, podem dir que el preu del sistema és evident, ja que apareix en el nom mateix dels sistemes de comunicació: espectre eixamplat. Així doncs, obtenir totes les característiques esmentades anteriorment exigeix augmentar l'amplada de banda del senyal en un factor important, que per a aquest tipus de sistemes pot ser de diversos ordres de magnitud. Aquest augment de l'amplada de banda per a millorar la robustesa del sistema davant del canal no ens hauria de sorprendre. Ja hem vist que els codis correctors d'error també disminuïen la probabilitat d'error,

Les comunicacions d'espectre eixamplat

L'invent de les comunicacions d'espectre eixamplat és degut a l'actriu de cinema i enginyera Hedy Lamarr. Aquesta inventora, inspirant-se en les tecles d'un piano, que en tocar-les va canviant la freqüència, va idear un sistema de comunicacions en el qual canviant de freqüència de manera suficientment ràpida i aparentment aleatòria un senyal transmès, es pogués guiar un sistema de destrucció per als submarins alemanys sense que aquest fos interceptat pels enemics. Aquesta tècnica fou emprada pels aliats durant la Segona Guerra Mundial per a protegir-se de les interferències provocades pels alemanys. Com que els enemics no tenien coneixement del codi, les comunicacions no eren descodificades per aquests, i quedaven només com un soroll de fons. A partir del 1989 es començà a pensar en l'ús de seqüències pseudoaleatòries com a mètode d'accés múltiple, i no solament com un sistema militar per a evitar interferències.

i introduïen redundància estructurada amb el cost d'augmentar l'amplada de banda del senyal que transmetem. En els sistemes d'espectre eixamplat també volem protegir el senyal desitjat d'interferències i observadors potencials, i per a fer-ho provoquem un augment en l'amplada de banda.

Les tres característiques enunciades anteriorment evidencien la finalitat militar de l'origen d'aquest tipus de sistemes de comunicació. No obstant això, la robustesa enfront de les interferències (en el cas d'aplicacions civils, interferències no intencionades), i també la capacitat de poder ser desapercebudes, n'han motivat l'ús en altres sistemes de comunicació per a aplicacions civils. Fem a continuació una reflexió sobre alguns motius que expliquen l'interès de les tècniques d'espectre eixamplat en aplicacions civils. Els sistemes d'espectre eixamplat es poden utilitzar en bandes de freqüència ja ocupades o bandes no regulades en les quals podem trobar diferents sistemes operant simultàniament. La forta protecció a les interferències dels sistemes d'espectre eixamplat permet que les modulacions existents no n'afectin la qualitat del servei i, simultàniament, la capacitat de distribuir la seva potència en una amplada de banda propícia que no sigui una interferència considerable per als sistemes tradicionals.

Una altra característica que n'ha beneficiat l'ús en aplicacions civils és la capacitat de compensar l'excés de banda utilitzada fent que diversos usuaris transmetin simultàniament compartint temps i freqüència de manera multiplexada mitjançant codis de modulacions diferents. Aquest increment del nombre d'usuaris compensarà la pèrdua d'eficiència espectral (per utilitzar més espectre de l'estrictament necessari) en detriment de la robustesa del sistema enfront d'interferències. La multiplexació d'usuaris en codi, coneguda com a CDMA, s'utilitza en sistemes de telefonia cel·lular i en algunes xarxes d'oficina.

Hi ha dues tècniques principals per a fer la modulació per espectre eixamplat, anomenades *modulació per seqüència directa* (DS, de l'anglès *direct sequence*) i *modulació per salts de freqüència* (FH, de l'anglès *frequency hopping*). En aquest mòdul estudiarem principalment la modulació per seqüència directa, que és el que s'ha implementat en els sistemes de telefonia cel·lular. Els sistemes de comunicació per salts de freqüència es veuran breument, amb l'únic objectiu de comprendre'n el principi de funcionament i la tipologia de sistemes que hi pugui haver.

En el primer apartat del mòdul farem una introducció als sistemes d'espectre eixamplat i presentarem breument les dues tècniques DS i FH. L'objectiu serà comprendre'n els principis de funcionament i analitzar de manera intuïtiva les estratègies seguides per a poder complir les tres característiques d'un sistema d'espectre eixamplat esmentades anteriorment.

Xarxes Wi-Fi

Les xarxes sense fil Wi-Fi són un exemple de comunicacions d'espectre eixamplat. Aquest tipus de xarxes operen típicament en la banda de 2,4 GHz, una banda amb simultaneïtat de serveis i elevat nivell d'interferència. Com a exemple de simultaneïtat de servei podem pensar que altres sistemes sense fil com el Bluetooth també operen en la mateixa banda dels 2,4 GHz. Com a exemple d'interferència sobre la xarxa Wi-Fi podem pensar en el micronees. Si posem en marxa un micronees en les proximitats d'una xarxa Wi-Fi, aquest interferirà sobre la xarxa, ja que tots dos treballen a freqüències similars. En tots casos, gràcies a l'ús d'una tècnica d'espectre eixamplat podem garantir la qualitat del servei.

Seguidament presentarem els conceptes bàsics dels sistemes de modulació per seqüència directa, de manera molt intuïtiva i sense rigor excessiu. Aquesta presentació ens permetrà tenir una idea general dels sistemes DS, els seus principis de funcionament i els mecanismes que s'utilitzen per a protegir la informació de les interferències. En apartats posteriors estudiarem amb cert detall com és possible generar seqüències pseudoaleatòries i diferents subsistemes per a l'adquisició i el seguiment del sincronisme en aquests sistemes. Veurem que l'adquisició i el seguiment del sincronisme és un dels aspectes més crítics dels sistemes d'espectre eixamplat i que, en la majoria de les aplicacions pràctiques, es requereixen sistemes complexos.

Finalment, analitzarem els sistemes DS utilitzats com a tècnica d'accés múltiple (DS-CDMA), derivant les equacions que permeten obtenir la probabilitat d'error, el nombre d'usuaris i definint el marge d'interferències del sistema, un paràmetre que resulta útil en el disseny i el dimensionament d'aquests sistemes.

Objectius

Els objectius que ha d'assolir l'estudiant amb aquest mòdul didàctic són els següents:

- 1.** Comprendre els principis de funcionament dels sistemes de comunicació per espectre eixamplat i els seus orígens.
 - Comprendre els principis de funcionament dels sistemes basats en modulació per seqüència directa.
 - Comprendre els principis de funcionament dels sistemes basats en modulació per salts de freqüència.
- 2.** Fer càlculs bàsics del guany del sistema pel que fa a interferències.
- 3.** Conèixer les estructures mitjançant les quals es poden generar seqüències pseudoaleatòries.
- 4.** Conèixer els sistemes d'adquisició i seguiment de sincronisme en modulacions per seqüència directa.
- 5.** Comprendre els principis de multiplexació per divisió en codi (CDMA).
- 6.** Saber calcular el nombre d'usuaris d'un sistema CDMA tenint en compte les característiques del sistema d'espectre eixamplat i els codis de canal.

1. Introducció als sistemes d'espectre eixamplat

Com ja s'ha comentat en la introducció d'aquest mòdul, hi ha dues tècniques principals per a fer la modulació per espectre eixamplat, anomenades *modulació per seqüència directa* (DS) i *modulació per salts de freqüència* (FH). La segona de les tècniques és la més antiga i es correspon amb la que va ser ideada en la primera patent d'espectre eixamplat durant la Segona Guerra Mundial. La primera, però, és potser més comuna, ja que tecnològicament és més senzilla d'implementar. Davant la pregunta, però, de quina de les dues té millors prestacions, la resposta és que depèn. La millor elecció dependrà de les característiques de l'escenari concret en el qual ha d'operar el sistema. A continuació veurem de manera descriptiva totes dues tècniques analitzant de manera intuïtiva les estratègies seguides per a poder complir les tres característiques d'un sistema d'espectre eixamplat que detallàvem en la introducció: robustesa davant les interferències, baixa detectabilitat de la comunicació i capacitat de xifratge de la informació.

1.1. Sistemes d'espectre eixamplat per seqüència directa

En els sistemes d'espectre eixamplat l'amplada de banda del senyal transmès sempre és molt superior a l'amplada de banda del senyal d'informació. Els sistemes de modulació per seqüència directa (DS, *direct sequence*) realitzen aquesta dispersió de l'energia mitjançant una premodulació del senyal d'informació en utilitzar una seqüència binària de gran velocitat i característiques aleatòries. El principi de funcionament es mostra a la figura 1, on s'observa com la seqüència binària que conté la informació $d(t)$ és modulada per una seqüència binària de gran velocitat, $p(t)$. El resultat del producte és també una seqüència binària amb la mateixa velocitat que la seqüència ràpida.

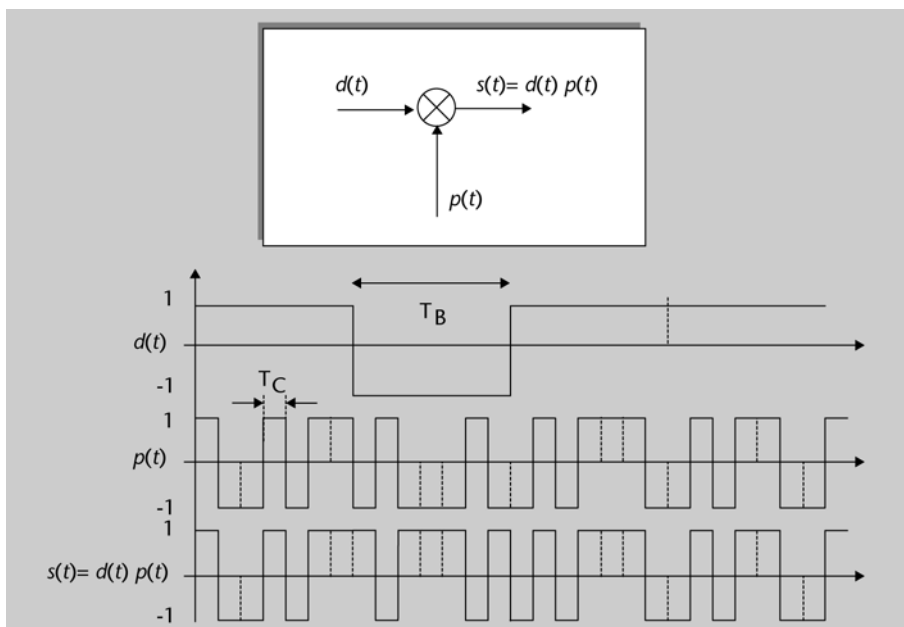


Figura 1. Diagrama bàsic d'un modulador per seqüència directa

Per als nostres càlculs ens basarem en dues suposicions:

- La seqüència binària d'informació té una taxa d'informació $R = 1/T_b$, on T_b és el període de bit.
- La seqüència $p(t)$ té una velocitat $W = 1/T_c$, on T_c es denomina *període de xip*.

En general, el període de xip és molt més petit que el període de bit. La relació entre tots dos intervals de temps es denomina *relació d'eixamplament*, L_c , i, com veurem, ens dóna una idea del factor en què s'amplia l'espectre del senyal d'informació en realitzar la modulació. La relació d'eixamplament és gairebé sempre un nombre enter.

$$L_c = \frac{T_b}{T_c}.$$

En una primera aproximació podríem suposar que el senyal d'informació $d(t)$ té una amplada de banda aproximada de R que correspon a l'invers del període de bit $R = 1/T_b$ i que el contingut espectral del senyal està distribuït uniformement entre $-R$ i R . Es tracta d'una aproximació molt tosca, que pot ser fàcilment qüestionada (estrictament parlant l'amplada de banda dependrà del pols conformador). No obstant això, l'aproximació és útil perquè ens facilita una perspectiva intuïtiva sobre el problema, ens permet realitzar càlculs amb gran simplicitat i, a més, els resultats que obtenim són conceptualment vàlids.

Seguint aquesta aproximació, podem suposar que la potència del senyal d'informació $d(t)$ està distribuïda de manera uniforme dins d'una amplada de banda R . Utilitzant la mateixa idea, podem deduir que la potència de la seqüència $p(t)$ estarà distribuïda uniformement en una amplada de banda W^* .

* On W és l'invers del període de xip: $W = 1/T_c$.

Finalment, atès que la taxa de bit de la seqüència producte coincideix amb la de la seqüència $p(t)$, també és lícit suposar que la potència del senyal $s(t)$ està distribuïda en una amplada de banda W . Aquestes hipòtesis es representen de manera esquemàtica a la figura 2, on veiem que l'efecte de modular la informació mitjançant la seqüència $p(t)$ és estendre l'espectre del senyal resultant a una amplada de banda major i reduir la densitat espectral de potència.

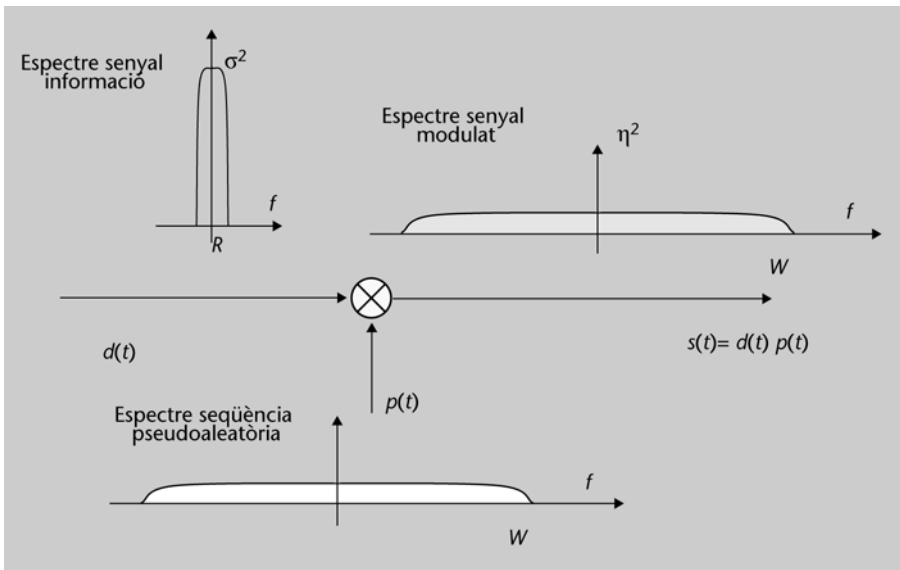


Figura 2. Il·lustració de l'efecte de l'eixamplament spectral en un modulador de seqüència directa

Assumint, com ja hem dit, que la potència es troba uniformement distribuïda dins de l'amplada de banda, representarem com a σ^2 la densitat espectral de potència del senyal d'informació $d(t)$ (potència per unitat de freqüència en W/Hz), i com a η^2 la densitat espectral de potència del senyal modulad $s(t)$. Cal observar que, atès que la seqüència $p(t)$ només pren els valors '+1' i '-1', la potència de la seqüència d'informació i la del senyal modulad són idèntiques, de manera que l'àrea sota la corba de densitat espectral de potència de cadascun dels dos senyals ha de ser també igual. Per tant, podem afirmar:

$$\text{Potència} = \sigma^2 \cdot R = \eta^2 \cdot W \quad \Rightarrow \quad \eta^2 = \frac{R}{W} \cdot \sigma^2 = \frac{1/T_b}{1/T_c} \cdot \sigma^2 = \frac{T_c}{T_b} \cdot \sigma^2 = \frac{1}{L_c} \cdot \sigma^2 \cdot$$

Cosa que significa que la relació d'eixamplament L_c es pot interpretar de dues maneres:

- Com el factor pel qual augmenta l'amplada de banda en realitzar la modulació.
- Com el factor pel qual disminueix la densitat espectral de potència del senyal transmès.

Si portem al límit aquesta idea podrem entendre la primera de les característiques del senyal d'espectre eixamplat: la baixa detectabilitat. Hem vist que els sistemes d'espectre eixamplat per seqüència directa distribueixen la potència del senyal en una banda de freqüències molt gran. Així, podem arribar a reduir de manera considerable l'energia transmesa per unitat de freqüència (densitat espectral de potència η^2), amb la qual cosa els missatges transmesos poden tenir una detectabilitat molt baixa. Aquesta circumstància pot ser de gran interès, sobretot en aplicacions de caràcter militar o per a interferir el mínim possible sobre altres sistemes ja operatius en aplicacions comercials.

Per a veure les altres dues característiques d'un senyal d'espectre eixamplat, la robustesa enfront de les interferències i la capacitat de xifratge, cal analitzar l'esquema del receptor. A continuació veiem esquemàticament el procés de recepció que es treballarà de manera més rigorosa en properes seccions d'aquest mòdul. La figura 3 resumeix gràficament les equacions que descrivim a continuació. La clau de l'esquema receptor és que la seqüència $p(t)$, formada exclusivament per '+1' i '-1', compleix que $p^2(t) = 1$. Per aquesta raó, si volem recuperar de nou el senyal $d(t)$ (que conté la informació) n'hi haurà prou que el receptor multipliqui el senyal rebut pel senyal $p(t)$. D'aquesta manera, si el senyal rebut és el mateix que el transmès (considerem que no hi ha cap interferència ni soroll):

$$r(t) = s(t) = d(t) \cdot p(t)$$

el resultat després de multiplicar en el receptor el senyal rebut per la seqüència $p(t)$ serà:

$$v(t) = r(t) \cdot p(t) = (d(t) \cdot p(t)) \cdot p(t) = d(t) \cdot p^2(t) = d(t)$$

que coincideix amb la seqüència d'informació $d(t)$. Hem vist, doncs, la manera de recuperar la informació en un sistema d'espectre eixamplat per seqüència directa: multiplicar el senyal rebut per una rèplica exacta i perfectament sincronitzada del senyal $p(t)$. Aquest punt demostra la segona de les característiques d'un senyal d'espectre eixamplat: la capacitat de xifratge. Si un usuari desconeix la seqüència $p(t)$ no és capaç d'interceptar la comunicació, i per tant $p(t)$ actua com una clau que fa possible la descodificació del senyal.

Finalment ens plantejarem quin serà l'efecte d'una interferència sobre el senyal rebut per a poder analitzar la suposada robustesa del sistema a les interferències. Si al senyal $r(t)$ li afegim una interferència, que representarem com a $i(t)$, a la qual no pressuposem cap estructura:

$$r(t) = s(t) + i(t) = d(t) \cdot p(t) + i(t),$$

el resultat després de multiplicar en el receptor el senyal rebut per la seqüència $p(t)$ serà:

$$v(t) = r(t) \cdot p(t) = (d(t) \cdot p(t) + i(t)) \cdot p(t) = d(t) \cdot p^2(t) + i(t) \cdot p(t) = d(t) + i(t) \cdot p(t)$$

Observem que el senyal resultant $v(t)$ està format per dos termes. El primer terme coincideix amb el senyal d'informació desitjada $d(t)$. El segon terme és pro-

vocat per la interferència. Analitzem amb detall aquest terme. Veiem que en aquest cas la interferència original està multiplicada per la seqüència $p(t)$, i per tant pateix un eixamplament espectral de la mateixa manera que li passava al senyal d'informació en el transmissor (vegeu la figura 3). És a dir, en el receptor, alhora que recuperem el senyal desitjat ens protegim contra interferències alienes en provocar sobre aquestes un eixamplament espectral. El resultat és que només una fracció de la potència interferent, que, com es veurà en el capítol següent, coincideix amb la relació d'eixamplament L_c , afecta realment la informació. Tenim, doncs, mostrada la tercera de les característiques d'un senyal d'espectre eixamplat: la robustesa enfront d'interferències.

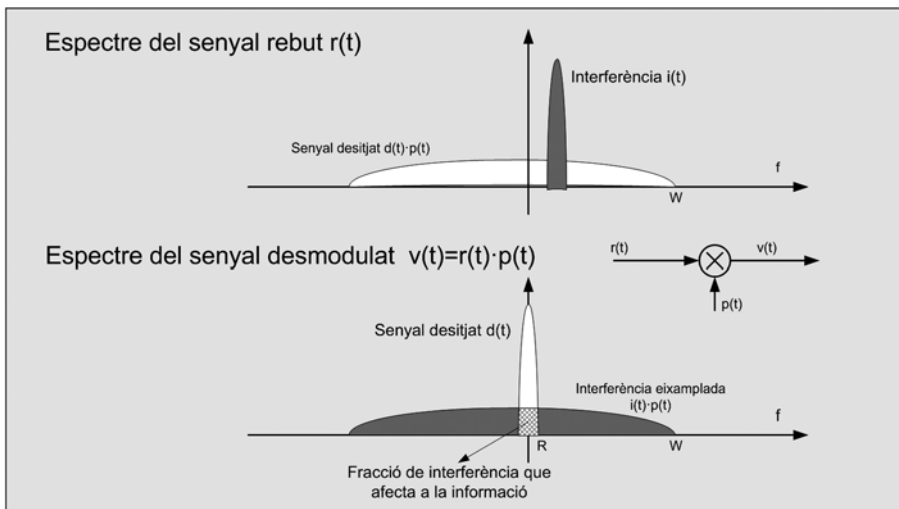


Figura 3. Il·lustració de l'efecte de l'eixamplament espectral en una interferència amb un desmodulador de seqüència directa

1.2. Introducció als sistemes d'espectre eixamplat per salts de freqüència

Els sistemes de comunicació per salts de freqüència (FH, *frequency hopping*) són una alternativa als sistemes DS ja que també es basen en estendre l'amplada de banda del senyal transmès. També en aquest cas deuen el seu origen als sistemes de comunicació militar en els quals és fonamental disposar d'una gran seguretat en la comunicació, tant pel que fa a la robustesa del sistema davant de possibles interferidors com a l'encriptació del missatge per a impedir-ne la interpretació.

El principi de funcionament consisteix a variar la freqüència portadora del senyal transmès segons una seqüència preestablerta entre el transmissor i el receptor. Podem dir que l'eixamplament de l'espectre es fa, per tant, de manera seqüencial. A la figura 4 es mostra un diagrama que il·lustra aquest principi de funcionament. En l'eix del temps tenim unes ranures amb una durada T_c , durant les quals roman constant la freqüència portadora del senyal. D'aquest temps de salt se'n diu en anglès *dwel time*.

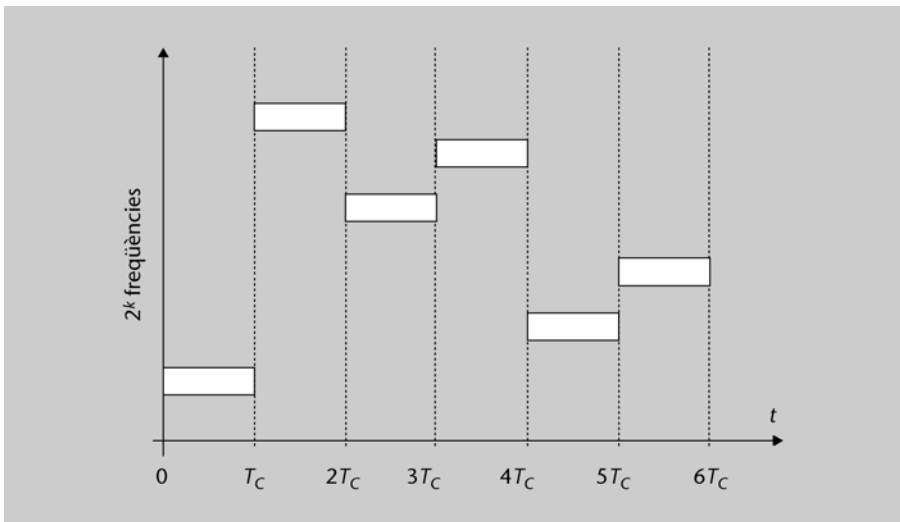


Figura 4. Exemple d'un sistema de comunicació d'espectre eixamplat per salts de freqüència

A la figura 5 es representa un diagrama de blocs d'un modulador i un desmodulador de FH. La informació digital a transmetre es modula mitjançant un sistema MFSK (FSK amb M possibles freqüències portadores).

El senyal FSK resultant es trasllada en freqüència en el mesclador, que és el bloc encarregat de fer saltar la freqüència de la modulació en el temps. La freqüència utilitzada en el mesclador (freqüència portadora) es pot determinar a partir de la sortida d'un generador de seqüències pseudoaleatòries, també anomenades *seqüències PN* (del terme anglès *pseudonoise*). Aquesta seqüència s'utilitza per a indexar un nombre finit de freqüències diferents produint salts de freqüència en el modulador.

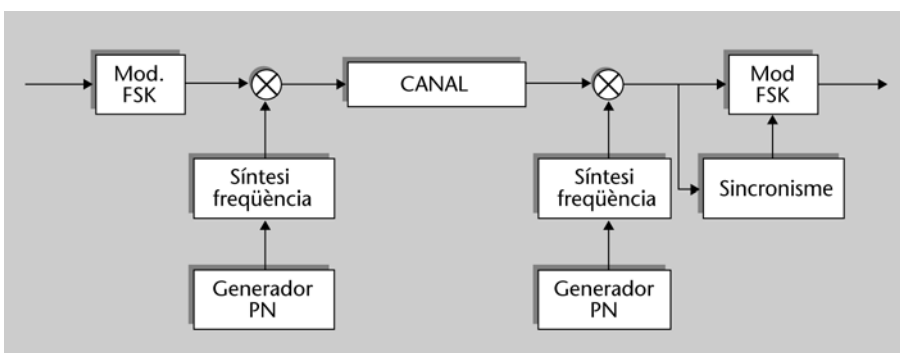


Figura 5. Diagrama de blocs d'un modulador i desmodulador per salts de freqüència

El procés de desmodulació és molt semblant al de modulació. El generador de seqüències PN haurà d'estar sincronitzat amb el de l'emissor. Així doncs, si el generador PN està sincronitzat amb el senyal rebut, el mesclador cancel·larà la translació de freqüència que s'ha produït en l'emissor i s'obtindrà un senyal FSK convencional. Generalment, sempre s'inclou algun subsistema que s'encarrega de recuperar els sincronismes a partir dels senyals rebuts.

Els sistemes d'espectre eixamplat per salts de freqüència també compleixen les tres característiques dels sistemes d'espectre eixamplat i la clau es troba

a conèixer o no la seqüència aparentment aleatòria que regula els salts de freqüència. En primer lloc podem veure la baixa detectabilitat del sistema si pensem en un usuari que intenta sondejar el canal per veure si s'està produint una transmissió. Aquest usuari, del qual òbviament pressuposem que no coneix la seqüència de salt, no podrà seguir la transmissió i, per tant, si és capaç d'escanejar alguna cosa en el canal, només veurà un soroll impulsiu de curta durada (impulsos de potència) a algunes freqüències. En segon terme, per a veure la robustesa enfront de les interferències pensem en una interferència que afecta una freqüència concreta. En aquest cas, és fàcil veure que les dades transmeses a aquella freqüència es perdran per estar corrompudes per la interferència. Malgrat això, la interferència només estarà present durant un curt període de temps i, per tant, mitjançant mecanismes de correcció o detecció d'errors les dades es podran recuperar. En el primer cas els errors produïts durant el període interferit es podran corregir amb un codi corrector d'errors si aquest s'ha dissenyat pensant en la presència de possibles interferències que inhabilitaran el sistema durant T_c segons. En el segon cas, implementant un sistema de control de flux, que detecti que durant un cert període de temps les dades han arribat errònies (o no han arribat), es podran plantejar mecanismes de retransmissió quan el sistema treballi a una freqüència lliure. Finalment, per a veure la capacitat de xifratge, n'hi ha prou de veure, com en el cas dels sistemes per seqüència directa, que si un usuari desconeix la seqüència de salt de freqüència no és capaç d'interceptar la comunicació, i per tant aquesta seqüència, que ha de ser aparentment aleatòria, actua com una clau que fa possible la descodificació del senyal.

2. Sistemes d'espectre eixamplat per seqüència directa

Tenint en compte l'ús estès que es fa dels sistemes d'espectre eixamplat per seqüència directa, en aquest capítol formalitzarem aquest tipus de sistemes. En primer lloc introduïrem el model de senyal amb la notació dels senyals implicats en el sistema de modulació, que ens permetrà formular alguns càlculs sobre les característiques d'aquests sistemes de comunicació; tot seguit veurem l'esquema del receptor encarregat de dur a terme la desmodulació del senyal; finalment analitzarem l'efecte de les interferències sobre aquest tipus de sistemes.

2.1. Model de senyal en sistemes d'espectre eixamplat per seqüència directa

Assumint que el senyal d'informació correspon a un senyal digital, aquest es pot expressar de la manera següent:

$$d(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n g_T(t - nT_b)$$

On a_n representa la seqüència dels bits d'informació que poden prendre els valors $+1$ o -1 amb la mateixa probabilitat. El senyal $g_T(t)$ és un pols rectangular de durada T_b . A la figura 1 es pot trobar un exemple típic de la forma d'ona de $d(t)$, que no és més que una seqüència binària amb una durada de pols T_b .

La seqüència moduladora $p(t)$ es pot expressar d'una manera semblant:

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n p(t - nT_c)$$

On c_n representa la seqüència de $+1$ i -1 amb característiques aleatòries utilitzada per a l'expansió de l'espectre i $p(t)$ és un pols rectangular de durada T_c , el període de xip.

Finalment, la seqüència que es transmet és el resultat del producte dels senyals $d(t)$ per $p(t)$, modulats per una portadora cosinoïdal amb la freqüència central del sistema de comunicació. Així, el senyal transmès es pot expressar:

$$u(t) = A \cdot d(t) \cdot p(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) = A \cdot s(t) \cdot \cos(2\pi f_c t)$$

En els exemples d'aquest mòdul assumirem que el pols conformador de xip és un pols rectangular, tot i que es pot considerar qualsevol altre pols, com per exemple els polsos de Nyquist –polsos arrel quadrada cosinus–, convencionalment emprats en comunicacions digitals.

És interessant observar que aquest senyal pot ser interpretat de dues maneres alternatives. La manera més directa és que es tracta d'una portadora modulada en doble banda lateral pel senyal $s(t)$, resultat de modular la seqüència d'informació per $p(t)$. De manera alternativa, el senyal transmès també es pot considerar una portadora modulada en PSK per una seqüència binària. En efecte, el senyal $s(t)$ solament pot prendre els valors +1 i -1, fet pel qual podríem escriure:

$$u(t) = \begin{cases} +1 \cdot \cos(2\pi f_c t) = \cos(2\pi f_c t) & \text{si } s(t) = 1 \\ -1 \cdot \cos(2\pi f_c t) = \cos(2\pi f_c t + \pi) & \text{si } s(t) = -1 \end{cases}$$

D'aquesta manera, el senyal $u(t)$ es pot expressar com una modulació PSK:

$$u(t) = \cos(2\pi f_c t + \varphi(t))$$

La relació entre la fase i el senyal $s(t)$ original és determinada per:

$$\varphi(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } s(t) = 1 \\ \pi & \text{si } s(t) = -1 \end{cases}$$

A la figura 6 es mostra l'esquema genèric d'un modulador de seqüència directa on també s'ha representat l'amplificador i l'antena transmissora.

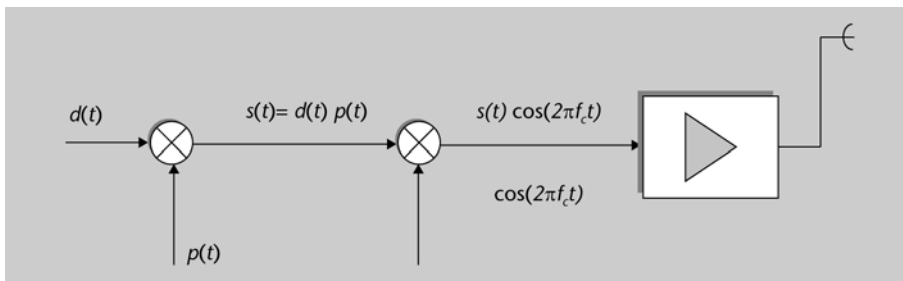


Figura 6. Esquema genèric d'un modulador de seqüència directa DS per a sistemes d'espectre eixamplat.

2.2. Desmodulació del senyal

El desmodulador d'un sistema de seqüència directa es pot veure esquemàticament a la figura 7. Com ja hem introduït anteriorment, el senyal rebut es multiplica per una rèplica de la seqüència $p(t)$, que s'haurà de generar en el receptor i que suposarem perfectament sincronitzada amb el senyal rebut. En aquestes condicions, tenint en compte que el pols $p_T(t)$ és un pols rectangular i, per tant, que la seqüència $p(t)$ està formada solament per +1 i -1, s'acompleix que $p^2(t) = 1$, de forma que:

$$v(t) = A_c \cdot d(t) \cdot p^2(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) = A_c \cdot d(t) \cdot \cos(2\pi f_c t),$$

on hem suposat que únicament rebem el senyal que originalment hem transmès, sense soroll ni interferències addicionals. Així doncs, podem concloure que l'efecte de multiplicar per la seqüència $p(t)$ és el de restaurar l'espectre del senyal d'informació a la seva amplada de banda original. Cal observar que, com s'il·lustrava en la figura 3, la seqüència d'informació, l'amplada de banda de la qual s'havia estès en multiplicar-la per la seqüència $p(t)$, recupera la seva amplada de banda original quan repetim aquesta operació en el receptor. En cas que el pols $p_T(t)$ no sigui un pols rectangular, sinó qualsevol altre pols, la formulació anterior és vàlida si es planteja un receptor digital amb un filtre adaptat al pols $p_T(t)$ i es treballa amb les mostres a la sortida del pols adaptat. En aquest cas, en lloc de mirar el senyal $p^2(t) = 1$ mirem que es compleix que $c_n^2 = 1$.

La resta de l'esquema del desmodulador pot ser un filtre adaptat o un element que faci la correlació entre els senyals i que anomenarem *correlador*. Com veurem a continuació, és molt important advertir que els únics components espectrals de soroll o d'interferència que afectaran el desmodulador seran aquells que estiguin dins de l'amplada de banda del senyal d'informació. La resta de components freqüencials deguts al soroll o a interferències es poden eliminar per filtratge sense que afectin la qualitat de la recepció. Intuïtivament, aquesta idea ja s'il·lustrava en la figura 3.

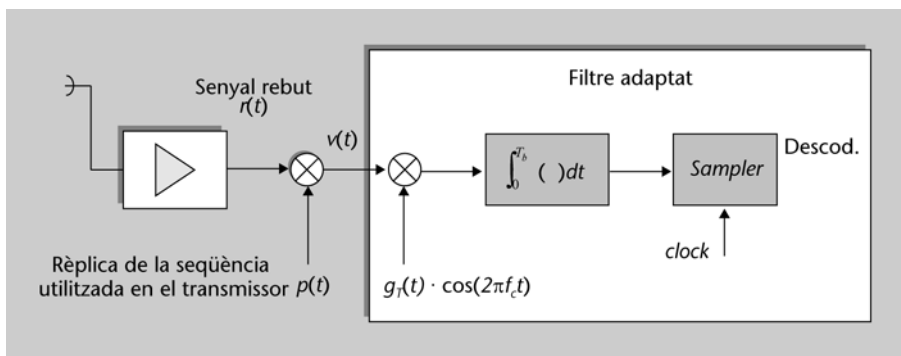


Figura 7. Diagrama del desmodulador de seqüència directa DS per a sistemes d'espectre eixamplat

2.3. Efecte d'una interferència de banda estreta

Analitzarem en aquest subapartat com es comporta el desmodulador quan rep una interferència de banda estreta. Entenem per *interferència de banda estreta* un senyal que concentra tota la seva potència en una banda molt reduïda i propera a la freqüència portadora del sistema. Sabem que aquest tipus d'interferències produeixen una degradació molt significativa en els sistemes de comunicació convencionals ja que emmascaren completament el senyal desitjat. Tot i això, és fàcil comprovar que els sistemes de comunicació per espectre eixamplat presenten bastant immunitat a aquest tipus d'interferències.

En efecte, suposem que juntament amb el senyal desitjat rebem un senyal interferent de banda estreta en una freqüència f_I pròxima a la freqüència central. El senyal rebut té un espectre com el que es mostra a la figura 8. El component desitjat té l'espectre estès i, per tant, és de banda ampla i la interferència, de banda estreta, concentra tota la seva potència en la proximitat de f_I . Podem expressar matemàticament el senyal rebut de la manera següent:

$$r(t) = A_c \cdot d(t) \cdot p(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) + i(t) .$$

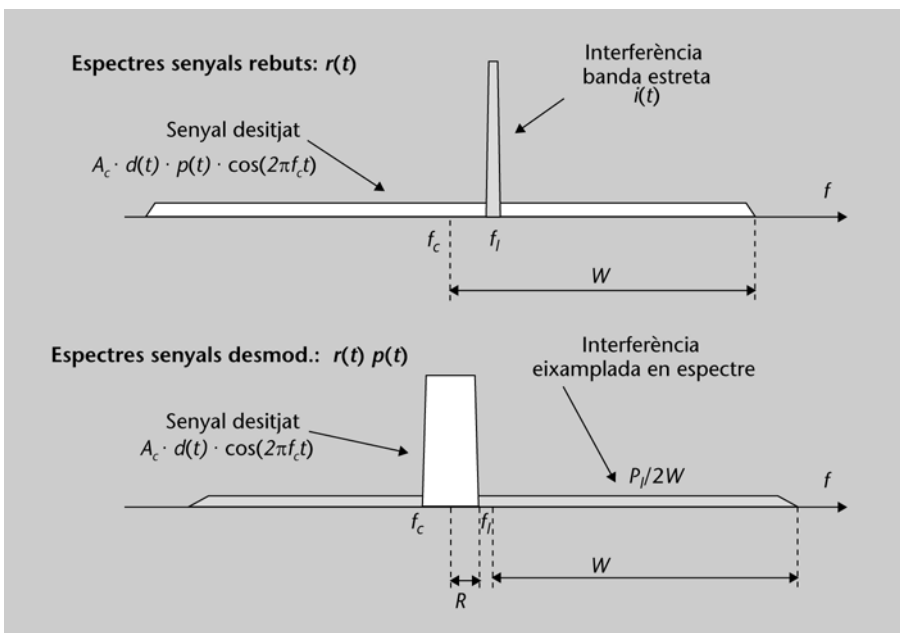


Figura 8. Espectres de senyal desitjat i interferència de banda estreta abans i després del producte amb $p(t)$

Quan el senyal rebut entra en el desmodulador i es multiplica per la seqüència $p(t)$, l'espectre del senyal desitjat es comprimeix a l'amplada de banda original de la informació ($R = 1/T_b$). En canvi, la interferència es multiplica per la seqüència $p(t)$, la taxa de bit de la qual és major que la de la informació i que suposem que té una amplada de banda W , aproximadament la mateixa que el senyal desitjat, que està eixamplat en espectre.

$$r(t) \cdot p(t) = A_c \cdot d(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) + i(t) \cdot p(t) .$$

L'espectre del senyal interferent per la seqüència $p(t)$ es pot calcular com la convolució entre l'espectre del senyal interferent amb l'espectre de la seqüència $p(t)$. En una primera aproximació podem dir que la convolució entre els dos espectres tindrà una amplada de banda que és la suma de les amplades de banda de cadascun dels senyals. Així doncs, la interferència s'eixampla de banda quan es multiplica per la seqüència $p(t)$. A la figura 8 s'il·lustra com es modifiquen els espectres dels dos senyals en multiplicar

per $p(t)$. Recordem en aquest punt que ara el senyal desitjat ja té un espectre de banda estreta, fet pel qual el desmodulador pot filtrar tota l'energia que hi hagi fora de la banda útil del senyal. Això significa que, en eixamplar l'espectre de la interferència, solament una petita fracció de la potència de la interferència passarà al filtre adaptat del desmodulador, amb la qual cosa es redueix la potència efectiva de la interferència en el desmodulador.

Per a quantificar aquest resultat suposem que la interferència és un senyal cosenoïdal pur amb freqüència f_I :

$$i(t) = A_I \cos(2\pi f_I t) .$$

La potència mitjana d'aquesta interferència és $P_I = A_I^2 / 2$. Quan es multiplica la interferència per la seqüència $p(t)$ tota aquesta potència es dispersa en l'amplada de banda W . Per tant, la densitat espectral de la interferència un cop que ha estat eixamplada per $p(t)$ és:

$$\eta_I^2 = \frac{P_I}{2W} .$$

Però solament una fracció d'aquesta interferència passarà a través del filtre del desmodulador. Com que l'amplada de banda de senyal desitjat és R , la fracció de potència interferent que tindrem en l'entrada del filtre adaptat és:

$$P_I^{DS} = \frac{R}{W} \cdot P_I = \frac{T_c}{T_b} \cdot P_I = \frac{1}{L_c} \cdot P_I$$

És a dir, la fracció de potència interferent remanent depèn de la relació d'eixamplament, Com més gran sigui la relació entre les taxes de bit de la informació original i la seqüència $p(t)$, més gran és el guany del sistema per a reduir la potència efectiva de les interferències. Per aquest motiu, el factor L_c es denomina també *guany de processament*.

La **relació d'eixamplament** (L_C) d'un sistema de comunicació per espectre eixamplat ens indica el factor amb el qual es redueix la potència dels senyals interferents, que s'anomena *guany de processament* ($G_p = L_C$).

2.4. Efecte d'una interferència de banda ampla

En el subapartat anterior hem comprovat que el sistema de modulació per seqüència directa (DS) està ben protegit d'interferències de banda estreta, ja que és capaç de reduir la seva potència efectiva abans d'entrar en el filtre adaptat que s'encarrega de desmodular la informació útil.

El fet que el sistema DS es comporti bé davant d'interferències de banda estreta sembla suggerir que hauríem de comprovar què ocorre amb les interferències de banda ampla. Un raonament excessivament ràpid ens podria portar a pensar que, si les interferències de banda estreta s'eixamplen, les de banda ampla es podrien estrènyer, concentrar-se en la banda útil i afectar de manera directa la desmodulació del senyal d'interès.

Abans de procedir amb l'anàlisi d'aquest problema, hem de recordar que qualsevol sistema interferent disposa d'una potència de transmissió prefixada per les característiques tècniques dels seus equips de modulació. L'interferidor disposa d'una potència limitada i, per tant, pot escollir entre concentrar tota la seva energia en una banda molt estreta o dispersar-la en una amplada de banda major. En qualsevol cas, la potència total que afecta el nostre receptor és l'energia interferent que hi ha en la mateixa banda en què tenim el senyal. Això significa que, si després de multiplicar el senyal rebut per $p(t)$ tenim una interferència que és de banda ampla, solament una petita fracció d'aquesta afectarà la recepció.

Per a valorar l'efecte d'una interferència de banda ampla en el nostre sistema n'analitzarem dos casos. En el primer cas suposarem que la interferència $j(t)$ té una amplada de banda U , com es mostra a la figura 9. La seqüència $p(t)$, amb una taxa $W = 1/T_c$, té una amplada de banda que podem aproximar per W . En realitzar el producte entre la interferència $j(t)$ per la seqüència $p(t)$, obtenim un senyal l'espectre del qual es pot obtenir com la convolució entre l'espectre de la interferència i l'espectre de la seqüència $p(t)$. Així doncs, la convolució entre els dos espectres tindrà una amplada de banda $W + U$. Observeu que, com a resultat del producte amb $p(t)$, la potència de la interferència encara s'ha dispersat més en l'espectre. Això significa que la potència original P_j , emprada pel transmissor, està dispersada en una amplada de banda $W + U$. De tota aquesta potència, solament la fracció corresponent a l'amplada de banda del senyal desitjat entrarà en el filtre adaptat i actuarà com a potència interferent efectiva. Per tant, la potència d'interferència que realment afecta el desmodulador és:

$$P_j^{DS} = \frac{R}{W + U} \cdot P_j \cdot$$

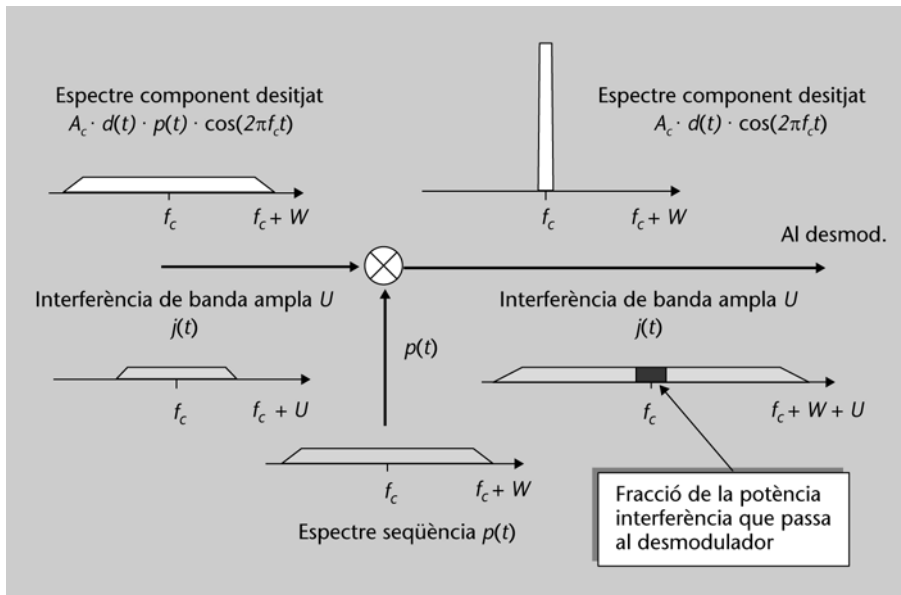


Figura 9. Diagrama il·lustratiu de l'efecte d'una interferència de banda ampla en el desmodulador DS

Un segon cas especialment interessant resulta de considerar una interferència de banda ampla obtinguda segons l'equació següent, en què $p_2(t)$ serà també una seqüència pseudoaleatòria:

$$j(t) = A_I \cdot p_2(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) .$$

En aquest cas, la interferència de banda ampla s'obté mitjançant una modulació del tipus DS, d'una manera totalment anàloga a com està modulada el senyal desitjat. El senyal que tenim en l'entrada del receptor és, per tant:

$$r(t) = A_C \cdot d(t) \cdot p(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) + A_I \cdot p_2(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) .$$

Quan el receptor multiplica aquest senyal per $p(t)$ obtenim:

$$r(t) \cdot p(t) = A_C \cdot d(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) + A_I \cdot p_2(t) \cdot p(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) .$$

El primer component és el senyal desitjat i té una amplada de banda R . El segon component té com a moduladora el producte entre una seqüència $p_2(t)$ i la seqüència $p(t)$. Suposem, per simplificar el problema, que $p_2(t)$ és una seqüència de característiques semblants a $p(t)$, amb un període de xip T_c , informació aleatòria i que es rep amb la mateixa fase que $p(t)$. En aquest cas, si les dues seqüències són diferents, el seu producte originarà una nova seqüència les dades de la qual són també aleatòries i que té el mateix període de xip. A la figura 10 es mostra que el resultat de multiplicar dues seqüències aleatòries amb la mateixa durada del pols rectangular i en fase és una nova seqüència aleatòria amb les mateixes característiques. Per tant, en aquest cas, l'espectre del component interferent un cop s'ha multiplicat per $p(t)$ seguirà essent de banda ampla, per la qual cosa solament una fracció de la potència interferent afectarà el desmodulador.

Recordeu que en tot moment estem suposant que el receptor disposa d'una rèplica de la seqüència moduladora $p(t)$ perfectament sincronitzada amb el senyal rebut. Estudiarem el problema de la sincronització a l'apartat 4.

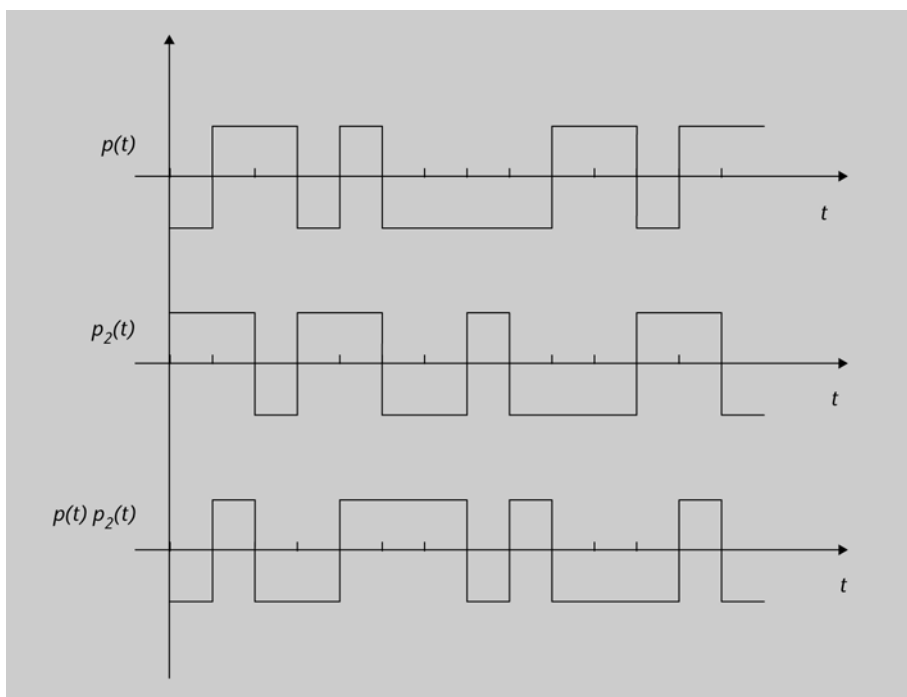


Figura 10. Resultat del producte de dues seqüències (pseudo)aleatòries en fase

Podeu pensar que probablement hem realitzat massa hipòtesis simplificadores sobre les característiques del senyal $p_2(t)$ i que, en un cas pràctic, la situació pot no ser tan favorable. En efecte, el més habitual serà que les seqüències $p(t)$ i $p_2(t)$ no estiguin en fase. No obstant això, aquesta situació és encara més favorable per a nosaltres ja que, com es mostra a la figura 11, ara el senyal producte resultant té canvis més ràpids que els de la figura 10, fet per la qual cosa la seva amplada de banda serà encara major. Anàlogament, podem inferir que, si els períodes de xip no són exactament iguals, es poden produir més transicions que les representades a la figura 10, fet pel qual novament tindrem una amplada de banda del senyal resultant major.

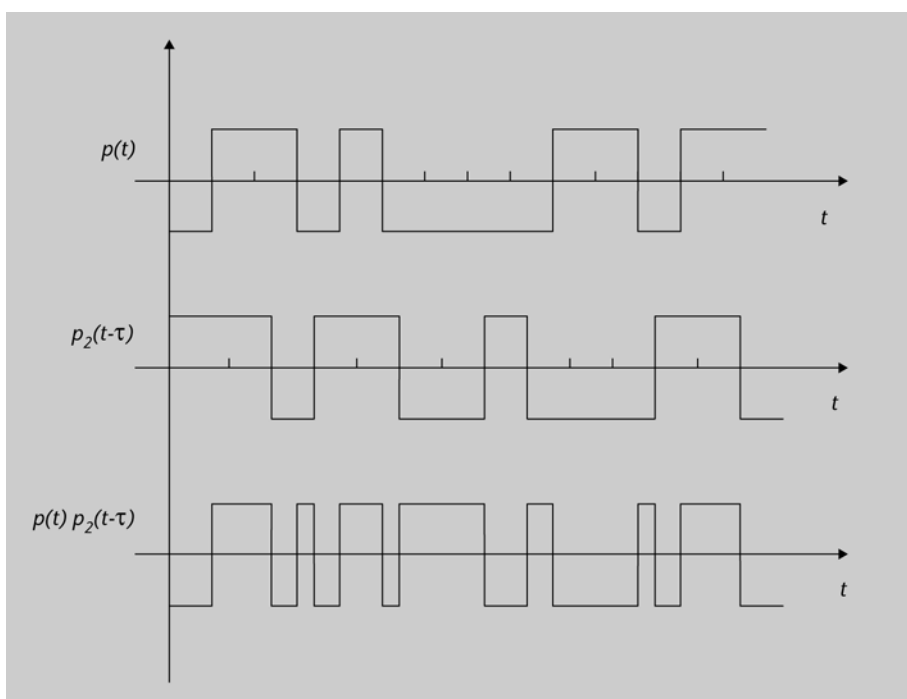


Figura 11. Representació del producte de dues seqüències (pseudo)aleatòries amb un desfasament

El problema amb aquesta interferència apareixeria solament en el cas que $p_2(t)$ fos una rèplica exacta i en fase amb $p(t)$. En aquest cas, en realitzar la multiplicació amb $p(t)$ la interferència es compacta en una banda espectral molt estreta i afectarà directament la desmodulació. La conclusió és que l'única estratègia vàlida perquè el sistema DS es vegi afectat per les interferències és que l'interferidor faci servir una rèplica exacta del senyal $p(t)$ utilitzat en el modulador i que totes dues seqüències es rebin en fase en el receptor. Solament en aquest cas el desmodulador es veurà greument afectat per la interferència.

Insistim una mica més a remarcar la gran seguretat d'aquests sistemes de modulació. Observeu que la seqüència $p(t)$ no solament ha de ser coneguda, sinó que també ha d'estar en fase amb la seqüència del senyal desitjat perquè el sistema deixi de funcionar correctament. En efecte, si la seqüència està desfasada alguns xips respecte de l'original, la correlació entre els dos senyals serà molt baixa, fet pel qual el producte resultant seguirà essent un senyal aleatori de gran amplada de banda. Tot i això, podria ocórrer que el receptor se sincronitzi amb la rèplica del senyal interferent, per la qual cosa en aquest cas no obtindríem el senyal desitjat. La solució al problema consisteix a reiniciar el sistema d'adquisició fins que enganxi amb el senyal que volem rebre (aquest tema, però, ja el tractarem més endavant en parlar de la sincronització). Com a conclusió podem dir que la manera de garantir que el sistema DS sigui segur és que s'utilitzin seqüències $p(t)$ que tinguin una naturalesa impredecible per a qualsevol observador malintencionat.


3. Seqüències pseudoaleatòries: generació

3.1. La seqüència pseudoaleatòria

En els apartats anteriors hem anat fent èmfasi en el fet que una de les claus per al funcionament del sistema de modulació per seqüència directa és el senyal $p(t)$, tant pel que fa a la generació com a la sincronització amb el senyal rebut. Aquest senyal s'ha de dissenyar pensant a complir les tres propietats dels sistemes d'espectre eixamplat esmentades en la introducció d'aquest mòdul: robustesa davant les interferències, baixa detectabilitat de la comunicació i capacitat de xifratge de la informació. A continuació revisarem aquestes tres característiques i analitzarem com ha de ser la seqüència $p(t)$ perquè les compleixi.

1) **Encriptació del senyal enviat al canal.** Un dels avantatges del sistema és que el senyal que s'envia al canal de comunicacions és el producte entre la seqüència d'informació i la seqüència $p(t)$. En principi, la desmodulació de la informació original requereix que el receptor conegui de manera exacta la seqüència $p(t)$. En cas contrari, no serà possible descodificar la informació original $d(t)$. Per tant, perquè el sistema sigui segur n'hi ha prou que la seqüència $p(t)$ solament sigui coneguda per l'emissor i el receptor del missatge. En la pràctica es podria tractar d'una seqüència aleatòria que solament coneixen l'emissor i el receptor. Els possibles observadors no serien capaços de reproduir la seqüència $p(t)$, fet pel qual no podrien descodificar la informació transmesa fins i tot en el cas que la poguessin detectar. En la pràctica, utilitzar una seqüència aleatòria presenta alguns problemes conceptuals com el de la sincronització del receptor, ja que les seqüències tindrien en principi una durada infinita. Per aquest motiu, se solen utilitzar les denominades *seqüències pseudoaleatòries*, que presenten unes propietats que semblen aleatòries per a un observador extern però que es poden calcular de manera determinista pel transmissor i el receptor.

2) **Baixa detectabilitat del senyal transmès.** Un altre dels objectius en els sistemes militars és que la densitat espectral de potència del senyal transmès sigui molt baixa, de manera que sigui difícil de detectar per als observadors externs si s'està realitzant una transmissió. En la pràctica, l'objectiu és que la densitat espectral de potència sigui comparable o fins i tot inferior al nivell del soroll, per la qual cosa la comunicació no serà detectable. Hem vist que l'eixamplament de l'espectre dispersa l'energia del transmissor en tota la banda. Per tant, per a obtenir baixa detectabilitat caldrà utilitzar relacions d'eixamplament molt significatives. Això significa que la velocitat (taxa de xips) de la seqüència $p(t)$ ha de ser molt major que la velocitat de les dades.



Veurem els detalls de seqüències pseudoaleatòries a l'apartat següent.

3) Robustesa davant d'interferències. Una possible alternativa per a evitar una comunicació que no es pot desxifrar i que fins i tot pot ser difícil de detectar consisteix a enviar senyals interferents al receptor de manera que el soroll generat pel senyal interferent impedeixi recuperar el missatge original. L'emissor interferent disposa d'una potència total en el transmissor i pot escollir entre concentrar tota aquesta potència en una banda molt estreta o dispersar-la en l'espectre. Ja hem comprovat en els dos subapartats que el desmodulador de seqüència directa està ben protegit de dos possibles tipus d'interferència si la seqüència $p(t)$ garanteix l'eixamplament espectral. Tot i que no s'ha tractat, es podrien obtenir unes conclusions similars per al cas d'eixamplament espectral per salts de freqüència.

Per a obtenir totes aquestes propietats simultàniament cal que la seqüència $p(t)$ compleixi els requisits següents:

- Ha de poder ser generada de manera determinista per l'emissor i pel receptor.
- Ha de semblar una seqüència de caràcter aleatori per a un observador extern. Observeu que, si l'observador extern fos capaç de reproduir la seqüència $p(t)$, no solament podria descodificar la informació rebuda, sinó també transmetre interferències codificades amb $p(t)$ que impedissin la recepció del missatge original.
- La rèplica de $p(t)$ generada en el receptor s'ha de poder sincronitzar de manera fiable i ràpida amb la seqüència rebuda. En cas contrari, no serà possible realitzar la desmodulació del senyal.

Per tant, és fonamental abordar dos problemes bàsics: la generació de seqüències pseudoaleatòries i l'obtenció d'algorismes eficients per la seva sincronització. En els apartats següents considerarem amb cert detall aquests problemes. En primer lloc tractem el problema de la generació d'aquestes seqüències pseudoaleatòries (deterministes però que aparenten tenir característiques aleatòries per als observadors externs). En segon lloc veurem els mecanismes de sincronització de les seqüències pseudoaleatòries.

3.2. Generació de seqüències pseudoaleatòries

Com hem vist, per a dissenyar un bon sistema d'espectre eixamplat, caldrà utilitzar seqüències moduladores que es puguin generar de manera totalment determinista, però que presentin propietats similars a les aleatòries. Aquestes seqüències es denominen *seqüències pseudoaleatòries* o també *seqüències PN* (procedent de l'abreviatura de *pseudonoise*).

La manera més comuna de generar aquestes seqüències és mitjançant registres de desplaçament amb realimentació linial (LFSR, *linear feedback shift register*). A les figures 12 i 13 es mostren dues realitzacions canòniques d'aquests regis-

tres: un generador per registres de **desplaçament simple** (SSRG, *simple shift register generator*) i un **generador per registres de desplaçament modular** (MSRG, *modular shift register generator*).

Els registres de desplaçament transfereixen el seu contingut cap a la dreta a cada pols de rellotge. El valor dels coeficients binaris a_i , b_i i el contingut inicial dels registres de desplaçament determinen la seqüència binària que apareix en la sortida, que és determinada per les equacions següents:

$$c_n = \sum_{k=1}^r a_k c_{n-k} \quad \text{per a SSRG}$$

$$c_n = \sum_{k=0}^{r-1} b_k c_{n-r-k} \quad \text{per a MSRG}$$

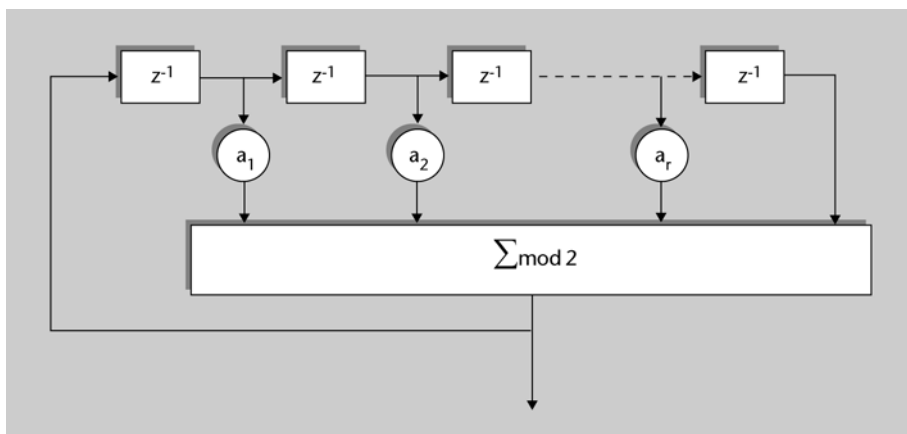


Figura 12. Generador per registres de desplaçament simples (SSRG)

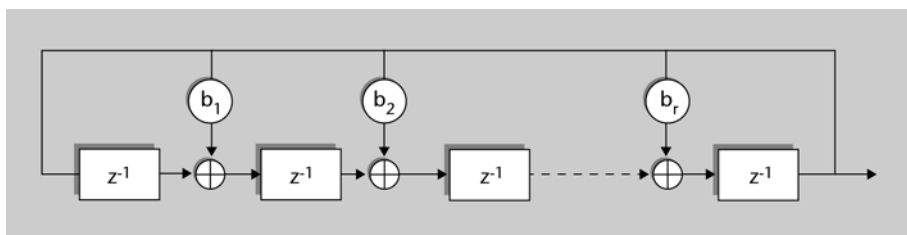


Figura 13. Generador per registres de desplaçament modular (MSRG)

Les configuracions SSRG i MSRG poden generar la mateixa seqüència de sortida quan els seus registres de desplaçament són inicialitzats de la mateixa manera si les seves connexions verifiquen la relació:

$$a_i = b_{r-i} \quad \text{per a } i = 0, 1, \dots, r.$$

Com es comprova immediatament en comparar

$$c_n = a_1 c_{n-1} + a_2 c_{n-2} + \dots + a_r c_{n-r}$$

amb

$$c_n = b_{r-1}c_{n-1} + b_{r-2}c_{n-2} + \dots + b_0c_{n-r}$$

La longitud o període de repetició de les seqüències generades per un LFSR depèn del contingut inicial dels registres de desplaçament i del diagrama de connexions. Així, l'SSRG de la figura 14 pot generar la seqüència de longitud 4: (11001100110011...) si el contingut inicial dels seus registres és $c_1 = c_2 = 0$, $c_3 = 1$; o bé, la seqüència de longitud 2: (1010101...) si els seus registres de desplaçament són inicialitzats amb $c_1 = c_3 = 1$; $c_2 = 0$. També pot generar les seqüències de longitud unitat "tot uns" o "tot zeros" si tots els seus registres estan carregats a la unitat o a zero, respectivament.

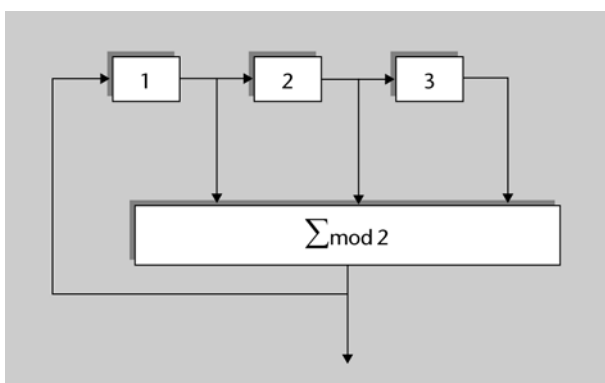


Figura 14. SSRG de tres etapes

Activitat

Podeu comprovar aquests resultats? Si no veieu immediatament com fer-ho, l'exemple de l'apartat 3.3 ("Exemple. Generació de seqüències de màxima longitud") us serà molt útil.

En canvi, l'SSRG de la figura 15 generarà sempre la seqüència de longitud 7: (111010011101001...) sigui quin sigui el contingut inicial dels seus registres de desplaçament, excepte $c_1 = c_2 = c_3 = 0$, cas en el qual generarà la seqüència "tot zeros".

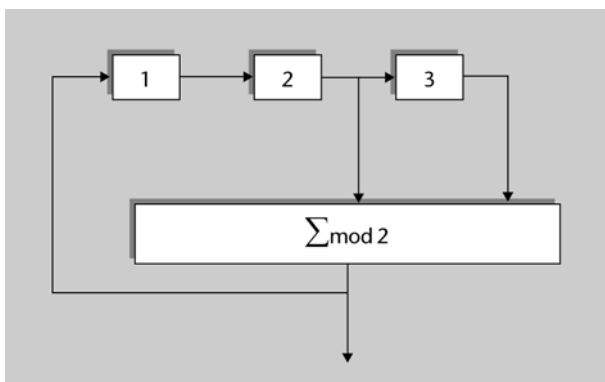


Figura 15. SSRG d'una seqüència de màxima longitud

La longitud màxima que es pot obtenir d'un LFSR amb r registres de desplaçament és de $L = 2^r - 1$, ja que existeixen $2^r - 1$ paraules binàries diferents de zero.

Es pot demostrar que és possible escollir les connexions a_i o b_i perquè la seqüència generada per un LFSR sigui de longitud màxima, que dona lloc a les configuracions ML-LFSR (*maximal length - linear feedback shift register*). La

majoria de les demostracions sobre els resultats que utilitzarem es poden trobar a Golomb (1967). Es tracta, en general, de demostracions de certa complexitat que ometrem, fet pel qual presentem únicament els resultats finals.

Les connexions a_i o b_i que produeixen seqüències de màxima longitud es poden trobar en taules. En aquestes taules s'indica, per a cada valor de r , les combinacions possibles de connexions dels registres per als quals es produeixen les seqüències de màxima longitud. En la taula 1 es proporcionen algunes combinacions que es poden utilitzar amb les estructures SSRG.

Nota

Un generador de màxima longitud format per r etapes pot produir una seqüència de longitud $L = 2^r - 1$. Això significa que els estats interns dels registres de desplaçament han passat per tots els valors possibles exceptuant, és clar, el valor "tot zeros". Així doncs, després de $2^r - 1$ iteracions possibles, tornarem a recuperar l'estat inicial, per la qual cosa la seqüència es repetirà periòdicament amb un període de repetició $L = 2^r - 1$.

r	Longitud de la seqüència	Registres connectats a SUM
2	3	1,2
3	7	1,3
4	15	1,4
5	31	2,5
6	63	1,6
7	127	1,7
8	255	2,3,4,8
9	511	4,9
10	1023	3,10
11	2047	2,11
12	4097	1,4,6,12
13	8191	1,3,4,13
14	16383	1,6,10,14
15	32767	1,15
32	4294967295	1,2,22,32
33	8589934591	13,33
34	17179869183	1,2,27,34

Tabla 1. Taula amb les connexions dels registres de desplaçament SSRG que generen seqüències de màxima longitud

3.3. Exemple de generació i propietats de seqüències de màxima longitud

En aquest subapartat veurem un exemple de com s'obté una seqüència de màxima longitud de longitud 31 a partir de la taula 1. En aquest cas, veiem que el valor de r haurà de ser igual a 5, per la qual cosa haurem d'utilitzar un total de 5 registres de desplaçament. D'aquests registres, els numerats com a 2 i 5 han de ser els que estan connectats al sumador de mòdul 2. Així doncs, l'estructura

que genera la nostra seqüència de màxima longitud és la que es representa a la figura 16.

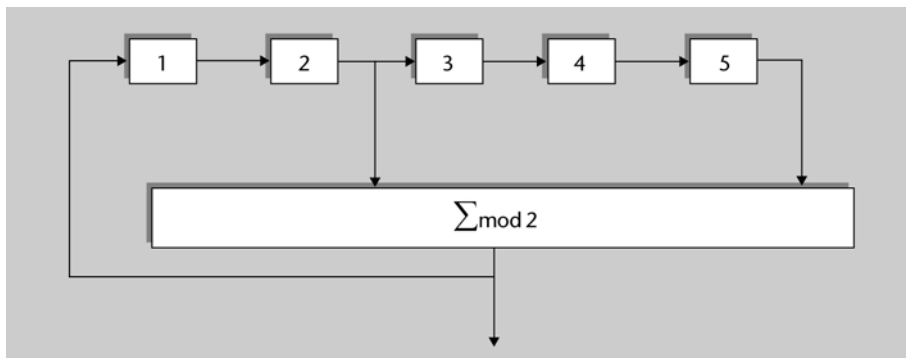


Figura 16. Generador d'una seqüència pseudoaleatòria de màxima longitud de 31 mostres

Per a obtenir la seqüència binària associada a aquest generador podem inicialitzar-lo a qualsevol valor excepte el valor "tot zeros" (en aquest cas el resultat seria la seqüència de tot zeros). El procés de com es van calculant les diverses iteracions es mostra amb detall a la figura 17. Els registres de desplaçament s'inicialitzen amb la paraula 00001, fet pel qual la sortida serà la suma en mòdul de dos dels bits en les posicions 2 i 5. Noteu que aquests dos bits que s'utilitzen per a determinar la suma han estat ombrejats. Cada cop que es produeix una nova iteració, el bit resultant entra com a bit número 1 (a l'esquerra) en el nou registre de desplaçament, la resta de bits es desplacen una posició i el bit de la dreta es perd. Observeu també que en els registres de desplaçament s'obtenen totes les possibles combinacions binàries amb 5 bits, amb l'excepció de la combinació "tot zeros". Per a aquesta combinació, el resultat és una seqüència que sempre són zeros. En la iteració 32 es torna a produir la seqüència inicial, fet pel qual es repetirà el mateix patró de zeros i uns amb un període de repetició de 31 mostres.

Iteració	Registres	Suma mòdul 2	Iteració	Registres	Suma mòdul 2
1	0 0 0 0 1	1	17	1 1 1 0 0	1
2	1 0 0 0 0	0	18	1 1 1 1 0	1
3	0 1 0 0 0	1	19	1 1 1 1 1	0
4	1 0 1 0 0	0	20	0 1 1 1 1	0
5	0 1 0 1 0	1	21	0 0 1 1 1	1
6	1 0 1 0 1	1	22	1 0 0 1 1	1
7	1 1 0 1 0	1	23	1 1 0 0 1	0
8	1 1 1 0 1	0	24	0 1 1 0 0	1
9	0 1 1 1 0	1	25	1 0 1 1 0	0
10	1 0 1 1 1	1	26	0 1 0 1 1	0
11	1 1 0 1 1	0	27	0 0 1 0 1	1
12	0 1 1 0 1	0	28	1 0 0 1 0	0
13	0 0 1 1 0	0	29	0 1 0 0 1	0
14	0 0 0 1 1	1	30	0 0 1 0 0	0
15	1 0 0 0 1	1	31	0 0 0 1 0	0
16	1 1 0 0 0	1	32	0 0 0 0 1	1

Figura 17. Exemple de la generació de les seqüències pseudoaleatòries de màxima longitud

La seqüència que obtenim en la sortida és:

1 0 1 0 1 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 1 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0

Aprofitem l'exemple proposat per a observar algunes **propietats de les seqüències de màxima longitud** que pot ser interessant conèixer:

- La seqüència té 16 valors iguals a la unitat i 15 valors iguals a zero. Com que els estats interns prenen totes les combinacions possibles excepte la combinació 'tot zeros', podem deduir que en un període complet de la seqüència trobarem sempre (2^{r-1}) bits iguals a '1' i $(2^{r-1} - 1)$ bits iguals a '0'.
- El nombre màxim d'uns consecutius és igual al nombre de registres de desplaçament. Cal observar que si hi hagués 6 uns consecutius, es repetirien els valors dels registres en dues iteracions consecutives, per la qual cosa la seqüència degeneraria. En efecte, si una sortida no modifica l'estat de l'entrada, la sortida seguirà essent sempre la mateixa i l'entrada mai no es modificarà, per la qual cosa la seqüència quedaria "congelada" a tots uns i no seria de màxima longitud.
- La mateixa seqüència la podem obtenir amb un cert desfasament si la inicialitzem a un valor diferent. Podem observar que pel fet que la seqüència obtinguda en l'exemple de la figura 17 es realimenta en el primer registre, d'aquest al segon i així successivament, qualsevol inicialització del registre acaba produint la mateixa seqüència amb un desfasament (i si no ho veieu clar, feu la prova).
- La seqüència és binària i produeix valors 0 i 1. En els sistemes de modulació per seqüència directa necessitem seqüències que prenguin els valors +1 i -1. L'equació següent ens permet mapejar els bits en +1 i -1:

$$p(n) = \cos(\pi \cdot \varphi(n))$$

on $\varphi(n)$ representa la seqüència binària de 0 i 1 i $p(n)$, la seqüència de +1 i -1.

- Si convertim a binaris els valors successius que va prenent la paraula emmagatzemada en els registres de desplaçament, obtenim una seqüència de longitud 31 en la qual es produeixen els 31 primers nombres naturals. La seqüència obtinguda en el nostre exemple és:

1, 16, 8, 20, 10, 21, 26, 29, 14, 23, 27, 13, 6, 3, 17, 24, 28, 30,
31, 15, 7, 19, 25, 12, 22, 11, 5, 18, 9, 4, 2,

En resum, obtenim un procediment per a seleccionar tot un conjunt de nombres naturals en una seqüència de longitud màxima i en aparença aleatòria.

Aquesta característica resultarà molt útil en els sistemes d'espectre eixamplat per salts de freqüència per a generar la seqüència de freqüències moduladores d'un determinat canal.

- De manera semblant al cas anterior, podem seleccionar una subparaula de k -bits dels registres de desplaçament per a obtenir nombres aleatoris entre 0 i $2^k - 1$. Per exemple, si prenem les paraules formades pels tres primers bits del registre de desplaçament, obtenim:

0, 4, 2, 5, 2, 5, 6, 7, 3, 5, 6, 3, 1, 0, 4, 6, 7, 7, 7, 3, 1, 4, 6, 3, 5, 2, 1, 4, 2, 1, 0

Observeu que tots els nombres apareixen quatre cops dins de la sèrie amb excepció del zero, que solament es repeteix tres cops. La sèrie té una aparença aleatòria, tot i que es repeteix cada 31 dígit. Si repetíssim aquest mateix procés de generació de nombres entre 1 i 7 amb el generador de 34 registres de desplaçament, obtindríem un generador de nombres de l'1 al 7 que solament es repetiria després de 17.179,869.183 iteracions*.

* Podeu justificar aquest resultat?

3.4. Funció d'autocorrelació d'una seqüència de màxima longitud

Com ja hem emfasitzat en apartats anteriors, l'estructura de les seqüències PN caldrà que sigui al més aleatòria possible. Aquest nivell d'aleatorietat es veurà reflectit en les propietats d'autocorrelació de la seqüència. Un tros d'una seqüència que sigui aleatòria no s'ha d'assemblar en res a un altre tros. En termes de correlació voldrà dir que l'autocorrelació de la seqüència (semblança de la seqüència amb una versió desplaçada d'aquesta) haurà de ser idealment zero, excepte quan la comparem amb ella mateixa, cas en el qual la correlació haurà de ser màxima (òbviament, una seqüència és idèntica a ella mateixa si la comparem sense cap desplaçament). D'altra banda, una seqüència aleatòria no s'ha d'assemblar en res a una altra seqüència que ens puguem inventar. En termes de correlació voldrà dir que la correlació creuada entre seqüències ha de ser nul·la. El plantejament anterior és ideal ja que, com hem argumentat, no treballarem amb seqüències aleatòries sinó pseudoaleatòries. Caldrà, doncs, que les seqüències PN tinguin bones propietats d'autocorrelació i correlació creuada per a garantir l'èxit dels sistemes d'espectre eixamplat. En aquest apartat analitzarem l'autocorrelació de seqüències PN i en el següent tractarem la correlació creuada entre seqüències.

La funció d'autocorrelació d'una seqüència de màxima longitud es defineix en el cas discret de la manera següent:

$$R[m] = \sum_{n=1}^{2^r-1} p(n) \cdot p(n+m)$$

on $p(n)$ és la seqüència bipolar que pren els valors $+1$ i -1 com s'ha vist en l'equació $p(n) = \cos(\pi \cdot \varphi(n))$. A causa de la periodicitat de la seqüència $p(n)$, la funció d'autocorrelació serà una funció periòdica amb període $L = 2^r - 1$. És possible demostrar que el resultat de la definició anterior per a una seqüència de màxima longitud sempre és:

$$R[m] = \begin{cases} L & \text{si } m = 0, \pm L, \pm 2L, \dots \\ -1 & \text{para otros valores} \end{cases}$$

Tot i que no demostrarem aquest resultat, sí que podem comprovar que es compleix per a la seqüència de màxima longitud obtinguda en l'exemple del subapartat anterior.

Càlcul de l'autocorrelació d'una seqüència de màxima longitud

Seguint l'exemple del subapartat 3.3, si passem la seqüència de màxima longitud obtinguda en l'equació 1010111011000111110011010010000 a bipolar, obtenim:

$$p(n) = \{1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, -1, -1, -1\}$$

Si multipliquem aquesta seqüència per ella mateixa (desplaçament zero), obtindrem un total de 31 valors iguals a la unitat, fet pel qual, en sumar-los, obtindrem un valor de l'autocorrelació en l'origen de 31 (la longitud de la seqüència).

Vegem què ocorre quan desplaçem la seqüència una mostra i realitzem el producte de la seqüència original amb la seqüència desplaçada. En aquest cas, si desplaçem la seqüència anterior un bit a la dreta (circular, és a dir l'últim bit passa a la posició esquerra) obtenim la seqüència següent:

$$p(n-1) = \{-1, 1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, -1, -1, -1\}$$

Si ara realitzem el producte de les dues seqüències bit a bit, observarem que el resultat té 16 dígitos igual a -1 i 15 dígitos igual a 1 . La suma de totes les contribucions és, per tant, d'un total de -1 . Podem comprovar que aquest curiós resultat es manté per a qualsevol altre desplaçament de la seqüència.

La funció d'autocorrelació de les seqüències $p(t)$ utilitzades en els moduladors per seqüència directa es pot obtenir fàcilment a partir del resultat anterior. En efecte, la seqüència $p(t)$ és la versió analògica de les seqüències $p(n)$ que hem analitzat. En aquest cas, cada bit de la seqüència es transforma en un pols rectangular de durada T_c i amplitud $+1$ o -1 , en concordança amb el valor de $p(n)$. Per tant, per a valors de t que siguin múltiples de T_c obtindrem el mateix resultat per a la correlació analògica que per a la discreta, simplement que els valors bipolars se substitueixen per polsos de duració T_c , amb la qual cosa apareix un factor d'escala.

$$R(\tau) = \begin{cases} L \cdot T_c & \text{si } \tau = 0, \pm LT_c, \pm 2LT_c, \dots \\ -T_c & \text{si } \tau = \pm T_c, \pm 2T_c, \pm 3T_c, \dots \pm (L-1)T_c \end{cases}$$

Per a la resta de valors de t , els valors de l'autocorrelació de $p(t)$ estaran en la línia que uneix els punts calculats per l'equació anterior com es pot veure en la figura 18, que il·lustra la funció d'autocorrelació analògica de la seqüència $p(t)$ generada a partir d'una seqüència de màxima longitud de període L .

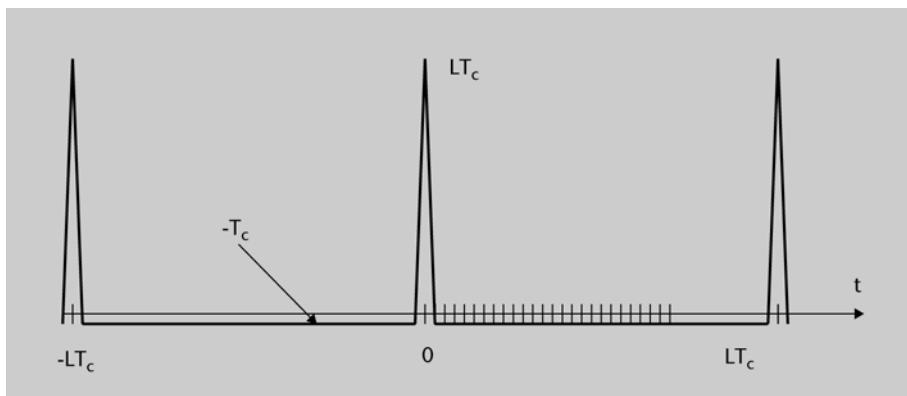


Figura 18. Exemple de l'autocorrelació analògica d'una seqüència pseudoaleatòria de període LT_c .

Resulta interessant comparar la funció d'autocorrelació que hem obtingut amb la que tindriem en cas que les seqüències fossin purament aleatòries. La diferència és la repetició periòdica de la funció d'autocorrelació. Aquesta repetició es deu a la pròpia repetició de la seqüència PN. Per a una seqüència purament aleatòria no podríem trobar cap període de repetició. Veurem que, en la pràctica, el període de repetició de la seqüència es pot aprofitar per a sincronitzar el receptor. El fet que la seqüència presenti un valor elevat de l'autocorrelació de manera periòdica ens facilita buscar el sincronisme, ja que el nombre de possibles fases relatives a verificar és finit. Una altra diferència important és que el valor de l'autocorrelació per a qualsevol desfasament de la seqüència és -1 ($-T_c$ en el cas analògic), quan hauria de ser nul si la seqüència fos purament aleatòria. Observeu que aquesta diferència té relativament poca importància si el valor de L augmenta, ja que, en la pràctica, la relació que ens interessa és la que existeix entre el valor màxim i el valor mínim de la funció d'autocorrelació.

3.5. Correlació creuada entre seqüències PN

Hem vist que, per a les seqüències de màxima longitud, la relació entre tots dos valors és igual a l'invers de la longitud de la seqüència $1/L$, fet que produeix valors acceptables quan la longitud de les seqüències és gran. Per tant, podem afirmar que aquestes seqüències tenen bones propietats d'autocorrelació. No obstant això, una altra propietat desitjable de les seqüències PN és que la correlació creuada que hi ha entre dues seqüències PN diferents sigui tan baixa com sigui possible. En algunes aplicacions, com en sistemes de multiplexat per codi que veurem més endavant, el receptor pot rebre diversos senyals DS que han estat modulats amb diferents seqüències PN. En aquest cas, perquè el receptor pugui discriminar entre la seqüència PN desitjada i una altra seqüència qualsevol haurem de tenir correlacions baixes entre elles. Hem vist que, per a les seqüències de màxima longitud, la relació entre tots dos valors és igual a l'invers de la longitud de la seqüència $1/L$, fet que produeix valors acceptables quan la longitud de les seqüències és gran. No obstant això, una altra propietat desitjable és que la correlació creuada que hi ha entre dues seqüències PN diferents sigui tan baixa com sigui possible. En algunes aplicacions el receptor pot rebre diversos senyals DS que han estat modulats amb diferents seqüències PN.* En aquest cas,

* Per exemple, en els sistemes de multiplexació en codi que veurem més endavant.

perquè el receptor pugui discriminar entre la seqüència PN desitjada i una altra seqüència qualsevol haurem de tenir correlacions baixes entre elles.

Desafortunadament, les seqüències de màxima longitud presenten unes propietats d'autocorrelació molt dolentes entre elles. Si prenem dues seqüències PN de màxima longitud, generades amb estructures diferents però de la mateixa longitud, es poden obtenir valors de correlació creuada molt importants en alguns desfasaments entre les dues seqüències. A la taula 2 es mostra un resum dels valors màxims de correlació creuada que es poden obtenir entre seqüències de màxima longitud. La taula mostra el valor de r , la longitud de la seqüència, el nombre de seqüències de màxima longitud, diferents que hi ha per a aquesta longitud de seqüència, el valor màxim de la correlació creuada entre aquestes seqüències i el valor normalitzat (respecte a l'autocorrelació de la seqüència en l'origen). Com es pot veure, la correlació creuada normalitzada pot ser més gran que 0,3 (per exemple, pren el valor 41/127 per a seqüències de longitud 127). Com a alternativa a les seqüències de màxima longitud es proposen altres seqüències com les de Gold, descrites en el proper paràgraf, per a les quals també es mostren els valors de correlació en la taula 2.

r	$L = 2^m - 1$	Nombre de seqüències	Cim de correlació R_{max}	$R_{max}/R(0)$	Gold R_{max}	Gold $R_{max}/R(0)$
3	7	2	5	0,71	5	0,71
4	15	2	9	0,60	9	0,6
5	31	6	11	0,35	9	0,29
6	63	6	23	0,36	17	0,27
7	127	18	41	0,32	17	0,13
8	255	16	95	0,37	33	0,13
9	511	48	113	0,22	33	0,06
10	1023	60	383	0,37	65	0,06
11	2047	176	287	0,14	65	0,03
12	4095	144	1407	0,34	129	0,03

Tabla 2. Taula comparativa entre la correlació creuada de seqüència de màxima longitud i seqüències de Gold

El problema de l'elevada correlació creuada entre les seqüències de màxima longitud ha estat tractat per diversos autors i s'ha proposat un bon nombre d'alternatives a aquestes seqüències. Les primeres solucions procedeixen de Kasami (1966) i Gold (1967). Les seqüències de Gold són particularment interessants, ja que s'obtenen a partir de seqüències de màxima longitud. La idea bàsica consisteix a utilitzar dos generadors de seqüències de màxima longitud per a construir una seqüència nova el resultat de la qual és l'addició en mòdul 2 de les seqüències obtingudes per cada generador. L'estructura es mostra a la figura 19. Gold va analitzar les propietats que havien de tenir les seqüències de màxima longitud escollides perquè les correlacions creuades entre les seqüències obtingudes d'aquesta manera fossin el més baixes possibles i va demostrar que era possible delimitar el valor màxim de la correlació creuada (normalitzat respecte al màxim) d'acord amb l'equació següent:

Lectura complementària

R. Gold (1967, octubre). "Optimal binary sequences for spread spectrum multiplexing". *IEEE Trans. Inform. Theory* (vol. IT-13, núm. 5, pàg. 619-621).

T. Kasami (1966). "Weight distribution formula for some class of cyclic codes". *Coordinated Science Laboratory, Universitat d'Illionois, Urbana: Tech. Rep. R-285 (AD632574)*.

$$\|R_{cc}(\tau)\| < \frac{t}{2^r - 1} \quad \text{on} \quad t = \begin{cases} 2^{\frac{r+1}{2}} + 1 & \text{si } r \text{ impar} \\ 2^{\frac{r+2}{2}} + 1 & \text{si } r \text{ par} \end{cases}$$

Una propietat molt important de les seqüències de Gold és que amb una mateixa estructura (com la de la figura 19) es poden obtenir fins a $2^r + 1$ seqüències diferents, que depenen del contingut inicial dels registres de desplaçament entre les dues seqüències. Així, és possible canviar d'una seqüència a una altra simplement modificant la paraula d'inicialització d'un dels dos registres de desplaçament. Aquesta propietat serà molt important amb múltiples usuaris quan l'accés al canal es faci mitjançant una tècnica d'espectre eixamplat. Com es veurà al final del mòdul, explotant les bones propietats de correlació creuada entre codis podrem dissenyar sistemes en els quals cada usuari, mantenint la mateixa estructura per a generar les seqüències pseudoaleatòries, pugui seleccionar una seqüència o una altra canviant els valors d'inicialització dels registres de desplaçament i es permeti així una interferència mínima entre els usuaris.

Les seqüències de Gold també tenen els seus inconvenients, ja que modificar l'estructura del generador, amb l'objecte de garantir la correlació creuada sigui baixa, afecta l'autocorrelació, que pren valors superiors als de les seqüències de màxima longitud. No obstant això, afortunadament l'autocorrelació no és excessivament elevada i és possible demostrar que també està delimitada per l'equació anterior.

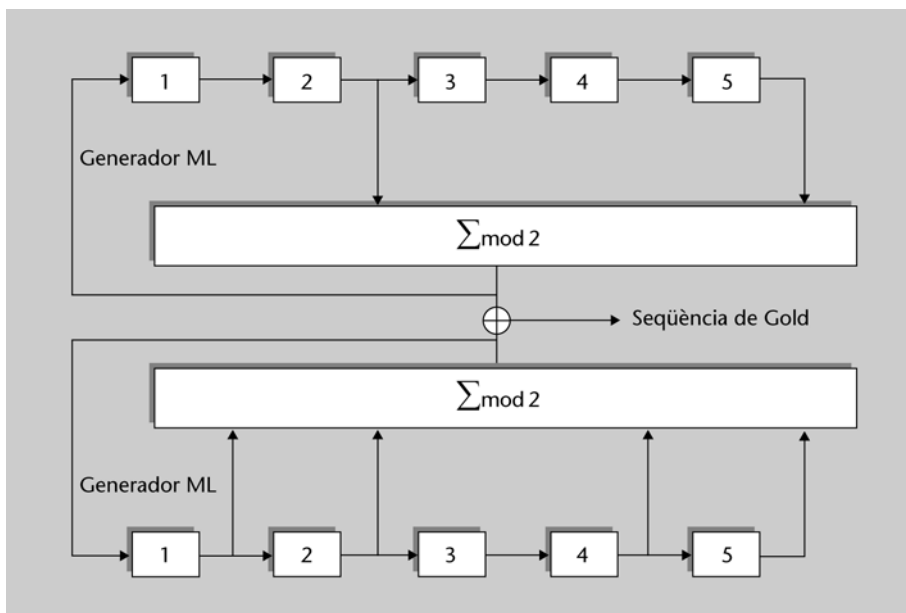


Figura 19. Generació de les seqüències de Gold a partir de seqüències de màxima longitud

Nota

Les seqüències PN vistes en aquest apartat (Gold, Kasami o màxima longitud) s'utilitzen en aplicacions civils però no en aplicacions militars, ja que poden ser reproduïdes amb facilitat a partir d'unes quantes mostres. En efecte, solament coneixent $2r - 2$ bits consecutius de la seqüència es poden plantejar sistemes d'equacions amb les recursions de les figures 12 i 13 i determinar els $r - 2$ coeficients de connexió i els r valors inicials dels registres de desplaçament. Per a evitar aquest problema, en sistemes militars i en general en aplicacions en què el xifratge és crític, s'acostumen a utilitzar funcions no lineals amb memòria que combinen els valors dels registres de desplaçament.

4. Seqüències pseudoaleatòries: sincronització

Les tècniques d'espectre eixamplat es basen en el fet que el senyal transmès depèn simultàniament de les dades i de les seqüències pseudoaleatòries que els modulen. Com ja hem vist, per a treure partit d'aquest sistema cal que el receptor disposi d'una rèplica exacta de la seqüència amb la qual s'ha transmès el senyal desitjat. El receptor s'ha d'encarregar de mantenir la seva rèplica perfectament sincronitzada amb el senyal d'arribada ja que, en cas contrari, la baixa autocorrelació entre les dues seqüències provocaria que el senyal desitjat fos tractat com una interferència.

Aquesta baixa correlació, que justifica la necessitat d'un bon sincronitzador, alhora facilita la tasca de disseny del sincronitzador. Com veurem, la major part dels mètodes per a la sincronització del receptor en sistemes de modulació per seqüència directa utilitzen les propietats de l'autocorrelació i la correlació creuada de les seqüències PN. Essencialment, l'objectiu d'un sincronitzador és detectar quan la rèplica de la seqüència que està generant el receptor està altament correlacionada amb el senyal rebut, cosa que significa que totes dues freqüències estan pròximes a la sincronització. Perquè aquesta estratègia general funcioni correctament, cal que les seqüències utilitzades presentin una diferència significativa entre el valor de la seva autocorrelació en qualsevol desfasament i el valor de l'autocorrelació en l'origen, condició que, com hem vist en l'apartat anterior, queda garantida en les seqüències PN típicament utilitzades.

El fet que les seqüències pseudoaleatòries hagin de tenir períodes de repetició llargs perquè presentin bones propietats aleatòries complica el problema de la sincronització ja que sovint requerirà temps.

El procés de sincronització es compon de dues parts:

1) **Adquisició.** Es realitza una cerca del senyal d'arribada amb la referència de l'oscil·lador fins que es considera que tots dos senyals estan més o menys sincronitzats.

2) **Seguiment.** És el bloc encarregat de realitzar l'ajustament fi entre la fase dels dos senyals i, al seu torn, de mantenir aquesta sincronització al llarg del temps.

A la figura 20 es mostra un diagrama de blocs amb la interconnexió entre els dos subsistemes. El bloc de control del sincronisme és l'encarregat de coordinar els diversos subsistemes. Quan es rep un senyal es posa en funcionament el mòdul d'adquisició que s'encarregarà d'enganxar en fase la seqüència d'arribada amb la de l'oscil·lador local.* Quan les dues seqüències estan més o

* Per algun dels mètodes que s'estudiaran posteriorment.

menys alineades, la unitat de control desconnecta el mòdul d'adquisició i connecta el subsistema de seguiment. En alguns sistemes, la transmissió de dades no s'inicia fins després d'un temps prudencial perquè la seqüència hagi estat adquirida correctament.

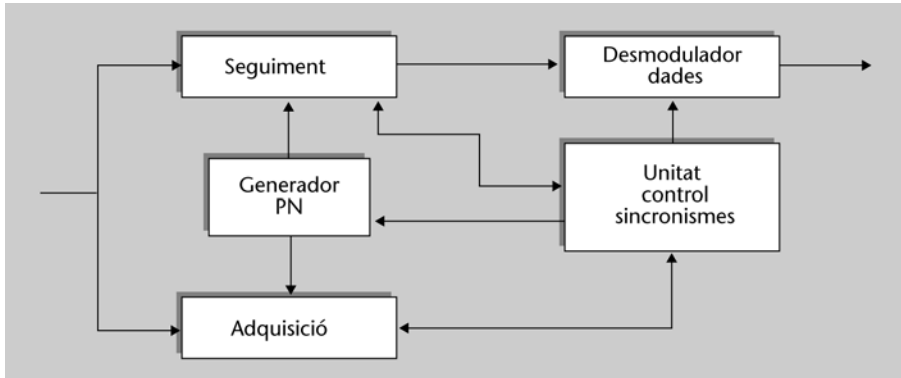


Figura 20. Interconnexió entre els diversos subsistemes de sincronisme

4.1. Unitats d'adquisició

Les unitats d'adquisició es poden classificar en diferents tipus en funció de l'estratègia seguida en la cerca del codi del senyal rebut:

- Filtres adaptats o estructures correlacionadores passives.
- Estructures correlacionadores actives de cerca en sèrie.
- Mètodes estimadors de seqüències.
- Mètodes mixtes.

Les estructures de correlacionadors passius o filtres adaptats són unitats molt ràpides i segures però de gran complexitat computacional, mentre que els correlacionadors actius són unitats més senzilles en les quals el temps d'adquisició pot resultar gran. Els mètodes d'estimació combinen poca càrrega computacional amb rapidesa, però solament es poden usar en escenaris lliures d'interferències i amb poc de soroll blanc.

L'elecció d'un tipus determinat d'unitat d'adquisició depèn de les necessitats del sistema de comunicació. Així, en un sistema de comunicació militar, on les comunicacions solen ser curtes i repetides, cal que la sincronització sigui adquirida amb rapidesa, per la qual cosa s'hauran d'usar les estructures correlacionadores passives. En canvi, en altres sistemes el temps d'adquisició pot no resultar tan crític i pot resultar acceptable esperar uns segons per a enganxar en arrancar el sistema, com un terminal mòbil o un ordinador portàtil. En aquests casos, es poden utilitzar sistemes d'adquisició basats en programari (*software*) que implementen estructures correlacionadores actives.

4.1.1. Estructures correlacionadores passives

En l'estructura de la figura 18 el receptor disposa de la seqüència codi $p(t)$ i $2N_c - 1$ retards d'aquests espaiats $T_c/2$, on N_c és la longitud de la seqüència i $R = 1/T_c$ la seva velocitat.

El senyal d'arribada es correlaciona durant un temps λT_c amb cadascuna d'aquestes seqüències i origina les sortides $v_0, v_1, v_2, \dots, v_{2N-1}$. Posteriorment, un comparador analitza quin és el valor més elevat (en valor absolut) d'aquestes sortides i , per tant, determina la fase apropiada de la seqüència codi que haurem de subministrar a la unitat de seguiment. La idea és que la seqüència rebuda estarà aproximadament en fase amb alguna de les rèpliques de la seqüència del receptor. En aquest cas, el resultat del producte, en integrar-lo durant el temps de xip, tindrà un valor absolut elevat. Si les seqüències no estan correlacionades, l'integrador observarà un conjunt de bits aleatori, per la qual cosa el resultat de la integral serà baix.

El temps necessari per a l'adquisició és λT_c , suposant que no es cometen errors i que no haurem de repetir l'adquisició. En augmentar λ disminueix la probabilitat que la fase lliurada per la unitat d'adquisició sigui errònia i, per tant, cal escollir com un compromís entre un temps d'adquisició curt i una probabilitat de sincronització gran.

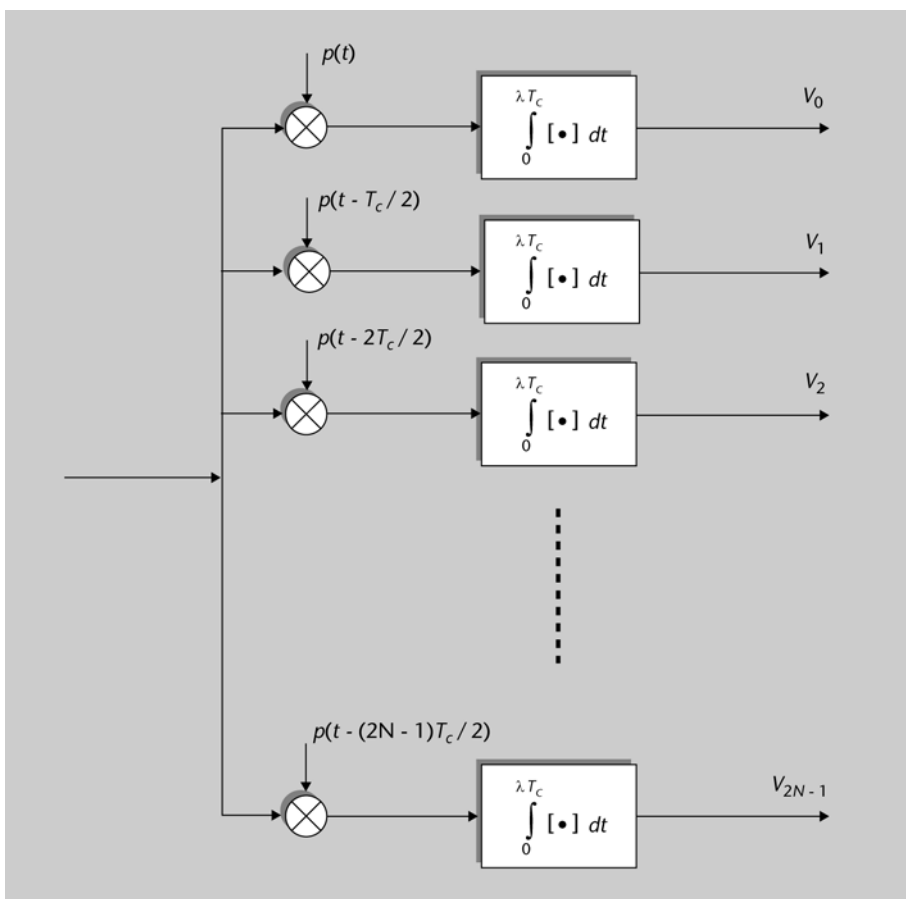


Figura 21. Estructura correlacionadora passiva per a l'adquisició de senyals DS

El temps mitjà d'adquisició del senyal es pot calcular suposant que després de correlacionar durant λT_c segons la probabilitat que la detecció sigui correcta és de P_D . Si seleccionem la sortida incorrecta, haurem de tornar a repetir la correlació durant λT_c segons addicionals. Així, el temps mitjà d'adquisició és determinat pel següent:

$$\begin{aligned} T_{adq} &= \lambda T_c \cdot P_D + 2\lambda T_c \cdot P_D \cdot (1 - P_D) + 3\lambda T_c \cdot P_D \cdot (1 - P_D)^2 + \dots \\ &= \lambda T_c \cdot P_D \left(\sum_{n=1}^{\infty} n(1 - P_D)^{n-1} \right) = \lambda T_c / P_D \end{aligned}$$

El sistema descrit pot adquirir la seqüència ràpidament encara que el nombre de correlacionadors necessaris sigui molt gran, per la qual cosa les unitats d'adquisició són cares i grans. El nombre de correlacionadors necessaris augmenta linealment amb la longitud de la seqüència.

4.1.2. Estructures correlacionadores actives de cerca en sèrie

Aquestes estructures utilitzen un únic correlacionador per a comprovar si la seqüència generada en l'oscil·lador està aproximadament alineada amb la d'arribada. En cas afirmatiu, donen per bona l'adquisició i cedeixen el control del sincronisme a la unitat de seguiment. Si, per contra, l'adquisició no es dona per bona, desfasen el senyal de l'oscil·lador local una fracció de bit per a comprovar si la nova seqüència està correlacionada amb la d'arribada.

A la figura 22 es presenta un d'aquests circuits per a senyals DS. El sistema calcula la correlació parcial entre el senyal rebut i el senyal intern del generador PN. El temps d'integració és un paràmetre del sistema. En el nostre cas podem suposar que $t = \lambda T_c$, és a dir, un determinat nombre de períodes de xip. Si la sortida del correlacionador (en valor absolut) no supera el llindar després del temps preestablert, s'inhibeix la generació d'un pols de rellotge en el generador PN, per la qual cosa aquesta seqüència es desfasarà amb la d'arribada. El procés es repeteix fins que es produeix la sincronització.

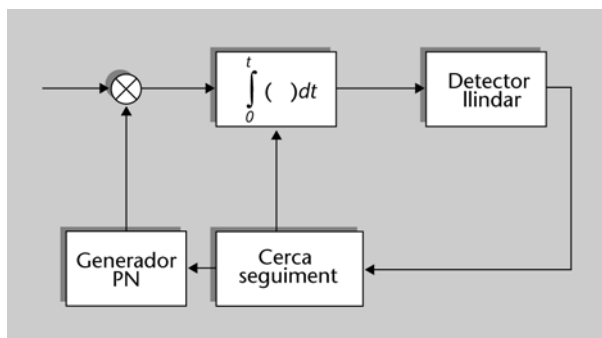


Figura 22. Estructura correlacionadora activa per a senyals DS

El temps mitjà necessari per a adquirir el sincronisme, suposant que cada cop desplace mig xip el generador PN i que no es produeix cap error de detecció, és:

$$T_{adq} = \frac{L}{2}(\lambda)T_c,$$

Si la longitud de la seqüència és llarga, aquest temps resulta molt major que el temps emprat per un banc de correlacionadors passius. No obstant això, en aquest cas, la complexitat de l'estructura no augmenta en créixer la longitud de la seqüència.

La cerca del sincronisme en aquests sistemes es pot accelerar lleugerament si, en lloc de comparar la correlació parcial entre les dues seqüències cada λT_c segons amb un llindar fix, es compara contínuament amb un llindar variable. Si la sortida del correlacionador cau en algun moment per sota del llindar, es considerarà que els senyals no estan alineats, es desfasarà el senyal de l'oscil·lador local i començarà novament el procés. Si la sortida del correlacionador es manté per damunt del llindar durant un temps determinat, es donarà per bona l'adquisició.

4.1.3. Mètodes estimadors de seqüències

Aquests mètodes es basen a observar el senyal d'arribada durant un cert nombre de mostres, cosa que, com que la seqüència és coneguda, permet calcular l'estat actual de la PN d'arribada. Posteriorment, es correlaciona el senyal d'arribada amb l'estimació i, si el valor resultant és prou alt, es dona per bona l'adquisició. Si no ocorre així, es procedeix a realitzar una nova estimació de la fase de la seqüència PN d'arribada.

Quan el sistema opera en un escenari en què no hi ha soroll ni interferències, l'adquisició és molt ràpida, ja que n'hi ha prou d'observar molt poques mostres d'una PN perquè pugui ser generada si es coneix el diagrama de connexions del mòdul generador. Tot i això, quan hi ha sorolls o interferències significatives en l'escenari, el temps d'adquisició pot arribar a ser molt gran, per la qual cosa solament es pot utilitzar en escenaris "fàcils" o bé juntament amb altres sistemes auxiliars que acceleren la cerca (mètodes mixtos) o que netegen prèviament l'escenari de sorolls mitjançant l'ús d'uns altres sistemes.

A la figura 23 es representa un d'aquests sistemes juntament amb la unitat transmissora de la seqüència PN. Inicialment, per sincronitzar l'oscil·lador local amb el senyal d'arribada, l'interruptor S se situa en la posició (1) durant un temps NT_c per a carregar les mostres del senyal d'arribada en el registre de desplaçament (suposem que N és el nombre de registres de desplaçament amb el qual s'ha generat la seqüència pseudoaleatòria). Posteriorment, es commuta l'interruptor en la posició (2), amb la qual cosa es tanca el bucle de realimentació i es genera la seqüència PN de l'oscil·lador local. En absència de soroll i

interferències, els registres de desplaçament del receptor estaran carregats amb els mateixos valors que els del transmissor, per la qual cosa, com que les dues connexions són idèntiques, les seqüències estaran sincronitzades. L'efecte del soroll serà el d'introduir una probabilitat d'error, molt més elevada com més gran en sigui la potència. Així doncs, en presència de soroll no es pot assegurar que la fase de l'oscil·lador local sigui l'adequada. Si el senyal de l'oscil·lador local no està sincronitzat amb el d'arribada, el correlacionador ho advertirà i commutarà novament a la posició de càrrega.

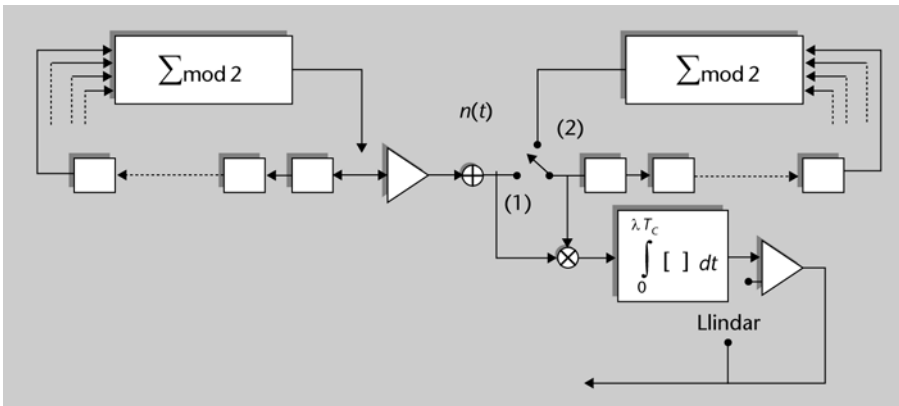


Figura 23. Unitat d'adquisició basada en mètodes d'estimació de seqüències

4.1.4. Mètodes mixtos

Hi ha unitats d'adquisició que combinen algunes de les estructures anteriors a fi d'accelerar la cerca sense necessitat d'assolir la complexitat dels correlacionadors passius. La majoria d'aquests mètodes combinen estratègies de cerca en sèrie (correlacionadors actius) i en paral·lel (correlacionadors passius). A la figura 24 es representa un circuit mixt que se sol utilitzar amb seqüències PN llargues. La filosofia del circuit es basa a esperar a realitzar la cerca fins que en l'entrada aparegui una seqüència determinada, pròxima a la càrrega inicial de l'oscil·lador local i llavors connectar un correlacionador actiu. La seqüència es busca amb un filtre adaptat a aquesta i s'ha d'incloure un banc de correlacionadors en cua d'espera perquè, si apareix la seqüència mentre un d'ells està operant, n'hi hagi un altre disponible que pugui realitzar l'adquisició.

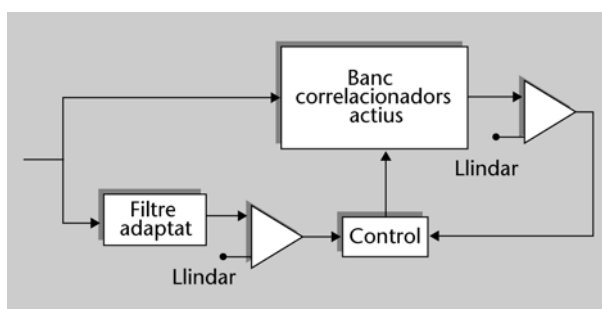


Figura 24. Unitat de seguiment amb tècniques mixtes

4.2. Unitats de seguiment

Un cop la unitat d'adquisició ha aconseguit que la seqüència generada per l'oscil·lador local estigui aproximadament sincronitzada amb el senyal d'arribada, se cedeix el control del sincronisme a la unitat de seguiment. Observeu que la unitat d'adquisició té capacitat per a modificar la fase de la PN de l'oscil·lador local a intervals de mig xip, per la qual cosa és d'esperar que, quan la unitat de seguiment comenci a operar, la seqüència de l'oscil·lador local presenti un desfasament temporal $\tau \leq T_c / 2$ respecte de la PN d'arribada.

La unitat de seguiment ha de minimitzar aquest valor de τ , ja que els errors de sincronisme (per petits que siguin) intervenen negativament en la probabilitat de bit erroni del sistema. En efecte, si la seqüència de l'oscil·lador local presenta un retard τ respecte a la seqüència d'arribada, llavors el senyal d'entrada al desmodulador és:

$$r(t) = p(t) \cdot p(t + \tau) \cdot d(t) \cdot \cos(2\pi f_c t).$$

En lloc de:

$$r(t) = p^2(t) \cdot d(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) = d(t) \cdot \cos(2\pi f_c t).$$

Tenint en compte que $p(t) \cdot p(t + \tau) \neq p^2(t)$, no es podrà descodificar el senyal $d(t)$ de manera completa. El desmodulador extraurà la portadora i la mitjana de $p(t) \cdot p(t + \tau) \cdot d(t)$. Per aquest motiu, l'amplitud de les dades es veu reduïda en un factor $R(\tau) = E[p(t) \cdot p(t + \tau)]$ augmentat, en conseqüència, la probabilitat d'error del sistema. Caldrà que $\tau \approx 0$ per a optimitzar el sistema.

A la figura 25 es mostra la configuració bàsica d'un bucle de seguiment per a un sistema d'espectre eixamplat amb senyals DS basat en un esquema DLL (*delay locked loop*). El generador local proporciona tres versions de la seqüència codi: la que suposadament està perfectament sincronitzada amb la seqüència rebuda, una de retardada mig xip respecte a la correcta (branca A de la figura), i una d'avançada mig xip respecte a la correcta (branca B de la figura). El plantejament de l'algorisme sincronitzador està basat en la simetria de la funció d'autocorrelació i treballa de la manera següent: quan el senyal estigui perfectament sincronitzat els senyals en les branques A i B seran iguals i, per tant, no caldrà cap tipus de correcció en la fase de la seqüència PN; al contrari, quan el senyal no estigui perfectament sincronitzat les branques A i B estaran desequilibrades (el senyal en una branca serà més gran que en l'altra) i un sistema en llaç tancat corregirà la fase de la seqüència PN en la direcció correcta per a equilibrar les dues branques A i B.

Per simplicitat en l'anàlisi suposarem que estem en banda base (no tenim en compte la portadora) i que estem en un escenari sense soroll i sense interferències. En aquest cas el senyal rebut serà:

$$r(t) = A \cdot p(t) \cdot d(t) .$$

Per tant, els senyals en els canals A i B seran respectivament:

$$v_A(t) = p(t) \cdot p(t + \tau + T_c/2) \cdot d(t) ,$$

$$v_B(t) = p(t) \cdot p(t + \tau - T_c/2) \cdot d(t) .$$

L'integrador farà la mitjana d'aquests senyals en una finestra de durada λT_c i el detector d'envolupant (mòdul d'elevat al quadrat) eliminarà la informació útil (ja que $d(t) = \pm 1$). En conseqüència, els senyals en l'entrada del sumador seran:

$$W_A(\tau) = p(t) \cdot p(t + \tau + (T_c/2))$$

$$W_B(\tau) = p(t) \cdot p(t + \tau - (T_c/2))$$

Les quals, si la finestra en la qual actua el correlacionador és prou ampla, es poden aproximar per:

$$W_A(\tau) = R_p\left(\tau + \frac{T_c}{2}\right)$$

$$W_B(\tau) = R_p\left(\tau - \frac{T_c}{2}\right)$$

en la qual $R_p(\tau)$ és l'autocorrelació de la seqüència $p(t)$. La sortida del sumador serà

$$s(\tau) = R_p\left(\tau - \frac{T_c}{2}\right) - R_p\left(\tau + \frac{T_c}{2}\right) .$$

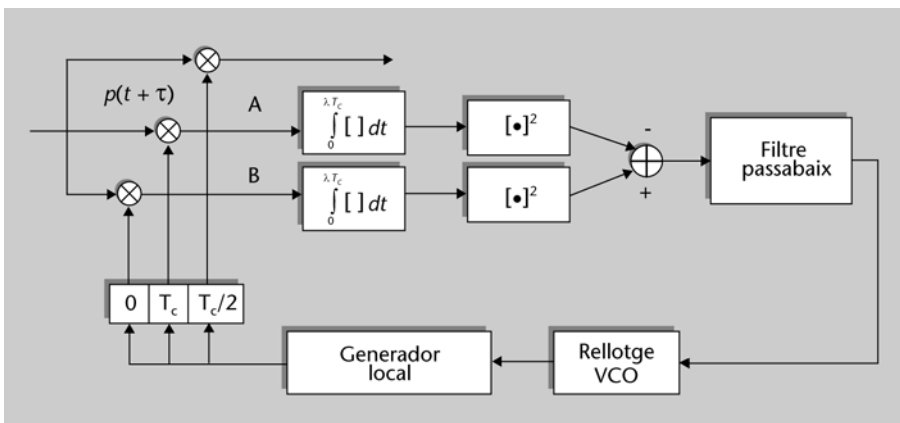


Figura 25. Bucle de seguiment de senyals DS basat en DLL (delay locked loop)

Per a veure com actua el bucle suposem que $\tau > 0$, és a dir, que la seqüència de l'oscil·lador local $p(t + \tau)$ està retardada respecte del senyal d'arribada $p(t)$.

En efecte, a la figura 26 es representa el valor absolut d'autocorrelació d'una seqüència PN. En aquest gràfic s'observa que, si $\tau > 0$, la sortida del sumador és positiva $s(\tau) > 0$, i el bucle aplicarà una tensió positiva al VCO, que augmentarà la freqüència de generació de la PN i tendirà a disminuir el valor de τ per aconseguir el sincronisme. Anàlogament, es pot veure que, si $\tau < 0$, llavors $s(\tau) < 0$, amb la qual cosa disminuirà la freqüència de l'oscil·lador local i la seqüència es tendirà a alinear amb el senyal rebut.

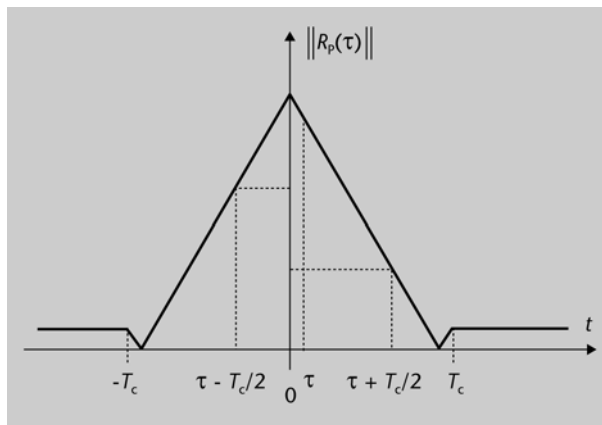


Figura 26. Valor absolut de l'autocorrelació d'una seqüència de màxima longitud

Aquesta unitat de seguiment es pot usar amb molt poca *circuiteria* addicional per a implementar simultàniament la unitat d'adquisició. A la figura 27 es mostra la unitat de sincronització completa, amb els llaços d'adquisició i de seguiment. S'observa que amb les sortides dels canals A i B s'ha format ara un canal nou que serà l'encarregat de l'adquisició.

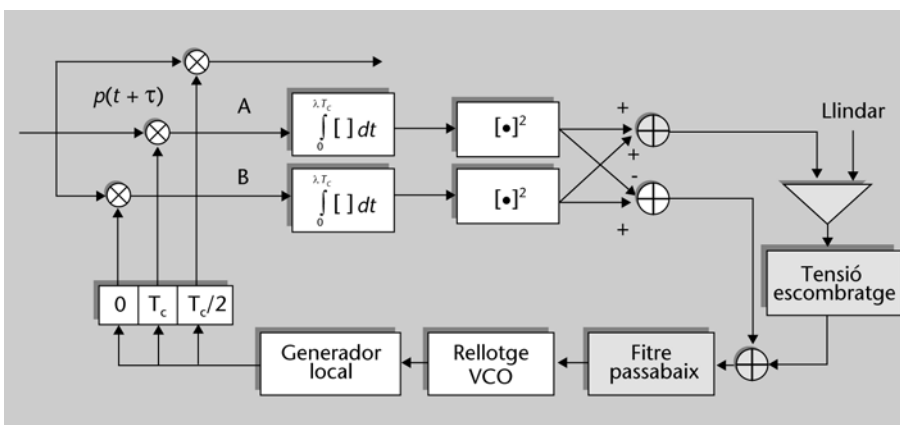


Figura 27. Unitat d'adquisició completa basada en el bucle de seguiment de la figura 25

Quan el senyal d'arribada no estigui sincronitzat amb l'oscil·lador local, les sortides dels canals A i B es mantindran a baix nivell, per la qual cosa el canal suma no superarà el llindar i s'aplicarà una tensió constant al VCO. Aquesta tensió elevarà la freqüència de la seqüència que generem. La major velocitat de la seqüència local provocarà que passat un temps les dues seqüències comencin a estar alineades. Aquest fet serà advertit pels correlacionadors, que detectaran un increment en la correlació. Quan la correlació sigui elevada la sortida del canal suma superarà el llindar, amb la qual cosa deixarà d'aplicar-se la tensió

constant a l'entrada del VCO i la freqüència del generador passarà a ser controlada únicament pel canal diferència, en la forma estudiada anteriorment.

Suposant que no es cometen errors, el temps d'adquisició màxim és determinat per:

$$T_{adq} = \frac{L}{f_{OL} - f_0} .$$

On L és la longitud de la seqüència, f_{OL} és la velocitat de la seqüència de l'oscil·lador local en mode d'adquisició i f_0 , la velocitat de la PN d'arribada.

Com es veu en l'equació, el temps d'adquisició disminueix en augmentar la diferència entre les dues velocitats, però també provoca que augmenti la probabilitat que el correlacionador no pugui detectar el moment en què tots dos senyals estan sincronitzats.

5. Càlcul de la probabilitat d'error en sistemes DS

En aquest apartat desenvoluparem amb cert detall el càlcul de la probabilitat d'error en un sistema de modulació per seqüència directa. Encara que la majoria dels resultats ja han estat presentats de manera qualitativa en apartats anteriors, és interessant analitzar-los des d'un punt de vista més rigorós i formal.

A fi de simplificar el desenvolupament teòric es realitzaran les suposicions següents:

- El sistema treballa en banda base i, per tant, podem suposar que el senyal transmès serà $s(t) = A_c d(t)p(t)$. No hi ha pèrdua de generalitat pel fet de realitzar els càlculs de probabilitat d'error en banda base.
- La seqüència $p(t)$ del receptor està perfectament sincronitzada amb el senyal d'arribada.
- La seqüència $p(t)$ és aleatòria. En els apartats anteriors hem vist que, tot i que les seqüències $p(t)$ siguin generades de manera determinista, les seves propietats s'ajusten a les d'una seqüència pseudoaleatòria, per la qual cosa aquesta suposició és vàlida.

Determinarem la probabilitat d'error en els casos següents:

- Presència de soroll blanc.
- Presència d'interferències.

5.1. Presència de soroll blanc

Si tenim un soroll blanc gaussià de densitat espectral $\eta_0/2$ en l'entrada del receptor, llavors el senyal rebut és:

$$r(t) = A_c d(t) \cdot p(t) + n(t)$$

En multiplicar el senyal rebut pel codi $p(t)$ s'obté:

$$r(t) \cdot p(t) = A_c d(t) + n(t) \cdot p(t) = A_c d(t) + n_1(t)$$

L'espectre de potència $n_1(t)$ es pot calcular com la transformada de Fourier de la seva autocorrelació. Així doncs, si calculem l'autocorrelació de $n_1(t)$ tenim:

$$\begin{aligned} R_n(\tau) &= E[n_1(t) \cdot n_1(t + \tau)] = E[n(t) \cdot n(t + \tau) \cdot p(t) \cdot p(t + \tau)] = \\ &= E[n(t) \cdot n(t + \tau)] \cdot E[p(t) \cdot p(t + \tau)] = \frac{\eta_0}{2} \delta(\tau) \cdot E[p(t) \cdot p(t)] \end{aligned}$$

Si $p(t)$ està normalitzada a la unitat, tindrem:

$$R_n(\tau) = \frac{\eta_0}{2} \cdot \delta(\tau) .$$

Per la qual cosa $n_1(t)$ és també un soroll blanc gaussià de densitat espectral $\eta_0 / 2$.

Podem calcular també el senyal en la sortida de l'integrador de receptor:

$$r_d = \int_0^{T_b} (A_c d(t) + n_1(t)) \cdot dt = A_c \cdot d_1 \cdot T_b + \int_0^{T_b} n_1(t) dt = A_c \cdot d_1 \cdot T_b + n_d ,$$

on d_1 depèn del valor del bit d'informació, que pot prendre el valor +1 o -1, i n_d és una nova variable aleatòria que s'obté com a resultat d'integrar $n_1(t)$. El resultat de la integració es pot considerar com la suma de múltiples variables aleatòries, per la qual cosa, en virtut del teorema central del límit, obtindrem una nova variable aleatòria gaussiana. El valor mitjà de la nova variable aleatòria és zero i la seva variància es pot calcular de la manera següent:

$$\begin{aligned} \text{var}[n_d] &= E \left[\left(\int_0^{T_b} n_1(t) dt \right) \cdot \left(\int_0^{T_b} n_1(\tau) d\tau \right) \right] = E \left[\int_0^{T_b} \int_0^{T_b} n_1(t) \cdot n_1(\tau) \cdot dt \cdot d\tau \right] = \\ &= \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} E[n_1(t) \cdot n_1(\tau)] \cdot dt \cdot d\tau = \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} \frac{\eta_0}{2} \delta(t - \tau) \cdot dt \cdot d\tau = \int_0^{T_b} \frac{\eta_0}{2} \cdot d\tau = \frac{\eta_0}{2} \cdot T_b \end{aligned}$$

Un cop tenim caracteritzat el component de senyal i el component de soroll en la sortida de l'integrador (vegeu l'equació anterior), podem calcular la probabilitat d'error (assumint que els símbols '+1' o '-1' són equiprobables):

$$P_e = \frac{1}{2} p(\text{error}|+1) + \frac{1}{2} p(\text{error}|-1) = p(\text{error}|+1) = p(\text{error}|-1) .$$

Per calcular-la suposarem que s'ha transmès $d_1 = -1$:

$$\begin{aligned} p(\text{error}|d_1 = -1) &= p(r_d > 0) = p(-A_c T_b + n_d > 0) = p(n_d > A_c T_b) = \\ &= p \left(\frac{n_d}{\sigma_{n_d}} > \frac{A_c T_b}{\sigma_{n_d}} \right) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right) \int_{\frac{A_c T_b}{\sigma_{n_d}}}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \\ &= Q \left(\frac{A_c T_b}{\sigma_{n_d}} \right) = Q \left(\sqrt{\frac{2E_b}{\eta_0}} \right) \end{aligned}$$

on s'ha utilitzat que:

$$\sigma_n^2 = \eta_0 T_b / 2 \quad \text{y} \quad E_b = A_c^2 T_b .$$

Per la qual cosa finalment podem escriure:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{\eta_0}}\right).$$

que coincideix amb la probabilitat d'error d'un sistema de comunicació digital que no utilitzi la tècnica d'espectre eixamplat, fet que ens confirma que aquesta tècnica no pot combatre el soroll blanc però que tampoc degrada les seves prestacions.

5.2. Presència d'interferències

En primer lloc, suposem que la interferència és un to centrat en la freqüència portadora del senyal desitjat, per la qual cosa el senyal banda base que rebem serà:

$$r(t) = A_c d(t) p(t) + n(t) + I.$$

I el senyal en la sortida de l'integrador (figura 7):

$$r_d = A_c T_b d_1 + n_d + \int_0^{T_b} I \cdot p(t) \cdot dt = A_c T_b d_1 + n_d + X_I.$$

El component degut a la interferència es pot descompondre en:

$$\begin{aligned} X_I &= I \int_0^{T_b} p(t) \cdot dt = I \left(\int_0^{T_c} p_1 \cdot dt + \int_{T_c}^{2T_c} p_2 \cdot dt + \dots + \int_{(L_c-1)T_c}^{L_c T_c} p_{L_c} \cdot dt \right) = \\ &= I \cdot T_c \cdot \left(\sum_{i=1}^{L_c} p_i \right) \end{aligned}$$

on T_c és el període de xip i cada p_i representa els bits de la seqüència $p(t)$ que poden prendre els valors +1 o -1 amb probabilitat 1/2. Suposant que la relació d'eixamplament és gran, el teorema central del límit ens permet aproximar la variable aleatòria X_I per una variable aleatòria gaussiana de mitjana zero i variància:

$$\begin{aligned} E[X_I^2] &= I^2 \cdot T_c^2 \cdot E\left[\left(\sum_{i=1}^{L_c} p_i\right)^2\right] = I^2 \cdot T_c^2 \cdot E\left[\sum_{i=1}^{L_c} p_i^2 + 2 \cdot \sum_{i,j=1}^{L_c} p_i \cdot p_j\right] = \\ &= I^2 \cdot T_c^2 \cdot L_c = \frac{I^2 \cdot T_b^2}{L_c} \end{aligned}$$

Si tenim en compte l'efecte conjunt del soroll i la interferència, podem definir una variable nova w_d que té en compte els dos components que distorsionen el senyal (30). Així doncs, tindrem:

$$r_d = A_c T_b d_1 + n_d + X_I = A_c T_b d_1 + w_d ,$$


de manera que la variable w_d és la suma de dues variables aleatòries gaussianes de mitjana zero. Per tant, la nova variable tindrà mitjana zero i desviació típica:

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{\eta_0 T_b}{2} + \frac{I^2 T_b^2}{L_c}} .$$

Si calculem la probabilitat d'error anàlogament a com ho hem fet per al cas de soroll blanc, obtindrem:

$$P_e = Q \left(\frac{A_c T_b}{\sqrt{\frac{\eta_0 T_b}{2} + \frac{I^2 T_b^2}{L_c}}} \right) = Q \left(\sqrt{\frac{2E_b}{\eta_0 + \frac{2I^2 T_b}{L_c}}} \right) .$$

Aquest resultat ens confirma que la potència de la interferència queda reduïda en un factor igual a L_c , el guany de processament.

 Noteu que ja havíem obtingut aquest resultat de manera purament intuïtiva en l'apartat 2.3 ("Efecte d'una interferència de banda estreta").

Si el senyal interferent és un soroll de banda ampla que ocupa tota la banda útil del senyal eixamplat, llavors el producte d'aquest senyal per la seqüència codi ocuparà una banda encara més gran i apareixerà en l'integrador com un soroll blanc. Llavors la probabilitat d'error serà determinada per:

$$P_e = Q \left(\sqrt{\frac{2E_b}{(\eta_0 + \eta_{0j})}} \right) ,$$

on η_{0j} és la densitat de potència del senyal interferent en la banda completa, definida com a $\eta_{0j} = P_j / W$.

L'equació anterior ens proporciona una visió conjunta de l'efecte del soroll i les interferències en la probabilitat d'error del sistema. En sistemes d'espectre eixamplat amb moltes interferències direm que el sistema està dominat per interferències. En aquests casos podrem considerar el soroll menyspreable (enfront de les interferències) i tenir només en compte les interferències. L'equació de la probabilitat d'error queda:

$$P_e = Q \left(\sqrt{\frac{2E_b}{\eta_{0j}}} \right) .$$

Fet que estableix un resultat molt genèric per a la probabilitat d'error i ens indica la importància de la relació entre l'energia del bit i la densitat de potència de la interferència. La relació entre E_b / η_{0f} s'utilitza molt sovint per al disseny d'alguns paràmetres del sistema.

5.3. Marge d'interferències

En sistemes dominats per interferències ens preguntarem pel màxim nivell d'interferència que el sistema és capaç de tolerar. Considerem la relació entre E_b / η_{0f} i altres paràmetres del sistema amb més detall. Podem expressar aquesta relació de la manera següent:

$$\frac{E_b}{\eta_{0f}} = \frac{P_s T_b}{P_I / W} = \frac{P_s / R}{P_I / W} = \frac{W / R}{P_I / P_s},$$

on P_s i P_I són les potències del senyal desitjat i de la interferència respectivament i W i R , les taxes de la seqüència PN i de la informació.

En la pràctica, en planificar un sistema especificarem la relació E_b / η_{0f} per prefixar una determinada probabilitat d'error. Podem escriure l'equació anterior mitjançant l'ús de decibels de la manera següent:

$$10 \cdot \log \frac{P_I}{P_s} = 10 \cdot \log \frac{W}{R} - 10 \cdot \log \frac{E_b}{\eta_{0f}}$$

$$\left(\frac{P_I}{P_s} \right)_{dB} = \left(\frac{W}{R} \right)_{dB} - \left(\frac{E_b}{\eta_{0f}} \right)_{dB}$$

La relació entre la potència de la interferència i la potència del senyal desitjat es coneix amb el nom de *marge d'interferència*, ja que ens indica quin és el nivell de potència màxim que pot arribar a tenir una interferència sense que ens produeixi una taxa d'error superior a la desitjada.

Exemple

Suposem que en un determinat sistema de comunicació, per a mantenir la taxa d'error en un nivell acceptable, necessitem una relació E_b / η_{0f} de 10 dB. Determineu el guany de processament que hem d'utilitzar per a garantir que tenim un marge d'interferència de 20 dB.

En aquest cas, queda clar que si el marge d'interferències ha de ser de 20 dB i la relació E_b / η_{0f} és de 10 dB, la relació entre W/R haurà de ser de 30 dB. Així doncs, el guany de processament, que coincideix amb aquesta relació, tindrà un valor de $L_C = W/R = 1.000$.

5.4. Guany de codificació i guany de processament

En introduir codis de protecció d'error en una seqüència de dades, també experimentem un augment de l'amplada de banda que ens protegeix de les in-

terferències i del soroll del canal. Així doncs, el guany de codificació té un paper anàleg al del guany de processament, per la qual cosa podem reescriure l'equació del marge d'interferències tenint en compte tots dos factors.

El guany de codificació es defineix de la manera següent:

$$G_C = R_C \cdot d_{\min}^H$$

on R_C és la taxa del codi i d_{\min}^H , la distància mínima de Hamming. Tenint en compte aquesta expressió, podem escriure el marge d'interferències de la manera següent:

$$\left(\frac{P_I}{P_S}\right)_{dB} = \left(\frac{W}{R}\right)_{dB} + (G_C)_{dB} - \left(\frac{E_b}{\eta_{0f}}\right)_{dB}.$$

Exemple

Suposem un sistema de comunicació en què es necessita una relació E_b / η_{0f} de 15 dB perquè la probabilitat d'error estigui dins dels límits admesos. El sistema de codificació utilitza un codi amb una distància mínima de Hamming de 3 i una taxa de codi de $\frac{1}{2}$. La seqüència resultant es modula en DS amb una relació d'eixamplament de 250. Determinarem els decibelis en què la potència del senyal interferent pot superar el senyal desitjat.

Hem de determinar els dB associats al guany de codificació i al guany de processament:

$$(G_C)_{dB} = 10 \cdot \log\left(\frac{3}{2}\right) = 1,76 \text{ dB}$$

$$\left(\frac{W}{R}\right)_{dB} = 10 \cdot \log(250) = 23,97 \text{ dB}$$

El marge d'interferències serà, per tant, de:

$$\left(\frac{P_I}{P_S}\right)_{dB} = 23,97 + 1,76 - 15 = 10,74 \text{ dB}$$

que estableix que el senyal interferent pot estar 10,74 dB per sobre del senyal desitjat.

6. Accés múltiple per divisió en codi (CDMA)

La capacitat dels sistemes d'espectre eixamplat d'atenuar tots aquells senyals (interferències) que no vagin adequadament codificats es pot aprofitar per a multiplexar diversos canals de dades, o usuaris, que comparteixin la mateixa banda de freqüència simultàniament. La idea bàsica és la de transmetre simultàniament diversos canals de dades, o la transmissió simultània de diferents usuaris a la mateixa banda de freqüències, cadascun dels quals utilitza un codi o seqüència PN diferent. En recepció es podrà accedir a un canal (o usuari) determinat utilitzant com a seqüència desmoduladora la mateixa seqüència pseudoaleatòria que es va fer servir per a fer la modulació, i la resta d'usuaris seran tractats com a interferència, que anomenarem d'*accés múltiple* (MAI, *multiple access interference*). A partir d'aquest plantejament, entenem que es pugui parlar d'un sistema d'accés múltiple per divisió en codi (CDMA, *code division multiple access*). Segons la manera d'aconseguir el senyal d'espectre eixamplat, es poden distingir dos tipus d'accessos múltiples CDMA: DS-CDMA (si s'utilitza una tècnica d'espectre eixamplat basada en seqüència directa), o FH-CDMA (si s'utilitza una tècnica d'espectre eixamplat basada en salts de freqüència). Aquesta idea general s'il·lustra en la figura 28 per als casos DS-CDMA (a dalt) i FH-CDMA (a baix). Per al cas de DS-CDMA, depenent del grau de sincronisme entre usuaris, podem també establir una classificació i parlarem d'un sistema síncron, o quasisíncron (Qs-CDMA) quan hi hagi sincronia entre les seqüències $p(t)$ de tots els usuaris del sistema, i sistema asíncron (A-CDMA) quan no hi hagi aquesta sincronia.

Exemple

Després del debat sobre els avantatges del TDMA (accés múltiple per divisió de temps) i els del CDMA, el 1993 aquest últim fou acceptat per l'Associació d'Indústries de Telecomunicacions (TIA), i va ser el sistema usat en la telefonia mòbil nord-americana IS-95. El seu homòleg europeu, el GSM, usava una multiplexació mixta TDMA/FDMA (accés múltiple per divisió en freqüències). L'accés per CDMA és la tècnica emprada en sistemes de telefonia mòbil de la tercera generació, com ara la UMTS a Europa, o la IMT 2000 als EUA, ja que permet augmentar el nombre d'usuaris en una mateixa banda de freqüències. També és utilitzat en comunicacions per alguns satèl·lits d'òrbita baixa, en els codis del sistema de posicionament GPS i en mòdems de televisió per cable.

En el cas DS-CDMA l'ús de la mateixa seqüència pseudoaleatòria entre el transmissor i el receptor permetrà comprimir l'espectre de l'usuari d'interès en la banda de senyal d'informació, mentre que la resta de senyals (o usuaris) seran tractats com a interferències de banda ampla. Si la relació d'eixamplament és prou gran, la major part de la potència dels canals no sintonitzats es pot eliminar per filtratge i deixar un residu d'interferència (MAI).

En el cas FH-CDMA els salts en freqüència en el receptor estan sincronitzats amb un usuari concret i, per tant, anem seguint les dades d'aquest usuari com si es transmetessin de manera contínua sense salts de freqüència. La resta

d'usuaris no seran rebuts quan estan transmetent a freqüències diferents. Si el nombre d'usuaris és elevat podrà passar amb una certa probabilitat que dos (o més usuaris) transmetin simultàniament a la mateixa freqüència. En aquell cas es produiria una interferència entre els usuaris que "bloquejaria" la comunicació durant un breu instant de temps. Com que en els salts de freqüència anteriors i posteriors no es produïrien interferències entre aquests usuaris la comunicació a llarg termini estaria garantida i la col·lisió seria tractada com una interferència (MAI) que degradaria lleugerament les prestacions (de la mateixa manera que ho degradaria la interferència en el cas DS-SS-SS-SS).

En ambdós casos es tracta, per tant, d'un sistema de comunicació en el qual diversos usuaris poden compartir el mateix canal i transmetre de manera simultània en el temps i en la mateixa banda de freqüències. El criteri que permet separar els usuaris en el receptor és el codi de la seqüència pseudoaleatòria amb la qual s'ha realitzat la transmissió.

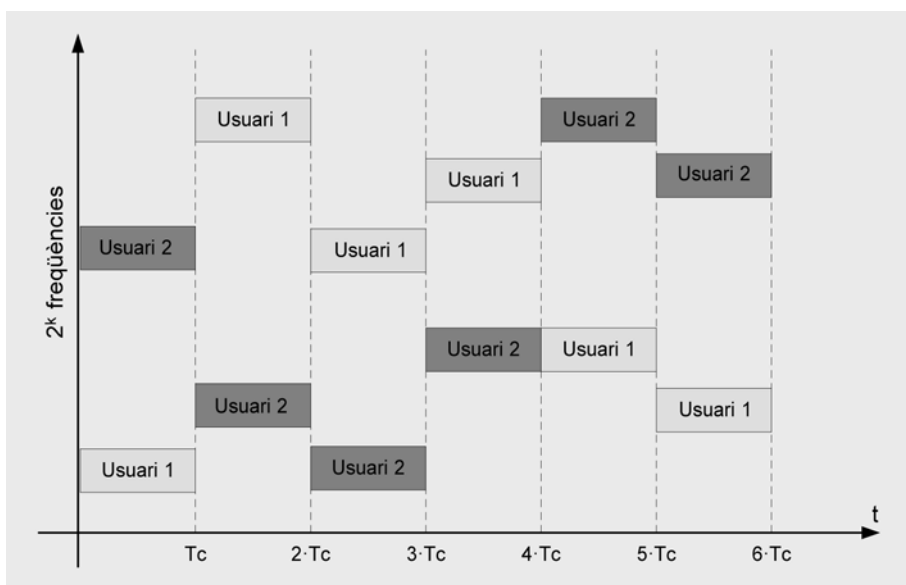
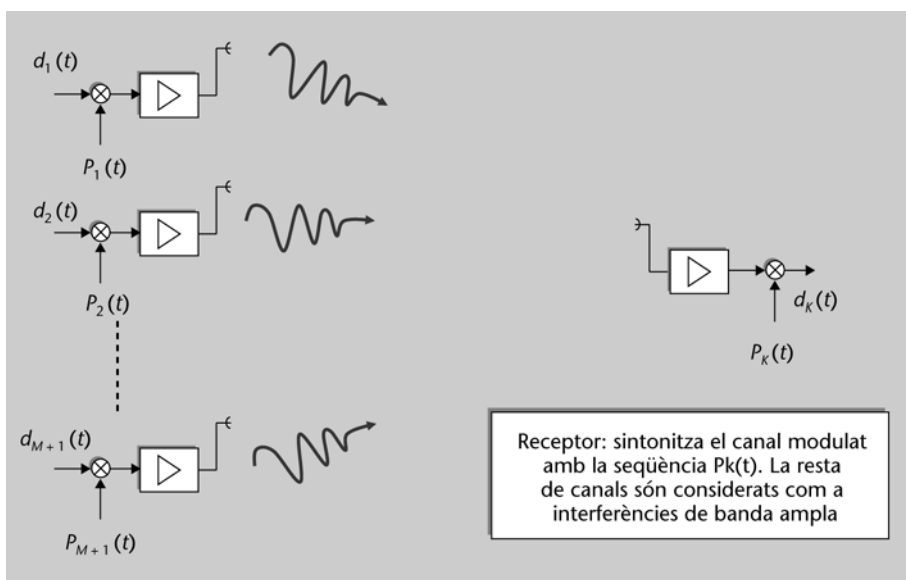


Figura 28. Diagrama genèric d'un sistema de múltiples usuaris multiplexats en codi. Esquema DS-SS-SS-SS (a dalt), FH-CDMA (a baix).

6.1. Síncron (quasisíncron) CDMA (Qs-CDMA)

Un sistema síncron CDMA requereix que les seqüències moduladores de tots els usuaris del sistema estiguin perfectament sincronitzades. La necessitat d'aquest sincronisme recau en el fet que s'utilitzen seqüències moduladores que són perfectament ortogonals (correlació creuada nul·la) quan estan perfectament sincronitzades. Malauradament, com veurem a continuació amb un exemple, aquestes seqüències tenen molt males propietats de correlació creuada (gran correlació creuada) quan no estan alineades (sincronitzades). Per aquest motiu serà imprescindible garantir una bona sincronia entre usuaris si no es vol incórrer en valors molt elevats d'interferència multiusuari (MAI).

Plantegem-ho amb un exemple concret. Observem que les seqüències $p_1(t)$ a $p_4(t)$ de la figura 29 són quatre seqüències que són ortogonals, que vol dir que compleixen la propietat:

$$\int_0^{4T_c} p_i(t) \cdot p_j(t) \cdot dt = \begin{cases} 4T_c & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

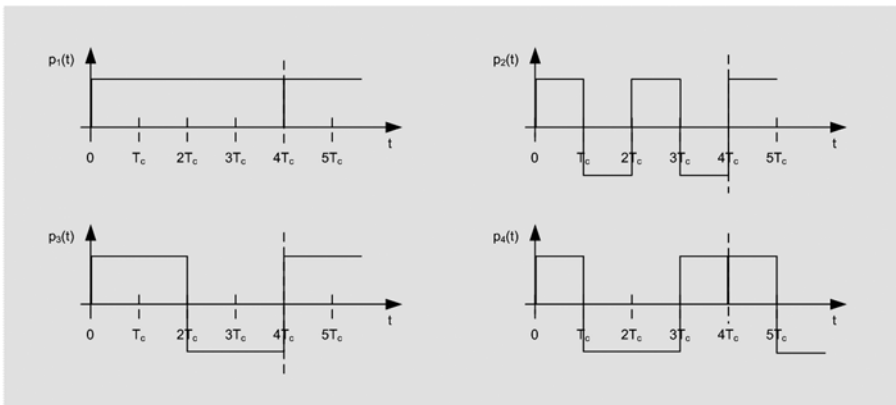


Figura 29. Exemple de seqüències ortogonals de longitud 4 xips

Per tant, a la sortida de l'integrador (figura 7), tots els productes creuats de $p_i(t) \cdot p_j(t)$ s'anul·laren excepte el de l'usuari d'interès $i = j$. En conseqüència, aconseguirem un sistema sense interferència (és a dir amb MAI = 0), ja que anul·larem completament tots els canals/usuaris excepte el que es vol descodificar. Per a evidenciar la importància del sincronisme amb les seqüències de la figura 29, n'hi ha prou de veure què passaria si, per exemple, el senyal de l'usuari 4 es retardés un xip (T_c segons). En aquest cas, com s'il·lustra en la figura 30, és fàcil observar que la seqüència moduladora de l'usuari 3 coincidiria amb la de l'usuari 4 i en conseqüència resultaria impossible separar la informació d'aquests dos usuaris (vegeu la figura de l'esquerra). Aquest fenomen s'evidencia, també, analitzant la correlació creuada entre les seqüències $p_3(t)$ i $p_4(t)$. En la figura 30 es veu que la correlació creuada en l'origen (sincronisme perfecte) és zero, mentre que la correlació creuada en T_c segons (error de sin-

cronisme de T_c segons) és màxima, fet que genera un nivell excessiu d'interferència d'accés múltiple MAI.

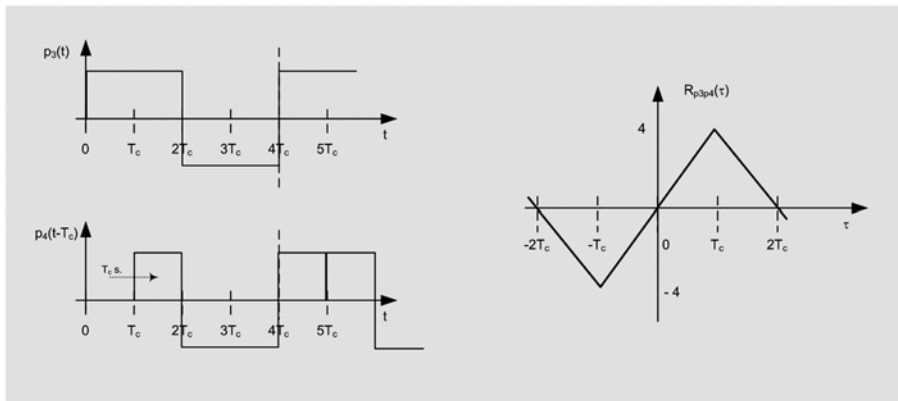


Figura 30. Impacte d'un error de sincronisme en un sistema CDMA síncron. Comparació entre $p_3(t)$ i $p_4(t - T_c)$ (esquerra). Correlació creuada entre les seqüències $p_3(t)$ i $p_4(t)$ (dreta).

Quan l'accés múltiple tingui com a objectiu transmetre simultàniament diferents senyals que es generen físicament en un mateix lloc, resultarà factible garantir un sincronisme (alineament) perfecte entre les diferents seqüències moduladores. Ara bé, quan l'accés múltiple tingui com a objectiu transmetre simultàniament diferents senyals de diferents usuaris que es generen físicament en llocs separats, tot i que s'implementi un sistema de sincronisme entre usuaris, resultarà impossible garantir un sincronisme perfecte i sempre quedarà un error de sincronisme entre usuaris. Direm en aquest cas que el sistema és *quasisíncron* i parlarem d'un sistema quasisíncron CDMA (Qs-CDMA) que presentarà un petit residu d'interferència d'accés múltiple MAI que serà més propera a zero com més precís sigui el sincronisme.

Un possible conjunt de seqüències utilitzat pel sistema Qs-CDMA són les seqüències de Walsh-Hadamard generades a partir de les files de la matriu ortogonal de Walsh-Hadamard. Aquestes seqüències són de longitud 2^k ($k = 1, 2, 3, 4, \dots$) i s'obtenen de manera recursiva així:

$$H(2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H(2^2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H(2^k) = \begin{bmatrix} H(2^{k-1}) & H(2^{k-1}) \\ H(2^{k-1}) & -H(2^{k-1}) \end{bmatrix}$$

Nota


És important observar que, quan s'utilitzen les seqüències de Walsh-Hadamard com a seqüències moduladores, no podem dir que Qs-CDMA sigui una tècnica de comunicacions

d'espectre eixamplat amb totes les propietats que comporta pel fet que el grau d'eixamplament espectral no és el mateix per a tots els usuaris. Agafant com a exemple les quatre seqüències de la figura 29 i comparant la seqüència $c_1 = \{1, 1, 1, 1\}$ amb la seqüència $c_2 = \{1, -1, 1, -1\}$, es pot veure que, mentre que l'usuari que utilitza la seqüència $p_2(t)$ (amb màxim nombre de transicions) veurà eixamplat el seu espectre en un factor de 4, l'usuari que utilitza la seqüència $p_1(t)$ (seqüència tota d'uns) veurà que el senyal transmès coincideix amb el senyal d'informació i, per tant, el seu espectre no es veurà eixamplat (ni tan sols modificat). En conseqüència, podem dir que el cas en què hi hagués una interferència externa, el grau de protecció dels diferents usuaris no seria el mateix. Mentre que l'usuari 2 seria l'usuari més protegit, l'usuari 1 no tindria capacitat de protegir-se enfront de la interferència.

Tot i que la tècnica Qs-CDMA pot semblar molt interessant com a tècnica d'accés múltiple, ja que permet reduir al màxim la MAI, s'ha de tenir en compte que el cost de garantir el sincronisme entre usuaris no és gratuït i requerirà pilots i seqüències que s'han d'enviar per la xarxa per aconseguir sincronitzar els codis de tots els usuaris. Aquest sincronisme comportarà una pèrdua d'eficiència espectral (definida en bits/s/Hz), en estar utilitzant espectre o intervals de temps per a enviar dades que no corresponen a informació útil. Per aquest motiu, una tècnica Qs-CDMA resultarà útil quan el senyal és generat físicament en el mateix lloc, com és el cas del canal de baixada d'un sistema de telefonia mòbil, que va des de l'estació base cap als usuaris. En aquest cas el senyal destinat a cadascun dels usuaris parteix físicament del mateix lloc (estació base) i, per tant, resultarà factible garantir el sincronisme entre ells. En el cas del canal de pujada, des dels usuaris cap a l'estació base, el senyal procedent de cadascun dels usuaris parteix físicament de llocs diferents i, per tant, caldrà destinar esforços a sincronitzar tots els usuaris. Quan el sincronisme sigui excessivament costós de garantir caldrà pensar en tècniques que puguin obviar aquest sincronisme, que es descriuen en el subapartat següent.

6.2. Asíncron CDMA (A-CDMA)

Un sistema asíncron CDMA no requereix cap tipus de sincronisme entre les seqüències moduladores dels diferents usuaris del sistema. El fet de relaxar el requisit de sincronisme entre usuaris implicarà que s'hagin d'utilitzar seqüències amb bones propietats de correlació creuada. Les seqüències de Gold (1967) o de Kasami (1966) seran el tipus de seqüències utilitzades per aquesta tècnica d'accés múltiple. En el cas d'A-CDMA, com no cal un sincronisme de xarxa, podria semblar una tècnica més eficient. Malgrat això, cal observar que aquesta tècnica, a diferència de Qs-CDMA, no garanteix l'ortogonalitat entre usuaris i, per tant, presenta MAI. Aquesta interferència reduirà el nombre màxim d'usuaris que poden accedir al sistema, fet que comportarà una pèrdua en l'eficiència espectral (definida en bits/s/Hz). Com ja s'ha vist, una tècnica d'espectre eixamplat amb codis de longitud N requereix una amplada de banda N vegades superior que només es veurà compensada en termes d'eficiència espectral si el nombre d'usuaris que accedeixen simultàniament al sistema és N . Si el nombre d'usuaris és inferior es produeix una reducció en l'eficiència espectral, en ocupar una banda superior a l'estrictament necessària.

 Sobre les seqüències de Gold o de Kasami, vegeu el subapartat 3.5, "Correlació creuada entre seqüències PN".

Lectura complementària

R. Gold (1967, octubre). "Optimal binary sequences for spread spectrum multiplexing". *IEEE Trans. Inform. Theory* (vol. IT-13, núm. 5, pàg. 619-621).

T. Kasami (1966). "Weight distribution formula for some class of cyclic codes". *Coordinated Science Laboratory*. Universitat d'Illinois, Urbana: Tech. Rep. R-285 (AD632574).

Ens preguntarem, doncs, quin és el nombre màxim d'usuaris que poden utilitzar un sistema A-CDMA. Per a respondre aquesta pregunta assumim, en primera aproximació, que tots els usuaris es reben amb la mateixa potència (més endavant farem una breu reflexió sobre què passa quan els senyals es reben amb potències diferents). Si suposem que treballem en un sistema amb $M + 1$ usuaris que es reben amb la mateixa potència, en intentar descodificar un dels usuaris tindrem que la resta d'usuaris (M usuaris) actuen com a interferències. Si considerem que el nombre d'usuaris M és elevat, podrem considerar que estem davant d'un problema dominat per interferències i, per tant, podrem menysprear l'efecte del soroll additiu.

En aquest cas, podem establir que la relació entre la potència rebuda per al senyal desitjat i la interferència (causada pels altres M usuaris) serà determinada per:

$$\frac{P_s}{P_N} = \frac{P_s}{M \cdot P_s} = \frac{1}{M}$$

expressió que podrem utilitzar amb els resultats del marge de interferències derivats a l'apartat anterior per dissenyar el sistema calculant el màxim nombre d'usuaris que pot suportar.

Exemple

Suposeu que en un determinat sistema CDMA es requereix una probabilitat d'error de 10^{-6} , que es correspon amb una E_b / η_{0f} de 13 dB. Determineu el màxim nombre d'usuaris amb els quals podem treballar tenint en compte que la relació d'eixamplament és de 1.000 i que el guany de codificació és de 6 dB.

Solució

Hem de calcular el nivell màxim d'interferència que podem admetre, tenint en compte el nombre d'usuaris:

$$\left(\frac{P_I}{P_S} \right) = M$$

El marge d'interferències que tenim en el sistema és:

$$\left(\frac{W}{R} \right)_{dB} + (G_C)_{dB} - \left(\frac{E_b}{\eta_{0f}} \right)_{dB} = 30 + 6 - 13 = 23 \text{ dB}$$

Per la qual cosa:

$$M = 10^{2.3} = 199,5$$

El nombre màxim d'usuaris és, per tant, de 199.

La hipòtesi que suposa que tots els usuaris es reben amb la mateixa potència és molt restrictiva. En la pràctica, les distàncies transmissor-receptor a les quals es troben els diferents usuaris poden ser molt diferents i, per tant, tenint en compte que l'atenuació per propagació és creixent amb la distància, es poden rebre senyals amb potències molt disperses. Pensem, per exemple, una situació

límit en un sistema de telefonia mòbil amb $M + 1$ usuaris en la qual un usuari és al costat de l'estació base, mentre que la resta d'usuaris se'n troben tots molt allunyats. Assumim, en el mateix exemple, que la potència de l'usuari més potent és K vegades superior a la de la resta d'usuaris. És evident que l'usuari més potent es podrà descodificar sense cap problema. Per contra, si volem descodificar un dels usuaris febles, podria arribar a ser quasi impossible si K és molt gran. La potència del senyal interferent majoritàriament provocat per l'usuari més potent serà K vegades superior a la potència del senyal d'interès. Tot i aplicar el guany de processament, que redueix en un factor L_c el nivell de la interferència, aquesta pot continuar essent més gran que la potència del senyal d'interès (n'hi ha prou que imaginem un valor de K prou gran) i, per tant, resultarà molt difícil aconseguir descodificar correctament l'usuari feble. Aquest fenomen de desequilibri de potències entre usuaris en un sistema CDMA es coneix amb el nom d'*efecte near-far*, originari de la terminologia anglesa, que fa referència al fet que uns usuaris poden estar més a prop que altres del receptor i això provoca, en conseqüència, senyals amb diferents nivells de potència.

L'*efecte near-far*, com acabem d'argumentar, serà un problema greu en sistemes CDMA, ja que pot provocar que els usuaris febles quedin bloquejats (impossibles de descodificar) pel més forts. Per a evitar aquest fenomen en algunes aplicacions (com és el cas de la telefonia mòbil) l'estació base fa un control de potència sobre els diferents usuaris amb la finalitat de combatre l'*efecte near-far*. L'objectiu és garantir potències similars en recepció per a tots els usuaris. Aquest control de potència monitoritza la potència amb la qual es rep cadascun dels usuaris, i s'indica a cadascun dels usuaris, mitjançant un canal de retorn, si han d'augmentar o reduir la potència transmesa a fi d'igualar les potències rebudes per a tots els usuaris. Cal observar que en els sistemes que implementen un control de potència es pot suposar que els senyals dels diversos usuaris es reben amb igual potència i, per tant, el supòsit amb el qual s'ha resolt l'exemple anterior és prou realista.

6.3. Avantatges i inconvenients de CDMA

A mode de resum, i com a conclusió d'aquest apartat, enunciem a continuació els principals avantatges i inconvenients d'aquesta tècnica d'accés múltiple en relació amb altres de més clàssiques com TDMA o FDMA.

Avantatges

- Tot i que històricament no ha estat una tecnologia gaire utilitzada, actualment ja podem parlar de tecnologia madura: hi ha alguns sistemes de telefonia mòbil i de comunicacions per satèl·lit operant amb aquesta tècnica.
- Permet un refús d'interferències de banda estreta. Per tant, resulta útil en entorns amb molta interferència (per exemple, entorns industrials).
- Baixa probabilitat que el senyal sigui interceptat.

- Permet reutilitzar freqüències.
- En tractar-se d'un sistema d'espectre eixamplat, si el sistema no treballa a plena càrrega (amb un nombre d'usuaris més petit que el màxim permès) un sistema CDMA pot no degradar altres sistemes ja existents (TDMA, FDMA) i, per tant, pot coexistir amb aquests sistemes.
- Es poden aplicar a comunicacions analògiques o digitals.
- La tècnica A-CDMA, en tractar-se d'una tècnica asíncrona en temps, no requereix una sincronització temporal entre usuaris.
- Amb la tècnica Qs-CDMA, dissenyant adequadament els algoritmes de sincronització, aconseguim ortogonalitat entre usuaris i, per tant, és una tècnica lliure de MAI.
- Permet una flexibilitat elevada alhora de poder canviar els codis assignats a cada usuari i la quantitat de recursos assignats (a cada usuari se li poden assignar un, dos, o més codis, i s'aconsegueix adaptar la velocitat de transmissió de cada usuari d'acord amb les necessitats).
- Permet una flexibilitat elevada alhora de poder decidir quin usuari cal decodificar. N'hi ha prou que el receptor seleccioni el codi de l'usuari que vol desmodular per a commutar entre usuaris.

Inconvenients

- Amb la tècnica Qs-CDMA cal una sincronització de la xarxa per a tenir sincronitzats tots els codis.
- Amb la tècnica A-CDMA el sincronisme de la xarxa no és necessari, però el preu a pagar és que els codis no són perfectament ortogonals i, per tant, apareix MAI en forma d'interferència entre usuaris, que redueix el nombre màxim d'usuaris que poden accedir al sistema.
- En totes dues tècniques d'accés múltiple A-CDMA i Qs-CDMA (especialment en A-CDMA) cal un control de potència en els transmissors per a evitar l'efecte prop-lluny (*efecte near-far*).

Conclusions

Els sistemes de comunicació d'espectre eixamplat es caracteritzen pel fet que la comunicació es fa utilitzant una amplada de banda molt superior (ordres de magnitud) al mínim necessari per als requisits de velocitat de transmissió. Aquest fet implica una considerable reducció de l'eficiència espectral (bits per segon per hertz). En les aplicacions militars, que van donar origen a aquest tipus de sistemes, la pèrdua d'eficiència espectral estava suficientment justificada si s'assolia l'objectiu d'ocultar les comunicacions a l'enemic. En aplicacions civils, però, aquesta pèrdua d'eficiència espectral exigeix més beneficis si es vol implementar en aplicacions comercials tenint en compte la limitació que hi ha de l'espai radioelèctric utilitzat per a comunicacions. Les principals característiques que en justifiquen l'ús són la robustesa davant les interferències, la capacitat de coexistir amb altres sistemes de comunicació i la capacitat de xifratge de la informació. En un sistema de comunicacions que no ha d'explotar cap d'aquests avantatges, les tècniques d'espectre eixamplat continuen mantenint l'interès si la pèrdua d'eficiència espectral produïda per l'increment d'amplada de banda (inherent als sistemes d'espectre eixamplat) es compensa amb un increment en el nombre d'usuaris que transmeten simultàniament. Aquesta reutilització del sistema de comunicacions per part de múltiples usuaris dóna lloc a l'anomenada tècnica d'accés múltiple per divisió en codi CDMA. En resum, les tècniques d'espectre eixamplat les podem trobar en aplicacions comercials per a un únic usuari (quan la comunicació requereixi robustesa davant d'interferències, hagi de coexistir amb altres sistemes o requereixi un xifratge de les dades), o en sistemes multiusuari. Exemples del primer cas en trobem en sistemes de comunicació sense fil com Wi-Fi o Bluetooth. Exemples del segon cas en trobem en el sistema de telefonia mòbil de tercera generació.

En aquest mòdul, hem vist que hi ha dues tècniques d'espectre eixamplat ben diferents però que assoleixen objectius similars: la tècnica d'espectre eixamplat per seqüència directa (DS) i la tècnica d'espectre eixamplat per salts de freqüència (FH). En la primera part del mòdul s'han presentat breument totes dues tècniques i s'ha vist la manera d'aconseguir les característiques d'un sistema d'espectre eixamplat. La segona part del mòdul s'ha centrat en la tècnica d'espectre eixamplat per seqüència directa i s'ha analitzat la robustesa enfront de les interferències i també el disseny de les seqüències utilitzades, el disseny del receptor, incloent-hi els algorismes de sincronisme necessaris, i el càlcul de la probabilitat d'error en presència d'interferències. L'última part del mòdul ha presentat les tècniques d'espectre eixamplat utilitzades com a tècnica d'accés múltiple.

Activitats

1. Determineu l'espectre d'un tren de polsos binari aleatori.
2. Representeu l'estructura SSRG d'un generador de màxima longitud amb 32 registres de desplaçament. Utilitzeu els valors de la taula 1 de l'apartat 3.
3. Determineu la seqüència que s'obté en la sortida del següent generador de seqüències. Indiqueu si es tracta d'un generador de màxima longitud.

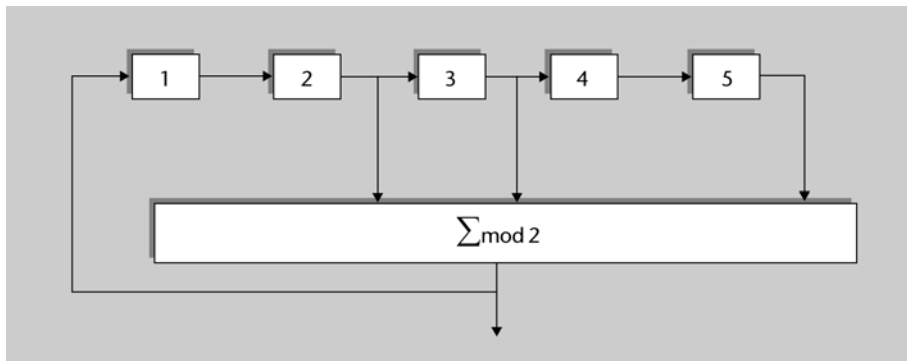


Figura 31. Estructura SSRG de 5 etapes

4. Considereu les dues estructures SSRG per a generar seqüències pseudoaleatòries de la figura 31.
 - a) Determineu la seqüència generada per la primera estructura SSRG.
 - b) Determineu la seqüència generada per la segona estructura SSRG.
 - c) Expliqueu si es tracta de seqüències de màxima longitud.
 - d) Determineu l'autocorrelació de la primera seqüència quan es produeix un desplaçament de tres mostres.
 - e) Determineu la correlació creuada entre la seqüència obtinguda en el punt a i l'obtinguda en el punt b .
 - f) Calculeu la correlació creuada quan desplaça circularment la seqüència obtinguda en el punt b quatre mostres cap a la dreta.
 - g) Si s'utilitza una suma en mòdul 2 per a combinar les dues seqüències en una seqüència de Gold, determineu la seqüència de Gold obtinguda a partir de les seqüències obtingudes en els punts a i b .
 - h) Repetiu el que proposa l'apartat f , però ara desplaçant la seqüència obtinguda en el punt a cinc mostres a la dreta de manera circular. Quina és la seqüència de Gold que s'obté? És la mateixa que l'obtinguda en el punt g ? Quina és la correlació creuada entre ambdues freqüències?

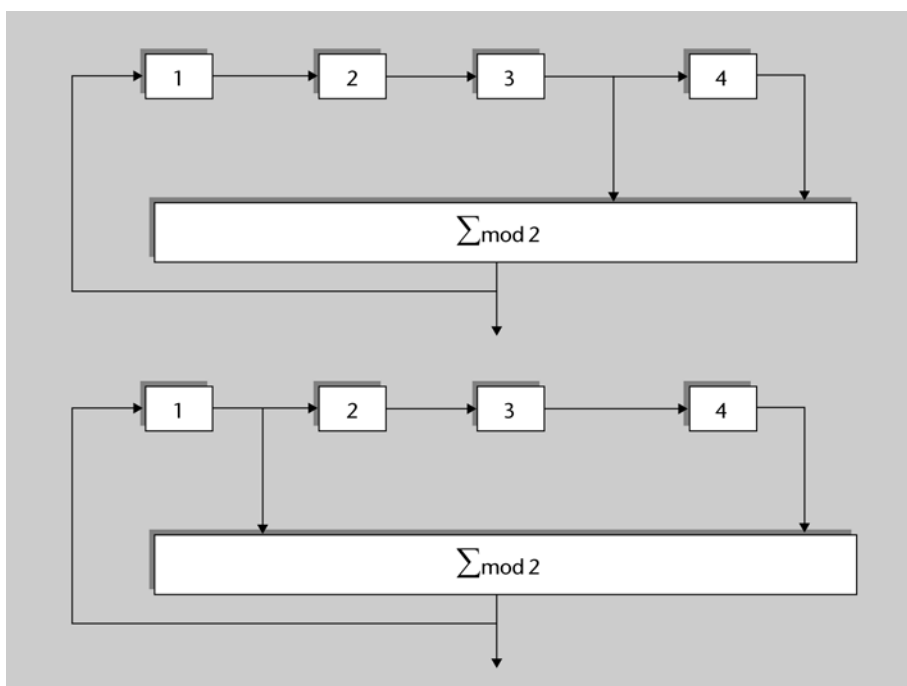


Figura 32. Estructures SSRG per a la generació de seqüències pseudoaleatòries

5. Suposem que tenim un sistema DS en què volem obtenir una relació E_b/η_{of} de 15 dB amb l'objecte de mantenir la probabilitat d'error en uns marges acceptables. El sistema treballa amb una relació d'eixamplament de 256. Determineu en quants decibels pot superar la interferència la potència del senyal desitjat.

6. En un sistema de comunicació per DS es requereix que la relació E_b/η_{of} sigui de 10 dB a fi de mantenir la probabilitat d'error en uns límits acceptables. La seqüència de dades es codifica mitjançant codis de protecció d'error de Hamming utilitzant blocs de dades d'1 bit. Sabem que els senyals interferents davant dels quals hem de treballar poden tenir una potència de 15 dB superior a la del senyal desitjat. Determineu la relació d'eixamplament que haurà de tenir el sistema DS.

7. En un sistema de comunicació utilitzem un codi convolucional amb una taxa de codi de 1/2 i una distància lliure de 10 per a codificar una seqüència d'informació que té una taxa de 1.000 bps. La modulació utilitzada és PSK amb espectre eixamplat, utilitzant una freqüència de xip de 10 MHz.

- a) Determineu el guany de codificació del codi convolucional.
- b) Determineu el guany de processament.
- c) Determineu el marge d'interferències suposant que el valor de E_b/η_{of} és de 10 dB.

8. Un total de trenta usuaris comparteixen un sistema CDMA amb control de potència. Els usuaris transmeten informació a una taxa de 10 kbps mitjançant un sistema de modulació per DS. Determineu quina hauria de ser la taxa de xip perquè la probabilitat d'error fos de 10^{-6} (= 13 dB).

9. Suposem un sistema de CDMA basat en modulació per seqüència directa amb un guany de processament de 1.000 i que utilitza modulació PSK. Determineu el nombre d'usuaris suposant que cadascun d'ells es rep amb la mateixa potència i que volem obtenir una probabilitat d'error de 10^{-6} ($E_b/\eta_{of} = 13$ dB). Repetiu els càlculs si el guany de processament es redueix a la meitat.

10. Un sistema CDMA està format per quinze usuaris amb la mateixa potència que transmeten una informació de 10.000 bps utilitzant un senyal DS que opera a una freqüència d'1 MHz. La modulació utilitzada és PSK.

- a) Determineu la relació E_b/η_{of} on η_{of} és la densitat espectral de potència de la interferència combinada.
- b) Quin és el guany de processament?

11. Un sistema FH utilitza un registre de desplaçament de quinze unitats que genera una seqüència de màxima longitud. Cada estat del registre es correspon amb una freqüència portadora, que no s'encavalca amb la resta. La taxa de bit és de 100 bps i es produeix un salt de freqüència per cada bit.

- a) Calculeu el guany de processament del sistema.
- b) Quina és l'amplada de banda del sistema?

Bibliografia

Bibliografia bàsica

Proakis, J. G.; Salehi, M. (2002). *Communication Systems Engineering* (2a. ed.). Prentice Hall.

Benedetto, S.; Biglieri, E. (1999). *Principles of Digital Transmission*. Kluwer Academic Press / Plenum Publishers.

Proakis, J. G. (2003). *Digital Communications* (4a. ed.). McGraw-Hill.

Bibliografia complementària

Carlson, A. B. (2001). *Communication Systems: An Introduction to Signals and Noise in Electrical Communication* (4a. ed.). McGraw Hill.

Gibson, Jerry D. i altres (1998). *Digital Compression for Multimedia: Principles & Standards*. Morgan Kaufman.

Golomb, S. W. (1967). *Shift Register Sequences*. San Francisco: Holden Day.

Tarrés, F. (2001). *Sistemas audiovisuales I: televisión analógica y digital*. Ediciones UPC.

Articles d'interès

Gold, R. (1967, octubre). "Optimal binary sequences for spread spectrum multiplexing". *IEEE Trans. Inform. Theory* (vol. IT-13, núm. 5, pàg. 619-621).

Kasami, T. (1966). "Weight distribution formula for some class of cyclic codes". *Coordinated Science Laboratory*. Universitat d'Illionois, Urbana: Tech. Rep. R-285 (AD632574).

Pickholtz, R. L. i altres (1982, maig). *Theory of Spread-Spectrum Communications – A Tutorial*. IEEE Trans. on Communications (vol. COM-30).

Rappaport, S. S. i altres (1984, juny). *Spread-Spectrum signal acquisition: Methods and Technology*. IEEE Com. Mag (vol. 22, núm. 6).

