

# Annex

## Aplicació pràctica de models d'investigació operativa en problemes de logística empresarial

Norberto Márquez Álvarez  
José Antonio Martín Fernández  
Xavier Mas Casanova  
Carlos Soldevilla Senar  
Carlos F. Cabañero Pisa

PID\_00186433



# Índex

<b>Introducció.....</b>	<b>5</b>
<b>1. Costos de logística.....</b>	<b>7</b>
<b>2. Esquema/resum d'investigació operativa.....</b>	<b>12</b>
<b>3. Aplicació de models d'investigació operativa a un problema d'emmagatzematge: magatzem de cuines F&amp;C.....</b>	<b>15</b>
<b>4. Aplicació de models d'investigació operativa a un problema de gestió de compres: cas OLIS OLEO.....</b>	<b>29</b>
<b>5. Aplicació de models d'investigació operativa a un problema de gestió de transport: cas Elecder-Power&amp;Control.....</b>	<b>53</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>69</b>



## **Introducció**

L'activitat logística es configura com una activitat fonamental en el posicionament estratègic de l'empresa. Per a poder dur a terme un procés de presa de decisions adequat en aquest àmbit, és important l'aplicació de models matemàtics els resultats dels quals orientin els directius logístics. Els models permeten simplificar una realitat complexa, aclarir relacions entre variables i establir una base que, juntament amb el coneixement de les situacions concretes, permetrà assolir altes cotes d'eficiència a l'hora de prendre decisions.

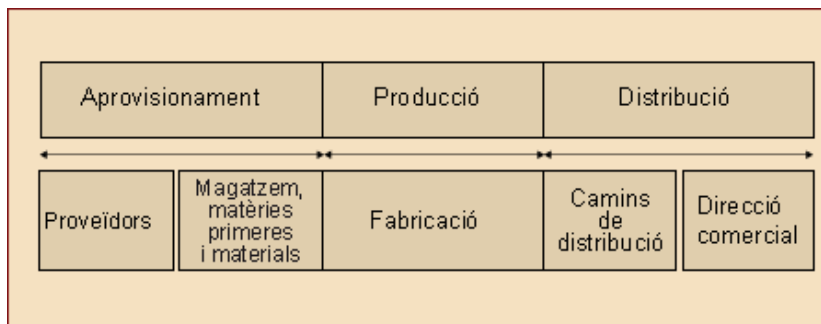
Amb aquest objectiu presentem l'annex següent, en el qual s'apliquen models de l'assignatura d'Investigació operativa en problemes reals de logística. Iniciem aquest apartat amb un resum bàsic de costos logístics i models d'investigació operativa per, a continuació, abordar la seva aplicació en problemes logístics de magatzems, compres i transport.



## 1. Costos de logística

L'activitat logística consisteix en la planificació, organització i control de totes les activitats que corresponen al flux de materials i a la informació des de les fonts de subministrament fins al punt de venda, amb l'objectiu de satisfer una demanda al cost més econòmic que sigui possible.

### Esquema



En aquesta definició es fa referència al fet que la satisfacció d'una demanda comporta sempre uns costos, els costos derivats de la cadena logística, que s'afegiran al cost del producte. Ara bé, hem de considerar que algunes vegades aquests costos afegits també comporten un valor afegit. Per tant, la logística s'encarregarà d'optimitzar aquesta relació entre valors afegits/costos afegits, de manera que el benefici aportat d'aquesta relació sigui tan gran com sigui possible.

L'expressió "comprar barat pot resultar car" pren en aquest context la seva dimensió real. Així, el fet d'incórrer en una acció de reducció de costos pot ser perjudicial, ja que els valors afegits poden ser molt inferiors proporcionalment als costos estalviats.

Per exemple, pensem en una empresa o laboratori mèdic que treu un producte al mercat per al tractament d'una malaltia determinada. Decideix abaratir costos eliminant especialistes de producte intern, amb la qual cosa el producte podrà ser ofert a millor preu al mercat. Ara bé, no existirà el valor de poder fer consultes prèvies a la implantació ni la possibilitat d'obtenir informació d'aquest procés de consultes. En aquest cas, és evident que és imprescindible (ja que es tracta d'un producte mèdic i tècnic) l'existència de professionals d'assessorament i ajuda al client o consumidor.

En qualsevol cas, la satisfacció s'obté amb la qualitat del producte/servei; per tant, una primera divisió de costos hauria de ser la corresponent a costos de la qualitat i de la no-qualitat. Sovint es comenta que "la qualitat no costa" o que la "qualitat és molt rendible" o que els "costos de qualitat acaben produint grans beneficis". Aquestes afirmacions cal demostrar-les en cada cas, ja que la qualitat realment costa, mai no és zero en una situació real. El que és important és determinar si el cost de la qualitat compensa el benefici que ens aporta.

El cost total de la qualitat és el sumatori del cost de la qualitat i de la no-qualitat, tractant-se ambdós de costos inversament proporcionals.

Els costos totals de la **qualitat** es poden classificar en:

### 1) Costos evitables (també anomenats "de la no-qualitat")

Són els produïts com a conseqüència d'errors:

**a) Costos derivats d'errors interns.** Produïts per defectes que es detecten abans que el producte arribi al client. Normalment tenen un cost tangible.

Inclouen accions correctives que s'han de dur a terme, variacions en la planificació de la producció, inspecció dels lots defectuosos, rebaixes a causa de la baixa qualitat, etc.

**b) Costos derivats d'errors externs.** Associats a defectes detectats després del lliurament del producte al client. Tenen un element tangible, com els costos de garantia de reparacions i substitucions, concessions comercials, etc.; i un altre d'intangible, com la pèrdua d'imatge, prestigi, etc.

### 2) Costos inevitables (també anomenats "de la qualitat")

Són aquells en els quals la direcció de l'empresa té un control directe i són:

**a) Costos de prevenció.** Els que es produeixen en intentar reduir o evitar els errors. Alguns serien els costos de formació, d'investigació de mercats, de revisió, de manteniment preventiu, d'estructura del departament de qualitat, de prevenció a l'empresa del proveïdor, els relacionats amb anàlisis dels errors i fiabilitat, els programes de qualitat.

**b) Costos d'inspecció, valoració o avaluació.** Són els que es produeixen en fer comprovacions per a conèixer el nivell de qualitat que ofereix l'empresa. Alguns serien auditories i inspeccions, formació per l'avaluació, manteniment d'equips d'assaig, etc.

Una vegada vista la classificació de costos considerant el concepte de qualitat, cal determinar una nova classificació, més usual, de costos que s'afegiran al producte o servei, segons la seva **naturalesa**. Aquests costos són:

### 1) Costos d'aprovisionament

**a) Elecció de proveïdor.** Aquests costos són determinats per la negociació de preus i els terminis de pagament, però també pel flux de béns i serveis, per la fiabilitat, per la resposta a canvis de la demanda dels clients, per la minimit-



zació dels riscos d'aprovisionament i fluctuació dels preus. D'acord amb aquest tipus de reducció de costos, una empresa podrà millorar directament el seu marge.

**b) Incoterms o terminis de compra.** La determinació de si un producte passa a ser propietat de l'empresa, en el moment en què surt de la fàbrica del proveïdor o en el moment en què arriba a les instal·lacions de l'empresa, condicionarà el cost que s'hi afegirà. Així, costos com el transport des del proveïdor fins a les instal·lacions, les assegurances de transport, els tràmits duaners si escauen, els aranzels, etc. seran costos que en major o menor mesura s'addicionaran al cost total del producte.

**c) Gestions administratives.** Els costos derivats dels treballs administratius fets amb l'objectiu de seguir les expedicions des d'origen i d'introduir els productes a les nostres instal·lacions.

## 2) Costos de les existències o inventari.

**a) Costos de possessió de l'inventari.** Són els derivats de la disposició d'existències per part de l'empresa.

- **Costos financers.** Els articles són una inversió i tenen un valor. El cost financer serà l'equivalent al cost d'oportunitat, és a dir, el que es deixa de guanyar en no poder invertir els recursos financers immobilitzats en existències considerant tres opcions:
  - La millor opció de la inversió.
  - La rendibilitat mitjana de les inversions fetes.
  - La rendibilitat de la pròpia empresa.
- **Costos d'emmagatzematge.** Cost del valor de l'espai físic dels productes més el valor assignat dels mecanismes de control i dispositius de gestió necessaris.
- **Costos de manteniment, obsolescència i caducitat.** Els costos de manteniment són els costos necessaris per a evitar el seu deteriorament físic. Els d'obsolescència són determinats per la reducció de preu d'un producte que ha perdut la seva condició d'actualitzat. Finalment, els de caducitat són els costos necessaris per a evitar el venciment d'un producte.

**b) Costos de renovació d'existències.** Són els costos administratius de tramitació d'una comanda.

c) **Costos de ruptura d'existències.** Una ruptura d'existències és determinada per una impossibilitat d'atendre la demanda d'un client. Aquests costos poden ser costos addicionals d'agilitar una comanda regular per tal de donar servei al client que ha decidit esperar o, en cas que el client hagi cancel·lat la comanda, són els costos derivats de la pèrdua de benefici que comportava la venda.

### 3) Costos de l'emmagatzematge.

a) **Costos d'infraestructura.** Són els derivats del cost de les instal·lacions fixes.

b) **Costos de gestió de magatzem.** Inclouen els costos indirectes, com per exemple els de personal, i els costos d'administració de magatzem pròpiament dits.

c) **Costos d'operacions.** Són els costos motivats per les activitats del magatzem de manera directa, com la paletització, l'emballatge, els moviments d'inventari, el *picking*, etc.

S'ha de fer una referència especial als costos del *picking*, ja que representa amb diferència l'activitat més costosa d'un magatzem (es calcula que suposa entre dues i tres quartes parts dels costos de les operacions totals d'un magatzem). Inclouen des de desplaçaments de personal per a buscar els productes, extracció de la mercaderia de les prestatgeries, devolució a les prestatgeries de productes o envasaments sobrants, etiquetatge, control, etc.; per tant, per la seva optimització s'haurà de fer una anàlisi acurada element per element (prestatgeries, carretons, mètode d'organització, informàtica, entre d'altres) per a aconseguir un augment en la productivitat i una millora en la qualitat de servei.

### 4) Costos de transport

Els costos de transport seran determinats en funció d'una sèrie de variables:

- a) Utilització mitjans propis, aliens o mixtos
- b) Rutes de repartiment
- c) Distància del recorregut
- d) Mitjà de transport (carretera, ferrocarril, aeri o marítim)

Els costos es divideixen en:

a) **Costos directes del transport.** Liquidat al transportista pels seus serveis.

b) **Costos indirectes del transport.** Són determinats pel cost de les reclamacions. Poden ser costos de tipus monetari (repetició de trameses, lliurament amb caràcter d'urgència) i costos de caràcter administratiu derivats de la recerca de solucions.

Els costos de logística són complexos de determinar. Inicialment, per motius històrics, aquests costos sempre han estat els grans desconeguts de les empreses, però el canvi substancial en les regles del joc empresarial al qual estem assistint des de fa uns anys, com són la reducció de marges, la competència i la complexitat, fan que aquesta visió històrica s'estigui modificant i les empreses centrin la seva atenció en aspectes fonamentals de la cadena de valor. Però, també, hi ha motius de dificultat dins de la naturalesa dels propis costos logístics. Així, hem vist costos tangibles (més fàcils de captar, conèixer i valorar) i costos intangibles (que suposen una autèntica dificultat, ja que moltes vegades es basen en visions subjectives de la importància dels factors, com el cost d'oportunitat, per exemple).

Realment no hi ha fórmules magistrals que es puguin aplicar en la logística integral de totes les empreses, ni un receptari en matèria de costos, ja que hi ha *trade-offs* (o incompatibilitats... "més d'una cosa requereix menys d'una altra") entre els costos. Ara bé, aquests *trade-offs* són part de la pròpia estratègia empresarial, ja que part d'aquesta estratègia és decidir què fer, però també què no fer.

Serà, per tant, la trobada del punt òptim d'equilibri el que suposarà una màxima eficiència dels diferents costos i una maximització de les vendes (ambdós, objectius de la logística). Aquest punt d'equilibri, a causa del que ja s'ha comentat anteriorment, no serà *exacte*, sinó que dependrà de l'organigrama o tipus d'empresa al qual correspon i de si les activitats logístiques es desenvolupen sota una visió global o formen part d'un simple sumatori de les visions d'un conjunt de departaments.

## 2. Esquema/resum d'investigació operativa

Les tècniques d'**investigació operativa** (IO), i en particular de **programació lineal** (PL), sovint s'apliquen a fi de trobar solucions òptimes a problemes de sistemes organitzatius que pertanyen a àmbits empresarials diferents, com, entre d'altres, la logística, el màrqueting, la producció, les finances o la gestió de recursos humans.

Aquests problemes d'optimització tenen en comú una formulació basada en un nombre elevat de variables que solen estar subjectes a una quantitat molt nombrosa de restriccions. Les restriccions poden expressar multitud de condicionants a què està sotmès el problema. Algunes de les més freqüents són: disponibilitats de recursos utilitzables, especificacions de qualitat, capacitats màximes d'emmagatzematge o demandes de productes que s'han de satisfer. Les restriccions lineals defineixen un hiperpoliedre en l'espai multidimensional denominat "regió de solucions possibles" o "regió factible". L'interior i la frontera d'aquesta regió contenen tots els punts de l'espai que representen les decisions factibles per a l'organització del sistema organitzatiu que es vol optimitzar.

La característica o aspecte que es pretén optimitzar del sistema organitzatiu s'expressa mitjançant una funció de les variables que es denomina **funció objectiu**. Els teoremes matemàtics ens asseguren que, si aquesta funció optimitza, ho fa a la frontera de la regió factible. Aquesta frontera és formada per hiperplans i hipervèrtexs. Quan el problema únicament optimitza en un punt, ho fa en un vèrtex de la regió factible. Això significa que, si un sistema organitzatiu té una manera òptima d'organitzar-se, ho fa quan les variables que el defineixen prenen els valors del punt vèrtex òptim. Una estratègia que apareix immediatament per a resoldre aquests problemes és avaluar la funció objectiu en els vèrtexs de la regió factible i localitzar el vèrtex en què la funció optimitza.

A causa de la gran quantitat de variables i restriccions que pot arribar a tenir un problema de PL, el nombre de vèrtexs avaluable arriba a tenir valors astronòmics. Tanmateix, tots els vèrtexs de la regió tenen una semblança: només algunes variables poden prendre valors diferents de zero (variables bàsiques) i el *resort* de variables (variables no bàsiques) ha de prendre obligatòriament el valor zero. Cal establir un "recorregut intel·ligent" pels vèrtexs de la regió factible. Avui en dia, la resolució d'aquest tipus de problemes PL s'aborda utilitzant eines informàtiques que incorporen l'**algoritme símplex** introduït per George Dantzig el 1947. Lògicament, l'algoritme símplex que incorporen els

paquets informàtics es programa mitjançant expressions matricials. Tanmateix, l'expressió tabular de l'algoritme símplex té una formulació senzilla que permet una fàcil comprensió de com es fa el recorregut pels vèrtexs.

Un problema de PL es pot formular mitjançant l'expressió següent:

$$\begin{array}{l|l} \text{Max} & \begin{array}{l} z = \mathbf{c}\mathbf{x}' \\ \mathbf{A}\mathbf{x}' = \mathbf{b}' \\ \mathbf{x} \geq 0 \end{array} \end{array}$$

en què  $\mathbf{x}$  representa el vector de les variables,  $\mathbf{c}$  el vector de coeficients de la funció objectiu lineal  $z = \mathbf{c}\mathbf{x}'$ ,  $\mathbf{A}$  la matriu de coeficients o consums de les restriccions i  $\mathbf{b}$  el vector de termes independents o disponibilitats. En el vector de variables  $\mathbf{x}$  es distingeixen dos tipus de variables: les variables de decisió o originals del problema ( $x_i$ ) i les variables de folgança o sobrants de les restriccions de desigualtat del problema ( $s_i$ ). Aquesta formulació té la seva traducció en la taula inicial símplex:

			Var. originals	Var. de folgança
			$\mathbf{c}_x$	$\mathbf{c} = 0$
Base	$\mathbf{c}$	$\mathbf{V}_B$	$\mathbf{x}_i$	$\mathbf{s}_i$
$\mathbf{x}_B$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{A}$	$\mathbf{I}_d$
$z$	$=$	$0$	$-\mathbf{c}_x$	$\mathbf{0}$

en què  $\mathbf{x}_B$  són les variables bàsiques que poden adoptar un valor diferent de zero en el vèrtex. En la taula inicial aquestes són les variables de folgança. En aquesta taula es fan iteracions o pivots per a anar canviant de vèrtex de la regió factible. Quan es localitza el vèrtex òptim s'obté la taula òptima símplex:

			Var. originals	Var. de folgança
			$\mathbf{c}_x$	$\mathbf{c} = 0$
Base	$\mathbf{c}$	$\mathbf{V}_B$	$\mathbf{x}_i$	$\mathbf{s}_i$
$\mathbf{x}_B$	$\mathbf{c}_B$	$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}$	$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$	$\mathbf{B}^{-1}$
$z$	$=$	$\mathbf{c}_B\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}$	$\mathbf{z}_i - \mathbf{c}_i$	$\mathbf{z}_i - \mathbf{c}_i$

en què, si denominem  $\mathbf{T} = (\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}; \mathbf{B}^{-1})$  llavors  $\mathbf{z}_i - \mathbf{c}_i = \mathbf{c}_B\mathbf{T} - \mathbf{c}$ . És necessari posar en relleu que la matriu  $\mathbf{B}^{-1}$  té un paper destacat en l'algoritme símplex. Aquesta matriu és la matriu inversa dels coeficients de les variables bàsiques a la matriu  $\mathbf{A}$ .

Hi ha altres algoritmes diferents del símplex que permeten localitzar la decisió òptima per a un sistema organitzatiu. Alguns d'aquests algoritmes són fins i tot més eficients que el símplex en aquesta recerca del vèrtex òptim. Tanmateix, l'algoritme símplex aporta una eina addicional que el fa molt útil: l'anàlisi postòptima i de sensibilitat.

Noteu que la solució trobada en optimitzar un sistema organitzatiu depèn directament del valor dels coeficients del PL: en la funció objectiu i en les restriccions. Aquests coeficients solen expressar preus, costos, rendiments, demandes, capacitats i moltes altres característiques que defineixen l'estat del sistema organitzatiu. Però què succeeix si l'estat del sistema canvia? És a dir, què succeeix si el valor d'un preu, cost, disponibilitat, o una altra característica canvia? Naturalment, la decisió òptima de com organitzar el sistema pot canviar. En aquest sentit, l'algoritme símplex és un algoritme adaptatiu, perquè quan es produeix un canvi en un coeficient ens informa de la nova solució òptima sense necessitat de tornar a fer tot el recorregut pels vèrtexs (anàlisi postòptima).

Addicionalment, símplex ens permet calcular en quins intervals o rangs de variació (anàlisi de sensibilitat) poden canviar els coeficients d'un problema PL perquè aquest canvi no suposi efectes dràstics en l'organització òptima del sistema. Per exemple, ens pot informar del rang de variació que pot tenir el cost de la distribució d'un producte per un canal determinat perquè no s'hagi de prendre la decisió de distribuir el producte per un altre canal diferent.

### **3. Aplicació de models d'investigació operativa a un problema d'emmagatzematge: magatzem de cuines F&C**

En Ricard, el responsable del magatzem de la botiga F&C, movia caixes i més caixes mentre buscava l'article que necessitava. L'article que necessitava no era en existències a tot el magatzem! En Ricard va marcar el número de l'Anna, la venedora de cuines de F&C, i li va dir que no hi havia existències d'aquest tipus de làmpada i que demanar i rebre la làmpada comportaria almenys dues setmanes.

A causa que últimament la falta d'existències era bastant habitual, l'Anna va decidir anar personalment a veure l'inventari del magatzem. Va observar que els espais assignats a certs articles estaven plens, mentre que altres espais estaven totalment buits. Per exemple, va observar que al magatzem hi havia més de trenta peces de marbre verd, un tipus de marbre que fa anys que no es ven. En Ricard li va comentar que aquests desajustaments d'inventari són conseqüència de l'actual política de reposició d'inventari. L'inventari es reposa cada tres mesos i, quan es fa, es demanen tots els articles sense tenir-ne en compte les existències.

El resultat és que F&C no solament perd diners per falta d'existències, sinó que a més malgasta espai al magatzem. És obvi que F&C necessita optimitzar la gestió del magatzem.

L'Anna explica el problema a en Carles, un especialista en logística integral. Per a iniciar l'anàlisi del problema, en Carles necessita la informació següent:

- 1) Els models de cuina que constitueixen la major part de les vendes.
- 2) La composició de cadascun d'aquests models.
- 3) Una descripció de l'espai disponible al magatzem.

Després d'uns dies de feina, entre l'Anna i en Ricard obtenen la informació següent:

1) Hi ha 20 models de cuina que representen el 85% de les comandes dels clients. Fem servir el nom  $M_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 20$ , per a referir-nos a cadascun dels models.

2) Cadascun d'aquests 20 models  $M_i$  és compost per 8 elements bàsics: terra de gres, mobles alts, marbre, rentaplats, làmpades, pica, mobles baixos i forn. De cadascun d'aquests 8 elements bàsics hi ha diferents estils. D'altra banda, se sap que cada model  $M_i$  inclou exactament  $20 \text{ m}^2$  de gres i 5 peces de marbre

d'un únic estil concret. Per a simplificar la taula, s'utilitza un codi mostrat entre parèntesi. Per exemple, el model de cuina  $M_1$  consisteix en gres  $S_2$ , marbre  $M_2$ , làmpada  $L_4$ , moble baix  $MB_2$ , moble alt  $MA_2$ , rentaplats  $LV_2$ , pica  $F_2$  i forn  $H_2$ .

3) Amb relació a l'espai del magatzem, se sap que el magatzem pot contenir un màxim de  $250 \text{ m}^2$  de gres, 60 peces de marbre, 12 làmpades, 13 mobles baixos, 13 mobles alts i 12 piques. Cadascun d'aquests elements té el seu espai especialment dissenyat i, en conseqüència, no es pot emmagatzemar un element als espais reservats per als altres. Al contrari, els rentaplats i els forns són de mida similar, de manera que sí que poden compartir l'espai. Hi ha disponible un espai màxim per a un total de 20 rentaplats i forns.

### Taula

#### Terra gres

- (S1) blanc texturitzat
- (S2) vori texturitzat
- (S3) blanc de quadres amb vora blava
- (S4) blanc de quadres amb vora groga clara

#### Marbre

- (ML1) vori senzill
- (ML2) vori amb ratlles cafè fosc
- (ML3) blau amb textura de marbre
- (ML4) groc clar amb textura de marbre

#### Làmpades

- (L1) Una làmpada gran rectangular
- (L2) Tres petites làmpades quadrades
- (L3) Una làmpada oval gran
- (L4) Tres petites làmpades de globus

#### Mobles baixos

- (MB1) de fusta sòlida clara
- (MB2) de fusta sòlida fosca
- (MB3) de fusta clara amb portes de vidre
- (MB4) de fusta fosca amb portes de vidre

#### Mobles alts

- (MA1) de fusta clara senzilla
- (MA2) de fusta clara tenyida
- (MA3) blancs envernissats amb laca
- (MA4) vori envernissats amb laca

#### Rentaplats

- (LV1) blanc economitador d'energia
- (LV2) vori economitador d'energia

#### Pica

- (F1) amb aixetes separades d'aigua calenta i freda
- (F2) amb aixetes separades d'aigua calenta i freda, amb trituradora d'escombraries
- (F3) amb una aixeta d'aigua calenta i freda
- (F4) amb una aixeta d'aigua calenta i freda, amb trituradora d'escombraries



## Forn

(H1) elèctric blanc  
 (H2) elèctric vori  
 (H3) de gas blanc  
 (H4) de gas vori

	TERRA				MARBRE				LÀMPADES				MOBLES BAIXOS				MOBLES ALTS				RENTAPLATS		PIQUES				FORNS			
	S1	S2	S3	S4	ML1	ML2	ML3	ML4	L1	L2	L3	L4	MB1	MB1	MB3	MB4	MA1	MA2	MA3	MA4	LV1	LV2	F1	F2	F3	F4	H1	H2	H3	H4
M1		X				X					X		X						X		X		X					X		
M2		X			X			X						X					X		X			X			X			
M3	X					X			X			X				X				X				X					X	
M4			X			X				X			X					X		X		X				X				
M5				X			X	X				X					X			X			X			X				
M6		X				X			X					X					X		X			X						X
M7	X					X					X			X			X			X		X				X				
M8		X			X				X		X	X				X				X		X		X						X
M9		X			X				X				X				X			X		X					X			
M10	X				X			X				X						X		X					X			X		
M11			X		X					X			X		X					X		X							X	
M12		X				X		X					X				X				X				X		X			
M13				X			X			X				X		X				X			X							X
M14				X			X				X	X						X			X				X		X			
M15			X			X		X				X				X								X					X	
M16			X			X					X	X							X				X			X				
M17	X						X	X					X						X						X			X		
M18		X				X				X			X						X			X					X			
M19		X					X				X			X					X				X							X
M20		X				X		X				X						X					X							X

## Activitat

En vista de la informació recollida, utilitzeu les tècniques de programació lineal per a respondre a les preguntes següents que es planteja en Carles:

**Qüestió 1.** Formuleu un problema de programació entera binària que permeti decidir el nombre màxim de models complets de cuina que F&C pot emmagatzemar. Suposeu que la política de reposició d'inventari ha canviat. Ara, quan un client demana un model de cuina, tots els elements bàsics que componen aquest model es treuen del magatzem i després es reposen tot seguit. Per tant, es pot suposar que la reposició és instantània.

### Solució

1.

#### Formulació

El fet que s'assorteixin immediatament els components ens permet suposar que al magatzem únicament hi ha d'haver, com a màxim, un model de cada tipus de cuina. No és necessari acumular més d'una cuina de cada model que s'emmagatzemi. En conseqüència, no és necessari decidir quantes cuines de cada model s'han d'emmagatzemar. Únicament s'ha de decidir si un determinat model de cuina s'emmagatzema o no.

a) Es defineixen les variables de decisió següents:

- $M_i$ : model  $i$ -èsim;  $i = 1 \dots 20$ . Variables binàries (0-1). Consideren si el model  $M_i$  s'emmagatzema ( $M_i = 1$ ) o no s'emmagatzema ( $M_i = 0$ ).
- $S_i$ :  $m^2$  de terra  $i$ -èsim;  $i = 1 \dots 4$ ;  $ML_i$ : peces marbre  $i$ -èsim;  $i = 1 \dots 4$ ;  $L_i$ : làmpades tipus  $i$ -èsim;  $i = 1 \dots 4$ ;  $MB_i$ : moble baix  $i$ -èsim;  $i = 1 \dots 4$ ;  $MA_i$ : moble alt  $i$ -èsim;  $i = 1 \dots 4$ ;  $F_i$ : pica  $i$ -èsim;  $i = 1 \dots 4$ ;  $LV_i$ : rentaplats  $i$ -èsim;  $i = 1, 2$ ;  $H_i$ : forn  $i$ -èsim;  $i = 1 \dots 4$ . Totes aquestes variables són variables de tipus sencer. És a dir, prenen valors en el conjunt dels nombres enters.

b) Les restriccions que s'han de considerar són de tres tipus diferents: les restriccions de capacitat del magatzem, les restriccions que defineixen en quins models de cuines participa cada element i les restriccions de signe:

- Restriccions de capacitat del magatzem:
  - Terra:  $S1 + S2 + S3 + S4 \leq 250$
  - Marbre:  $ML1 + ML2 + ML3 + ML4 \leq 60$
  - Làmpades:  $L1 + L2 + L3 + L4 \leq 12$
  - Mobles baixos:  $MB1 + MB2 + MB3 + MB4 \leq 13$
  - Mobles alts:  $MA1 + MA2 + MA3 + MA4 \leq 13$
  - Piques:  $F1 + F2 + F3 + F4 \leq 12$
  - Rentaplats i forns:  $LV1 + LV2 + H1 + H2 + H3 + H4 \leq 20$
- Restricció de participació dels elements en els models de cuina
  - TERRA1:  $20M3 + 20M7 + 20M10 + 20M17 - S1 = 0$
  - TERRA2:  $20M1 + 20M2 + 20M6 + 20M8 + 20M9 + 20M12 + 20M18 + 20M19 + 20M20 - S2 = 0$
  - TERRA3:  $20M4 + 20M11 + 20M15 + 20M16 - S3 = 0$
  - TERRA4:  $20M5 + 20M13 + 20M14 - S4 = 0$
  - MARBREL1:  $5M^2 + 5M8 + 5M9 + 5M10 + 5M11 - ML1 = 0$
  - MARBREL2:  $5M1 + 5M6 + 5M12 - ML2 = 0$
  - MARBREL3:  $5M3 + 5M4 + 5M7 + 5M15 + 5M16 + 5M18 + 5M20 - ML3 = 0$
  - MARBREL4:  $5M5 + 5M13 + 5M14 + 5M17 + 5M19 - ML4 = 0$
  - LÀMPADA1:  $M2 + M5 + M10 + M12 + M15 + M20 - L1 = 0$
  - LÀMPADA2:  $M3 + M6 + M9 + M17 - L2 = 0$
  - LÀMPADA3:  $M4 + M8 + M11 + M13 + M18 - L3 = 0$
  - LÀMPADA4:  $M1 + M7 + M14 + M16 + M19 - L4 = 0$
  - MBAIX1:  $M3 + M5 + M8 + M10 + M14 + M15 + M16 + M20 - MB1 = 0$
  - MBAIX2:  $M1 + M12 + M18 - MB2 = 0$
  - MBAIX3:  $M4 + M7 + M9 + M11 + M13 + M17 - MB3 = 0$
  - MBAIX4:  $M^2 + M6 + M19 - MB4 = 0$
  - MALT1:  $M3 + M8 + M11 + M13 + M15 - MA1 = 0$
  - MALT2:  $M5 + M7 + M9 + M12 + M20 - MA2 = 0$
  - MALT3:  $M4 + M10 + M14 + M16 + M17 - MA3 = 0$
  - MALT4:  $M1 + M2 + M6 + M18 + M19 - MA4 = 0$
  - RENTA1:  $M3 + M4 + M5 + M7 + M10 + M11 + M13 - LV1 = 0$
  - RENTA2:  $M1 + M^2 + M6 + M8 + M9 + M12 - LV2 = 0$
  - PICA1:  $M4 + M7 + M11 + M14 + M18 - F1 = 0$
  - PICA2:  $M1 + M5 + M9 + M13 + M16 + M19 + M20 - F2 = 0$
  - PICA3:  $M3 + M6 + M8 + M15 - F3 = 0$





Figura 1b. Paràmetres de la macro Solver

Quan es resol el problema, s'obté una solució òptima que consisteix a emmagatzemar una cuina completa dels dotze models següents: M3, M4, M5, M6, M7, M8, M9, M10, M14, M15, M16 i M17. Aquests resultats es poden observar en la columna AF de la figura 2. Això suposa emmagatzemar les quantitats d'elements següents:

TERRA				MARBRE				LÀMPADES				MOBLES BAIXOS			
T1	T2	T3	T4	W1	W2	W3	W4	L1	L2	L3	L4	C1	C2	C3	C4
80	60	60	40	15	5	25	15	3	4	2	3	7	0	4	1
MOBLES ALTS				RENTAPLATS				PIQUES				FORNS			
O1	O2	O3	O4	D1		D2		S1	S2	S3	S4	R1	R2	R3	R4
3	3	5	1	5		3		3	3	4	2	5	1	4	2

En el full de càlcul d'Excel aquestes quantitats d'elements surten a la fila número 27 (figura 2).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG		
1	ALMACEN F&C																																		
2																																			
3	Cantidad ele.x mod.	20	20	20	20	5	5	5	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
4		S1	S2	S3	S4	ML1	ML2	ML3	ML4	L1	L2	L3	L4	MB1	MB3	MB4	MA1	MA2	MA3	MA4	LV1	LV2	F1	F2	F3	F4	H1	H2	H3	H4					Modelos Mi en almacén
5	M1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0		
6	M2	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0		
7	M3	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0		
8	M4	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0			
9	M5	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0			
10	M6	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1			
11	M7	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0			
12	M8	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1			
13	M9	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0			
14	M10	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0			
15	M11	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0			
16	M12	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0			
17	M13	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1			
18	M14	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0			
19	M15	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0			
20	M16	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0			
21	M17	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0			
22	M18	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0			
23	M19	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0			
24	M20	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1			
25																																			
26	Total elementos	80	60	60	40	15	5	25	15	3	4	2	3	7	0	4	1	3	3	5	1	5	3	3	3	4	2	5	1	4	2				
27																																			
28																																			

Figura 2. Resultats per als elements (fila 27) i els models Mi (columna AF) en el punt òptim del problema

Substituint aquests valors en les restriccions de capacitat del magatzem, es pot deduir que l'espai que quedarà lliure serà:  $10 \text{ m}^2$  per a terra, 1 unitat de moble baix i 1 unitat de moble alt. La resta de l'espai (marbre, làmpades, piques, rentaplats i forns) s'ocupa completament. Aquests valors apareixen (figura 3) en la columna AK del full de càlcul.

	AH	AI	AJ	AK
<b>Restricciones Espacio</b>				
<b>Ocupado</b>				
<b>Disponible</b>				
<b>Esp. libre</b>				
<b>Suelo</b>	240	250	10	
<b>Mármol</b>	60	60	0	
<b>Lámparas</b>	12	12	0	
<b>M. Bajos</b>	12	13	1	
<b>M. Altos</b>	12	13	1	
<b>Fregaderos</b>	12	12	0	
<b>Lava. y Horn.</b>	20	20	0	

Figura 3. Resultats per a les restriccions d'espai en el punt òptim del problema

Els resultats de l'optimització també es recullen en un full denominat "informe de respostes" que la macro Solver genera de manera automàtica. En la figura 4 es mostra el contingut d'aquest informe per al cas de l'optimització del problema del magatzem. Es pot observar com en la columna E de la figura 4a hi ha els valors òptims de la funció objectiu i de les variables. En la columna G (Divergència) de la figura 4b es troben recollits els valors de l'espai lliure per a cadascun dels elements.

#### Informe de respostes de Solver

	A	B	C	D	E	F
5						
6	Celda objetivo (Máximo)					
7		<b>Celda</b>	<b>Nombre</b>	<b>Valor original</b>	<b>Valor final</b>	
8		\$AF\$25	Modelos Mi en almacén	0	12	
9						
10						
11	Celdas cambiantes					
12		<b>Celda</b>	<b>Nombre</b>	<b>Valor original</b>	<b>Valor final</b>	
13		\$AF\$5	M1 Modelos Mi en almacén	0	0	
14		\$AF\$6	M2 Modelos Mi en almacén	0	0	
15		\$AF\$7	M3 Modelos Mi en almacén	0	1	
16		\$AF\$8	M4 Modelos Mi en almacén	0	1	
17		\$AF\$9	M5 Modelos Mi en almacén	0	1	
18		\$AF\$10	M6 Modelos Mi en almacén	0	1	
19		\$AF\$11	M7 Modelos Mi en almacén	0	1	
20		\$AF\$12	M8 Modelos Mi en almacén	0	1	
21		\$AF\$13	M9 Modelos Mi en almacén	0	1	
22		\$AF\$14	M10 Modelos Mi en almacén	0	1	
23		\$AF\$15	M11 Modelos Mi en almacén	0	0	
24		\$AF\$16	M12 Modelos Mi en almacén	0	0	
25		\$AF\$17	M13 Modelos Mi en almacén	0	0	
26		\$AF\$18	M14 Modelos Mi en almacén	0	1	
27		\$AF\$19	M15 Modelos Mi en almacén	0	1	
28		\$AF\$20	M16 Modelos Mi en almacén	0	1	
29		\$AF\$21	M17 Modelos Mi en almacén	0	1	
30		\$AF\$22	M18 Modelos Mi en almacén	0	0	
31		\$AF\$23	M19 Modelos Mi en almacén	0	0	
32		\$AF\$24	M20 Modelos Mi en almacén	0	0	
33						

Figura 4a. Funció objectiu i variables

	A	B	C	D	E	F	G	H
34								
35	Restricciones							
36		<b>Celda</b>	<b>Nombre</b>	<b>Valor de la celda</b>	<b>fórmula</b>	<b>Estado</b>	<b>Divergencia</b>	
37	\$D\$30	Suelo Esp. libre		10	\$D\$30>=0	Opcional	10	
38	\$D\$31	Mármol Esp. libre		0	\$D\$31>=0	Obligatorio	0	
39	\$D\$32	Lámparas Esp. libre		0	\$D\$32>=0	Obligatorio	0	
40	\$D\$33	M. Bajos Esp. libre		1	\$D\$33>=0	Opcional	1	
41	\$D\$34	M. Altos Esp. libre		1	\$D\$34>=0	Opcional	1	
42	\$D\$35	Fregaderos Esp. libre		0	\$D\$35>=0	Obligatorio	0	
43	\$D\$36	Lava. y Horn. Esp. libre		0	\$D\$36>=0	Obligatorio	0	
44	\$AF\$5	M1 Modelos Mi en almacén		0	\$AF\$5=binario	Obligatorio	0	
45	\$AF\$6	M2 Modelos Mi en almacén		0	\$AF\$6=binario	Obligatorio	0	
46	\$AF\$7	M3 Modelos Mi en almacén		1	\$AF\$7=binario	Obligatorio	0	
47	\$AF\$8	M4 Modelos Mi en almacén		1	\$AF\$8=binario	Obligatorio	0	
48	\$AF\$9	M5 Modelos Mi en almacén		1	\$AF\$9=binario	Obligatorio	0	
49	\$AF\$10	M6 Modelos Mi en almacén		1	\$AF\$10=binario	Obligatorio	0	
50	\$AF\$11	M7 Modelos Mi en almacén		1	\$AF\$11=binario	Obligatorio	0	
51	\$AF\$12	M8 Modelos Mi en almacén		1	\$AF\$12=binario	Obligatorio	0	
52	\$AF\$13	M9 Modelos Mi en almacén		1	\$AF\$13=binario	Obligatorio	0	
53	\$AF\$14	M10 Modelos Mi en almacén		1	\$AF\$14=binario	Obligatorio	0	
54	\$AF\$15	M11 Modelos Mi en almacén		0	\$AF\$15=binario	Obligatorio	0	
55	\$AF\$16	M12 Modelos Mi en almacén		0	\$AF\$16=binario	Obligatorio	0	
56	\$AF\$17	M13 Modelos Mi en almacén		0	\$AF\$17=binario	Obligatorio	0	
57	\$AF\$18	M14 Modelos Mi en almacén		1	\$AF\$18=binario	Obligatorio	0	
58	\$AF\$19	M15 Modelos Mi en almacén		1	\$AF\$19=binario	Obligatorio	0	
59	\$AF\$20	M16 Modelos Mi en almacén		1	\$AF\$20=binario	Obligatorio	0	
60	\$AF\$21	M17 Modelos Mi en almacén		1	\$AF\$21=binario	Obligatorio	0	
61	\$AF\$22	M18 Modelos Mi en almacén		0	\$AF\$22=binario	Obligatorio	0	
62	\$AF\$23	M19 Modelos Mi en almacén		0	\$AF\$23=binario	Obligatorio	0	
63	\$AF\$24	M20 Modelos Mi en almacén		0	\$AF\$24=binario	Obligatorio	0	
64								
65								

Figura 4b. Restricciones

**Qüestió 3.** F&C està estudiant la possibilitat d'incrementar l'espai de magatzem assignat a elements de les cuines. S'assignarien: 300 m<sup>2</sup> més per a terra, per a marbre 72 m<sup>2</sup>, per a làmpades, mobles baixos, mobles alts i piques, 15 m<sup>2</sup> més per a cadascun. Així com tenir la possibilitat d'emmagatzemar separatament un màxim de 10 rentaplats i de 15 forns. De quina manera canviaria el model per al departament de cuines l'espai adicional de magatzem?

### Solució

3.

#### Ampliació d'espai

L'ampliació d'espai de magatzem suposaria canviar els termes del costat dret de les restriccions de capacitat de terres, marbre, làmpades, mobles i piques:

$$\text{TERRA) } S1 + S2 + S3 + S4 \leq 300$$

$$\text{MARBRE) } ML1 + ML2 + ML3 + ML4 \leq 72$$

$$\text{LÀMPADA) } L1 + L2 + L3 + L4 \leq 15$$

$$\text{MBAIX) } MB1 + MB2 + MB3 + MB4 \leq 15$$

$$\text{MALT) } MA1 + MA2 + MA3 + MA4 \leq 15$$

$$\text{RENTAPLATS) } F1 + F2 + F3 + F4 \leq 15$$

La restricció conjunta per a rentaplats i forns s'hauria de canviar per les noves restriccions següents:

$$\text{RENT) LV1} + \text{LV2} \leq 10$$

$$\text{FORN) H1} + \text{H2} + \text{H3} + \text{H4} \leq 15$$

**Qüestió 4.** En quines condicions es pot justificar la suposició de reabastament immediat? Com resultaria afectada la política d'inventaris si els articles que componen un model de cuina no poguessin assortir-se tot seguit?

### Solució

4.

#### Hipòtesi de reabastament immediat:

Aquesta hipòtesi se sosté en un nou *modus operandi* d'inventari. Cada vegada que es rep una comanda d'una cuina d'un client, es fa immediatament la comanda de reposició al magatzem central de tots els articles que componen aquesta cuina. S'entén que, quan es demana al magatzem central una reposició de tota una cuina completa, aquesta és servida en un termini d'uns quants dies. Es pot suposar que aquesta quantitat de dies és la mateixa que es triga a servir la comanda al client des del magatzem local. El resultat és que hi ha una aparent reposició immediata.

Si no es pogués assumir aquesta hipòtesi de treball, llavors el model d'optimització del problema hauria de ser diferent. S'hauria d'establir el període de reposició (per exemple: *dues setmanes*) d'inventari. El nou model no hauria de preveure únicament si un model de cuina s'ha d'emmagatzemar o no ( $M_i$ : *variable binària*). Ara el model hauria de preveure "quantes cuines" hi hauria d'haver de cada model al magatzem ( $M_i$ : *variable entera*).

La decisió hauria de tenir en compte els models que tenen més demanda (*restriccions de demanda*) i establir quina és la demanda mínima estimada de cada model per als pròxims períodes de reposició (per exemple: quatre períodes de *dues setmanes*). D'aquesta manera, tenint en compte el nivell d'inventari existent i la demanda estimada, es podria dissenyar una política de gestió d'inventari adequada. Naturalment, en finalitzar un període de reposició, s'actualitzarien les dades i es resoldria de nou el problema d'optimització.

En Carles té la intenció de presentar a la direcció de l'empresa un pla de modificacions al magatzem amb l'objectiu d'aconseguir-ne una optimització definitiva.

La seva anàlisi es concentra en el departament de cuines, i valora la seva viabilitat d'una banda i la seva rendibilitat de l'altra.

A partir d'aquest departament i del tractament que en Carles determini donar-hi, l'empresa F&C extrapolarà les accions que s'han de dur a terme a altres àrees cap a un pla global que afectarà totes les instal·lacions del magatzem.

Després de fer més indagacions, en Carles:

4) Arriba a conèixer que aquest magatzem forma part d'un magatzem global de 1.500 m<sup>2</sup> (30 de longitud ´ 50 d'amplada), dels quals 300 m<sup>2</sup> corresponen a la zona de molls (10 de longitud ´ 30 d'amplada) i la resta (1.200 m<sup>2</sup>) a la zona



d'emmagatzematge. La figura annexa representa esquemàticament el magatzem. La nau és en règim de lloguer, i el cost és de 150 €/m<sup>2</sup> per any. El total de m<sup>2</sup> del magatzem destinat al departament de cuines és de 200 m<sup>2</sup>.

5) Detecta la necessitat de la compra i instal·lació d'un programa informàtic que tindrà un cost total de 70.000 €, que servirà per a tots els departaments (l'amortització anual és del 25%).

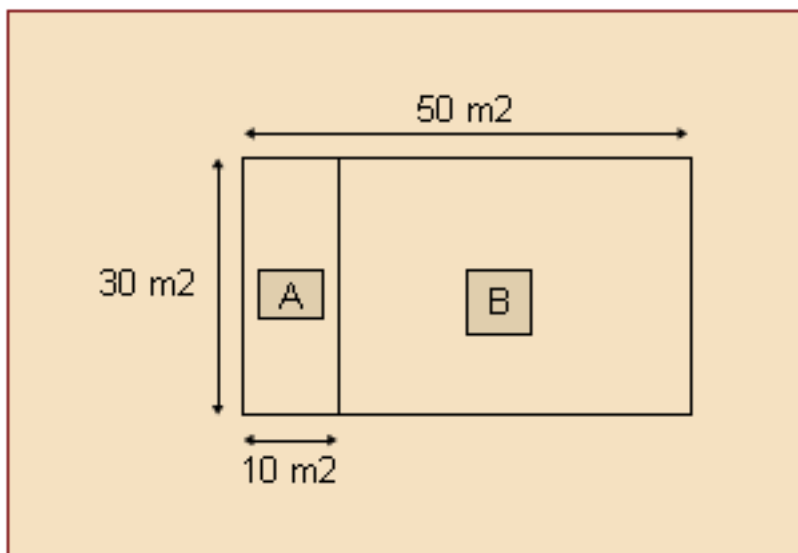
6) Arriba a conèixer que les prestatgeries existents tenen un cost mitjà de l'espai de 18 €, i aquest es considera independent del tipus de prestatgeria. En el departament de cuines hi ha un total de 800 espais. Aquestes prestatgeries no són disposades en sentit paral·lel, sinó que es troben de forma perpendicular (disposició longitudinal combinada amb transversal).

7) Entén que hi haurà d'haver inversió en els mitjans d'emmagatzematge utilitzats avui en dia, que són totalment obsolets per al nivell d'exigència actual i en gran part manuals. Pensa que serà necessari invertir en dues apiladores de 14.000 € cadascuna i en un carretó contrapesat d'un valor de 20.000 €. El 30% del total d'ocupació de les apiladores correspondrà al departament de cuines, i només el 8% del carretó contrapesat (l'amortització anual serà del 20%).

Esquema del magatzem:

A -> Zona moll / B -> Zona emmagatzematge

### Esquema



8) A la zona de moll s'estan carregant a mà els contenidors de 40", per a la qual cosa són necessaris 4 operaris durant 5 hores per contenidor (el preu hora d'un operari és de 20 €).

9) L'altura del magatzem és de 3,5 metres.

En la reunió amb l'administració de F&C, en Carles comenta que el magatzem és un element més de la cadena de subministrament i, per tant, s'ha d'enquadrar dins dels objectius generals de l'empresa i optimitzar com aquests, la qual cosa requereix una gestió adequada del magatzem en el sentit de:

- a) El termini de respostes i les manques del magatzem afectaran directament el servei que rebien els clients i, per tant, les vendes.
- b) Ha d'augmentar la productivitat o competitivitat, per tant s'ha de reduir el cost logístic.
- c) S'ha de flexibilitzar en les referències i temps que el mercat exigeix.
- d) S'han de minimitzar els costos financers, les inversions i els costos operatius dels productes que s'hi ha dipositat.

### Activitat

Resoleu les qüestions següents utilitzant tècniques de logística integral:

**Qüestió 5.** Feu un suggeriment de disposició dels productes del departament de cuines considerant que les vendes són per models que tenen la seva composició particular.

#### Solució

5.

#### Disposició de productes

El 85% de les vendes totals de l'empresa és en 20 sets; per tant, seran aquestes sets i els seus components els més importants de l'empresa, ja que fallar en aquestes existències és fallar en la gran part dels serveis de l'empresa.

Aquest percentatge segueix la denominada **lleï de Pareto** o lleï del 80-20 (o 70-20-10, segons altres autors), que no es tracta d'una lleï matemàtica, però sí econòmica. En aquests casos, la disposició i administració dels productes "estrella" en vendes i la seva correlació al magatzem s'ha de diferenciar de la resta dels productes.

L'anàlisi de Pareto o anàlisi ABC consisteix a classificar, en aquest cas l'inventari, en tres categories segons la importància monetària del seu consum. Així:

- a) classe A: els més importants,
- b) classe B: els d'importància intermèdia,
- c) classe C: els menys importants.

Una vegada diferenciats els productes, s'han de disposar de forma selectiva, considerant que la seva importància és més gran per a l'empresa; per tant:

- a) s'hauran de disposar en una àrea on el control d'existències sigui (o s'estableixi que sigui) més freqüent o més segur;
- b) s'hauran de disposar a llocs d'accessibilitat més fàcil.
- c) s'hauran de disposar a llocs més propers de les zones d'expedicions, per a disminuir el temps de les manipulacions (que són les accions efectuades dins d'un magatzem, que no generen valor). És a dir, en aquest cas més a prop de la zona A.

**Qüestió 6.** Feu un càlcul del cost anual del departament de cuines considerant les dades donades i considerant que els repartiments en percentatge d'imputació de cada tipus de cost es consideren segons la seva utilització en el cas dels mitjans, i a la resta segons els metres d'ocupació respecte al total (inclòs el sistema informàtic). I el cost real per espai?

#### Solució

6.

**Càlcul del cost anual del departament**

Calculem cadascun dels costos parcials dels diferents conceptes que, segons les dades de l'enunciat, acabaran formant el cost total. Així:

**a) Cost de lloguer de la nau:** atès que el total destinat al departament de cuines és de 200 m<sup>2</sup> i que el preu anual del lloguer és 150 €/m<sup>2</sup>, serà:

$$200 \text{ m}^2 \times 150 \text{ €/m}^2 = 30.000 \text{ €}$$

**b) Cost del programa informàtic:** atès que la despesa anual és del 25% (amortització), que el preu total és de 70.000 €, i que, segons l'enunciat, s'assigna al departament de cuines en proporció amb el nombre de metres ocupats sobre el total (200/1.500), serà:

$$25\% \text{ sobre } 70.000 \text{ €} = 17.500 \text{ €};$$

$$17.500 \times (200/1.500) = 2.333,33 \text{ €}$$

**c) Cost del total d'espais:** atès que n'hi ha 800 i que cadascun té un cost de 18 €, serà:

$$800 \text{ espais} \times 18 \text{ €} = 14.400 \text{ €}$$

**d) Cost de les apiladores:** atès que la despesa anual de la inversió és del 20% (amortització), que són dues unitats, que el seu preu ha estat 14.000 € cadascuna i que el 30% de la seva ocupació es destina al departament de cuines, serà:

$$2 \text{ u.} \times 14.000 \text{ €} \times 0,3 \times 0,2 = 1.680 \text{ €}$$

**e) Cost del carretó contrapesat:** atès que la despesa anual de la inversió és del 20% (amortització), que hi ha una unitat, que el seu preu ha estat de 20.000 € i que el 8% de la seva ocupació es destina al departament de cuines, serà:

$$1 \text{ u.} \times 20.000 \text{ €} \times 0,08 \times 0,2 = 320 \text{ €}$$

Sumant aquests costos, el resultat serà el cost total anual del departament:

$$30.000 + 2.333,33 + 14.400 + 1.680 + 320 = 48.733,33 \text{ €}$$

**Cost real per espai**

Es calcularà amb una simple divisió entre el total donat anteriorment i el nombre d'espais:

$$48.733,33 \text{ €} / 800 \text{ espais} = 60,917 \text{ €/hueco}$$

**Qüestió 7.** Detecteu possibles ineficiències que hi hagi en l'enunciat d'aquest magatzem. Seria una ineficiència el fet que la descàrrega es faci manualment, atès que la feina que duen a terme 4 operaris en 5 hores la fa un carretó en 2 hores (el cost/hora de feina és de 28 €) i s'estiben en aquest temps 20 palets amb un cost de 4 € cadascun.

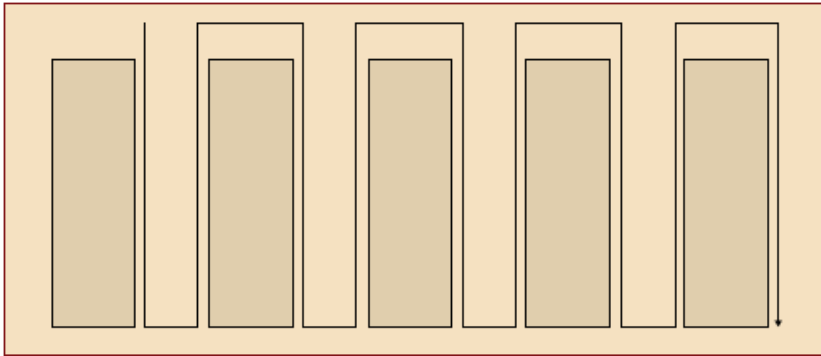
**Solució**

7.

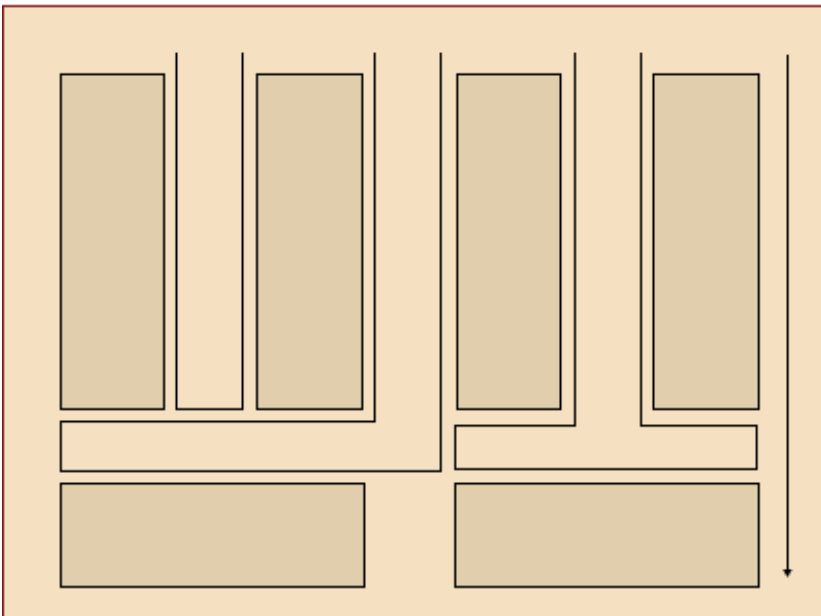
**Ineficiències del magatzem**

**Entre les ineficiències que surten en l'enunciat hi ha:**

**a)** La disposició de les prestatgeries ha de ser uniforme, no disposar-se en forma horitzontal i vertical, perquè, quan es duu a terme el procés de preparació de comanda, l'operari, per tal d'optimitzar el seu temps, ha de traçar un recorregut del tipus següent:



en lloc d'un del tipus:



b) Que els mitjans s'han d'adaptar a les condicions físiques dels locals; en aquest cas, els carretons poden arribar fins als 6 metres d'altura, tanmateix l'altura de la nau és de 3,5 metres. Per tant, els recursos estan infrautilitzats.

c) Finalment, i analitzant el que especifica la pregunta, també és una ineficiència la càrrega de contenidors manualment, no ja només pel temps d'ocupació de la zona, sinó per l'import econòmic total. Així:

El cost de **carregar manualment** un contenidor de 40" serà:

$$4 \text{ persones} \times 5 \text{ hores} \times 20 \text{ €} = 400 \text{ €}$$

Mentre que si s'utilitzen recursos mecànics seria:

$$(2 \text{ hores} \times 28 \text{ €}) + (20 \text{ palets} \times 4 \text{ €}) = 136 \text{ €}$$

La situació contextual d'aquest cas pràctic s'inspira, en part, el problema 9.2 (pàg. 439) del llibre F. S. Hillier i altres (2002). *Métodos Cuantitativos para Administración*. Mèxic: McGraw-Hill.

## 4. Aplicació de models d'investigació operativa a un problema de gestió de compres: cas OLIS OLEO

L'empresa OLEO, SA, es dedica a l'elaboració d'olis des de fa més de trenta anys.

Les bases sobre les quals s'ha consolidat fins fa poc temps el pròsper negoci de l'empresa han estat:

- 1) Compra barata de matèries primeres, amb l'objectiu de mantenir un alt de nivell de competitivitat davant l'augment de competidors.
- 2) Optimització dels recursos de fabricació.
- 3) Adaptació de la cartera de comandes de client a les possibilitats de fabricació, no al contrari.

Per a això, i amb relació a l'estratègia de compres, l'empresa s'ha regit per la **via d'actuació** següent:

- 1) Es duen a terme les compres de les matèries primeres sense relació amb les necessitats reals, sinó quan les matèries primeres se situen en un valor de preus d'oportunitat; és a dir, entren al mercat a un preu menor o bé quan hi ha indicis i previsions d'un augment futur del nivell dels preus actuals.
- 2) Utilització de compradors de perfil industrial, és a dir, coneixedors del procés productiu per a avaluar la importància dels proveïdors implicats.
- 3) Tractament d'un *pool* ampli de proveïdors, buscant sempre l'oferta més barata possible, amb l'objectiu de, mitjançant l'aplicació d'un marge, donar un preu econòmic als clients. Els negociadors de compres prefixen de manera inicial un preu a què volen comprar, que els servirà de referent per al tractament de les ofertes.
- 4) Utilització d'una tàctica de compres consistent a obligar les millors ofertes a negociar en l'últim moment la concessió de la comanda o no, i inventar-se per a això una oferta millor.

Per a l'elaboració dels olis, es requereix, en primer lloc, el refinament d'olis crus (matèries primeres), amb l'objectiu d'eliminar-ne les impureses que tenen (i que provoquen pudor i mal gust, per exemple) i aconseguir extreure les seves millors propietats; posteriorment, es procedeix a la mescla dels diferents tipus d'olis crus ja refinats.

Els olis crus es divideixen en dues categories:

a) Olis vegetals, que procedeixen de l'oliva, la soja, la palma, el sèsam, el gira-sol, l'arròs, el blat de moro, el lli, el cànem, l'ametlla, la nou, l'avellana, etc. Per a aquest cas els hem simplificat en dos tipus: VEG1 i VEG2.

b) I olis no vegetals (animals, minerals), que per a aquest cas els considerem de 3 tipus: OIL1, OIL2 i OIL3.

La taula 1 recull una estimació dels preus de compra (en euros per tona) dels olis crus per als pròxims sis mesos.

**Taula**

	<b>VEG1</b>	<b>VEG2</b>	<b>OIL1</b>	<b>OIL2</b>	<b>OIL3</b>
<b>Gener</b>	110	120	130	110	115
<b>Febrer</b>	130	130	110	90	115
<b>Març</b>	110	140	130	100	95
<b>Abril</b>	120	110	120	120	125
<b>Maig</b>	100	120	150	110	105
<b>Juny</b>	90	100	140	80	135

Taula 1. Estimació dels preus de compra (€/tona)

Els olis vegetals i no vegetals requereixen diferents línies de refinació.

A la fàbrica actual d'OLEO, en un mes no és possible refinar més de 20 tones d'olis vegetals ni més de 25 de no vegetals. No hi ha pèrdua de pes apreciable en el procés de refinació i el cost per la refinació pot ser ignorat.

És possible emmagatzemar com a màxim fins a 50 tones de matèries primeres per al seu ús posterior, amb un cost d'emmagatzematge de 5 euros per tona.

Els olis, una vegada refinats, no es poden emmagatzemar, per la qual cosa s'han d'utilitzar immediatament per a la mescla del producte final, que tampoc no es pot emmagatzemar (s'ha de vendre tota la producció). En l'actualitat, hi ha 10 tones de cada tipus d'oli cru (sense refinar) al magatzem. Es requereix que aquests inventaris també existeixin al final de juny.

A causa del tipus de compres que efectua l'empresa, de vegades és necessària una capacitat d'emmagatzematge més gran; en aquests casos OLEO lloga part d'unes naus situades a 5 km de distància de la fàbrica, amb l'inconvenient que no estan habilitades adequadament per a emmagatzemar aquest tipus de matèries primeres. En conseqüència, i a causa que l'oli és un producte que absorbeix fàcilment altres substàncies oloroses o solubles, hi ha un risc de captació

de caràcters desagradables o que complicaran la seva qualitat, de manera que és necessari establir la verificació interna que analitza i fa accions preventives i correctives.

Hi ha una restricció tecnològica sobre la duresa (qualitat) del producte acabat. La duresa del producte final, en les seves unitats de mesura, ha de ser entre 3 i 6. Se suposa que la duresa de la mescla és una combinació lineal de les dureses dels olis crus.

La taula 2 recull les dureses de cadascuna de les matèries primeres (olis crus):

**Taula**

	<b>VEG1</b>	<b>VEG2</b>	<b>OIL1</b>	<b>OIL2</b>	<b>OIL3</b>
<b>Duresa</b>	8,8	6,1	2,0	4,2	5,0

Taula 2. Qualitats (dureses) de les matèries primeres

El procés d'elaboració i control de qualitat imposa les condicions extres següents:

- a) Cada mes, el producte acabat no ha de ser mai format per més de tres tipus d'oli.
- b) Si s'utilitza un oli cru durant un mes, se n'han d'utilitzar almenys 2 tones.
- c) Si s'usen alguns dels olis VEG1 o VEG2, s'ha d'usar també l'OIL3.

En les condicions actuals del mercat, OLEO estima que la demanda mensual del seu producte és de 35 tones.

D'un temps ençà, la direcció de l'empresa està molt preocupada; durant tota la seva història, OLEO no ha tingut mai problemes per a vendre tota la seva producció de manera immediata, més aviat al contrari: ha pogut marcar sempre les seves condicions de treball als seus clients. Tanmateix, hi hagut un augment en la demanda general, però també hi ha hagut un augment proporcional més gran de la competència, amb uns preus substancialment inferiors als actuals de mercat. Això ha comportat una "voràgine" continuada de recerca de preus més barats (contractació de més compradors). En definitiva, s'ha fet un fort esforç en inversió de mitjans amb l'objectiu d'aconseguir preus cada vegada més barats, però això no ha significat un augment de competitivitat a l'empresa com s'esperava.

### **Activitat**

Fa tres mesos, s'hi ha incorporat Jaime Quer, especialista en logística amb l'objectiu d'implantar un model de logística integral a la societat, que ha modificat totalment les línies adoptades fins ara. Així, entre altres accions veiem que:

- a) Ha canviat la sintonia de recerca de preus barats mitjançant un ampli *pool* de proveïdors, per a passar a negociar, fidelitzar i tancar contractes de llarga durada amb proveïdors.
- b) Ha reduït i canviat la plantilla de compradors.

c) Ha eliminat el lloguer i emmagatzematge de naus properes, ja que amb el nou sistema de compres ja no és necessari.

### Qüestions de logística

**Qüestió 1.** Quin tipus de compres estava practicant històricament OLEO, SA? Eren les del tipus més convenient?

Quin tipus de compres seran les que optimitzaran el sistema d'adquisició de matèries primeres a l'empresa?

#### Solució

1.

#### Tipus de compres

L'empresa històricament estava fent compres de tipus especulatiu, que són aquelles en les quals no es té en compte una relació amb les necessitats habituals dels productes, sinó que són fruit d'oportunitats d'adquisició d'aquests productes a preus inferiors o quan es preveu que sofriran un augment.

Aquest tipus de compres són típiques de situacions en les quals les empreses busquen un preu barat, que no resulta ser sempre el més econòmic (allò que diu "el barat surt car"), o també de situacions amb poca competència (mercats de demanda), en les quals el mercat té poques alternatives d'escollir o d'influir en el preu final d'un producte. No solament no són el tipus de compres més convenient, sinó que augmenta progressivament la seva perillositat a mesura que un mercat deixa de ser un mercat de demanda i passa cada vegada més a convertir-se en un mercat d'oferta.

En aquesta situació, serien més convenients altres tipus de compres, com programades, obertes i bàsicament per punt de comanda, que consisteix en la gestió de les existències, en funció d'unes variables com poden ser:

- 1) el termini de lliurament del proveïdor;
- 2) les existències de seguretat per unitats o mesos: les que té l'empresa per a prevenir contingències (retards del proveïdor de matèries primeres, fabricació, etc.);
- 3) les existències de maniobra: les necessàries per a mantenir la demanda normal, que depèn del volum de les vendes (o de les seves previsions = *forecast*) i de la seva estacionalitat i dels terminis de lliurament;
- 4) la quantitat de reabastament.

Cal considerar que l'existència de compres especulatives suposava probablement l'adquisició de les matèries primeres a preus més baixos, però aquest preu de compra es convertia a un preu de cost superior al de la gestió d'existències, ja que el preu de compra es veu incrementat per uns costos associats de possessió, com són:

- a) financers: els diners s'inverteixen en existències en lloc d'altres recursos;
- b) emmagatzematge: hi ha un extracost derivat del lloguer de locals, així com una correcció dels defectes que absorbeixen les matèries primeres (costos de manteniment);
- c) impostos;
- d) obsolescència i caducitat (risc);
- e) administració.

**Qüestió 2.** Expliqueu què és el que ha portat l'empresa a abandonar un sistema tradicional de gestió de compres i a utilitzar un sistema basat en el nou entorn.

#### Solució

2.

#### De sistema tradicional a nou entorn

El manteniment d'una estructura de treball en l'àrea de compres corresponent a un entorn de tipus tradicional (lluïta pels marges) quan hi ha una situació de nou



entorn (mercat amb múltiples alternatives) té unes conseqüències que comportaran l'adopció i canvi d'un nou sistema. Entre les conseqüències, podem trobar:

- a) Un sistema de comunicació molt lent, a causa de l'existència de desconfiança de compartir informació, ja que es tem que aquesta pugui ser utilitzada en favor d'una part i no pel bé comú.
- b) Compromisos només a curt termini; per tant, no hi haurà fidelització de proveïdors, sinó relacions només per a comandes concretes i utilització de recursos per al control del compliment de les condicions pactades.
- c) No existència d'aspectes estratègics (com la qualitat), sinó només operatius.
- d) Ampli *pool* de proveïdors, la qual cosa significa una no-vinculació d'aquests amb l'empresa (només es treballa per a una comanda puntual) i un cost econòmic superior per al seu manteniment, a causa del seu alt volum.
- e) Alt nivell d'existències.

En el nou entorn es poden evitar aquestes conseqüències, ja que es duran a terme accions respecte als proveïdors basades no sols en la consecució d'un preu millor sinó en la millora d'altres aspectes fonamentals, com la qualitat, que també afecten en gran manera el valor de cost dels productes, pel que fa a:

- a) costos de qualitat: tota qualitat té un cost,
- b) costos de no-qualitat: com a conseqüència dels errors.

**Qüestió 3.** L'empresa estava entenenent la funció de compres com un centre de cost o com un centre de benefici? Quin serà l'enfocament òptim?

#### Solució

3.

#### Centre de cost davant centre de beneficis

L'empresa estava considerant la funció de compres com un centre de cost. Els compradors tenien com a objectiu aconseguir el preu més baix possible, ja que el preu final s'aconseguia per la fórmula:

$$\text{Preu cost} + \text{Marge} = \text{Preu venda}$$

D'aquesta manera, i atès un preu de cost, com més gran sigui el preu de venda més gran és el marge, i viceversa.

Tanmateix, en una situació de nou entorn, les empreses cada vegada tenen menys poder per a influir en el seu benefici mitjançant el preu de venda (que és determinat pel mercat), de manera que:

$$\text{Preu de venda} - \text{Preu de cost} = \text{Benefici}$$

És important assenyalar que el preu de cost es converteix en la variable que cal optimitzar per a millorar el resultat de la companyia. Per tant, s'ha de considerar la funció de compres com un centre de beneficis, ja que l'evolució actual comporta que les empreses no produeixin aquells productes que es poden comprar externament en millors condicions.

**Qüestió 4.** Descriu les tàctiques de negociació que s'estaven utilitzant. Són els òptims per a afrontar un plantejament de logística integral?

#### Solució

4.

#### Tàctiques de negociació

S'utilitzava una tàctica combinada de la denominada "tàctica fantasma" i la del "dia D-1".

La tàctica fantasma consisteix a **inventar** una oferta per part del comprador i donar-ne senyals al proveïdor.

La tàctica del dia D-1 consisteix a **donar seguretat** al proveïdor del seu èxit durant tota la negociació, i canviar això en l'últim moment i obligar-lo a negociar amb urgència.

Ambdues tàctiques no es poden mantenir en una línia de treball de proveïdors a llarg termini, ja que els proveïdors poden perdre la sensació de confiança que han de tenir amb els seus clients en una relació d'aquest estil.

**Qüestió 5.** De quina manera s'estava duent a terme la negociació de preus a l'empresa? Quins problemes té aquest tipus de negociació? N'hi ha alguna altra de més adequada?

### Solució

5.

#### Negociació en preus

L'empresa estava treballant amb una estratègia de negociació de preus molt poc utilitzada del tipus preu prefixat, ja que requereix un coneixement molt elevat dels costos de producció, situació realment difícil, ja que les matèries primeres són productes extrets normalment de la naturalesa i, per tant, les variables que hi influeixen són sensibles en grau alt a les modificacions, segons les condicions existents.

Una manera més adequada, i més freqüent, és el tipus de negociació de preus de mercat, en la qual comprador i venedor negocien un preu depenent de l'oferta i la demanda del producte al mercat.

#### Qüestions d'investigació operativa

**Qüestió 6.** Formuleu un model d'optimització que permeti determinar la política de compra, emmagatzematge i elaboració que hauria de seguir la companyia per a minimitzar els costos totals de manera que se satisfaci la demanda estimada.

Amb ajuda d'un programa informàtic d'optimització, s'ha determinat que el model anterior té diferents solucions òptimes, unes de les quals és la següent:

#### Taula

		VEG1	VEG2	OIL1	OIL2	OIL3
	Compra				7	
<b>Gener</b>	Refinació		10		17	8
	Magatzem	10		10		2
	Compra				41,75	
<b>Febrer</b>	Refinació	10			23	2
	Magatzem			10	18,75	
	Compra	10				46,25
<b>Març</b>	Refinació	10			3,75	21,25
	Magatzem			10	15	25
	Compra		10			
<b>Abril</b>	Refinació		10			25

Taula 3. Política òptima de compres i emmagatzematge

		VEG1	VEG2	OIL1	OIL2	OIL3
	Magatzem			10	15	
	Compra	12,37				19,63
<b>Maig</b>	Refinació	12,37			15	7,63
	Magatzem			10		12
	Compra	20	10		33	
<b>Juny</b>	Refinació	10			23	2
	Magatzem	10	10	10	10	10

Taula 3. Política òptima de compres i emmagatzematge

## Solució

6.

### Model d'optimització

Es tracta d'un problema de mescles, en el qual disposem d'olis crus vegetals (VEG1, VEG2) i olis crus no vegetals (OIL1, OIL2, OIL3). A més, hem de determinar la política de compres i emmagatzematge (inventari) de les matèries primeres, així com les quantitats destinades a la producció al llarg de l'horitzó temporal (sis mesos). Això implica la necessitat de tres tipus de variables (compra, refinació i emmagatzematge) per a cadascun dels cinc tipus d'olis en els sis mesos de programació.

#### a) Variables de decisió

Per a construir el model, definim les variables de decisió següents:

CVEGkt: tones comprades de l'oli VEGk el mes  $t$ ;  $k = 1, 2$ ;  $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

RVEGkt: tones refinades del VEGk el mes  $t$ ;  $k = 1, 2$ ;  $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

AVEGkt: tones emmagatzemades del VEGk el mes  $t$ ;  $k = 1, 2$ ;  $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

COILkt: tones comprades de l'oli OILk el mes  $t$ ;  $k = 1, 2, 3$ ;  $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

ROILkt: tones refinades de l'oli OILk el mes  $t$ ;  $k = 1, 2, 3$ ;  $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

AOILkt: tones emmagatzemades de l'oli OILk el mes  $t$ ;  $k = 1, 2, 3$ ;  $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

PRODt: tones de producte elaborat el mes  $t$ ;  $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

Totes aquestes variables poden prendre qualsevol valor real no negatiu.

Necessitarem també unes variables auxiliars per a determinar l'ús de certes matèries primeres. La utilització o no de cert oli es pot modelitzar mitjançant variables binàries (0-1) de la manera següent: si la variable pren el valor 0, indica que no s'usa la matèria primera; si pren el valor 1, indica la refinació de l'oli cru corresponent per al seu ús en el producte acabat.

DVEGkt: indicador de l'ús de VEGk en la mescla del mes  $t$ ;  $k = 1, 2$ ;  $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  (variable 0-1).

DOILkt: indicador de l'ús d'OILk en la mescla del mes  $t$ ;  $k = 1, 2, 3$ ;  $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  (variable 0-1).

Tenim un total de 96 variables contínues i 30 variables binàries.

#### b) Funció objectiu

En el model hi ha dos tipus de costos: els costos de compra i els costos d'emmagatzematge. La taula 1 de l'enunciat proporciona els costos de compra (Ckt) dels diferents tipus d'oli al llarg de l'horitzó temporal (sis mesos), mentre que els costos d'emmagatzematge són de 5 euros per tona.

	VEG1	VEG2	OIL1	OIL2	OIL3
Gener	110	120	130	110	115
Febrer	130	130	110	90	115
Març	110	140	130	100	95
Abril	120	110	120	120	125
Maig	100	120	150	110	105
Juny	90	100	140	80	135

Taula 1. Estimació dels preus de compra (€/ton)

Es tracta, per tant, de minimitzar els costos totals:  $\text{Min } Z = \text{Costos compra} + \text{Costos inventari}$ .

D'aquesta manera, la funció objectiu serà determinada per:

Costos de compra d'olis:

$$\sum_{t=1}^6 \sum_{k=1}^2 C_{kt} C_{VEG_{kt}} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=1}^3 C_{kt} C_{OIL_{kt}}$$

Costos d'emmagatzematge:

$$5 \sum_{t=1}^6 \left( \sum_{k=1}^2 A_{VEG_{kt}} + \sum_{k=1}^3 A_{OIL_{kt}} \right)$$

Min  $Z =$

$$\begin{aligned} &+ 110C_{VEG11} + 120C_{VEG21} + 130C_{OIL11} + 110C_{OIL21} + 115C_{OIL31} + \\ &+ 130C_{VEG12} + 130C_{VEG22} + 110C_{OIL12} + 90C_{OIL22} + 115C_{OIL32} + \\ &+ 110C_{VEG13} + 140C_{VEG23} + 130C_{OIL13} + 100C_{OIL23} + 95C_{OIL33} + \\ &+ 120C_{VEG14} + 110C_{VEG24} + 120C_{OIL14} + 120C_{OIL24} + 125C_{OIL34} + \\ &+ 100C_{VEG15} + 120C_{VEG25} + 150C_{OIL15} + 110C_{OIL25} + 105C_{OIL35} + \\ &+ 90C_{VEG16} + 100C_{VEG26} + 140C_{OIL16} + 80C_{OIL26} + 135C_{OIL36} + \\ &+ 5(A_{VEG11} + A_{VEG21} + A_{OIL11} + A_{OIL21} + A_{OIL31}) + \\ &+ 5(A_{VEG12} + A_{VEG22} + A_{OIL12} + A_{OIL22} + A_{OIL32}) + \\ &+ 5(A_{VEG13} + A_{VEG23} + A_{OIL13} + A_{OIL23} + A_{OIL33}) + \\ &+ 5(A_{VEG14} + A_{VEG24} + A_{OIL14} + A_{OIL24} + A_{OIL34}) + \\ &+ 5(A_{VEG15} + A_{VEG25} + A_{OIL15} + A_{OIL25} + A_{OIL35}) + \\ &+ 5(A_{VEG16} + A_{VEG26} + A_{OIL16} + A_{OIL26} + A_{OIL36}) \end{aligned}$$

### c) Restriccions i/o limitacions:

- Gestió (equilibri) d'inventari i moviment de mercaderies emmagatzemades: relació entre les diferents variables del model. En una relació d'equilibri, les entrades al magatzem (emmagatzematge del mes anterior més les compres del mes actual) han de ser iguals a les sortides (oli utilitzat i emmagatzematge per al mes següent):

$$\begin{aligned} A_{VEG_{k(t-1)}} + C_{VEG_{kt}} &= R_{VEG_{kt}} + A_{VEG_{kt}} \\ A_{OIL_{k(t-1)}} + C_{OIL_{kt}} &= R_{OIL_{kt}} + A_{OIL_{kt}} \end{aligned}$$

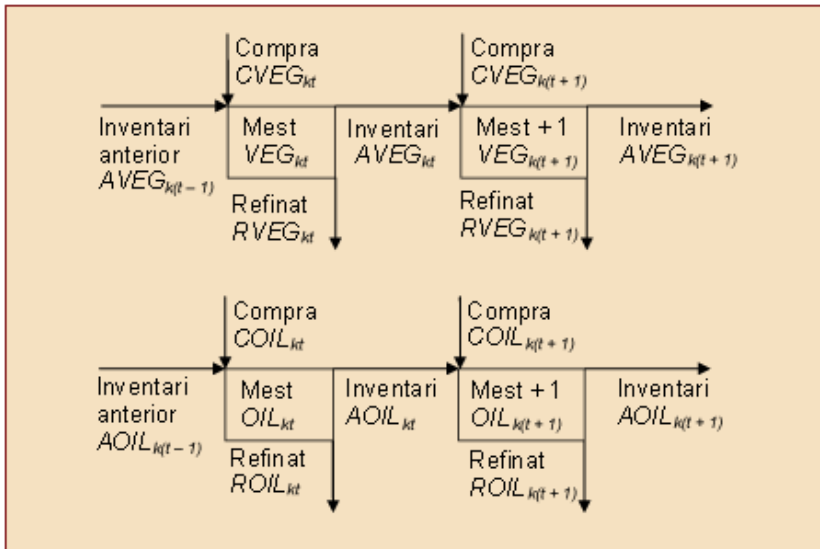


Figura 1. Moviments de materials en la gestió d'inventaris

Aquests tipus de restriccions s'han d'escriure per a cadascun dels olis i cadascun dels mesos, tenint en compte que la quantitat emmagatzemada a l'inici del semestre és de 10 tones, i que aquest inventari s'ha de conservar al final del període (restriccions sobre les existències inicials i finals). Tindrem trenta restriccions d'aquest tipus.

Oli VEG $k$  ( $k = 1, 2$ ):

Gener)  $CVEG_{k1} - RVEG_{k1} - AVEG_{k1} = -10$

Febrer)  $AVEG_{k1} + CVEG_{k2} - RVEG_{k2} - AVEG_{k2} = 0$

Març)  $AVEG_{k2} + CVEG_{k3} - RVEG_{k3} - AVEG_{k3} = 0$

Abril)  $AVEG_{k3} + CVEG_{k4} - RVEG_{k4} - AVEG_{k4} = 0$

Maig)  $AVEG_{k4} + CVEG_{k5} - RVEG_{k5} - AVEG_{k5} = 0$

Juny)  $AVEG_{k5} + CVEG_{k6} - RVEG_{k6} - AVEG_{k6} = 0$

Oli OIL $k$  ( $k = 1, 2, 3$ ):

Gener)  $COIL_{k1} - ROIL_{k1} - AOIL_{k1} = -10$

Febrer)  $AOIL_{k1} + COIL_{k2} - ROIL_{k2} - AOIL_{k2} = 0$

Març)  $AOIL_{k2} + COIL_{k3} - ROIL_{k3} - AOIL_{k3} = 0$

Abril)  $AOIL_{k3} + COIL_{k4} - ROIL_{k4} - AOIL_{k4} = 0$

Maig)  $AOIL_{k4} + COIL_{k5} - ROIL_{k5} - AOIL_{k5} = 0$

Juny)  $AOIL_{k5} + COIL_{k6} - ROIL_{k6} - AOIL_{k6} = 0$

- Restriccions sobre la capacitat d'emmagatzematge en cadascun dels sis mesos del període (50 tones); a més, l'inventari final ha de ser igual a l'inicial. Són onze restriccions.

$$\begin{aligned} AVEG_{1t} + AVEG_{2t} + AOIL_{1t} + AOIL_{2t} + AOIL_{3t} &\leq 50 \\ AVEG_{16} = AVEG_{26} = AOIL_{16} = AOIL_{26} = AOIL_{36} &= 10 \end{aligned}$$

- Restriccions sobre la capacitat de refinació en cadascun dels sis mesos del període: 20 tones per als olis vegetals i 25 per als no vegetals. Dotze restriccions d'aquest tipus.

Refinació d'olis vegetals:

Gener)  $RVEG_{11} + RVEG_{21} \leq 20$

Febrer)  $RVEG_{12} + RVEG_{22} \leq 20$

Març)  $RVEG_{13} + RVEG_{23} \leq 20$

Abril)  $RVEG_{14} + RVEG_{24} \leq 20$

Maig)  $RVEG_{15} + RVEG_{25} \leq 20$

Juny)  $RVEG_{16} + RVEG_{26} \leq 20$

Refinació d'olis no vegetals:

Gener)  $ROIL_{11} + ROIL_{21} + ROIL_{31} \leq 25$

Febrer)  $ROIL_{12} + ROIL_{22} + ROIL_{32} \leq 25$

Març)  $ROIL_{13} + ROIL_{23} + ROIL_{33} \leq 25$

Abril)  $ROIL_{14} + ROIL_{24} + ROIL_{34} \leq 25$

Maig)  $ROIL_{15} + ROIL_{25} + ROIL_{35} \leq 25$

Juny)  $ROIL_{16} + ROIL_{26} + ROIL_{36} \leq 25$

- Sis restriccions sobre la quantitat de producte elaborat: durant el procés de refinació i mescla no es produeixen pèrdues apreciables de pes, per la qual cosa la quantitat de producte acabat serà la suma de les quantitats utilitzades (refinades i barrejades).

Gener)  $PROD1 = RVEG11 + RVEG21 + ROIL11 + ROIL21 + ROIL31$

Febrer)  $PROD2 = RVEG12 + RVEG22 + ROIL12 + ROIL22 + ROIL32$

Març)  $PROD3 = RVEG13 + RVEG23 + ROIL13 + ROIL23 + ROIL33$

Abril)  $PROD4 = RVEG14 + RVEG24 + ROIL14 + ROIL24 + ROIL34$

Maig)  $PROD5 = RVEG15 + RVEG25 + ROIL15 + ROIL25 + ROIL35$

Juny)  $PROD6 = RVEG16 + RVEG26 + ROIL16 + ROIL26 + ROIL36$

- Sis restriccions de demanda. Tal com establia l'enunciat, "en les condicions actuals del mercat, OLEO estima que la demanda mensual del seu producte és de 35 tones".

Gener)  $PROD1 \geq 35$

Febrer)  $PROD2 \geq 35$

Març)  $PROD3 \geq 35$

Abril)  $PROD4 \geq 35$

Maig)  $PROD5 \geq 35$

Juny)  $PROD6 \geq 35$

- Restriccions sobre la duresa (qualitat) del producte final. La duresa del producte acabat és una combinació lineal de la duresa dels olis utilitzats en la mescla, i ha de ser entre 3 i 6. Dotze restriccions de la manera següent:

$$3 \leq \frac{8.8RVEG_{1t} + 6.1RVEG_{2t} + 2ROIL_{1t} + 4.2ROIL_{2t} + 5ROIL_{3t}}{PROD_t} \leq 6$$

Gener)  $8.8RVEG11 + 6.1RVEG21 + 2ROIL11 + 4.2ROIL21 + 5ROIL31 - 6PROD1 \leq 0$

$8.8RVEG11 + 6.1RVEG21 + 2ROIL11 + 4.2ROIL21 + 5ROIL31 - 3PROD1 \geq 0$

Febrer)  $8.8RVEG12 + 6.1RVEG22 + 2ROIL12 + 4.2ROIL22 + 5ROIL32 - 6PROD2 \leq 0$

$8.8RVEG12 + 6.1RVEG22 + 2ROIL12 + 4.2ROIL22 + 5ROIL32 - 3PROD2 \geq 0$

Març)  $8.8RVEG13 + 6.1RVEG23 + 2ROIL13 + 4.2ROIL23 + 5ROIL33 - 6PROD3 \leq 0$

$8.8RVEG13 + 6.1RVEG23 + 2ROIL13 + 4.2ROIL23 + 5ROIL33 - 3PROD3 \geq 0$

Abril)  $8.8RVEG14 + 6.1RVEG24 + 2ROIL14 + 4.2ROIL24 + 5ROIL34 - 6PROD4 \leq 0$

$8.8RVEG14 + 6.1RVEG24 + 2ROIL14 + 4.2ROIL24 + 5ROIL34 - 3PROD4 \geq 0$

Maig)  $8.8RVEG15 + 6.1RVEG25 + 2ROIL15 + 4.2ROIL25 + 5ROIL35 - 6PROD5 \leq 0$

$8.8RVEG15 + 6.1RVEG25 + 2ROIL15 + 4.2ROIL25 + 5ROIL35 - 3PROD5 \geq 0$

Juny)  $8.8RVEG16 + 6.1RVEG26 + 2ROIL16 + 4.2ROIL26 + 5ROIL36 - 6PROD6 \leq 0$

$8.8RVEG16 + 6.1RVEG26 + 2ROIL16 + 4.2ROIL26 + 5ROIL36 - 3PROD6 \geq 0$

- Les restriccions sobre la composició del producte final són molt comunes en els casos de mescles; es refereixen a: a) limitar la quantitat de components de la mescla; b) eliminar petites quantitats d'algun ingredient; c) imposar condicions lògiques en la combinació dels ingredients. És en aquest punt quan necessitem les variables  $DVEG_{kt}$  i  $DOIL_{kt}$ .  $DVEG_{kt}$  i  $DOIL_{kt}$  indiquen l'ús d'oli  $k$  el mes  $t$ . Es tracta de variables binàries que prenen valor 1 quan s'utilitza aquest oli i valor 0 quan no s'utilitza.

– El producte acabat de cada mes no ha de ser compost per més de tres tipus d'olis (és a dir, només tres o menys de les variables  $DVEG_{kt}$  o  $DOIL_{kt}$  poden prendre valor 1):

$$DVEG1t + DVEG2t + DOIL1t + DOIL2t + DOIL3t \leq 3.$$

– En el producte acabat no han d'entrar petites quantitats dels ingredients (almenys 2 tones). Això s'ha de repetir per a cada oli i cada mes.

Quantitat mínima de VEG1:  $RVEG1t \geq 2 DVEG 1t$

Quantitat mínima de VEG2:  $RVEG2t \geq 2 DVEG 2t$

Quantitat mínima d'OIL1:  $ROIL1t \geq 2 DOIL 1t$

Quantitat mínima d'OIL2:  $ROIL2t \geq 2 DOIL 2t$  Quantitat mínima d'OIL3:  $ROIL3t \geq 2 DOIL 3t$

– Restriccions lògiques que relacionin les variables  $RVEG_{kt}$  amb  $DVEG_{kt}$  i  $ROIL_{kt}$  amb  $DOIL_{kt}$ , de manera que, si les variables d'ús ( $DVEG_{kt}$  i  $DOIL_{kt}$ ) són 0, la quantitat refinada ( $RVEG_{kt}$  i  $ROIL_{kt}$ ) també sigui 0. Per a això ens ajudem de les cotes superiors de capacitat de refinació (20 i 25 respectivament). Sense aquestes restriccions podria passar que la quantitat refinada fos diferent de 0 fins i tot encara que les variables d'utilització fossin iguals a zero.

Quantitat màxima de VEG1:  $RVEG1t \leq 20 DVEG 1t$

Quantitat màxima de VEG2:  $RVEG2t \leq 20 DVEG2t$

Quantitat màxima d'OIL1:  $ROIL1t \leq 25 DOIL1t$

Quantitat màxima d'OIL2:  $ROIL2t \leq 25 DOIL2t$

Quantitat màxima d'OIL3:  $ROIL3t \leq 25 DOIL3t$

En definitiva, aquestes dues últimes restriccions ens indiquen que, si un oli s'utilitza, la quantitat que es refinirà ha de ser superior a 2 tones i inferior a la capacitat de refinació que indica el problema (20 tones en el cas dels olis vegetals i 25 tones en el cas dels olis animals i minerals).

- Una altra condició addicional del model indica que, en el cas d'utilitzar alguns dels olis VEG<sub>k</sub>t, s'haurà d'utilitzar també OIL3t. Aquesta condició es pot imposar amb una única restricció del tipus:

$$DVEG1t + DVEG2t \leq 2 DOIL3t$$

És a dir, si s'utilitza VEG1 o VEG2 (per tant, si  $DVEG1t = 1$  i/o  $DVEG2t = 1$ ) i s'utilitzarà OIL3 (per tant,  $OIL3 = 1$ ) i se n'utilitzaran com a màxim 2 tones.

Tenim un total de 149 restriccions. Es tracta d'un problema lineal binari mixt.

En un full de càlcul d'Excel crearem el model amb les variables i les equacions corresponents a la funció objectiu i a les restriccions que acabem de formular. La descripció del model la podem veure en el full "Model\_descriptiu" de l'arxiu "Mínims\_costos.xls" (figura 2).

1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
2											
3			Tipo de aceite								
4	COMPRAS (ton)	Enero	CVEG1	CVEG2	COIL1	COIL2	COIL3	Compra total			
5		Febrero	Celdas cambiantes: Variables de compras CVEGkt COILkt					Compras mensuales totales			
6		Marzo									
7		Abril									
8		Mayo									
9		Junio									
10											
11											
12			Tipo de aceite						Refinados totales		
13	REFINADOS (ton)	Enero	RVEG1	RVEG2	ROIL1	ROIL2	ROIL3	Vegetal	No vegetal	Producto final	
14		Febrero	Celdas cambiantes: Variables de refinados RVEGkt ROILkt					Total mensual de aceites vegetales refinados ≤ 20	Total mensual de aceites no vegetales refinados	Total mensual de producto elaborado: PRODt ≥ 35	
15		Marzo									
16		Abril									
17		Mayo									
18		Junio									
19											
20											
21											
22			Tipo de aceite								
23	ALMACENES (ton)	Enero	AVEG1	AVEG2	AOIL1	AOIL2	AOIL3	Almacén total			
24		Febrero	Variables de almacenes, definidas por las relaciones AVEGk(t-1) + CVEGkt = RVEGkt + AVEGkt AOILk(t-1) + COILkt = ROILkt + AOILkt El mes de junio el almacén será de 10t para cada aceite. AVEG16= AVEG26= AOIL16= AOIL26= AOIL36 = 10 Añadimos que los valores de estas celdas sean todos					Almacén mensual ≤ 50			
25		Marzo									
26		Abril									
27		Mayo									
28		Junio									
29											
30	Almacén total										
31											
32											
33			Tipo de aceite								
34	Costes de compra (€/ton)	Mes	VEG1	VEG2	OIL1	OIL2	OIL3				
35		Enero	110	120	130	110	115				
36		Febrero	130	130	110	90	115				
37		Marzo	110	140	130	100	95				
38		Abril	120	110	120	120	125				
39		Mayo	100	120	150	110	105				
40	Junio	90	100	140	80	135					
41											
42											
43											
44	Durezas (calidades)			VEG1	VEG2	OIL1	OIL2	OIL3			
45		Materias primas		8,8	6,1	2	4,2	5			
46				Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio		
47		Ponderada		8.8 RVEGkt+6.1RVEG2t+2ROILkt+4.2ROIL2t+5ROIL3t							
48		Máxima permitida		Ponderada ≤ 6PRODt							
49	Mínima permitida		Ponderada ≥ 3PRODt								
50	Dureza final		Valor entre 3 y 6 de la dureza								
51											
52			Costes totales								
53	Objetivo (t)	Almacén									
54		Compra									

Figura 2. Descripción de las celdas del modelo de costos

A continuació, resumim els passos per a introduir el model en el full "Model\_Solució\_1". En primer lloc, hem de "declarar" les cel·les en les quals es trobaran les variables i els diferents càlculs entre cel·les. A continuació, la funció objectiu i les restriccions es declararan en executar el complement Solver. Per tal de facilitar el seguiment en el procés, combinarem aquests procediments.

- Reservem el rang de cel·les D4:H19 per a les variables ("cel·les canviants" en la terminologia de Solver) associades a les compres dels olis (CVEGkt, COILkt); aquest rang té el nom de "Compres".



		Tipo de aceite					
		CVEG1	CVEG2	COIL1	COIL2	COIL3	Compra total
Coste total	Enero	0,00	0,00	0,00	7,00	0,00	7,00
Refinados	Febrero	0,00	0,00	0,00	41,75	0,00	41,75
Uso	Marzo	10,00	0,00	0,00	0,00	46,25	56,25
	Abril	0,00	10,00	0,00	0,00	0,00	10,00
	Mayo	12,37	0,00	0,00	0,00	18,63	32,00
	Junio	20,00	10,00	0,00	33,00	0,00	63,00

Figura 3. Seleccionem el rang de cel·les D4:H19 i l'anomenem "Compres"

- Les variables de refinació (RVEG<sub>kt</sub> i ROIL<sub>kt</sub>) ocuparan el rang de cel·les D14:H19; a aquest rang li hem posat el nom "Refinats". A la dreta d'aquest rang, calcularem les quantitats totals d'olis refinats vegetals (I14:I19) i no vegetals (J14:J19), i la quantitat de producte acabat elaborat (K14:K19), corresponent a les variables PROD<sub>t</sub> de producció mensual ( $PROD_t = RVEG_{1t} + RVEG_{2t} + ROIL_{1t} + ROIL_{2t} + ROIL_{3t}$ ).
- Les restriccions sobre la capacitat de refinació, 20 tones per als olis vegetals i 25 per als no vegetals, es plantejaran com a  $I14 : I19 \leq 20$  i  $J14 : J19 \leq 25$ .
- Les sis restriccions de demanda s'escriuen com a  $K14:K19 \geq 35$ .
- Reservem el rang "Magatzems" (D24:H29) per als valors d'AVEG<sub>kt</sub> i AOIL<sub>kt</sub>. En aquestes cel·les introduïm les fórmules associades a les condicions d'equilibri d'inventari:
 
$$AVEG_{kt} = AVEG_{k(t-1)} + CVEG_{kt} - RVEG_{kt}$$

$$AOIL_{kt} = AOIL_{k(t-1)} + COIL_{kt} - ROIL_{kt}$$
 El resultat dels càlculs de les cel·les en aquest rang han de ser valors positius; això implica que haurem d'introduir les restriccions "Magatzems  $\geq 0$ ".
- En la columna "Magatzem total" (I24:I29) calculem la quantitat de matèries primeres emmagatzemades mensualment, i en la cel·la "Magatzem\_total" (I30) calculem el total d'olis emmagatzemats en tot el període.
- Les restriccions sobre la capacitat d'emmagatzematge mensual (50 tones) s'expressarà com a  $I24:I29 \leq 50$ . Les restriccions sobre l'inventari final (10 tones) queden com a  $D29:H20 = 10$ .
- En el rang de cel·les D35:H40 introduïm els valors de la taula 1, amb l'estimació dels preus de compra de les matèries primeres.
- Amb aquestes dades, podem introduir els càlculs corresponents als costos. Per una banda, els costos d'emmagatzematge (cel·la D53) són de 5 euros per cada tona de matèria primera emmagatzemada (cel·la I30). Per una altra banda, els costos de compres es calculen mitjançant la fórmula d'Excel "=SUMAPRODUCTO(D35:H40;D4:H9)", en què D35:H40 són els costos de compra i D4:H9 són les quantitats comprades. La suma d'aquests costos (D54) ens donarà el valor de la funció objectiu "Cost\_total".
- També hem de calcular la duresa del producte acabat per a imposar unes condicions sobre el seu valor. En primer lloc, calculem la "duresa ponderada" (rang D47:I47) com una combinació de les dureses de les matèries primeres (utilitzem la fórmula *sumaproducto* d'Excel); a continuació, calculem les dureses màxima (rang D48:I48) i mínima (rang D49:I49) permeses per al producte acabat com 6PROD<sub>t</sub> i 3PROD<sub>t</sub> respectivament (recordem que PROD<sub>t</sub> es troba en el rang K14:K19).
- Les restriccions sobre la duresa del producte final  $D47:I47 \leq D48:I48$  i  $D47:I47 \geq D49:I49$  es corresponen amb  $8.RVEG_{1t} + 6.1RVEG_{2t} + 2.ROIL_{1t} + 4.2ROIL_{2t} + 5.ROIL_{3t} \leq 6PROD_t$  i  $8.8RVEG_{1t} + 6.1RVEG_{2t} + 2.ROIL_{1t} + 4.2ROIL_{2t} + 5.ROIL_{3t} \geq 3PROD_t \geq 0$ , respectivament.
- Les variables auxiliars d'ús (DVEG<sub>kt</sub>, DOIL<sub>kt</sub>) es troben en el rang anomenat "Ús" (O14:S19). Afegirem tres columnes auxiliars a la taula d'ús: la columna "Tipus usats Total" (T14:T19), que calcula quants tipus d'olis hem usat en la producció, la columna "Tipus usats Vegetals" (U14:U19), que ens informa de quants tipus d'olis vegetals hem refinat, i la "Columna auxiliar" (V14:V19), que és el doble de la columna "DOIL3" (sobre l'ús de l'OIL3 en el producte acabat).

- "El producte acabat no ha de ser compost per més de tres tipus d'olis" s'expressarà com a  $T14:T19 \leq 3$ :  $DVEG1t + DVEG2t + DOIL1t + DOIL2t + DOIL3t \leq 3$ .
- Una altra restricció imposa que s'ha d'utilitzar OIL3 en combinació amb qualsevol dels olis vegetals:  $DVEG1t + DVEG2t \leq 2 DOIL3t$ ; la formulem com a  $U14:U19 \leq V14:V19$ .
- Construïm dues taules auxiliars, vinculades amb els valors de les variables d'ús. La primera d'aquestes taules (O23:S28) és el valor de les variables d'ús multiplicat per 2; la segona taula (O31:S36) calcula els valors de  $20 \cdot DVEGkt$  i  $25 \cdot DOILkt$ , respectivament.
- "En el producte acabat han d'entrar almenys 2 tones de cada oli utilitzat" es formula com a "Refinats"  $\geq O23:S28$ :  $RVEGkt \geq 2 DVEGkt$ ,  $ROILkt \geq 2 DOILkt$ .
- La restricció "només es refinin olis amb la variables d'ús igual a 1, però en una quantitat inferior a la capacitat de refinació" es pot escriure com a "Refinacions"  $\leq O31:S36$ :  $RVEGkt \leq 20 DVEGkt$ ,  $ROILkt \leq 25 DOILkt$ .

Per a obtenir la solució del problema, utilitzem el complement Solver d'Excel, tal com es mostra en la figura 4.

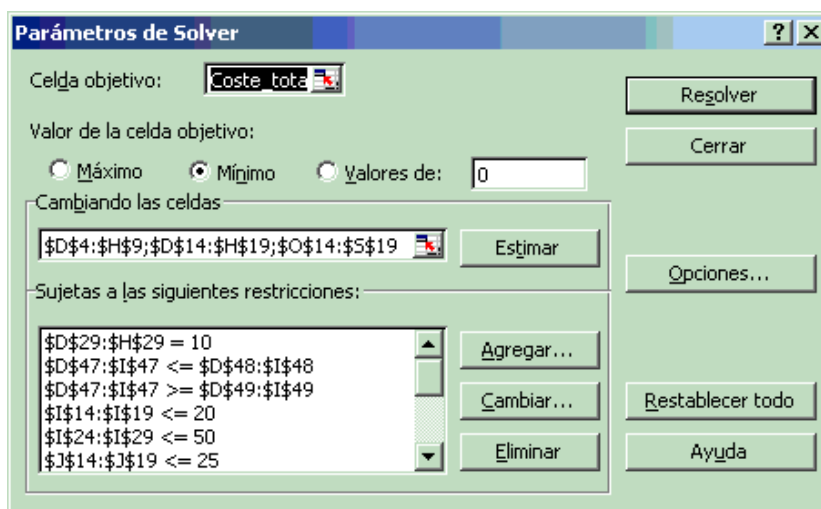


Figura 4. Funció objectiu i restriccions a Solver

En aquests paràmetres és en els quals declarem la cel·la que conté el valor de la funció objectiu (Cost\_total D55), i les variables ("Canviant les cel·les"). Les restriccions s'han de declarar tal com hem vist anteriorment en el quadre "Subjectes a les restriccions següents".

Per exemple, els resultats dels càlculs de les cel·les del rang "Magatzems" (D24:H29), que es corresponen als valors d'AVEGkt i AOILkt, han de ser valors positius; això implica que haurem d'introduir les restriccions "Magatzems  $\geq 0$ ".



Figura 5. Restriccions de no-negativitat en les variables d'emmagatzematge

Les variables auxiliars d'ús (DVEGkt, DOILkt) que es troben en el rang anomenat "Ús" (O14:S19) es declaren binàries en el quadre "Subjectes a les restriccions següents", tal com es veu en la figura 6:

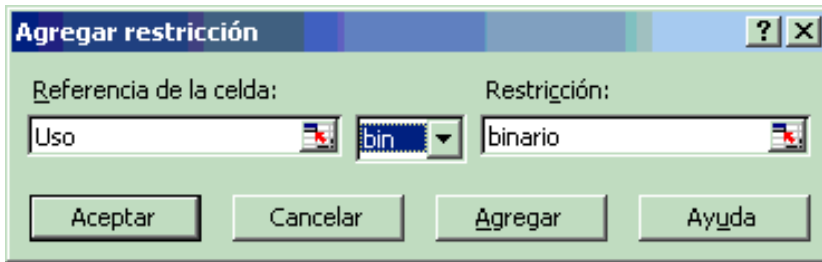


Figura 6. Declaració de les variables binàries d'ús

Atesa la gran dimensió del model, tant en variables com en restriccions, hem de seleccionar unes opcions de resolució com les que es mostren en la figura 7. Amb l'opció "Assumir no negatius" ens assegurarem que els valors de les variables (cel·les canviants) "Compres", "Refinacions" i "Ús" són no negatius. També és convenient donar uns valors inicials no nuls a les variables de compres i de refinacions.

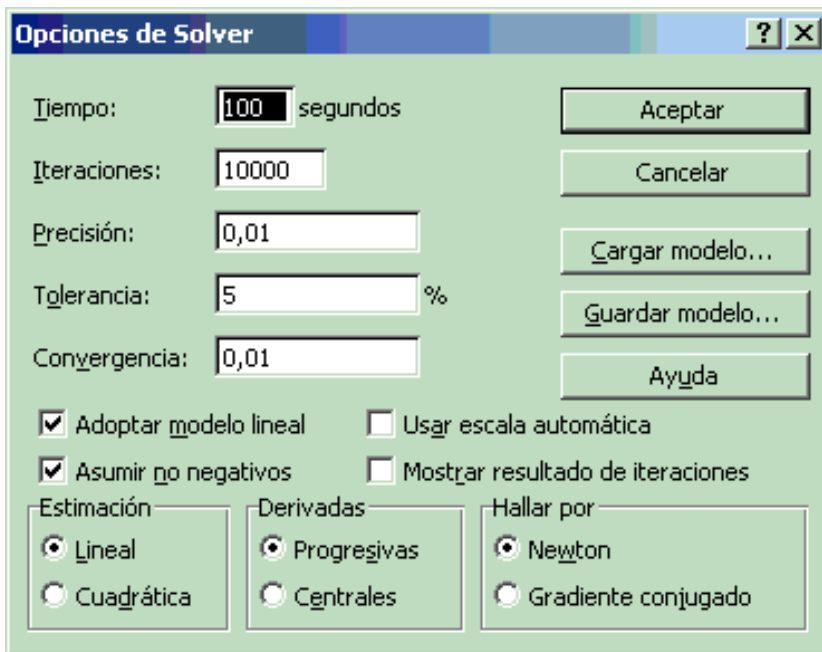


Figura 7. Opcions de Solver

Tal com hem comentat, el problema té solucions múltiples; per tant, és possible que, en resoldre'l al nostre ordinador, els valors òptims de les variables siguin diferents dels que es mostren en els fulls "Model\_Solució\_1" i "Informe de respostes". En gran manera, la solució obtinguda dependrà de la solució inicial de les variables de compres i de refinacions. En el full "Solució\_2" es mostra una altra de les solucions òptimes del problema. Observem que, en ambdues, el valor final del cost mínim és igual; varien lleugerament els valors de les variables de compres, refinacions i magatzems.

**Qüestió 7.** Quin percentatge dels costos totals representen les despeses de compra? I els d'emmagatzematge?

**Solució**

7.

**Percentatges del volum de negoci**

En la figura 8 es mostren els valors de cadascun dels costos (calculats mitjançant les fórmules corresponents) en una de les dues solucions òptimes obtingudes.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F
50			Dureza final	4,93	5,56	6,00
51						
52						
53						
54						
55						
56						
57						

Objetivo (€)	Almacén	Costes totales
	988,75	988,75
	19859,41	19859,41
	20848,16	20848,16

Figura 8. Valors dels costos totals en una de les solucions òptimes

En aquesta solució, els costos totals són de 20.848,16 €, dels quals 19.859,41 € (el 95,26%) corresponen a les despeses de compra, i 988,75 € (el 4,74% restant) corresponen a les despeses d'emmagatzematge.

**Qüestió 8.** Quins efectes té sobre aquesta solució una variació en la demanda mensual?

### Solució

8.

#### Variació de la demanda

Per a estudiar l'efecte d'una variació de la demanda hem de conèixer els costos marginals (o d'oportunitat) de les restriccions corresponents a la demanda mensual ( $PROD_t \geq 35$ ). Recordem que el cost d'oportunitat s'interpreta com l'increment de costos que representaria incrementar en una unitat la quantitat produïda; concretament, si la demanda augmenta una unitat (de 35 a 36 tones), hem de produir aquesta tona addicional, i aquest cost extra és el que anomenem "cost marginal" i el que ens interessa determinar.

Solver mostra els valors dels costos o beneficis marginals (també anomenats "preus ombra" o "costos d'oportunitat") en l'informe de sensibilitat que es genera amb la solució. El conflicte rau en el fet que en un problema amb variables binàries (en el nostre cas, les variables d'ús DVEGkt i DOILkt ho són), Solver no genera l'informe de sensibilitat. Per a obtenir-los hem de fer el següent: eliminem les restriccions "Ús = binari" (figura 6), i les substituïm per les restriccions "Ús  $\leq$  1", tal com es mostra en la figura 9.

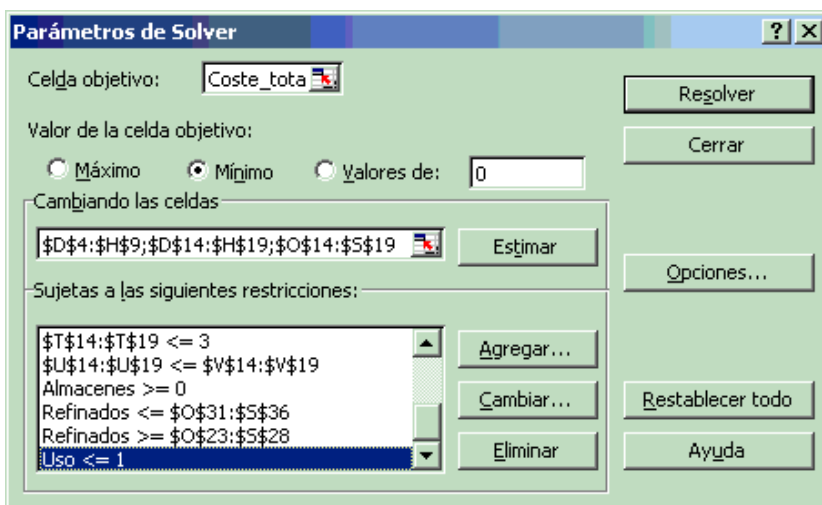


Figura 9. Redefinició de les restriccions d'ús

El resultat d'aquest canvi el podem veure en el full "Model\_sensibilitat". En resoldre'l, obtenim una solució molt semblant a l'anterior, però lleugerament mi-

llor (ja que les noves restriccions permeten ampliar el nostre conjunt de solucions factibles). Ara podem resoldre el nou model i obtenir-ne l'informe de sensibilitat.

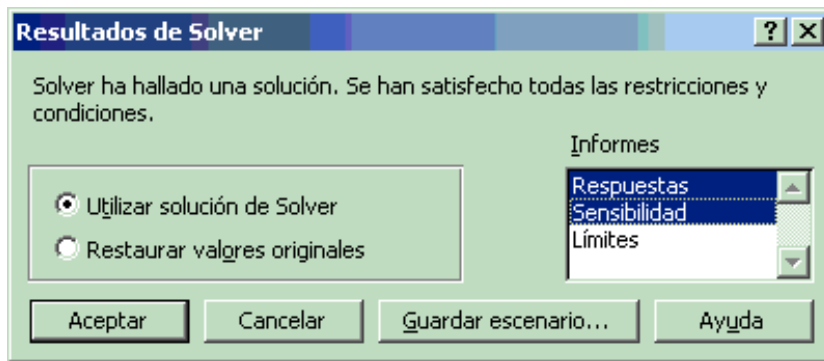


Figura 10. Petició dels informes de respostes i sensibilitat

La figura 11 mostra l'informe de sensibilitat per al nou model.

Celda	Nombre	Valor Igual	Sombra precio	Restricción lado derecho	Aumento permisible	Disminución permisible
\$J\$19	Junio No vegetal	25,00	-11,50	25	0,476190476	0
\$K\$14	Enero Producto final	35,00	96,05	35	0	0
\$K\$15	Febrero Producto final	35,00	109,89	35	0	0
\$K\$16	Marzo Producto final	35,00	110,00	35	0	0
\$K\$17	Abril Producto final	35,00	110,00	35	0	0
\$K\$18	Mayo Producto final	35,00	111,58	35	0	0
\$K\$19	Junio Producto final	35,00	91,50	35	0	0

Figura 11. Informe de sensibilitat Solver: costos d'oportunitat de la demanda

En el full "Informe de sensibilidad" hem ombrejat els valors que ens interessin: es troben en la columna "Ombra preu". Són els següents:

Gener	Febrer	Març	Abril	Maig	Juny
96,05	109,89	110	110	111,58	91,50

Taula 4: costos marginals de la demanda

Recordem que es tracta d'un model amb solucions múltiples i, per tant, les solucions obtingudes al nostre ordinador poden ser lleugerament diferents, en funció de la solució inicial del model.

Cada tona addicional produïda per a cobrir la demanda tindria el cost addicional recollit en la taula 4 en els mesos corresponents. Aquests valors no necessàriament coincidiran amb els costos de compra de les matèries primeres, ja que tenim una política d'emmagatzematge que ens permet guardar olis crus per als mesos posteriors. A més, hem de tenir en compte les condicions de mescla del producte final.

D'altra banda, podem estudiar si la capacitat d'emmagatzematge limita la gestió dels recursos, de manera que impedeixi reduir els costos totals comprant els mesos més barats i guardant les matèries primeres per als mesos posteriors. En el nostre cas, això no és així; en l'informe de sensibilitat obtingut podem comprovar (figura 12) que la capacitat d'emmagatzematge de 50 tones només s'esgota els mesos de març i juny (en aquest últim, per les exigències de mantenir el mateix inventari que a l'inici del període).

Celda	Nombre	Valor Igual	Sombra precio	Restricción lado derecho	Aumento permisible	Disminución permisible
\$H\$29	Junio AOIL3	10,00	115,00	10	0	2,929156019
\$I\$24	Enero Almacén total	15,00	0,00	50	1E+30	35
\$I\$25	Febrero Almacén total	28,75	0,00	50	1E+30	21,25
\$I\$26	Marzo Almacén total	50,00	-1,05	50	0	0
\$I\$27	Abril Almacén total	30,50	0,00	50	1E+30	19,5
\$I\$28	Mayo Almacén total	20,50	0,00	50	1E+30	29,5
\$I\$29	Junio Almacén total	50,00	0,00	50	1E+30	0

Figura 12. Informe de sensibilidad Solver: costos d'oportunitat de la capacitat mensual de magatzem

Observem que el cost d'oportunitat (columna "Ombra preu") de la capacitat d'emmagatzematge del mes de març és de  $-1,05$  €: per cada tona que augmentem la capacitat d'emmagatzematge, els costos es redueixen en aquesta quantitat.

**Qüestió 9.** A partir d'aquesta solució, OLEO, SA, ha decidit eliminar de la seva producció l'oli OIL1, i ha retallat d'aquesta manera els costos d'emmagatzematge associats. A quin fet creieu que es deu la no-utilització d'aquest oli en la solució òptima?

En el model anterior, se suposa que la companyia pot vendre tota la seva producció al preu actual, però la realitat és que la demanda depèn del preu. Jaime Quer, al capdavant del departament de Logística d'OLEO, SA, ha determinat que, per a un preu de venda de 150 € per tona, es poden vendre 35 tones del producte acabat i, per cada euro que es disminueixi aquest preu, les seves vendes augmenten en 3 tones.

### Solució

9.

#### Política de matèries primeres

En efecte, en la solució s'observa que l'oli no vegetal OIL1 no intervé en cap moment de la producció, la qual cosa suposa l'emmagatzematge de 10 tones durant el període de sis mesos, amb un cost de 300 € (el 27,6% dels costos totals d'emmagatzematge). D'altra banda, eliminar les existències d'aquest producte pot suposar una millora en el compte de resultats del mes de març, en el qual necessitem la capacitat d'emmagatzematge total.

Durezas (calidades)	Materias primas					
	VEG1	VEG2	OIL1	OIL2	OIL3	
	8,8	6,1	2	4,2	5	
	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Ponderada	172,40	194,60	210,00	186,00	210,00	194,60
Máxima permitida	210,00	210,00	210,00	210,00	210,00	210,00
Mínima permitida	105,00	105,00	105,00	105,00	105,00	105,00
Dureza final	4,93	5,56	6,00	5,31	6,00	5,56

Figura 13. Qualitat dels productes acabats mensuals

La duresa (qualitat) del producte final és de 4,93 al gener, de 5,56 al febrer i juny, de 6 al març i maig i de 5,31 a l'abril. El fet que l'oli OIL1 tingui una duresa baixa (2) en comparació d'aquests valors, juntament al fet que els seus preus són superiors als dels altres olis no vegetals en la majoria dels mesos, pot motivar la seva no-utilització en cap moment del període.

**Qüestió 10.** De quina manera aquestes conclusions afecten el model?

### Solució

10.

### Política de preus

Les conclusions del departament de logística afecten en dos aspectes el model: la funció objectiu i les restriccions de demanda. Generem el fitxer d'Excel "Màxim\_benefici.xls" de manera similar al model anterior. Comentem, a continuació, les diferències més significatives entre ambdós models.

En primer lloc, introduïrem sis noves variables (cel·les canviant):

Vt: variació en el preu de venda del producte acabat (rang L15:L20); és a dir, el preu de venda del producte al mes  $t$  és de  $150 - Vt$ .

Tal com ho hem formulat, la variable Vt sembla representar una "disminució en el preu de 150 €"; però, si considerem que la variable Vt és lliure de signe (pot ser positiva o negativa), llavors el preu final pot augmentar (quan Vt és negativa) o disminuir (quan Vt és positiva).

En les condicions inicials, la demanda és de 35 tones al mes, i per cada euro que es disminueixi el preu de 150 €, les seves vendes augmenten en 3 tones. Per tant, la producció necessària per a cobrir la demanda serà determinada per les condicions:  $PROD_t = 35 + 3 Vt$ . Podem observar que, quan Vt és positiva, en disminuïm el preu ( $150 - Vt$ ), però la demanda final augmenta ( $35 + 3 Vt$ ); de la mateixa manera, quan Vt és negativa, n'augmentem el preu ( $150 - Vt$ ), però la demanda final disminueix ( $35 + 3 Vt$ ).

Aquestes noves restriccions de demanda han de substituir les condicions  $PROD_t \geq 35$ . Per a incorporar aquestes modificacions, s'introdueixen les fórmules anteriors en les columnes "Producte acabat" (el rang J15:J20 calcula la variable  $PROD_t$ ) i "Referència" (el rang K15:K20 calcula  $PROD_t - 3 Vt$ ). Les restriccions es formulen ara com a  $K15:K20 = 35$ .

Hem de recordar també que, d'acord amb les consideracions sobre matèries primeres, s'eliminaran del problema les variables relacionades amb l'oli OIL1, tant en la funció objectiu com en les restriccions.

Finalment, la funció objectiu ara consisteix en la maximització dels beneficis totals, i hem de marcar el "Valor de la cel·la objectiu" corresponent (figura 14).

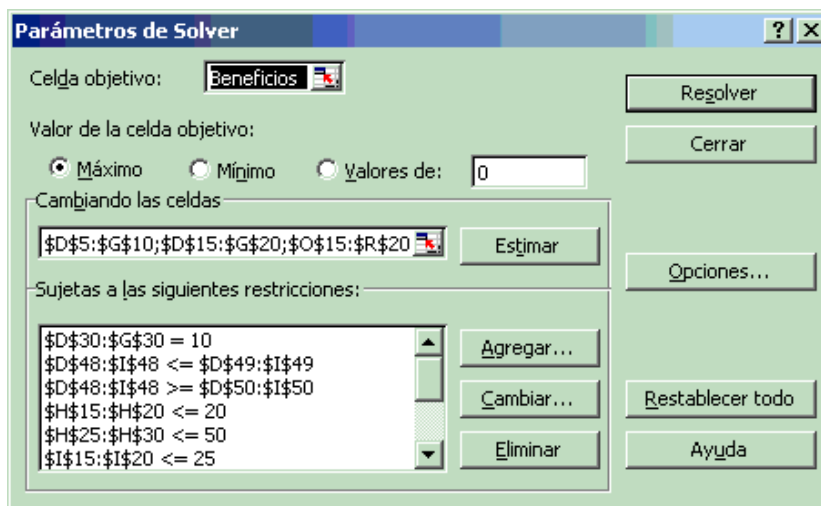


Figura 14. Selecció de màxim per a la cel·la objectiu

Max  $Z = \text{Ingressos} - \text{Costos compra} - \text{Costos inventari}$ . D'aquesta manera, la funció objectiu serà determinada per:

Ingressos:

$$\sum_{t=1}^6 (150 - V_t) * PROD_t$$

Costos de compra d'olis:

$$\sum_{t=1}^6 \sum_{k=1}^2 C_{kt} C_{VEG_{kt}} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=2}^3 C_{kt} C_{OIL_{kt}}$$

Costos d'emmagatzematge:

$$5 \sum_{t=1}^6 \left( \sum_{k=1}^2 A_{VEG_{kt}} + \sum_{k=2}^3 A_{OIL_{kt}} \right)$$

En aquest cas, tenim un problema d'optimització no lineal (en els ingressos hi ha un producte de variables) binari mixt.

El model resultant és un problema massa complex per a resoldre'l amb el complement Solver d'Excel. Una opció és la d'utilitzar programes d'optimització específics, com LINGO ([www.lindo.com](http://www.lindo.com)). En el nostre cas, hem optat per simplificar el model de manera que Solver ens pugui donar una solució prou aproximada; aquesta simplificació consisteix a eliminar les restriccions lògiques sobre la composició del producte acabat referides a: a) eliminar petites quantitats d'algun ingredient, b) imposar "condicions lògiques" en la combinació dels ingredients. També imposarem una condició de no-negativitat sobre la variació del preu de venda del producte acabat, de manera que únicament permetrem un "decrement" del preu sobre els 150 € inicials.

També és convenient modificar les opcions de resolució de Solver, com es mostra en la figura 15.

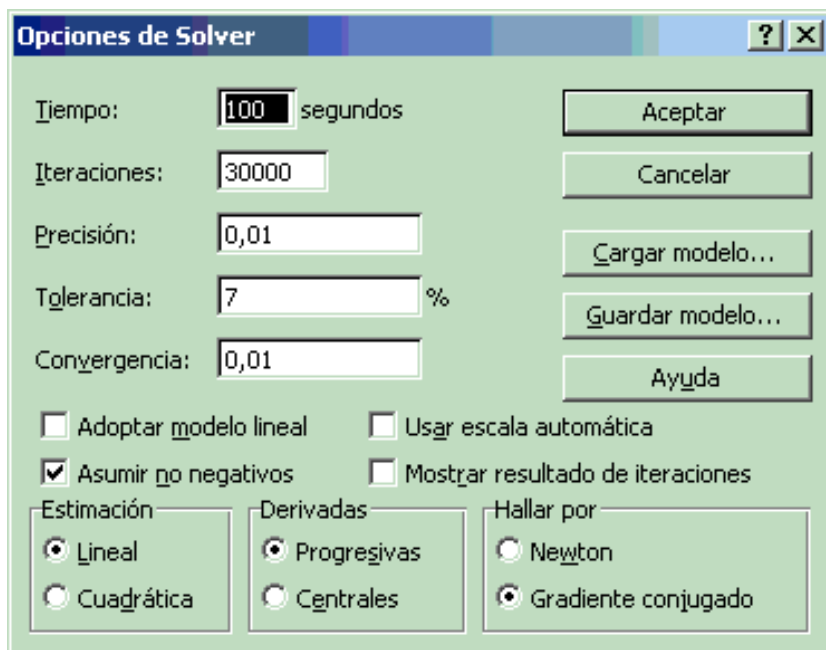


Figura 15. Opcions per a la maximització de beneficis

El model resultant i la solució obtinguda es troben en el full "Solució\_aproximada" del fitxer "Màxims\_beneficis.xls"; podem comprovar que aquesta solució és prou acceptable, ja que l'única condició que no verifica és que la quantitat d'oli OIL3 utilitzada el mes de març no arriba a les 2 tones. La solució exacta, obtinguda amb LINGO, es troba en el full "Solució\_exacta". Les diferències amb els costos i beneficis totals no són significatives.



Qüestió 11. Quina és ara la nova solució òptima?

Solució

11.

Maximització dels beneficis

A continuació, es mostren les solucions aproximada i exacta obtingudes.

		Tipo de aceite				Compra total
		CVEG1	CVEG2	COIL2	COIL3	
COMPRAS (ton)	Enero	8,07	10,00	5,00	0,00	21,07
	Febrero	0,00	0,00	48,89	0,00	48,89
	Marzo	15,76	0,00	0,00	26,11	41,86
	Abril	0,00	31,48	0,00	0,00	31,48
	Mayo	8,52	0,00	0,00	35,00	43,52
	Junio	25,93	14,07	35,00	0,00	75,00

		Tipo de aceite				Refinados totales		Producto final	Referencia	Variación Precio
		RVEG1	RVEG2	ROIL2	ROIL3	Vegetal	No vegetal			
REFINADOS (ton)	Enero	0,00	20,00	15,00	10,00	20,00	25,00	45,00	35,00	3,33
	Febrero	16,07	0,00	25,00	0,00	16,07	25,00	41,07	35,00	2,02
	Marzo	15,76	0,00	23,89	1,11	15,76	25,00	40,76	35,00	1,92
	Abril	0,00	20,00	0,00	25,00	20,00	25,00	45,00	35,00	3,33
	Mayo	8,52	11,48	0,00	25,00	20,00	25,00	45,00	35,00	3,33
	Junio	15,93	4,07	25,00	0,00	20,00	25,00	45,00	35,00	3,33

		Tipo de aceite				Almacén total
		AVEG1	AVEG2	AOIL2	AOIL3	
ALMACENES (ton)	Enero	16,07	0,00	0,00	0,00	16,07
	Febrero	0,00	0,00	23,89	0,00	23,89
	Marzo	0,00	0,00	0,00	25,00	25,00
	Abril	0,00	11,48	0,00	0,00	11,48
	Mayo	0,00	0,00	0,00	10,00	10,00
	Junio	10,00	10,00	10,00	10,00	40,00

**126,45**

		Tipo de aceite			
		VEG1	VEG2	OIL2	OIL3
Costes de compra (€/ton)	Mes				
	Enero	110	120	110	115
	Febrero	130	130	90	115
	Marzo	110	140	100	95
	Abril	120	110	120	125
	Mayo	100	120	110	105
Junio	90	100	80	135	

Figura 16. Solució aproximada per a la maximització de beneficis

		Tipo de aceite				Compra total
		CVEG1	CVEG2	COIL2	COIL3	
COMPRAS (ton)	Enero	5,50	10,00	5,00	0,00	20,50
	Febrero	0,00	0,00	46,00	2,00	48,00
	Marzo	15,50	0,00	0,00	27,00	42,50
	Abril	0,00	31,48	0,00	0,00	31,48
	Mayo	8,52	0,00	0,00	37,00	45,52
	Junio	25,50	10,00	33,00	0,00	68,50

		Tipo de aceite				Refinados totales		Producto final	Referencia	Variación Precio
		RVEG1	RVEG2	ROIL2	ROIL3	Vegetal	No vegetal			
REFINADOS (ton)	Enero	0,00	20,00	15,00	10,00	20,00	25,00	45,00	35,00	3,33
	Febrero	15,50	0,00	23,00	2,00	15,50	25,00	40,50	35,00	1,83
	Marzo	15,50	0,00	23,00	2,00	15,50	25,00	40,50	35,00	1,83
	Abril	0,00	20,00	0,00	25,00	20,00	25,00	45,00	35,00	3,33
	Mayo	8,52	11,48	0,00	25,00	20,00	25,00	45,00	35,00	3,33
	Junio	15,50	0,00	23,00	2,00	15,50	25,00	40,50	35,00	1,83

		Tipo de aceite				Almacén total
		AVEG1	AVEG2	AOIL2	AOIL3	
ALMACENES (ton)	Enero	15,50	0,00	0,00	0,00	15,50
	Febrero	0,00	0,00	23,00	0,00	23,00
	Marzo	0,00	0,00	0,00	25,00	25,00
	Abril	0,00	11,48	0,00	0,00	11,48
	Mayo	0,00	0,00	0,00	12,00	12,00
	Junio	10,00	10,00	10,00	10,00	40,00

**126,98**

		Tipo de aceite			
		VEG1	VEG2	OIL2	OIL3
Costes de compra (€/ton)	Mes				
	Enero	110	120	110	115
	Febrero	130	130	90	115
	Marzo	110	140	100	95
	Abril	120	110	120	125
	Mayo	100	120	110	105
Junio	90	100	80	135	

Figura 17. Solució exacta per a la maximització de beneficis

Igual que en el model lineal, el problema té solucions múltiples, i la solució obtinguda al nostre ordinador pot ser diferent en funció de la solució inicial donada a les variables de compres i a les refinacions.

La taula 5 recull la solució òptima exacta.

		VEG1	VEG2	OIL2	OIL3
	Compra	5,5	10	5	
<b>Gener</b>	Refinació		20	15	10
	Magatzem	15,5			
	Compra			46	2
<b>Febrer</b>	Refinació	15,5		23	2
	Magatzem			23	
	Compra	15,5			27
<b>Març</b>	Refinació	15,5		23	2
	Magatzem				25
	Compra		31,48		
<b>Abril</b>	Refinació		20		25

Taula 5. Nova política òptima de maximització de beneficis

		VEG1	VEG2	OIL2	OIL3
	Magatzem		11,48		
	Compra	8,52			37
<b>Maig</b>	Refinació	8,52	11,48		25
	Magatzem				12
	Compra	25,5	10	33	
<b>Juny</b>	Refinació	15,5		23	2
	Magatzem	10	10	10	10

Taula 5. Nova política òptima de maximització de beneficis

En aquesta solució hem d'indicar també les variacions en els preus i en la producció respecte a les condicions inicials:

	Variació en el preu (Vt)	Preu final 150 – 3 Vt	Producció	Variació en la producció
<b>Gener</b>	3,33	146,67	45	10
<b>Febrer</b>	1,83	148,17	40,5	5,5
<b>Març</b>	1,83	148,17	40,5	5,5
<b>Abril</b>	3,33	146,67	45	10
<b>Maig</b>	3,33	146,67	45	10
<b>Juny</b>	1,83	148,17	40,5	5,5

Taula 6. Relació de preus i produccions mensuals

Podem observar que en cap cas no ens interessa augmentar el preu de venda sobre els 150 € inicials. En canvi, sí que és convenient estimular la demanda inicial de 35 tones (la variació en la producció és positiva) mitjançant una política de reducció de preus (Vt positiva). A més, en els mesos de gener, abril i maig s'arriba al màxim de la capacitat de producció, 45 tones.

**Qüestió 12.** En les noves condicions, quin percentatge del volum de negoci representen els costos de compra? I els d'emmagatzematge?

**Solució**

12.

**Volum de negoci**

Els valors dels costos, ingressos i beneficis en la solució òptima exacta els podem trobar en el fitxer d'Excel, i es mostren en la figura 18.

	A	B	C	D	E	F
52						
53						
54						
55						
56						
57						
58						
59						

Objetivo (€)	Totales	
	Almacén	634,90
Compra	25129,80	
Ingresos	37802,25	
Total	12037,55	

Figura 18. Resultats de la maximització de beneficis

El benefici total obtingut és de 12.037,55 €, amb uns ingressos de 37.802,25 € i uns costos totals de 25.764,7 €; d'aquests, el 97,5% (25.129,8 €) correspon a les despeses de compra, i el 2,5% (634,9 €) als d'emmagatzematge.

### **Referències**

**Eppen, G. D. i altres** (2000). *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa. Construcción de modelos de decisiones con hojas de cálculo electrónicas* (5a. ed.). Mèxic, D. F., etc.: Prentice Hall Hispanoamericana.

**Williams, H. P.** (1993). *Model Building in Mathematical Programming* (3a ed.). Chichester, etc.: John Wiley & Sons.

**Lindo Systems Inc.** Software d'optimització lineal i no lineal. Disponible en les versions de demostració durant 30 dies. <<http://www.lindo.com>>

**Frontline Systems Inc.** Pàgina oficial de la macro Solver. <<http://www.solver.com>>

## 5. Aplicació de models d'investigació operativa a un problema de gestió de transport: cas Elecder-Power&Control

La gestió de transport es presenta sovint en plantejar la distribució de béns i serveis des de diverses localitzacions de subministrament cap a diverses ubicacions de la demanda. Típicament, la quantitat de béns disponibles en cada localització de subministrament (origen) és limitada, i la quantitat dels béns necessaris en cadascuna de les localitzacions de demanda (destinació) és coneguda. En general, en un problema de gestió de transport l'objectiu és minimitzar el cost de transportar els béns des dels orígens fins a les destinacions. Considerem el problema de transport a què s'enfronta l'empresa Elecder.


L'empresa Elecder és el primer especialista mundial de "Power&Control" i associa dues activitats complementàries:

### 1) La distribució elèctrica en mitjana i baixa tensió

a) **Mitjana tensió:** aporta solucions completes per a la protecció elèctrica i la gestió, explotació, manteniment i renovació d'instal·lacions.





	
Energia eòlica: alimentar la xarxa de subministrament elèctric	Distribució elèctrica d'MT: controlar i gestionar la distribució elèctrica
	
Aeroports: subministrar la instal·lació elèctrica Distribuir l'electricitat i controlar els equipaments	Túnels de carretera: controlar i gestionar la generació d'energia

b) **Baixa tensió:** defineix ofertes de "productes, sistemes i serveis" de distribució elèctrica en baixa tensió destinades als edificis residencials, terciaris i industrials.





	
Distribuir l'electricitat de baixa tensió	Distribuir les xarxes de veu-dades-i matges
	
Automatització per a la llar: gestió de la llum i temperatura, control d'àudio i vídeo, control d'accés, sistemes de seguretat	Protegir les persones i la propietat

## 2) El control industrial i els automatismes

a) **Control industrial:** control de màquines i processos en la indústria, les infraestructures i els edificis terciaris.

	
Tractament de l'aigua: controlar i monitoritzar els motors de bombeig. Gestionar les instal·lacions	Sistemes de control i seguiment per a maquinària
	
Detectar objectes, formes i colors	Control i protecció de motors

b) **Automatismes:** automatització de màquines, tallers i processos en totes les activitats industrials, infraestructures i sector terciari.

	
<p>Automatització de màquines repetitives</p>	<p>Controlar els automatismes; processar i transmetre les dades obtingudes</p>
	
<p>Visualitzar els estats i transmetre'ls a les màquines</p>	<p>Comunicar els diferents sistemes automatitzats de l'empresa</p>

Dins de la primera activitat esmentada, i centrant-nos en el mercat de la baixa tensió, una de les seves marques és "LEUN", que centra la seva activitat en el camp del petit material elèctric. El seu catàleg comprèn des d'interruptors i preses de corrent fins a solucions per al control automatitzat dels sistemes elèctrics de la llar (vegeu la figura 1). Al començament de l'any que ve, l'empresa vol llançar a Espanya la seva nova gamma d'interruptors "HEAD+".



Figura 1. Catàleg marca LEUN

Les despeses derivades de l'optimització del transport suposen una partida molt elevada dins del pressupost de l'empresa. Conscients d'això, s'han contractat els serveis de QUER Consulting, amb l'objectiu de verificar que els recursos de transport són els adequats per a les necessitats d'Elecder.

En l'entrevista que manté el director de Logística de l'empresa, Santos López, amb el gerent de QUER Consulting, James Quer, li dóna les dades següents:

1) L'empresa pot fabricar els interruptors en quatre centres de producció ubicats a Capellades (Barcelona), Puente de la Reina (Navarra), Griñón (Madrid) i Meliana (València). En la taula 1 es poden observar les estimacions que ha fet el departament de Producció sobre el nombre d'interruptors que pot fabricar cadascun dels centres de producció durant el primer trimestre del pròxim any.

**Taula**

Centre producció	Nombre interruptors
Capellades	43.000
Puente de la Reina	35.000
Griñón	29.000
Meliana	37.000

Taula 1. Fabricació màxima d'interruptors als centres de producció

2) D'altra banda, Elecder disposa de centres de distribució ubicats a set ciutats repartides per les set àrees (delegacions) en què l'empresa ha dividit el país (vegeu la figura 2). En la taula 2 es mostren cadascuna de les delegacions, així com la ciutat on s'ubica el centre de distribució.

**Taula**

Delegació	Magatzem ubicat a
D1-Nord-est	Barcelona
D2-Centre	Madrid
D3-Llevant	Alacant
D4-Nord	Bilbao
D5-Nord-oest	La Corunya
D6-Sud	Sevilla
D7-CAR	Saragossa

Taula 2. Ubicació del magatzem en delegació



3) El departament de Màrqueting de l'empresa ha fet un estudi de mercat per a estimar la demanda d'interruptors en els pròxims tres mesos a les diferents delegacions. En la taula 3 es poden observar aquestes demandes estimades.

**Taula**

Delegació	Demanda
D1-Nord-est	25.000
D2-Centre	25.000
D3-Llevant	20.000
D4-Nord	18.000
D5-Nord-oest	16.000
D6-Sud	22.000
D7-CAR	14.000

Taula 3. Demandes a les delegacions

4) Elecder subcontracta el transport que es fa per carretera. El transportista habitual ha enviat a l'empresa un pressupost en el qual es reflecteixen els costos de transport (euros per 1.000 interruptors) des dels centres de producció fins als magatzems (vegeu la taula 4).

**Taula**

Centre producció	Delegació						
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
Capellades	1	40	30	35	80	70	25
Puente de la Reina	30	35	50	10	50	70	15
Griñón	45	1	30	30	45	35	20
Meliana	35	30	10	40	75	45	25

Taula 4. Costos de transport (euros per 1.000 interruptors)

5) La flota de camions del transportista habitual té una sèrie de limitacions de mobilització (nombre d'interruptors que pot transportar) des de les fàbriques als magatzems. Aquestes limitacions es poden veure en la taula 5.

**Taula**

Centre producció	Delegació						
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
Capellades	15.000	10.000	13.000	12.000	13.000	15.000	15.000

Taula 5. Limitacions de mobilització

Centre producció	Delegació						
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
Puente de la Reina	13.000	12.000	11.000	15.000	10.000	12.000	11.000
Griñón	12.000	15.000	12.000	13.000	11.000	10.000	12.000
Meliana	12.000	14.000	14.000	12.000	14.000	15.000	13.000

Taula 5. Limitacions de mobilització

6) El transportista també informa **Elecder** que transportarà els interruptors en paquets indivisibles de 1.000 unitats.



Figura 2. Possibles rutes de distribució des de la fàbrica de Puente de la Reina

## Esquema

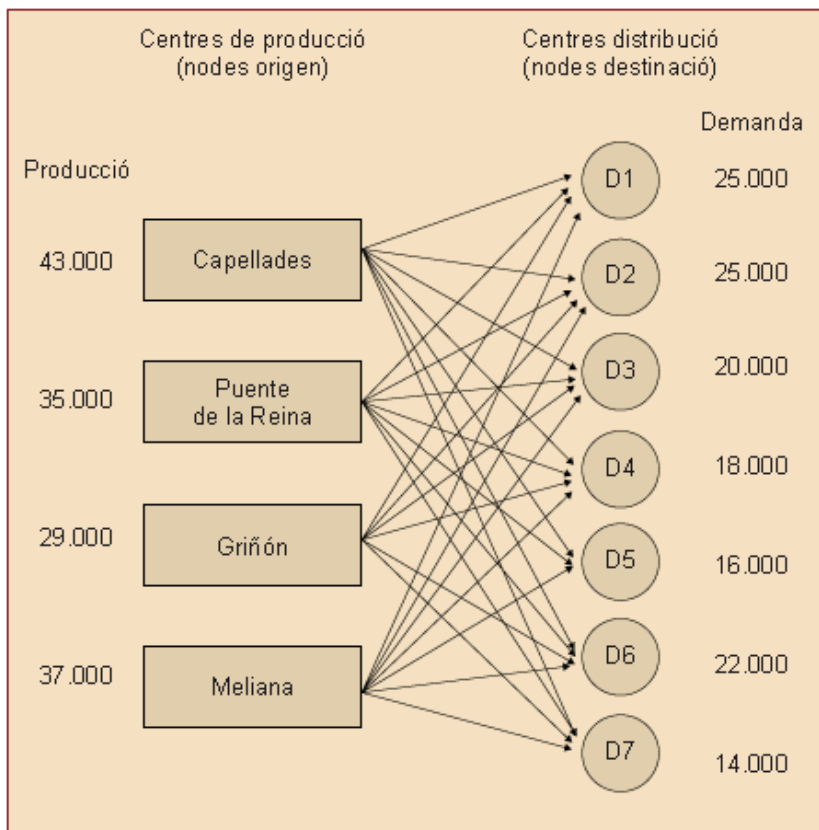


Figura 3. Esquema problema del transport

## Qüestions de logística

**Qüestió 1.** Definiu avantatges o inconvenients d'externalitzar el transport davant la possibilitat de tenir una flota pròpia.

### Solució

1.

#### Externalitzar transport o flota pròpia

Alguns avantatges fonamentals serien, entre d'altres:

- La disminució de la infraestructura suposa la substitució de costos fixos per costos variables.
- Professionalització i especialització de les funcions efectuades pel transport.
- Possibilitat més gran de dedicació de recursos empresarials a l'activitat-nucli del negoci.

Entre els **desavantatges**, podem destacar:

- Dificultat per a trobar un transportista amb la capacitat adequada per a la seva dimensió (ni sobredimensionada ni infradimensionada).
- Pèrdua del control sobre la demanda final.
- Disminució de la sensibilitat del personal de l'empresa en aquest apartat.
- En alguns casos, es pot produir una disminució de la flexibilitat en la resposta a la demanda.

**Qüestió 2.** Si tenim en compte que el mes té 22 dies feiners i que el repartiment és constant cada dia trimestral, calculeu la despesa diària en transport si es té en compte que en aquest no hi ha les limitacions esmentades en l'apartat 5.

Per a això, cal considerar el que cada centre de distribució rep de la fàbrica més propera, excepte:

- la zona D6-Zona Sud, que rep el subministrament de les tres fàbriques, llevat de la de Capellades;
- la zona D7-CAR, que rep el subministrament de la de Capellades.

### Solució

2.

#### Càlcul del cost del transport diari

Al trimestre, els centres de distribució reben de:

- D1 – Nord-est – des de Capellades – 25.000 u.  $\times$  (1 €/1.000 u.) = 25 €
- D2 – Centre – des de Griñón – 25.000 u.  $\times$  (1 €/1.000 u.) = 25 €
- D3 – Llevant – des de Meliana – 20.000 u.  $\times$  (10 €/1.000 u.) = 200 €
- D4 – Nord – des de Puente de la Reina – 18.000 u.  $\times$  (10 €/1.000 u.) = 180 €
- D5 – Nord-oest – des de Puente de la Reina – 16.000 u.  $\times$  (50 €/1.000 u.) = 800 €
- D6 – Sud – 17.000 u. des de Meliana + 4.000 des de Griñón + 1.000 des de Puente de la Reina – (17.000 u.  $\times$  45 €/1.000 u.) + (4.000 u.  $\times$  35 €/1.000 u.) + (1.000 u.  $\times$  70 €/1.000 u.) = 975 €
- D7 – CAR – des de Capellades 14.000 u.  $\times$  (25 €/1.000 u.) = 350 €

El total del trimestre serà 25 + 25 + 200 + 180 + 800 + 975 + 350 = 2.555 €

Com que són 66 dies feiners (22 dies  $\times$  3 mesos): 2.835/66 = 42,95 € diaris

### Qüestions d'investigació operativa

Una vegada recopilada tota aquesta informació, Elecder vol conèixer quants interruptors ha d'enviar el pròxim trimestre des de cada fàbrica fins a cada delegació, per a aconseguir minimitzar els costos de transport (vegeu la figura 3).

Utilitzeu tècniques de programació lineal per a respondre les qüestions següents:

**Qüestió 1.** Formuleu un model de programació lineal entera que minimitzi el cost total del transport d'interruptors per al pròxim trimestre.

### Solució

1.

#### Model d'optimització

##### a) Variables de decisió

Siguin les variables de decisió:  $X_{ij}$  = nombre d'interruptors (en milers) que s'envien de la fàbrica  $i$  al centre de distribució  $j$ , amb  $i = C, P, G, M, j = 1 \dots 7$ .

##### b) Restriccions

Les restriccions corresponen a:

- Limitacions de disponibilitat a les fàbriques (taula 1):

Capellades:	$X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} + X_{C4} + X_{C5} + X_{C6} + X_{C7} \leq 43$
Puente de la Reina:	$X_{P1} + X_{P2} + X_{P3} + X_{P4} + X_{P5} + X_{P6} + X_{P7} \leq 35$
Griñón:	$X_{G1} + X_{G2} + X_{G3} + X_{G4} + X_{G5} + X_{G6} + X_{G7} \leq 29$
Meliana:	$X_{M1} + X_{M2} + X_{M3} + X_{M4} + X_{M5} + X_{M6} + X_{M7} \leq 37$

- Satisfacció de la demanda a les delegacions (taula 3):

$$D1: \\ X_{C1} + X_{P1} + X_{G1} + X_{M1} \geq 25$$

$$D2: \\ X_{C2} + X_{P2} + X_{G2} + X_{M2} \geq 25$$

$$D3: \\ X_{C3} + X_{P3} + X_{G3} + X_{M3} \geq 20$$

$$D4: \\ X_{C4} + X_{P4} + X_{G4} + X_{M4} \geq 18$$

$$D5: \\ X_{C5} + X_{P5} + X_{G5} + X_{M5} \geq 16$$

$$D6: \\ X_{C6} + X_{P6} + X_{G6} + X_{M6} \geq 22$$

$$D7: \\ X_{C7} + X_{P7} + X_{G7} + X_{M7} \geq 14$$

- Limitacions de mobilització en cadascuna de les rutes (taula 5):

Centre producció	Delegació						
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
Capellades	$X_{C1} \leq 15$	$X_{C2} \leq 10$	$X_{C3} \leq 13$	$X_{C4} \leq 12$	$X_{C5} \leq 13$	$X_{C6} \leq 15$	$X_{C7} \leq 15$
Puente de la Reina	$X_{P1} \leq 13$	$X_{P2} \leq 12$	$X_{P3} \leq 11$	$X_{P4} \leq 15$	$X_{P5} \leq 10$	$X_{P6} \leq 12$	$X_{P7} \leq 11$
Griñón	$X_{G1} \leq 12$	$X_{G2} \leq 15$	$X_{G3} \leq 12$	$X_{G4} \leq 13$	$X_{G5} \leq 11$	$X_{G6} \leq 10$	$X_{G7} \leq 12$
Meliana	$X_{M1} \leq 12$	$X_{M2} \leq 14$	$X_{M3} \leq 14$	$X_{M4} \leq 12$	$X_{M5} \leq 14$	$X_{M6} \leq 15$	$X_{M7} \leq 13$

- Totes les variables són enteres i positives.

### c) Funció objectiu (taula 5)

La funció objectiu que es minimitzarà representa els costos totals de transportar els interruptors des de les fàbriques fins als centres de distribució:

MIN Z =	$1X_{C1}$	$+40X_{C2}$	$+30X_{C3}$	$+35X_{C4}$	$+80X_{C5}$	$+70X_{C6}$	$+25X_{C7}$
	$30X_{P1}$	$+35X_{P2}$	$+50X_{P3}$	$+10X_{P4}$	$+50X_{P5}$	$+70X_{P6}$	$+15X_{P7}$
	$45X_{G1}$	$+1X_{G2}$	$+30X_{G3}$	$+30X_{G4}$	$+45X_{G5}$	$+35X_{G6}$	$+20X_{G7}$
	$35X_{M1}$	$+30X_{M2}$	$+10X_{M3}$	$+40X_{M4}$	$+75X_{M5}$	$+45X_{M6}$	$+25X_{M7}$

En resum, el model proposat és:

MIN Z =	$1X_{C1}$	$+40X_{C2}$	$+30X_{C3}$	$+35X_{C4}$	$+80X_{C5}$	$+70X_{C6}$	$+25X_{C7}$
	$30X_{P1}$	$+35X_{P2}$	$+50X_{P3}$	$+10X_{P4}$	$+50X_{P5}$	$+70X_{P6}$	$+15X_{P7}$
	$45X_{G1}$	$+1X_{G2}$	$+30X_{G3}$	$+30X_{G4}$	$+45X_{G5}$	$+35X_{G6}$	$+20X_{G7}$
	$35X_{M1}$	$+30X_{M2}$	$+10X_{M3}$	$+40X_{M4}$	$+75X_{M5}$	$+45X_{M6}$	$+25X_{M7}$

subjecte a:

- Restriccions de producció

Capellades:	$X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} + X_{C4} + X_{C5} + X_{C6} + X_{C7} \leq 43$
Puente de la Reina:	$X_{P1} + X_{P2} + X_{P3} + X_{P4} + X_{P5} + X_{P6} + X_{P7} \leq 35$
Griñón:	$X_{G1} + X_{G2} + X_{G3} + X_{G4} + X_{G5} + X_{G6} + X_{G7} \leq 29$
Meliana:	$X_{M1} + X_{M2} + X_{M3} + X_{M4} + X_{M5} + X_{M6} + X_{M7} \leq 37$

- Restriccions de demanda

D1:  
 $X_{C1} + X_{P1} + X_{G1} + X_{M1} \geq 25$

D2:  
 $X_{C2} + X_{P2} + X_{G2} + X_{M2} \geq 25$

D3:  
 $X_{C3} + X_{P3} + X_{G3} + X_{M3} \geq 20$

D4:  
 $X_{C4} + X_{P4} + X_{G4} + X_{M4} \geq 18$

D5:  
 $X_{C5} + X_{P5} + X_{G5} + X_{M5} \geq 16$

D6:  
 $X_{C6} + X_{P6} + X_{G6} + X_{M6} \geq 22$

D7:  
 $X_{C7} + X_{P7} + X_{G7} + X_{M7} \geq 14$

- Restriccions de transport

$X_{C1} \leq 15$	$X_{C2} \leq 10$	$X_{C3} \leq 13$	$X_{C4} \leq 12$	$X_{C5} \leq 13$	$X_{C6} \leq 15$	$X_{C7} \leq 15$
$X_{P1} \leq 13$	$X_{P2} \leq 12$	$X_{P3} \leq 11$	$X_{P4} \leq 15$	$X_{P5} \leq 10$	$X_{P6} \leq 12$	$X_{P7} \leq 11$
$X_{G1} \leq 12$	$X_{G2} \leq 15$	$X_{G3} \leq 12$	$X_{G4} \leq 13$	$X_{G5} \leq 11$	$X_{G6} \leq 10$	$X_{G7} \leq 12$
$X_{M1} \leq 12$	$X_{M2} \leq 14$	$X_{M3} \leq 14$	$X_{M4} \leq 12$	$X_{M5} \leq 14$	$X_{M6} \leq 15$	$X_{M7} \leq 13$

$X_{ij} \in \mathbb{Z}^+$  i positives

**Qüestió 2.** Amb l'ajuda de la macro Solver del programa Excel, determineu la solució òptima del model. Descriviu amb detall la solució obtinguda. Com s'han d'organitzar les trameses des dels orígens fins a les destinacions? Quin és el cost total d'aquestes trameses?

### Solució

2.

En el fitxer annex hi ha totes les operacions necessàries per a obtenir la solució del model mitjançant la macro Solver del full de càlcul Excel. Els valors de les variables de decisió ("Cel·les canviants" per a Solver) figuren en el rang "C5:I8". La funció objectiu es mostra en la cel·la "L18" (li hem donat el nom de "Cost\_Transport"), els costats esquerres de les restriccions de limitacions de disponibilitat a les fàbriques, de satisfacció de la demanda a les delegacions i de limitacions de mobilització en cadascuna de les rutes es mostren, respectivament, en els rangs "J5:J8", "C9:I9" i "C33:I36". Tots aquests rangs es mostren en els paràmetres de la macro Solver ("Herramientas"- "Solver". Vegeu la figura 4).



Figura 4. Paràmetres de Solver

Una vegada resolt el model, podem analitzar la solució que ens proporciona Solver. El nombre d'interruptors (en milers) que hem d'enviar des dels centres de producció a cadascuna de les delegacions per a minimitzar el cost total del transport es pot veure en la taula 7 (aquests valors es mostren en la taula 1 del full "Dades" de l'arxiu d'Excel annex).

Centre producció	Delegació							Total
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	
Capellades	15	1	6	3			14	39
Puente de la Reina	10			15	10			35
Griñón		15			6	8		29
Meliana		9	14			14		37
<b>Total</b>	25	25	20	18	16	22	14	

Taula 6. Solució òptima proporcionada per Solver

El cost total associat a aquest transport és de 3.245 €. Observem com amb aquest pla de transport se satisfan totes les demandes de les delegacions i com al centre de producció de Capellades hi haurà 4.000 interruptors que no enviarem a cap delegació i que per tant es quedaran al seu magatzem com a existències.

Quant a la utilització de cadascuna de les rutes, en la taula 7 podem observar el percentatge de mobilització en cadascuna d'elles:

Centre producció	Delegació						
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
Capellades	100,00	10,00	46,15	25,00	0,00	0,00	93,33
Puente de la Reina	76,92	0,00	0,00	100,00	100,00	0,00	0,00
Griñón	0,00	100,00	0,00	0,00	54,55	80,00	0,00
Meliana	0,00	64,29	100,00	0,00	0,00	93,33	0,00

Taula 7. Percentatge de mobilització en cada ruta

Aquesta taula es construeix a partir de la comparació de la limitacions de mobilització (\$C\$23:\$I\$26) amb la mobilització resultant de l'aplicació del model (\$C\$31:\$I\$34). Per exemple, en el cas de la mobilització, entre el centre de producció

Puente de la Reina i la delegació D1 observem que el percentatge és del 76,92%. Aquesta dada sorgeix d'observar que en aquest trajecte s'utilitza una capacitat de 10 (cel·la C32) sobre una capacitat màxima de 13 (cel·la C23), és a dir, s'utilitza el 76,92% de la capacitat màxima.

Observem com el transportista té saturada la capacitat de tramesa en cinc rutes (marcades en negreta); a la resta encara té capacitat de mobilització.

Per a resoldre posteriorment les qüestions relacionades amb l'anàlisi de sensibilitat necessitarem la taula "Restriccions" de l'"Informe de sensibilitat" que genera Solver. Vegeu la taula 8 (la taula apareix en el full "Informe de sensibilitat 1" del fitxer adjunt).

Restriccions						
Cel·la	Nom	Valor igual	Ombra preu	Restricció banda dreta	Augment permisible	Disminució permisible
\$J\$7	Capellades	39,0	0,0	43	1E+30	4,0
\$J\$8	Puente de la Reina	35,0	-15,0	35	0,0	4,0
\$J\$9	Griñón	29,0	-20,0	29	1,0	1,0
\$J\$10	Meliana	37,0	-10,0	37	1,0	4,0
\$C\$11	D1	25,0	45,0	25	4,0	0,0
\$D\$11	D2	25,0	40,0	25	4,0	1,0
\$E\$11	D3	20,0	30,0	20	4,0	6,0
\$F\$11	D4	18,0	35,0	18	4,0	3,0
\$G\$11	D5	16,0	65,0	16	1,0	1,0
\$H\$11	D6	22,0	55,0	22	1,0	1,0
\$I\$11	D7	14,0	25,0	14	1,0	14,0
\$C\$54	Capellades D1	15,0	-44,0	15	0,0	9,0
\$D\$54	Capellades D2	1,0	0,0	10	1E+30	9,0
\$E\$54	Capellades D3	6,0	0,0	13	1E+30	7,0
\$F\$54	Capellades D4	3,0	0,0	12	1E+30	9,0
\$G\$54	Capellades D5	0,0	0,0	13	1E+30	13,0
\$H\$54	Capellades D6	0,0	0,0	15	1E+30	15,0
\$I\$54	Capellades D7	14,0	0,0	10	1E+30	1,0
\$C\$55	Puente de la Reina D1	10,0	0,0	13	1E+30	3,0
\$D\$55	Puente de la Reina D2	0,0	0,0	12	1E+30	12,0
\$E\$55	Puente de la Reina D3	0,0	0,0	13	1E+30	11,0
\$F\$55	Puente de la Reina D4	15,0	-10,0	15	3,0	0,0
\$G\$55	Puente de la Reina D5	10,0	0,0	15	2,0	0,0
\$H\$55	Puente de la Reina D6	0,0	0,0	13	1E+30	12,0
\$I\$55	Puente de la Reina D7	0,0	0,0	12	1E+30	11,0
\$C\$56	Griñón D1	0,0	0,0	11	1E+30	12,0
\$D\$56	Griñón D2	15,0	-19,0	15	1,0	2,0
\$E\$56	Griñón D3	0,0	0,0	12	1E+30	12,0
\$F\$56	Griñón D4	0,0	0,0	13	1E+30	13,0
\$G\$56	Griñón D5	6,0	0,0	11	1E+30	5,0
\$H\$56	Griñón D6	8,0	0,0	10	1E+30	2,0
\$I\$56	Griñón D7	0,0	0,0	12	1E+30	12,0
\$C\$57	Meliana D1	0,0	0,0	12	1E+30	12,0
\$D\$57	Meliana D2	9,0	0,0	14	1E+30	5,0
\$E\$57	Meliana D3	14,0	-10,0	14	6,0	1,0
\$F\$57	Meliana D4	0,0	0,0	12	1E+30	12,0
\$G\$57	Meliana D5	0,0	0,0	14	1E+30	14,0
\$H\$57	Meliana D6	14,0	0,0	15	1E+30	1,0
\$I\$57	Meliana D7	0,0	0,0	13	1E+30	13,0

Taula 8. Taula de restriccions del full "Anàlisi de sensibilitat"

**Qüestió 3.** A causa de diversos problemes sorgits a la xarxa de carreteres, el transportista decideix no utilitzar la ruta "Puente de la Reina-D5". Com s'introdueix aquesta condició en el plantejament del model?

Contesteu les preguntes següents utilitzant l'anàlisi de sensibilitat sempre respecte al plantejament inicial de l'apartat 1 i sense tenir en compte la modificació proposada en l'apartat 3.

### Solució

#### 3.

Amb l'objectiu de considerar aquesta situació, simplement farem desaparèixer l'arc corresponent del diagrama (vegeu la figura 3) i eliminarem la variable corresponent en la formulació del model. En el nostre cas, si la ruta "Puente de la Reina-D5" és inacceptable, s'elimina l'arc "Puente de la Reina-D5" de la figura i la variable  $X_{p5}$  es podria eliminar de la formulació del model. La resolució del



model ens donaria la solució òptima, i garantiria alhora que la ruta "Puente de la Reina-D5" no s'utilitzaria.

**Qüestió 4.** A causa d'una ampliació a les instal·lacions de la fàbrica de Griñón, l'empresa té la possibilitat d'augmentar la capacitat productiva en aquesta fàbrica a 1.000 interruptors. Quin seria l'efecte en el cost total del transport?

#### Solució

4.

Per a estudiar l'efecte d'una variació de la capacitat productiva de les fàbriques, necessitem conèixer els preus ombra de les restriccions corresponents. Aquests valors, obtinguts mitjançant el Solver (taula 9), es poden observar en la taula 9.

Centre producció	Preu ombra
Capellades	0
Puente de la Reina	-15
Griñón	-20
Meliana	-10

Taula 9. Preus ombra de les capacitats productives

S'observa com el preu ombra corresponent a la capacitat productiva de la fàbrica de Griñón és igual a -20; és a dir, si augmentem la capacitat productiva a la fàbrica de Griñón a 1.000 interruptors ( $29 + 1 = 30$ ), el cost total del transport disminueix  $1 \times 20$  euros. Per tant, el cost total del transport serà:

$$Z = 3.245 - 20 = 3.225$$

**Qüestió 5.** A causa de problemes salarials, el comitè d'empresa de la fàbrica de Meliana convoca una vaga de dues setmanes per al pròxim trimestre. Això obliga Elecder a reduir les seves estimacions de producció en aquesta fàbrica fins als 35.000 interruptors. Quin efecte té la vaga en el cost total del transport?

#### Solució

5.

En aquest cas, per a conèixer l'efecte d'una disminució de 2.000 unitats en la capacitat productiva a la fàbrica de Meliana ( $37 - 2 = 35$ ), utilitzem el preu ombra associat a la seva restricció: -10 (vegeu la taula 10). Si la capacitat productiva disminueix en 2.000 unitats, la variació en la funció objectiu serà de:

$$-10 \times (-2) = 20 \text{ euros}$$

És a dir, el nou valor del cost total del transport serà:

$$Z = 3.245 + 20 = 3.265$$

Podem afirmar que la vaga provoca un augment de 20 euros en el cost total del transport.

**Qüestió 6.** Quin seria el nou cost total del transport si la demanda de la delegació Llevant disminuís en 3.000 unitats?

#### Solució

6.

Aquesta vegada, per a estudiar l'efecte d'una variació de la demanda en la delegació de Llevant, necessitem conèixer el preu ombra de la restricció corresponent

( $X_{C3} + X_{P3} + X_{G3} + X_{M3} \geq 20$ ). La macro Solver ens proporciona els valors (vegeu la taula 8) que es mostren en la taula 10 per a les restriccions de demanda.

Delegació	Preu ombra
D1-Nord-est	45
D2-Centre	40
D3-Llevant	30
D4-Nord	35
D5-Nord-oest	65
D6-Sud	55
D7-CAR	25

Taula 10. Preus ombra de les demandes

S'observa com el preu ombra de la restricció "D3-Llevant" és de 30; és a dir, si la demanda en la delegació de Llevant disminueix en 3.000 unitats ( $20 - 3 = 17$ ), el cost total del transport disminuirà en  $3 \times 30 = 90$  euros, és a dir, el cost total del transport serà ara:

$$Z = 3.245 - 90 = 3.155$$

**Qüestió 7.** A causa de problemes amb la flota de camions, el transportista es veu obligat a disminuir la capacitat de mobilització en la ruta "Capellades-D1" en 2.000 unitats. Quin serà el nou valor de la funció objectiu?

#### Solució

7.

En aquest cas, per a estudiar l'efecte d'un augment en la capacitat de mobilització de les diferents rutes, necessitem conèixer els preus ombra de les seves restriccions associades, els valors obtinguts mitjançant la macro Solver (taula 8) figuren en la taula 11.

Centre producció	Delegació						
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
Capellades	-44	0	0	0	0	0	0
Puente de la Reina	0	0	0	-10	0	0	0
Griñón	0	-19	0	0	0	0	0
Meliana	0	0	-10	0	0	0	0

Taula 11. Preus ombra de les capacitats de mobilització

S'observa com el preu ombra corresponent a la ruta "Capellades-D1" és de -44; és a saber, si disminuïm la capacitat de transport en aquesta ruta a 2.000 interruptors ( $15 - 2 = 13$ ), el cost total del transport augmenta en  $2 \times 44$  euros, és a dir, el nou valor de la funció objectiu serà igual a:

$$Z = 3.245 + 88 = 3.333$$

**Qüestió 8.** L'obertura d'un nou tram d'autopista a València permet que el transportista amplii la capacitat de mobilització a la ruta "Mitjana-D3" en 3.000 unitats. Quin efecte té aquesta millora a la xarxa de carreteres sobre el cost total del transport?

#### Solució

8.

En aquest cas, necessitem el preu ombra corresponent a la ruta "Mitjana-D3". En la taula 12 observem que aquest preu ombra és de  $-10$ ; és a saber, si augmentem la capacitat de transport en aquesta ruta a 3.000 interruptors ( $14 + 3 = 17$ ), el cost total del transport disminueix en  $3 \times 10$  euros, és a dir, el nou valor de la funció objectiu serà igual a:

$$Z = 3.245 - 30 = 3.215$$



## Bibliografía

### Bibliografía

**Hillier, F. S. i altres** (2002). *Métodos cuantitativos para administración*. Mèxic D. F., etc.: McGraw-Hill.

**Eppen, G. D. i altres** (2000). *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa. Construcción de modelos de decisiones con hojas de cálculo electrónicas* (5a ed.). Mèxic, D. F., etc.: Prentice Hall Hispanoamericana.

**Williams, H. P.** (1993). *Model Building in Mathematical Programming* (3a ed.). Chichester, etc.: John Wiley & Sons.

