

Anexo

Aplicación práctica de modelos de investigación operativa en problemas de logística empresarial

Carlos F. Cabañero Pisa
Norberto Márquez Álvarez
José Antonio Martín Fernández
Xavier Mas Casanova
Carlos Soldevilla Senar

PID_00200846

Índice

Introducción.....	5
1. Costes de logística.....	7
2. Esquema/resumen de investigación operativa.....	12
3. Aplicación de modelos de investigación operativa a un problema de almacenamiento: Almacén de cocinas F&C.....	15
4. Aplicación de modelos de investigación operativa a un problema de gestión de compras: Caso ACEITES OLEO.....	29
5. Aplicación de modelos de investigación operativa a un problema de gestión de transporte: Caso Elecder-Power&Control.....	54
Bibliografía.....	69

Introducción

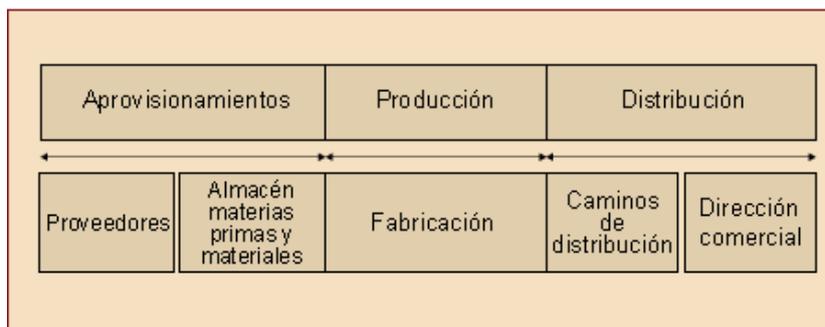
La actividad logística se configura como una actividad fundamental en el posicionamiento estratégico de la empresa. Para poder llevar a cabo un adecuado proceso de toma de decisiones en este ámbito es importante la aplicación de modelos matemáticos cuyos resultados orienten a los directivos logísticos. Los modelos permiten simplificar una realidad compleja, aclarando relaciones entre variables y estableciendo una base que, junto con el conocimiento de las situaciones concretas, va a permitir alcanzar altas cotas de eficiencia a la hora de tomar decisiones.

Con este objetivo presentamos el siguiente anexo, en el que se aplican modelos de la asignatura *Investigación operativa* en problemas reales de logística. Iniciamos este apartado con un resumen básico de costes logísticos y modelos de investigación operativa para, a continuación, abordar su aplicación en problemas logísticos de almacenes, compras y transporte.

1. Costes de logística

La actividad logística consiste en la planificación, organización y control de todas las actividades que corresponden al flujo de materiales y a la información desde las fuentes de suministro, hasta el punto de venta, con el objetivo de satisfacer una demanda al coste más económico posible.

Esquema



En esta definición se hace referencia a que la satisfacción de una demanda comporta siempre unos costes, los costes derivados de la cadena logística, que se añadirán al coste del producto. Ahora bien, debemos considerar que algunas veces estos costes añadidos también comportan un valor añadido. Por lo tanto, la logística se encargará de optimizar esta relación entre valores añadidos/costes añadidos, de forma que el beneficio aportado de la mencionada relación sea el mayor posible.

La expresión "comprar barato puede resultar caro" toma en este contexto su dimensión real. Así, el incurrir en una acción de reducción de costes puede ser perjudicial, ya que los valores añadidos pueden ser muy inferiores proporcionalmente a los costes ahorrados.

Por ejemplo, pensamos en una empresa o laboratorio médico que saca un producto al mercado para el tratamiento de una determinada dolencia. Decide abaratar costes eliminando especialistas de producto interno, con lo que el producto podrá ser ofrecido a mejor precio en el mercado. Ahora bien, no existirá el valor de poder realizar consultas previas a la implantación ni la posibilidad de obtener información de este proceso de consultas. En este caso, es evidente que es imprescindible (dado que se trata de un producto médico y técnico) la existencia de profesionales de asesoramiento y ayuda al cliente o consumidor.

En cualquier caso, la satisfacción se obtiene con la calidad del producto/servicio; por lo tanto, una primera división de costes tendría que ser la correspondiente a costes de la calidad y de la no calidad. A menudo se comenta que "la calidad no cuesta" o que la "calidad es muy rentable" o que los "costes de calidad acaban produciendo grandes beneficios". Estas afirmaciones hay que

demostrarlas en cada caso, ya que la calidad realmente cuesta, nunca es cero en una situación real. Lo que es importante es determinar si el coste de la calidad compensa el beneficio que nos aporta.

El coste total de la calidad es el sumatorio del coste de la calidad y de la no calidad, tratándose ambos de costes inversamente proporcionales.

Los costes totales de la **calidad** pueden clasificarse en:

1) Costes evitables (también llamados "de la no calidad")

Son los producidos como consecuencia de errores:

a) Costes derivados de errores internos. Producidos por defectos que se detectan antes de que el producto llegue al cliente. Normalmente tienen un coste tangible.

Incluyen acciones correctivas que deben realizarse, variaciones en la planificación de la producción, inspección de los lotes defectuosos, rebajas a causa de la baja calidad, etc.

b) Costes derivados de errores externos. Asociados a defectos detectados después de la entrega del producto al cliente. Tienen un elemento tangible, como los costes de garantía de reparaciones y sustituciones, concesiones comerciales, etc.; y otro intangible, como la pérdida de imagen, prestigio, etc.

2) Costes inevitables (también llamados "de la calidad")

Son aquellos en los que la dirección de la empresa tiene un control directo y son:

a) Costes de prevención. Los que se producen al intentar reducir o evitar los errores. Algunos serían los costes de formación, de investigación de mercados, de revisión, de mantenimiento preventivo, de estructura del departamento de calidad, de prevención en la empresa del proveedor, los relacionados con análisis de los errores y fiabilidad, los programas de calidad.

b) Costes de inspección, valoración o evaluación. Son los que se producen al realizar comprobaciones para conocer el nivel de calidad que ofrece la empresa. Algunos serían auditorías e inspecciones, formación por la evaluación, mantenimiento de equipos de ensayo, etc.

Una vez vista la clasificación de costes considerando el concepto de calidad, hay que determinar una nueva clasificación, más usual, de costes que se añadirán al producto o servicio, según su **naturaleza**. Estos costes son:

1) Costes de aprovisionamiento

a) **Elección de proveedor.** Estos costes vendrán dados por la negociación de precios y los plazos de pago, pero también por el flujo de bienes y servicios, por la fiabilidad, por la respuesta a cambios de la demanda de los clientes, por la minimización de los riesgos de aprovisionamiento y fluctuación de los precios. Sobre la base de este tipo de reducción de costes, una empresa podrá mejorar directamente su margen.

b) **Incoterms o plazos de compra.** La determinación de si un producto pasa a ser propiedad de la empresa, en el momento en que sale de la fábrica del proveedor o en el momento en que llega a las instalaciones de la empresa, condicionará el coste que se añadirá a éste. Así, costes como el transporte desde el proveedor hasta las instalaciones, los seguros de transporte, los trámites aduaneros si corresponden, los aranceles, etc. serán costes que en mayor o menor medida se adicionarán al coste total del producto.

c) **Gestiones administrativas.** Los costes derivados de los trabajos administrativos realizados con el objetivo de seguir las expediciones desde origen y de introducir los productos en nuestras instalaciones.

2) Costes de las existencias o inventario

a) **Costes de posesión del inventario.** Son los derivados de la disposición de existencias por parte de la empresa.

- **Costes financieros.** Los artículos son una inversión y tienen un valor. El coste financiero será el equivalente al coste de oportunidad, es decir, lo que se deja de ganar al no poder invertir los recursos financieros inmovilizados en existencias considerando tres opciones:
 - La mejor opción de la inversión.
 - La rentabilidad media de las inversiones realizadas.
 - La rentabilidad de la propia empresa.
- **Costes de almacenamiento.** Coste del valor del espacio físico de los productos más el valor asignado de los mecanismos de control y dispositivos de gestión necesarios.
- **Costes de mantenimiento, obsolescencia y caducidad.** Los costes de mantenimiento son los costes necesarios para evitar su deterioro físico. Los de obsolescencia vienen determinados por la reducción de precio de un producto que ha perdido su condición de actualizado. Por último, los de caducidad son los costes necesarios para evitar el vencimiento de un producto.

b) **Costes de renovación de existencias.** Son los costes administrativos de tramitación de un pedido.

c) **Costes de ruptura de existencias.** Una ruptura de existencias viene dada por una imposibilidad de atender a la demanda de un cliente. Estos costes pueden ser costes adicionales de agilización de un pedido regular para dar servicio al cliente que ha decidido esperar o, en caso de que el cliente haya cancelado el pedido, son los costes derivados de la pérdida de beneficio que comportaba la venta.

3) Costes del almacenaje

a) **Costes de infraestructura.** Son los derivados del coste de las instalaciones fijas.

b) **Costes de gestión de almacén.** Están incluidos los costes indirectos, como por ejemplo los de personal, y los costes de administración de almacén propiamente dichos.

c) **Costes de operaciones.** Son los costes motivados por las actividades del almacén de forma directa, como la paletización, el embalaje, los movimientos de inventario, el *picking*, etc.

Especial referencia debe hacerse a los costes del *picking*, dado que representa la actividad con diferencia más costosa de un almacén (se calcula que supone entre dos y tres cuartas partes de los costes de las operaciones totales de un almacén). Incluyen desde desplazamientos de personal para buscar los productos, extracción de la mercancía de las estanterías, devolución a las estanterías de productos o envasados sobrantes, etiquetado, control, etc.; por lo tanto, por su optimización deberá realizarse un esmerado análisis elemento por elemento (estanterías, carretillas, método de organización, informática, entre otros) para conseguir un aumento en la productividad y una mejora en la calidad de servicio.

4) Costes de transporte

Los costes de transporte vendrán determinados en función de una serie de variables:

- a) Utilización medios propios, ajenos o mixtos
- b) De las rutas de reparto
- c) De la distancia del recorrido
- d) Del medio de transporte (carretera, ferrocarril, aéreo o marítimo)

Los costes se dividen en:

a) **Costes directos del transporte.** Liquidado al transportista por sus servicios.

b) Costes indirectos del transporte. Vienen dados por el coste de las reclamaciones. Pueden ser costes de tipo monetario (repetición de envíos, entrega con carácter de urgencia) y costes de carácter administrativo derivados de la investigación de soluciones.

Los costes de logística son complejos de determinar. Inicialmente, por motivos históricos, estos costes siempre han sido los grandes desconocidos de las empresas, pero el cambio sustancial en las reglas del juego empresarial al que estamos asistiendo desde hace unos años, como son la reducción de márgenes, la competencia y la complejidad, hacen que esta visión histórica se esté modificando y las empresas centren su atención en aspectos fundamentales de la cadena de valor. Pero, también, existen motivos de dificultad dentro de la naturaleza de los propios costes logísticos. Así, hemos visto costes tangibles (más fáciles de captar, conocer y valorar) y costes intangibles (que suponen una auténtica dificultad, ya que muchas veces se basan en visiones subjetivas de la importancia de los factores, como el coste de oportunidad, por ejemplo).

Realmente no existen fórmulas magistrales que se puedan aplicar en la logística integral de todas las empresas, ni un recetario en materia de costes, ya que existen *trade-offs* (o incompatibilidades... "más de una cosa requiere menos de otra") entre los costes. Ahora bien, estos *trade-offs* son parte de la propia estrategia empresarial, ya que parte de esta estrategia es decidir qué hacer, pero también qué no hacer.

Será, por lo tanto, el encuentro del punto óptimo de equilibrio lo que supondrá una máxima eficiencia de los diferentes costes y una maximización de las ventas (ambos, objetivos de la logística). Este punto de equilibrio, debido a lo ya comentado con anterioridad, no será *exacto*, sino que dependerá del organigrama o tipo de empresa en lo que corresponde y de si las actividades logísticas se desarrollan bajo una visión global o forman parte de un simple sumatorio de las visiones de un conjunto de departamentos.

2. Esquema/resumen de investigación operativa

Las técnicas de **investigación operativa** (IO), y en particular de **programación lineal** (PL), a menudo son aplicadas con el fin de encontrar soluciones óptimas a problemas de sistemas organizativos que pertenecen a ámbitos empresariales diferentes, como son, entre otros, la logística, el marketing, la producción, las finanzas o la gestión de recursos humanos.

Estos problemas de optimización tienen en común una formulación basada en un número elevado de variables que suelen estar sujetas a una cantidad muy numerosa de restricciones. Las restricciones pueden expresar multitud de condicionantes a la que está sometido el problema. Algunas de las más frecuentes son: disponibilidades de recursos utilizables, especificaciones de calidad, capacidades máximas de almacenaje o demandas de productos que deben satisfacerse. Las restricciones lineales definen un hiperpoliedro en el espacio multidimensional denominado "región de soluciones posibles" o "región factible". El interior y la frontera de esta región contienen todos los puntos del espacio que representan las decisiones factibles para la organización del sistema organizativo que se quiere optimizar.

La característica o aspecto que se pretende optimizar del sistema organizativo se expresa mediante una función de las variables que se denomina **función objetivo**. Los teoremas matemáticos nos aseguran que, si esta función optimiza, lo hace en la frontera de la región factible. Esta frontera está formada por hiperplanos e hipervértices. Cuando el problema únicamente optimiza en un punto, lo hace en un vértice de la región factible. Esto significa que, si un sistema organizativo tiene una manera óptima de organizarse, lo hace cuando las variables que lo definen toman los valores del punto vértice óptimo. Una estrategia que aparece de inmediato para resolver estos problemas es evaluar la función objetivo en los vértices de la región factible y localizar el vértice donde la función optimiza.

Debido a la gran cantidad de variables y restricciones que puede llegar a tener un problema de PL, el número de vértices evaluables llega a tener valores astronómicos. Sin embargo, todos los vértices de la región tienen un parecido: sólo algunas variables pueden tomar valores diferentes de cero (variables básicas), y el *resort* de variables (variables no básicas) deben tomar obligatoriamente el valor cero. Se hace necesario establecer un "recorrido inteligente" por los vértices de la región factible. Hoy en día, la resolución de este tipo de problemas PL se aborda utilizando herramientas informáticas que incorporan el **algoritmo símplex** introducido por George Dantzig en 1947. Lógicamente, el algoritmo símplex que incorporan los paquetes informáticos se programa mediante ex-

presiones matriciales. Sin embargo, la expresión tabular del algoritmo símplex tiene una formulación sencilla que permite una fácil comprensión de cómo se realiza el recorrido por los vértices.

Un problema de PL puede formularse mediante la siguiente expresión:

$$\begin{array}{|l} \text{Max} \\ \hline z = \mathbf{c}\mathbf{x}' \\ \mathbf{A}\mathbf{x}' = \mathbf{b}' \\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{array}$$

donde \mathbf{x} representa el vector de las variables, \mathbf{c} el vector de coeficientes de la función objetivo lineal $z = \mathbf{c}\mathbf{x}'$, \mathbf{A} la matriz de coeficientes o consumos de las restricciones y \mathbf{b} el vector de términos independientes o disponibilidades. En el vector de variables \mathbf{x} se distinguen dos tipos de variables: las variables de decisión u originales del problema (x_i) y las variables de holgura o sobrantes de las restricciones de desigualdad del problema (s_j). Esta formulación tiene su traducción en la tabla inicial símplex:

			Var. originales	Var. de holgura
			\mathbf{c}_x	$\mathbf{c} = \mathbf{0}$
Base	\mathbf{c}	\mathbf{V}_B	\mathbf{x}_i	\mathbf{s}_i
\mathbf{x}_B	$\mathbf{0}$	\mathbf{b}	\mathbf{A}	\mathbf{I}_d
z	$=$	0	$-\mathbf{c}_x$	$\mathbf{0}$

donde \mathbf{x}_B son las variables básicas que pueden tomar valor diferente de cero en el vértice. En la tabla inicial éstas son las variables de holgura. En esta tabla se realizan iteraciones o pivotaciones para ir cambiando de vértice de la región factible. Cuando se localiza el vértice óptimo se obtiene la tabla óptima símplex:

			Var. originales	Var. de holgura
			\mathbf{c}_x	$\mathbf{c} = \mathbf{0}$
Base	\mathbf{c}	\mathbf{V}_B	\mathbf{x}_i	\mathbf{s}_i
\mathbf{x}_B	\mathbf{c}_B	$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}$	$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$	\mathbf{B}^{-1}
z	$=$	$\mathbf{c}_B\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}$	$\mathbf{z}_i - \mathbf{c}_i$	$\mathbf{z}_i - \mathbf{c}_i$

donde, si denominamos $\mathbf{T} = (\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}; \mathbf{B}^{-1})$ entonces $\mathbf{z}_i - \mathbf{c}_i = \mathbf{c}_B\mathbf{T} - \mathbf{c}$. Es necesario poner de relieve que la matriz \mathbf{B}^{-1} juega un papel destacado en el algoritmo símplex. Esta matriz es la matriz inversa de los coeficientes de las variables básicas en la matriz \mathbf{A} .

Existen otros algoritmos diferentes del *símplex* que permiten localizar la decisión óptima para un sistema organizativo. Algunos de estos algoritmos son incluso más eficientes que el *símplex* en esta búsqueda del vértice óptimo. Sin embargo, el algoritmo *símplex* aporta una herramienta adicional que lo hace muy útil: el análisis posóptimo y de sensibilidad.

Notad que la solución encontrada al optimizar un sistema organizativo depende directamente del valor de los coeficientes del PL: en la función objetivo y en las restricciones. Estos coeficientes suelen expresar precios, costes, rendimientos, demandas, capacidades y otras muchas características que definen el estado del sistema organizativo. Pero ¿qué sucede si el estado del sistema cambia? Es decir, ¿qué sucede si el valor de un precio, coste, disponibilidad, u otra característica cambia? Naturalmente, la decisión óptima de cómo organizar el sistema puede cambiar. En este sentido, el algoritmo *símplex* es un algoritmo adaptativo, porque cuando se produce un cambio en un coeficiente nos informa de la nueva solución óptima sin necesidad de volver a realizar todo el recorrido por los vértices (análisis posóptimo).

Adicionalmente, *símplex* nos permite calcular en qué intervalos o rangos de variación (análisis de sensibilidad) pueden cambiar los coeficientes de un problema PL para que este cambio no suponga efectos drásticos en la organización óptima del sistema. Por ejemplo, nos puede informar del rango de variación que puede tener el coste de la distribución de un producto por un canal determinado para que no se deba tomar la decisión de distribuir el producto por otro canal diferente.

3. Aplicación de modelos de investigación operativa a un problema de almacenamiento: Almacén de cocinas F&C

Ricardo, el responsable del almacén de la tienda F&C, movía cajas y más cajas mientras buscaba el artículo que necesitaba ¡El artículo que necesitaba no estaba en existencias en todo el almacén! Ricardo marcó el número de Ana, la vendedora de cocinas de F&C, y le dijo que no había existencias de ese tipo de lámpara y que pedir y recibir la lámpara llevaría al menos dos semanas.

Debido a que últimamente la falta de existencias era bastante habitual, Ana decidió ir personalmente a ver el inventario del almacén. Observó que los espacios asignados a ciertos artículos estaban repletos en tanto que otros espacios estaban totalmente vacíos. Por ejemplo, observó que en el almacén había más de treinta piezas de mármol verde, un tipo de mármol que hace años que no se vende. Ricardo le comentó que esos desajustes de inventario son consecuencia de la actual política de reposición de inventario. El inventario se repone cada tres meses y, cuando se hace, se pide de todos los artículos sin tener en cuenta las existencias.

El resultado es que F&C no sólo pierde dinero por falta de existencias, sino que además desperdicia espacio en el almacén. Es obvio que F&C necesita optimizar la gestión del almacén.

Ana explica el problema a Carlos, un especialista en logística integral. Para iniciar el análisis del problema, Carlos necesita la siguiente información:

- 1) Los modelos de cocina que constituyen la mayor parte de las ventas.
- 2) La composición de cada uno de esos modelos.
- 3) Una descripción del espacio disponible en el almacén.

Después de unos días de trabajo, entre Ana y Ricardo obtienen la información siguiente:

- 1) Hay 20 modelos de cocina que representan el 85% de los pedidos de los clientes. Usamos el nombre M_i , $i = 1, 2, \dots, 20$, para referirnos a cada uno de los modelos.
- 2) Cada uno de estos 20 modelos M_i está compuesto por 8 elementos básicos: suelo de gres, muebles altos, mármol, lavavajillas, lámparas, fregadero, muebles bajos y horno. De cada uno de estos 8 elementos básicos existen diferentes estilos. Por otro lado, se sabe que cada modelo M_i incluye exactamente 20 m^2 de gres y 5 piezas de mármol de un único estilo concreto. Para simplificar la

tabla, se utiliza un código mostrado entre paréntesis. Por ejemplo, el modelo de cocina M_1 consiste en gres S_2 , mármol M_2 , lámpara L_4 , mueble bajo MB_2 , mueble alto MA_2 , lavavajillas LV_2 , fregadero F_2 y horno H_2 .

3) En relación al espacio del almacén, se sabe que el almacén puede contener un máximo de 250 m^2 de gres, 60 piezas de mármol, 12 lámparas, 13 muebles bajos, 13 muebles altos y 12 fregaderos. Cada uno de estos elementos tiene su espacio especialmente diseñado y, en consecuencia, no se puede almacenar un elemento en los espacios reservados para los otros. Por el contrario, los lavavajillas y los hornos son de tamaño similar, de modo que sí pueden compartir el espacio. Hay disponible un espacio máximo para un total de 20 lavavajillas y hornos.

Tabla

Suelo gres

- (S1) blanco texturizado
- (S2) marfil texturizado
- (S3) blanco a cuadros con borde azul
- (S4) blanco a cuadros con borde amarillo claro

Mármol

- (ML1) marfil sencillo
- (ML2) marfil con rayas café oscuro
- (ML3) azul con textura de mármol
- (ML4) amarillo claro con textura de mármol

Lámparas

- (L1) Una lámpara grande rectangular
- (L2) Tres pequeñas lámparas cuadradas
- (L3) Una lámpara oval grande
- (L4) Tres pequeñas lámparas de globo

Muebles bajos

- (MB1) de madera sólida clara
- (MB2) de madera sólida oscura
- (MB3) de madera clara con puertas de vidrio
- (MB4) de madera oscura con puertas de vidrio

Muebles altos

- (MA1) de madera clara sencilla
- (MA2) de madera clara teñida
- (MA3) blancas barnizadas con laca
- (MA4) marfil barnizadas con laca

Lavavajillas

- (LV1) blanco economizador de energía
- (LV2) marfil economizador de energía

Fregadero

- (F1) con grifos separados de agua caliente y fría
- (F2) con grifos separados de agua caliente y fría, con triturador de basura
- (F3) con un grifo de agua caliente y fría
- (F4) con un grifo de agua caliente y fría, con triturador de basura

Horno

(H1) eléctrico blanco
 (H2) eléctrico marfil
 (H3) de gas blanco
 (H4) de gas marfil

	SUELO				MÁRMOL				LÁMPARAS				MUEBLES BAJOS				MUEBLES ALTOS				LAVAV.		FREGADEROS				HORNOS			
	S1	S2	S3	S4	ML1	ML2	ML3	ML4	L1	L2	L3	L4	MB1	MB2	MB3	MB4	MA1	MA2	MA3	MA4	LV1	LV2	F1	F2	F3	F4	H1	H2	H3	H4
M1		X				X					X		X						X		X		X				X			
M2		X			X			X						X					X		X			X		X				
M3	X					X			X			X				X				X				X				X		
M4			X			X				X			X					X		X		X				X				
M5				X			X	X				X					X			X			X			X				
M6		X				X			X					X					X		X			X					X	
M7	X					X					X			X			X			X		X				X				
M8		X			X					X		X				X				X				X					X	
M9		X			X				X					X			X				X		X				X			
M10	X				X			X				X						X		X					X			X		
M11			X		X					X				X		X				X		X						X		
M12		X				X		X					X				X				X				X		X			
M13				X			X			X				X		X				X			X						X	
M14				X			X				X	X						X				X				X				
M15			X			X		X				X				X								X				X		
M16			X			X					X	X						X					X			X				
M17	X						X		X					X					X						X			X		
M18		X				X				X			X						X			X					X			
M19		X					X				X				X				X				X						X	
M20		X				X		X				X					X						X						X	

Actividad

A la vista de la información recogida, utilizad las técnicas de programación lineal para responder a las preguntas siguientes que se plantea Carlos:

Cuestión 1. Formulad un problema de programación entera binaria que permita decidir el número máximo de modelos completos de cocina que F&C puede almacenar. Suponed que la política de reposición de inventario ha cambiado. Ahora, cuando un cliente pide un modelo de cocina, todos los elementos básicos que componen ese modelo se sacan del almacén y después se reponen de inmediato. Por lo tanto, se puede suponer que la reposición es instantánea.

Solución

1.

Formulación

El hecho de que se surtan de inmediato los componentes nos permite suponer que en el almacén únicamente debe haber, como máximo, un modelo de cada tipo de cocina. No es necesario acumular más de una cocina de cada modelo que se almacene. En consecuencia, no es necesario decidir cuántas cocinas de cada modelo deben almacenarse. Únicamente se debe decidir si un determinado modelo de cocina se almacena o no.

a) Se definen las siguientes variables de decisión:

- M_i : modelo i -ésimo; $i = 1 \dots 20$. Variables binarias (0-1). Contemplan si el modelo M_i se almacena ($M_i = 1$) o no se almacena ($M_i = 0$).
- S_i : m^2 de suelo i -ésimo; $i = 1 \dots 4$; ML_i : piezas mármol i -ésimo; $i = 1 \dots 4$; L_i : lámparas tipo i -ésimo; $i = 1 \dots 4$; MB_i : mueble bajo i -ésimo; $i = 1 \dots 4$; MA_i : mueble alto i -ésimo; $i = 1 \dots 4$; F_i : fregadero i -ésimo; $i = 1 \dots 4$; LV_i : lavavajillas i -ésimo; $i = 1, 2$; H_i : horno i -ésimo; $i = 1 \dots 4$. Todas estas variables son variables de tipo entero. Es decir, toman valores en el conjunto de los números enteros.

b) Las restricciones que deben considerarse son de tres tipos diferentes: las restricciones de capacidad del almacén, las restricciones que definen en qué modelos de cocinas participa cada elemento, y las restricciones de signo:

- Restricciones de capacidad del almacén:
 - Suelo: $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \leq 250$
 - Mármol: $ML_1 + ML_2 + ML_3 + ML_4 \leq 60$
 - Lámparas: $L_1 + L_2 + L_3 + L_4 \leq 12$
 - Muebles bajos: $MB_1 + MB_2 + MB_3 + MB_4 \leq 13$
 - Muebles altos: $MA_1 + MA_2 + MA_3 + MA_4 \leq 13$
 - Fregaderos: $F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \leq 12$
 - Lavavajillas y hornos: $LV_1 + LV_2 + H_1 + H_2 + H_3 + H_4 \leq 20$
- Restricción de participación de los elementos en los modelos de cocina
 - SUELO1: $20M_3 + 20M_7 + 20M_{10} + 20M_{17} - S_1 = 0$
 - SUELO2: $20M_1 + 20M_2 + 20M_6 + 20M_8 + 20M_9 + 20M_{12} + 20M_{18} + 20M_{19} + 20M_{20} - S_2 = 0$
 - SUELO3: $20M_4 + 20M_{11} + 20M_{15} + 20M_{16} - S_3 = 0$
 - SUELO4: $20M_5 + 20M_{13} + 20M_{14} - S_4 = 0$
 - MARMOL1: $5M^2 + 5M_8 + 5M_9 + 5M_{10} + 5M_{11} - ML_1 = 0$
 - MARMOL2: $5M_1 + 5M_6 + 5M_{12} - ML_2 = 0$
 - MARMOL3: $5M_3 + 5M_4 + 5M_7 + 5M_{15} + 5M_{16} + 5M_{18} + 5M^2_0 - ML_3 = 0$
 - MARMOL4: $5M_5 + 5M_{13} + 5M_{14} + 5M_{17} + 5M_{19} - ML_4 = 0$
 - LAMPAR1: $M_2 + M_5 + M_{10} + M_{12} + M_{15} + M_{20} - L_1 = 0$
 - LAMPAR2: $M_3 + M_6 + M_9 + M_{17} - L_2 = 0$
 - LAMPAR3: $M_4 + M_8 + M_{11} + M_{13} + M_{18} - L_3 = 0$
 - LAMPAR4: $M_1 + M_7 + M_{14} + M_{16} + M_{19} - L_4 = 0$
 - MBAJO1: $M_3 + M_5 + M_8 + M_{10} + M_{14} + M_{15} + M_{16} + M_{20} - MB_1 = 0$
 - MBAJO2: $M_1 + M_{12} + M_{18} - MB_2 = 0$
 - MBAJO3: $M_4 + M_7 + M_9 + M_{11} + M_{13} + M_{17} - MB_3 = 0$
 - MBAJO4: $M^2 + M_6 + M_{19} - MB_4 = 0$
 - MALTO1: $M_3 + M_8 + M_{11} + M_{13} + M_{15} - MA_1 = 0$
 - MALTO2: $M_5 + M_7 + M_9 + M_{12} + M_{20} - MA_2 = 0$
 - MALTO3: $M_4 + M_{10} + M_{14} + M_{16} + M_{17} - MA_3 = 0$
 - MALTO4: $M_1 + M_2 + M_6 + M_{18} + M_{19} - MA_4 = 0$
 - LAVAV1: $M_3 + M_4 + M_5 + M_7 + M_{10} + M_{11} + M_{13} - LV_1 = 0$
 - LAVAV2: $M_1 + M^2 + M_6 + M_8 + M_9 + M_{12} - LV_2 = 0$
 - FREGA1: $M_4 + M_7 + M_{11} + M_{14} + M_{18} - F_1 = 0$
 - FREGA2: $M_1 + M_5 + M_9 + M_{13} + M_{16} + M_{19} + M_{20} - F_2 = 0$



Figura 1b. Parámetros de la macro Solver

Cuando se resuelve el problema, se obtiene una solución óptima que consiste en almacenar una cocina completa de los doce modelos siguientes: M3, M4, M5, M6, M7, M8, M9, M10, M14, M15, M16 y M17. Estos resultados se pueden observar en la columna AF de la figura 2. Esto supone almacenar las cantidades siguientes de elementos:

SUELO				MÁRMOL				LÁMPARAS				MUEBLES BAJOS			
T1	T2	T3	T4	W1	W2	W3	W4	L1	L2	L3	L4	C1	C2	C3	C4
80	60	60	40	15	5	25	15	3	4	2	3	7	0	4	1
MUEBLES ALTOS				LAVAVAJILLAS		FREGADEROS				HORNOS					
O1	O2	O3	O4	D1		D2		S1	S2	S3	S4	R1	R2	R3	R4
3	3	5	1	5		3		3	3	4	2	5	1	4	2

En la hoja de cálculo de Excel estas cantidades de elementos aparecen en la fila número 27 (figura 2).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG
1	ALMACEN F&C																																
2																																	
3	Cantidad ele.x mod.	20	20	20	20	5	5	5	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
4		S1	S2	S3	S4	ML1	ML2	ML3	ML4	L1	L2	L3	L4	MB1	MB2	MB3	MB4	MA1	MA2	MA3	MA4	LV1	LV2	F1	F2	F3	F4	H1	H2	H3	H4	Modelos Mi en almacén	
5	M1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	
6	M2	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	
7	M3	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	
8	M4	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	
9	M5	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	
10	M6	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	
11	M7	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	
12	M8	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	
13	M9	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	
14	M10	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	
15	M11	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	
16	M12	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	
17	M13	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	
18	M14	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	
19	M15	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	
20	M16	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	
21	M17	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	
22	M18	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	
23	M19	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	
24	M20	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
25																																	12 Total Z=f_obj
26	Total elementos	80	60	60	40	15	5	25	15	3	4	2	3	7	0	4	1	3	3	5	1	5	3	3	3	4	2	5	1	4	2		

Figura 2. Resultados para los elementos (fila 27) y los modelos Mi (columna AF) en el punto óptimo del problema

Sustituyendo estos valores en las restricciones de capacidad del almacén, se puede deducir que el espacio que quedará libre será: 10 m² para suelo, 1 unidad de mueble bajo, y 1 unidad de mueble alto. El resto del espacio (mármol, lámparas, fregaderos, y lavavajillas y hornos) se ocupa completamente. Estos valores aparecen (figura 3) en la columna AK de la hoja de cálculo.

	AH	AI	AJ	AK
Restricciones Espacio				
Ocupado				
Disponible				
Esp. libre				
Suelo	240	250	10	
Mármol	60	60	0	
Lámparas	12	12	0	
M. Bajos	12	13	1	
M. Altos	12	13	1	
Fregaderos	12	12	0	
Lava. y Horn.	20	20	0	

Figura 3. Resultados para las restricciones de espacio en el punto óptimo del problema

Los resultados de la optimización también se recogen en una hoja denominada "informe de respuestas" que la macro Solver genera de manera automática. En la figura 4 se muestra el contenido de este informe para el caso de la optimización del problema del almacén. Se puede observar cómo en la columna E de la figura 4a aparecen los valores óptimos de la función objetivo y de las variables. En la columna G (Divergencia) de la figura 4b se encuentran recogidos los valores del espacio libre para cada uno de los elementos.

Informe de respuestas de Solver

	A	B	C	D	E	F
5						
6	Celda objetivo (Máximo)					
7		Celda	Nombre	Valor original	Valor final	
8		\$AF\$25	Modelos Mi en almacén	0	12	
9						
10						
11	Celdas cambiantes					
12		Celda	Nombre	Valor original	Valor final	
13		\$AF\$5	M1 Modelos Mi en almacén	0	0	
14		\$AF\$6	M2 Modelos Mi en almacén	0	0	
15		\$AF\$7	M3 Modelos Mi en almacén	0	1	
16		\$AF\$8	M4 Modelos Mi en almacén	0	1	
17		\$AF\$9	M5 Modelos Mi en almacén	0	1	
18		\$AF\$10	M6 Modelos Mi en almacén	0	1	
19		\$AF\$11	M7 Modelos Mi en almacén	0	1	
20		\$AF\$12	M8 Modelos Mi en almacén	0	1	
21		\$AF\$13	M9 Modelos Mi en almacén	0	1	
22		\$AF\$14	M10 Modelos Mi en almacén	0	1	
23		\$AF\$15	M11 Modelos Mi en almacén	0	0	
24		\$AF\$16	M12 Modelos Mi en almacén	0	0	
25		\$AF\$17	M13 Modelos Mi en almacén	0	0	
26		\$AF\$18	M14 Modelos Mi en almacén	0	1	
27		\$AF\$19	M15 Modelos Mi en almacén	0	1	
28		\$AF\$20	M16 Modelos Mi en almacén	0	1	
29		\$AF\$21	M17 Modelos Mi en almacén	0	1	
30		\$AF\$22	M18 Modelos Mi en almacén	0	0	
31		\$AF\$23	M19 Modelos Mi en almacén	0	0	
32		\$AF\$24	M20 Modelos Mi en almacén	0	0	
33						

Figura 4a. Función objetivo y variables

	A	B	C	D	E	F	G	H
34								
35	Restricciones							
36		Celda	Nombre	Valor de la celda	fórmula	Estado	Divergencia	
37		\$D\$30	Suelo Esp. libre	10	\$D\$30>=0	Opcional	10	
38		\$D\$31	Mármol Esp. libre	0	\$D\$31>=0	Obligatorio	0	
39		\$D\$32	Lámparas Esp. libre	0	\$D\$32>=0	Obligatorio	0	
40		\$D\$33	M. Bajos Esp. libre	1	\$D\$33>=0	Opcional	1	
41		\$D\$34	M. Altos Esp. libre	1	\$D\$34>=0	Opcional	1	
42		\$D\$35	Fregaderos Esp. libre	0	\$D\$35>=0	Obligatorio	0	
43		\$D\$36	Lava. y Horn. Esp. libre	0	\$D\$36>=0	Obligatorio	0	
44		\$AF\$5	M1 Modelos Mi en almacén	0	\$AF\$5=binario	Obligatorio	0	
45		\$AF\$6	M2 Modelos Mi en almacén	0	\$AF\$6=binario	Obligatorio	0	
46		\$AF\$7	M3 Modelos Mi en almacén	1	\$AF\$7=binario	Obligatorio	0	
47		\$AF\$8	M4 Modelos Mi en almacén	1	\$AF\$8=binario	Obligatorio	0	
48		\$AF\$9	M5 Modelos Mi en almacén	1	\$AF\$9=binario	Obligatorio	0	
49		\$AF\$10	M6 Modelos Mi en almacén	1	\$AF\$10=binario	Obligatorio	0	
50		\$AF\$11	M7 Modelos Mi en almacén	1	\$AF\$11=binario	Obligatorio	0	
51		\$AF\$12	M8 Modelos Mi en almacén	1	\$AF\$12=binario	Obligatorio	0	
52		\$AF\$13	M9 Modelos Mi en almacén	1	\$AF\$13=binario	Obligatorio	0	
53		\$AF\$14	M10 Modelos Mi en almacén	1	\$AF\$14=binario	Obligatorio	0	
54		\$AF\$15	M11 Modelos Mi en almacén	0	\$AF\$15=binario	Obligatorio	0	
55		\$AF\$16	M12 Modelos Mi en almacén	0	\$AF\$16=binario	Obligatorio	0	
56		\$AF\$17	M13 Modelos Mi en almacén	0	\$AF\$17=binario	Obligatorio	0	
57		\$AF\$18	M14 Modelos Mi en almacén	1	\$AF\$18=binario	Obligatorio	0	
58		\$AF\$19	M15 Modelos Mi en almacén	1	\$AF\$19=binario	Obligatorio	0	
59		\$AF\$20	M16 Modelos Mi en almacén	1	\$AF\$20=binario	Obligatorio	0	
60		\$AF\$21	M17 Modelos Mi en almacén	1	\$AF\$21=binario	Obligatorio	0	
61		\$AF\$22	M18 Modelos Mi en almacén	0	\$AF\$22=binario	Obligatorio	0	
62		\$AF\$23	M19 Modelos Mi en almacén	0	\$AF\$23=binario	Obligatorio	0	
63		\$AF\$24	M20 Modelos Mi en almacén	0	\$AF\$24=binario	Obligatorio	0	
64								
65								

Figura 4b. Restricciones

Cuestión 3. F&C está barajando la posibilidad de incrementar el espacio de almacén asignado a elementos de las cocinas. Se asignarían: 300 m² más para suelo, para mármol 72 m², para lámparas, muebles bajos, muebles altos y fregaderos, 15 m² más para cada uno. Así como tener la posibilidad de almacenar por separado un máximo de 10 lavavajillas y de 15 hornos ¿De qué modo cambiaría el modelo para el departamento de cocinas el espacio adicional de almacén?

Solución

3.

Ampliación de espacio

La ampliación de espacio de almacén supondría cambiar los términos del lado derecho de las restricciones de capacidad de suelos, mármol, lámparas, muebles y fregaderos:

$$\text{SUELO) } S1 + S2 + S3 + S4 \leq 300$$

$$\text{MARMOL) } ML1 + ML2 + ML3 + ML4 \leq 72$$

$$\text{LAMPAR) } L1 + L2 + L3 + L4 \leq 15$$

$$\text{MBAJO) } MB1 + MB2 + MB3 + MB4 \leq 15$$

$$\text{MALTO) } MA1 + MA2 + MA3 + MA4 \leq 15$$

$$\text{FREGA) } F1 + F2 + F3 + F4 \leq 15$$

La restricción conjunta para lavavajillas y hornos se debería cambiar por las nuevas restricciones siguientes:

$$\text{LAV) } LV1 + LV2 \leq 10$$

$$\text{HOR) } H1 + H2 + H3 + H4 \leq 15$$

Cuestión 4. ¿Bajo qué condiciones se puede justificar la suposición de reabastecimiento inmediato? ¿Cómo resultaría afectada la política de inventarios si los artículos que componen un modelo de cocina no pudieran surtirse de inmediato?

Solución

4.

Hipótesis de reabastecimiento inmediato

Esta hipótesis se sustenta en un nuevo *modus operandi* de inventario. Cada vez que se recibe un pedido de una cocina por parte de un cliente, se realiza inmediatamente el pedido de reposición al almacén central de todos los artículos que componen esa cocina. Se entiende que, cuando se pide al almacén central una reposición de toda una cocina completa, ésta es servida en un plazo de unos pocos días. Se puede suponer que esta cantidad de días es la misma que se tarda en servir el pedido al cliente desde el almacén local. El resultado es que hay una aparente reposición inmediata.

Si no se pudiera asumir esta hipótesis de trabajo, entonces el modelo de optimización del problema debería ser diferente. Se debería establecer el periodo de reposición (por ejemplo: *dos semanas*) de inventario. El nuevo modelo no debería contemplar únicamente si un modelo de cocina se debe almacenar o no (M_i : *variable binaria*). Ahora el modelo debería contemplar "cuántas cocinas" debería haber de cada modelo en el almacén (M_i : *variable entera*).

La decisión debería tener en cuenta los modelos que tienen más demanda (*restricciones de demanda*) y establecer cuál es la demanda mínima estimada de cada modelo para los próximos periodos de reposición (por ejemplo: cuatro periodos de *dos semanas*). De esta manera, teniendo en cuenta el nivel de inventario existente y la demanda estimada, se podría diseñar una política de gestión de inventario adecuada. Naturalmente, al finalizar un periodo de reposición, se actualizarían los datos y se resolvería de nuevo el problema de optimización.

Carlos tiene la intención de presentar a la dirección de la empresa, un plan de modificaciones en el almacén con el objetivo de conseguir una optimización definitiva de éste.

Su análisis se concentra en el departamento de cocinas, valorando su viabilidad por un lado y su rentabilidad por otro.

A partir de este departamento, y del tratamiento que a éste Carlos determine dar, la empresa F&C extrapolará las acciones que se han de llevar a cabo a otras áreas hacia un plan global que afectará a todas las instalaciones del almacén.

Después de hacer más averiguaciones, Carlos:

4) Llega a conocer que el almacén mencionado es parte integrante de un almacén global de 1.500 m² (30 de longitud ´ 50 de anchura), de los cuales 300 m² corresponden a la zona de muelles (10 de longitud ´ 30 de anchura) y el resto (1.200 m²) a la zona de almacenaje. La figura anexa representa esquemáticamente el almacén. La nave está en régimen de alquiler, y el coste es de 150 €/m² por año. El total de m² del almacén destinado al departamento de cocinas es de 200 m².

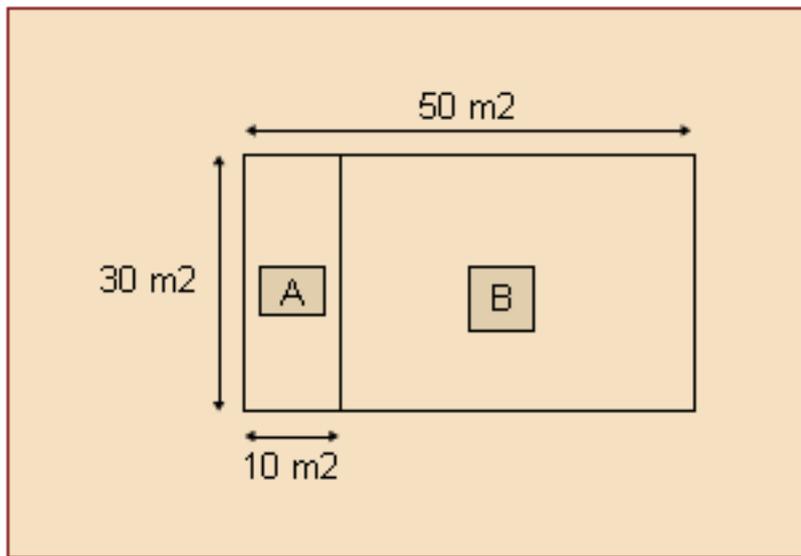
5) Detecta la necesidad de la compra e instalación de un programa informático que tendrá un coste total de 70.000 €, que servirá para todos los departamentos (la amortización anual es del 25%).

6) Llega a conocer que las estanterías existentes tienen un coste medio del hueco de 18 €, y éste se considera independiente del tipo de estantería. En el departamento de cocinas existen un total de 800 huecos. Estas estanterías no están dispuestas en sentido paralelo, sino que están de forma perpendicular (disposición longitudinal combinada con transversal).

7) Entiende que deberá existir inversión en los medios de almacenaje utilizados hoy en día, que son totalmente obsoletos para el nivel de exigencia actual y en gran parte manuales. Piensa que será necesario invertir en dos apiladores de 14.000 € cada uno y en una carretilla contrapesada de un valor de 20.000 €. El 30% del total de ocupación de las apiladoras corresponderá al departamento de cocinas, y solamente el 8% de la carretilla contrapesada (la amortización anual será del 20%).

Esquema del almacén:

A -> Zona muelle / B -> Zona almacenaje

Esquema

8) En la zona de muelle se están cargando a mano los contenedores de 40", siendo necesarios 4 operarios durante 5 horas por contenedor (el precio hora de un operario es de 20 €).

9) La altura del almacén es de 3,5 metros.

En la reunión con la administración de F&C, Carlos comenta que el almacén es un elemento más de la cadena de suministro, y por tanto debe encuadrarse dentro de los objetivos generales de la empresa y optimizarse como éstos, lo que requiere una adecuada gestión del mismo en el sentido de:

- a) El plazo de respuestas y las carencias del almacén afectarán directamente al servicio que reciban los clientes, y por tanto a las ventas.
- b) Debe aumentar la productividad o competitividad, por tanto debe reducirse el coste logístico.
- c) Debe flexibilizarse en las referencias y tiempos que el mercado exige.
- d) Deben minimizarse los costes financieros, las inversiones y los costes operativos de los productos que en él están depositados.

Actividad

Resolved las siguientes cuestiones utilizando técnicas de logística integral:

Cuestión 5. Realizad una sugerencia de disposición de los productos del departamento de cocinas considerando que las ventas son por modelos que tienen su composición particular.

Solución

5.

Disposición de productos

El 85% de las ventas totales de la empresa está en 20 sets; por tanto serán estos sets y sus componentes los más importantes de la empresa, ya que fallar en estas existencias es fallar en la gran parte de los servicios de la empresa.

Este porcentaje sigue la denominada **ley de Pareto** o ley del 80-20 (ó 70-20-10, según otros autores), que no se trata de una ley matemática, pero sí económica. En estos casos, la disposición y administración de los productos "estrella" en ventas y su correlación en el almacén debe ser diferenciada del resto de los productos.

El análisis de Pareto o análisis ABC consiste en clasificar, en este caso el inventario, en tres categorías según la importancia monetaria de su consumo. Así:

- a) clase A: los más importantes,
- b) clase B: los de importancia intermedia,
- c) clase C: los menos importantes.

Una vez diferenciados los productos, deben disponerse de forma selectiva, considerando que su importancia es mayor para la empresa; por tanto:

- a) deberán disponerse en un área donde el control de existencias sea (o se establezca) más frecuente o más seguro;
- b) deberán disponerse en lugares de más fácil accesibilidad.
- c) deberán disponerse en lugares más cercanos de las zonas de expediciones, para disminuir el tiempo de las manipulaciones (que son las acciones realizadas dentro de un almacén, que no generan valor). Es decir, en este caso más cerca de la zona A.

Cuestión 6. Realizad un cálculo del coste anual del departamento de cocinas considerando los datos dados y considerando que los repartos en porcentaje de imputación de cada tipo de coste se consideran según su utilización en el caso de los medios, y en el resto según los metros de ocupación respecto al total (incluido el sistema informático). ¿Y el coste real por hueco?

Solución

6.

Cálculo coste anual del departamento

Calculamos cada uno de los costes parciales de los distintos conceptos que, según los datos del enunciado, acabarán formando el coste total. Así:

a) **Coste de alquiler de la nave:** considerando que el total destinado al departamento de cocinas es de 200 m² y que el precio anual del alquiler es 150 €/m², será:

$$200 \text{ m}^2 \times 150 \text{ €/m}^2 = 30.000 \text{ €}$$

b) **Coste del programa informático:** considerando que el gasto anual es del 25% (amortización), que el precio total es de 70.000 €, y que, según el enunciado, se le asigna al departamento de cocinas en proporción al número de metros ocupados sobre el total (200/1.500), será:

$$25\% \text{ sobre } 70.000 \text{ €} = 17.500 \text{ €};$$

$$17.500 \times (200/1.500) = 2.333,33 \text{ €}$$

c) **Coste del total de huecos:** considerando que hay 800 y cada uno tiene un coste de 18 €, será:

$$800 \text{ huecos} \times 18 \text{ €} = 14.400 \text{ €}$$

d) **Coste de las apiladoras:** considerando que el gasto anual de la inversión es del 20% (amortización), que son dos unidades, que su precio ha sido 14.000 € cada una y que el 30% de su ocupación se destina al departamento de cocinas, será:

$$2 \text{ u.} \times 14.000 \text{ €} \times 0,3 \times 0,2 = 1.680 \text{ €}$$

e) **Coste de la carretilla contrapesada:** considerando que el gasto anual de la inversión es del 20% (amortización), que hay una unidad, que su precio ha sido

de 20.000 € y que el 8% de su ocupación se destina al departamento de cocinas, será:

$$1 \text{ u.} \times 20.000 \text{ €} \times 0,08 \times 0,2 = 320 \text{ €}$$

Sumando estos costes, el resultado será el coste total anual del departamento:

$$30.000 + 2.333,33 + 14.400 + 1.680 + 320 = 48.733,33 \text{ €}$$

Coste real por hueco

Se calculará con una simple división entre el total dado anteriormente y el número de huecos:

$$48.733,33 \text{ €} / 800 \text{ huecos} = 60,917 \text{ €/hueco}$$

Cuestión 7. Detectad posibles ineficiencias que existan en el enunciado de este almacén. Sería una ineficiencia el hecho de que la descarga se realice manualmente, considerando que el trabajo que realizan 4 operarios en 5 horas lo realiza una carretilla en 2 horas (el coste/hora de trabajo es de 28 €) y se estiban en este tiempo 20 palets con un coste de 4 € cada uno.

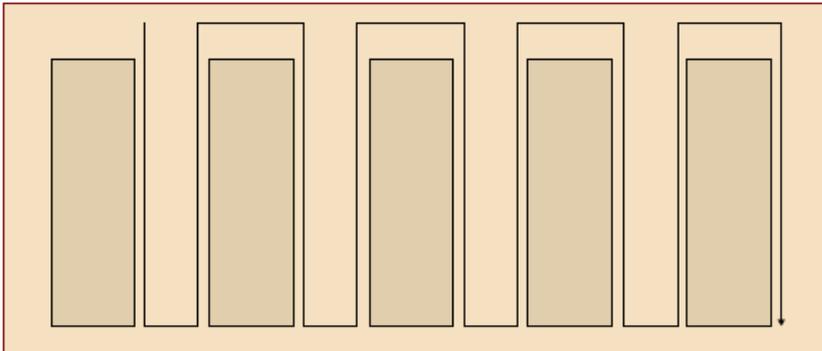
Solución

7.

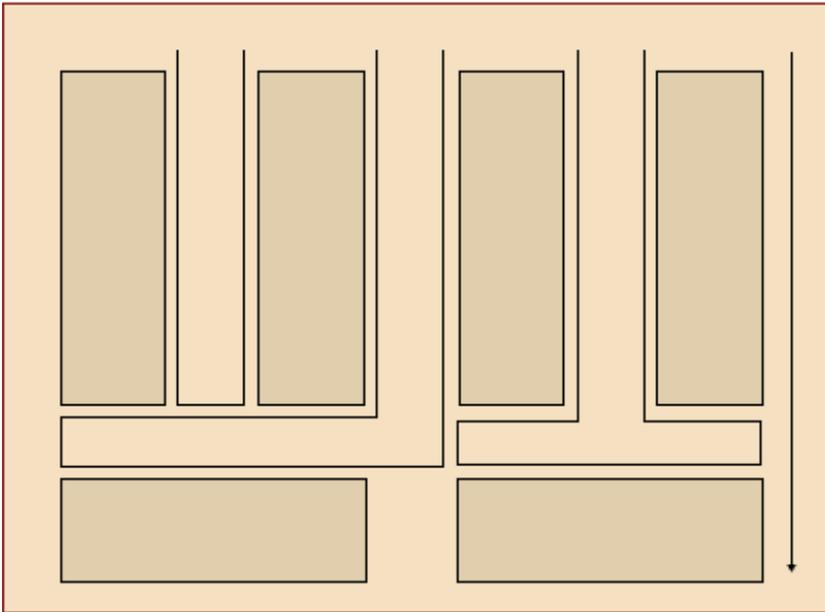
Ineficiencias del almacén

Entre las ineficiencias que aparecen en el enunciado están:

a) La disposición de las estanterías debe ser uniforme, no disponerse en forma horizontal y vertical, debido a que, cuando se realiza el proceso de preparación de pedido, el operario, para optimizar su tiempo, debe trazar un recorrido del tipo siguiente:



en lugar de uno del tipo:



b) Que los medios deben adaptarse a las condiciones físicas de los locales; en este caso, las carretillas pueden llegar hasta los 6 metros de altura, sin embargo la altura de la nave es de 3,5 metros. Por tanto, los recursos están infrautilizados.

c) En último lugar, y analizando lo que especifica la pregunta, también es una ineficiencia la carga de contenedores manualmente, no ya solamente por el tiempo de ocupación de la zona, sino por el montante económico total. Así:

El coste de **cargar manualmente** un contenedor de 40" será:

$$4 \text{ personas} \times 5 \text{ horas} \times 20 \text{ €} = 400 \text{ €}$$

Mientras que, si se utilizan **recursos mecánicos**, sería:

$$(2 \text{ horas} \times 28 \text{ €}) + (20 \text{ palets} \times 4 \text{ €}) = 136 \text{ €}$$

La situación contextual de este caso práctico está en parte inspirado en el problema 9.2 (pág. 439) del libro F. S. Hillier y otros (2002). *Métodos Cuantitativos para Administración*. México: McGraw-Hill.

4. Aplicación de modelos de investigación operativa a un problema de gestión de compras: Caso ACEITES OLEO

La empresa OLEO, S. A. se dedica a la elaboración de aceites desde hace más de treinta años.

Las bases sobre las que se ha cimentado hasta hace poco tiempo el próspero negocio de la empresa han sido:

- 1) Compra barata de materias primas, con el objetivo de mantener un alto de nivel de competitividad frente al aumento de competidores.
- 2) Optimización de los recursos de fabricación.
- 3) Adaptación de la cartera de pedidos de cliente a las posibilidades de fabricación, no al contrario.

Para ello, y en relación con la estrategia de compras, la empresa se ha regido por la siguiente **vía de actuación**:

- 1) Se realizan las compras de las materias primas sin relación con las necesidades reales, sino cuando las materias primas se sitúan en un valor de precios de oportunidad; es decir, entran en el mercado a un precio menor o bien cuando existen indicios y previsiones de un aumento futuro del nivel de los precios actuales.
- 2) Utilización de compradores de perfil industrial, es decir, conocedores del proceso productivo para evaluar la importancia de los proveedores implicados.
- 3) Tratamiento de un *pool* amplio de proveedores, buscando siempre la oferta más barata posible, con el objetivo de, mediante la aplicación de un margen, dar un precio económico a los clientes. Los negociadores de compras prefijan de forma inicial un precio al que quieren comprar, que les servirá de referente para el tratamiento de las ofertas.
- 4) Utilización de una táctica de compras consistente en obligar a las mejores ofertas a negociar en el último momento la concesión del pedido o no, inventándose para ello una oferta mejor.

Para la elaboración de los aceites, se requiere, en primer lugar, el refinado de aceites crudos (materias primas), con el objetivo de eliminar las impurezas que éstos tienen (y que provocan mal olor y sabor, por ejemplo) y conseguir extraer sus mejores propiedades; posteriormente, se procede a la mezcla de los distintos tipos de aceites crudos ya refinados.

Los aceites crudos se dividen en dos categorías:

a) Aceites vegetales, que proceden de la aceituna, la soja, la palma, el sésamo, el girasol, el arroz, el maíz, el lino, el cáñamo, la almendra, la nuez, la avellana, etc. Para este caso hemos simplificado en dos tipos: VEG1 y VEG2.

b) Y aceites no vegetales (animales, minerales), que para el caso consideramos de 3 tipos: OIL1, OIL2 y OIL3.

La tabla 1 recoge una estimación de los precios de compra (en euros por tonelada) de los aceites crudos para los próximos seis meses.

Tabla

	VEG1	VEG2	OIL1	OIL2	OIL3
Enero	110	120	130	110	115
Febrero	130	130	110	90	115
Marzo	110	140	130	100	95
Abril	120	110	120	120	125
Mayo	100	120	150	110	105
Junio	90	100	140	80	135

Tabla 1. Estimación de los precios de compra (€/ton)

Los aceites vegetales y no vegetales requieren diferentes líneas de refinado.

En la actual fábrica de OLEO, en un mes no es posible refinar más de 20 toneladas de aceites vegetales ni más de 25 de no vegetales. No hay pérdida de peso apreciable en el proceso de refinado y el coste por el refinado puede ser ignorado.

Es posible almacenar como máximo hasta 50 toneladas de materias primas para su uso posterior, con un coste de almacenamiento de 5 euros por tonelada.

Los aceites, una vez refinados, no pueden almacenarse, por lo que deben utilizarse inmediatamente para la mezcla del producto final, que tampoco puede almacenarse (ha de venderse toda la producción). En la actualidad hay 10 toneladas de cada tipo de aceite crudo (sin refinar) en el almacén. Se requiere que estos inventarios también existan al final de junio.

Debido al tipo de compras que realiza la empresa, en ocasiones es necesaria una mayor capacidad de almacenaje; en estos casos OLEO alquila parte de unas naves situadas a 5 km de distancia de la fábrica, con el inconveniente de que no están habilitadas adecuadamente para almacenar este tipo de materias primas. En consecuencia, y debido a que el aceite es un producto que absorbe fácilmente otras sustancias olorosas o solubles, existe un riesgo de captación

de caracteres desagradables o que complicarán su calidad, siendo necesario el establecimiento de verificación interna que analiza y realiza acciones preventivas y correctivas.

Hay una restricción tecnológica sobre la dureza (calidad) del producto final. La dureza del producto final, en sus unidades de medida, debe estar entre 3 y 6. Se supone que la dureza de la mezcla es una combinación lineal de las durezas de los aceites crudos.

La tabla 2 recoge las durezas de cada una de las materias primas (aceites crudos):

Tabla

	VEG1	VEG2	OIL1	OIL2	OIL3
Dureza	8,8	6,1	2,0	4,2	5,0

Tabla 2. Calidades (durezas) de las materias primas

El proceso de elaboración y control de calidad impone las condiciones extras siguientes:

- a) En cada mes, el producto final no debe nunca estar compuesto por más de tres tipos de aceite.
- b) Si se utiliza un aceite crudo durante un mes, se deben utilizar al menos 2 toneladas.
- c) Si se usan algunos de los aceites VEG1 o VEG2, debe usarse también el OIL3.

En las condiciones actuales del mercado, OLEO estima que la demanda mensual de su producto es de 35 toneladas.

Desde hace un tiempo, la dirección de la empresa está muy preocupada; durante toda su historia, OLEO no ha tenido nunca problemas para vender toda su producción de forma inmediata, más bien todo lo contrario: ha podido siempre marcar sus condiciones de trabajo a sus clientes. Sin embargo, el aumento en la demanda general ha existido, pero también ha existido un mayor aumento proporcional de la competencia, con unos precios sustancialmente inferiores a los actuales de mercado. Esto ha llevado a una "vorágine" continuada de búsqueda de precios más baratos (contratación de más compradores). En definitiva, se ha realizado un fuerte esfuerzo en inversión de medios con el objetivo de conseguir precios cada vez más baratos, pero ello no ha significado un aumento de competitividad en la empresa como se esperaba.

Actividad

Hace tres meses, se ha incorporado Jaime Quer, especialista en logística con el objetivo de implantar un modelo de logística integral en la sociedad, quien ha modificado totalmente las líneas adoptadas hasta ahora. Así, entre otras acciones vemos que:

- a) Ha cambiado la sintonía de búsqueda de precios baratos mediante un amplio *pool* de proveedores, para pasar a negociar, fidelizar y cerrar contratos de larga duración con proveedores.
- b) Ha reducido y cambiado la plantilla de compradores.
- c) Ha eliminado el alquiler y almacenaje de naves cercanas, pues con el nuevo sistema de compras ya no es necesario.

Cuestiones de logística

Cuestión 1. ¿Qué tipo de compras estaba practicando históricamente OLEO, S. A.? ¿Eran las del tipo más conveniente?
¿Qué tipo de compras serán las que optimizarán el sistema de adquisición de materias primas en la empresa?

Solución

1.

Tipo de compras

La empresa estaba realizando históricamente compras de tipo especulativo, que son aquellas en las que no se tiene en cuenta una relación con las necesidades habituales de los productos, sino que son fruto de oportunidades de adquisición de éstos a precios inferiores o cuando existe la previsión de que van a sufrir un aumento.

Este tipo de compras son típicas de situaciones en las que las empresas buscan un precio barato, que no resulta ser siempre el más económico (aquellos de "lo barato sale caro"), o también de situaciones con poca competencia (mercados de demanda), en las que el mercado tiene pocas alternativas de escoger o influir en el precio final de un producto. No sólo no son el tipo de compras más conveniente, sino que aumenta progresivamente su peligrosidad a medida que un mercado deja de ser un mercado de demanda y va pasando cada vez más a convertirse en un mercado de oferta.

En esta situación, serían más convenientes otros tipos de compras, como programadas, abiertas y básicamente por punto de pedido, que consiste en la gestión de las existencias, en función de unas variables como pueden ser:

- a) el plazo de entrega del proveedor;
- b) las existencias de seguridad por unidades o meses: las que tiene la empresa para prevenir contingencias (retrasos del proveedor de materias primas, fabricación, etc.);
- c) as existencias de maniobra: las necesarias para mantener la demanda normal, que depende del volumen de las ventas (o de sus previsiones = *forecast*) y de su estacionalidad y de los plazos de entrega;
- d) la cantidad de reaprovisionamiento.

Cabe considerar que la existencia de compras especulativas suponía probablemente la adquisición de las materias primas a precios más bajos, pero este precio de compra se convertía a un precio de coste superior al de la gestión de existencias, pues el precio de compra se ve incrementado por unos costes asociados de posesión, como son:

- a) financieros: el dinero se invierte en existencias en lugar de otros recursos;
- b) almacenamiento: existe un extracoste derivado del alquiler de locales, así como una corrección de los defectos que absorben las materias primas (costes de manutención);
- c) impuestos;
- d) obsolescencia y caducidad (riesgo);
- e) administración.

Cuestión 2. Explicad qué es lo que ha llevado a la empresa a abandonar un sistema tradicional de gestión de compras y a utilizar un sistema basado en el nuevo entorno.

Solución

2.

De sistema tradicional a nuevo entorno

El mantenimiento de una estructura de trabajo en el área de compras correspondiente a un entorno de tipo tradicional (lucha por los márgenes) cuando existe una situación de nuevo entorno (mercado con múltiples alternativas) tiene unas consecuencias que llevarán a la adopción y cambio de un nuevo sistema. Entre las consecuencias, podemos encontrar:

- a) Un sistema de comunicación muy lento, debido a la existencia de desconfianza de compartir información, pues se teme que ésta pueda ser utilizada en favor de una parte y no por el bien común.
- b) Compromisos solamente a corto plazo; por tanto, no existirá fidelización de proveedores, sino relaciones sólo para pedidos concretos y utilización de recursos para control de cumplimiento de las condiciones pactadas.
- c) No existencia de aspectos estratégicos (como la calidad), sino solamente operativos.
- d) Amplio *pool* de proveedores, lo que significa una no vinculación de éstos con la empresa (solamente se trabaja para un pedido puntual) y un mayor coste económico para su mantenimiento, debido a su alto volumen.
- e) Alto nivel de existencias.

En el nuevo entorno pueden evitarse estas consecuencias, pues se llevarán a cabo acciones con respecto a los proveedores basadas no solamente en la consecución de un precio mejor sino en la mejora de otros aspectos fundamentales, como la calidad, que también afectan en gran medida al valor de coste de los productos, tanto en lo que se refiere a:

- a) costes de calidad: toda calidad tiene un coste,
- b) costes de no calidad: como consecuencia de los errores.

Cuestión 3. ¿La empresa estaba entendiendo la función de compras como un centro de coste o como un centro de beneficio? ¿Cuál será el enfoque óptimo?

Solución

3.

Centro de coste frente a centro de beneficios

La empresa venía considerando la función de compras como un centro de coste. Los compradores tenían como objetivo conseguir el precio más bajo posible, pues el precio final se conseguía por la fórmula:

$$\text{Precio coste} + \text{Margen} = \text{Precio venta}$$

De esta forma, y dado un precio de coste, a mayor precio de venta mayor margen, y viceversa.

Sin embargo, en una situación de nuevo entorno, las empresas cada vez tienen menos poder para influir en su beneficio mediante el precio de venta (que viene dado por el mercado), de forma que:

$$\text{Precio de venta} - \text{Precio de coste} = \text{Beneficio}$$

Es importante señalar que el precio de coste se convierte en la variable que es necesario optimizar para mejorar el resultado de la compañía. Por tanto, debe considerarse la función de compras como un centro de beneficios, ya que la evolución actual lleva a las empresas a no producir aquellos productos que pueden comprarse externamente en mejores condiciones.

Cuestión 4. Describid las tácticas de negociación que se estaban utilizando. ¿Son las óptimas para afrontar un planteamiento de logística integral?

Solución

4.

Tácticas de negociación

Se utilizaba una táctica combinada de la denominada "táctica fantasma" y la del "día D-1".

La táctica fantasma consiste en **inventar** una oferta por parte del comprador y dar señales de ello al proveedor.

La táctica del día D-1 consiste en **dar seguridad** al proveedor de su éxito durante toda la negociación, cambiando esto en el último momento y obligándolo a negociar con urgencia.

Ambas tácticas no pueden mantenerse en una línea de trabajo de proveedores a largo plazo, pues los proveedores pueden perder la sensación de confianza que deben tener con sus clientes en una relación de este estilo.

Cuestión 5. ¿De qué forma se estaba llevando a cabo la negociación de precios en la empresa? ¿Qué problemática tiene este tipo de negociación? ¿Existe alguna más adecuada?

Solución

5.

Negociación en precios

La empresa venía trabajando con una estrategia de negociación de precios muy poco utilizada del tipo precio prefijado, pues requiere un conocimiento muy elevado de los costes de producción, situación realmente difícil, pues las materias primas son productos extraídos normalmente de la naturaleza y, por tanto, las variables que influyen sobre éstos son sensibles en grado alto a las modificaciones, según las condiciones existentes.

Una forma más adecuada, y más frecuente, es el tipo de negociación de precios de mercado, en la que comprador y vendedor negocian un precio dependiendo de la oferta y la demanda del producto en el mercado.

Cuestiones de investigación operativa

Cuestión 6. Formulad un modelo de optimización que permita determinar la política de compra, almacenamiento y elaboración que debería seguir la compañía para minimizar los costes totales de forma que se satisfaga la demanda estimada.

Con ayuda de un programa informático de optimización, se ha determinado que el modelo anterior tiene diferentes soluciones óptimas, una de las cuales es la siguiente:

Tabla

		VEG1	VEG2	OIL1	OIL2	OIL3
	Compra				7	
Enero	Refinado		10		17	8
	Almacén	10		10		2
	Compra				41,75	
Febrero	Refinado	10			23	2
	Almacén			10	18,75	
	Compra	10				46,25
Marzo	Refinado	10			3,75	21,25
	Almacén			10	15	25
	Compra		10			
Abril	Refinado		10			25

Tabla 3. Política óptima de compras y almacenamiento

		VEG1	VEG2	OIL1	OIL2	OIL3
	Almacén			10	15	
	Compra	12.37				19,63
Mayo	Refinado	12.37			15	7,63
	Almacén			10		12
	Compra	20	10		33	
Junio	Refinado	10			23	2
	Almacén	10	10	10	10	10

Tabla 3. Política óptima de compras y almacenamiento

Solución

6.

Modelo de optimización

Se trata de un problema de mezclas, en el que disponemos de aceites crudos vegetales (VEG1, VEG2) y aceites crudos no vegetales (OIL1, OIL2, OIL3). Además, hemos de determinar la política de compras y almacenamiento (inventario) de las materias primas, así como las cantidades destinadas a la producción a lo largo del horizonte temporal (seis meses). Esto implica la necesidad de tres tipos de variables (compra, refinado y almacenamiento) para cada uno de los cinco tipos de aceites en los seis meses de programación.

a) Variables de decisión

Para construir el modelo, definimos las variables de decisión siguientes:

CVEGkt: toneladas compradas del aceite VEGk el mes t ; $k = 1, 2$; $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

RVEGkt: toneladas refinadas del VEGk el mes t ; $k = 1, 2$; $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

AVEGkt: toneladas almacenadas del VEGk el mes t ; $k = 1, 2$; $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

COILkt: toneladas compradas del aceite OILk el mes t ; $k = 1, 2, 3$; $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

ROILkt: toneladas refinadas del aceite OILk el mes t ; $k = 1, 2, 3$; $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

AOILkt: toneladas almacenadas del aceite OILk el mes t ; $k = 1, 2, 3$; $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

PRODt: toneladas de producto elaborado el mes t ; $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

Todas estas variables pueden tomar cualquier valor real no negativo.

Necesitaremos también unas variables auxiliares para determinar el uso de ciertas materias primas. La utilización o no de cierto aceite puede modelizarse mediante variables binarias (0-1) del modo siguiente: si la variable toma el valor 0, indica que no se usa la materia prima; si toma el valor 1, indica el refinado del aceite crudo correspondiente para su uso en el producto final.

DVEGkt: indicador del uso de VEGk en la mezcla del mes t ; $k = 1, 2$; $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ (variable 0-1).

DOILkt: indicador del uso de OILk en la mezcla del mes t ; $k = 1, 2, 3$; $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ (variable 0-1).

Tenemos un total de 96 variables continuas y 30 variables binarias.

b) Función objetivo

En el modelo existen dos tipos de costes: los costes de compra y los costes de almacenamiento. La tabla 1 del enunciado proporciona los de costes de compra (Ckt) de los diferentes tipos de aceite a lo largo del horizonte temporal (seis meses), mientras que los costes de almacenamiento son de 5 euros por tonelada.

	VEG1	VEG2	OIL1	OIL2	OIL3
Enero	110	120	130	110	115
Febrero	130	130	110	90	115
Marzo	110	140	130	100	95
Abril	120	110	120	120	125
Mayo	100	120	150	110	105
Junio	90	100	140	80	135

Tabla 2. Estimación de los precios de compra (€/ton)

Se trata por tanto de minimizar los costes totales: $\text{Min } Z = \text{Costes compra} + \text{Costes inventario}$.

De esta manera, la función objetivo vendrá dada por:

Costes de compra de aceites:

$$\sum_{t=1}^6 \sum_{k=1}^2 C_{kt} C_{VEG_{kt}} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=1}^3 C_{kt} C_{COIL_{kt}}$$

Costes de almacenamiento:

$$5 \sum_{t=1}^6 \left(\sum_{k=1}^2 A_{VEG_{kt}} + \sum_{k=1}^3 A_{OIL_{kt}} \right)$$

Min Z =

$$\begin{aligned} &+ 110C_{VEG11} + 120C_{VEG21} + 130C_{COIL11} + 110C_{COIL21} + 115C_{COIL31} + \\ &+ 130C_{VEG12} + 130C_{VEG22} + 110C_{COIL12} + 90C_{COIL22} + 115C_{COIL32} + \\ &+ 110C_{VEG13} + 140C_{VEG23} + 130C_{COIL13} + 100C_{COIL23} + 95C_{COIL33} + \\ &+ 120C_{VEG14} + 110C_{VEG24} + 120C_{COIL14} + 120C_{COIL24} + 125C_{COIL34} + \\ &+ 100C_{VEG15} + 120C_{VEG25} + 150C_{COIL15} + 110C_{COIL25} + 105C_{COIL35} + \\ &+ 90C_{VEG16} + 100C_{VEG26} + 140C_{COIL16} + 80C_{COIL26} + 135C_{COIL36} + \\ &+ 5(A_{VEG11} + A_{VEG21} + A_{OIL11} + A_{OIL21} + A_{OIL31}) + \\ &+ 5(A_{VEG12} + A_{VEG22} + A_{OIL12} + A_{OIL22} + A_{OIL32}) + \\ &+ 5(A_{VEG13} + A_{VEG23} + A_{OIL13} + A_{OIL23} + A_{OIL33}) + \\ &+ 5(A_{VEG14} + A_{VEG24} + A_{OIL14} + A_{OIL24} + A_{OIL34}) + \\ &+ 5(A_{VEG15} + A_{VEG25} + A_{OIL15} + A_{OIL25} + A_{OIL35}) + \\ &+ 5(A_{VEG16} + A_{VEG26} + A_{OIL16} + A_{OIL26} + A_{OIL36}) \end{aligned}$$

c) Restricciones y/o limitaciones:

- Gestión (equilibrio) de inventario y movimiento de mercancías almacenadas: relación entre las diferentes variables del modelo. En una relación de equilibrio, las entradas en el almacén (almacenamiento del mes anterior más las compras del mes actual) han de ser iguales a las salidas (aceite utilizado y almacenamiento para el mes siguiente):

$$\begin{aligned} A_{VEG_{k(t-1)}} + C_{VEG_{kt}} &= R_{VEG_{kt}} + A_{VEG_{kt}} \\ A_{OIL_{k(t-1)}} + C_{COIL_{kt}} &= R_{OIL_{kt}} + A_{OIL_{kt}} \end{aligned}$$

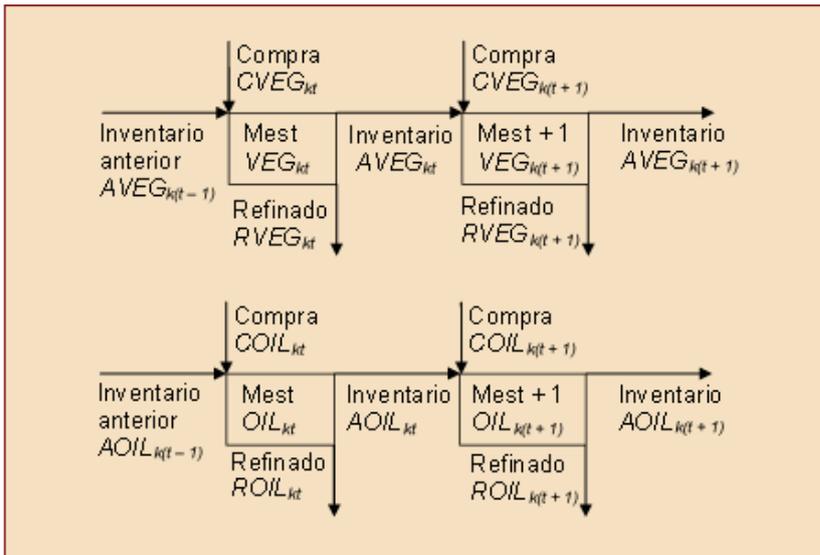


Figura 1. Movimientos de materiales en la gestión de inventarios

Este tipo de restricciones deben escribirse para cada uno de los aceites y cada uno de los meses, teniendo en cuenta que la cantidad almacenada al inicio del semestre es de 10 toneladas, y que este inventario ha de conservarse al final del periodo (restricciones sobre las existencias iniciales y finales). Tendremos treinta restricciones de este tipo.

Aceite VEG_k ($k = 1, 2$):

Enero) $CVEG_{k1} - RVEG_{k1} - AVEG_{k1} = -10$

Febrero) $AVEG_{k1} + CVEG_{k2} - RVEG_{k2} - AVEG_{k2} = 0$

Marzo) $AVEG_{k2} + CVEG_{k3} - RVEG_{k3} - AVEG_{k3} = 0$

Abril) $AVEG_{k3} + CVEG_{k4} - RVEG_{k4} - AVEG_{k4} = 0$

Mayo) $AVEG_{k4} + CVEG_{k5} - RVEG_{k5} - AVEG_{k5} = 0$

Junio) $AVEG_{k5} + CVEG_{k6} - RVEG_{k6} - AVEG_{k6} = 0$

Aceite OIL_k ($k = 1, 2, 3$):

Enero) $COIL_{k1} - ROIL_{k1} - AOIL_{k1} = -10$

Febrero) $AOIL_{k1} + COIL_{k2} - ROIL_{k2} - AOIL_{k2} = 0$

Marzo) $AOIL_{k2} + COIL_{k3} - ROIL_{k3} - AOIL_{k3} = 0$

Abril) $AOIL_{k3} + COIL_{k4} - ROIL_{k4} - AOIL_{k4} = 0$

Mayo) $AOIL_{k4} + COIL_{k5} - ROIL_{k5} - AOIL_{k5} = 0$

Junio) $AOIL_{k5} + COIL_{k6} - ROIL_{k6} - AOIL_{k6} = 0$

- Restricciones sobre la capacidad de almacenamiento en cada uno de los seis meses del periodo (50 toneladas); además, el inventario final ha de ser igual al inicial. Son once restricciones.

$$\begin{aligned} AVEG_{1t} + AVEG_{2t} + AOIL_{1t} + AOIL_{2t} + AOIL_{3t} &\leq 50 \\ AVEG_{16} = AVEG_{26} = AOIL_{16} = AOIL_{26} = AOIL_{36} &= 10 \end{aligned}$$

- Restricciones sobre la capacidad de refinado en cada uno de los seis meses del periodo: 20 toneladas para los aceites vegetales y 25 para los no vegetales. Doce restricciones de este tipo.

Refinado de aceites vegetales:

Enero) $RVEG_{11} + RVEG_{21} \leq 20$

Febrero) $RVEG_{12} + RVEG_{22} \leq 20$

Marzo) $RVEG_{13} + RVEG_{23} \leq 20$

Abril) $RVEG_{14} + RVEG_{24} \leq 20$

Mayo) $RVEG_{15} + RVEG_{25} \leq 20$

Junio) $RVEG_{16} + RVEG_{26} \leq 20$

Refinado de aceites no vegetales:

Enero) $ROIL_{11} + ROIL_{21} + ROIL_{31} \leq 25$

Febrero) $ROIL_{12} + ROIL_{22} + ROIL_{32} \leq 25$

Marzo) $ROIL_{13} + ROIL_{23} + ROIL_{33} \leq 25$

Abril) $ROIL_{14} + ROIL_{24} + ROIL_{34} \leq 25$

Mayo) $ROIL_{15} + ROIL_{25} + ROIL_{35} \leq 25$

Junio) $ROIL_{16} + ROIL_{26} + ROIL_{36} \leq 25$

- Seis restricciones sobre la cantidad de producto elaborado: durante el proceso de refinado y mezcla no se producen pérdidas apreciables de peso, por lo que la cantidad de producto final será la suma de las cantidades utilizadas (refinadas y mezcladas).

Enero) $PROD1 = RVEG11 + RVEG21 + ROIL11 + ROIL21 + ROIL31$
 Febrero) $PROD2 = RVEG12 + RVEG22 + ROIL12 + ROIL22 + ROIL32$
 Marzo) $PROD3 = RVEG13 + RVEG23 + ROIL13 + ROIL23 + ROIL33$
 Abril) $PROD4 = RVEG14 + RVEG24 + ROIL14 + ROIL24 + ROIL34$
 Mayo) $PROD5 = RVEG15 + RVEG25 + ROIL15 + ROIL25 + ROIL35$
 Junio) $PROD6 = RVEG16 + RVEG26 + ROIL16 + ROIL26 + ROIL36$

- Seis restricciones de demanda. Tal y como establecía el enunciado, "en las condiciones actuales del mercado, OLEO estima que la demanda mensual de su producto es de 35 toneladas".

Enero) $PROD1 \geq 35$
 Febrero) $PROD2 \geq 35$
 Marzo) $PROD3 \geq 35$
 Abril) $PROD4 \geq 35$
 Mayo) $PROD5 \geq 35$
 Junio) $PROD6 \geq 35$

- Restricciones sobre la dureza (calidad) del producto final. La dureza del producto final es combinación lineal de la dureza de los aceites utilizados en la mezcla, y debe estar entre 3 y 6. Doce restricciones de la forma siguiente:

$$3 \leq \frac{8.8RVEG_{1t} + 6.1RVEG_{2t} + 2ROIL_{1t} + 4.2ROIL_{2t} + 5ROIL_{3t}}{PROD_t} \leq 6$$

Enero) $8.8RVEG11 + 6.1RVEG21 + 2ROIL11 + 4.2ROIL21 + 5ROIL31 - 6PROD1 \leq 0$
 $8.8RVEG11 + 6.1RVEG21 + 2ROIL11 + 4.2ROIL21 + 5ROIL31 - 3PROD1 \geq 0$
 Febrero) $8.8RVEG12 + 6.1RVEG22 + 2ROIL12 + 4.2ROIL22 + 5ROIL32 - 6PROD2 \leq 0$
 $8.8RVEG12 + 6.1RVEG22 + 2ROIL12 + 4.2ROIL22 + 5ROIL32 - 3PROD2 \geq 0$
 Marzo) $8.8RVEG13 + 6.1RVEG23 + 2ROIL13 + 4.2ROIL23 + 5ROIL33 - 6PROD3 \leq 0$
 $8.8RVEG13 + 6.1RVEG23 + 2ROIL13 + 4.2ROIL23 + 5ROIL33 - 3PROD3 \geq 0$
 Abril) $8.8RVEG14 + 6.1RVEG24 + 2ROIL14 + 4.2ROIL24 + 5ROIL34 - 6PROD4 \leq 0$
 $8.8RVEG14 + 6.1RVEG24 + 2ROIL14 + 4.2ROIL24 + 5ROIL34 - 3PROD4 \geq 0$
 Mayo) $8.8RVEG15 + 6.1RVEG25 + 2ROIL15 + 4.2ROIL25 + 5ROIL35 - 6PROD5 \leq 0$
 $8.8RVEG15 + 6.1RVEG25 + 2ROIL15 + 4.2ROIL25 + 5ROIL35 - 3PROD5 \geq 0$
 Junio) $8.8RVEG16 + 6.1RVEG26 + 2ROIL16 + 4.2ROIL26 + 5ROIL36 - 6PROD6 \leq 0$
 $8.8RVEG16 + 6.1RVEG26 + 2ROIL16 + 4.2ROIL26 + 5ROIL36 - 3PROD6 \geq 0$

- Las restricciones sobre la composición del producto final son muy comunes en los casos de mezclas; se refieren a: a) limitar la cantidad de componentes de la mezcla; b) eliminar pequeñas cantidades de algún ingrediente; c) imponer condiciones lógicas en la combinación de los ingredientes. Es en este punto donde necesitamos las variables $DVEG_{kt}$ y $DOIL_{kt}$. $DVEG_{kt}$ y $DOIL_{kt}$ indican el uso de aceite k en el mes t . Se trata de variables binarias que toman valor 1 cuando se utiliza dicho aceite y valor 0 cuando no se utiliza.

- El producto final de cada mes no debe estar compuesto por más de tres tipos de aceites (es decir, sólo tres o menos de las variables $DVEG_{kt}$ o $DOIL_{kt}$ pueden tomar valor 1):

$$DVEG1t + DVEG2t + DOIL1t + DOIL2t + DOIL3t \leq 3.$$

- En el producto final no deben entrar pequeñas cantidades de los ingredientes (al menos 2 toneladas). Esto ha de repetirse para cada aceite y cada mes.

Cantidad mínima de VEG1: $RVEG1t \geq 2DVEG1t$

Cantidad mínima de VEG2: $RVEG2t \geq 2DVEG2t$

Cantidad mínima de OIL1: $ROIL1t \geq 2DOIL1t$

Cantidad mínima de OIL2: $ROIL2t \geq 2DOIL2t$ Cantidad mínima de OIL3:

$ROIL3t \geq 2DOIL3t$

- Restricciones lógicas que relacionen las variables $RVEG_{kt}$ con $DVEG_{kt}$ y $ROIL_{kt}$ con $DOIL_{kt}$, de forma que, si las variables de uso ($DVEG_{kt}$ y $DOIL_{kt}$) son 0, la

cantidad refinada (RVEGkt y ROILkt) también sea 0. Para ello nos ayudamos de las cotas superiores de capacidad de refinado (20 y 25 respectivamente). Sin estas restricciones podría ocurrir que la cantidad refinada fuera diferente de 0 aun siendo las variables de utilización iguales a cero.

Cantidad máxima de VEG1: $RVEG1t \leq 20DVEG1t$

Cantidad máxima de VEG2: $RVEG2t \leq 20DVEG2t$

Cantidad máxima de OIL1: $ROIL1t \leq 25DOIL1t$

Cantidad máxima de OIL2: $ROIL2t \leq 25DOIL2t$

Cantidad máxima de OIL3: $ROIL3t \leq 25DOIL3t$

En definitiva, estas dos últimas restricciones nos indican que, si un aceite se va a utilizar, la cantidad que se va a refinar debe ser superior a 2 tn e inferior a la capacidad de refinado que indica el problema (20 tn en el caso de los aceites vegetales y 25 tn en el caso de los aceites animales y minerales).

- Otra condición adicional del modelo indica que, en el caso de utilizar algunos de los aceites VEGkt, deberá utilizarse también OIL3t. Esta condición puede imponerse con una única restricción del tipo:

$$DVEG1t + DVEG2t \leq 2 DOIL3t$$

Es decir, si se utiliza VEG1 o VEG2 (por lo tanto, si $DVEG1t = 1$ y/o $DVEG2t = 1$) y se va a utilizar OIL3 (por tanto $OIL3 = 1$) y se va a utilizar como máximo 2 toneladas.

Tenemos un total de 149 restricciones. Se trata de un problema lineal binario mixto.

En una hoja de cálculo Excel crearemos el modelo con las variables y las ecuaciones correspondientes a la función objetivo y a las restricciones que acabamos de formular. La descripción del modelo la podemos ver en la hoja "Modelo_descriptivo" del archivo "Mínimos_costes.xls" (figura 2).

1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
2												
3	Tipo de aceite											
4	COMPRAS (ton)	Enero	CVEG1	CVEG2	COIL1	COIL2	COIL3	Compra total				
5		Febrero	Celdas cambiantes: Variables de compras CVEGkt COILkt						Compras mensuales totales			
6		Marzo										
7		Abril										
8		Mayo										
9		Junio										
10												
11												
12	Tipo de aceite											
13	REFINADOS (ton)	Enero	RVEG1	RVEG2	ROIL1	ROIL2	ROIL3	Refinados totales				
14		Febrero	Celdas cambiantes: Variables de refinados RVEGkt ROILkt						Vegetal	No vegetal	Producto final	
15		Marzo							Total	Total	Total	
16		Abril							mensual	mensual	mensual	
17		Mayo							de aceites	de aceites	de	
18		Junio							vegetales	no	producto	
19		refinados	vegetales	elaborado:								
20		<= 20	refinados	PRODt >=								
21				35								
22												
23	Tipo de aceite											
24	ALMACENES (ton)	Enero	AVEG1	AVEG2	AOIL1	AOIL2	AOIL3	Almacén total				
25		Febrero	Variables de almacenes, definidas por las relaciones AVEGk(t-1) - CVEGkt = RVEGkt - AVEGkt AOILk(t-1) - COILkt = ROILkt - AOILkt El mes de junio el almacén será de 10t para cada aceite. AVEG16= AVEG26= AOIL16= AOIL26= AOIL36 = 10 Añadimos que los valores de estas celdas sean todos						Almacén mensual <= 50			
26		Marzo										
27		Abril										
28		Mayo										
29		Junio										
30		Almacén total										
31												
32												
33	Tipo de aceite											
34	Costes de compra (t/ton)	Mes	VEG1	VEG2	OIL1	OIL2	OIL3					
35		Enero	110	120	130	110	115					
36		Febrero	130	130	110	90	115					
37		Marzo	110	140	130	100	95					
38		Abril	120	110	120	120	125					
39		Mayo	100	120	150	110	105					
40	Junio	90	100	140	80	135						
41												
42												
43												
44	Durezas (calidades)			VEG1	VEG2	OIL1	OIL2	OIL3				
45		Materias primas		8,8	6,1	2	4,2	5				
46				Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio			
47		Ponderada		8.8 RVEG1t+6.1RVEG2t-2ROIL1t+4.2ROIL2t+5ROIL3t								
48		Máxima permitida		Ponderada <= 6PRODt								
49		Mínima permitida		Ponderada >= 3PRODt								
50	Dureza final		Valor entre 3 y 6 de la dureza									
51												
52												
53	Objetivo (t)	Almacén		Costes totales								
54		Compra										

Figura 2. Descripción de las celdas del modelo de costes

A continuación, resumimos los pasos para introducir el modelo en la hoja "Modelo_Solucion_1". En primer lugar, hemos de "declarar" las celdas donde se encontrarán las variables y los diferentes cálculos entre celdas. A continuación, la función objetivo y las restricciones se declararán al ejecutar el complemento Solver. Para facilitar el seguimiento en el proceso, combinaremos estos procedimientos.

- Reservamos el rango de celdas D4:H19 para las variables ("celdas cambiantes" en la terminología de Solver) asociadas a las compras de los aceites (CVEGkt, COILkt); este rango tiene el nombre d "Compras".

		Tipo de aceite					
		CVEG1	CVEG2	COIL1	COIL2	COIL3	Compra total
Coste_total	Enero	0,00	0,00	0,00	7,00	0,00	7,00
Refinados	Febrero	0,00	0,00	0,00	41,75	0,00	41,75
Uso	Marzo	10,00	0,00	0,00	0,00	46,25	56,25
	Abril	0,00	10,00	0,00	0,00	0,00	10,00
	Mayo	12,37	0,00	0,00	0,00	19,63	32,00
	Junio	20,00	10,00	0,00	33,00	0,00	63,00

Figura 3. Seleccionamos el rango de celdas D4:H19 y lo nombramos "Compras"

- Las variables de refinado (RVEG_{kt} y ROIL_{kt}) ocuparán el rango de celdas D14:H19; a este rango le hemos puesto el nombre "Refinados". A la derecha de este rango, calcularemos las cantidades totales de aceites refinados vegetales (I14:I19) y no vegetales (J14:J19), y la cantidad de producto final elaborado (K14:K19), correspondiente a las variables PROD_t de producción mensual (PROD_t = RVEG_{1t} + RVEG_{2t} + ROIL_{1t} + ROIL_{2t} + ROIL_{3t}).
- Las restricciones sobre la capacidad de refinado, 20 toneladas para los aceites vegetales y 25 para los no vegetales, se plantearán como I14 : I19 <= 20 y J14 : J19 <= 25.
- Las seis restricciones de demanda se escriben como K14:K19 >= 35.
- Reservamos el rango "Almacenes" (D24:H29) para los valores de AVEG_{kt} y AOIL_{kt}. En estas celdas introducimos las fórmulas asociadas a las condiciones de equilibrio de inventario:

$$\text{AVEG}_{kt} = \text{AVEG}_{k(t-1)} + \text{CVEG}_{kt} - \text{RVEG}_{kt}$$

$$\text{AOIL}_{kt} = \text{AOIL}_{k(t-1)} + \text{COIL}_{kt} - \text{ROIL}_{kt}$$
 El resultado de los cálculos de las celdas en este rango han de ser valores positivos; esto implica que deberemos introducir las restricciones "Almacenes >= 0".
- En la columna "Almacén total" (I24:I29) calculamos la cantidad de materias primas almacenadas mensualmente, y en la celda "Almacen_total" (I30) calculamos el total de aceites almacenados en todo el periodo.
- Las restricciones sobre la capacidad de almacenamiento mensual (50 toneladas) se expresará como I24:I29 <= 50. Las restricciones sobre el inventario final (10 toneladas) quedan como D29:H20 = 10.
- En el rango de celdas D35:H40 introducimos los valores de la tabla 1, con la estimación de los precios de compra de las materias primas.
- Con estos datos, podemos introducir los cálculos correspondientes a los costes. Por una parte, los costes de almacenamiento (celda D53) son de 5 euros por cada tonelada de materia prima almacenada (celda I30). Por otra parte, los costes de compras se calculan mediante la fórmula de Excel "=SUMAPRODUCTO(D35:H40;D4:H9)", donde D35:H40 son los costes de compra y D4:H9 son las cantidades compradas. La suma de estos costes (D54) nos dará el valor de la función objetivo "Coste_total".
- También hemos de calcular la dureza del producto final, para imponer unas condiciones sobre su valor. En primer lugar calculamos la "dureza ponderada" (rango D47:I47) como una combinación de las durezas de las materias primas (utilizamos la fórmula *sumaproducto* de Excel); a continuación, calculamos las durezas máxima (rango D48:I48) y mínima (rango D49:I49) permitidas para el producto final como 6PROD_t y 3PROD_t respectivamente (recordemos que PROD_t se encuentra en el rango K14:K19).
- Las restricciones sobre la dureza del producto final D47:I47 <= D48:I48 y D47:I47 >= D49:I49 se corresponden con 8.8RVEG_{1t} + 6.1RVEG_{2t} + 2ROIL_{1t} + 4.2ROIL_{2t} + 5ROIL_{3t} <= 6PROD_t y 8.8RVEG_{1t} + 6.1RVEG_{2t} + 2ROIL_{1t} + 4.2ROIL_{2t} + 5ROIL_{3t} >= 3PROD_t >= 0, respectivamente.
- Las variables auxiliares de uso (DVEG_{kt}, DOIL_{kt}) se encuentran en el rango llamado "Uso" (O14:S19). Añadiremos tres columnas auxiliares a la tabla de uso: la columna "Tipos usados Total" (T14:T19), que calcula cuántos tipos de aceites hemos usado en la producción, la columna "Tipos usados Vegetales" (U14:U19), que nos informa de

cuántos tipos de aceites vegetales hemos refinado, y la "Columna auxiliar" (V14:V19), que es el doble de la columna "DOIL3" (sobre el uso del OIL3 en el producto final).

- "El producto final no debe estar compuesto por más de tres tipos de aceites" se expresará como $T14:T19 \leq 3$: $DVEG1t + DVEG2t + DOIL1t + DOIL2t + DOIL3t \leq 3$.
- Otra restricción impone que debe utilizarse OIL3 en combinación con cualquiera de los aceites vegetales: $DVEG1t + DVEG2t \leq 2 DOIL3t$; la formulamos como $U14:U19 \leq V14:V19$.
- Construimos dos tablas auxiliares, vinculadas con los valores de las variables de uso. La primera de estas tablas (O23:S28) es el valor de las variables de uso multiplicado por 2; la segunda tabla (O31:S36) calcula los valores de $20 \cdot DVEGkt$ y $25 \cdot DOILkt$, respectivamente.
- "En el producto final deben entrar al menos 2 toneladas de cada aceites utilizado" se formula como "Refinados" $\geq O23:S28$: $RVEGkt \geq 2DVEGkt$, $ROILkt \geq 2DOILkt$.
- La restricción "sólo se refinan aceites con la variables de uso igual a 1, pero en una cantidad inferior a la capacidad de refinado" puede escribirse como "Refinados" $\leq O31:S36$: $RVEGkt \leq 20DVEGkt$, $ROILkt \leq 25DOILkt$.

Para obtener la solución del problema, utilizamos el complemento Solver de Excel, tal y como se muestra en la figura 4.



Figura 4. Función objetivo y restricciones en Solver

En estos parámetros es donde declaramos la celda que contiene el valor de la función objetivo (Coste_total D55), y las variables ("Cambiando las celdas"). Las restricciones han de declararse tal como hemos visto anteriormente en el cuadro "Sujetas a las siguientes restricciones".

Por ejemplo, los resultados de los cálculos de las celdas del rango "Almacenes" (D24:H29), que se corresponden a los valores de AVEGkt y AOILkt, han de ser valores positivos; esto implica que deberemos introducir las restricciones "Almacenes ≥ 0 ".



Figura 5. Restricciones de no negatividad en las variables de almacenamiento

Las variables auxiliares de uso (DVEGkt, DOILkt) que se encuentran en el rango llamado "Uso" (O14:S19) se declaran binarias en el cuadro "Sujetas a las restricciones siguientes", tal como se ve en la figura 6:



Figura 6. Declaración de las variables binarias de uso

Dada la gran dimensión del modelo, tanto en variables como en restricciones hemos de seleccionar unas opciones de resolución como las que se muestran en la figura 7. Con la opción "Asumir no negativos" nos aseguraremos de que los valores de las variables (celdas cambiantes) "Compras", "Refinados" y "Uso" son no negativos. También es conveniente dar unos valores iniciales no nulos a las variables de compras y de refinados.

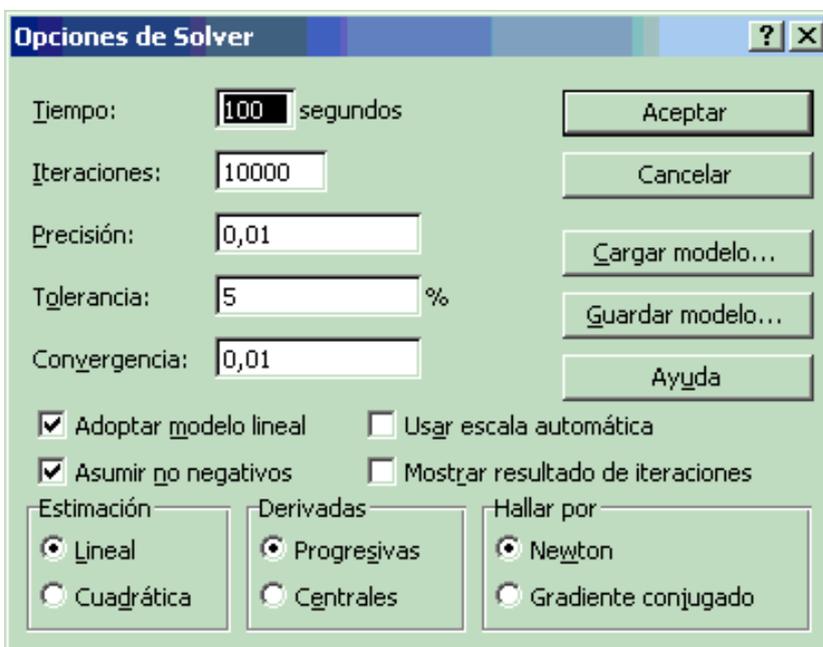


Figura 7. Opciones de Solver

Tal como hemos comentado, el problema tiene soluciones múltiples; por tanto, es posible que, al resolverlo en nuestro ordenador, los valores óptimos de las variables sean diferentes a los que se muestran en las hojas "Modelo_Solución_1" e "Informe de respuestas". En gran medida, la solución obtenida dependerá de la solución inicial de las variables de compras y de refinados. En la hoja "Solución_2" se muestra otra de las soluciones óptimas del problema. Observamos que, en ambas, el valor final del coste mínimo es igual; varían ligeramente los valores de las variables de compras, refinados y almacenes.

Cuestión 7. ¿Qué porcentaje de los costes totales representan los gastos de compra? ¿Y los de almacenamiento?

Solución

7.

Porcentajes del volumen de negocio

En la figura 8 se muestran los valores de cada uno de los costes (calculados mediante las fórmulas correspondientes) en una de las dos soluciones óptimas obtenidas.

	A	B	C	D	E	F
50			Dureza final	4,93	5,56	6,00
51						
52						
53						
54						
55						
56						
57						

Objetivo (€)	Costes totales
Almacén	988,75
Compra	19859,41
Total	20848,16

Figura 8. Valores de los costes totales en una de las soluciones óptimas

En esta solución, los costes totales son de 20.848,16 €, de los cuales 19.859,41 € (el 95,26%) corresponden a los gastos de compra, y 988,75 € (el 4,74% restante) corresponden a los gastos de almacenamiento.

Cuestión 8. ¿Qué efectos tiene sobre esta solución una variación en la demanda mensual?

Solución

8.

Variación de la demanda

Para estudiar el efecto de una variación de la demanda debemos conocer los costes marginales (o de oportunidad) de las restricciones correspondientes a la demanda mensual ($PROD_t \geq 35$). Recordemos que el coste de oportunidad se interpreta como el incremento de costes que representaría incrementar en una unidad la cantidad producida; concretamente, si la demanda aumenta una unidad (de 35 a 36 toneladas), hemos de producir esta tonelada adicional, y este coste extra es el que llamamos "coste marginal" y nos interesa determinar.

Solver muestra los valores de los costes o beneficios marginales (también llamados "precios sombra" o "costes de oportunidad") en el informe de sensibilidad que se genera con la solución. El conflicto está en que en un problema con variables binarias (en nuestro caso, las variables de uso DVEGkt y DOILkt lo son), Solver no genera el informe de sensibilidad. Para obtenerlos debemos hacer lo siguiente: eliminamos las restricciones "Uso = binario" (figura 6), y las sustituimos por las restricciones "Uso ≤ 1 ", tal como se muestra en la figura 9.



Figura 9. Redefinición de las restricciones de uso

El resultado de este cambio lo podemos ver en la hoja "Modelo_sensibilidad". Al resolver, obtenemos una solución muy parecida a la anterior, pero ligeramente mejor (dado que las nuevas restricciones permiten ampliar nuestro conjunto de soluciones factibles). Ahora podemos resolver el nuevo modelo y obtener el informe de sensibilidad.

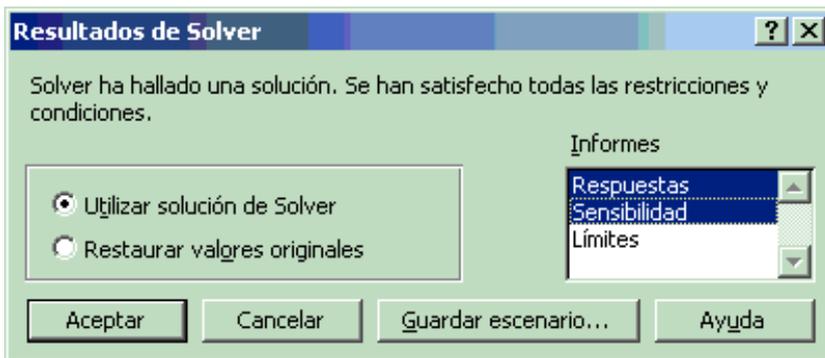


Figura 10. Petición de los informes de respuestas y sensibilidad

La figura 11 muestra el informe de sensibilidad para el nuevo modelo.

Celda	Nombre	Valor Igual	Sombra precio	Restricción lado derecho	Aumento permisible	Disminución permisible
\$J\$19	Junio No vegetal	25,00	-11,50	25	0,476190476	0
\$K\$14	Enero Producto final	35,00	96,05	35	0	0
\$K\$15	Febrero Producto final	35,00	109,89	35	0	0
\$K\$16	Marzo Producto final	35,00	110,00	35	0	0
\$K\$17	Abril Producto final	35,00	110,00	35	0	0
\$K\$18	Mayo Producto final	35,00	111,58	35	0	0
\$K\$19	Junio Producto final	35,00	91,50	35	0	0

Figura 11. Informe de sensibilidad Solver: costes de oportunidad de la demanda

En la hoja "Informe de sensibilidad" hemos sombreado los valores que nos interesan: se encuentran en la columna "Sombra precio". Son los siguientes:

Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
96.05	109,89	110	110	111,58	91,50

Tabla 4: costes marginales de la demanda

Recordemos que se trata de un modelo con soluciones múltiples y, por tanto, las soluciones obtenidas en nuestro ordenador pueden ser ligeramente diferentes, en función de la solución inicial del modelo.

Cada tonelada adicional producida para cubrir la demanda tendría el coste adicional recogido en la tabla 4 en los meses correspondientes. Estos valores no necesariamente coincidirán con los costes de compra de las materias primas, dado que tenemos una política de almacenamiento que nos permite guardar aceites crudos para los meses posteriores. Además, hemos de tener en cuenta las condiciones de mezcla del producto final.

Por otro lado, podemos estudiar si la capacidad de almacenamiento limita la gestión de los recursos, de manera que impida reducir los costes totales comprando en los meses más baratos y guardando las materias primas para los meses posteriores. En nuestro caso, esto no es así; en el informe de sensibilidad obtenido podemos comprobar (figura 12) que la capacidad de almacenamiento de 50 toneladas solamente se agota en los meses de marzo y junio (en este último, por las exigencias de mantener el mismo inventario que al inicio del periodo).

Figura 12. Informe de sensibilidad Solver: costes de oportunidad de la capacidad mensual de almacén

Observamos que el coste de oportunidad (columna "Sombra precio") de la capacidad de almacenamiento del mes de marzo es de $-1,05$ €: por cada tonelada que aumentamos la capacidad de almacenamiento, los costes se reducen en esta cantidad.

Cuestión 9. A partir de esta solución, OLEO, S. A. ha decidido eliminar de su producción el aceite OIL1, recortando de esta manera los costes de almacenamiento asociados. ¿A qué piensas que se debe la no utilización de este aceite en la solución óptima?

En el modelo anterior, se supone que la compañía puede vender toda su producción al precio actual, pero la realidad es que la demanda depende del precio. Jaime Quer, al frente del departamento de Logística de OLEO, S. A., ha determinado que, para un precio de venta de 150 € por tonelada, pueden venderse 35 toneladas del producto final y, por cada euro que se disminuya este precio, las ventas aumentan en 3 toneladas.

Solución

9.

Política de materias primas

En efecto, en la solución se observa que el aceite no vegetal OIL1 no interviene en ningún momento de la producción, lo que supone el almacenamiento de 10 toneladas durante el periodo de seis meses, con un coste de 300 € (el 27,6% de los costes totales de almacenamiento). Por otro lado, eliminar las existencias de este producto puede suponer una mejora en la cuenta de resultados del mes de marzo, donde necesitamos la capacidad de almacenamiento total.

	VEG1	VEG2	OIL1	OIL2	OIL3	
Materias primas	8,8	6,1	2	4,2	5	
	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Ponderada	172,40	194,60	210,00	186,00	210,00	194,60
Máxima permitida	210,00	210,00	210,00	210,00	210,00	210,00
Mínima permitida	105,00	105,00	105,00	105,00	105,00	105,00
Dureza final	4,93	5,56	6,00	5,31	6,00	5,56
Costes totales	988,75					

Figura 13. Calidad de los productos finales mensuales

La dureza (calidad) del producto final es de 4,93 en enero, de 5,56 en febrero y junio, de 6 en marzo y mayo y de 5,31 en abril. El hecho de que el aceite OIL1 tenga una dureza baja (2) en comparación con estos valores, junto al hecho de que sus precios son superiores a los de los otros aceites no vegetales en la mayoría de los meses, puede motivar su no utilización en ningún momento del periodo.

Cuestión 10. ¿De qué modo afectan estas conclusiones al modelo?

Solución

10.

Política de precios

Las conclusiones del departamento de logística afectan en dos aspectos al modelo: a la función objetivo y a las restricciones de demanda. Generamos el fichero Excel "Maximos_beneficio.xls" de manera similar al modelo anterior. Comentamos a continuación las diferencias más significativas entre ambos modelos.

En primer lugar, introduciremos seis nuevas variables (celdas cambiantes):

V_t : variación en el precio de venta del producto final (rango L15:L20); es decir, el precio de venta del producto en el mes t es de $150 - V_t$.

Tal como lo hemos formulado, la variable V_t parece representar una "disminución en el precio de 150 €"; pero, si consideramos que la variable V_t es libre de signo (puede ser positiva o negativa), entonces el precio final puede aumentar (cuando V_t es negativa) o disminuir (cuando V_t es positiva).

En las condiciones iniciales, la demanda es de 35 toneladas al mes, y por cada euro que se disminuya el precio de 150 €, las ventas aumentan en 3 toneladas. Por tanto, la producción necesaria para cubrir la demanda vendrá dada por las condiciones: $PROD_t = 35 + 3 V_t$. Podemos observar que, cuando V_t es positiva, disminuimos el precio ($150 - V_t$), pero la demanda final aumenta ($35 + 3 V_t$); de la misma manera, cuando V_t es negativa, aumentamos el precio ($150 - V_t$), pero la demanda final disminuye ($35 + 3 V_t$).

Estas nuevas restricciones de demanda deben sustituir a las condiciones $PROD_t \geq 35$. Para incorporar estas modificaciones, se introducen las fórmulas anteriores en las columnas "Producto final" (el rango J15:J20 calcula la variable $PROD_t$) y "Referencia" (el rango K15:K20 calcula $PROD_t - 3 V_t$). Las restricciones se formulan ahora como K15:K20 = 35.

Debemos recordar también que, de acuerdo a las consideraciones sobre materias primas, se eliminarán del problema las variables relacionadas con el aceite OIL1, tanto en la función objetivo como en las restricciones.

Finalmente, la función objetivo ahora consiste en la maximización de los beneficios totales, y hemos de marcar el "Valor de la celda objetivo" correspondiente (figura 14).

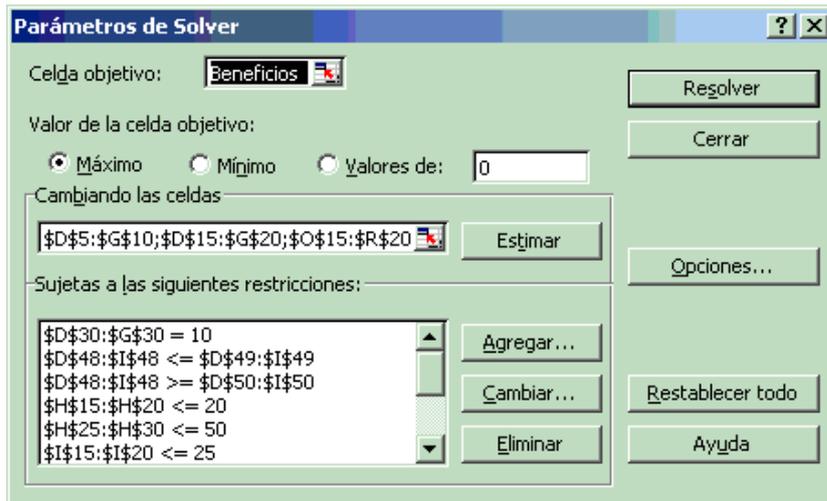


Figura 14. Selección de máximo para la celda objetivo

Max Z = Ingresos – Costes compra – Costes inventario. De esta manera, la función objetivo vendrá dada por:

Ingresos:

$$\sum_{t=1}^6 (150 - V_t) * PROD_t$$

Costes de compra de aceites:

$$\sum_{t=1}^6 \sum_{k=1}^2 C_{kt} CVEG_{kt} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=2}^3 C_{kt} COIL_{kt}$$

Costes de almacenamiento:

$$5 \sum_{t=1}^6 \left(\sum_{k=1}^2 AVEG_{kt} + \sum_{k=2}^3 AOIL_{kt} \right)$$

En este caso, tenemos un problema de optimización no lineal (en los ingresos aparece un producto de variables) binario mixto.

El modelo resultante es un problema demasiado complejo para resolverlo con el complemento Solver de Excel. Una opción es la de utilizar programas de optimización específicos, como LINGO (www.lindo.com). En nuestro caso, hemos optado por simplificar el modelo de forma que Solver pueda darnos una solución suficientemente aproximada; esta simplificación consiste en eliminar las restricciones lógicas sobre la composición del producto final referidas a: b) eliminar pequeñas cantidades de algún ingrediente, c) Imponer "condiciones lógicas" en la combinación de los ingredientes. También impondremos una condición de no negatividad sobre la variación del precio de venta del producto final, de forma que únicamente permitiremos un "decremento" del precio sobre los 150 € iniciales.

También es conveniente modificar las opciones de resolución de Solver, como se muestra en la figura 15.

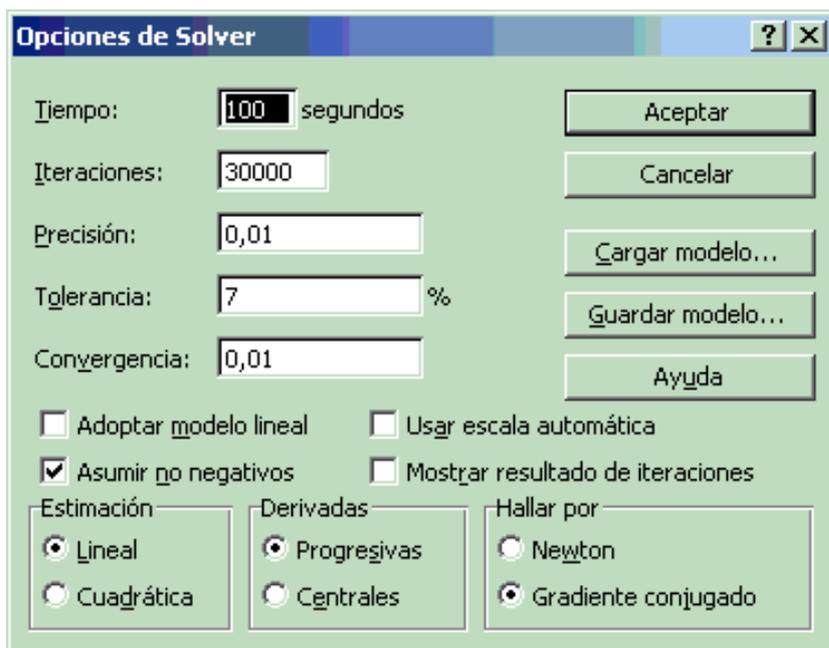


Figura 15. Opciones para la maximización de beneficios

El modelo resultante y la solución obtenida se encuentran en la hoja "Solución_aproximada" del fichero "Maximos_beneficios.xls"; podemos comprobar que esta solución es suficientemente aceptable, dado que la única condición que no verifica es que la cantidad de aceite OIL3 utilizada en el mes de marzo no llega a las 2 toneladas. La solución exacta, obtenida con LINGO, se encuentra en la hoja "Solución_exacta". Las diferencias con los costes y beneficios totales no son significativas.

Cuestión 11. ¿Cuál es ahora la nueva solución óptima?

Solución

11.

Maximización de los beneficios

A continuación se muestran las soluciones aproximada y exacta obtenidas.

		Tipo de aceite				Compra total
		CVEG1	CVEG2	COIL2	COIL3	
COMPRAS (ton)	Enero	8,07	10,00	5,00	0,00	21,07
	Febrero	0,00	0,00	48,89	0,00	48,89
	Marzo	15,76	0,00	0,00	26,11	41,86
	Abril	0,00	31,48	0,00	0,00	31,48
	Mayo	8,52	0,00	0,00	35,00	43,52
	Junio	25,93	14,07	35,00	0,00	75,00

		Tipo de aceite				Refinados totales		Producto		Variación
		RVEG1	RVEG2	ROIL2	ROIL3	Vegetal	No vegetal	final	Referencia	Precio
REFINADOS (ton)	Enero	0,00	20,00	15,00	10,00	20,00	25,00	45,00	35,00	3,33
	Febrero	16,07	0,00	25,00	0,00	16,07	25,00	41,07	35,00	2,02
	Marzo	15,76	0,00	23,89	1,11	15,76	25,00	40,76	35,00	1,92
	Abril	0,00	20,00	0,00	25,00	20,00	25,00	45,00	35,00	3,33
	Mayo	8,52	11,48	0,00	25,00	20,00	25,00	45,00	35,00	3,33
	Junio	15,93	4,07	25,00	0,00	20,00	25,00	45,00	35,00	3,33

		Tipo de aceite				Almacén total
		AVEG1	AVEG2	AOIL2	AOIL3	
ALMACENES (ton)	Enero	16,07	0,00	0,00	0,00	16,07
	Febrero	0,00	0,00	23,89	0,00	23,89
	Marzo	0,00	0,00	0,00	25,00	25,00
	Abril	0,00	11,48	0,00	0,00	11,48
	Mayo	0,00	0,00	0,00	10,00	10,00
	Junio	10,00	10,00	10,00	10,00	40,00

126,45

		Tipo de aceite			
		VEG1	VEG2	OIL2	OIL3
Costes de compra (€/ton)	Mes				
	Enero	110	120	110	115
	Febrero	130	130	90	115
	Marzo	110	140	100	95
	Abril	120	110	120	125
	Mayo	100	120	110	105
Junio	90	100	80	135	

Figura 16. Solución aproximada para la maximización de beneficios

		Tipo de aceite				Compra total
		CVEG1	CVEG2	COIL2	COIL3	
COMPRAS (ton)	Enero	5,50	10,00	5,00	0,00	20,50
	Febrero	0,00	0,00	46,00	2,00	48,00
	Marzo	15,50	0,00	0,00	27,00	42,50
	Abril	0,00	31,48	0,00	0,00	31,48
	Mayo	8,52	0,00	0,00	37,00	45,52
	Junio	25,50	10,00	33,00	0,00	68,50

		Tipo de aceite				Refinados totales		Producto final	Referencia	Variación Precio
		RVEG1	RVEG2	ROIL2	ROIL3	Vegetal	No vegetal			
REFINADOS (ton)	Enero	0,00	20,00	15,00	10,00	20,00	25,00	45,00	35,00	3,33
	Febrero	15,50	0,00	23,00	2,00	15,50	25,00	40,50	35,00	1,83
	Marzo	15,50	0,00	23,00	2,00	15,50	25,00	40,50	35,00	1,83
	Abril	0,00	20,00	0,00	25,00	20,00	25,00	45,00	35,00	3,33
	Mayo	8,52	11,48	0,00	25,00	20,00	25,00	45,00	35,00	3,33
	Junio	15,50	0,00	23,00	2,00	15,50	25,00	40,50	35,00	1,83

		Tipo de aceite				Almacén total
		AVEG1	AVEG2	AOIL2	AOIL3	
ALMACENES (ton)	Enero	15,50	0,00	0,00	0,00	15,50
	Febrero	0,00	0,00	23,00	0,00	23,00
	Marzo	0,00	0,00	0,00	25,00	25,00
	Abril	0,00	11,48	0,00	0,00	11,48
	Mayo	0,00	0,00	0,00	12,00	12,00
	Junio	10,00	10,00	10,00	10,00	40,00

126,98

		Tipo de aceite			
		VEG1	VEG2	OIL2	OIL3
Costes de compra (€/ton)	Mes				
	Enero	110	120	110	115
	Febrero	130	130	90	115
	Marzo	110	140	100	95
	Abril	120	110	120	125
	Mayo	100	120	110	105
Junio	90	100	80	135	

Figura 17. Solución exacta para la maximización de beneficios

Igual que en el modelo lineal, el problema tiene soluciones múltiples, y la solución obtenida en nuestro ordenador puede ser diferente en función de la solución inicial dada a las variables de compras y refinados.

La tabla 5 recoge la solución óptima exacta.

		VEG1	VEG2	OIL2	OIL3
	Compra	5,5	10	5	
Enero	Refinado		20	15	10
	Almacén	15,5			
	Compra			46	2
Febrero	Refinado	15,5		23	2
	Almacén			23	
	Compra	15,5			27
Marzo	Refinado	15,5		23	2
	Almacén				25
	Compra		31,48		
Abril	Refinado		20		25

Tabla 5. Nueva política óptima de maximización de beneficios

		VEG1	VEG2	OIL2	OIL3
	Almacén		11,48		
	Compra	8,52			37
Mayo	Refinado	8,52	11,48		25
	Almacén				12
	Compra	25,5	10	33	
Junio	Refinado	15,5		23	2
	Almacén	10	10	10	10

Tabla 5. Nueva política óptima de maximización de beneficios

En esta solución hemos de indicar también las variaciones en los precios y en la producción respecto a las condiciones iniciales:

	Variación en el precio (Vt)	Precio final 150 – 3 Vt	Producción	Variación en la producción
Enero	3,33	146,67	45	10
Febrero	1,83	148,17	40,5	5,5
Marzo	1,83	148,17	40,5	5,5
Abril	3,33	146,67	45	10
Mayo	3,33	146,67	45	10
Junio	1,83	148,17	40,5	5,5

Tabla 6. Relación de precios y producciones mensuales

Podemos observar que en ningún caso nos interesa aumentar el precio de venta sobre los 150 € iniciales. En cambio, sí es conveniente estimular la demanda inicial de 35 toneladas (la variación en la producción es positiva) mediante una política de reducción de precios (Vt positiva). Además, en los meses de enero, abril y mayo se llega al máximo de la capacidad de producción, 45 toneladas.

Cuestión 12. En las nuevas condiciones, ¿qué porcentaje del volumen de negocio representan los costes de compra? ¿Y los de almacenamiento?

Solución

12.

Volumen de negocio

Los valores de los costes, ingresos y beneficios en la solución óptima exacta los podemos encontrar en el fichero Excel, y se muestran en la figura 18.

	A	B	C	D	E	F
52						
53						
54						
55						
56						
57						
58						
59						

Objetivo (€)	Totales	
	Almacén	634,90
Compra	25129,80	
Ingresos	37802,25	
Total	12037,55	

Figura 18. Resultados de la maximización de beneficios

El beneficio total obtenido es de 12.037,55 €, con unos ingresos de 37.802,25 € y unos costes totales de 25.764,7 €; de éstos, el 97,5% (25.129,8 €) corresponden a los gastos de compra, y el 2,5% (634,9 €) a los de almacenamiento.

Referencias

Eppen, G. D., y otros (2000). *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa. Construcción de modelos de decisiones con hojas de cálculo electrónicas* (5.^a ed.). México, D. F., etc.: Prentice Hall Hispanoamericana.

Williams, H. P. (1993). *Model Building in Mathematical Programming* (3.^a ed.). Chichester, etc.: John Wiley & Sons.

Lindo Systems Inc. Software de Optimización lineal y no lineal. Disponible en las versiones de demostración durante 30 días. <<http://www.lindo.com>>

Frontline Systems Inc. Página oficial de la macro Solver. <<http://www.solver.com>>

5. Aplicación de modelos de investigación operativa a un problema de gestión de transporte: Caso Elecder-Power&Control

La gestión de transporte se presenta a menudo al plantear la distribución de bienes y servicios desde varias localizaciones de suministro hacia varias ubicaciones de la demanda. Típicamente, la cantidad de bienes disponibles en cada localización de suministro (origen) es limitada, y la cantidad de los bienes necesarios en cada una de las localizaciones de demanda (destino) es conocida. En general, en un problema de gestión de transporte el objetivo es minimizar el coste de transportar los bienes desde los orígenes hasta los destinos. Consideremos el problema de transporte al que se enfrenta la empresa Elecder.

La empresa Elecder es el primer especialista mundial de "Power&Control", asociando dos actividades complementarias:

1) La distribución eléctrica en media y baja tensión

a) **Media tensión:** aporta soluciones completas para la protección eléctrica y la gestión, explotación, mantenimiento y renovación de instalaciones.

	
<p>Energía eólica: alimentar la red de suministro eléctrico</p>	<p>Distribución eléctrica de MT: controlar y gestionar la distribución eléctrica</p>
	
<p>Aeropuertos: suministrar la instalación eléctrica. Distribuir la electricidad y controlar los equipamientos</p>	<p>Túneles de carretera: controlar y gestionar la generación de energía</p>

b) Baja tensión: define ofertas de "productos, sistemas y servicios" de distribución eléctrica en baja tensión destinadas a los edificios residenciales, terciarios e industriales.

	
Distribuir la electricidad de baja tensión	Distribuir las redes de voz-datos-i-mágenes
	
Automatización para el hogar: gestión de la luz y temperatura, control de audio y vídeo, control de acceso, sistemas de seguridad	Proteger a las personas y la propiedad

2) El control industrial y los automatismos

a) Control industrial: control de máquinas y procesos en la industria, las infraestructuras y los edificios terciarios.

	
<p>Tratamiento del agua: controlar y monitorizar los motores de bombeo. Gestionar las instalaciones</p>	<p>Sistemas de control y seguimiento para maquinaria</p>
	
<p>Detectar objetos, formas y colores</p>	<p>Control y protección de motores</p>

b) Automatismos: automatización de máquinas, talleres y procesos en todas las actividades industriales, infraestructuras y sector terciario.

	
<p>Automatización de máquinas repetitivas</p>	<p>Controlar los automatismos; procesar y transmitir los datos obtenidos</p>
	
<p>Visualizar los estados y transmitirlos a las máquinas</p>	<p>Comunicar los diferentes sistemas automatizados de la empresa</p>

Dentro de la primera actividad mencionada, y centrándonos en el mercado de la baja tensión, una de sus marcas es "LEUN", que centra su actividad en el campo del pequeño material eléctrico. Su catálogo comprende desde interruptores y tomas de corriente hasta soluciones para el control automatizado de los sistemas eléctricos del hogar (ved figura 1). A principios del próximo año, la empresa quiere lanzar en España su nueva gama de interruptores "HEAD+".



Figura 1. Catálogo marca LEUN

Los gastos derivados de la optimización del transporte suponen una partida muy elevada dentro del presupuesto de la empresa. Conscientes de ello, se han contratado los servicios de QUER Consulting, con el objetivo de verificar que los recursos de transporte son los adecuados para las necesidades de Elecder.

En la entrevista que mantiene el director de Logística de la empresa, Santos López, con el gerente de QUER Consulting, James Quer, se le dan los siguientes datos a éste:

1) La empresa puede fabricar los interruptores en cuatro centros de producción ubicados en Capellades (Barcelona), Puente de la Reina (Navarra), Griñón (Madrid) y Meliana (Valencia). En la tabla 1 se pueden observar las estimaciones que ha realizado el departamento de Producción sobre el número de interruptores que puede fabricar cada uno de los centros de producción durante el primer trimestre del próximo año.

Tabla

Centro producción	Número interruptores
Capellades	43.000
Puente de la Reina	35.000
Griñón	29.000
Meliana	37.000

Tabla 1. Fabricación máxima de interruptores en los centros de producción

2) Por otro lado, Elecder dispone de centros de distribución ubicados en siete ciudades repartidas por las siete áreas (delegaciones) en las que la empresa ha dividido el país (ved figura 2). En la tabla 2 se muestran cada una de las delegaciones, así como la ciudad donde se ubica el centro de distribución.

Tabla

Delegación	Almacén ubicado en
D1-Nordeste	Barcelona
D2-Centro	Madrid
D3-Levante	Alicante

Tabla 2. Ubicación del almacén en delegación

Delegación	Almacén ubicado en
D4-Norte	Bilbao
D5-Noroeste	La Coruña
D6-Sur	Sevilla
D7-C. A. R.	Zaragoza

Tabla 2. Ubicación del almacén en delegación

3) El departamento de Marketing de la empresa ha realizado un estudio de mercado para estimar la demanda de interruptores en los próximos tres meses en las diferentes delegaciones. En la tabla 3 se pueden observar dichas demandas estimadas.

Tabla

Delegación	Demanda
D1-Nordeste	25.000
D2-Centro	25.000
D3-Levante	20.000
D4-Norte	18.000
D5-Noroeste	16.000
D6-Sur	22.000
D7-C. A. R.	14.000

Tabla 3. Demandas en las delegaciones

4) Elecder subcontrata el transporte que se realiza por carretera. El transportista habitual ha enviado a la empresa un presupuesto donde se reflejan los costes de transporte (euros por 1.000 interruptores) desde los centros de producción hasta los almacenes (ved tabla 4).

Tabla

Centro producción	Delegación						
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
Capellades	1	40	30	35	80	70	25
Puente de la Reina	30	35	50	10	50	70	15
Griñón	45	1	30	30	45	35	20
Meliana	35	30	10	40	75	45	25

Tabla 4. Costes de transporte (euros por 1.000 interruptores)

5) La flota de camiones del transportista habitual tiene una serie de limitaciones de movilización (número de interruptores que puede transportar) desde las fábricas a los almacenes. Estas limitaciones pueden verse en la tabla 5.

Tabla

Centro producción	Delegación						
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
Capellades	15.000	10.000	13.000	12.000	13.000	15.000	15.000
Puente de la Reina	13.000	12.000	11.000	15.000	10.000	12.000	11.000
Griñón	12.000	15.000	12.000	13.000	11.000	10.000	12.000
Meliana	12.000	14.000	14.000	12.000	14.000	15.000	13.000

Tabla 5. Limitaciones de movilización

6) El transportista también informa a **Elecder** de que transportará los interruptores en paquetes indivisibles de 1.000 unidades.



Figura 2. Posibles rutas de distribución desde la fábrica de Puente de la Reina

Esquema

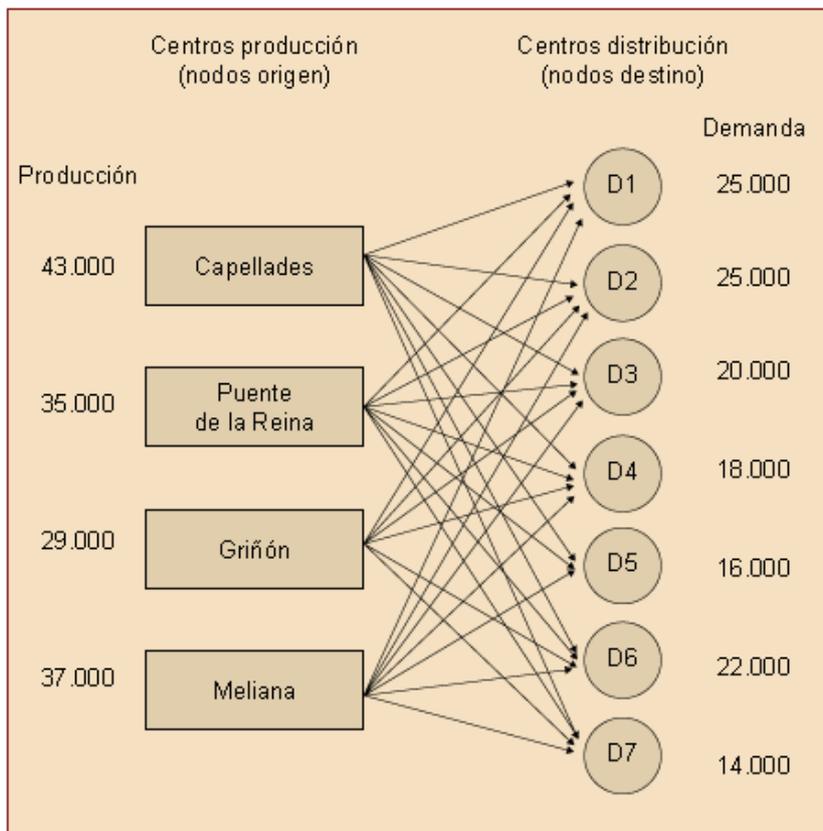


Figura 3. Esquema problema del transporte

Actividad

Cuestiones de Logística

Cuestión 1. Definid ventajas o inconvenientes de externalizar el transporte frente a la posibilidad de tener una flota propia.

Solución

1.

Externalizar transporte o flota propia

Algunas ventajas fundamentales, entre otras, serían:

- La disminución de la infraestructura supone la sustitución de costes fijos por costes variables.
- Profesionalización y especialización de las funciones realizadas por el transporte.
- Mayor posibilidad de dedicación de recursos empresariales a la actividad-núcleo del negocio.

Entre las **desventajas**, podemos destacar:

- dificultad para encontrar un transportista con la capacidad adecuada para su dimensión (ni sobredimensionada ni infradimensionada),
- pérdida del control sobre la demanda final,
- disminución de la sensibilidad del personal de la empresa en este apartado,
- en algunos casos puede producirse una disminución de la flexibilidad en la respuesta a la demanda.

Cuestión 2. Considerando que el mes tiene 22 días laborables y que el reparto es constante en cada día trimestral, calculad el gasto diario en transporte si se tiene en cuenta que en éste no existen las limitaciones mencionadas en el apartado 5.

Para ello, hay que considerar que cada centro de distribución recibe de la fábrica más cercana, excepto:

- la zona D6-Zona Sur, que recibe el suministro de las tres fábricas, salvo la de Capellades;
- la zona D7-C. A. R., que recibe el suministro de la de Capellades.

Solución

2.

Cálculo del coste del transporte diario

En el trimestre, los centros de distribución reciben de:

- D1 – Nordeste – desde Capellades – 25.000 u. \times (1 €/1.000 u.) = 25 €
- D2 – Centro – desde Griñón – 25.000 u. \times (1 €/1.000 u.) = 25 €
- D3 – Levante – desde Meliana – 20.000 u. \times (10 €/1.000 u.) = 200 €
- D4 – Norte – desde Puente de la Reina – 18.000 u. \times (10 €/1.000 u.) = 180 €
- D5 – Noroeste – desde Puente de la Reina – 16.000 u. \times (50 €/1.000 u.) = 800 €
- D6 – Sur – 17.000 u. desde Meliana + 4.000 desde Griñón + 1.000 desde Puente de la Reina – (17.000 u. \times 45 €/1.000 u.) + (4.000 u. \times 35 €/1.000 u.) + (1.000 u. \times 70 €/1.000 u.) = 975 €
- D7 – CAR – Desde Capellades 14.000 u. \times (25 €/1.000 u.) = 350 €

El total del trimestre será 25 + 25 + 200 + 180 + 800 + 975 + 350 = 2.555 €

Como son 66 días laborables (22 días \times 3 meses): 2.555/66 = **42,95 € diarios**

Actividad

Cuestiones de investigación operativa

Una vez recopilada toda esta información, **Elecder** desea conocer cuántos interruptores debe enviar en el próximo trimestre desde cada fábrica hasta cada delegación, para conseguir minimizar los costes de transporte (ved figura 3).

Utilizad técnicas de programación lineal para responder a las cuestiones siguientes:

Cuestión 1. Formulad un modelo de programación lineal entera que minimice el coste total del transporte de interruptores para el próximo trimestre.

Solución

1.

Modelo de optimización

a) Variables de decisión

Sean las variables de decisión: X_{ij} = número de interruptores (en miles) que se envían de la fábrica i al centro de distribución j , con $i = C, P, G, M, j = 1, \dots, 7$.

b) Restricciones

Las restricciones corresponden a:

- Limitaciones de disponibilidad en las fábricas (tabla 1):

Capellades:	$X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} + X_{C4} + X_{C5} + X_{C6} + X_{C7} \text{ £ } 43$
Puente de la Reina:	$X_{P1} + X_{P2} + X_{P3} + X_{P4} + X_{P5} + X_{P6} + X_{P7} \text{ £ } 35$
Griñón:	$X_{G1} + X_{G2} + X_{G3} + X_{G4} + X_{G5} + X_{G6} + X_{G7} \text{ £ } 29$
Meliana:	$X_{M1} + X_{M2} + X_{M3} + X_{M4} + X_{M5} + X_{M6} + X_{M7} \text{ £ } 37$

- Satisfacción de la demanda en las delegaciones (tabla 3):

D1:

$$X_{C1} + X_{P1} + X_{G1} + X_{M1} \geq 25$$

D2:

$$X_{C2} + X_{P2} + X_{G2} + X_{M2} \geq 25$$

D3:

$$X_{C3} + X_{P3} + X_{G3} + X_{M3} \geq 20$$

D4:

$$X_{C4} + X_{P4} + X_{G4} + X_{M4} \geq 18$$

D5:

$$X_{C5} + X_{P5} + X_{G5} + X_{M5} \geq 16$$

D6:

$$X_{C6} + X_{P6} + X_{G6} + X_{M6} \geq 22$$

D7:

$$X_{C7} + X_{P7} + X_{G7} + X_{M7} \geq 14$$

- Limitaciones de movilización en cada una de las rutas (tabla 5):

Centro producción	Delegación						
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
Capellades	$X_{C1} \text{ £ } 15$	$X_{C2} \text{ £ } 10$	$X_{C3} \text{ £ } 13$	$X_{C4} \text{ £ } 12$	$X_{C5} \text{ £ } 13$	$X_{C6} \text{ £ } 15$	$X_{C7} \text{ £ } 15$
Puente de la Reina	$X_{P1} \text{ £ } 13$	$X_{P2} \text{ £ } 12$	$X_{P3} \text{ £ } 11$	$X_{P4} \text{ £ } 15$	$X_{P5} \text{ £ } 10$	$X_{P6} \text{ £ } 12$	$X_{P7} \text{ £ } 11$
Griñón	$X_{G1} \text{ £ } 12$	$X_{G2} \text{ £ } 15$	$X_{G3} \text{ £ } 12$	$X_{G4} \text{ £ } 13$	$X_{G5} \text{ £ } 11$	$X_{G6} \text{ £ } 10$	$X_{G7} \text{ £ } 12$
Meliana	$X_{M1} \text{ £ } 12$	$X_{M2} \text{ £ } 14$	$X_{M3} \text{ £ } 14$	$X_{M4} \text{ £ } 12$	$X_{M5} \text{ £ } 14$	$X_{M6} \text{ £ } 15$	$X_{M7} \text{ £ } 13$

- Todas las variables son enteras y positivas.

c) Función objetivo (tabla 5)

La función objetivo que se va a minimizar representa los costes totales de transportar los interruptores desde las fábricas hasta los centros de distribución:

MIN Z =	$1X_{C1}$	$+40X_{C2}$	$+30X_{C3}$	$+35X_{C4}$	$+80X_{C5}$	$+70X_{C6}$	$+25X_{C7}$
	$30X_{P1}$	$+35X_{P2}$	$+50X_{P3}$	$+10X_{P4}$	$+50X_{P5}$	$+70X_{P6}$	$+15X_{P7}$
	$45X_{G1}$	$+1X_{G2}$	$+30X_{G3}$	$+30X_{G4}$	$+45X_{G5}$	$+35X_{G6}$	$+20X_{G7}$
	$35X_{M1}$	$+30X_{M2}$	$+10X_{M3}$	$+40X_{M4}$	$+75X_{M5}$	$+45X_{M6}$	$+25X_{M7}$

En resumen, el modelo propuesto es:

MIN Z =	$1X_{C1}$	$+40X_{C2}$	$+30X_{C3}$	$+35X_{C4}$	$+80X_{C5}$	$+70X_{C6}$	$+25X_{C7}$
	$30X_{P1}$	$+35X_{P2}$	$+50X_{P3}$	$+10X_{P4}$	$+50X_{P5}$	$+70X_{P6}$	$+15X_{P7}$
	$45X_{G1}$	$+1X_{G2}$	$+30X_{G3}$	$+30X_{G4}$	$+45X_{G5}$	$+35X_{G6}$	$+20X_{G7}$
	$35X_{M1}$	$+30X_{M2}$	$+10X_{M3}$	$+40X_{M4}$	$+75X_{M5}$	$+45X_{M6}$	$+25X_{M7}$

sujeto a:

- **Restricciones de producción**

Capellades:	$X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} + X_{C4} + X_{C5} + X_{C6} + X_{C7} \leq 43$
Puente de la Reina:	$X_{P1} + X_{P2} + X_{P3} + X_{P4} + X_{P5} + X_{P6} + X_{P7} \leq 35$
Griñón:	$X_{G1} + X_{G2} + X_{G3} + X_{G4} + X_{G5} + X_{G6} + X_{G7} \leq 29$
Meliana:	$X_{M1} + X_{M2} + X_{M3} + X_{M4} + X_{M5} + X_{M6} + X_{M7} \leq 37$

- **Restricciones de demanda**

D1:

$$X_{C1} + X_{P1} + X_{G1} + X_{M1} \geq 25$$

D2:

$$X_{C2} + X_{P2} + X_{G2} + X_{M2} \geq 25$$

D3:

$$X_{C3} + X_{P3} + X_{G3} + X_{M3} \geq 20$$

D4:

$$X_{C4} + X_{P4} + X_{G4} + X_{M4} \geq 18$$

D5:

$$X_{C5} + X_{P5} + X_{G5} + X_{M5} \geq 16$$

D6:

$$X_{C6} + X_{P6} + X_{G6} + X_{M6} \geq 22$$

D7:

$$X_{C7} + X_{P7} + X_{G7} + X_{M7} \geq 14$$

- **Restricciones de transporte**

$X_{C1} \leq 15$	$X_{C2} \leq 10$	$X_{C3} \leq 13$	$X_{C4} \leq 12$	$X_{C5} \leq 13$	$X_{C6} \leq 15$	$X_{C7} \leq 15$
$X_{P1} \leq 13$	$X_{P2} \leq 12$	$X_{P3} \leq 11$	$X_{P4} \leq 15$	$X_{P5} \leq 10$	$X_{P6} \leq 12$	$X_{P7} \leq 11$
$X_{G1} \leq 12$	$X_{G2} \leq 15$	$X_{G3} \leq 12$	$X_{G4} \leq 13$	$X_{G5} \leq 11$	$X_{G6} \leq 10$	$X_{G7} \leq 12$
$X_{M1} \leq 12$	$X_{M2} \leq 14$	$X_{M3} \leq 14$	$X_{M4} \leq 12$	$X_{M5} \leq 14$	$X_{M6} \leq 15$	$X_{M7} \leq 13$

X_{ij} enteras y positivas

Cuestión 2. Con la ayuda de la macro Solver del programa Excel, determinad la solución óptima del modelo. Describid con detalle la solución obtenida ¿Cómo deben organizarse los envíos desde los orígenes a los destinos? ¿Cuál es el coste total de estos envíos?

Solución

2.

En el fichero anexo aparecen todas las operaciones necesarias para obtener la solución del modelo mediante la macro Solver de la hoja de cálculo Excel. Los valores de las variables de decisión ("Celdas cambiantes" para Solver) figuran en el rango "C5:I8". La función objetivo aparece en la celda "L18" (le hemos dado el nombre de "Coste_Transporte"), los lados izquierdos de las restricciones de limitaciones de disponibilidad en las fábricas, de satisfacción de la demanda en las delegaciones y de limitaciones de movilización en cada una de las rutas aparecen, respectivamente, en los rangos "J5:J8", "C9:I9" y "C33:I36". Todos estos rangos aparecen en los parámetros de la macro Solver ("Herramientas"->"Solver". Ved figura 4).



Figura 4. Parámetros de Solver

Una vez resuelto el modelo, podemos analizar la solución que nos proporciona Solver. El número de interruptores (en miles) que hemos de enviar desde los centros de producción a cada una de las delegaciones para minimizar el coste total del transporte se puede ver en la tabla 7 (estos valores aparecen en la tabla 1 de la hoja "Datos" del archivo Excel anexo).

Centro producción	Delegación							Total
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	
Capellades	15	1	6	3			14	39
Puente de la Reina	10			15	10			35
Griñón		15			6	8		29
Meliana		9	14			14		37
Total	25	25	20	18	16	22	14	

Tabla 6. Solución óptima proporcionada por Solver

El coste total asociado a este transporte es de 3.245 €. Observamos cómo con este plan de transporte se satisfacen todas las demandas de las delegaciones y cómo en el centro de producción de Capellades existirán 4.000 interruptores que no enviaremos a ninguna delegación y que por tanto se quedarán en su almacén como existencias.

En cuanto a la utilización de cada una de las rutas, en la tabla 7 podemos observar el porcentaje de movilización en cada una de ellas:

Centro producción	Delegación						
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7

Tabla 7. Porcentaje de movilización en cada ruta

Capellades	100,00	10,00	46,15	25,00	0,00	0,00	93,33
Puente de la Reina	76,92	0,00	0,00	100,00	100,00	0,00	0,00
Griñón	0,00	100,00	0,00	0,00	54,55	80,00	0,00
Meliana	0,00	64,29	100,00	0,00	0,00	93,33	0,00

Tabla 7. Porcentaje de movilización en cada ruta

Esta tabla se construye a partir de la comparación de las limitaciones de movilización (\$C\$23:\$I\$26) con la movilización resultante de la aplicación del modelo (\$C\$31:\$I\$34). Por ejemplo, en el caso de la movilización, entre el centro de producción Puente de la Reina y la delegación D1 observamos que el porcentaje es del 76,92%. Este dato surge de observar que en este trayecto se utiliza una capacidad de 10 (celda C32) sobre una capacidad máxima de 13 (celda C23), es decir, se utiliza el 76,92% de la capacidad máxima.

Observamos cómo el transportista tiene saturada la capacidad de envío en cinco rutas (marcadas en negrita); en el resto todavía tiene capacidad de movilización.

Para resolver posteriormente las cuestiones relacionadas con el análisis de sensibilidad necesitaremos la tabla "Restricciones" del "Informe de Sensibilidad" que genera Solver. Ved tabla 8 (la tabla aparece en la hoja "Informe de sensibilidad 1" del fichero adjunto).

Restricciones						
Celda	Nombre	Valor igual	Sombra precio	Restricción lado derecho	Aumento permisible	Disminución permisible
\$J\$7	Capellades	39,0	0,0	43	1E+30	4,0
\$J\$8	Puente de la Reina	35,0	-15,0	35	0,0	4,0
\$J\$9	Griñón	29,0	-20,0	29	1,0	1,0
\$K\$10	Meliana	37,0	-10,0	37	1,0	4,0
\$C\$11	D1	25,0	45,0	25	4,0	0,0
\$D\$11	D2	25,0	40,0	25	4,0	1,0
\$E\$11	D3	20,0	30,0	20	4,0	6,0
\$F\$11	D4	18,0	35,0	18	4,0	3,0
\$G\$11	D5	16,0	65,0	16	1,0	1,0
\$H\$11	D6	22,0	55,0	22	1,0	1,0
\$I\$11	D7	14,0	25,0	14	1,0	14,0
\$C\$54	Capellades D1	15,0	-44,0	15	0,0	9,0
\$D\$54	Capellades D2	1,0	0,0	10	1E+30	9,0
\$E\$54	Capellades D3	6,0	0,0	13	1E+30	7,0
\$F\$54	Capellades D4	3,0	0,0	12	1E+30	9,0
\$G\$54	Capellades D5	0,0	0,0	13	1E+30	13,0
\$H\$54	Capellades D6	0,0	0,0	15	1E+30	15,0
\$I\$54	Capellades D7	14,0	0,0	10	1E+30	1,0
\$C\$55	Puente de la Reina D1	10,0	0,0	13	1E+30	3,0
\$D\$55	Puente de la Reina D2	0,0	0,0	12	1E+30	12,0
\$E\$55	Puente de la Reina D3	0,0	0,0	13	1E+30	11,0
\$F\$55	Puente de la Reina D4	15,0	-10,0	15	3,0	0,0
\$G\$55	Puente de la Reina D5	10,0	0,0	15	2,0	0,0
\$H\$55	Puente de la Reina D6	0,0	0,0	13	1E+30	12,0
\$I\$55	Puente de la Reina D7	0,0	0,0	12	1E+30	11,0
\$C\$56	Griñón D1	0,0	0,0	11	1E+30	12,0
\$D\$56	Griñón D2	15,0	-19,0	15	1,0	2,0
\$E\$56	Griñón D3	0,00	0,0	12	1E+30	12,0
\$F\$56	Griñón D4	0,0	0,0	13	1E+30	13,0
\$G\$56	Griñón D5	6,0	0,0	11	1E+30	5,0
\$H\$56	Griñón D6	8,0	0,0	10	1E+30	2,0
\$I\$56	Griñón D7	0,0	0,0	12	1E+30	12,0
\$C\$57	Meliana D1	0,0	0,0	12	1E+30	12,0
\$D\$57	Meliana D2	9,0	0,0	14	1E+30	5,0
\$E\$57	Meliana D3	14,0	-10,0	14	6,0	1,0
\$F\$57	Meliana D4	0,0	0,0	12	1E+30	12,0
\$G\$57	Meliana D5	0,0	0,0	14	1E+30	14,0
\$H\$57	Meliana D6	14,0	0,0	15	1E+30	1,0
\$I\$57	Meliana D7	0,0	0,0	13	1E+30	13,0

Tabla 8. Tabla restricciones de la hoja "Análisis de sensibilidad"

Cuestión 3. Debido a varios problemas surgidos en la red de carreteras, el transportista decide no utilizar la ruta "Puente de la Reina-D5". ¿Cómo se introduce esta condición en el planteamiento del modelo?

Contestad a las siguientes preguntas utilizando el análisis de sensibilidad siempre con respecto al planteamiento inicial del apartado 1 y sin tener en cuenta la modificación propuesta en el apartado 3.

Solución

3.

Con el objetivo de contemplar esta situación, simplemente haremos desaparecer el arco correspondiente del diagrama (ved figura 3) y eliminamos la variable correspondiente en la formulación del modelo. En nuestro caso, si la ruta "Puente de la Reina-D5" es inaceptable, se elimina el arco "Puente de la Reina-D5" de la figura y la variable X_{P5} podría eliminarse de la formulación del modelo. La resolución del modelo nos daría la solución óptima, garantizando al mismo tiempo que la ruta "Puente de la Reina-D5" no se utilizaría.

Cuestión 4. Debido a una ampliación en las instalaciones de la fábrica de Griñón, la empresa tiene la posibilidad de aumentar la capacidad productiva en dicha fábrica en 1.000 interruptores ¿Cuál sería el efecto en el coste total del transporte?

Solución

4.

Para estudiar el efecto de una variación de la capacidad productiva de las fábricas, necesitamos conocer los precios sombra de las restricciones correspondientes. Estos valores, obtenidos mediante el Solver (tabla 9), se pueden observar en la tabla 9.

Centro producción	Precio sombra
Capellades	0
Puente de la Reina	-15
Griñón	-20
Meliana	-10

Tabla 9. Precios sombra de las capacidades productivas

Se observa cómo el precio sombra correspondiente a la capacidad productiva de la fábrica de Griñón es igual a -20; es decir, si aumentamos la capacidad productiva en la fábrica de Griñón en 1.000 interruptores ($29 + 1 = 30$), el coste total del transporte disminuye 1×20 euros. Por tanto, el coste total del transporte será:

$$Z = 3.245 - 20 = 3.225$$

Cuestión 5. Debido a problemas salariales, el comité de empresa de la fábrica de Meliana convoca una huelga de dos semanas para el próximo trimestre. Esto obliga a Elecder a rebajar sus estimaciones de producción en dicha fábrica hasta los 35.000 interruptores. ¿Qué efecto tiene la huelga en el coste total del transporte?

Solución

5.

En este caso, para conocer el efecto de una disminución de 2.000 unidades en la capacidad productiva en la fábrica de Meliana ($37 - 2 = 35$), utilizamos el precio sombra asociado a su restricción: -10 (ved tabla 10). Si la capacidad productiva disminuye en 2.000 unidades, la variación en la función objetivo será de:

$$-10 \times (-2) = 20 \text{ euros}$$

Es decir, el nuevo valor del coste total del transporte será:

$$Z = 3.245 + 20 = 3.265$$

Podemos afirmar que la huelga provoca un aumento de 20 euros en el coste total del transporte.

Cuestión 6. ¿Cuál sería el nuevo coste total del transporte si la demanda de la delegación Levante disminuyera en 3.000 unidades?

Solución

6.

En esta ocasión, para estudiar el efecto de una variación de la demanda en la delegación de Levante, necesitamos conocer el precio sombra de la restricción correspondiente ($X_{C3}+X_{P3}+X_{G3}+X_{M3} \geq 20$). La macro Solver nos proporciona los valores (ved tabla 8) que aparecen en la tabla 10 para las restricciones de demanda.

Delegación	Precio sombra
D1-Nordeste	45
D2-Centro	40
D3-Levante	30
D4-Norte	35
D5-Noroeste	65
D6-Sur	55
D7-C .A. R.	25

Tabla 10. Precios sombra de las demandas

Se observa cómo el precio sombra de la restricción "D3-Levante" es de 30; es decir, si la demanda en la delegación de Levante disminuye en 3.000 unidades ($20 - 3 = 17$), el coste total del transporte disminuirá en $3 \times 30 = 90$ euros, es decir, el coste total del transporte será ahora:

$$Z = 3.245 - 90 = 3.155$$

Cuestión 7. Debido a problemas con la flota de camiones, el transportista se ve obligado a disminuir la capacidad de movilización en la ruta "Capellades-D1" en 2.000 unidades. ¿Cuál será el nuevo valor de la función objetivo?

Solución

7.

En esta ocasión, para estudiar el efecto de un aumento en la capacidad de movilización de las diferentes rutas, necesitaremos conocer los precios sombra de sus restricciones asociadas, los valores obtenidos mediante la macro Solver (tabla 8) figuran en la tabla 11.

Centro producción	Delegación						
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
Capellades	-44	0	0	0	0	0	0
Puente de la Reina	0	0	0	-10	0	0	0
Griñón	0	-19	0	0	0	0	0
Meliana	0	0	-10	0	0	0	0

Tabla 11. Precios sombra de las capacidades de movilización

Se observa cómo el precio sombra correspondiente a la ruta "Capellades-D1" es de -44 ; a saber, si disminuimos la capacidad de transporte en dicha ruta en 2.000 interruptores ($15 - 2 = 13$), el coste total del transporte aumenta en 2×44 euros, es decir, el nuevo valor de la función objetivo será igual a:

$$Z = 3.245 + 88 = 3.333$$

Cuestión 8. La apertura de un nuevo tramo de autopista en Valencia le permite al transportista ampliar la capacidad de movilización en la ruta "Mediana-D3" en 3.000 unidades. ¿Qué efecto tiene esta mejora en la red de carreteras sobre el coste total del transporte?

Solución

8.

En este caso, necesitamos el precio sombra correspondiente a la ruta "Mediana-D3". En la tabla 12 observamos que este precio sombra es de -10 ; a saber, si aumentamos la capacidad de transporte en dicha ruta en 3.000 interruptores ($14 + 3 = 17$), el coste total del transporte disminuye en 3×10 euros, es decir, el nuevo valor de la función objetivo será igual a:

$$Z = 3.245 - 30 = 3.215$$

Bibliografía

Bibliografía

Hillier, F. S., y otros (2002). *Métodos cuantitativos para administración*. México D. F., etc.: McGraw-Hill.

Eppen, G. D., y otros (2000). *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa. Construcción de modelos de decisiones con hojas de cálculo electrónicas* (5.^a ed.). México, D. F., etc.: Prentice Hall Hispanoamericana.

Williams, H. P. (1993). *Model Building in Mathematical Programming* (3.^a ed.). Chichester, etc.: John Wiley & Sons.

