Guies d'ones

Albert-Miquel Sánchez Delgado

PID_00200069

UOC
Universitat Oberta de Catalunya

Els textos i imatges publicats en aquesta obra estan subjectes –llevat que s'indiqui el contrari– a una llicència de Reconeixement-Compartir igual (BY-SA) v.3.0 Espanya de Creative Commons. Podeu modificar l'obra, reproduirla, distribuir-la o comunicar-la públicament sempre que en citeu l'autor i la font (FUOC. Fundació per a la Universitat Oberta de Catalunya), i sempre que l'obra derivada quedi subjecta a la mateixa llicència que el material original. La llicència completa es pot consultar a http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/es/legalcode.ca

Índex

Introducció 5

Objectius 7

1. Guies d'ones: tipus i característiques 9
- 1.1. Definició de guia d'ones 9
- 1.2. Propagació de camps en una guia d'ones 10
- 1.3. Tipus de modes en una guia d'ones 13

2. Propagació dels modes TE i TM en guies d'ones 15
- 2.1. El mode TE 15
- 2.2. El mode TM 17
- 2.3. Guia d'ones rectangular 18
  - 2.3.1. Modes TE i TM en una guia d'ones rectangular 19
  - 2.3.2. Amplada de banda monomodal 24
  - 2.3.3. Potència mitjana propagada pel mode TE_{10} 26
- 2.4. Altres tipus de guies d'ones 28

3. Modelització de guies d'ones com a línies de transmissió 30

4. Elements circuitals en guies d'ones 35
- 4.1. Modelització de discontinuïtats 35
- 4.2. Tipus d'obstacles 37

5. Circuits passius bàsics en guies d'ones 40
- 5.1. Transicions guia-coaxial 40
- 5.2. Càrregues adaptades 41
- 5.3. Filtres 41
- 5.4. T de pla E (combinador-divisor de potència) 42
- 5.5. T de pla H (combinador-divisor de potència) 42
- 5.6. T màgiques (híbrids de 180°) 43
- 5.7. Acobladors direccionals 44
- 5.8. Aïlladors 45

Resum 47

Exercicis d'autoavaluació 49

Solucionari 51

Glossari 52

Bibliografia..... 54

Introducció

Les guies d'ones s'estudien en el camp de les microones des de les acaballes del segle XIX. La teoria electromagnètica clàssica, expressada mitjançant les equacions de Maxwell, tot just tenia uns 30 anys d'existència i ja es començava a aplicar a l'anàlisi dels camps electromagnètics que es propagaven en els diferents tipus de guies. Tot i que inicialment es creia que una guia d'ones només podia propagar energia si estava formada per més d'un conductor, Lord Rayleigh va provar matemàticament el 1897 que era possible la propagació en una guia amb secció rectangular o circular; fins i tot va demostrar l'existència d'infinits modes transversals elèctrics (TE) i transversals magnètics (TM) i l'existència d'una freqüència de tall. Aquest tipus de guies d'ones encara s'utilitza avui dia, ja que poden propagar potències molt altes.

Les guies d'ones formades per un únic conductor, però, no són els únics tipus de guies d'ones que hi ha. Tenim els cables coaxials, les línies *microstrip* i *coplanar*, la fibra òptica, el cable bifilar, etc. Veurem en l'apartat "Guies d'ones: tipus i característiques" els diferents tipus de guies d'ones i les seves característiques més importants, i hi analitzarem la forma que prenen els camps electromagnètics. En funció de com siguin aquests camps, tindrem ones transversals electromagnètiques (TEM), TE o TM. En l'apartat "Propagació dels modes TE i TM en guies d'ones" s'aprofundirà en les equacions dels modes TE i TM per a un cas general i, posteriorment, per al cas particular d'una guia d'ones rectangular. Veurem que aquests modes no es propaguen en qualsevol situació, sinó que han de superar una freqüència mínima per a poder-ho fer, coneguda com a *freqüència de tall*.

L'anàlisi electromagnètica dels camps que es propaguen en la guia d'ones, però, es complica si s'hi afegeixen discontinuïtats o transicions, de manera que una anàlisi des del punt de vista circuital és més senzilla i, en general, suficient per als nostres propòsits. D'altra banda, una guia d'ones formada per un únic conductor no es comporta com una línia de transmissió (ja que no pot propagar una ona TEM) i, per tant, no podem definir una tensió a l'interior. Amb la finalitat de simplificar l'anàlisi de la guia d'ones, podem fer una aproximació, i és la de modelitzar els camps que s'hi propaguen com a ones de tensió i caracteritzar-los amb els paràmetres *S*. En l'apartat "Modelització de guies d'ones com a línies de transmissió" veurem com podem fer aquesta equivalència. En l'apartat "Elements circuitals en guies d'ones" es descriuran els efectes que comporta la introducció de discontinuïtats i obstacles en la guia d'ones des del punt de vista circuital. Segons el tipus d'obstacle, podem simular el comportament d'una bobina, d'un condensador o d'un circuit ressonant. Finalment,

en l'apartat "Circuits passius bàsics en guies d'ones", s'introduiran diversos circuits passius implementats directament sobre guies d'ones rectangulars, com ara transicions, càrregues, filtres, acobladors, divisors i aïlladors.

Objectius

Amb l'estudi d'aquest mòdul es persegueixen els objectius següents:

1. Entendre el concepte de *guia d'ones* i conèixer-ne els diferents tipus existents.

2. Conèixer els modes de propagació en una guia d'ones genèrica.

3. Entendre el concepte i la procedència de la freqüència de tall dels modes i de l'amplada de banda monomodal.

4. Entendre l'equivalència dels camps que es propaguen en una guia d'ones rectangular com a ones de tensió.

5. Saber diferenciar entre els diferents tipus de discontinuïtats i obstacles en una guia d'ones i conèixer-ne el circuit equivalent.

6. Saber dissenyar circuits passius amb elements de guies d'ones.

1. Guies d'ones: tipus i característiques

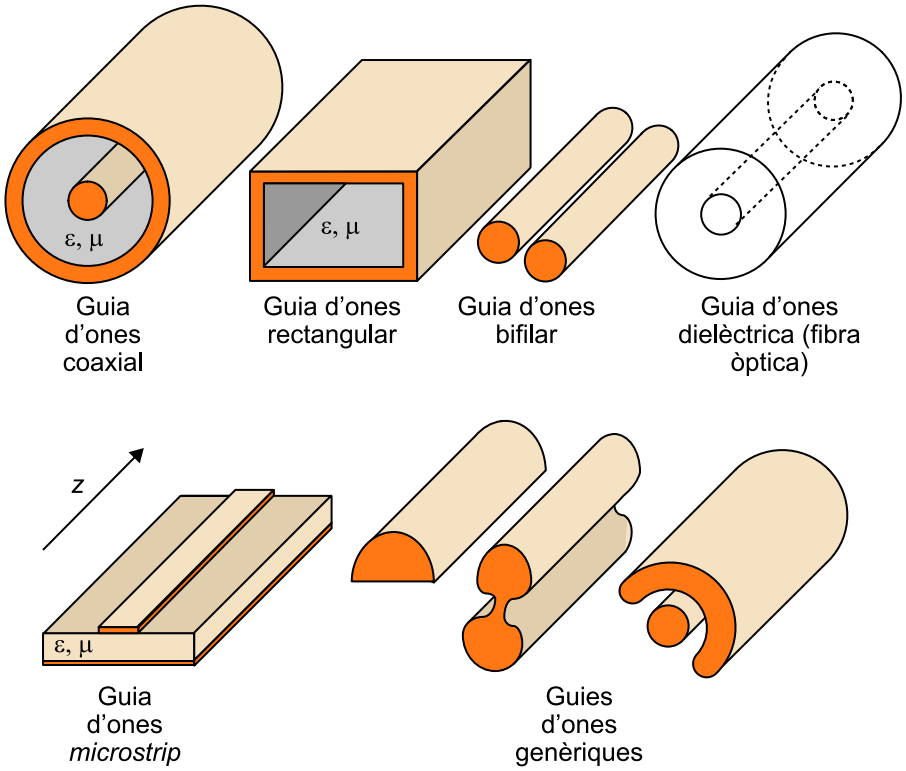
En aquest apartat s'introduiran els diferents tipus de guies d'ones i es descriuran els camps electromagnètics que es propaguen per l'interior o les proximitats d'aquestes. Veurem que, perquè un camp electromagnètic es pugui propagar en una guia d'ones, per força ha de ser solució de les **equacions de Maxwell**. Atès que suposarem que tots els senyals són sinusoïdals en règim permanent sinusoïdal (RPS), en podrem analitzar directament els fasors, cosa que simplificarà totes les equacions. Cal recordar que podem recuperar de manera senzilla les expressions temporals un cop hem trobat el resultat. Finalment, es descriuran els diferents tipus de solucions que es poden obtenir donades les expressions de camp obtingudes.

1.1. Definició de guia d'ones

Una **guia d'ones** és una estructura formada per conductors i/o dielèctrics amb secció recta constant en una direcció de l'espai que pot propagar o guiar ones electromagnètiques pel seu interior o proximitats.

Les guies poden diferir en la seva geometria i mida, que serà determinada per la forma i freqüència dels camps electromagnètics que han de propagar. Uns quants exemples de guies d'ones es mostren en la figura 1.

Figura 1. Exemples de guies d'ones



Com veieu, no solament hi ha guies d'ones formades per conductors. Una **fibra òptica** també és una guia d'ones que propaga ones electromagnètiques a freqüències de cents de THz. En els apartats següents s'analitzaran els camps electromagnètics que es propaguen en aquestes guies d'ones. Per a fer aquesta anàlisi suposarem que la guia d'ones és infinita en la direcció z i, per tant, que els camps es propaguen també en aquesta direcció.

1.2. Propagació de camps en una guia d'ones

Ens proposem trobar les equacions generals que descriuen el comportament dels camps que es propaguen en les guies d'ones. Aquestes equacions són solucions generals de les **equacions de Maxwell** i, atès que les excitem únicament i exclusivament amb senyals sinusoïdals, les podem tractar en RPS. Per conveniència, considerarem les guies d'ones infinitament llargues i, com s'ha comentat, prendrem la direcció de propagació dels camps com la direcció z (segons els eixos de coordenades cartesianes o cilíndriques), de manera que ens queden les expressions següents:

Vegeu també

Podeu trobar una introducció detallada a les equacions de Maxwell i als fasors en l'"Annex" del material didàctic.

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \mathrm{Re}\left[\vec{E}_F(\vec{r})e^{j\omega t}\right]$$
$$\vec{H}(\vec{r},t) = \mathrm{Re}\left[\vec{H}_F(\vec{r})e^{j\omega t}\right] \qquad 6.1$$

en què $\vec{E}_F(\vec{r})$ i $\vec{H}_F(\vec{r})$ són els fasors de camp elèctric i magnètic. Aquests fasors prenen la forma:

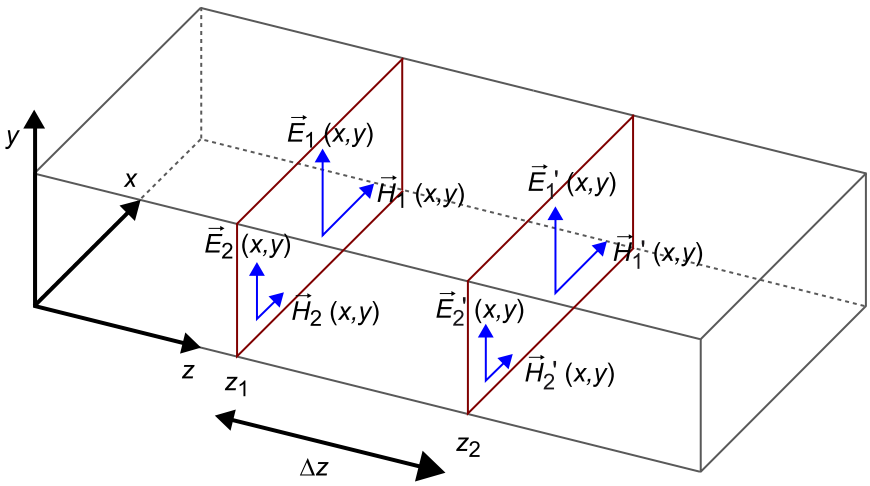
$$\vec{E}_F(\vec{r}) = \vec{E}\begin{pmatrix} x, y \\ r, \varphi \end{pmatrix} e^{-\gamma z} \qquad 6.2$$

$$\vec{H}_F(\vec{r}) = \vec{H}\begin{pmatrix} x, y \\ r, \varphi \end{pmatrix} e^{-\gamma z} \qquad 6.3$$

en què γ és la constant de propagació (γ = α + *j*β, α és la constant d'atenuació i β és la constant de fase) i el fet d'utilitzar coordenades cartesianes (*x*, *y*) o cilíndriques (*r*, φ) depèn de la geometria del problema que hàgim de tractar (simetria, etc.). En el cas d'una geometria de tipus guia d'ones rectangular, per exemple, ens interessarà treballar normalment amb coordenades cartesianes, mentre que en una geometria amb simetria de revolució, de tipus guia d'ones coaxial, utilitzarem les coordenades cilíndriques. Els fasors $\vec{E}_F(\vec{r})$ i $\vec{H}_F(\vec{r})$ s'obtenen de multiplicar $\vec{E}$ i $\vec{H}$ (que no són fasors, sinó dues funcions vectorials) pel terme $e^{-\gamma z}$, de manera que s'estan propagant cap a les *z* creixents.

Per tal de mostrar un exemple del significat d'aquestes equacions, utilitzarem l'exemple d'una guia d'ones rectangular, en la qual farem dues seccions per a analitzar-hi el camp, tal com es mostra en la figura 2.

Figura 2. Guia d'ones rectangular que presenta dues seccions per a visualitzar el camp elèctric i magnètic al seu interior



Si analitzem els vectors dels camps $\vec{E}$ i $\vec{H}$ en dos punts de la primera secció (z_1) veurem que els camps electromagnètics són diferents. Això és coherent, ja que ens estem movent en el pla *xy* i tant el camp elèctric com el camp magnètic són funcions vectorials que depenen de les variables *x* i *y* (equacions 6.2 i 6.3). Ara bé, si agafem els mateixos punts a la segona secció (z_2) veurem que aquests són diferents entre si però exactament iguals als de la secció z_1. Això també és coherent, perquè aquests vectors no depenen de *z*. Per tant:

$$\vec{E}'_1(x, y) = \vec{E}_1(x, y) \qquad 6.4$$

$$\vec{H}'_1(x, y) = \vec{H}_1(x, y) \qquad 6.5$$

$$\vec{E}'_2(x, y) = \vec{E}_2(x, y) \qquad 6.6$$

$$\vec{H}'_2(x, y) = \vec{H}_2(x, y) \qquad 6.7$$

D'altra banda els fasors tindran una variació en funció de γ i de la distància entre les dues seccions, de manera que:

$$\vec{E}'_{F1}(x, y) = \vec{E}_{F1}(x, y)e^{-\gamma\Delta z} \qquad 6.8$$

$$\vec{H}'_{F1}(x, y) = \vec{H}_{F1}(x, y)e^{-\gamma\Delta z} \qquad 6.9$$

$$\vec{E}'_{F2}(x, y) = \vec{E}_{F2}(x, y)e^{-\gamma\Delta z} \qquad 6.10$$

$$\vec{H}'_{F2}(x, y) = \vec{H}_{F2}(x, y)e^{-\gamma\Delta z} \qquad 6.11$$

Aquesta relació dels fasors és per a uns camps que es propaguen en el sentit de les *z* creixents. Aplicant les transformacions adequades (canviant β per –β), s'obté una ona que es propaga en el sentit de les *z* decreixents. A més, els vectors $\vec{E}$ i $\vec{H}$ es poden separar en les components transversals $\vec{E}_t$ i $\vec{H}_t$, i les components longitudinals E_z i H_z

$$\vec{E}\begin{pmatrix}x, y\\ r, \varphi\end{pmatrix} = \vec{E}_t\begin{pmatrix}x, y\\ r, \varphi\end{pmatrix} + E_z\begin{pmatrix}x, y\\ r, \varphi\end{pmatrix}\hat{z} \qquad 6.12$$

$$\vec{H}\begin{pmatrix}x, y\\ r, \varphi\end{pmatrix} = \underbrace{\vec{H}_t\begin{pmatrix}x, y\\ r, \varphi\end{pmatrix}}_{\text{Components transversals}} + \underbrace{H_z\begin{pmatrix}x, y\\ r, \varphi\end{pmatrix}\hat{z}}_{\text{Component longitudinal (axial)}} \qquad 6.13$$

Cal destacar que el fet que tinguin component *z* no implica que depenguin de la variable *z*. Tots aquests vectors, però, no poden prendre valors arbitraris; només seran solucions vàlides si compleixen les equacions de Maxwell. Per tant, a l'hora de trobar els valors de $\vec{E}_t$, E_z, $\vec{H}_t$, H_z cal partir d'aquestes equacions. Com que *a priori* la resolució de les equacions de Maxwell pot ser complicada, derivarem un conjunt nou d'equacions que facilitin aquesta tasca.

Si descomponem també el vector $\vec{\nabla}$ en un component transversal i en un de longitudinal, obtenim:

$$\vec{\nabla} = \vec{\nabla}_t + \frac{\partial}{\partial z}\hat{z} \qquad 6.14$$

en què:

$$\vec{\nabla}_t = \frac{\partial}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{y} \quad \text{en coordenades cartesianes}$$
$$\vec{\nabla}_t = \frac{\partial}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \phi}\hat{\phi} \quad \text{en coordenades cilíndriques} \qquad 6.15$$

Tenint en compte la dependència amb $\hat{z}$ especificada per als fasors, derivar respecte de $\hat{z}$ equival a multiplicar per -γ. Per tant:

$$\vec{\nabla} = \vec{\nabla}_t - \gamma\hat{z} \qquad 6.16$$

Tenint en compte aquest operador, la forma que prenen els nostres fasors i que estem en un medi sense càrregues ni corrents, els dos rotacionals de les equacions de Maxwell queden reduïts a les expressions següents:

$$\nabla_t^2 H_z + (k^2 + \gamma^2) H_z = 0 \qquad 6.17$$

$$\nabla_t^2 E_z + (k^2 + \gamma^2) E_z = 0 \qquad 6.18$$

$$\vec{E}_t = \frac{1}{k^2 + \gamma^2}\left[j\omega\mu\hat{z} \times \vec{\nabla}_t H_z - \gamma\vec{\nabla}_t E_z\right] \qquad 6.19$$

$$\vec{H}_t = \frac{1}{k^2 + \gamma^2}\left[-j\omega\varepsilon\hat{z} \times \vec{\nabla}_t E_z - \gamma\vec{\nabla}_t H_z\right] \qquad 6.20$$

amb:

$$k^2 + \gamma^2 = k_c^2 \qquad 6.21$$

$$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} \qquad 6.22$$

Amb les equacions 6.17 i 6.18 obtenim les solucions vàlides de E_z, H_z i k_c^2. Amb aquestes podem resoldre les equacions 6.19 i 6.20 i reconstruir, així, els fasors $\vec{E}_F$ i $\vec{H}_F$ (equacions 6.2 i 6.3, respectivament).

1.3. Tipus de modes en una guia d'ones

Cada conjunt de solucions de les equacions 6.17, 6.18, 6.19 i 6.20 s'anomena ***mode de propagació*** i hi podem distingir la classificació següent:

- **Mode TEM (transversal electromagnètic)**: $E_z = 0$ i $H_z = 0$ → **No** tenen components de camp en la direcció de propagació *z*. Aquests modes només existiran si la guia d'ones està formada per dos o més conductors, però mai en una guia d'ones d'un sol conductor (com és el cas de la guia d'ones rectangular).

- **Mode TE (transversal elèctric)**: $E_z = 0$ i $H_z \neq 0 \rightarrow$ El camp elèctric **no** té component en la direcció de propagació z. Es pot propagar en guies d'ones d'un sol conductor.

- **Mode TM (transversal magnètic)**: $E_z \neq 0$ i $H_z = 0 \rightarrow$ El camp magnètic **no** té component en la direcció de propagació z. Es pot propagar en guies d'ones d'un sol conductor.

- **Mode híbrid**: $E_z \neq 0$ i $H_z \neq 0 \rightarrow$ Tant el camp elèctric com el camp magnètic tenen components en la direcció de propagació z.

2. Propagació dels modes TE i TM en guies d'ones

Els modes TEM són el tipus de camps que es propaguen en una línia de transmissió i necessiten, com a mínim, dos conductors per a poder-se generar. D'altra banda, els modes TE i TM es generen fins i tot en guies d'ones formades per un únic conductor, com per exemple una guia d'ones rectangular. En aquest apartat analitzarem precisament les propietats dels camps electromagnètics en una guia d'ones quan hi tenim un mode TE o un mode TM. Veurem que aquests modes no es poden propagar en qualsevol situació, ja que cal superar una freqüència mínima coneguda com a *freqüència de tall*. Primer analitzarem el mode TE i seguidament el mode TM. Les equacions de tots dos modes les resoldrem en el subapartat "Guia d'ones rectangular" per al cas d'una guia d'ones rectangular, que és un tipus de guia molt utilitzada en circuits de microones, especialment adequada per a propagar valors alts de potència. Finalment, es veurà resumidament el cas d'una guia d'ones circular.

2.1. El mode TE

Recordem que en una ona transversal elèctrica el component z del camp elèctric és nul:

$$E_z\begin{pmatrix} x, y \\ r, \phi \end{pmatrix} = 0 \qquad 6.23$$

Això implica que el conjunt d'equacions 6.17-6.20 queda reduït a les expressions següents:

$$(\nabla_t^2 + k_c^2)H_z = 0 \qquad 6.24$$

$$\vec{E}_t = j\frac{\omega\mu}{k_c^2}\hat{z} \times \vec{\nabla}_t H_z \qquad 6.25$$

$$\vec{H}_t = -\frac{\gamma}{k_c^2}\vec{\nabla}_t H_z \qquad 6.26$$

L'equació 6.18 no apareix, atès que E_Z és nul. Analitzant les equacions 6.25 i 6.26 es pot deduir que:

$$\vec{E}_t \perp \vec{H}_t \qquad 6.27$$

$$\vec{H}_t = \hat{z} \times \frac{\vec{E}_t}{Z_{TE}} \qquad 6.28$$

$$Z_{TE} \widehat{=} \frac{E_t}{H_t} = j\frac{\omega\mu}{\gamma} \qquad 6.29$$

És a dir, els components transversals de camp elèctric i magnètic són ortogonals entre si i ortogonals a la direcció de propagació, i la impedància del mode TE, Z_{TE}, defineix la relació entre aquests dos camps transversals. La constant k_c de l'equació 6.24 l'havíem definida ja en l'equació 6.21. Si aïllem la constant de propagació, γ, d'aquesta equació obtenim:

$$k_c^2 = k^2 + \gamma^2 \rightarrow \gamma = \sqrt{k_c^2 - k^2} = \sqrt{k_c^2 - \omega^2\mu\varepsilon} = \sqrt{\mu\varepsilon}\sqrt{\omega_c^2 - \omega^2} = jk\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} \qquad 6.30$$

en què s'ha substituït:

$$\omega_c^2 \widehat{=} \frac{k_c^2}{\mu\varepsilon} \qquad 6.31$$

ω_c^2 omés és una altra constant de valor arbitrari que hem introduït perquè així ens és molt fàcil interpretar el resultat. Fixeu-vos que es plantegen dues situacions diferents:

1) Si $\omega > \omega_c$:

$$\gamma = jk\underbrace{\sqrt{\underbrace{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}_{>0}}}_{\in\Re} = j\beta(\omega) \rightarrow \vec{E}_F = \vec{E}e^{-j\beta(\omega)z} \qquad 6.32$$

És a dir, si la freqüència d'excitació és superior a la constant ω_c, obtenim un fasor de camp elèctric com un camp vectorial $\vec{E}$ multiplicat per una exponencial imaginària $e^{-j\beta z}$. El terme $e^{-j\beta z}$ indica que tenim propagació en la direcció de les z creixents, i es compleix que:

$$Z_{TE} = j\frac{\omega\mu}{\gamma} = j\frac{\omega\mu}{j\beta} = \frac{\omega\mu}{\beta} \in \Re \qquad 6.33$$

En aquesta situació, la longitud d'ona en la guia d'ones és:

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta(\omega)} \qquad 6.34$$

2) Si $\omega < \omega_c$:

$$\gamma = jk\underbrace{\sqrt{\underbrace{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}_{<0}}}_{\in\Im} = \alpha \rightarrow \vec{E}_F = \vec{E}e^{-\alpha z} \qquad 6.35$$

És a dir, si la freqüència d'excitació és inferior a la constant ω_c, obtenim un fasor de camp elèctric com un camp vectorial $\vec{E}$ multiplicat per una exponencial real negativa $e^{-j\alpha z}$. El terme $e^{-\alpha z}$ és un terme d'atenuació, i indica que l'ona s'atenua ràpidament en la direcció de les z creixents. A més, no hi ha propagació, ja que no tenim la constant de fase β. Quan un camp té aquest comportament en una guia d'ones diem que aquesta està **en tall**. La freqüència f_c associada a ω_c és:

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} \qquad 6.36$$

Aquesta freqüència s'anomena ***freqüència de tall*** de la guia d'ones i indica a partir de quina freqüència hi comença a haver propagació d'energia.

La **longitud d'ona de tall** es defineix com:

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{k_c} \qquad 6.37$$

2.2. El mode TM

Per al cas d'una ona transversal magnètica seguirem un procés anàleg. Recordem que en una ona transversal magnètica el component z del camp magnètic és nul:

$$H_z\begin{pmatrix} x, y \\ r, \phi \end{pmatrix} = 0 \qquad 6.38$$

Això implica que el conjunt d'equacions 6.17-6.20 queda reduït a les expressions següents:

$$(\nabla_t^2 + k_c^2)E_z = 0 \qquad 6.39$$

$$\vec{E}_t = -\frac{\gamma}{k_c^2}\vec{\nabla}_t E_z \qquad 6.40$$

$$\vec{H}_t = -j\frac{\omega\varepsilon}{k_c^2}\hat{z} \times \vec{\nabla}_t E_z \qquad 6.41$$

Analitzant les equacions 6.40 i 6.41 es pot deduir que:

$$\vec{E}_t \perp \vec{H}_t \qquad 6.42$$

$$\vec{H}_t = \hat{z} \times \frac{\vec{E}_t}{Z_{TM}} \qquad 6.43$$

$$Z_{TM} \widehat{=} \frac{E_t}{H_t} = \frac{\gamma}{j\omega\varepsilon} \qquad 6.44$$

És a dir, els components transversals de camp elèctric i magnètic són ortogonals entre si i ortogonals a la direcció de propagació, i la impedància del mode TM, Z_{TM}, defineix la relació entre aquests dos camps transversals. De l'equació 6.39 s'arriba a les mateixes expressions que per a les ones TE pel que fa a la freqüència de tall, de manera que:

1) Si $\omega > \omega_c$:

$$Z_{TM} = \frac{\gamma}{j\omega\varepsilon} = \frac{j\beta}{j\omega\varepsilon} = \frac{\beta}{\omega\varepsilon} \in \Re \qquad 6.45$$

Igual que abans, la longitud d'ona a la guia és:

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta(\omega)} \qquad 6.46$$

2) Si $\omega < \omega_c$:

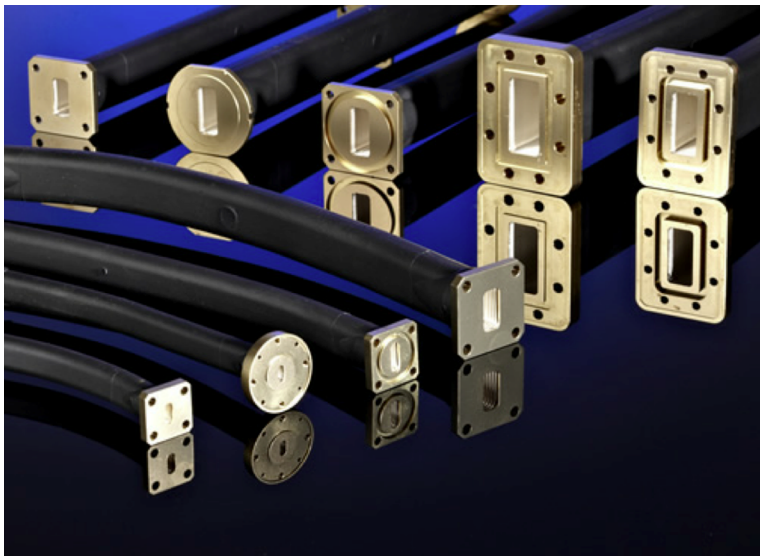
$$Z_{TM} = \frac{\gamma}{j\omega\varepsilon} = \frac{\alpha}{j\omega\varepsilon} \in \Im \qquad 6.47$$

2.3. Guia d'ones rectangular

Les guies d'ones rectangulars van ser un dels primers tipus de guies que es van començar a utilitzar per al transport de senyals de microones, i avui dia encara s'utilitzen en una gran quantitat d'aplicacions. De fet, hi ha molts components, com per exemple acobladors, detectors, aïlladors i atenuadors, que es dissenyen específicament sobre guies d'ones rectangulars i els podem trobar per a freqüències des d'1 GHz fins a més de 220 GHz. El seu ús més habitual és en sistemes d'alta potència, sistemes d'ones mil·limètriques i en algunes aplicacions de precisió.

En la figura 3 es mostren alguns exemples de guies d'ones rectangulars comercials.

Figura 3. Exemples de guies d'ones comercials

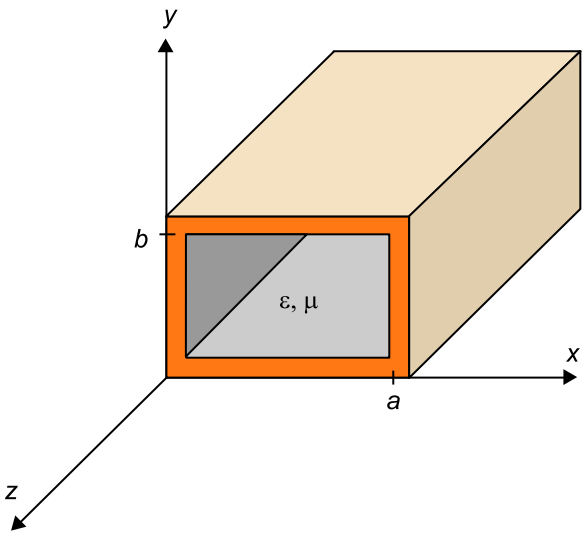


En els subapartats següent resoldrem les equacions dels camps per a aquest tipus de guia, analitzarem l'amplada de banda adequada per a treballar-hi i calcularem la potència transmesa per al mode TE_{10}.

2.3.1. Modes TE i TM en una guia d'ones rectangular

A causa de l'ús habitual i al fet que són un bon exemple de guia d'ones formada per un únic conductor, analitzarem amb profunditat els camps que s'hi propaguen. Precisament, pel fet d'estar formada només per un conductor, en una guia d'ones rectangular es poden propagar els modes TE i TM, però no les ones TEM. Determinarem la forma dels modes TE i TM que es propaguen a l'interior d'una guia d'ones rectangular amb les dimensions mostrades en la figura 4.

Figura 4. Guia d'ones rectangular de secció interna $a \times b$



Per a conèixer els camps a l'interior de la guia caldrà resoldre les equacions 6.24 (en el cas del mode TE) i 6.39 (en el cas del mode TM) per a determinar els components dels camps en la direcció z (E_z i H_z respectivament). Podem generalitzar les dues expressions en:

$$(\nabla_t^2 + k_c^2)\psi(x, y) = 0 \qquad 6.48$$

en què $\Psi(x, y)$ pot ser $E_z(x, y)$ o $H_z(x, y)$, segons sigui un mode TE o un mode TM. D'aquesta manera, la resolució d'aquesta equació mostrada en l'"Annex" es pot aplicar indistintament als dos casos.

La solució de l'equació 6.48 per al mode TM és:

$$E_z(x, y) = E_{z0}\sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \qquad 6.49$$

Vegeu també

El procés de resolució per al mode TM i TE el podeu trobar en l'apartat "Modes TE i TM en una guia d'ones rectangular" de l'"Annex" d'aquest material didàctic.

I la solució de l'equació 6.48 per al mode TE és:

$$H_z(x, y) = H_{z0}\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \qquad 6.50$$

Les solucions dels camps es determinen a partir de les constants m i n. El mode $TE_{m_0n_0}/TM_{m_0n_0}$ representa la configuració de camps transversal elèctric/magnètic obtinguda escollint $m = m_0$ i $n = n_0$. Seran solucions vàlides per a qualsevol valor natural de m i n, excepte quan $m = 0$ i $n = 0$, en el cas del mode TE, i quan $m = 0$ o $n = 0$ en el cas del mode TM (fixeu-vos que els modes $TE_{n,0}$ i $TE_{0,m}$ poden existir, però no els modes $TM_{m,0}$ i $TM_{0,n}$, ja que la configuració de camps en aquest cas és nul·la). El camp E_z/H_z total dins de la guia serà la suma de cada un dels modes que no estigui en tall (superposició de modes). Perquè un mode, ja sigui TE_{mn} o TM_{mn}, no estigui en tall, la freqüència de treball haurà de ser superior a la freqüència de tall del mode, obtinguda mitjançant l'equació:

$$f_{c_{mn}} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}, \text{ en què } c = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \qquad 6.51$$

Vegeu també

En l'"Annex" d'aquest material didàctic podeu veure d'on surt aquesta expressió.

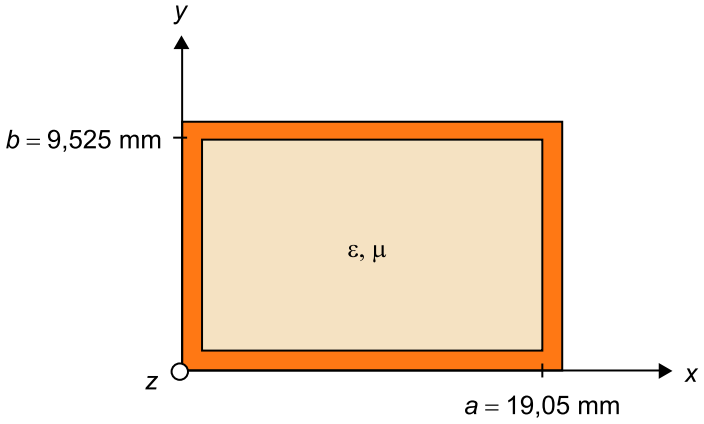
Aquesta constant c no és la velocitat de propagació de l'ona a la guia, sinó la velocitat de la llum en un medi il·limitat caracteritzat per μ i ϵ. Cada solució tindrà la seva freqüència de tall, que depèn de l'ordre del mode i de la geometria de la línia.

Un cop trobats el valors d'E_z i H_z, l'últim pas seria trobar els valors dels camps $\vec{E}_t$ i $\vec{H}_t$ utilitzant les equacions 6.19 i 6.20.

Apliquem ara les equacions obtingudes a un problema de guies d'ones, en el qual calcularem els primers modes de propagació i la forma dels camps.

Tenim una guia d'ones rectangular que conté tefló com a dielèctric (la permitivitat del qual és $\epsilon_r = 2{,}08$). Les dimensions d'aquesta guia es mostren en la figura 5.

Figura 5. Guia d'ones que conté tefló com a dielèctric



Trobeu les cinc primeres freqüències de tall i els fasors dels camps per al primer mode de propagació.

Solució

Utilitzant l'equació 6.51, i considerant un dielèctric diferent al buit, obtenim:

$$f_{c_{mn}} = \frac{c_0}{2\sqrt{\varepsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \qquad 6.52$$

Per tant, els cinc primers modes de propagació seran els que mostra la taula 1.

Taula 1. Cinc primers modes de propagació en la guia rectangular del problema

Mode	*m*	*n*	f_c (GHz)
TE	1	0	5,46
TE	2	0	10,92
TE	0	1	10,92
TE, TM	1	1	12,2
TE, TM	2	1	15,44

Per tant, aquesta guia propagarà ones TE a partir dels 5,46 GHz i TM a partir dels 12,2 GHz. Per a trobar la forma dels camps del mode TE_{10} començarem buscant H_z utilitzant l'equació 6.50, i obtenim:

$$H_z(x, y) = H_{z0} \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) \qquad 6.53$$

I per a trobar els components transversals utilitzarem les equacions 6.25 i 6.26:

$$\begin{aligned}
\vec{E}_t &= j\frac{\omega\mu}{k_c^2}\hat{z}\times\vec{\nabla}_t\left(H_{z0}\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)\right)\underbrace{=}_{\substack{\vec{\nabla}_t=\frac{\partial}{\partial x}\hat{x}+\frac{\partial}{\partial y}\hat{y}\\ k_c=\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}}}\\
&= j\frac{\omega\mu}{\left(\pi/a\right)^2}\hat{z}\times\left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{x}+\frac{\partial}{\partial y}\hat{y}\right)\left(H_{z0}\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)\right)=\\
&= j\frac{\omega\mu}{\left(\pi/a\right)^2}\hat{z}\times\left(-\frac{\pi H_{z0}}{a}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\hat{x}\right)=\\
&= -j\frac{\omega\mu}{\left(\pi/a\right)^2}\frac{\pi H_{z0}}{a}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\hat{z}\times\hat{x}=\\
&= -j\frac{\omega\mu a}{\pi}H_{z0}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\hat{y}
\end{aligned} \qquad 6.54$$

$$\begin{aligned}
\vec{H}_t &= -\frac{\gamma}{k_c^2}\vec{\nabla}_t\left(H_{z0}\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)\right)\underbrace{=}_{\substack{\vec{\nabla}_t=\frac{\partial}{\partial x}\hat{x}+\frac{\partial}{\partial y}\hat{y}\\ k_c=\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}}}\\
&= -\frac{\gamma}{\left(\pi/a\right)^2}\left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{x}+\frac{\partial}{\partial y}\hat{y}\right)\left(H_{z0}\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)\right)=\\
&= -\frac{\gamma}{\left(\pi/a\right)^2}\left(-\frac{\pi H_{z0}}{a}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\hat{x}\right)\\
&= \frac{\gamma a}{\pi}H_{z0}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\hat{x}
\end{aligned} \qquad 6.55$$

Podem veure que el component transversal de camp elèctric només té component en $\hat{y}$, i el camp magnètic tranversal, en $\hat{x}$. Com calia esperar, totes dues components són ortogonals.

Si prenem la constant següent:

$$E_0 = -j\frac{\omega\mu a}{\pi}H_{z0} \qquad 6.56$$

les expressions 6.53, 6.54 i 6.55 queden reduïdes a:

$$E_y = E_0\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \qquad 6.57$$

$$H_x = -\frac{E_0}{Z_{TE}}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \qquad 6.58$$

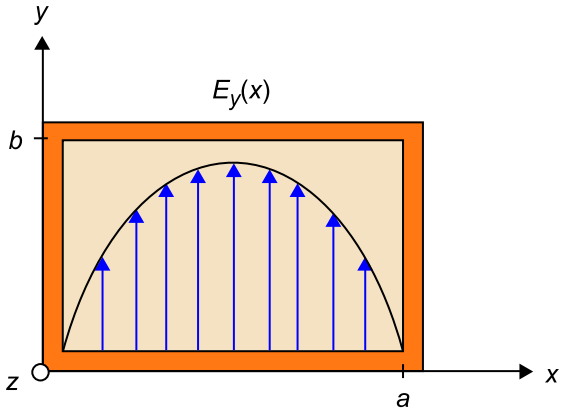
$$H_z = j\frac{E_0}{\eta}\frac{\lambda}{2a}\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \qquad 6.59$$

amb:

$$Z_{TE} \widehat{=} \frac{E_t}{H_t} = \frac{\omega\mu}{\beta} \qquad 6.60$$

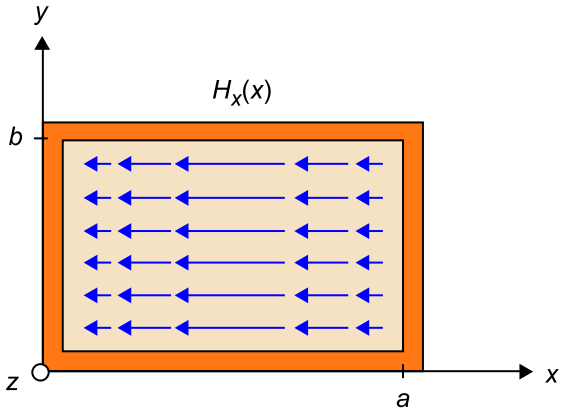
Per acabar de veure com són aquests camps, els representarem gràficament. Per exemple, el camp elèctric transversal el trobem en la figura 6.

Figura 6. Camp elèctric transversal per al mode TE_{10} a la guia d'ones rectangular



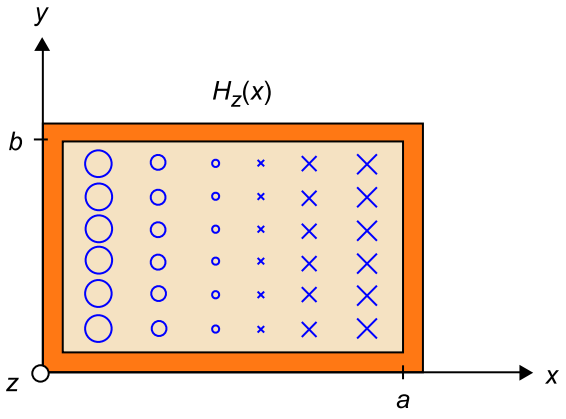
El mòdul de camp elèctric transversal és màxim al centre de la guia d'ones rectangular i nul als extrems. Si representem gràficament el camp magnètic transversal, obtenim el resultat de la figura 7.

Figura 7. Camp magnètic transversal per al mode TE_{10} a la guia d'ones rectangular



De manera similar al camp elèctric transversal, el mòdul del camp magnètic transversal és màxim al centre de la guia d'ones rectangular i nul als extrems. Finalment, si representem gràficament el component longitudinal del camp magnètic, obtenim el resultat de la figura 8.

Figura 8. Camp magnètic longitudinal per al mode TE_{10} a la guia d'ones rectangular. Els cercles indiquen camp sortint (sentit *z*) i les creuetes indiquen camp entrant (sentit -*z*)



En aquest cas, el camp és màxim als extrems, és a dir, al costat de les parets de la guia, i nul al centre, amb una fase oposada a cada meitat de la guia respecte a l'eix *x*. Cal recordar

que el vector de camp magnètic l'obtenim sumant els dos components, el transversal i el longitudinal:

$$\vec{H}(x) = \vec{H}_t(x) + H_z(x)\hat{z} = -\frac{E_0}{Z_{TE}}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\hat{x} + j\frac{E_0}{\eta}\frac{\lambda}{2a}\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)\hat{z} \qquad 6.61$$

Finalment, els fasors de camp elèctric i magnètic quedaran:

$$\vec{E}_F(\vec{r}) = \vec{E}\begin{pmatrix} x, y \\ r, \varphi \end{pmatrix} e^{-\gamma z} = E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\hat{y} e^{-j\beta z} \qquad 6.62$$

$$\vec{H}_F(\vec{r}) = \vec{H}\begin{pmatrix} x, y \\ r, \varphi \end{pmatrix} e^{-\gamma z} = \left(-\frac{E_0}{Z_{TE}}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\hat{x} + j\frac{E_0}{\eta}\frac{\lambda}{2a}\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)\hat{z}\right) e^{-j\beta z} \qquad 6.63$$

Per tant, la forma dels camps que es mostren en les figures 6, 7 i 8 es propaga en la direcció de les z creixents i variarà de manera sinusoïdal. La constant de fase β serà determinada per la freqüència de treball (que, com hem calculat, pot estar entre els 5,46 GHz i els 10,92 GHz):

$$j\beta(\omega) = jk\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} \qquad 6.64$$

Fixeu-vos que a freqüències diferents, β és diferent. Tingueu en compte també que la forma dels camps de les figures 6, 7 i 8 només és vàlida per al mode TE_{10}. Si pugem la freqüència i fem el càlcul per a algun dels altres modes, la configuració dels camps serà diferent, i el camp total dins de la guia serà la suma vectorial de totes les configuracions que no es trobin en tall.

2.3.2. Amplada de banda monomodal

Sigui f_{c1} la freqüència de tall del primer mode de propagació i f_{c2} la freqüència de tall del segon mode de propagació. Entre f_{c1} i f_{c2} només es propaga un únic mode, el que comença a f_{c1}. Aquest s'anomena ***mode fonamental*** i l'amplada de banda entre *fc1* i *fc*2 (*fc*2 - *fc*1) es denomina ***amplada de banda monomodal***.

A partir de f_{c2} es comencen a propagar dos modes (el que ho fa a partir de f_{c1} i el que ho fa a partir de f_{c2}), amb β diferents, i, per tant, a velocitats de fase diferents, ja que:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} \qquad 6.65$$

Això implica l'aparició de dispersió, ja que els senyals arribaran a la destinació en instants diferents.

El mode fonamental en una guia d'ones rectangular en què $a > b$ és el mode TE_{10}, amb freqüència de tall:

$$f_{cTE_{10}} = \frac{c}{2a} \qquad 6.66$$

L'amplada de banda monomodal depèn de b/a. Si:

$$\frac{b}{a} \geq 0{,}5 \qquad 6.67$$

llavors l'amplada de banda monomodal correspon al marge freqüencial entre les freqüències de tall dels modes TE_{10} i TE_{01}. Si:

$$\frac{b}{a} \leq 0{,}5 \qquad 6.68$$

llavors l'amplada de banda monomodal correspon al marge freqüencial entre les freqüències de tall dels modes TE_{10} i TE_{20}. Per al cas habitual en què:

$$\frac{b}{a} = 0{,}5 \qquad 6.69$$

el segon mode que es propaga (que coincideix el TE_{01} amb el TE_{20}), té una freqüència de tall:

$$f_{cTE_{01}} = f_{cTE_{20}} = \frac{c}{a} \qquad 6.70$$

En aquest cas, l'amplada de banda monomodal és:

$$f_{cTE_{20}} - f_{cTE_{10}} = \frac{c}{2a} \qquad 6.71$$

Per tant, les guies d'ones rectangulars s'acostumen a utilitzar en el marge entre f_{cTE10} i $2f_{cTE10}$, per a evitar dispersió i generació espúria de modes indesitjats, i es propaga només el mode fonamental TE_{10}.

A continuació es proposa un exemple en el qual es calcula l'amplada de banda monomodal per al cas d'una guia d'ones rectangular.

Calculeu l'amplada de banda monomodal d'una guia d'ones rectangular de dimensions a = 6 cm i b = 2 cm i aire com a dielèctric.

Solució

Sabem que el mode fonamental en una guia d'ones rectangular en què $a > b$ és el TE_{10}. Per tal de conèixer el mode següent que es propagarà, busquem la relació entre a i b:

$$\frac{b}{a} = \frac{0{,}02}{0{,}06} = 0{,}33 < 0{,}5 \qquad 6.72$$

Per tant, el mode següent que es propagarà és el TE_{20}. Així doncs, la freqüència de tall del mode TE_{10} és:

$$f_{c_{10}} = \frac{c_0}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2} = \frac{3e8}{2}\frac{1}{0{,}06} = 2{,}5\ \text{GHz} \qquad 6.73$$

I la freqüència de tall del mode TE_{20} és:

$$f_{c_{20}} = \frac{c_0}{2}\sqrt{\left(\frac{2}{a}\right)^2} = \frac{3e8}{2}\frac{2}{0{,}06} = 5\ \text{GHz} \qquad 6.74$$

Podem comprovar que la freqüència de tall del mode TE_{01} és superior a la del mode TE_{20}:

$$f_{c_{01}} = \frac{c_0}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{b}\right)^2} = \frac{3e8}{2}\frac{1}{0{,}02} = 7{,}5\ \text{GHz} \qquad 6.75$$

Per tant, l'amplada de banda monomodal és:

$$f_{cTE_{20}} - f_{cTE_{10}} = 5\ \text{GHz} - 2{,}5\ \text{GHz} = 2{,}5\ \text{GHz} \qquad 6.76$$

2.3.3. Potència mitjana propagada pel mode TE_{10}

Ja coneixem la forma dels camps per al mode TE_{10} (equacions 6.61 i 6.63). La densitat de potència mitjana es calcula amb l'equació següent:

$$\vec{P}(x, y, z) = \frac{1}{2}\Re\left(\vec{E}_F \times \vec{H}_F^*\right) \qquad 6.77$$

1) Si $f > f_c$:

$$\begin{aligned}\vec{P}(x, y, z) &= \frac{1}{2}\Re(E_y(x, y)e^{-j\beta z}\hat{y} \times (H_x^*(x, y)\hat{x} + H_z^*(x, y)\hat{z})e^{j\beta z}) = \\ &= \frac{1}{2}\Re(E_y H_x^* \underbrace{(\hat{y} \times \hat{x})}_{-\hat{z}} + E_y H_z^* \underbrace{(\hat{y} \times \hat{z})}_{\hat{x}})) = \\ &= \frac{1}{2}\frac{|E_y|^2}{Z_{TE}}\sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right)\hat{z}\end{aligned} \qquad 6.78$$

2) Si $f < f_c$:

$$\begin{aligned}\vec{P}(x, y, z) &= \frac{1}{2}\Re(E_y(x, y)e^{-\alpha z}\hat{y} \times (H_x^*(x, y)\hat{x} + H_z^*(x, y)\hat{z})e^{-\alpha z}) = \\ &= \frac{1}{2}\Re(E_y H_x^* e^{-2\alpha z}\underbrace{(\hat{y} \times \hat{x})}_{-\hat{z}} + E_y H_z^* e^{-2\alpha z}\underbrace{(\hat{y} \times \hat{z})}_{\hat{x}})) = 0\end{aligned} \qquad 6.79$$

Com calia esperar, doncs, l'ona s'esvaeix exponencialment i no es propaga.

Coneixent la densitat de potència mitjana calculada en l'equació 6.78, es pot calcular la potència total propagada per l'ona en la direcció de les z creixents si s'integra la densitat de potència en una superfície ortogonal a la direcció de propagació amb les mateixes dimensions que les de l'interior de la guia d'ones:

$$P_T = \int_S \vec{P}(x, y, z)\, \hat{n} dS = \int_S \vec{P}(x, y)\, \hat{z} dx dy = \int_0^b dy \int_0^a \frac{1}{2} \frac{|E_0|^2}{Z_{TE}} \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx = \frac{ab}{4Z_{TE}} |E_0|^2 \qquad 6.80$$

Es pot veure, doncs, que per tal de maximitzar la potència total transmesa, de tots els valors de b el millor que es pot escollir és $b = 0{,}5a$. D'aquesta manera el producte $a \cdot b$ és màxim.

Les guies d'ones rectangulars són molt apropiades per a transportar potències altes, i per això s'acostumen a utilitzar en els forns microones. A continuació es mostra un exemple en què es demana calcular la potència propagada per una d'aquestes guies d'ones.

A l'interior d'un forn microones tenim un magnetró que genera ones electromagnètiques a la freqüència de 2,45 GHz. Tota aquesta energia s'ha de transportar a l'antena de tipus botzina per a emetre les ones electromagnètiques dins de la cavitat del forn. Per a connectar el magnetró amb l'antena s'utilitza una guia d'ones de dimensions a = 86,36 mm i b = 43,18 mm i aire de dielèctric. Calculeu la potència transmesa si el vector de camp elèctric per al mode TE_{10} pren la forma:

$$E_y = 3{,}55 \cdot 10^4 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \qquad 6.81$$

Solució

El dielèctric d'aquesta guia és l'aire, de manera que podem considerar la mateixa constant dielèctrica i permeabilitat que el buit. La impedància del mode TE la podem calcular amb:

$$Z_{TE} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{\omega\mu_0}{k\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}} = \frac{\omega\mu_0}{\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}} =$$
$$= \frac{120\pi}{\sqrt{1-\left(\frac{2{,}2\ \text{GHz}}{2{,}45\ \text{GHz}}\right)^2}} = 1.180{,}2\ \Omega \qquad 6.82$$

Si el vector de camp elèctric per al mode TE_{10} presenta la forma de l'equació 6.81, la potència transmesa la podem calcular amb:

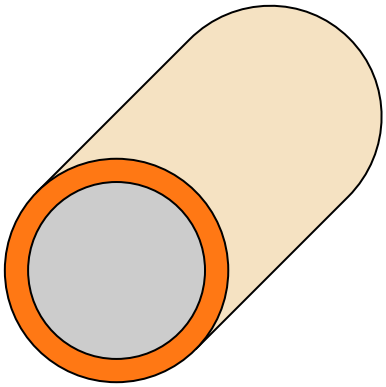
$$P_T = \frac{ab}{4Z_{TE}} |E_0|^2 = \frac{86{,}36 \cdot 10^{-3} \cdot 43{,}18 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 1.180{,}2} |3{,}55 \cdot 10^4|^2 = 995{,}5\ \text{W} \qquad 6.83$$

Per tant, aquesta guia d'ones està propagant aproximadament 1 kW de potència, que és la potència típica generada pels magnetrons dels forns de microones.

2.4. Altres tipus de guies d'ones

A més de la guia d'ones rectangular estudiada en els apartats anteriors, hi ha altres tipus de guies d'ones, com la circular i la corrugada. L'anàlisi dels camps que s'hi propaguen per l'interior es pot fer de manera anàloga al cas de la guia d'ones rectangular. Tot i que la geometria del problema ens durà a resultats diferents, es mantindrà el principi de les freqüències de tall per als diferents modes TE i TM. Considerem, per exemple, el cas d'una guia d'ones circular com la que es mostra en la figura 9.

Figura 9. Guia d'ones circular



La freqüència de tall dels modes TE és:

$$f_{c_{nm}} = \frac{p'_{nm}}{2\pi a\sqrt{\mu\varepsilon}} \qquad 6.84$$

en què p'_{nm} és el zero m-èsim de $dJ_n(x)/dx$:

$$J'_n\left(p'_{nm}\right) = 0 \qquad 6.85$$

si $J_n(x)$ és una funció de Bessel. Els valors de p'_{nm} s'acostumen a obtenir de taules matemàtiques.

I, per als modes TM, la freqüència de tall és:

$$f_{c_{nm}} = \frac{p_{nm}}{2\pi a\sqrt{\mu\varepsilon}} \qquad 6.86$$

en què p_{nm} és el zero m-èsim de $J_n(x)$:

$$J_n\left(p_{nm}\right) = 0 \qquad 6.87$$

Per tant es manté l'interès de treballar amb l'amplada de banda monomodal. El primer mode de propagació serà aquell que tingui el valor més baix de p'_{nm}, per al mode TE, o p_{nm}, per al mode TM. Concretament, si analitzem la guia obtenim que el primer mode de propagació és el TE_{11} i el segon, el TM_{01}.

3. Modelització de guies d'ones com a línies de transmissió

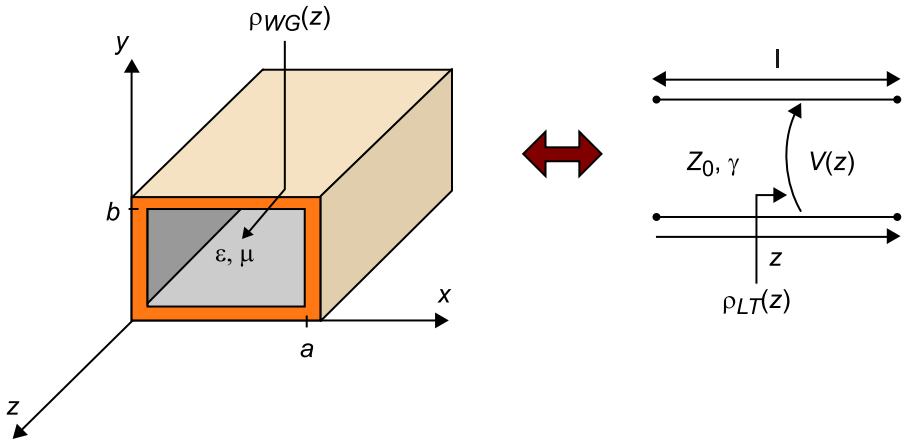
En el mòdul "Línies de transmissió" vam poder veure que amb la teoria de línies de transmissió podíem analitzar guies d'ones formades per més d'un conductor. D'altra banda, en el mòdul "Anàlisi de circuits de microones", vam veure que els paràmetres *S* caracteritzaven xarxes de microones que contenien línies de transmissió mitjançant relacions d'ones de tensió. Tota aquesta teoria ens permetia analitzar aquestes xarxes des d'un punt de vista circuital.

Una guia d'ones formada per un únic conductor, però, no la podem analitzar utilitzant la teoria de línies de transmissió, ja que es comporta de manera diferent. Pot propagar ones TE i TM, però no ones TEM (que són les que es propaguen en les línies de transmissió). El problema és que una anàlisi electromagnètica del circuit format per guies d'ones pot arribar a ser molt complexa, especialment si hi tenim transicions i discontinuïtats. A més, la solució electromagnètica dóna una descripció completa dels camps dins de la guia, que és més informació de la que realment necessitem per a analitzar la guia d'ones (camps que es propaguen, camps que no es propaguen, etc.).

Una manera d'estalviar-nos l'anàlisi electromagnètica és considerar el comportament de la guia d'ones com el d'una línia de transmissió dispersiva, i analitzar-la com si propagués ones de tensió. Aquesta consideració només és una aproximació a la realitat, però ens serà molt útil per a simplificar l'anàlisi dels circuits. En aquest apartat veurem com podem obtenir el valor de les ones de tensió equivalents que es propaguen en la guia d'ones.

Suposem una guia d'ones rectangular com la de la figura 10, que treballa en la seva amplada de banda monomodal (propagant només el mode TE_{10} amb $\gamma = j\beta$).

Figura 10. Model equivalent amb línia de transmissió d'una guia d'ones rectangular



Els camps que es propaguen per l'interior, suposant que tenim una ona propagant-se en totes dues direccions (z creixents i z decreixents), són:

$$\vec{E}_F(x, y, z) = \vec{E}_F^+(x, y, z) + \vec{E}_F^-(x, y, z) = E_{0y}^+ \sin(\pi \frac{x}{a})\hat{y} e^{-\gamma z} + E_{0y}^- \sin(\pi \frac{x}{a})\hat{y} e^{\gamma z} \qquad 6.88$$

D'altra banda, sabem que en una línia de transmissió es propaguen ones de tensió de l'estil:

$$V(z) = V^+(z) + V^-(z) = V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{\gamma z} \qquad 6.89$$

Per a fer l'equivalència, cal trobar la relació entre (E_{0y}^+, E_{0y}^-) i (V^+, V^-, Z_0).

Exigirem que:

1) Es conservi el coeficient de reflexió:

$$\rho_{WG}(z) = \frac{\vec{E}_F^-(x, y, z)\hat{y}}{\vec{E}_F^+(x, y, z)\hat{y}} = \frac{E_{0y}^-}{E_{0y}^+} e^{2\gamma z} = \frac{V^-}{V^+} e^{\gamma z} = \rho_{LT}(z) \qquad 6.90$$

Per tant, cal que la relació d'amplituds entre ones incidents i reflectides es mantingui:

$$\frac{E_{0y}^-}{E_{0y}^+} = \frac{V^-}{V^+} \qquad 6.91$$

2) Es conservi la potència propagada per cada ona (tant per a la progressiva com per a la regressiva):

$$P_{WG}^+ = \frac{ab}{4Z_{TE}} |E_{0y}^+|^2 = P_{LT}^+ = \frac{1}{2} \frac{|V^+|^2}{Z_0} \qquad 6.92$$

$$|V^+|^2 = |E_{0y}^+|^2 \frac{Z_0}{Z_{TE}} \frac{ab}{2} \qquad 6.93$$

$$P_{WG}^- = \frac{ab}{4Z_{TE}} |E_{0y}^-|^2 = P_{LT}^- = \frac{1}{2} \frac{|V^-|^2}{Z_0} \qquad 6.94$$

$$|V^-|^2 = |E_{0y}^-|^2 \frac{Z_0}{Z_{TE}} \frac{ab}{2} \qquad 6.95$$

En conseqüència, una elecció vàlida serà:

$$V^+ = E_{0y}^+ \sqrt{\frac{Z_0}{Z_{TE}} \frac{ab}{2}} \quad I^+ = \frac{V^+}{Z_0} \qquad 6.96$$

$$V^- = E_{0y}^- \sqrt{\frac{Z_0}{Z_{TE}} \frac{ab}{2}} \quad I^- = -\frac{V^-}{Z_0} \qquad 6.97$$

Amb aquestes definicions d'ones V^+, V^-, I^+ i I^- en una guia d'ones rectangular es pot aplicar tot el que s'ha vist anteriorment sobre línies de transmissió i paràmetres *S*. Si volem treballar amb ones normalitzades de tensió, es continua complint que:

$$a_i = \frac{V_i^+}{\sqrt{Z_{0i}}} \qquad b_i = \frac{V_i^-}{\sqrt{Z_{0i}}} \qquad 6.98$$

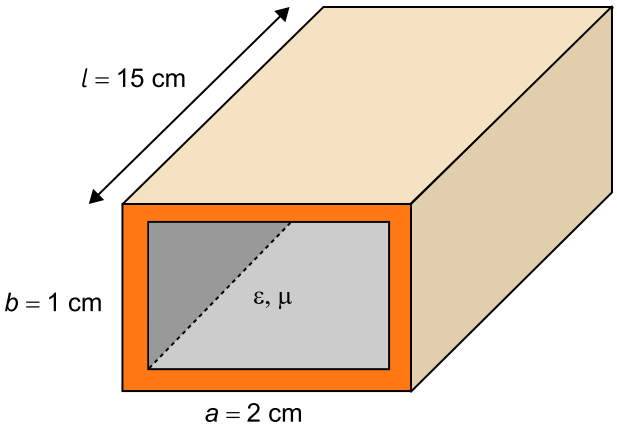
Tenim encara un grau de llibertat pel que fa a l'elecció del valor de Z_0. Dues eleccions força comunes són:

- $Z_0 = 1\ \Omega$. Permet donar un cert sentit físic al corrent $I^+(z)$ i $I^-(z)$.
- $Z_0 = 2\frac{b}{a} Z_{TE}$.

A continuació, es proposa un exemple en què s'hauran de trobar els paràmetres *S* d'un tram de guia d'ones rectangular.

Es demana caracteritzar el tram de guia d'ones de la figura 11, en el qual es propaga el mode fonamental TE_{10}, a partir dels seus paràmetres *S*.

Figura 11. Tram de guia d'ones rectangular



Solució

Una guia d'ones disposa de dos ports, el d'entrada i el de sortida. Tal com vam veure en el mòdul "Anàlisi de circuits de microones", la matriu de paràmetres *S* d'un dispositiu de dos ports és:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \qquad 6.99$$

La definició d'ones *a* i *b*, utilitzant les equacions 6.96, 6.97 i 6.98 és:

$$a_1 = \frac{V_1^+}{\sqrt{Z_0}} = \frac{1}{\sqrt{Z_0}} E_{01y}^+ \sqrt{\frac{Z_0}{Z_{TE}} \frac{ab}{2}} = E_{01y}^+ \sqrt{\frac{ab}{2Z_{TE}}} \qquad 6.100$$

$$b_1 = \frac{V_1^-}{\sqrt{Z_0}} = \frac{1}{\sqrt{Z_0}} E_{01y}^- \sqrt{\frac{Z_0}{Z_{TE}} \frac{ab}{2}} = E_{01y}^- \sqrt{\frac{ab}{2Z_{TE}}} \qquad 6.101$$

$$a_2 = \frac{V_2^+}{\sqrt{Z_0}} = \frac{1}{\sqrt{Z_0}} E_{02y}^+ \sqrt{\frac{Z_0}{Z_{TE}} \frac{ab}{2}} = E_{02y}^+ \sqrt{\frac{ab}{2Z_{TE}}} \qquad 6.102$$

$$b_2 = \frac{V_2^-}{\sqrt{Z_0}} = \frac{1}{\sqrt{Z_0}} E_{02y}^- \sqrt{\frac{Z_0}{Z_{TE}} \frac{ab}{2}} = E_{01y}^- \sqrt{\frac{ab}{2Z_{TE}}} \qquad 6.103$$

Per tant, si resolem el primer paràmetre de la matriu dels paràmetres *S*, obtenim que:

$$S_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0} = \frac{E_{01y}^- \sqrt{\frac{ab}{2Z_{TE}}}}{E_{01y}^+ \sqrt{\frac{ab}{2Z_{TE}}}} = \frac{E_{01y}^-}{E_{01y}^+} \qquad 6.104$$

Com que la guia està adaptada, en el port 2 no es reflecteix cap senyal, de manera que:

$$E_{01y}^- = 0 \qquad 6.105$$

i, per tant:

$$S_{11} = 0 \qquad 6.106$$

Seguim amb el segon paràmetre:

$$S_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0} = \frac{E_{02y}^- \sqrt{\frac{ab}{2Z_{TE}}}}{E_{01y}^+ \sqrt{\frac{ab}{2Z_{TE}}}} = \frac{E_{02y}^-}{E_{01y}^+} \qquad 6.107$$

El camp que surt pel port 2, E_{02y}^-, és el mateix camp que ha incidit pel port 1, $E_{01y'}^+$ desfasat pel tram de longitud de la guia d'ones, és a dir:

$$E_{02y}^- = E_{01y}^+ e^{-j\beta\Delta z} = E_{01y}^+ e^{-jk\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} \cdot 0{,}15} \qquad 6.108$$

en què, per al mode TE_{10}, ω_c és:

$$f_{c_{10}} = \frac{c_0}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = 7{,}5\ \text{GHz} \rightarrow \omega c_{10} = 2\pi f_{c_{10}} = 15\pi e^9\ \text{rad} \qquad 6.109$$

Unificant les equacions 6.107 i 6.108 obtenim:

$$S_{21} = e^{-jk\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} \cdot 0{,}15} \qquad 6.110$$

El procés seria anàleg per al càlcul dels paràmetres S_{12} i S_{22}, i així obtindríem la matriu de paràmetres *S* següent:

$$[S] = e^{-jk\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} \cdot 0{,}15} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad 6.111$$

Fixeu-vos que és un resultat molt semblant al que podríem obtenir amb una línia de transmissió sense pèrdues, ja que el senyal que entra per un dels dos ports surt pel port oposat, sense atenuació i desfasat en funció de la longitud de la guia d'ones i la constant de fase β.

4. Elements circuitals en guies d'ones

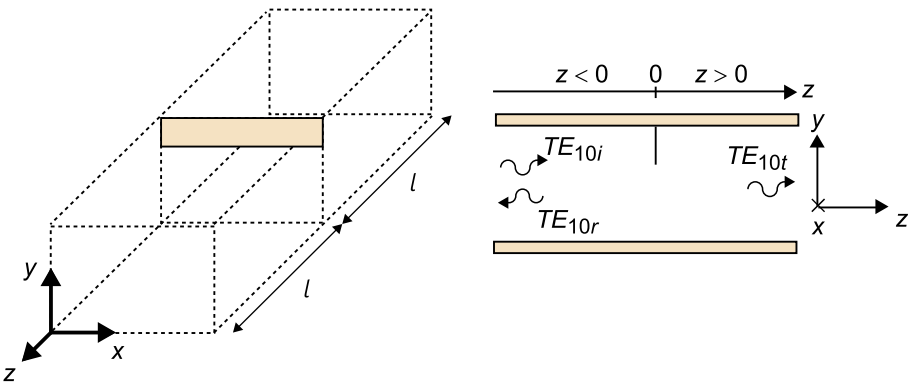
Bé per necessitat, bé per requisits en el disseny, les guies d'ones poden contenir transicions que impliquen una discontinuïtat per a l'ona electromagnètica que es propaga per l'interior. En molts casos, aquesta discontinuïtat es pot modelitzar circuitalment com una (o més d'una) impedància reactiva. D'aquesta manera, es pot substituir l'anàlisi electromagnètica del sistema (en general, complicada) per una anàlisi circuital.

En aquest apartat veurem el procediment correcte per a modelitzar una discontinuïtat i es descriuran els diferents tipus d'obstacles més utilitzats i el model circuital equivalent de cada un.

4.1. Modelització de discontinuïtats

Suposem una guia d'ones rectangular amb un obstacle situat tal com es mostra en la figura 12, excitada només amb el mode TE_{10} (estem, per tant, en l'amplada de banda monomodal).

Figura 12. Obstacle en una guia d'ones rectangular



El mode que incideix en la discontinuïtat l'anomenem *mode* TE_{10i}. L'obstacle de la guia fixa unes condicions de contorn que el mode incident no pot complir per si sol, de manera que es generen modes nous (de fet, infinits modes TE i TM) tals que entre tots ells sí que compleixen les condicions de contorn establertes. El camp total per a $z < 0$ és:

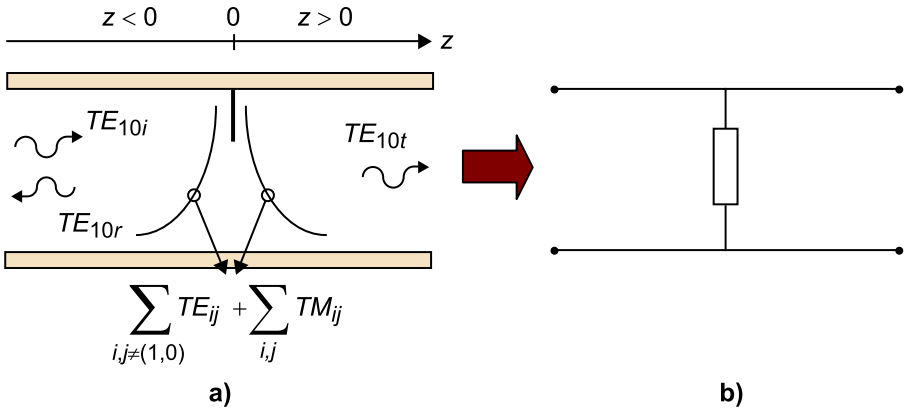
$$C_{z<0} = \underbrace{TE_{10\mathrm{i}}}_{\text{incident}} + \underbrace{TE_{10\mathrm{r}} + \sum_{i,j\neq(1,0)} TE_{ij} + \sum_{i,j} TM_{ij}}_{\text{generats}} \qquad 6.112$$

I per a $z > 0$:

$$C_{z>0} = \underbrace{TE_{10t} + \sum_{i,j\neq(1,0)} TE_{ij} + \sum_{i,j} TM_{ij}}_{\text{generats}} \qquad 6.113$$

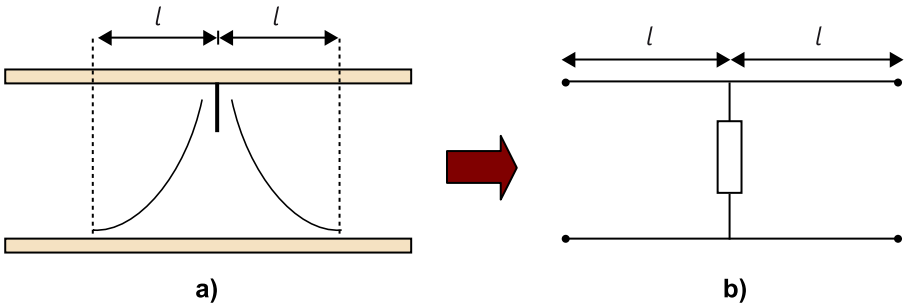
Com que la freqüència d'excitació es troba dins de l'amplada de banda monomodal, tots els modes diferents del mode TE_{10} es troben en tall i, per tant, no es propagaran i s'atenuaran exponencialment en allunyar-se de l'obstacle. Aquesta discontinuïtat no dissipa energia, ja que només l'acumula en forma reactiva. Per tant, es pot modelitzar circuitalment com una reactància (figura 13).

Figura 13. Circuit equivalent (b) d'una discontinuïtat en una guia d'ones (a)



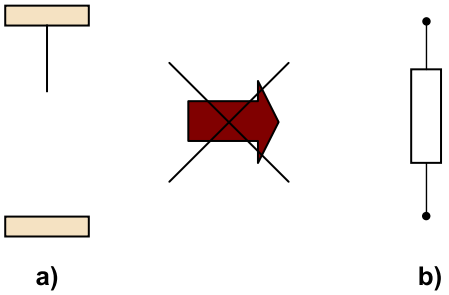
L'equivalència s'estableix en tot el tram de guia d'ones en què els modes en tall tenen energia apreciable i un tram similar de línia de transmissió (figura 14).

Figura 14. Model circuital correcte (b) per a un obstacle en una guia d'ones rectangular (a)



Així doncs, si agafem només un tram diferencial de guia al voltant de la discontinuïtat, no es complirà l'equivalència a la reactància del model de la figura 14.

Figura 15. Model circuital incorrecte (b) per a un obstacle en una guia d'ones rectangular (a)

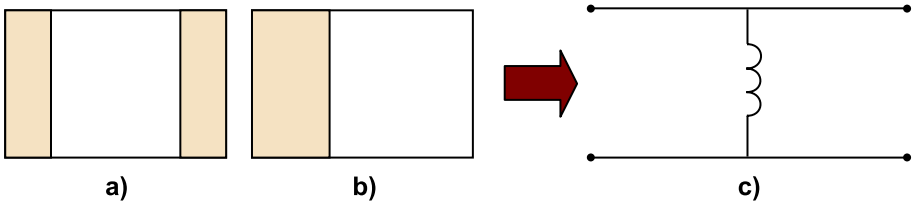


4.2. Tipus d'obstacles

Hem vist que el fet d'introduir obstacles en la guia d'ones rectangular modifica el comportament dels camps en la guia de manera similar a com ho faria una reactància en una línia de transmissió. A més, depenent del tipus d'obstacle, la reactància equivalent pot ser inductiva, capacitiva o, fins i tot, ressonant a una certa freqüència. En aquest apartat es veuran alguns exemples d'obstacles i els seus models equivalents (obtinguts mitjançant l'anàlisi dels camps electromagnètics, que no es mostra aquí), com per exemple els diafragmes inductius, les barres, els diafragmes capacitius o els elements ressonants.

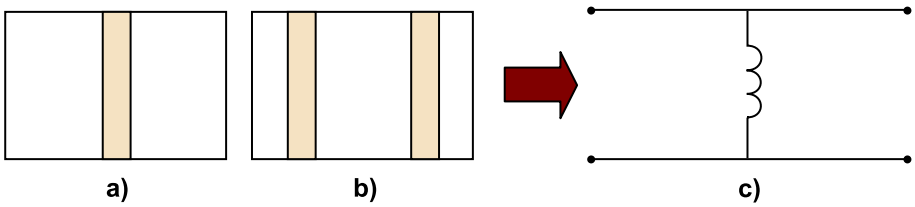
1) Diafragma inductiu

Figura 16. a) Diafragma inductiu simètric. b) Diafragma inductiu asimètric. c) Circuit equivalent



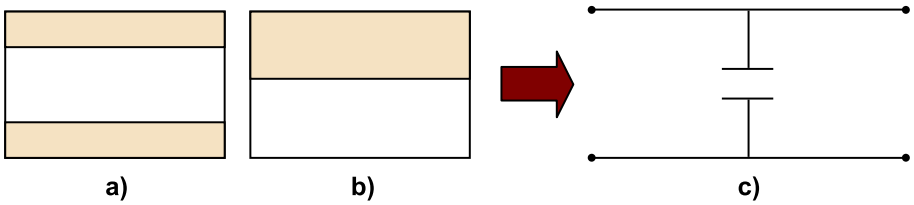
2) Barres

Figura 17. a) Barra única. b) Doble barra. c) Circuit equivalent



3) Diafragma capacitiu

Figura 18. a) Diafragma capacitiu simètric. b) Diafragma capacitiu asimètric. c) Circuit equivalent



4) Elements ressonants

Figura 19. a) Iris rectangular ressonant. b) Iris circular ressonant. c) Circuit equivalent

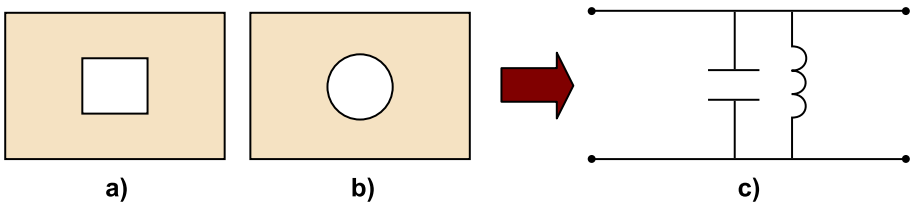
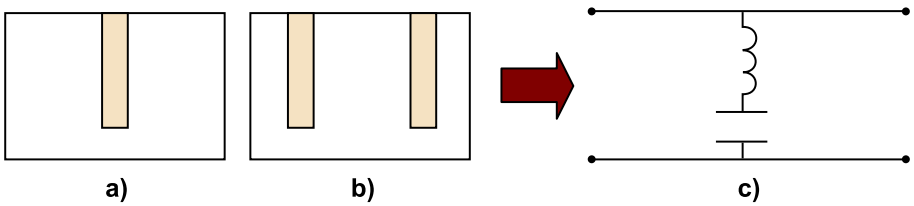


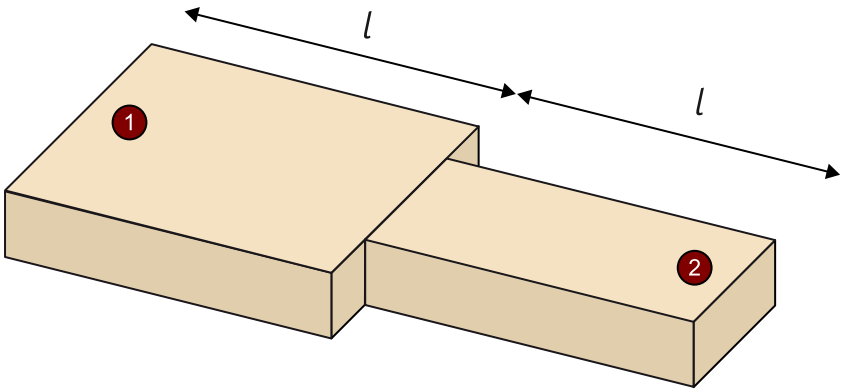
Figura 20. a) Barra incompleta. b) Barres incompletes. c) Circuit equivalent



A continuació es proposa un exemple de modelització d'una transició de dues guies d'ones rectangulars de diferents mides.

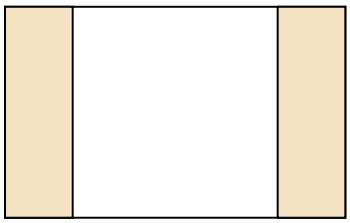
Dues guies d'ones amb secció recta de mida diferent es troben unides i tenen una discontinuïtat com la que es mostra en la figura 21. Modelitzeu aquesta discontinuïtat des del punt de vista de la primera guia d'ones.

Figura 21. Intersecció de dues guies d'ones amb secció recta de mida diferent



Si fem un tall a la discontinuïtat i l'observem des del punt de vista de la guia d'ones 1, aquesta la veurà com un diafragma inductiu simètric (figura 22).

Figura 22. Diafragma inductiu simètric



En conseqüència, estarà veient una càrrega inductiva.

5. Circuits passius bàsics en guies d'ones

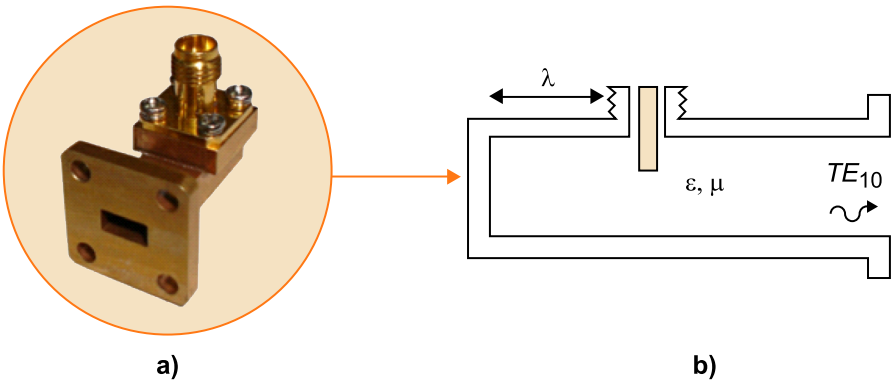
Per tal de construir circuits funcionals utilitzant només guies d'ones rectangulars cal disposar d'elements que tinguin el mateix comportament que els seus homòlegs circuitals. D'aquesta manera evitem haver d'anar fent transicions entre aquestes guies d'ones i línies de transmissió, de manera que es redueixen les pèrdues addicionals d'energia que representa cada transició.

En aquest apartat veurem diversos exemples d'elements de guies d'ones rectangulars que es comporten com a circuits passius. Primerament, es presenten les transicions guia-coaxial. Hem treballat molt els camps electromagnètics que es propaguen dins d'una guia d'ones però fins ara no hem vist encara com s'introdueixen aquests camps dins la guia. A continuació, es presenta una manera d'adaptar una guia d'ones i aconseguir un coeficient de reflexió nul, de manera que s'evitin reflexions. S'introdueixen els filtres en guies d'ones, que s'implementen amb la inserció de barres. Veurem les T de pla E i pla H. Aquests components es comporten com a combinadors o divisors de potència (en funció del port d'entrada). Tractarem també les T màgiques, que, amb quatre ports, s'implementen com una combinació de les T de pla E i pla H. I finalment, es presenta el funcionament d'un acoblador i el d'un aïllador.

5.1. Transicions guia-coaxial

La transició d'un senyal que es propaga en un cable coaxial a una guia d'ones es fa utilitzant el conductor central del cable coaxial com a antena per a excitar el mode TE_{10}. Acostumen a presentar una relació d'ona estacionària $SWR < 1{,}4$ en tota l'amplada de banda monomodal de la guia. Un exemple de transició i un tall longitudinal d'aquesta es mostren en la figura 23.

Figura 23. a) Transició real de cable coaxial a guia d'ones rectangular. b) Tall longitudinal

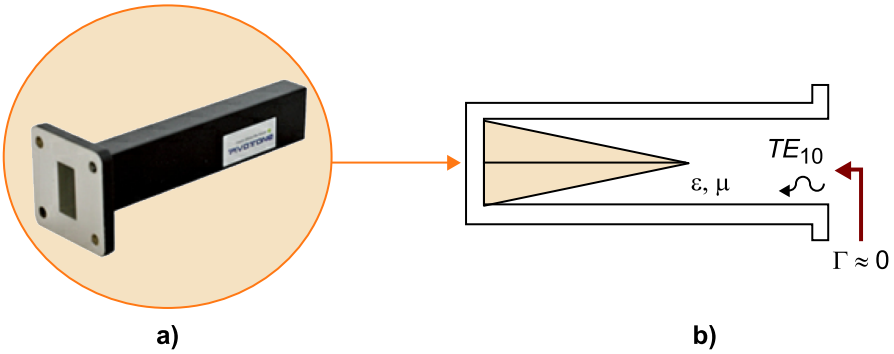


Aquesta és una manera habitual de generar el mode TE_{10} en guies d'ones. Si excitem la guia d'ones a una freqüència dins de l'amplada de banda monomodal la resta de modes estaran en tall i no es propagaran. S'atenuen ràpidament al costat de l'antena.

5.2. Càrregues adaptades

Tenen un coeficient de reflexió $\Gamma \approx 0$. S'implementen disposant un material piramidal absorbent a l'interior de la guia. La forma piramidal permet una transició suau entre medis amb característiques diferents, i evita, per tant, reflexions.

Figura 24. a) Càrrega adaptada per a una guia d'ones rectangular. b) Tall longitudinal

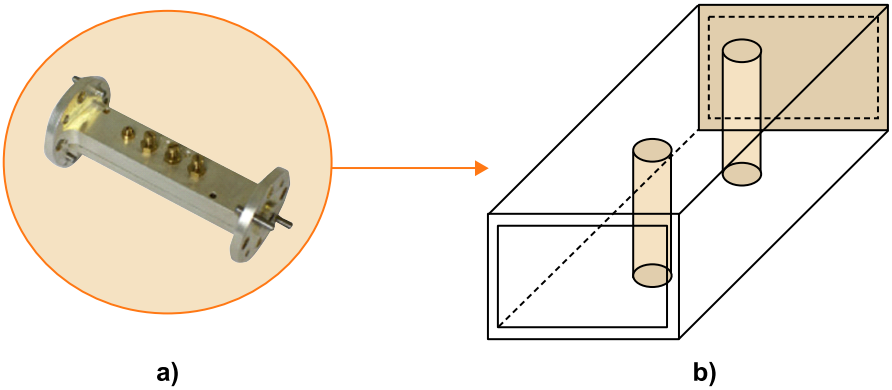


El mode TE_{10} patirà una adaptació d'impedàncies progressiva: els camps s'atenuaran cada cop més a mesura que avancin per la guia. En arribar al final de la guia hi haurà una reflexió i el mode TE_{10} tornarà en sentit contrari gairebé completament atenuat. Això fa que el coeficient de reflexió Γ a l'entrada de la guia sigui zero.

5.3. Filtres

Per a construir un filtre podem utilitzar els obstacles presentats en el subapartat "Tipus d'obstacles". Una manera de construir un filtre passaalt és mitjançant la inserció de barres a la guia d'ones, tal com es mostra en la figura 25.

Figura 25. a) Filtre en guia d'ones rectangular. a) Esquema del seu interior



Aquestes barres es comporten com unes inductàncies en una línia de transmissió. A baixa freqüència, les inductàncies tenen una baixa impedància, cosa que facilita el retorn del senyal. A mesura que augmenta la freqüència, també augmenta la impedància, i el senyal deixa de passar a través de la impedància.

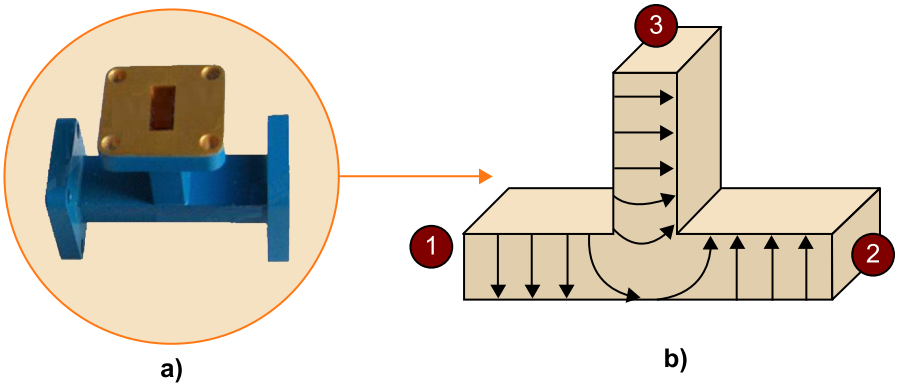
5.4. T de pla E (combinador-divisor de potència)

Una T de pla E es comporta com un combinador o un divisor de potència en funció del port que considerem. La seva matriu de paràmetres S és (fent una adaptació d'impedàncies al port 3 per tal que el paràmetre S_{33} sigui igual a 0, i fent els canvis de pla de referència que calguin):

$$[S]=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & \sqrt{2} \\ 1 & 1 & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \qquad 6.114$$

És la mateixa matriu que la del divisor de Wilkinson, però sense aïllament entre els ports 1 i 2. Es pot veure que la configuració adequada és fer servir el port 3 com a port d'entrada i els ports 1 i 2 com a ports de sortida, ja que $S_{13}=\sqrt{2}/2$ i $S_{23}=-\sqrt{2}/2$ (es divideix la potència entre 2) i, a més, és l'únic port adaptat. Un exemple de T real i el comportament intern del camp elèctric el trobem en la figura 26.

Figura 26. a) T de pla E per a una guia d'ones rectangular. b) Comportament intern del camp elèctric



Com es pot veure, el camp elèctric que entra pel port 3 surt pel port 2 canviat de signe i pel port 1 amb el mateix signe. Per tant, és coherent amb la matriu de paràmetres S, en què els paràmetres S_{13} i S_{23} tenen signes oposats.

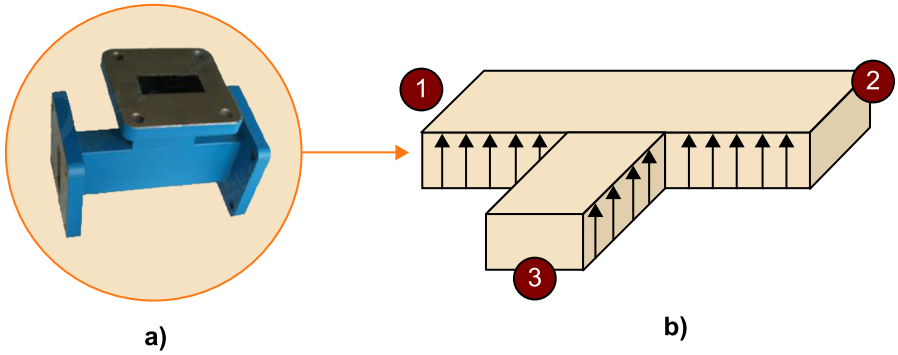
5.5. T de pla H (combinador-divisor de potència)

La T de pla H és el circuit dual de l'anterior. La seva matriu de paràmetres S és (fent una adaptació d'impedàncies al port 3 per tal que el paràmetre S_{33} sigui igual a 0, i fent els canvis de pla de referència que calguin):

$$[S]=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & \sqrt{2} \\ 1 & 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \qquad 6.115$$

Un exemple de T real i el comportament intern del camp elèctric el trobem en la figura 27.

Figura 27. a) T de pla H per a una guia d'ones rectangular. b) Comportament intern del camp elèctric

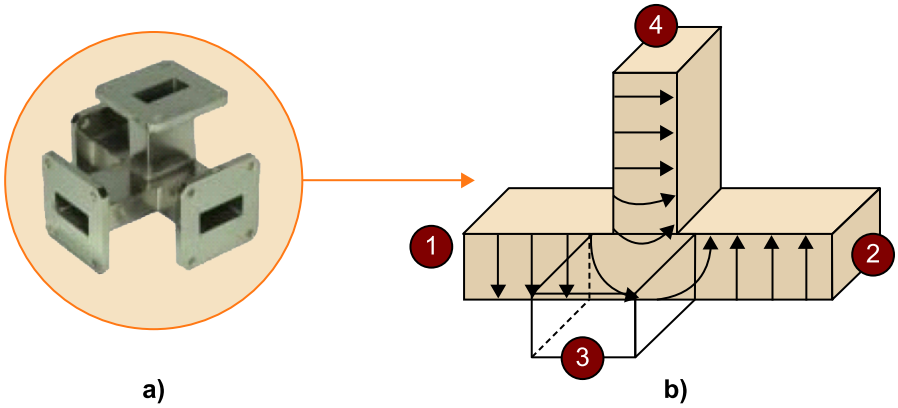


En aquest cas, el camp elèctric passa del port 3 als ports 1 i 2 sense canviar d'orientació. Això es manifesta en el fet que $S_{13} = S_{23}$. Si carreguéssim els ports 1 i 2 de manera simètrica, tindríem un divisor o sumador amb un comportament similar al del divisor de Wilkinson (sense aïllament entre els ports 2 i 3, però).

5.6. T màgiques (híbrids de 180°)

Les T màgiques són combinacions de T de pla E i de T de pla H. Un exemple de T real i el comportament intern del camp elèctric el trobem en la figura 28.

Figura 28. a) Excitació d'una T màgica pel port 4. b) Comportament intern del camp elèctric



La seva matriu de paràmetres S, amb adaptacions d'impedàncies adequades als ports 1 i 4, i canvis de pla de referència, és:

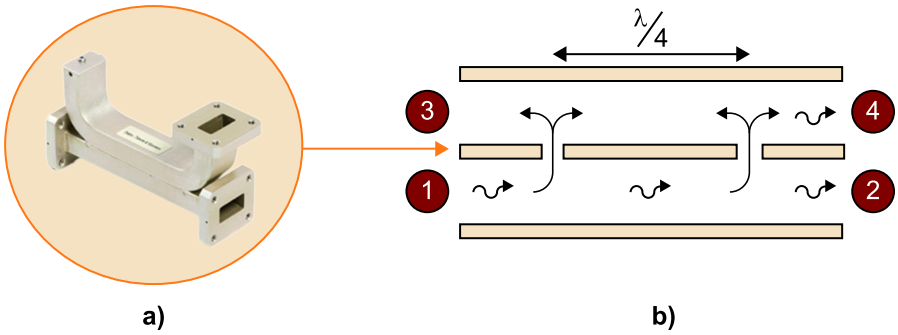
$$[S]=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0 & 0\\ 1 & -1 & 0 & 0\end{bmatrix} \qquad 6.116$$

Pel fet de ser una combinació d'una T de pla E i d'una de pla H, es compleix que $S_{13} = S_{23}$ i $S_{14} = -S_{24}$. Si pel port 4 entrem un camp elèctric, aquest difícilment sortirà pel port 3, perquè la configuració de camps que genera en l'espai d'unió entre les quatre guies no és compatible amb la configuració del camps del mode TE_{10} al port 3. Per tant, $S_{34} = 0$.

5.7. Acobladors direccionals

Els acobladors direccionals es construeixen comunicant dues guies a través de diversos forats de mida reduïda. En la seva configuració més senzilla només hi ha dos forats separats λ/4 (figura 29).

Figura 29. a) Acoblador direccional. b) Circulació interna dels camps elèctrics



El funcionament de l'acoblador és el següent. El senyal entra pel port 1 i, en passar pels forats, perd una petita quantitat d'energia (proporcional a les dimensions d'aquests forats); la resta sortirà pel port 2. El senyal que arriba al port 3 ho fa en part del primer forat (el de l'esquerra, segons la figura 29b), recorrent una certa distància, i en part del segon forat, recorrent la mateixa distància més λ/2 (λ/4 d'anada pel tram inferior més λ/4 de tornada pel tram superior). Això implica que tots dos senyals arriben en contrafase i, per tant, s'anul·len l'un amb l'altre. Per aquest motiu, el port 3 és el port aïllat (no surt senyal). El senyal que arriba al port 4 ho fa en part del primer forat, recorrent una certa distància, i en part del segon forat, recorrent exactament la mateixa distància. En aquest cas, tots dos senyals se sumen en fase i surten pel port. Per aquest motiu, aquest és el port acoblat. Així doncs, utilitzant un acoblador podem extreure (o afegir) pel port 4 una petita part del senyal que entra pel port 1. Com que és un circuit simètric, el comportament és anàleg pels ports 2 i 3, respectivament. La seva matriu de paràmetres S és:

$$[S]=\begin{bmatrix}0 & 0 & \tau e^{j\phi_1} & ke^{j\varphi_1}\\ 0 & 0 & ke^{j\varphi_2} & \tau e^{j\phi_2}\\ \tau e^{j\phi_1} & ke^{j\varphi_2} & 0 & 0\\ ke^{j\varphi_1} & \tau e^{j\phi_2} & 0 & 0\end{bmatrix} \quad \text{amb} \quad \begin{matrix}\tau \to 1\\ k \to 0\end{matrix} \qquad 6.117$$

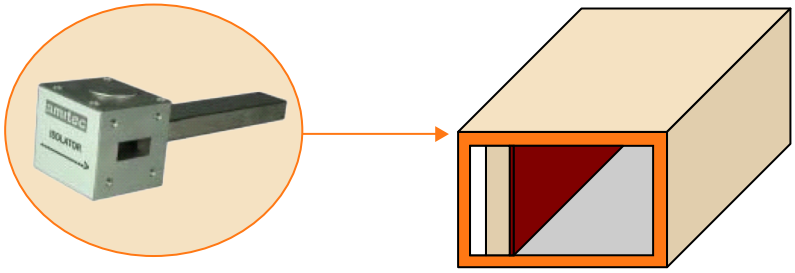
5.8. Aïlladors

Els aïlladors són circuits de dos ports no recíprocs ($S_{12} \neq S_{21}$) que permeten el pas de senyal en un sentit, però no en el sentit contrari. La seva matriu de paràmetres S és:

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ e^{j\phi} & 0 \end{bmatrix} \qquad 6.118$$

Hi ha diverses maneres de construir aïlladors. Una estructura molt habitual és la de la figura 30.

Figura 30. a) Aïllador en una guia d'ones rectangular. b) Esquema intern



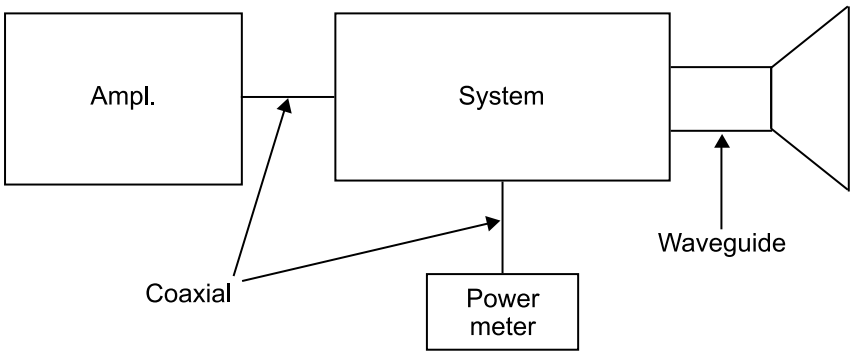
Les ferrites són materials no recíprocs, és a dir, tenen característiques electromagnètiques diferents en funció de la direcció de propagació de l'ona que les travessa (en el nostre cas, permeabilitat magnètica diferent). Això fa que, en general, ones progressives i regressives vegin guies d'ones diferents, amb característiques materials diferents, i que, per tant, les seves configuracions de camps també siguin diferents.

Com el seu nom indica, els aïlladors s'utilitzen per a aïllar circuits que no suportin reflexions, com ara amplificadors. Els aïlladors deixen passar les ones de la sortida de l'amplificador a la seva càrrega, però no les ones reflectides per la càrrega cap a l'amplificador.

En l'exemple següent es mostra un disseny d'un circuit utilitzant els diferents components que hem presentat en aquest apartat, tot sobre guies d'ones rectangulars.

Es pretén enviar un senyal a una antena de botzina (alimentada a través d'una guia d'ones rectangular) per a ser radiat, provinent d'un amplificador de potència amb sortida coaxial. L'amplificador de potència és molt sensible a la potència reflectida, de manera que caldrà impedir el retorn del senyal cap al seu port de sortida. D'altra banda, per a saber la potència radiada real (coneixem la potència emesa per l'amplificador), caldrà monitorar la potència reflectida per l'antena. Per a fer-ho, es disposa d'un mesurador de potència amb entrada coaxial perfectament adaptat. Proposeu un esquema del sistema d'alimentació d'antena (figura 31) fet utilitzant funcions circuitals en guies d'ones rectangulars i justifiqueu-ne el funcionament.

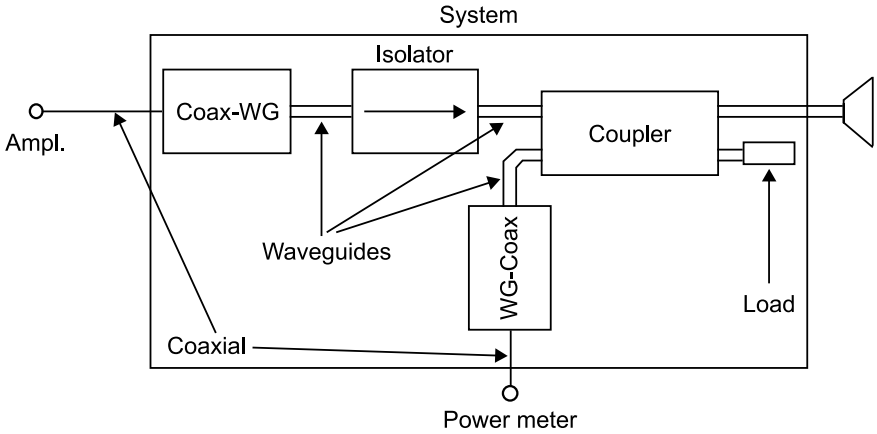
Figura 31. Sistema d'alimentació d'antena



Solució

La solució proposada es mostra en la figura 32.

Figura 32. Solució proposada



Atès que el sistema ha d'anar sobre guies d'ones, els dos coaxials (el de l'amplificador i el del mesurador de potència) estan directament connectats a dues transicions guia-coaxial. El senyal de l'amplificador, ja dins d'una guia d'ones, entra en un aïllador. D'aquesta manera evitarem que el senyal reflectit a l'antena retorni cap a l'amplificador, i el malmeti. Després de l'aïllador connectem un acoblador. Aquest acoblador enviarà tot el senyal provinent de l'amplificador (de fet, de l'aïllador) cap a l'antena, però una petita part l'enviarà al seu port acoblat. En aquest port connectem una càrrega per a evitar reflexions, ja que aquest senyal no ens interessa (l'enunciat diu que ja coneixem la potència que injecta l'amplificador). D'altra banda, part del senyal que es reflecteixi de l'antena tornarà cap a l'acoblador i una petita part s'acoblarà a la guia d'ones que anirà cap al mesurador de potència. Abans, però, la transició introduirà el senyal de la guia d'ones al coaxial. A l'hora de mesurar aquesta potència reflectida, el mesurador (o l'enginyer que llegeixi la mesura) haurà de tenir en compte el factor d'acoblament de l'acoblador, per tal de compensar les pèrdues introduïdes en aquest acoblament. Aquest factor l'acostuma a donar el fabricant o també es pot mesurar, per exemple, amb un analitzador de xarxes.

Aquest circuit compleix tots els requisits demanats per l'enunciat i està implementat directament sobre guies d'ones. Això demostra que podem construir aplicacions de microones directament sobre guies d'ones rectangulars i, per tant, ens mostra la utilitat dels components que hem presentat en aquest apartat.

Resum

En aquest mòdul s'ha introduït el concepte de *guia d'ones*, que és una estructura formada per conductors o dielèctrics que pot propagar ones electromagnètiques. Segons la seva geometria, mida i nombre de conductors, els camps prendran una forma determinada. Per exemple, els modes TEM són aquells que no tenen component de camp elèctric ni magnètic en la direcció de propagació (només tenen components transversals i es propagaran únicament si la guia d'ones està formada per dos o més conductors). Els modes TE són aquells en què només el camp magnètic té component en la direcció de propagació; i els modes TM són aquells en què només el camp elèctric té component en la direcció de propagació.

Els modes que es propagaran dins d'una guia d'ones rectangular (formada per un únic conductor) són únicament els modes TE i TM. Teòricament, hi ha una configuració infinita d'aquests modes dins de la guia, que es representen amb els subíndexs m i n, i que dependran de la seva freqüència de tall. L'amplada de banda en la qual només tenim un únic mode de propagació, el mode fonamental (típicament el mode TE_{10}), l'anomenem *amplada de banda monomodal*. Altres tipus de guies d'ones formades per un únic conductor, com la circular, tindran un comportament similar pel que fa a la propagació del camp electromagnètic, format per una configuració determinada de modes TE i TM que es generaran quan se superi la seva freqüència de tall.

Una anàlisi electromagnètica d'un circuit format per guies d'ones rectangulars, però, pot arribar a ser molt complexa, ja que, a més de les guies d'ones, poden aparèixer altres elements com transicions o discontinuïtats. Per aquest motiu es pot aproximar el comportament de la guia d'ones al d'una línia de transmissió (cal recordar, però, que només és una aproximació; una guia d'ones formada per un únic conductor no serà mai una línia de transmissió perquè no propaga ones TEM i no podem definir tensions transversals). En aquestes condicions podem utilitzar el mateix procediment d'anàlisi que el que utilitzàvem en circuits de microones i aplicar-hi caracteritzacions, per exemple, a partir dels paràmetres S. D'aquesta manera, l'anàlisi del circuit queda molt simplificada. Aquesta aproximació ens permet, a més a més, tractar les discontinuïtats en les guies d'ones rectangulars com a elements circuitals; per exemple, un obstacle en la guia es converteix en una reactància, que serà inductiva o capacitiva en funció del tipus d'obstacle. Aquest fet ens permetrà dissenyar components, i també filtres, per a guies d'ones.

Finalment s'han presentat alguns exemples de circuits passius de guies d'ones, com les transicions guia-coaxial, les càrregues, els filtres, els acobladors, els divisors i els aïlladors. El fet de tenir modelitzats aquests circuits ens permet construir circuits més complexos d'una manera molt simplificada.

Exercicis d'autoavaluació

1. En una aplicació de microones, una guia d'ones rectangular es podria utilitzar a mode de...

a) filtre passaalt.
b) filtre passabanda.
c) filtre de banda eliminada.
d) filtre passabaix.

2. La freqüència de tall d'una ona TE en una guia d'ones rectangular és...

a) menor com més grans són les dimensions de la guia.
b) menor com més petites són les dimensions de la guia.
c) independent de les dimensions de la guia.
d) menor com més gran és la constant dielèctrica del medi a l'interior de la guia.

3. Una guia d'ones rectangular amb a = 2 cm i b = 1 cm i amb aire com a dielèctric tindrà un interval operatiu per al mode TE_{83} per al marge de freqüències de...

a) f > 55 GHz
b) f > 75 GHz
c) f < 55 GHz
d) f < 75 GHz

4. En una guia d'ones rectangular amb a = 2 cm i b = 1 cm i amb aire com a dielèctric, el camp:

$$H_z(x, y) = H_{z0}\cos\left(\frac{\pi x}{0{,}01}\right) \qquad 6.119$$

correspon a...

a) un mode TE_{20}.
b) un mode TE_{10}.
c) un mode TM_{20}.
d) un mode TM_{10}.

5. Perquè hi hagi propagació d'ones TE en una guia d'ones rectangular, s'ha de complir que...

a) $k < k_c$.
b) $k > k_c$.
c) $k = k_c$.
d) $k > 0$.

6. En una guia d'ones rectangular, el mode dominant és el...

a) TM_{10}.
b) TEM_{10}.
c) TE_{10}.
d) TE_{20}.

7. Si s'excita una guia d'ones amb modes TE a dues freqüències diferents (f_1 i f_2), en què:

$$f_{cTE_{10}} < f_1 < f_2 \qquad 6.120$$

quants modes es propagaran?

a) Com a mínim un amb dues constants de fase β diferents.
b) Com a màxim dos amb constants de fase β diferents.
c) Únicament dos modes amb constants de fase β iguals.
d) Únicament dos modes amb constants de fase β diferents.

8. En una guia d'ones rectangular amb a = 2 cm i b = 1 cm i amb aire com a dielèctric, quin valor tindrà la constant de propagació per al mode TE_{02} a 30 GHz?

a) $\gamma = j0\pi$.
b) $\gamma = j173\pi$.
c) $\gamma = j331\pi$.
d) $\gamma = \pi$.

9. Una discontinuïtat en una guia d'ones la podem modelitzar com...

a) una reactància.
b) una conductància.
c) una conductància enmig d'una línia de transmissió.
d) una reactància enmig d'una línia de transmissió.

10. Una T de pla E la podem utilitzar com...

a) un aïllador.
b) un sumador.
c) un acoblador.
d) un filtre.

Solucionari

Exercicis d'autoavaluació

1. a

2. a

3. b

4. a

5. b

6. c

7. a

8. a

9. d

10. b

Glossari

acoblador direccional *m* Dispositiu passiu de quatre ports que extreu una mostra de la potència transmesa entre l'entrada i la sortida pel port acoblat.

aïllador *m* Circuit de dos ports no recíprocs ($S_{12} \neq S_{21}$) que permet el pas de senyal en un sentit però no en sentit contrari.

amplada de banda monomodal *f* Interval de freqüències en què només es propaga la freqüència del mode fonamental.

càrrega adaptada *f* Terminació amb un coeficient de reflexió $\Gamma = 0$.

diafragma capacitiu *m* Obstacle en una guia d'ones que es pot modelitzar amb una capacitat.

diafragma inductiu *m* Obstacle en una guia d'ones que es pot modelitzar amb una inductància.

discontinuïtat *f* Transició o obstacle en una guia d'ones.

element ressonant *m* Obstacle en una guia d'ones que es pot modelitzar amb una inductància en paral·lel amb un condensador, de manera que forma un filtre passabanda a la freqüència de ressonància.

filtre *m* Dispositiu que només permet el pas d'una certa amplada de banda de freqüències.

freqüència de tall *f* Freqüència a partir de la qual es pot propagar un senyal, ja sigui TE o TM.

guia d'ones *f* Estructura formada per conductors o dielèctrics amb secció recta constant en una direcció de l'espai que pot propagar o guiar ones electromagnètiques pel seu interior o proximitats, ja siguin TEM, TE o TM.

línia de transmissió *f* Guia d'ones formada per dos o més conductors amb secció recta constant que propaga ones TEM.

mode fonamental *m* Primer mode de propagació en una guia d'ones.

mode híbrid *m* Mode en el qual $E_z \neq 0$ i $H_z \neq 0$ i, en conseqüència, tant el camp elèctric com el camp magnètic tenen components en la direcció de propagació z.

mode TE *m* Mode transversal elèctric, en el qual $E_z = 0$ i $H_z \neq 0$ i, en conseqüència, el camp elèctric no té component en la direcció de propagació z. Es pot propagar en guies d'ones d'un sol conductor.

mode TEM *m* Mode transversal electromagnètic, en el qual $E_z = 0$ i $H_z = 0$ i, en conseqüència, no hi ha components de camp en la direcció de propagació z. Aquests modes només existiran si la guia d'ones està formada per dos o més conductors, però mai en una guia d'ones d'un sol conductor (com és el cas de la guia d'ones rectangular).

mode TM *m* Mode transversal magnètic, en el qual $E_z \neq 0$ i $H_z = 0$ i, en conseqüència, el camp magnètic no té component en la direcció de propagació z. Es pot propagar en guies d'ones d'un sol conductor.

paràmetres *S* *m pl* Paràmetres que relacionen les ones sortints (b) amb les ones entrants (a) presents en els ports d'una xarxa de microones.

règim permanent sinusoïdal *m* Sistema electromagnètic en què totes les excitacions i les respostes tenen una dependència harmònica amb el temps, i qualsevol transitori inicial ja fa temps que s'ha esvaït.

T de pla E *f* Element circuital de tres ports que es comporta com un combinador o un divisor de potència en funció del port que considerem. Si entrem pel port 3 el senyal que surt pel port 1 i pel port 2 té un desfasament de 180°.

T de pla H *f* Element circuital de tres ports que es comporta com un combinador o un divisor de potència en funció del port que considerem. Si entrem pel port 3 el senyal que surt pel port 1 i pel port 2 té exactament la mateixa fase.

T màgica *f* Element circuital de quatre ports que es comporta com una combinació de T de pla E i de T de pla H.

transició guia-coaxial *f* Element de transició entre un cable coaxial i una guia d'ones, que, o bé excita la guia a partir d'un senyal que prové del coaxial, o bé excita el coaxial a partir d'un senyal que prové de la guia.

Bibliografia

Bibliografia bàsica

Pozar, D. M. (2012). *Microwave engineering* (4a. ed.). John Wiley.

Ribó M.; Pajares, F. J. (2008). *Circuits d'alta freqüència*. Enginyeria La Salle (Guia d'estudis Semipresencials).

Bibliografia complementària

González, G. (2004). *Microwave Transistor Amplifier* (2a. ed.). Prentice Hall.

Weber, R. J. (2001). "Introduction to Microwave Circuits, Radio Frequency and Design Applications". *IEEE Press Series on RF and Microwave Technology*.