

# Línies de transmissió

Ignacio Gil Galí

PID\_00193540



*Els textos i imatges publicats en aquesta obra estan subjectes –llevat que s'indiqui el contrari– a una llicència de Reconeixement-Compartir igual (BY-SA) v.3.0 Espanya de Creative Commons. Podeu modificar l'obra, reproduir-la, distribuir-la o comunicar-la públicament sempre que en citeu l'autor i la font (FUOC. Fundació per a la Universitat Oberta de Catalunya), i sempre que l'obra derivada quedi subjecta a la mateixa llicència que el material original. La llicència completa es pot consultar a <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/es/legalcode.ca>*

# Índex

<b>Introducció</b> .....	5
<b>Objectius</b> .....	7
<b>1. Introducció a les línies de transmissió. Definició i model equivalent</b> .....	9
1.1. Definició de línia de transmissió i model elèctric equivalent .....	11
1.2. Equacions característiques de les línies de transmissió .....	13
<b>2. Impedància característica</b> .....	16
<b>3. Línies de transmissió sense pèrdues</b> .....	18
<b>4. Coeficient de reflexió i càlcul d'impedàncies</b> .....	20
4.1. Coeficient de reflexió generalitzat .....	20
4.2. Concepte d'adaptació d'impedàncies .....	21
4.3. Equació d'impedància d'una línia de transmissió .....	22
4.4. Multireflexió .....	27
4.5. Relació d'ona estacionària .....	29
4.6. Aplicació de la carta de Smith .....	31
<b>5. Coeficient de transmissió</b> .....	34
<b>6. Balanç de potència</b> .....	36
<b>7. Adaptació en línies de transmissió</b> .....	40
7.1. Xarxes d'adaptació basades en elements discrets .....	41
7.2. Xarxes d'adaptació basades en transformadors $\lambda/4$ .....	44
7.3. Xarxes d'adaptació basades en <i>stubs</i> .....	47
<b>8. Línies de transmissió amb pèrdues. Dispersió</b> .....	50
<b>9. Implementació de línies de transmissió físiques</b> .....	52
<b>Resum</b> .....	54
<b>Exercicis d'autoavaluació</b> .....	57
<b>Solucionari</b> .....	59
<b>Glossari</b> .....	60

**Bibliografia**..... 61

## Introducció

Les equacions de Maxwell governen el comportament electromagnètic dels circuits electrònics a qualsevol freqüència. La teoria convencional de circuits, amb la qual molts enginyers estan familiaritzats, és molt potent per a la resolució de circuits convencionals en un gran nombre d'aplicacions, mitjançant la determinació de les tensions i intensitats d'interès. No obstant això, les equacions que regeixen el comportament d'aquests circuits pressuposen que les freqüències d'aplicació són relativament petites. En altres paraules, es considera que les longituds d'ona,  $\lambda$ , dels senyals presents en els circuits són molt més grans que les dimensions dels circuits mateixos. Aquesta aproximació permet tractar convenientment els circuits electrònics mitjançant elements discrets, és a dir, resistències, capacitats i inductàncies, entre altres, independents de la freqüència.

A mesura que la freqüència d'operació augmenta i  $\lambda$  s'aproxima a l'ordre de magnitud de les dimensions de les pistes o elements discrets que integren un circuit electrònic, l'aproximació anterior deixa de ser vàlida.

Per a il·lustrar aquest fet, n'hi ha prou de considerar l'impacte a causa d'operar en un règim d'altres freqüències, amb dos exemples:

1) En primer lloc, els elements passius mateixos es deixen de comportar de la manera esperada a altes freqüències. En efecte, una capacitat presenta un comportament capacitiu fins a una certa freqüència a partir de la qual el seu comportament comença a ser predominantment inductiu. Un fet semblant ocorre amb les inductàncies, el comportament de les quals és capacitiu a partir d'una certa freqüència denominada *freqüència pròpia de ressonància*. Fins i tot les resistències presenten una impedància dependent de la freqüència en el règim d'altres freqüències.

2) El segon exemple es basa en el comportament dels mateixos conductors. Considerem un sistema compost per un simple cable connectat a una càrrega. La impedància d'entrada d'aquest sistema és, senzillament, la de la càrrega a baixes freqüències. Tanmateix, això no és cert a altes freqüències. És més, la impedància d'entrada tindrà un valor complex i variable en funció de la longitud del cable.

Els efectes d'alta freqüència, en relació amb les dimensions dels circuits electrònics comercials, tenen un impacte significatiu en la part de l'espectre electromagnètic corresponent a les microones (300 MHz-300 GHz). La figura 1 mostra aquesta banda en el context de l'espectre electromagnètic.

Figura 1. Banda de les microones i ubicació en l'espectre electromagnètic, a més de diverses aplicacions

Frequency	Applications	Bands	Wavelength
1 PHz	$10^{16}$ Dental curing	Ultraviolet	$10^{-8}$
	$10^{15}$ Optic fibre		$10^{-7}$
	$10^{14}$ Night vision	Visible	$10^{-6}$ 1 $\mu\text{m}$
1 THz	$10^{13}$	Infrared	$10^{-5}$
	$10^{12}$ Bio imaging		$10^{-4}$
	$10^{11}$	Terahertz	$10^{-3}$ 1 mm
1 GHz	$10^{11}$ Radar (1-100 GHz)	Microwaves	EHF $10^{-2}$ 1 cm
	$10^{10}$ Mobile phone (900 MHz-2.4 GHz)		SHF $10^{-1}$
	$10^9$ TV broadcast (54-700 MHz)		UHF $10^0$ 1 m
	$10^8$ FM radio (88-108 MHz)		VHF $10^1$
1 MHz	$10^7$	RF	HF $10^2$
	$10^6$ AM radio (600 kHz-1.6 MHz)		MF $10^3$ 1 km
	$10^5$		LF $10^4$
	$10^4$		VLF $10^5$
1 kHz	$10^3$ Baseband sound devices (20 Hz-15 kHz)		ULF $10^6$ 1 Mm
	$10^2$ Electric power distribution (50 Hz)		SLF $10^7$
	$10^1$		ELF

Font: Extreta de R. Sorrentino i altres (2010). *Microwave and RF Engineering* (pàg. 2). John Wiley & Sons.

La teoria de línies de transmissió permet explicar aquests efectes, i també els mecanismes de propagació en els dispositius i circuits de microones. De fet, es considera que la teoria de línies de transmissió és el nexa d'unió entre la teoria bàsica de circuits i l'anàlisi de propagació de camps electromagnètics.

En el mòdul present s'abordarà la teoria de línies de transmissió, i es posarà un èmfasi especial en la casuística que implica el fet d'operar a freqüències de microones. En l'apartat "Introducció a les línies de transmissió. Definició i model equivalent" s'introduirà el concepte de *línia de transmissió* i el seu model de circuit equivalent, de gran utilitat per a calcular les variables que intervenen en les línies de transmissió. A continuació, es definiran paràmetres bàsics per a determinar les línies de transmissió, com la *impedància característica* (vegeu l'apartat "Impedància característica") i els paràmetres de propagació en línies de transmissió sense pèrdues (vegeu l'apartat "Línies de transmissió sense pèrdues"). Posteriorment, en l'apartat "Coeficient de reflexió i càlcul d'impedàncies" es definirà el *coeficient de reflexió*, s'estudiarà el concepte d'*adaptació* i s'abordarà el càlcul d'impedàncies aplicat a línies de transmissió. En l'apartat "Coeficient de transmissió" s'introduirà el coeficient de transmissió, mentre que l'apartat "Balanc de potència" es dedicarà a l'estudi del balanç de potències en línies de transmissió. En els apartats "Adaptació en línies de transmissió" i "Línies de transmissió amb pèrdues. Dispersió" s'abordaran les tècniques fonamentals d'adaptació en línies de transmissió, a més de l'impacte de considerar pèrdues i dispersió en aquestes. Finalment, en l'apartat "Implementació de línies de transmissió físiques", es consideraran diversos exemples de línies de transmissió físiques, a fi d'il·lustrar l'aplicabilitat dels conceptes estudiats a situacions reals.

## Objectius

Amb l'estudi d'aquest mòdul es persegueixen els objectius següents:

1. Conèixer les particularitats dels fenòmens de propagació en les línies de transmissió.
2. Saber utilitzar la modelització de línies de transmissió i la seva formulació matemàtica per a calcular-ne els diferents paràmetres.
3. Entendre els conceptes d'*impedància característica*, *coeficient de reflexió*, *relació d'ona estacionària* i *adaptació*, i comprendre'n la rellevància en els circuits de microones.
4. Saber usar la carta de Smith per a resoldre circuits de microones i calcular xarxes simples d'adaptació.
5. Entendre les limitacions de la teoria de línies de transmissió.
6. Conèixer els mitjans de transmissió físics per a la propagació correcta de senyals en règim d'alta freqüència i implementar circuits de microones.

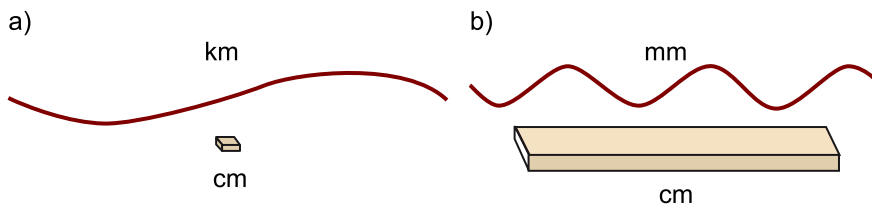




## 1. Introducció a les línies de transmissió. Definició i model equivalent

La teoria bàsica de circuits en règim altern (AC) és vàlida per a un règim de baixa o mitjana freqüència,  $f$ . Això significa que les longituds d'ona,  $\lambda$ , dels senyals propagats són molt més grans que les dimensions físiques,  $d$ , dels circuits mateixos ( $\lambda \gg d$ ). En aquest cas, com mostra la figura 2, el desfasament que experimenta el senyal propagat al llarg del conductor és molt petit, atès que el valor de voltatge o corrent és pràcticament uniforme al llarg d'aquest conductor. Per tant, en aquest cas és possible considerar els circuits mitjançant elements discrets (la impedància es concentra a través de capacitats, inductàncies, resistències, etc.) per a resoldre-ho. A més, en aquest cas, les dimensions del circuit són irrellevants en la resolució d'aquest. No obstant això, a mesura que augmentem la freqüència i  $\lambda$  assoleix dimensions de l'ordre de  $d$  ( $\lambda \sim d$ ), aquesta simplificació desapareix i hi ha una variació de fase evident al llarg del conductor (figura 2).

Figura 2. a) Model de circuit discret. b) Model de circuit distribuït



Taula 1. Principals característiques dels models discrets i distribuïts

Model de circuit discret	Model de circuit distribuït
$\lambda \gg d$	$\lambda \lesssim d$
Impedància concentrada en components discrets.	Impedància distribuïda contínuament a través del material.
Variació de fase insignificant de voltatge/corrent.	Variació de fase en funció de la posició de voltatge/corrent.
Resolució mitjançant la teoria de circuits.	Resolució mitjançant la teoria de línies de transmissió.

Aquest fet implica que la teoria de circuits convencional deixi de ser vàlida (les tensions i els corrents al llarg dels conductors deixen de ser constants) i s'hagi de considerar la teoria de línies de transmissió, que explica el comportament dels circuits a altes freqüències. En aquest cas, la impedància del circuit es distribueix de manera contínua al llarg dels conductors dels elements distribuïts dels quals està compost, de manera que les seves dimensions físiques s'han de considerar en la resolució.

### Nota

En aquest apartat s'aborda el concepte de *línia de transmissió* i se'n defineixen el model elèctric equivalent i les equacions característiques, a partir de les quals s'articularà bona part dels conceptes posteriors al llarg del mòdul.

### Taula 1

Si  $\lambda \gg d$ , el circuit es pot resoldre amb la teoria de circuits convencional. Si  $\lambda \lesssim d$ , el circuit s'ha de tractar mitjançant la teoria de línies de transmissió.

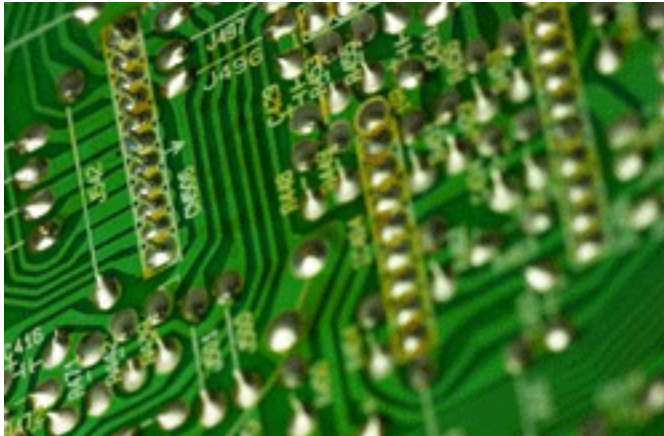
Per a comparar la diferència entre els casos anteriors, considerem un exemple numèric. Recordem que la relació entre longitud d'ona i freqüència s'estableix segons l'equació següent:

$$\lambda = \frac{c}{f \cdot \sqrt{\epsilon_r}} \quad 1.1$$

en què  $c$  és la velocitat de la llum en el buit ( $3 \cdot 10^8$  m/s) i  $\epsilon_r$  és la constant dielèctrica efectiva (l'ordre de magnitud de la qual se situa en  $\epsilon_r \in [1,10]$  per als circuits integrats de microones).

Considerem que les dimensions convencionals dels conductors en una placa de circuit imprès per a una aplicació electrònica comercial (figura 3), són de l'ordre de  $d = 1$  cm. Prenent  $\epsilon_r = 10$ , calculeu la longitud d'ona per a dues freqüències de treball diferents ( $f_1 = 10$  KHz i  $f_2 = 10$  GHz) i establiu en cada cas si es pot modelitzar el circuit imprès en aquesta placa amb elements discrets o amb la teoria de línies de transmissió.

Figura 3



Els conductors i els elements passius d'un circuit electrònic s'han de tractar de manera diferent en funció de la magnitud de les longituds d'ona implicades.

### Solució

En el cas de la primera freqüència:

$$\lambda_1 = \frac{c}{f_1 \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = 9,49 \text{ km} \gg d \quad 1.2$$

Per tant, el circuit s'hauria de modelitzar amb elements discrets. Anàlogament, en el cas de la segona freqüència:

$$\lambda_2 = \frac{c}{f_2 \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = 0,95 \text{ cm} \lesssim d \quad 1.3$$

Per la qual cosa el circuit s'hauria de tractar mitjançant la teoria de línies de transmissió.

Una relació interessant que permet avaluar el comportament electro-magnètic dels senyals propagats en els circuits és la **longitud elèctrica (LE)**, definida com:

$$LE = \frac{d}{\lambda} \quad 1.4$$

Encara que no hi ha un criteri únic per a destriar entre el pas de modelització d'elements discrets i línies de transmissió (no hi ha cap freqüència límit unívoca, i tots dos models poden coexistir en un cert marge de transició), en general s'accepta que un dispositiu electrònic és elèctricament curt quan  $LE < 1/20$  ( $d < \lambda/20$ ). En aquest cas es pot aplicar la teoria de circuits bàsica en bona aproximació. Per contra, a mesura que la longitud elèctrica sobrepassa  $LE > 1/20$  es pot començar a considerar la modelització amb elements distribuïts, i és de compliment obligatori per a  $LE \gtrsim 1$ . Cal destacar, com a referència, que aquest límit es correspon amb  $d \gtrsim \lambda$ .

Per a recapitular els conceptes vistos fins ara de manera pràctica, la taula 2 mostra el valor de les variables descrites ( $d$ ,  $f$ ,  $\lambda$  i  $LE$ ) per als diferents components que podem trobar en un circuit comercial de microones. Aquests inclouen dimensions com les corresponents a les pistes dels circuits integrats (IC), connexions, pistes de circuit imprès, etc. A tall d'exemple, s'ha considerat una freqüència d'aplicació de 2,4 GHz, que correspon a la banda ISM<sup>1</sup> usada per a estàndards de comunicació com Wi-Fi o Bluetooth.

<sup>(1)</sup> Acrònim d'*Industrial, Scientific and Medical*.

Taula 2. Longitud elèctrica de components circuitals presents en els circuits de microones a 2,4 GHz

Component	Longitud física	Freqüència	Longitud d'ona	Longitud elèctrica
Pistes IC	10 $\mu$ - 1 mm	2,4 GHz	12,5 cm	$8 \cdot 10^{-5}$ - $8 \cdot 10^{-3}$
Pins IC, pistes d'empaquetat	1 mm - 1 cm	2,4 GHz	12,5 cm	$8 \cdot 10^{-3}$ - 0,08
Pistes de circuit imprès	1 cm - 10 cm	2,4 GHz	12,5 cm	0,08 - 0,8
Cablejat extern	10 cm - 1 m	2,4 GHz	12,5 cm	0,8 - 8

S'ha considerat  $\epsilon_r = 1$ .

### 1.1. Definició de línia de transmissió i model elèctric equivalent

Una línia de transmissió és un sistema de conductors, com ara cables, guies d'ones, coaxials o pistes de circuit imprès, adequat per a transmetre senyals eficientment entre dos o més terminals. Més específicament, usarem la definició següent per a les línies de transmissió:

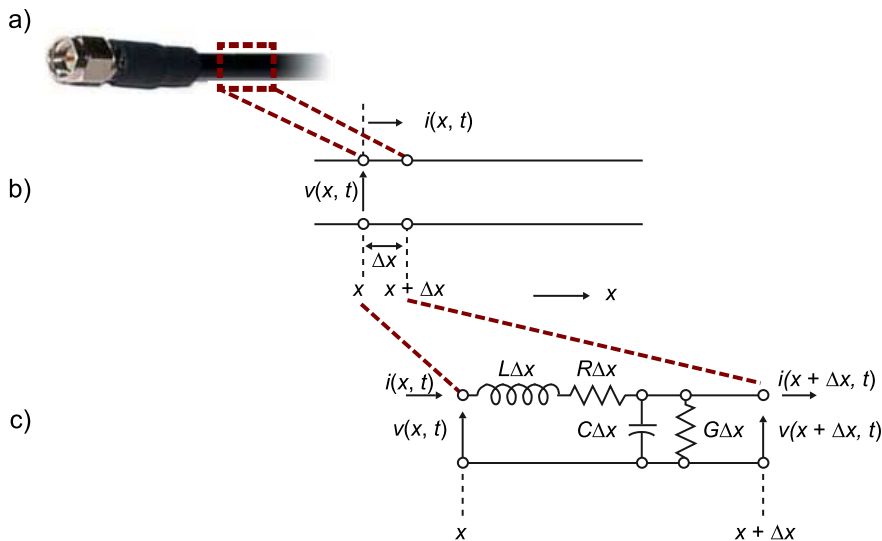
Una **línia de transmissió** és una xarxa de paràmetres distribuïts en la qual les tensions i intensitats poden variar en magnitud i fase al llarg de la seva longitud.

#### Exemples de línia de transmissió

Alguns exemples pràctics serien un cable coaxial de TV o les pistes dels circuits impresos que incorporen l'electrònica d'un telèfon mòbil.

La figura 4 mostra una línia de transmissió real, a més del seu model esquemàtic i el circuit equivalent.

Figura 4. a) Un cable coaxial és un medi de transmissió tractat típicament com una línia de transmissió. b) Representació esquemàtica genèrica d'una línia de transmissió mitjançant dues línies cablejades. c) Model elèctric equivalent d'una secció de línia de transmissió de longitud  $\Delta x$



Com es pot observar, la representació esquemàtica d'una línia de transmissió es fa amb dues línies conductores. Noteu que la dimensió longitudinal de la línia de transmissió, representada per la variable  $x$ , adquireix un caràcter rellevant. En efecte, les tensions i els corrents no són simples funcions del temps, sinó també de la posició:  $v = v(x, t)$ ;  $i = i(x, t)$ , per les raons explicades en la presentació de l'apartat. Cada secció, o cel·la infinitesimal de la línia de transmissió, de longitud  $\Delta x$  (figura 4b), es modelitza típicament amb el circuit equivalent mostrat en la figura 4c. Aquest model es representa amb els elements distribuïts  $L$ ,  $R$ ,  $C$  i  $G$ .

Aquests paràmetres es donen per unitat de longitud i es defineixen com:

- $L$  (H/m): inductància per unitat de longitud.
- $R$  ( $\Omega$ /m): resistència per unitat de longitud.
- $C$  (F/m): capacitat per unitat de longitud.
- $G$  (S/m): conductància per unitat de longitud.

Físicament,  $L$  modelitza l'autoinductància dels dos conductors,  $R$  modelitza les pèrdues òhmiques (conductivitat finita),  $C$  és deguda a la capacitat que s'estableix entre tots dos conductors i  $G$  es correspon a les pèrdues del substrat (material dielèctric entre conductors).

Com es veurà més endavant, normalment es considera l'aproximació de línies de transmissió sense pèrdues, és a dir,  $R = 0$  (conductor perfecte) i  $G = 0$  (impedància infinita de dielèctric). Aquesta resulta una bona aproximació per a la gran majoria de situacions habituals en la resolució de circuits de microones.

#### Cable coaxial

Per exemple, en el cas concret del cable coaxial,  $L$  i  $R$  es corresponen amb la longitud i les pèrdues dels conductors extern (referència de terra) i intern (viu), mentre  $C$  i  $G$  s'atribueixen a la separació i les pèrdues del dielèctric entre tots dos conductors.

A més, cal tenir present que la modelització global de la línia de transmissió s'ha de fer amb  $n$  seccions en cascada (tal com s'il·lustra en la figura 4c). El valor de  $n$  dependrà de la relació desitjada entre la longitud d'ona i la longitud de les cel·les considerades,  $\Delta x$ . Vegem-ne un exemple.

Calculeu el nombre de seccions de línia de transmissió requerides,  $n$ , per a modelitzar un cable de 10 cm de longitud a  $f = 10$  GHz, la velocitat de propagació del qual és  $v_p = 2c/3$ . Feu-ne el càlcul per als casos en què les seccions modelitzades compleixin  $LE = 1$  i  $LE = 0,25$ .

### Solució

En primer lloc, hem de tenir en compte la longitud d'ona implicada. L'especificació comercial de molts cables és determinada per la seva velocitat de propagació. Per tant:

$$\lambda = \frac{v_p}{f} = 2 \text{ cm} \quad 1.5$$

A més, s'estableix com a criteri que les seccions modelitzades de dimensió  $d$  compleixin amb un criteri de longitud elèctrica de:

$$LE_1 = 1 \Rightarrow d_1 = \lambda = 2 \text{ cm} \quad 1.6$$

$$LE_2 = 0,25 \Rightarrow d_2 = 0,25\lambda = 0,5 \text{ cm} \quad 1.7$$

El nombre de seccions  $n$  de longitud  $d$  que integren la línia de transmissió de longitud  $l$  es correspon, segons el cas, amb:

$$n_1 = \frac{l}{d_1} = 5 \quad 1.8$$

$$n_2 = \frac{l}{d_2} = 20 \quad 1.9$$

## 1.2. Equacions característiques de les línies de transmissió

A continuació es deriven les equacions característiques de tensió i corrent en funció de la posició per a una línia de transmissió. Aquestes equacions es poden obtenir en aplicar la teoria de circuits al model elèctric detallat en la figura 4c. En efecte, aplicant les equacions de Kirchhoff per a tensions i corrents a aquest circuit, obtenim:

$$v(x + \Delta x, t) - v(x, t) = - \left\{ [R\Delta x]i(x, t) + [L\Delta x] \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \right\} \quad 1.10$$

$$i(x + \Delta x, t) - i(x, t) = - \left\{ [G\Delta x]v(x + \Delta x, t) + [C\Delta x] \frac{\partial v(x + \Delta x, t)}{\partial t} \right\} \quad 1.11$$

Dividint totes dues expressions per  $\Delta x$  i resolent el límit  $\Delta x \rightarrow 0$  arribem a:

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = - \left\{ Ri(x, t) + L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \right\} \quad 1.12$$

$$\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = - \left\{ Gv(x, t) + C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \right\} \quad 1.13$$

Les equacions 1.12 i 1.13 descriuen el comportament de la línia de transmissió en el domini del temps i es denominen equacions del telegrafista. Si considerem la condició de règim permanent sinusoidal i prenem els corresponents fasors de tensió i corrent, tenim:

$$v(x, t) = \operatorname{Re}\{V(x)e^{j\omega t}\} \quad 1.14$$

$$i(x, t) = \operatorname{Re}\{I(x)e^{j\omega t}\} \quad 1.15$$

en què  $\omega$  és la freqüència angular ( $\omega = 2\pi f$ ) i, per tant, les expressions 1.12 i 1.13 deriven en:

$$\frac{dV(x)}{dx} = -\{R + j\omega L\}I(x) \quad 1.16$$

$$\frac{dI(x)}{dx} = -\{G + j\omega C\}V(x) \quad 1.17$$

Diferenciant 1.16 i 1.17 respecte a  $x$  i combinant totes dues equacions s'obté:

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} - \gamma^2V(x) = 0 \quad 1.18$$

$$\frac{d^2I(x)}{dx^2} - \gamma^2I(x) = 0 \quad 1.19$$

en què  $\gamma$  és la constant de propagació complexa:

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta \quad 1.20$$

on  $\alpha$  simbolitza la constant d'atenuació i  $\beta$ , la constant de fase. La solució general de les equacions 1.18 i 1.19 és:

$$V(x) = V_+e^{-\gamma x} + V_-e^{\gamma x} \quad 1.21$$

$$I(x) = I_+e^{-\gamma x} - I_-e^{\gamma x} \quad 1.22$$

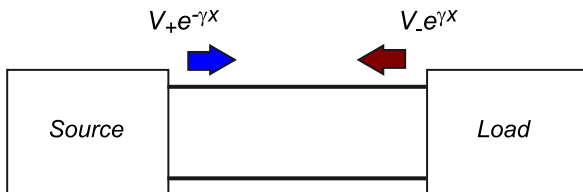
amb:

$$I_+ = \frac{\gamma}{R + j\omega L} V_+ \quad 1.23$$

$$I_- = \frac{\gamma}{R + j\omega L} V_- \quad 1.24$$

Si analitzem el resultat obtingut per a la tensió al llarg de la línia de transmissió, mitjançant l'equació 1.21, s'observa que coexisteixen dos termes: un ( $V_+e^{-\gamma x}$ ) que correspon a la transmissió convencional de l'ona incident que es propaga en el sentit  $+x$  i un altre atribuït a una ona reflectida ( $V_-e^{\gamma x}$ ) que es propaga en el sentit  $-x$ . Aquests fenòmens de reflexió són propis dels sistemes basats en línies de transmissió. La figura 5 mostra esquemàticament aquests components de propagació per a una línia de transmissió connectada a una font i una càrrega.

Figura 5. Línia de transmissió connectada a una font i una càrrega



**Figura 5**

En general, tindrem una combinació de senyals incidents (que es propaguen de font a càrrega) i de senyals reflectits (que viatgen de la càrrega a la font). Així mateix, es poden produir múltiples reflexions, és a dir, un senyal reflectit en la càrrega es podrà reflectir novament en la font, i així successivament.

## 2. Impedància característica

La impedància característica és un paràmetre bàsic de les línies de transmissió. De fet, constitueix una de les seves especificacions principals.

La **impedància característica** ( $Z_0$ ) d'una línia de transmissió es defineix com el quocient de l'ona de tensió progressiva (o regressiva) i l'ona de corrent progressiu (o regressiu) en qualsevol punt de la línia, o sigui:

$$Z_0 = \frac{V_+}{I_+} = \frac{V_-}{I_-} = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad 1.25$$

Es pot observar que el valor de  $Z_0$  depèn dels paràmetres constitutius de la línia de transmissió i la freqüència. A més, fixem-nos que és un paràmetre independent de la posició  $x$  i del temps  $t$ , la qual cosa representa un avantatge com a element estàndard per a caracteritzar qualsevol línia de transmissió. La majoria de sistemes de microones d'ús comú, com els cables coaxials o els connectors, prenen com a valor de referència  $Z_0 = 50 \Omega$  (amb l'excepció del cablatge usat en sistemes de televisió de  $Z_0 = 75 \Omega$ ). La raó de l'ús de  $Z_0 = 50 \Omega$  com a estàndard prové del compromís existent entre l'atenuació mínima produïda en un coaxial farcit d'aire i la seva capacitat de potència màxima. La primera condició es produeix a  $Z_0 \approx 77 \Omega$ , mentre que la segona es dona a  $Z_0 \approx 30 \Omega$ .

La taula 3 inclou diversos cables coaxials comercials i les seves especificacions principals.

Taula 3. Especificacions de cables coaxials

Especificació	Coaxial				
	RG-174	RG-58	RG-8X	RG-8	RG-59
$Z_0$ (Ohm)	50,0	50,0	50,0	52,0	75,0
$V_p$ (% c)	66%	66%	80%	66%	66%
Aten. (dB/100ft) 1 MHz	1,9	0,3	0,3	0,2	0,6
Aten. (dB/100ft) 10 MHz	3,3	1,1	1,0	0,6	1,1
Aten. (dB/100ft) 100 MHz	8,4	3,8	3,3	1,9	3,4
Aten. (dB/100ft) 1 GHz	34,0	14,5	14,3	7,4	12,0

**Taula 3**

Els paràmetres principals que cal tenir en compte són la impedància característica, la velocitat de propagació i l'atenuació.



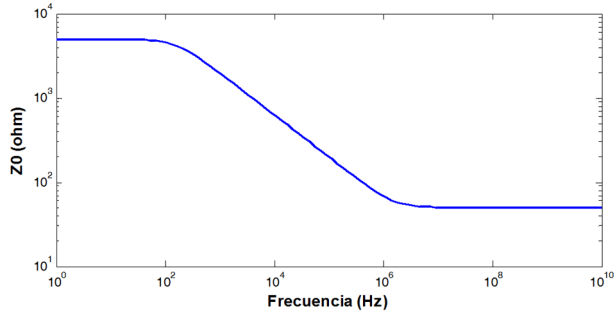
L'exemple pràctic següent ens mostra que la impedància característica per a una línia de transmissió depèn de la freqüència.

Representeu gràficament el mòdul de la impedància característica d'un cable en funció de la freqüència per a l'interval 1 Hz - 10 GHz. Considereu els valors:  $C = 100$  pF/m,  $L = 250$  nH/m,  $R = 2,5$   $\Omega$ /m,  $G = 100$  nS/m. Aquests valors són de l'ordre de magnitud d'una línia de transmissió com ara un cable coaxial.

### Solució

En aplicar l'equació 1.25 i representar gràficament el seu mòdul, obtenim (figura 6):

Figura 6. Resposta en freqüència del mòdul de la impedància característica d'un cable coaxial



Cal notar que a altes freqüències el valor de  $Z_0$  és constant. Això es deu al fet que si prenem  $\omega \rightarrow \infty$ , l'expressió 1.25 se simplifica a:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad 1.26$$

que es correspon amb el règim en freqüència d'interès pràctic dels circuits de microones. És a dir que, a altes freqüències, dominen els termes reactius de la línia de transmissió. Així mateix, podem comprovar com a baixes freqüències ( $\omega \rightarrow 0$ ) dominen els termes de pèrdues:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R}{G}} \quad 1.27$$

Finalment, a freqüències intermèdies hi ha una corba de transició que depèn de la freqüència descrita per la mateixa equació 1.25.

### 3. Línies de transmissió sense pèrdues

Els enginyers que treballen en el camp de les microones sovint fan una simplificació que consisteix a no considerar pèrdues en la simulació i modelització de línies de transmissió, ja que en la majoria de casos pràctics les pèrdues són molt petites i es poden menysprear. Aquesta aproximació simplifica les equacions que s'han de tractar i no elimina generalitat en els càlculs (excepte la presència de pèrdues òhmiques o de substrat), atès que tots els fenòmens ressonants depenen d'elements reactius, és a dir, inductàncies i capacitats, que a més són els que presenten impedàncies dependents de la freqüència. Si assumim una línia sense pèrdues, tenim  $R = G = 0$ . Això implica diverses equacions que s'empraran en el desenvolupament dels apartats següents, tret que s'indiqui el contrari. Concretament:

#### Constant de propagació

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} = \alpha + j\beta \quad 1.28$$

Això implica que la constant d'atenuació és nul·la,  $\alpha = 0$  (l'atenuació està directament lligada a les pèrdues de la línia), mentre que la constant de fase,  $\beta$ , es pot denominar constant de propagació i s'expressa com:

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad 1.29$$

La impedància característica és el resultat de:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad 1.30$$

La velocitat de fase o propagació:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \lambda f = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad 1.31$$

Les solucions generals per a la tensió i el corrent al llarg de la línia de transmissió són determinades per:

$$V(x) = V_+ e^{-j\beta x} + V_- e^{j\beta x} \quad 1.32$$

$$I(x) = \frac{V_+}{Z_0} e^{-j\beta x} - \frac{V_-}{Z_0} e^{j\beta x} \quad 1.33$$

L'exemple següent il·lustra el càlcul de paràmetres elèctrics per a la modelització de línies de transmissió.

Calculeu els paràmetres elèctrics d'un cable coaxial RG-58, prescindint de l'efecte de les pèrdues. Considereu un senyal que es propaga a  $f = 2$  GHz i la condició de  $LE = 0,1$  per a cada cel·la dissenyada. Esquematitzeu el model elèctric del cable.

### Solució

Prenem els valors corresponents de la taula 3. Per al cable RG-58 tenim:  $Z_0 = 50\Omega$  i  $v_p = 0,66c$ . Aplicant el sistema basat en les equacions 1.30 i 1.31, podem aïllar els valors de  $L$  i  $C$ , segons:

$$L = \frac{Z_0}{v_p} = 253 \text{ nH/m} \quad 1.34$$

$$C = \frac{1}{v_p Z_0} = 101 \text{ pF/m} \quad 1.35$$

Cada secció de la línia de transmissió presenta una longitud,  $d$ , segons:

$$LE = 0,1 \Rightarrow d = 0,1\lambda = 0,1 \frac{v_p}{f} = 9,9 \text{ mm} \quad 1.36$$

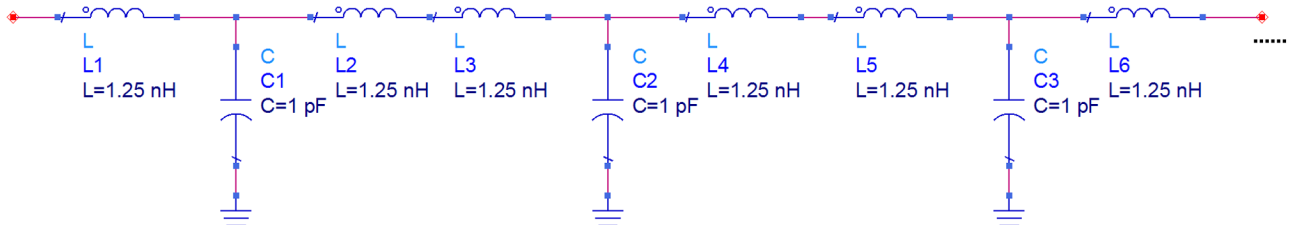
Per tant, els valors d'inductància i capacitat per a cada secció es corresponen amb:

$$L' = Ld = 2,5 \text{ nH} \quad 1.37$$

$$C' = Cd = 1 \text{ pF} \quad 1.38$$

El model en T del cable estarà determinat pel gràfic que presenta la figura 7.

Figura 7. Model equivalent en T calculat per al cable RG-58 de l'exemple



## 4. Coeficient de reflexió i càlcul d'impedàncies

En aquest apartat s'aborden paràmetres clau per a comprendre la casuística i el disseny de les línies de transmissió, com el coeficient de reflexió, el concepte d'*adaptació d'impedàncies*, la dependència de la impedància d'entrada d'una línia de transmissió amb els seus paràmetres característics, la multireflexió o la relació d'ona estacionària. Finalment s'ofereixen alguns exemples d'aplicació d'aquests paràmetres amb l'ús de la carta de Smith, que mostren la potència de càlcul d'aquesta.

### 4.1. Coeficient de reflexió generalitzat

En el subapartat "Equacions característiques de les línies de transmissió" hem deduït les equacions fonamentals de les línies de transmissió. La conseqüència és l'aparició de reflexions en les càrregues i fonts, intrínseques a la naturalesa de les línies de transmissió. La figura 8 il·lustra el cas d'una línia de transmissió amb impedància característica  $Z_0$ , carregada amb una impedància de càrrega genèrica  $Z_L$ .

Figura 8. Línia de transmissió que acaba en una impedància  $Z_L$

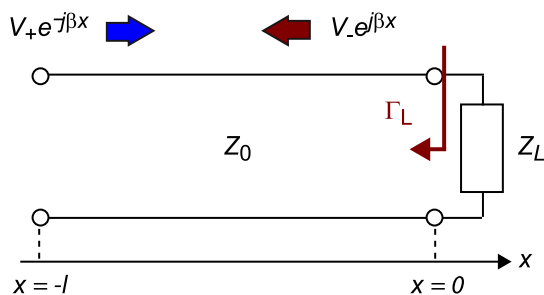


Figura 8

El coeficient de reflexió en la càrrega es defineix com a  $\Gamma_L$ .

Les equacions 1.32 i 1.33 descriuen els termes generals de propagació en la línia, sense pèrdues, de manera que la tensió i el corrent estan formats per una superposició de les ones incident i reflectida. Concretament, la tensió incident (cap a la càrrega) es correspon amb  $V_+ e^{-j\beta x}$ , mentre que hi ha un terme d'ona reflectida,  $V_- e^{j\beta x}$  (de la càrrega a la font).

De manera natural, es defineix el **coeficient de reflexió generalitzat** al llarg de la línia de transmissió,  $\Gamma(x)$ , com la raó entre l'ona de tensió reflectida i l'ona de tensió incident:

$$\Gamma(x) = \frac{V(x)_{\text{reflectida}}}{V(x)_{\text{incident}}} = \frac{V_- e^{j\beta x}}{V_+ e^{-j\beta x}} = \frac{V_-}{V_+} e^{j2\beta x} = \Gamma(0) e^{j2\beta x} \quad 1.39$$

## 4.2. Concepte d'adaptació d'impedàncies

Si considerem la nomenclatura de la figura 8, el coeficient de reflexió en la càrrega (situada en  $x = 0$ ) és determinat per:

$$\Gamma_L = \Gamma(0) = \frac{V_-}{V_+} \quad 1.40$$

Si analitzem les equacions 1.39 i 1.40, podem concloure que el **coeficient de reflexió** és un paràmetre complex el valor del qual depèn del punt de la línia en què s'avaluï. No obstant això, la dependència de  $x$  solament apareix per a la fase de  $\Gamma(x)$ . En efecte, si calculem el mòdul del coeficient de reflexió trobem que és idèntic en qualsevol punt de la línia, i en particular en la càrrega:

$$|\Gamma(x)| = \frac{V_-}{V_+} = |\Gamma_L| \quad 1.41$$

En el càlcul de línies de transmissió resulta molt convenient la relació entre el coeficient de reflexió i la impedància. Podem calcular la impedància en qualsevol punt de la línia,  $Z(x)$ , usant les expressions de tensió i corrent, 1.32 i 1.33:

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = Z_0 \frac{V_+ e^{-j\beta x} + V_- e^{j\beta x}}{V_+ e^{-j\beta x} - V_- e^{j\beta x}} \quad 1.42$$

Per tant, la impedància de càrrega, que es correspon amb el cas  $x = 0$ , és el resultat de:

$$Z_L = Z(0) = Z_0 \frac{V_+ + V_-}{V_+ - V_-} \quad 1.43$$

Combinant aquesta equació amb el coeficient de reflexió en la càrrega (equació 1.26) obtenim la relació següent, molt usada en el càlcul de línies de transmissió:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad 1.44$$

De fet, aquesta expressió es pot generalitzar, combinant 1.39 i 1.42:

$$\Gamma(x) = \frac{Z(x) - Z_0}{Z(x) + Z_0} \quad 1.45$$

Hem considerat la càrrega com a punt d'interès perquè és un dels elements crítics en el disseny de circuits de microones. En efecte, en moltes aplicacions es vol minimitzar la reflexió en la càrrega, per a transferir el màxim de potència

útil a aquesta. Si volem que no hi hagi reflexió, és a dir, que  $\Gamma_L = 0$ , cal que la impedància de càrrega sigui igual a la impedància característica. Aquest cas correspon al d'una línia de transmissió adaptada, és a dir:

$$Z_L = Z_0 \Rightarrow \Gamma_L = 0 \quad 1.46$$

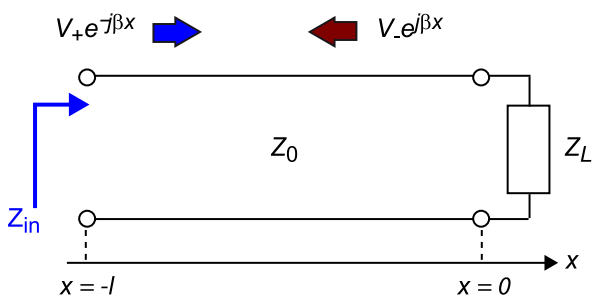
Diem que una línia de transmissió està terminada quan es carrega amb una impedància de càrrega arbitrària,  $Z_L$ . Diem que una càrrega està adaptada a la línia de transmissió quan el seu valor és el corresponent a la impedància característica de la línia,  $Z_L = Z_0$ , de manera que s'anul·la el coeficient de reflexió,  $\Gamma_L = 0$ .

### 4.3. Equació d'impedància d'una línia de transmissió

L'equació 1.42 permet calcular la impedància en qualsevol punt de la línia de transmissió en funció dels valors de tensió incident i reflectida. No obstant això, en la majoria de casos pràctics interessa calcular les impedàncies a partir dels paràmetres de la línia de transmissió, com la impedància característica  $Z_0$  o la longitud  $l$ .

A continuació deduirem l'equació d'impedància d'una línia de transmissió. Aquesta equació permet determinar la impedància d'entrada d'una línia de transmissió genèrica, que acaba en una càrrega arbitrària  $Z_L$  (figura 9).

Figura 9. Línia de transmissió que acaba en una impedància  $Z_L$



**Figura 9**

L'equació d'impedància d'una línia de transmissió determina la impedància d'entrada,  $Z_{in}$ .

La impedància d'entrada,  $Z_{in}$ , es correspon amb el cas  $x = -l$ . Per tant, partint de l'equació 1.42 obtenim:

$$Z_{in} = Z(x = -l) = Z_0 \frac{V_+ e^{j\beta l} + V_- e^{-j\beta l}}{V_+ e^{j\beta l} - V_- e^{-j\beta l}} \quad 1.47$$

Usant el coeficient de reflexió en la càrrega, per l'expressió 1.40, tenim:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{e^{j\beta l} + \Gamma_L e^{-j\beta l}}{e^{j\beta l} - \Gamma_L e^{-j\beta l}} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_L e^{-j2\beta l}}{1 - \Gamma_L e^{-j2\beta l}} \quad 1.48$$

Substituint l'equació 1.44 en l'expressió anterior:

$$Z_{\text{in}} = Z_0 \frac{(Z_L + Z_0)e^{j\beta l} + (Z_L - Z_0)e^{-j\beta l}}{(Z_L + Z_0)e^{j\beta l} - (Z_L - Z_0)e^{-j\beta l}} = Z_0 \frac{Z_L \cos \beta l + jZ_0 \sin \beta l}{Z_0 \cos \beta l + jZ_L \sin \beta l} \quad 1.49$$

Si simplifiquem, l'equació d'impedància d'una línia de transmissió resulta:

$$Z_{\text{in}} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l} \quad 1.50$$

Aquesta fórmula és de gran utilitat en el disseny de línies de transmissió i té diverses implicacions.

En primer lloc, es trenca amb l'esquema conceptual dels efectes de baixa freqüència. En efecte,  $Z_{\text{in}}$  depèn de quatre variables fonamentals en les línies de transmissió: la longitud, la freqüència, la impedància característica i la càrrega, de manera que  $Z_{\text{in}} = Z_{\text{in}}(l, f, Z_0, Z_L)$ . Òbviament, l'equació d'impedància ha de complir amb el cas de baixes freqüències. Així:

$$f \rightarrow 0 \Rightarrow \beta l = \frac{2\pi}{\lambda} l = \frac{2\pi f}{v_p} l \rightarrow 0 \Rightarrow \tan \beta l \rightarrow 0 \Rightarrow Z_{\text{in}} \approx Z_L \quad 1.51$$

És a dir, per a baixes freqüències recuperem el valor típic que indica que la impedància d'entrada és directament el valor de la càrrega (sense cap influència dels paràmetres de la línia o la freqüència), mentre que això deixa de ser vàlid a altes freqüències.

Una segona implicació és que el valor de  $Z_{\text{in}}$  és complex i periòdic, atesa la presència de la funció tangent.

Això fa que una de les característiques dels circuits de microones sigui la de presentar respostes en freqüència periòdiques.

$Z_{\text{in}}$  és periòdica en  $l$  per a múltiples de  $\lambda/2$ , és a dir, per a  $l' = n\lambda/2$ . Això implica que la impedància d'entrada d'una línia de transmissió no variarà si s'hi inseeix una secció de línia de longitud  $n\lambda/2$ .

A fi de comprovar aquests efectes es proposa l'exemple següent.

Determineu la impedància d'entrada per a una línia de transmissió en funció de la seva longitud, si aquesta s'acaba amb un curtcircuit. Considereu una línia de transmissió de  $Z_0 = 50 \Omega$ , a  $f = 3 \text{ GHz}$  i  $\epsilon_r = 1$ . Dibuixeu la funció  $Z_{\text{in}} = Z_{\text{in}}(l)$ .

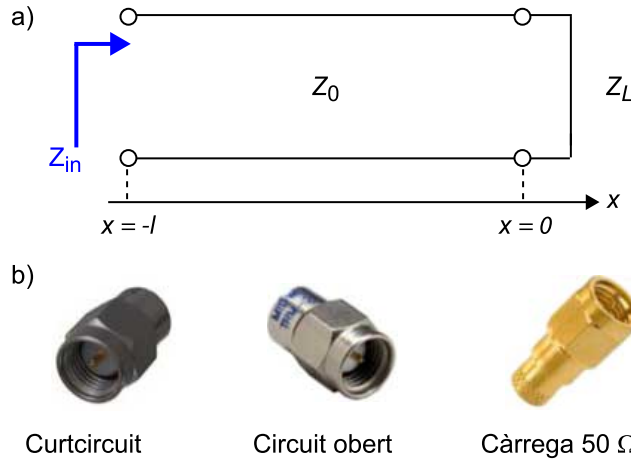
Repetiu l'exemple considerant la longitud del cable constant ( $l = 10 \text{ cm}$ ) i la freqüència variable. Dibuixeu  $Z_{\text{in}} = Z_{\text{in}}(f)$ .

**Solució**

En primer lloc, apliquem l'expressió 1.50 per al cas d'una impedància de càrrega basada en un curtcircuit, és a dir,  $Z_L = 0$  (figura 10).

$$Z_{in} = jZ_0 \tan \beta l = jZ_0 \tan \frac{2\pi f \sqrt{\epsilon_r}}{c} l = j50 \tan 20\pi l \quad 1.52$$

Figura 10. a) Esquema d'una línia de transmissió que acaba en un curtcircuit. b) Exemple real de diversos connectors SMA per a acabar en curtcircuit, circuit obert i càrrega d'adaptació a 50 Ω



Noteu que, en aquest cas, la periodicitat es defineix cada:

$$l = n \frac{\lambda}{2} = n \frac{c}{2f \sqrt{\epsilon_r}} = \frac{n}{20} = 0,05n \text{ m per a } n = 1, 2, 3 \dots \quad 1.53$$

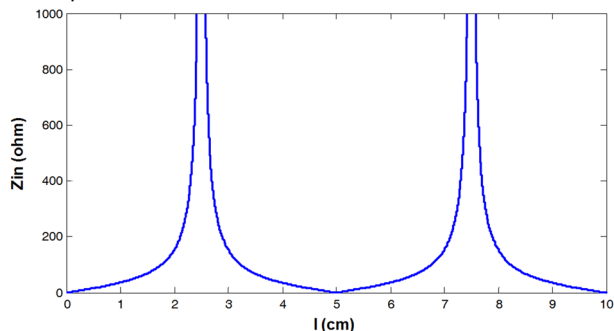
Això significa que cada 5 cm es repeteix el valor de la impedància calculada inicialment. Atès que  $Z_{in}$  és purament complexa,  $Z_{in} = jX_{in}$ , podem representar directament el mòdul de  $Z_{in}$ , el valor del qual coincideix amb el de la reactància,  $X_{in}$ , en funció de  $l$ , tal com es mostra en el gràfic de la figura 11. Cal notar que la periodicitat de la impedància coincideix amb els valors calculats. A més, podem apreciar que  $Z_{in}$  presenta valors en funció de  $l$ , tan diversos com:

$$l = 0 \Rightarrow Z_{in} = 0 \quad 1.54$$

$$l = \frac{\lambda}{4} = 2,5 \text{ cm} \Rightarrow Z_{in} = \infty \quad 1.55$$

És a dir, que depenent de la longitud de la línia de transmissió, carregada amb una mateixa càrrega, a una determinada freqüència, podem observar impedàncies d'entrada tan dispars com un curtcircuit o un circuit obert.

Figura 11. Variació del valor absolut de la impedància d'entrada en funció de la longitud de la línia de transmissió, per a l'exemple considerat





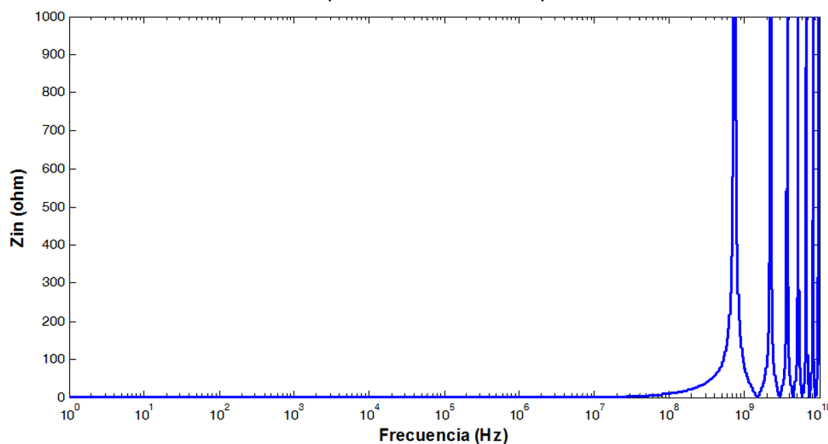
A continuació considerem una línia determinada de longitud,  $l = 10$  cm, i observem l'impacte de la freqüència. En aquest cas, la impedància d'entrada de la línia que acaba en un curtcircuit es correspon amb l'equació següent:

$$Z_{in} = jZ_0 \tan \beta l = jZ_0 \tan \frac{2\pi f \sqrt{\epsilon_r}}{c} l = j50 \tan \frac{2\pi f}{3 \cdot 10^9} \quad 1.56$$

La figura 12 il·lustra la dependència de la línia considerada en funció de la freqüència. Aquest exemple gràfic mostra clarament els efectes de baixa freqüència<sup>2</sup>, mentre que a mesura que ens apropem al règim de freqüències altes apareixen els efectes de paràmetres distribuïts propis de les línies de transmissió, els quals generen diferents valors de la impedància d'entrada que es reproduïxen periòdicament amb la freqüència. En efecte, aquest efecte és un fenomen intrínsec en les respostes en freqüència dels circuits de microones, tal com hem explicat. En relació amb la freqüència, amb la resta de paràmetres constants el període és determinat per:

$$\frac{2\pi f \sqrt{\epsilon_r}}{c} l = \pi \Rightarrow f = \frac{c}{2\sqrt{\epsilon_r} l} = 1,5 \text{ GHz} \quad 1.57$$

Figura 12. Variació del valor absolut de la impedància d'entrada de la línia de transmissió considerada en l'exemple en funció de la freqüència



Resulta interessant analitzar el resultat de l'equació d'impedància en diversos casos particulars d'impedància de càrrega o longitud de línia per la seva rellevància especial. Així, en els casos següents, l'aplicació de l'equació 1.50 implica:

- **Adaptació d'impedàncies:**  $Z_L = Z_0$

$$Z_{in} = Z_0 \quad 1.58$$

És a dir, que si la línia de transmissió està adaptada per a una freqüència determinada, la impedància d'entrada serà sempre el valor de  $Z_0$ , independentment de la longitud de la línia.

- **Terminació en curtcircuit:**  $Z_L = 0$

$$Z_{in} = jZ_0 \tan \beta l \quad 1.59$$

En aquest cas, la càrrega és purament complexa i la impedància té caràcter inductiu (el valor de la tangent es considera positiu).

- **Terminació en circuit obert:**  $Z_L \rightarrow \infty$

<sup>(2)</sup>La teoria de circuits convencional indicaria  $Z_{in} = 0$ .

$$Z_{\text{in}} = -jZ_0 \cotan\beta l \quad 1.60$$

En aquest cas, la càrrega és purament complexa i la impedància té caràcter capacitiu (el valor de la cotangent es considera positiu).

- **Longitud de línia:**  $l = \lambda/2$

$$Z_{\text{in}} = Z_L \quad 1.61$$

Per tant, si la longitud de línia compleix amb el valor  $\lambda/2$ , la impedància vista a l'entrada correspon directament al valor de càrrega. Aquest fet és conseqüència de la periodicitat comentada anteriorment.

- **Longitud de línia:**  $l = \lambda/4$

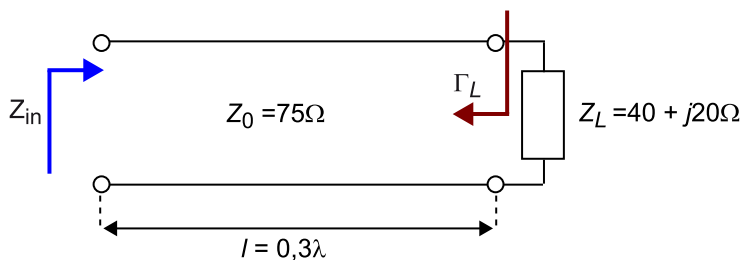
$$Z_{\text{in}} = \frac{Z_0^2}{Z_L} \quad 1.62$$

L'aplicació de seccions de línia d'aquesta longitud (i en general de  $\lambda/4 + n\lambda/2$ ) implica que la impedància d'entrada presenta una dependència inversament proporcional a la càrrega. Per aquest motiu, aquest cas es coneix com a *transformador  $\lambda/4$*  o *inversor d'impedàncies*. Noteu que en aquest cas una terminació de càrrega de curtcircuit implica una impedància d'entrada de circuit obert i viceversa.

L'exemple següent presenta el càlcul de les variables d'interès en una línia de transmissió terminada.

Atesa la línia de transmissió terminada i sense pèrdues que es presenta en la figura 13:

Figura 13. Línia de transmissió de l'exemple



calculeu:

- el coeficient de reflexió en la càrrega,
- el coeficient de reflexió en l'entrada i
- la impedància d'entrada.

**Solució**

- El coeficient de reflexió en la càrrega,  $\Gamma_L$ , és determinat per:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{-35 + j20}{115 + j20} = 0,35e^{j2,45} \quad 1.63$$

b) El coeficient de reflexió en l'entrada,  $\Gamma_{in}$ , es pot calcular a partir del coeficient de reflexió generalitzat, sabent que l'entrada se situa en la posició  $x = -l$  i la càrrega en  $x = 0$ .

$$\Gamma(x) = \Gamma(0)e^{j2\beta x} \Rightarrow \Gamma_{in} = \Gamma_L e^{-j2\beta l} \quad 1.64$$

De l'enunciat sabem la relació entre la longitud de la línia i  $\lambda$ , per la qual cosa:

$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} 0,3\lambda = 0,6\pi \quad 1.65$$

Així, el coeficient de reflexió a l'entrada es calcula com:

$$\Gamma_{in} = 0,35e^{j2,45} e^{-j3,77} = 0,35e^{-j1,32} \quad 1.66$$

Es pot observar que, com hem explicat, el mòdul del coeficient de reflexió es manté constant al llarg de la línia, ja que:

$$|\Gamma_L| = |\Gamma_{in}| = 0,35 \quad 1.67$$

c) Per a determinar la impedància d'entrada apliquem l'equació d'impedància:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan\beta l}{Z_0 + jZ_L \tan\beta l} = 75 \frac{40 - j210,83}{136,55 - j123,11} = 69,71 - j52,95\Omega \quad 1.68$$

Aquest resultat també es podria obtenir a partir del coeficient de reflexió. En efecte:

$$\Gamma_{in} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} \Rightarrow Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{in}}{1 - \Gamma_{in}} = 69,71 - j52,95\Omega \quad 1.69$$

#### 4.4. Multireflexió

Fins ara solament hem considerat reflexions en la càrrega. Encara que aquest és un aspecte molt important en el disseny de circuits de microones, hem de tenir en compte que les reflexions apareixeran sempre que hi hagi algun tipus de desadaptació en el circuit, per exemple, entre la font i la línia de transmissió mateixa.

Considerem una línia de transmissió connectada a una font i carregada (figura 14), en què  $V_G$  i  $Z_G$  es corresponen amb la tensió i la impedància del generador, respectivament. Aquesta implementació permet modelitzar la gran majoria de circuits i xarxes actives i passives de microones. En general, la càrrega i el generador presenten desadaptació, ja que  $Z_L$ ,  $Z_G$  són valors diferents a  $Z_0$ . Per tant, a més del coeficient de reflexió en la càrrega,  $\Gamma_L$ , considerem el coeficient de reflexió en el generador,  $\Gamma_G$ :

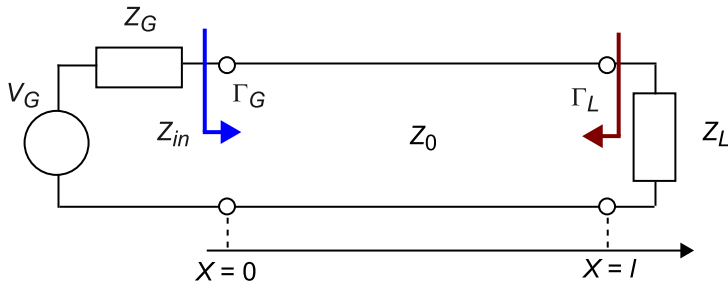
$$\Gamma_G = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0} \quad 1.70$$

Suposant que el senyal a la sortida del generador és  $V_+$ , el senyal que arribarà a la càrrega serà  $V_+ e^{-j\beta l}$ . Aquest serà parcialment reflectit i retornarà al generador amb un valor  $\Gamma_L V_+ e^{j2\beta l}$ . En aquest cas hi haurà reflexió en la font, de manera que l'ona arribarà novament a la càrrega, i serà  $\Gamma_L \Gamma_G V_+ e^{j3\beta l}$ , etc. El detall de

la seqüència de multireflexió s'il·lustra en la figura 14. Noteu que el senyal s'atenuarà progressivament, ja que, al marge de les pèrdues en una línia, els coeficients de reflexió compleixen:

$$|\Gamma_L| \leq 1 ; |\Gamma_G| \leq 1 \quad 1.71$$

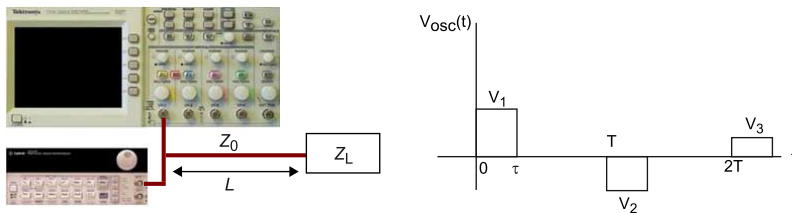
Figura 14. Línia de transmissió que acaba en una impedància  $Z_L$  i connectada a un generador d'impedància  $Z_G$ , juntament amb la seqüència de propagació deguda a la multireflexió



L'exemple següent mostra una aproximació de com s'han de fer les mesures bàsiques d'aquest fenomen i com s'han de relacionar els diversos paràmetres implicats.

El *setup* de mesura de la figura 15 consisteix en un oscil·loscopi i un generador de funcions connectats a un cable coaxial, de longitud  $L$ , sense pèrdues, amb  $Z_0 = 50 \Omega$  i connectat a una càrrega,  $Z_L$ . Amb el generador s'introdueix un pols d'amplitud  $V_1$  i durada  $\tau$ . La figura 15 mostra el resultat obtingut en la pantalla de l'oscil·loscopi.

Figura 15. Esquema del *setup* descrit i resposta mesurada en l'oscil·loscopi



Dades:

- $V_1 = 1 \text{ V}$ ;  $\tau = 15 \text{ ns}$ ;  $V_2 = -0,4 \text{ V}$ ;  $T = 150 \text{ ns}$
- Impedància del generador-oscil·loscopi:  $Z_G = \infty$
- Velocitat de propagació en el cable:  $v_p = 2c/3$

Determineu:

- la longitud del cable,
- el valor de la càrrega,  $Z_L$ , i

c) el valor de  $V_3$ .

### Solució

a) En l'oscil·loscopi s'aprecia el senyal d'entrada,  $V_1$ , i també el resultat de les reflexions corresponents. S'observa que el senyal que ha retornat de la reflexió en la càrrega,  $V_2$ , ho fa al cap d'un *temps*  $T$ . La longitud que ha recorregut aquest senyal és dues vegades la longitud del cable,  $L$ , i per tant:

$$2L = v_p T \Rightarrow L = \frac{v_p T}{2} = 15 \text{ m} \quad 1.72$$

b) El valor de la càrrega es pot determinar a partir del coeficient de reflexió. Noteu que en la càrrega,

$$\Gamma_L = \frac{V_2}{V_1} = -0,4 \quad 1.73$$

i, per tant, podem calcular  $Z_L$  segons:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \Rightarrow Z_L = Z_0 \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L} = 21,43\Omega \quad 1.74$$

c) Considerant que el sistema generador-oscil·loscopi té una impedància infinita,  $Z_G = \infty$ , la reflexió en el generador és:

$$\Gamma_G = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0} = 1 \quad 1.75$$

Per tant, el generador reflectirà qualsevol ona que provingui de la càrrega. Noteu que el mòdul de  $V_3$  es correspon amb el senyal mesurat en l'oscil·loscopi després de dues reflexions en la càrrega i una en la font, segons:

$$V_3 = \Gamma_L V_2 = \Gamma_L^2 \Gamma_G V_1 = 0,16V \quad 1.76$$

## 4.5. Relació d'ona estacionària

D'acord amb l'equació de propagació de la tensió, una línia de transmissió amb una càrrega adaptada té un voltatge la magnitud del qual és constant al llarg de tota la línia, segons:

$$|V(x)| = |V_{\downarrow}| \quad 1.77$$

En general, quan estem en condicions de desadaptació hi ha una superposició de les ones de tensió incidents i reflectides. L'ona resultant de la interferència de l'ona progressiva i regressiva es denomina *ona estacionària*. La magnitud del voltatge de l'ona estacionària s'expressa segons:

$$|V(x)| = |V_+ e^{-j\beta x} + V_- e^{j\beta x}| = |V_+ e^{-j\beta x} (1 + \Gamma_L e^{j2\beta x})| = |V_{\downarrow}| |1 + \Gamma_L e^{j2\beta x}| \quad 1.78$$

Si considerem la forma polar del coeficient de reflexió en la càrrega:

$$\Gamma_L = |\Gamma_L| e^{j\theta} \quad 1.79$$

podem expressar la variació de la magnitud del voltatge com:

$$|V(x)| = |V_+| |1 + |\Gamma_L| e^{j(2\beta x + \theta)}| \quad 1.80$$

Per tant, els valors màxim i mínim d'aquesta magnitud són el resultat de:

$$|V_{\text{màx}}| = |V_+| (1 + |\Gamma_L|) \quad 1.81$$

$$|V_{\text{mín}}| = |V_+| (1 - |\Gamma_L|) \quad 1.82$$

La **relació d'ona estacionària**<sup>3</sup> (**VSWR**) es defineix com el quocient entre aquests valors màxim i mínim:

$$VSWR = \frac{|V_{\text{màx}}|}{|V_{\text{mín}}|} = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} \quad 1.83$$

<sup>(3)</sup>En anglès, *standing wave ratio* (SWR).

Atesa la dependència d'aquest paràmetre respecte del coeficient de reflexió, VSWR es considera un indicador del nivell de desadaptació en la línia. En efecte, en aïllar el mòdul del coeficient de reflexió de l'expressió anterior:

$$|\Gamma_L| = |\Gamma(x)| = \frac{VSWR - 1}{VSWR + 1} \quad 1.84$$

Cal notar que, per a una bona adaptació, VSWR ha de tenir un valor proper a la unitat. El valor de VSWR constitueix una especificació rellevant per als components de microones. A partir de la definició 1.83 calcularem alguns casos particulars d'interès:

- **Adaptació d'impedàncies:**  $Z_L = Z_0$   
 $VSWR = 1 \quad 1.85$

Aquest és el valor mínim que pot tenir la relació d'ona estacionària.

- **Terminació en curtcircuit:**  $Z_L = 0$   
 $VSWR \rightarrow \infty \quad 1.86$

- **Terminació en circuit obert:**  $Z_L \rightarrow \infty$   
 $VSWR \rightarrow \infty \quad 1.87$

Tots dos casos, curtcircuit i circuit obert, duen a un valor infinit perquè el denominador de l'expressió és nul. Aquest seria el valor màxim per a VSWR.

Calculeu la relació d'ona estacionària (*VSWR*) per a la línia de transmissió il·lustrada en la figura 13.

#### Solució

En primer lloc, hem d'obtenir el coeficient de reflexió en la càrrega,  $\Gamma_L$ . Tal com s'havia calculat en l'exemple corresponent a la figura 13:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{-35 + j20}{115 + j20} = 0,35e^{j2,45} \Rightarrow |\Gamma_L| = 0,35 \quad 1.88$$

Per tant, si apliquem l'equació 1.83 obtenim:

$$VSWR = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} = 2,08 \quad 1.89$$

## 4.6. Aplicació de la carta de Smith

A manera de resum, conclourem aquest apartat amb el càlcul dels paràmetres principals d'una línia de transmissió carregada, fent servir la carta de Smith.

La **carta de Smith** és una eina potent per a dissenyar circuits de micro-ones.

#### Vegeu també

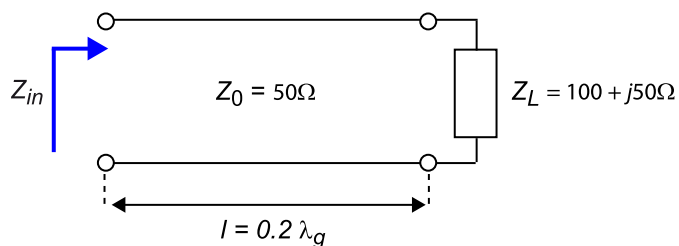
Vegeu l'"Annex" dedicat a la carta de Smith d'aquest material didàctic.

Plantejarem un exemple en què les solucions s'obtidran per complet amb la carta de Smith i es deixa per a l'estudiant, a manera de repàs, la verificació dels resultats obtinguts mitjançant les equacions estudiades prèviament.

Per a la línia de transmissió següent (figura 16), obtingueu amb la carta de Smith:

- el coeficient de reflexió en la càrrega,
- la impedància d'entrada,
- l'admitància de càrrega i
- la relació d'ona estacionària.

Figura 16. Línia de transmissió carregada, segons les dades de l'exemple



#### Solució

- Inicialment partim de la càrrega normalitzada:

$$\bar{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 2 + j \quad 1.90$$

Aquest valor se situa en la carta de Smith, tal com es mostra en la figura 17. La determinació del coeficient de reflexió en aquest punt és directa, prenent el mòdul i fase del segment definit entre la càrrega normalitzada i el centre de la carta. Així:

$$\Gamma_L = \Gamma_L e^{j\theta} = 0,44e^{j27^\circ} \quad 1.91$$

b) Per a determinar la impedància d'entrada, ens hem de moure des del valor de la impedància de càrrega cap a la font, una distància equivalent a la longitud de la línia de transmissió. Per tant, si l'escala de referència de longitud d'ona de la carta de Smith és de  $0,214\lambda$  per a la impedància de càrrega (figura 17), el punt corresponent a  $Z_{in}$  és determinat segons:

$$lZ_{in} = lZ_L + l = 0,214\lambda + 0,2\lambda = 0,414\lambda \quad 1.92$$

Recordem que moure'ns cap a la font a través d'una línia de transmissió equival a descriure un moviment seguint el sentit de les agulles del rellotge en el cercle definit amb el centre de la carta i el radi equivalent al mòdul del coeficient de reflexió. Segons aquest moviment, obtenim:

$$\overline{Z}_{in} = 0,5 - j0,5 \quad 1.93$$

Desnormalitzant:

$$Z_{in} = Z_0 \overline{Z}_{in} = 25 - j25 \ \Omega \quad 1.94$$

c) L'admitància de càrrega es llegeix directament de la càrrega, en aplicar un desplaçament de  $\lambda/4$  en la carta de la impedància de càrrega, o el que és el mateix, una rotació de  $180^\circ$  a aquesta, i per tant:

$$\overline{Y}_L = 0,4 - j0,2 \quad 1.95$$

Desnormalitzant:

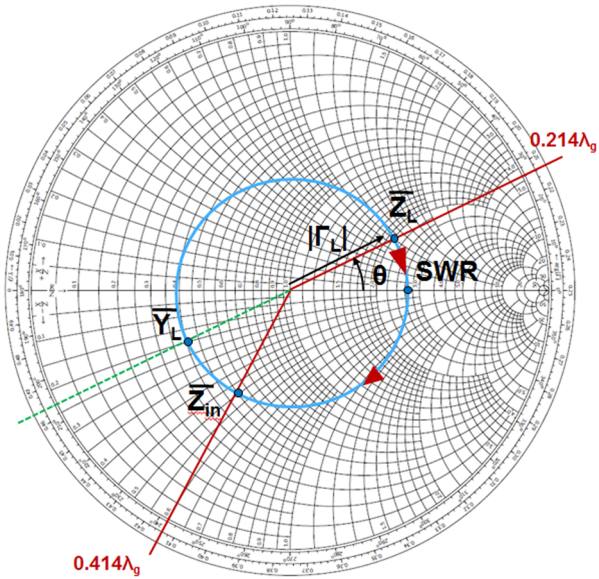
$$Y_L = Y_0 \overline{Y}_L = \frac{\overline{Y}_L}{Z_0} = (8 - j4) \cdot 10^{-3} \text{ S} \quad 1.96$$

d) Finalment, atès que  $VSWR$  és un valor real que pot variar entre 1 i  $\infty$ , aquest se situarà en el semieix real corresponent de la carta de Smith. Per tant, el valor de  $VSWR$  es correspon amb la intersecció del cercle descrit anteriorment (conegut com a cercle  $VSWR$ ) amb el semieix dret de valors reals de la carta. Així:

$$VSWR = 2,6 \quad 1.97$$



Figura 17. Solució de l'exemple plantejat amb la carta de Smith

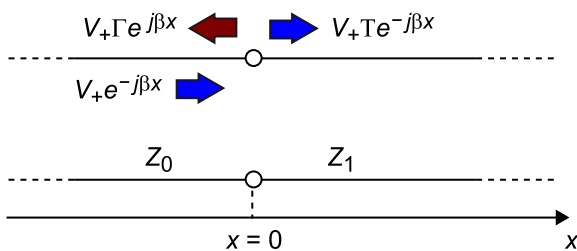


## 5. Coeficient de transmissió

De vegades cal considerar transicions entre sistemes amb diferents impedàncies característiques, per exemple en les connexions entre diversos cables o en les transicions entre connectors i plaques de circuit imprès. Aquests canvis sobtats en el valor de la impedància característica del sistema generen reflexions i transmissions, com veurem tot seguit.

Considerem l'esquema de la figura 18, en el qual es mostra la unió de dues línies de transmissió de longitud infinita (aquesta simplificació ens permet evitar les reflexions en els extrems oposats de les línies de transmissió respectives) amb impedàncies característiques  $Z_0$  i  $Z_1$ , respectivament.

Figura 18. Efectes de reflexió i transmissió en una unió amb dues línies de transmissió de diferent impedància característica



En el punt d'intersecció de totes dues línies hi ha reflexió a causa del canvi abrupte d'impedància, per la qual cosa el coeficient de reflexió s'expressa de la manera següent:

$$\Gamma = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} \quad 1.98$$

Atès que no tot el senyal es reflecteix en la intersecció de totes dues línies, hi ha un cert nivell de transmissió que definirem a partir d'un coeficient de transmissió  $T$ . Si considerem que el punt  $x = 0$  és el corresponent a la intersecció, tenim que el voltatge en totes dues línies s'expressa com:

$$V(x) = V_+(e^{-j\beta x} + \Gamma e^{j\beta x}) \quad x < 0 \quad 1.99$$

$$V(x) = V_+ T e^{-j\beta x} \quad x > 0 \quad 1.100$$

En igualar totes dues tensions en  $x = 0$ , per continuïtat, obtenim:

$$T = 1 + \Gamma = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_0} \quad 1.101$$

El coeficient de transmissió s'expressa típicament en dB i es defineix com a pèrdues d'inserció ( $IL^4$ ), segons:

<sup>(4)</sup>Sigla d'*Insertion Loss*.

$$IL = -20 \log |\Gamma| \quad 1.102$$

De la mateixa manera, les pèrdues de retorn ( $RL^5$ ) associades amb la reflexió es defineixen com:

<sup>(5)</sup>Sigla de *Return Loss*.

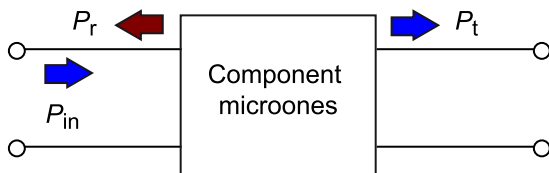
$$RL = -20 \log |\Gamma| \quad 1.103$$

## 6. Balanç de potència

Les pèrdues d'inserció i retorn constitueixen, igual que la *VSWR*, algunes de les especificacions més rellevants dels components de microones. Concretament ofereixen informació significativa des del punt de vista del balanç de potències en un component.

Considerem la figura 19, en la qual  $P_{in}$ ,  $P_r$  i  $P_t$  es corresponen amb les potències incident, reflectida i transmesa en un component de microones biport.

Figura 19. Balanç de potències en un component de microones de dos ports



Des del punt de vista de potències, les *pèrdues d'inserció* es defineixen com:

$$IL = -10 \log \frac{P_t}{P_{in}} \quad 1.104$$

Així mateix, les pèrdues de retorn equivalen a:

$$RL = -10 \log \frac{P_r}{P_{in}} \quad 1.105$$

en què les diferents potències s'expressen com:

$$P_{in} = \frac{|V_+|^2}{Z_0} \quad 1.106$$

$$P_r = \frac{|V_-|^2}{Z_0} = \frac{|V_+|^2 |\Gamma|^2}{Z_0} = |\Gamma|^2 P_{in} \quad 1.107$$

$$P_t = P_{in} - P_r = (1 - |\Gamma|^2) P_{in} \quad 1.108$$

L'última expressió assumeix que no hi ha pèrdues. En cas que se'n comptabilitzin, caldria afegir-hi un quart terme de potència que les considerés.

Vegem un exemple sobre aquest tema.

Un circuit de microones representat per l'esquema de la figura 19 presenta una *VSWR* d'1,4 al llarg de l'interval de freqüència 2-3 GHz. Les pèrdues d'inserció són de 0,5 dB.

Calculeu les pèrdues de retorn. Determineu el balanç de potències considerant els percentatges de potència reflectida i transmesa en relació amb la potència incident.

### Solució

A partir del valor de VSWR podem obtenir el mòdul del coeficient de reflexió:

$$|\Gamma| = \frac{VSWR-1}{VSWR+1} = 0,17 \quad 1.109$$

Aquest valor ens permet calcular els valors de la potència reflectida i transmesa en relació amb la potència incident:

$$P_r = |\Gamma|^2 P_{in} = 0,03 P_{in} \quad 1.110$$

Atès que en el nostre cas tenim les pèrdues d'inserció, podem calcular la potència transmesa:

$$IL = -10 \log \frac{P_t}{P_{in}} = 0,5 \text{ dB} \Rightarrow P_t = 0,89 P_{in} \quad 1.111$$

Les pèrdues de retorn es calculen segons:

$$RL = -10 \log \frac{P_r}{P_{in}} = 15,23 \text{ dB} \quad 1.112$$

Pel que fa al balanç de potències, noteu que:

- La potència transmesa constitueix un 89% de la potència incident.
- La potència reflectida correspon al 3% de la potència incident.
- El 8% de la potència incident és degut a pèrdues del circuit, desadaptació a la sortida, efectes de radiació, etc.

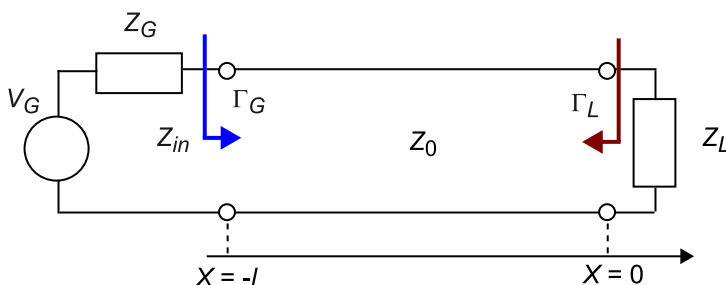
Per tant, podem considerar el balanç com:

$$P_{in} = P_t + P_r + P_l = 0,89 P_{in} + 0,03 P_{in} + 0,08 P_{in} \quad 1.113$$

en què  $P_l$  constitueix el terme de pèrdues.

Un sistema basat en un generador, una línia de transmissió i una càrrega permet descriure moltes de les configuracions que s'han d'abordar en problemes de circuits de microones. A continuació considerarem un d'aquests esquemes (figura 20) i calcularem la potència lliurada a la càrrega en diverses situacions d'interès.

Figura 20. Sistema basat en un generador connectat a una línia de transmissió carregat amb una impedància de càrrega



El voltatge de la línia en la connexió amb el generador ( $x = -l$ ) és determinat per:

$$V_{\text{in}} = V(x = -l) = V_+(e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l}) = V_G \frac{Z_{\text{in}}}{Z_{\text{in}} + Z_G} \quad 1.114$$

La potència lliurada en la càrrega s'expressa com:

$$P = \frac{1}{2} \text{Re}\{V_{\text{in}} I_{\text{in}}^*\} = \frac{1}{2} |V_{\text{in}}|^2 \text{Re}\left\{\frac{1}{Z_{\text{in}}}\right\} = \frac{1}{2} |V_G|^2 \left|\frac{Z_{\text{in}}}{Z_{\text{in}} + Z_G}\right|^2 \text{Re}\left\{\frac{1}{Z_{\text{in}}}\right\} \quad 1.115$$

Desglossant la part real i complexa de les impedàncies implicades:

$$Z_{\text{in}} = R_{\text{in}} + jX_{\text{in}} \quad 1.116$$

$$Z_G = R_G + jX_G \quad 1.117$$

L'expressió de la potència resulta:

$$P = \frac{1}{2} |V_G|^2 \frac{R_{\text{in}}}{(R_{\text{in}} + R_G)^2 + (X_{\text{in}} + X_G)^2} \quad 1.118$$

Analitzem els casos d'interès següents:

- **Càrrega adaptada a la línia:**  $Z_L = Z_0$

En aquest cas, sabem que la impedància d'entrada és igual a la impedància característica (equació 1.58). Per tant, la potència lliurada a la càrrega s'expressa:

$$P = \frac{1}{2} |V_G|^2 \frac{Z_0}{(Z_0 + R_G)^2 + (X_G)^2} \quad 1.119$$

- **Generador adaptat a la línia:**  $Z_{\text{in}} = Z_G$

En aquest cas la potència lliurada a la càrrega és:

$$P = \frac{1}{2} |V_G|^2 \frac{R_G}{4(R_G^2 + X_G^2)} \quad 1.120$$

- **Adaptació conjugada:**  $Z_{\text{in}} = (Z_G)^*$

Aquesta condició es correspon amb el valor màxim de potència lliurada a la càrrega, com veurem a continuació. Considerant que la impedància del generador és constant, calcularem el valor òptim de la impedància d'entrada que maximitza la potència lliurada a la càrrega. Per a això, derivarem  $P$  respecte a la part real i imaginària de  $Z_{\text{in}}$ :

$$\frac{\partial P}{\partial R_{\text{in}}} = 0 \Rightarrow R_G^2 - R_{\text{in}}^2 + (X_{\text{in}} + X_G)^2 = 0 \quad 1.121$$

$$\frac{\partial P}{\partial X_{\text{in}}} = 0 \Rightarrow X_{\text{in}} + X_G = 0 \quad 1.122$$

Solucionant el sistema d'equacions 1.121 i 1.122 obtenim:

$$R_{\text{in}} = R_G ; X_{\text{in}} = -X_G \quad 1.123$$

O, de manera equivalent:

$$Z_{\text{in}} = Z_G^* \quad 1.124$$

Aquesta condició es coneix com a *adaptació conjugada* i implica màxima transferència de potència a la càrrega, amb una impedància determinada del generador. En aquest cas:

$$P = \frac{1}{2} |V_G|^2 \frac{1}{4R_G} = \frac{|V_G|^2}{8R_G} \quad 1.125$$

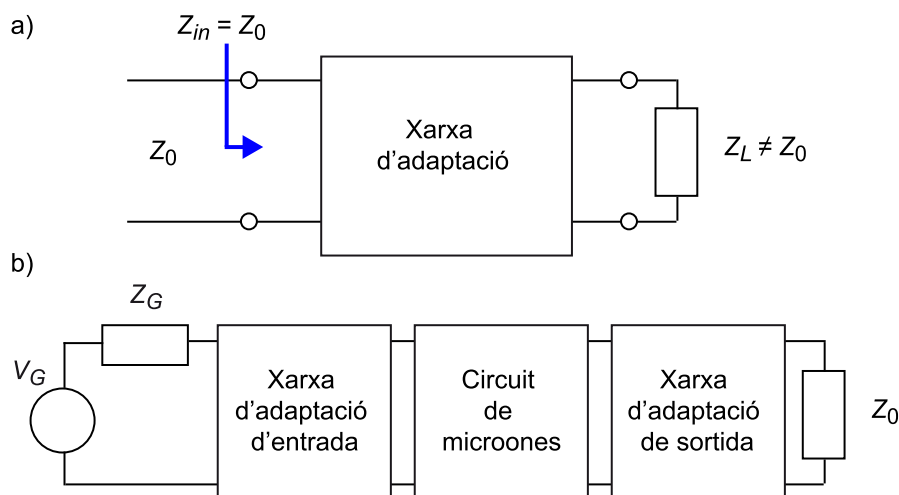
Aquest valor constitueix també el valor de potència màxima disponible en el generador. És important destacar que els coeficients de reflexió en aquest cas no han de ser necessàriament nuls, ja que en alguns casos la potència deguda als efectes de multireflexió es podria afegir en fase i obtenir més potència que en cas que no hi hagués reflexions.

## 7. Adaptació en línies de transmissió

En aquest apartat analitzarem la importància de les xarxes d'adaptació en la implementació dels circuits de microones i estudiarem diverses tècniques per a dissenyar xarxes d'adaptació, com els elements discrets, els transformadors  $\lambda/4$  i els *stubs*.

El concepte de *xarxes d'adaptació* és fonamental en el disseny de circuits de microones. Com hem vist, les línies de transmissió amb impedàncies de càrrega o de font de valor diferent a la impedància característica generen reflexions. Aquest fet succeeix en la gran majoria de dissenys. Per a evitar aquest efecte es requereix el disseny d'un circuit conegut com a *xarxa d'adaptació*, el concepte de la qual s'il·lustra en la figura 21.

Figura 21. a) Concepte de *xarxa d'adaptació*. b) Xarxa d'adaptació genèrica per a un circuit de microones biport



La introducció d'una xarxa d'adaptació entre un circuit de microones (amb impedància característica  $Z_0$ ) i una càrrega  $Z_L$  permet que la impedància a l'entrada d'aquesta xarxa coincideixi amb la impedància característica de la línia, de manera que el coeficient de reflexió sigui nul. Els principals avantatges de l'ús de xarxes d'adaptació són:

- Optimitzar (maximitzar) la potència lliurada a la càrrega (assumint que el generador està adaptat).
- Optimitzar (minimitzar) les pèrdues de potència en la línia d'alimentació.
- En circuits com ara receptors/transmissors de comunicació es millora la relació entre senyal i soroll del sistema i es minimitza la potèn-



cia de senyal de radiofreqüència requerida (prolongació de l'ús de bateries i reducció del risc de perills per a la salut humana).

Els mètodes més habituals en la implementació de xarxes d'adaptació són els següents:

- elements discrets,
- transformadors de  $\lambda/4$  (configuració simple o múltiple),
- *stubs* d'adaptació (configuracions en sèrie, paral·lel –simple o múltiple–) i
- combinacions de les anteriors.

L'elecció del tipus de xarxa d'adaptació depèn de diversos paràmetres com la **complexitat** (compromís entre cost i prestacions), l'**amplada de banda** (les xarxes d'adaptació ofereixen una reflexió nul·la en el cas d'una freqüència i en moltes aplicacions es vol un grau alt d'adaptació en una banda de freqüències) i la **capacitat de reconfiguració**, és a dir, la possibilitat de sintonitzar les freqüències d'adaptació per a una mateixa aplicació.

#### Vegeu també

En els subapartats que s'exposen a continuació mostrarem alguns exemples de xarxes d'adaptació simples.

### 7.1. Xarxes d'adaptació basades en elements discrets

La idea d'aquesta topologia consisteix a utilitzar dos elements reactius de reactància  $X$  i susceptància  $B$  per tal d'adaptar una càrrega arbitrària  $Z_L$  segons es mostra en la figura 22. Hi ha dues configuracions possibles, l'elecció de les quals depèn de la posició que ocupa la càrrega normalitzada en la carta de Smith (la configuració de la figura 22a es correspon al cas de la càrrega situada dins del cercle  $1 + jx$ , mentre que la corresponent a la figura 22b es correspon al cas de la càrrega situada fora d'aquest cercle. Els valors de totes dues configuracions es corresponen amb inductàncies i capacitats, depenent del valor de la impedància de càrrega. L'ús de components discrets implica que les freqüències d'ús d'aquesta tècnica assoliran un valor màxim de l'ordre de 10 GHz. No obstant això, es poden trobar solucions operatives per a freqüències més altes basades en l'ús d'elements distribuïts (inductors i capacitats) que, com a contrapartida, penalitzen l'àrea consumida en els dissenys.

#### Vegeu també

Com veurem en el mòdul "Circuits passius de microones", aquest fet es deu a les impedàncies paràsites d'aquests components.

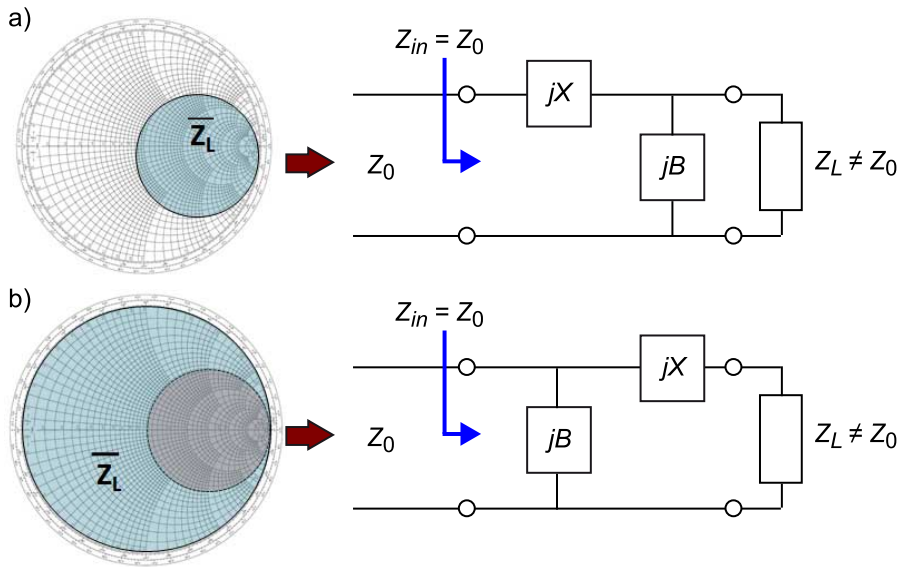
Si considerem el circuit de la figura 22a, en podem derivar la solució analítica. Si considerem que la impedància de càrrega s'expressa com:

$$Z_L = R_L + jX_L \quad 1.126$$

Cal notar que el fet de considerar que la impedància normalitzada de càrrega està dins del cercle  $1 + jx$  implica que:

$$R_L > Z_0 \quad 1.127$$

Figura 22. Xarxes d'adaptació basades en elements discrets per a una impedància de càrrega a) dins o b) fora del cercle  $1 + jx$



La impedància d'entrada vista des de l'entrada de la xarxa d'adaptació ha de complir:

$$Z_{in} = jX + \frac{1}{jB + (R_L + jX_L)^{-1}} = Z_0 \quad 1.128$$

Si desenvolupem i separem la part real i la complexa obtenim dos parells de solucions  $(B_1, X_1)$  i  $(B_2, X_2)$ :

$$B_{1,2} = \frac{X_L \pm \sqrt{(R_L/Z_0) \sqrt{R_L^2 + X_L^2} - Z_0 R_L}}{R_L^2 + X_L^2} \quad 1.129$$

$$X_{1,2} = \frac{1}{B_{1,2}} + \frac{X_L Z_0}{R_L} - \frac{Z_0}{B R_L} \quad 1.130$$

Si procedim anàlogament, el circuit de la figura 22b compleix:

$$R_L < Z_0 \quad 1.131$$

$$\frac{1}{Z_{in}} = jB + \frac{1}{R_L + j(X + X_L)} = \frac{1}{Z_0} \quad 1.132$$

I les solucions extremes són:

$$B_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{(Z_0 - R_L)/R_L}}{Z_0} \quad 1.133$$

$$X_{1,2} = \pm \sqrt{R_L(Z_0 - R_L)} - X_L \quad 1.134$$

Aquestes solucions també es poden obtenir amb l'ús de la carta de Smith.

Tot seguit desenvoluparem el càlcul de les xarxes d'adaptació per a un exemple concret.

Dissenyeu una xarxa d'adaptació per a adaptar una càrrega,  $Z_L$ , basada en una resistència i capacitat en sèrie a una línia de transmissió de  $50 \Omega$  que opera a  $1 \text{ GHz}$ , si  $Z_L = 500 - j 200 \Omega$ .

### Solució

En primer lloc, hem de determinar el circuit que cal emprar en la xarxa d'adaptació. Per a això, calculem la impedància de càrrega normalitzada:

$$\overline{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 10 - j4 \quad 1.135$$

Noteu que en aquest cas estem dins del cercle  $1 + jx$  en la carta de Smith i que, per tant, el circuit de disseny es correspon amb el de la figura 22a. Les equacions de disseny són:

$$B_{1,2} = \frac{X_L \pm \sqrt{(R_L/Z_0) \sqrt{R_L^2 + X_L^2} - Z_0 R_L}}{R_L^2 + X_L^2} \Rightarrow \begin{cases} B_1 = 0,0049 \\ B_2 = -0,0063 \end{cases} \quad 1.136$$

$$X_{1,2} = \frac{1}{B_{1,2}} + \frac{X_L Z_0}{R_L} - \frac{Z_0}{B R_L} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = 162,79 \\ X_2 = -162,79 \end{cases} \quad 1.137$$

El primer parell de solucions ( $B_1, X_1$ ) ens du a una susceptància positiva (una capacitat) i una reactància positiva (una inductància). Per tant:

$$C_1 = \frac{B_1}{2\pi f} = 0,78 \text{ pF} ; \quad L_1 = \frac{X_1}{2\pi f} = 25,9 \text{ nH} \quad 1.138$$

Quant al segon parell de solucions ( $B_2, X_2$ ) ens du a una susceptància negativa (inductiva) i una reactància negativa (una capacitat). Per tant:

$$L_2 = \frac{-1}{2\pi f B_2} = 25,26 \text{ nH} ; \quad C_2 = \frac{-1}{2\pi f X_2} = 0,98 \text{ pF} \quad 1.139$$

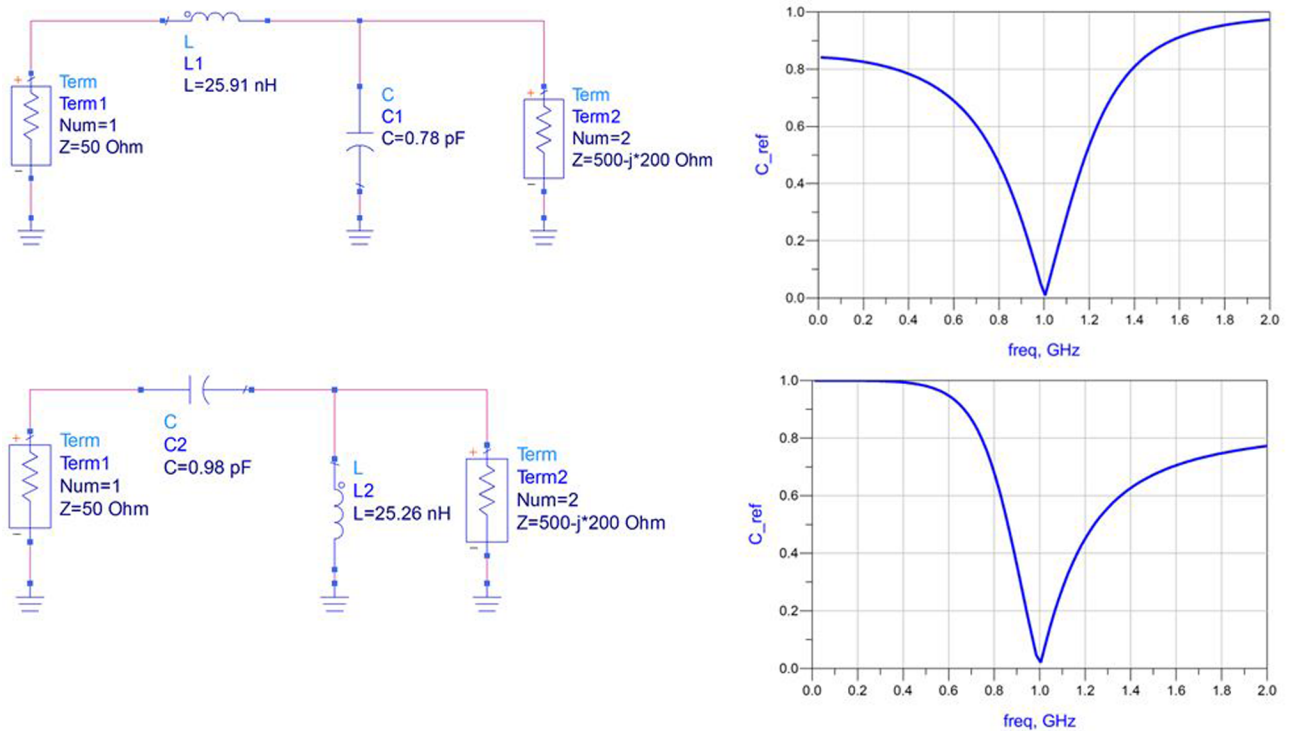
La figura 23 il·lustra les dues xarxes d'adaptació dissenyades, a més del resultat pel que fa a la simulació del coeficient de reflexió en funció de la freqüència, per a tots dos circuits. Noteu que, en el cas ideal, l'adaptació es produeix a una freqüència ( $1 \text{ GHz}$ ) per a la qual el coeficient de reflexió és nul. Òbviament, en allunyar-nos d'aquesta freqüència el valor del coeficient de reflexió augmenta perquè els valors reactius no es corresponen amb els criteris de disseny. Així mateix, no s'aprecia una variació significativa en les amplades de banda de totes dues solucions, si bé la primera topologia ofereix una solució més simètrica quant a la resposta.

### Lectures recomanades

D. M. Pozar (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

R. E. Collin (2001). *Foundations for Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

Figura 23. Xarxes d'adaptació com a solució de l'exemple plantejat i els seus coeficients de reflexió corresponents (en magnitud)



L'adaptació es produeix a 1 GHz.

## 7.2. Xarxes d'adaptació basades en transformadors $\lambda/4$

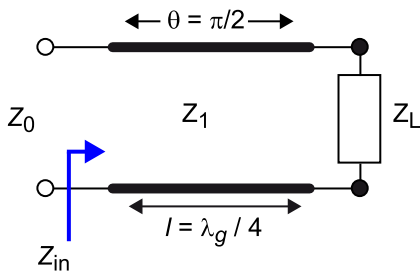
Aquest tipus de xarxes d'adaptació es basen en seccions de línia de transmissió de longitud  $\lambda/4$ . Tal com s'ha explicat en el subapartat "Equació d'impedància d'una línia de transmissió", l'equació d'impedància d'una línia de transmissió 1.50 deriva en un inversor d'impedàncies quan considerem una longitud de línia equivalent a  $\lambda/4 + n \lambda/2$ . La figura 24 esquematitza aquesta configuració, en la qual  $Z_1$  és la impedància característica de la línia  $\lambda/4$ . En aquest cas, per a tenir adaptació s'ha de satisfer que:

$$Z_{in} = \frac{Z_1^2}{Z_L} = Z_0 \quad 1.140$$

Per tant,  $Z_1$  ha de complir:

$$Z_1 = \sqrt{Z_0 Z_L} \quad 1.141$$

Figura 24. Transformador  $\lambda/4$  o inversor d'impedàncies d'una secció

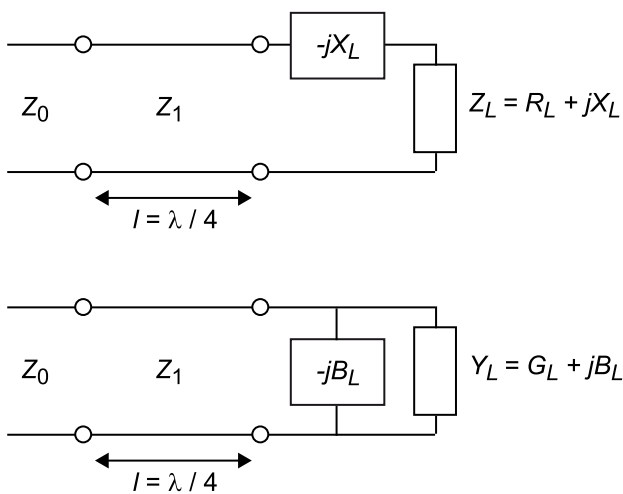


L'ús del transformador  $\lambda/4$  només és aplicable per a adaptar impedàncies reals. En cas que es considerin impedàncies amb component complex, es pot afegir la longitud apropiada de línia de transmissió entre la càrrega i l'inversor d'impedàncies o afegir-hi convenientment un element reactiu en sèrie o en paral·lel (figura 25). Igualment, l'ús d'una sola secció implica l'obtenció d'amplades de banda estretes. Podem fer una aproximació a l'amplada de banda fraccional del mòdul del coeficient de reflexió obtingut amb el circuit de la figura 24 a partir de l'expressió:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = 2 - \frac{4}{\pi} \arccos \left[ \frac{|\Gamma_m|}{\sqrt{1 - |\Gamma_m|^2}} \frac{2\sqrt{Z_0 Z_L}}{|Z_L - Z_0|} \right] \quad 1.142$$

en la qual  $f_0$  es correspon amb la freqüència central a la qual volem adaptar i  $\Delta f$  a l'amplada de banda definida en el valor màxim de la magnitud del coeficient de reflexió acceptable en el disseny. Així mateix, es pot ampliar l'amplada de banda mitjançant tècniques d'inserció de múltiples transformadors  $\lambda/4$ . Aquestes tècniques estan directament relacionades amb el disseny de filtres passabanda de microones.

Figura 25. Ús de reactàncies per a adequar l'ús d'un transformador  $\lambda/4$  a una càrrega complexa



L'exemple següent mostra el disseny d'una xarxa d'adaptació basada en un transformador  $\lambda/4$ , a més de la verificació corresponent mitjançant la simulació amb ADS.

Dissenyem una secció de transformador  $\lambda/4$  per a adaptar una càrrega de  $350 \Omega$  a una línia de  $100 \Omega$ , a una freqüència de  $f_0 = 4 \text{ GHz}$ . Considereu una  $\epsilon_r = 4,6$ . Determineu l'amplada de banda fraccional si  $VSWR \leq 2$ .

### Solució

Sabem que el transformador  $\lambda/4$ , amb impedància característica  $Z_1$  implica:

$$Z_1 = \sqrt{Z_0 Z_L} = 187,08 \Omega \quad 1.143$$

La longitud de la línia queda determinada segons:

$$l = \frac{\lambda}{4} = \frac{1}{4} \frac{c}{f_0 \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = 8,74 \text{ mm} \quad 1.144$$

A més, per a determinar l'amplada de banda fraccional, calculem el mòdul del coeficient de reflexió segons:

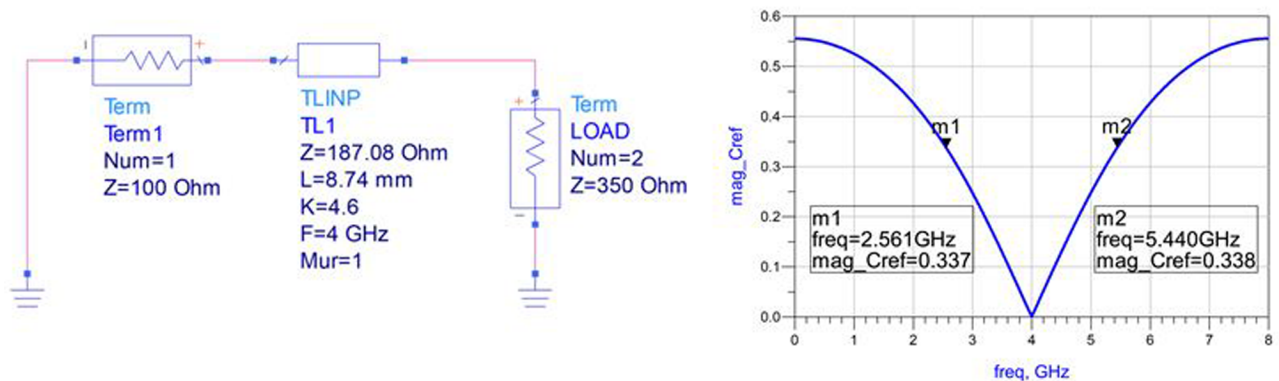
$$|\Gamma_m| = \frac{VSWR - 1}{VSWR + 1} = 0,33 \quad 1.145$$

Per la qual cosa l'amplada de banda fraccional es correspondrà amb:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = 2 - \frac{4}{\pi} \arccos \left[ \frac{|\Gamma_m|}{\sqrt{1 - |\Gamma_m|^2}} \frac{2\sqrt{Z_0 Z_L}}{|Z_L - Z_0|} \right] = 0,71 = 71\% \quad 1.146$$

Si simulem el circuit dissenyat i representem el mòdul del coeficient de reflexió en funció de la freqüència, obtenim els resultats que mostra la figura 26.

Figura 26. Xarxa d'adaptació com a solució de l'exemple plantejat i el seu coeficient de reflexió corresponent (en magnitud)



L'adaptació es produeix a 4 GHz, amb una amplada de banda fraccional del 70%.

Noteu que, d'acord amb els resultats de la simulació, el valor òptim del mòdul del coeficient de reflexió es produeix a 4 GHz, mentre que el màxim tolerable es produeix a les freqüències 5,44 GHz i 2,56 GHz, els valors de les quals coincideixen en bona aproximació amb l'amplada de banda fraccional prèviament estimada:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{(5,44 - 2,56) \cdot 10^9}{4 \cdot 10^9} = 0,72 = 72\% \quad 1.147$$

### 7.3. Xarxes d'adaptació basades en *stubs*

L'ús de determinades seccions de línia de transmissió, acabades en circuit obert o curtcircuit, conegudes com a *stubs*, permet implementar xarxes d'adaptació. L'avantatge d'introduir *stubs* és que es fabriquen directament com a part de les línies de transmissió del circuit de microones d'interès a un cost ínfim. La configuració dels *stubs* pot ser en sèrie o en paral·lel, malgrat que des del punt de vista pràctic, en la major part dels casos s'opta per la segona opció, ja que la implementació en paral·lel és fàcilment realitzable en línies de transmissió convencionals, com ara línies *microstrip* o *stripline*.

La figura 27 mostra la configuració típica d'una xarxa d'adaptació basada en un *stub* en paral·lel. Els paràmetres de disseny són la distància  $l_1$  de la línia de transmissió addicional situada entre la càrrega i l'*stub*, i el valor de la susceptància  $B$  del mateix *stub*, que determinarà una segona longitud  $l_2$ . En efecte, el valor de  $l_1$  es dissenya perquè l'admitància  $Y_A$  compleixi:

$$Y_A = Y_0 + jB \quad 1.148$$

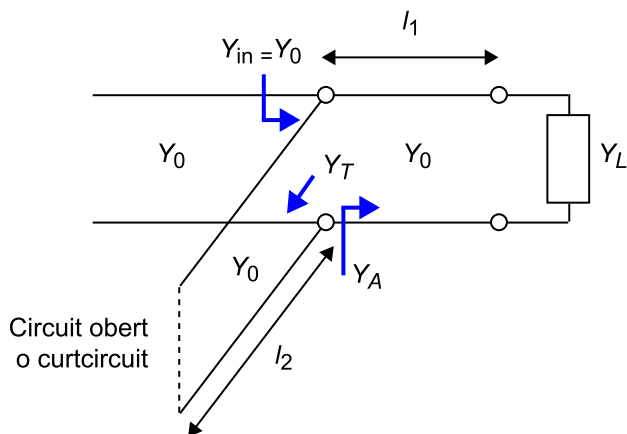
mentre que  $l_2$  es dissenya perquè l'admitància de l'*stub* ( $Y_T$ ) sigui:

$$Y_T = -jB \quad 1.149$$

de manera que l'admitància a l'entrada de la xarxa d'adaptació ( $Y_{in}$ ) satisfaci:

$$Y_{in} = Y_A + Y_T = Y_0 \quad 1.150$$

Figura 27. Xarxa d'adaptació basada en un *stub* en paral·lel



Les xarxes d'adaptació basades en *stubs* poden usar dues seccions de *stubs*. Aquest fet augmenta la complexitat del disseny en afegir-hi un grau de llibertat, però permet generar sintonitzadors, de manera que podem reajustar la xarxa d'adaptació per a càrregues variables.

A continuació teniu un exemple de disseny d'una xarxa d'adaptació basada en un *stub* paral·lel, fent servir la carta de Smith, i després comprovareu el resultat mitjançant una simulació.

Dissenyeu una xarxa d'adaptació basada en un *stub* paral·lel curtcircuitat per a adaptar una càrrega de  $Z_L = 90 - j 120 \Omega$  a una línia de transmissió amb una impedància característica de  $75 \Omega$  a una freqüència de 2 GHz. Considereu una  $\epsilon_r = 4$ .

### Solució

Inicialment representarem el valor de la impedància de càrrega normalitzada en la carta de Smith:

$$\overline{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1,2 - j1,6 \quad 1.151$$

Atesa la configuració d'*stub* en paral·lel (figura 27), és convenient treballar amb admitàncies, de manera que fem girar  $180^\circ$  el valor de la impedància de càrrega, fent servir el cercle VSWR corresponent (figura 28). Aquest punt resulta:

$$\overline{Y}_L = \frac{1}{\overline{Z}_L} = 0,3 + j0,4 \quad 1.152$$

La longitud de la línia de transmissió situada entre la càrrega i l'*stub* ( $l_1$ ) ens ha de conduir al resultat de l'equació 1.148, que normalitzat implica:

$$\overline{Y}_A = 1 + j\overline{B} \quad 1.153$$

Per tant, es determina  $l_1$  com la distància entre l'admitància de càrrega i les interseccions amb el cercle corresponent a l'equació 1.153, considerant moviment cap al generador. Noteu que hi ha dues solucions:

$$\overline{Y}_A = 1 + j1,47 \quad 1.154$$

$$\overline{Y}_A = 1 - j1,47 \quad 1.155$$

I, per tant, dos valors per a la longitud:

$$l_1 = 0,176\lambda - 0,066\lambda = 0,11\lambda \quad 1.156$$

$$l'_1 = 0,325\lambda - 0,065\lambda = 0,260\lambda \quad 1.157$$

Totes dues són solucions vàlides, tot i que en general ens quedarem amb les distàncies més curtes perquè redueixen les pèrdues i el consum d'àrea i milloren les amplades de banda de l'adaptació. Així, totes dues solucions requereixen, d'acord amb l'equació 1.149, que l'*stub* compleixi, respectivament:

$$\overline{Y}_T = -j1,47 \quad 1.158$$

$$\overline{Y}_T = j1,47 \quad 1.159$$

Atès que considerem un *stub* curtcircuitat, el valor  $l_2$  és determinat per la distància entre  $\overline{Y} = \infty$  i el valor  $\overline{Y}_T$  i  $\overline{Y}_T'$ , amb el resultat:

$$l_2 = 0,095\lambda \quad 1.160$$

$$l'_2 = 0,404\lambda \quad 1.161$$



Finalment, considerem la primera solució, ja que minimitza totes dues longituds, calculades a continuació:

$$l_1 = 0,110\lambda = 0,110 \frac{c}{f_0 \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = 8,25\text{mm} \quad 1.162$$

$$l_2 = 0,095\lambda = 0,095 \frac{c}{f_0 \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = 7,13\text{mm} \quad 1.163$$

La figura 29 detalla l'esquema del circuit dissenyat, a més del resultat de la simulació de la magnitud del coeficient de reflexió.

Figura 28. Solució a l'exemple plantejat fent servir la carta de Smith

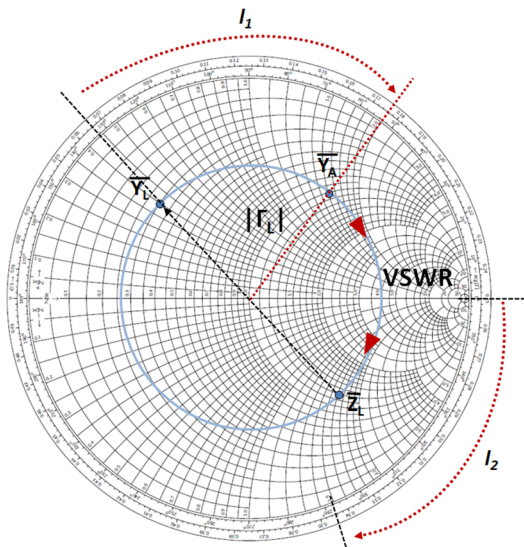
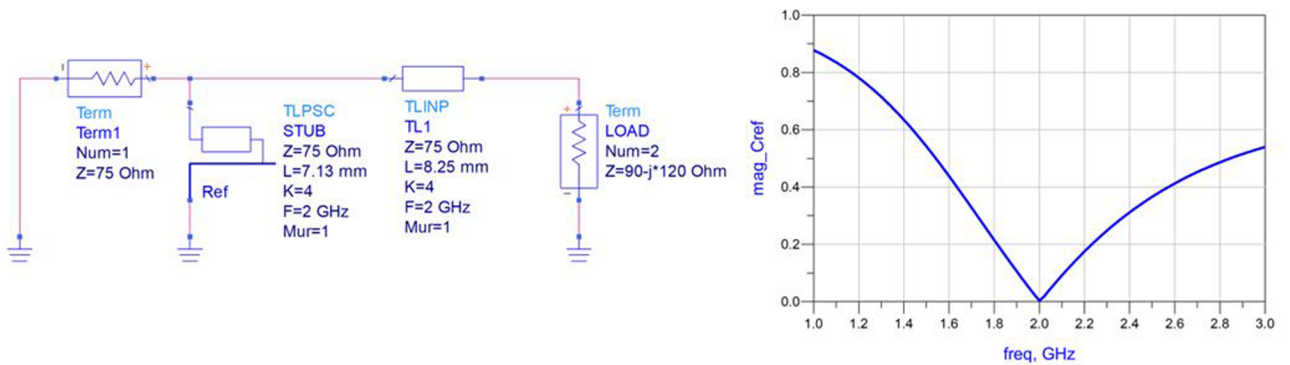


Figura 29. Xarxa d'adaptació com a solució de l'exemple plantejat i el seu corresponent coeficient de reflexió (en magnitud)



L'adaptació es produeix a 2 GHz.

## 8. Línies de transmissió amb pèrdues. Dispersió

Fins ara, com s'ha comentat anteriorment, s'han derivat les principals equacions associades a les línies de transmissió sense considerar les pèrdues o, en altres paraules, assumint una constant d'atenuació nul·la,  $\alpha = 0$ . A continuació, la taula 4 resumeix l'extracció de les principals magnituds estudiades en aquest mòdul, assumint pèrdues, és a dir, per a una línia general.

Taula 4. Fórmules per a línies de transmissió generals i per a línies sense pèrdues

Magnitud	Símbol	Línia general	Línia sense pèrdues
Constant de propagació	$\gamma$	$\sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$	$j\omega\sqrt{LC}$
Constant de fase	$\beta$	$Im\{\gamma\}$	$\omega\sqrt{LC} = \frac{2\pi}{\lambda}$
Constant d'atenuació	$\alpha$	$Re\{\gamma\}$	0
Impedància característica	$Z_0$	$\sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$	$\sqrt{\frac{L}{C}}$
Coefficient de reflexió	$\Gamma_L$	$\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$	$\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$
Impedància d'entrada	$Z_{in}$	$Z_0 \frac{Z_L \cosh \gamma l + Z_0 \sinh \gamma l}{Z_0 \cosh \gamma l + Z_L \sinh \gamma l}$	$Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l}$
Impedància de línia curt-circuitada	$Z_{in}(Z_L = 0)$	$Z_0 \tanh \gamma l$	$jZ_0 \tan \beta l$
Impedància de línia en circuit obert	$Z_{in}(Z_L \rightarrow \infty)$	$Z_0 \cot \gamma l$	$-jZ_0 \cot \beta l$
Impedància de línia de $\lambda/2$	$Z_{in}(l = \frac{\lambda}{2})$	$Z_0 \frac{Z_L \cosh \alpha l + Z_0 \sinh \alpha l}{Z_0 \cosh \alpha l + Z_L \sinh \alpha l}$	$Z_L$
Impedància de línia $\lambda/4$	$Z_{in}(l = \frac{\lambda}{4})$	$Z_0 \frac{Z_L \sinh \alpha l + Z_0 \cosh \alpha l}{Z_0 \sinh \alpha l + Z_L \cosh \alpha l}$	$\frac{Z_0^2}{Z_L}$

Magnitud	Símbol	Línia general	Línia sense pèrdues
Relació d'ona estacionària	VSWR	$\frac{1+ \Gamma_L }{1- \Gamma_L }$	$\frac{1+ \Gamma_L }{1- \Gamma_L }$

En general, la constant de fase ( $\beta$ ) és una funció complicada, dependent de la freqüència quan es consideren les pèrdues. En efecte, si desenvolupem la constant de propagació:

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = j\omega\sqrt{LC} \sqrt{1 - j\left(\frac{R}{\omega L} + \frac{G}{\omega C}\right) - \frac{RG}{\omega^2 LC}} \quad 1.164$$

Per tant,  $\beta$ , que consisteix en la part imaginària de  $\gamma$  (vegeu la taula 4), no és lineal en cas que es considerin pèrdues (ja que no depèn linealment de  $\omega$ ). Conseqüentment, la velocitat de fase depèn de la freqüència, segons l'equació:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\text{Im}\{\gamma\}} \quad 1.165$$

Això implica que els diferents components en freqüència d'una determinada amplada de banda de senyal viatgen a diferents velocitats de propagació i generen dispersió, és a dir, distorsionen el senyal, un efecte que generalment no es vol. No obstant això, hi ha un cas particular en el qual això no succeeix. Concretament, si es compleix la condició següent parlem de **línia sense distorsió**:

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C} \quad 1.166$$

Quan apliquem aquesta condició en l'equació 1.164, obtenim:

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} \sqrt{1 - j2\frac{R}{\omega L} - \frac{R^2}{\omega^2 L^2}} = j\omega\sqrt{LC} \left[1 - j\frac{R}{\omega L}\right] \Rightarrow \beta = \text{Im}\{\gamma\} = j\omega\sqrt{LC} \quad 1.167$$

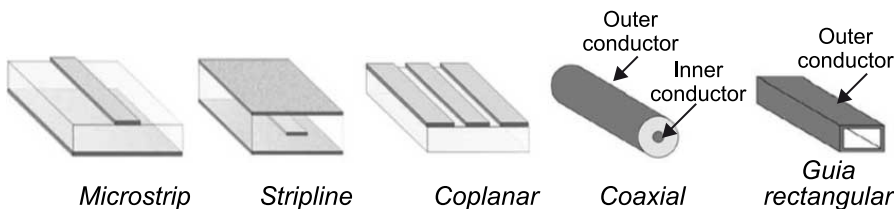
que sí que es correspon amb una constant de fase lineal (ja que  $\beta$  depèn linealment de  $\omega$ ), tot i que en aquest cas hi ha pèrdues, ja que la constant d'atenuació s'expressa com:

$$\alpha = \text{Re}\{\gamma\} = R\sqrt{\frac{C}{L}} \quad 1.168$$

## 9. Implementació de línies de transmissió físiques

La figura 30 mostra algunes de les línies de transmissió principals usades en la implementació de circuits de microones.

Figura 30. Línies de transmissió principals



Les **línies *microstrip*** consisteixen en dos metalls situats en les cares oposades d'un substrat, una de les quals està destinada a propagar el senyal, i l'altra funciona com a pla de massa. Es tracta del tipus de línia més usat en circuits integrats de microones, ja que presenta avantatges com un baix cost, dimensions petites, facilitat d'integració de dispositius actius, la possibilitat d'emprar mètodes fotolitogràfics de producció de circuits, una bona repetitivitat, etc. Alguns desavantatges són els nivells de pèrdues, les baixes potències suportades i una inestabilitat més gran amb la temperatura.

D'altra banda, les **línies *stripline*** estan constituïdes per tres conductors, dels quals el metall central és el conductor principal i els metalls externs són els plans de massa. Aquesta topologia ofereix un bon grau d'aïllament, una millora en la immunitat al soroll i una velocitat de propagació més baixa. Com a principal desavantatge, la configuració *stripline* presenta un factor de qualitat baix i requereix tres capes de metall.

Finalment, les **línies de transmissió *coplanars*** consisteixen en tres metalls situats al mateix nivell sobre un substrat, dels quals el metall central es destina a la propagació i els externs són els plans de massa. Aquesta configuració simplifica la connexió entre la línia principal i els plans de massa (ja que no es requereixen vies a través del substrat). Els avantatges principals són una bona característica de dispersió, la facilitat d'integració i el baix nivell d'elements paràsits. Els desavantatges són la poca compatibilitat amb dispositius actius i el seu cost.

La taula 5 presenta un resum comparatiu entre les línies de transmissió principals en termes de freqüència d'ús, interval d'impedància característica, factor de qualitat, dimensions, potència, compatibilitat amb dispositius actius i cost.

Taula 5. Comparativa entre diversos tipus de línies de transmissió

Transmission line	Usable frequency range (GHz)	Z <sub>0</sub> (Ω)	Q	Small size	Handled power	Compatibility with active devices	Low cost
Waveguide	1-300	100-500	++	--	++	-	-
Coaxial cable	<50	10-600	+	-	+	-	-
Stripline	<20	10-120	-	0	0	0	0
Microstrip	<50	10-120	-	+	-	++	+
Coplanar line	<100	40-150	-	0	-	+	+
Slotline	<40	20-150	0	0	-	+	0
Suspended stripline	<50	30-200	+	-	0	0	+
Image line	10-300	30-200	++	0	-	--	-

**Lectura recomanada**

Les equacions de disseny d'interès d'aquestes línies de transmissió, com la impedància característica en funció dels paràmetres geomètrics, elèctrics, freqüències d'operació d'aquestes, etc., es detallen a:  
**D. M. Pozar (2012). Microwave Engineering.** John Wiley & Sons.

Llegenda: ++ molt bona; + bona; 0 neutral; - dolenta; -- molt dolenta.  
 Font: extret de R. Sorrentino i altres (2010). *Microwave and RF Engineering* (pàg. 41). John Wiley & Sons.

Actualment, els enginyers de microones disposen d'eines de simulació potents que integren calculadors de línies de transmissió, els quals permeten determinar-ne els paràmetres d'interès i resoldre'n les principals equacions (figura 31).

Figura 31. Calculador de línies de transmissió del programari ADS (*Line Calc*). Aplicació per a una línia *microstrip*

The screenshot shows the ADS Line Calc application interface. At the top, the component type is set to 'MLIN' and the ID is 'MLIN: TL1'. The Substrate Parameters section includes fields for Er (9.600), Mur (1.000), H (10.000 mil), Hu (3.9e+34 mil), T (0.150 mil), Cond (4.1e7), TanD (0.000), Rough (0.000 mil), DielectricLossModel (1.000), FreqForEpsrTanD (1.0e9), LowFreqForTanD (1.0e3), and HighFreqForTanD (1.0e12). The Physical section shows W (0.247085 mm) and L (266.840000 mm). The Synthesize and Analyze buttons are visible. The Electrical section shows Z0 (50.000 Ohm) and E\_Eff (1618.280000 deg). The Component Parameters section shows Freq (2.000 GHz), Wall1 (2.5e+028 mm), and Wall2 (2.5e+028 mm). On the right, a diagram of a microstrip line is shown with dimensions L and W. Below the diagram, the Calculated Results are displayed: K\_Eff = 6.376, A\_DB = 1.382, and SkinDepth = 0.069.

## Resum

En el mòdul present s'han descrit els rangs de validesa de la teoria convencional de circuits, a més de la propagació en les línies de transmissió, i s'ha establert com a criteri per a aplicar la teoria de línies de transmissió en circuits de microones, de dimensió  $d$ , que compleixin amb la longitud elèctrica següent:

$$LE = \frac{d}{\lambda} > \frac{1}{20} \quad 1.169$$

Així mateix, s'ha definit el concepte de *línia de transmissió* com una xarxa de paràmetres distribuïts en la qual les tensions i intensitats poden variar en magnitud i fase al llarg de la seva longitud. S'ha considerat el model elèctric equivalent de les línies de transmissió i s'han definit quatre paràmetres bàsics constituents:

- L: inductància per unitat de longitud
- R: resistència per unitat de longitud
- C: capacitat per unitat de longitud
- G: conductància per unitat de longitud

A partir de la resolució de les equacions característiques de les línies de transmissió hem obtingut les equacions de propagació de tensions i corrents. Posteriorment hem definit la *impedància característica*, un paràmetre clau de les línies de transmissió, com el quocient de l'ona de tensió progressiva (o regressiva) i l'ona de corrent progressiva (o regressiva) en qualsevol punt de la línia. Hem explicat l'impacte que tenen les pèrdues en els circuits de microones, i que l'aproximació de circuits sense pèrdues ens permet obtenir descripcions excel·lents del comportament d'aquests circuits, i redueix la complexitat de les expressions matemàtiques d'interès. Així, hem considerat les principals equacions, prescindint de les pèrdues, i hem obtingut:

$$V(x) = V_+ e^{-j\beta x} + V_- e^{j\beta x} \quad 1.170$$

$$I(x) = \frac{V_+}{Z_0} e^{-j\beta x} - \frac{V_-}{Z_0} e^{j\beta x} \quad 1.171$$

$$\beta = \omega \sqrt{LC} \quad 1.172$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad 1.173$$

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \lambda f = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad 1.174$$

Una vegada dominades les equacions bàsiques en funció dels paràmetres d'interès, hem determinat la impedància i el coeficient de reflexió en funció de la posició en una línia de transmissió:

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = Z_0 \frac{V_+ e^{-j\beta x} + V_- e^{j\beta x}}{V_+ e^{-j\beta x} - V_- e^{j\beta x}} \quad 1.175$$

$$\Gamma(x) = \frac{Z(x) - Z_0}{Z(x) + Z_0} \quad 1.176$$

Això ens ha permès determinar l'equació d'impedància d'una línia de transmissió, que consisteix a determinar la impedància d'entrada en un punt determinat:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l} \quad 1.177$$

La dependència d'aquesta funció respecte de paràmetres com les dimensions de la línia, la freqüència, la impedància característica i la càrrega ens permet comprendre l'impacte d'aquestes variables en el disseny de circuits de microones i les seves diferències pel que fa a l'electrònica convencional. Així mateix, hem definit la *relació d'ona estacionària*, una de les especificacions característiques dels components de microones com:

$$VSWR = \frac{|V_{\max}|}{|V_{\min}|} = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} \quad 1.178$$

L'anàlisi d'interfícies entre línies de transmissió ens ha permès derivar un coeficient de transmissió, determinat per:

$$T = 1 + \Gamma \quad 1.179$$

Pel que fa al balanç de potències en una línia de transmissió, s'han definit dues especificacions importants dels circuits de microones, en concret, les *pèrdues d'inserció* i les *pèrdues de retorn*:

$$IL = -10 \log \frac{P_t}{P_{in}} \quad 1.180$$

$$RL = -10 \log \frac{P_r}{P_{in}} \quad 1.181$$

Així mateix, considerant un sistema genèric complet (basat en generador, línia de transmissió i càrrega), hem calculat la potència lliurada a la càrrega en diverses situacions d'interès. En particular, s'ha determinat que el valor màxim de potència lliurada a la càrrega es produeix amb la condició d'adaptació conjugada:

$$Z_{in} = Z_G^* \quad 1.182$$

A continuació hem analitzat el concepte de *xarxa d'adaptació*, la missió de la qual és adaptar càrregues d'impedància diferent a la característica de la línia d'interès. Hem detallat el disseny de xarxes d'adaptació mitjançant tres tècniques:

- elements discrets,
- transformadors de  $\lambda/4$ , i
- *stubs* d'adaptació

Així mateix, hem aplicat la carta de Smith a la resolució de línies de transmissió i al disseny de xarxes d'adaptació, i hem verificat la validesa de les equacions descrites en el mòdul. Finalment, hem explicat l'impacte dels efectes de pèrdues i dispersió en línies de transmissió i s'han introduït les principals topologies d'implementació.



## Exercicis d'autoavaluació

1. Una línia de transmissió de dimensions  $20\lambda$  s'aborda mitjançant...
  - a) la teoria convencional de circuits a baixes freqüències.
  - b) la teoria de línies de transmissió.
  - c) Totes dues teories són compatibles en aquest cas.
  - d) Totes les respostes anteriors són falses.
  
2. Les pèrdues del model elèctric equivalent d'una secció de línia de transmissió es modelitzen mitjançant...
  - a) la branca paral·lela.
  - b) la branca sèrie.
  - c) els coeficients  $R$  i  $L$ .
  - d) els coeficients  $R$  i  $G$ .
  
3. En una línia de transmissió sense pèrdues...
  - a) la impedància característica és independent de la freqüència.
  - b) el circuit no pateix distorsió.
  - c) no hi ha reflexió en la càrrega.
  - d) Les respostes  $a$  i  $b$  són correctes.
  
4. Per a una línia de transmissió carregada amb un curtcircuit...
  - a) el mòdul del coeficient de reflexió és idèntic al d'una càrrega en circuit obert.
  - b) el coeficient de reflexió és nul.
  - c) el coeficient de reflexió és la unitat.
  - d) Totes les respostes anteriors són falses.
  
5. La impedància d'entrada d'una línia de transmissió carregada de longitud  $l = 5\lambda/4$ ...
  - a) és idèntica a la de la càrrega.
  - b) és purament inductiva.
  - c) constitueix un inversor d'impedàncies.
  - d) és purament capacitativa.
  
6. Si el valor d'ona estacionària en una línia de transmissió és  $VSWR = 3$ ,...
  - a) la línia està adaptada.
  - b) la línia acaba en un curtcircuit.
  - c) la magnitud del voltatge reflectit és la meitat de l'incident.
  - d) Totes les respostes anteriors són falses.
  
7. En un sistema generador-línia de transmissió-càrrega, la màxima transferència de potència a la càrrega es produeix quan...
  - a) hi ha adaptació conjugada.
  - b) la font està adaptada a la línia.
  - c) la càrrega està adaptada a la línia.
  - d) Totes les respostes anteriors són falses.
  
8. Les xarxes d'adaptació basades en transformadors  $\lambda/4$  per a adaptar una càrrega a una línia de transmissió  $Z_0$ ...
  - a) permeten adaptar càrregues de valor arbitrari.
  - b) es dissenyen amb una línia d'impedància característica igual a  $Z_0$ .
  - c) poden controlar l'amplada de banda efectiva mitjançant multiseccions.
  - d) no presenten multireflexió.
  
9. Una línia de transmissió els paràmetres de la qual compleixen  $RC = GL$ ...
  - a) no presenta pèrdues.
  - b) no presenta distorsió.
  - c) està adaptada.

d) no presenta multireflexió.

10. El millor balanç entre compatibilitat amb dispositius actius i consum d'àrea el proporcionen les línies de transmissió...

- a) coaxials.
- b) coplanars.
- c) *stripline*.
- d) *microstrip*.

## **Solucionari**

### **Exercicis d'autoavaluació**

1. b

2. d

3. d

4. a

5. c

6. c

7. a

8. c

9. b

10. d

## Glossari

**adaptació conjugada** *f* Relació d'impedàncies que es correspon amb el valor màxim de potència lliurada a la càrrega.

**adaptació d'impedàncies** *f* Condició de càrrega d'una línia de transmissió que evita l'aparició de l'ona reflectida.

**coeficient de reflexió** *m* Relació entre l'amplitud de l'ona reflectida i l'amplitud de l'ona incident.

**coeficient de transmissió** *m* Relació entre l'amplitud de l'ona transmesa i l'amplitud d'ona incident. El seu valor s'estableix com  $1 + \text{coeficient de reflexió}$ .

**impedància característica** *f* Relació entre l'amplitud de l'ona de tensió progressiva (o regressiva) i l'ona de corrent progressiva (o regressiva) en qualsevol punt de la línia de transmissió.

**inversor d'impedància** *m* Secció de línia de transmissió la impedància d'entrada de la qual presenta una dependència inversament proporcional a la càrrega. Aquest circuit es denomina també transformador  $\lambda/4$ .

**línia de transmissió** *f* Sistema de conductors adequat per a transmetre eficientment senyals electromagnètics entre dos o més terminals.

**longitud elèctrica** *f* Relació entre les dimensions d'un circuit i la longitud d'ona propagada per aquest.

**ona estacionària** *f* Ona resultant de la interferència, al llarg de la línia de transmissió, de l'ona progressiva i l'ona regressiva.

**ona progressiva** *f* Ona que viatja en el sentit del generador a la càrrega.

**ona regressiva** *f* Onda que viatja en el sentit de la càrrega al generador.

**pèrdues d'inserció** *f pl* Relació entre la potència transmesa i la potència incident en un circuit.

**pèrdues de retorn** *f pl* Relació entre la potència reflectida i la potència incident en un circuit.

**relació d'ona estacionària** *f* Relació entre l'amplitud màxima i mínima d'una ona estacionària.

**stub** *m* Secció de línia de transmissió acabada en circuit obert o curtcircuit, que permet implementar xarxes d'adaptació.

**teoria de línies de transmissió** *f* Teoria que descriu el comportament dels circuits que operen a altes freqüències. La impedància es distribueix contínuament mitjançant elements distribuïts al llarg dels conductors que constitueixen els circuits i les dimensions d'aquests s'han de considerar per a resoldre'ls.

**velocitat de fase** *f* Relació entre la freqüència d'un senyal i la seva constant de fase.

**xarxa d'adaptació** *f* Circuit que permet adaptar una càrrega a una línia de transmissió.

## Bibliografia

- Chang, K.** (2000). *RF and Microwave Wireless Systems*. John Wiley & Sons.
- Collin, R. I.** (2001). *Foundations for Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.
- Golio, M.** (2001). *The RF and Microwave Handbook*. CRC Press.
- Pozar, D. M.** (2001). *Microwave and RF Design of Wireless Systems*. John Wiley & Sons.
- Pozar, D. M.** (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.
- Sorrentino, R. i altres** (2010). *Microwave and RF Engineering*. John Wiley & Sons.
- Vendelin, G. D. i altres** (2005). *Microwave Circuit Desing using Linear and Nonlinear Techniques*. John Wiley & Sons.

