

Circuitos pasivos de microondas

Ignacio Gil Galí

PID_00193560



Los textos e imágenes publicados en esta obra están sujetos –excepto que se indique lo contrario– a una licencia de Reconocimiento-Compartir igual (BY-SA) v.3.0 España de Creative Commons. Se puede modificar la obra, reproducirla, distribuirla o comunicarla públicamente siempre que se cite el autor y la fuente (FUOC. Fundació per a la Universitat Oberta de Catalunya), y siempre que la obra derivada quede sujeta a la misma licencia que el material original. La licencia completa se puede consultar en: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/es/legalcode.ca>

Índice

Introducción.....	5
Objetivos.....	7
1. Componentes pasivos de alta frecuencia.....	9
1.1. Resistencias, inductores y capacidades	9
1.1.1. Resistencias	12
1.1.2. Inductores	12
1.1.3. Capacidades	14
1.2. Conectores y terminaciones	15
1.2.1. Conectores	15
1.2.2. Terminaciones	16
1.3. Diodos PIN	17
2. Atenuadores y adaptadores.....	18
2.1. Atenuadores	18
2.2. Interruptores	22
2.3. Inversores. Transformadores $\lambda/4$	26
2.4. Interconexiones y <i>tapers</i>	31
3. Divisores de potencia.....	34
3.1. Uniones-T. Divisores resistivos	35
3.1.1. Uniones-T	35
3.1.2. Divisores resistivos	36
3.2. Divisor Wilkinson	40
3.3. Circuladores. Duplexores	43
4. Acopladores direccionales.....	46
4.1. Híbridos	49
4.2. Líneas de transmisión acopladas	55
5. Filtros y resonadores de microondas.....	63
5.1. Resonadores	64
5.1.1. Circuito resonante RLC serie	64
5.1.2. Circuito resonante RLC paralelo	66
5.1.3. Resonadores de líneas de transmisión	67
5.2. Diseño e implementación de filtros. Transformaciones	69
5.2.1. Análisis de especificaciones del filtro y diseño del filtro prototipo paso-bajo	70
5.2.2. Escalado y conversión	74
5.2.3. Implementación de filtros de microondas	78

5.3. Filtros paso-bajo <i>stepped-impedance</i>	83
5.4. Filtros paso-banda de líneas acopladas	87
5.5. Filtros paso-banda de resonadores acoplados	90
6. Anexo. Estudio de filtros con líneas de transmisión acopladas: circuito equivalente y ecuaciones de diseño.....	94
Resumen.....	98
Ejercicios de autoevaluación.....	101
Solucionario.....	103
Glosario.....	104
Bibliografía.....	105

Introducción

Los circuitos y dispositivos pasivos de microondas abarcan una extensa variedad de tipos y aplicaciones. Las implementaciones pasivas difieren, desde el punto de vista estructural, por la tecnología que emplean para su implementación, ya sea coaxial, *microstrip*, *coplanar*, *stripline*, etc. Componentes tales como inductores y capacidades de alta frecuencia, atenuadores, terminaciones, adaptadores, divisores, acopladores y filtros de microondas tienen una presencia habitual en el diseño de sistemas convencionales de telecomunicación (telefonía, enlaces satélite para voz y vídeo), sistemas *wireless* (Bluetooth, Wi-Fi LANs, ZigBee) sistemas de cableado (distribución de TV/vídeo doméstico, acceso digital de banda ancha, comunicación por fibra óptica, sistemas híbridos), aplicaciones civiles (navegación, industria aeronáutica y de automoción, sensores de aplicación remota, identificación por radiofrecuencia, medicina preventiva, radioastronomía), aplicaciones militares o de defensa (radar, electrónica, sistemas vigilancia), etc.

Un ejemplo cotidiano y de fuerte impacto comercial es el relativo a la actual sociedad de la información que demanda dispositivos operando en varios rangos a frecuencias de RF/microondas (multibanda) que sean capaces de gestionar mayor cantidad de información (telefonía multibanda, acceso a Internet, GPS, estándares de conexión Bluetooth, Wi-Fi, gestión de archivos audiovisuales, etc.) con unas dimensiones cada vez más reducidas (miniaturización). En efecto, la reducción de dimensiones de los circuitos pasivos (y activos) de microondas conlleva un incremento de las frecuencias de operación debido a la relación inversamente proporcional de dimensiones y frecuencia. No obstante, el aumento de frecuencias de operación implica un incremento de los efectos de los elementos parásitos en los circuitos de microondas tales como los acoplamientos capacitivo e inductivo, el aumento de las pérdidas, el impacto de frecuencias espurias, etc. A ello hay que añadir el entorno creciente de polución electromagnética debida a la presencia masiva de dispositivos *wireless* de consumo que pueden afectar a la compatibilidad electromagnética de los dispositivos comerciales.

Es por todo ello por lo que uno de los mayores desafíos de los ingenieros de RF/microondas es la integración de las aplicaciones mencionadas mediante la optimización de los circuitos pasivos (y activos) de microondas desde el punto de vista de coste, flexibilidad, dimensiones e inmunidad electromagnética.

En el presente módulo se estudiarán los principales circuitos pasivos de microondas. En concreto se describirán sus diferentes topologías y se determinarán las principales ecuaciones de diseño en función de sus parámetros constituyentes así como las matrices de parámetros S que rigen su comportamiento. En el apartado "Componentes pasivos de alta frecuencia" se analizará el im-

pacto de las altas frecuencias en componentes tales como resistencias, inductores y capacidades. Posteriormente, se describirá los principales conectores e interconexiones disponibles en la actualidad para los circuitos de microondas. En los apartados siguientes se abordará el diseño de estructuras pasivas de microondas. En concreto, en el apartado "Atenuadores y adaptadores" estudiaremos los atenuadores y adaptadores, incluyendo una revisión de inversores, transformadores $\lambda/4$ e interconexiones. El apartado "Divisores de potencia" será dedicado a la implementación de divisores de potencia. En particular, se abordará el diseño de divisores resistivos, divisores Wilkinson y circuladores. Posteriormente, en el apartado "Acopladores direccionales" estudiaremos los acopladores direccionales, incluyendo estructuras híbridas y líneas de transmisión acopladas. Finalmente, el apartado "Filtros y resonadores de microondas" presenta una extensa exposición del diseño e implementación de filtros de microondas, dada su gran importancia y su presencia en la práctica totalidad de circuitos de microondas comerciales. Se partirá de una introducción a los resonadores, para acabar derivando en las principales topologías paso-bajo, paso-alto, paso-banda y rechazo de banda.

A lo largo de todo el módulo, se hará especial énfasis en el enfoque práctico desde el punto de vista de resolución de los circuitos pasivos de microondas sobre la base de sus ecuaciones de diseño y al detalle en aplicaciones prácticas. Asimismo, se verificarán los resultados obtenidos en los ejemplos a partir de la simulación en ADS.

Objetivos

Con el estudio de este módulo se persiguen los objetivos siguientes:

- 1.** Conocer los circuitos pasivos básicos de microondas y usarlos en función del tipo de aplicación.
- 2.** Entender las limitaciones en frecuencia de los componentes pasivos inductivos, capacitivos y resistivos.
- 3.** Saber modelizar los circuitos pasivos de microondas, recíprocos y no recíprocos, en función de sus parámetros característicos.
- 4.** Entender y manejar los parámetros típicos usados en la caracterización de prestaciones de los componentes pasivos: pérdidas de inserción, pérdidas de retorno, aislamiento entre puertos, etc.
- 5.** Calcular y diseñar atenuadores, divisores de potencia y acopladores direccionales.
- 6.** Diseñar filtros y resonadores de microondas para la implementación de respuestas en frecuencia: paso-bajo, paso-alto, paso-banda y rechazo de banda.

1. Componentes pasivos de alta frecuencia

En el presente apartado se analizarán los principales componentes pasivos de microondas. Partiendo del análisis de las impedancias de resistencias, inductores y capacidades, analizaremos el impacto de los elementos parásitos en circuitos de microondas y veremos ejemplos de topologías de estos componentes. Asimismo, se describirán los conectores y terminaciones de uso más habitual. Finalmente se introducirá el diodo PIN y alguna de sus aplicaciones en circuitos de microondas.

1.1. Resistencias, inductores y capacidades

Los componentes discretos presentan una impedancia cuyo comportamiento está claramente definido en el régimen de bajas y medias frecuencias. Así, de forma genérica, asumimos que la impedancia de una resistencia, Z_R , es real e independiente de la frecuencia, al igual que la impedancia de un cable o conector, Z_W , que se considera puramente resistiva. Asimismo, las impedancias de inductores (Z_L) y capacidades (Z_C) tienen un comportamiento ideal en frecuencia, según:

$$Z_W = R_W \quad ; \quad Z_R = R \quad ; \quad Z_L = j\omega L \quad ; \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C} \quad 3.1$$

Sin embargo, este comportamiento es solo válido hasta un cierto límite frecuencial. Actualmente existen R , L y C discretas, que pueden usarse hasta frecuencias del orden de los 10 GHz, siempre y cuando la longitud de los componentes, l , cumpla la siguiente condición:

$$l < \frac{\lambda}{20} \quad 3.2$$

En efecto, a medida que se incrementa las frecuencias de operación empiezan a ser importantes los efectos debidos a elementos parásitos que implican comportamientos, adicionales e indeseados, resistivos, capacitivos e inductivos, que deben ser tenidos en cuenta en los diseños e implementaciones correspondientes. Tal es el caso de los circuitos operando a frecuencias de microondas. La tabla 1 ilustra la comparativa entre el modelo eléctrico equivalente para bajas y altas frecuencias de componentes pasivos.

Tabla 1. Comparativa de componentes pasivos operando en régimen de altas y bajas frecuencias: modelos equivalentes

Componente	Comportamiento baja frecuencia	Comportamiento alta frecuencia
Cable		
Capacidad		
Inductor		
Resistencia		

Notemos que a altas frecuencias cables y resistencias presentan una impedancia cuyo valor depende de la frecuencia. Asimismo, a partir de una cierta frecuencia de resonancia, los inductores y capacidades invierten su comportamiento a nivel de impedancia. Esto implica que un inductor se comporta predominantemente como una capacidad en un cierto rango de frecuencias debido al acoplamiento capacitivo parásito entre pistas metálicas a altas frecuencias. De forma similar, una capacidad se comporta predominantemente como un inductor a frecuencias superiores a su frecuencia de resonancia ya que la inductancia propia de sus conductores asociados adquiere relevancia.

Según los modelos eléctricos ilustrados en la tabla 1 podemos concluir que la impedancia en función de la frecuencia para los componentes estudiados, teniendo en cuenta sus elementos parásitos, es:

$$Z_W = R_W + j\omega L_W \quad 3.3$$

$$Z_R = R \left[1 + j\omega R C_R \right]^{-1} + j\omega L_R \quad 3.4$$

$$Z_L = j\omega L \left[1 - \omega^2 L C_L \right]^{-1} + R_L \quad 3.5$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \left[1 - \omega^2 L_C C \right] + R_C \quad 3.6$$

Los ejemplos siguientes ilustran el impacto de los elementos parásitos en los componentes pasivos de microondas.

Asumiendo que la resistencia de una pista de circuito impreso de 10 cm de longitud es $R_W = 0,1 \Omega$, y un valor de 5 nH/cm para dicha pista, determinar la frecuencia a partir de la cuál domina el comportamiento inductivo.

Solución

Sabemos que en DC, o en frecuencias no muy elevadas de operación, el comportamiento de una pista metálica es básicamente resistivo. Sin embargo, a partir de una cierta frecuencia el comportamiento de la pista será de tipo inductivo. Considerando la ecuación

3.3, este hecho se producirá cuando la impedancia inductiva sea del orden de la resistiva, es decir, cuando:

$$R_W \approx 2\pi f L_W \quad 3.7$$

La inductancia que presenta la pista es:

$$L_W = 5 \frac{\text{nH}}{\text{cm}} \cdot 10 \text{cm} = 50 \text{nH} \quad 3.8$$

Por tanto, el comportamiento inductivo se producirá para:

$$f \gtrsim \frac{R_W}{2\pi L_W} = 318,3 \text{kHz} \quad 3.9$$

Notemos que a una frecuencia de 1 GHz, la pista se comporta de forma puramente inductiva, ya que:

$$2\pi f L_W = 314,16 \Omega \gg R_W \quad 3.10$$

A continuación considerar un inductor de valor $L = 10 \text{ nH}$ con elementos parásitos $C_L = 100 \text{ fF}$ y $R_L = 5 \Omega$. Calcular el valor de la impedancia equivalente en el caso ideal y teniendo en cuenta el modelo de alta frecuencia a $f = 10 \text{ GHz}$. Comparar la respuesta en frecuencia de la impedancia equivalente en ambos casos.

Solución

Notemos que para el caso ideal:

$$|Z_{\text{ideal}}| = 2\pi f L = 628,32 \Omega \quad 3.11$$

En el caso del modelo de alta frecuencia:

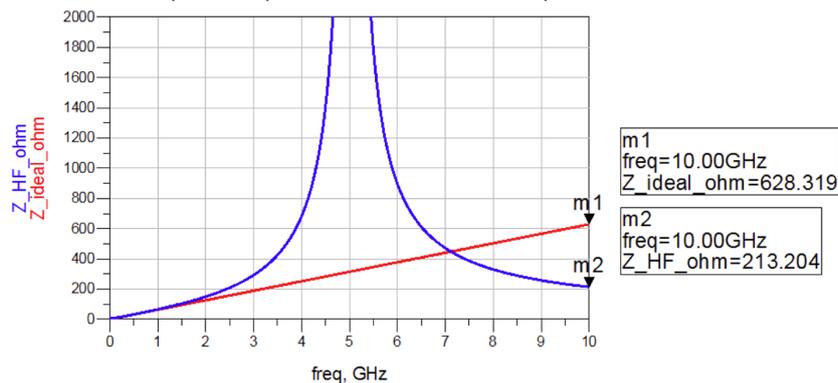
$$|Z_{\text{HF}}| = \sqrt{4\pi^2 f^2 L^2 [1 - 4\pi^2 f^2 L C_L]^2 + (R_L)^2} = 213,2 \Omega \quad 3.12$$

En primer lugar observamos que la impedancia ideal sobrestima el valor del modelo real en un factor 3. La figura 1 muestra la respuesta en frecuencia de ambos casos. En primer lugar se aprecia que a bajas frecuencias ($f < 1 \text{ GHz}$) las respuestas coinciden. Más allá de la divergencia en el resultado numérico a altas frecuencias, como puede observarse, a frecuencias superiores a la de resonancia, f_o , el comportamiento del inductor real es capacitivo. En efecto, esto se cumple para frecuencias mayores de:

$$f_o = \frac{1}{2\pi \sqrt{L C_L}} = 5,03 \text{GHz} \quad 3.13$$

Las mismas consideraciones pueden ser tenidas en cuenta en el diseño de capacidades.

Figura 1. Simulación del comportamiento del modelo ideal (rojo) y real de alta frecuencia (azul) para la impedancia de la inducción del problema

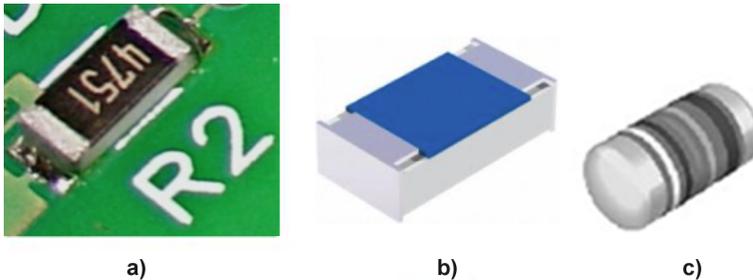


El comportamiento descrito en la tabla 1 implica que un ingeniero deberá tener en cuenta los efectos de alta frecuencia a la hora de seleccionar los componentes pasivos para un diseño de microondas.

1.1.1. Resistencias

En lo que se refiere a las resistencias, la capacidad parásita distribuida implica el decrecimiento de la impedancia real del componente (ya que tiende a ser un cortocircuito a altas frecuencias). Este hecho se agrava si el valor de la resistencia se incrementa. Las resistencias se fabrican mediante capas finas de materiales con pérdidas tales como nicromo, nitruro de tántalo o materiales semiconductores dopados. Normalmente se usarán resistencias SMD (*surface-mount resistor*) ya que presentan menores dimensiones y una reducción significativa de los conductores de conexionado (y por tanto, de los efectos parásitos) con relación a las resistencias convencionales, tipo *through-hole* (figura 2).

Figura 2. a) Resistencia SMD. b) y c) Resistencias comerciales de alta precisión: MCT 0603 y MMU 0102 HF, respectivamente



La tabla 2 muestra algunos valores comerciales de resistencias usadas en aplicaciones de alta frecuencia y elementos parásitos asociados.

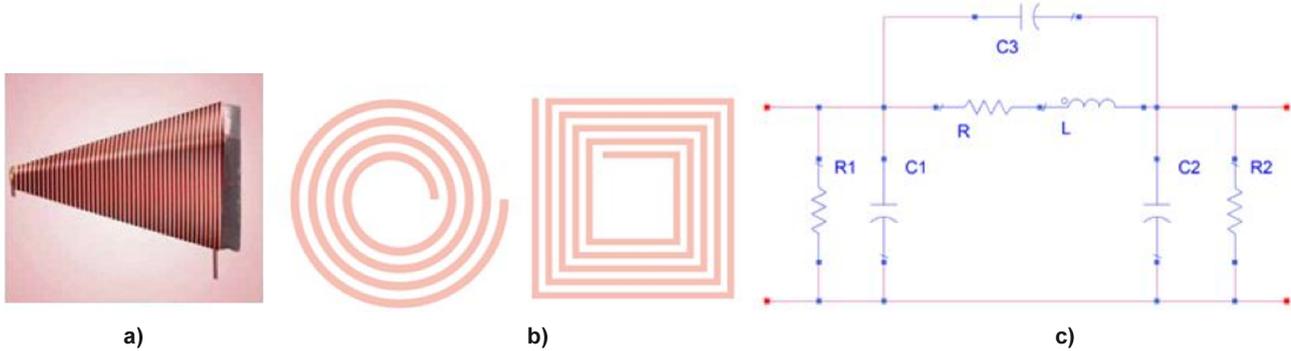
Tabla 2. Valores del modelo eléctrico de alta frecuencia de las resistencias MCT 0603 y MMU 0102 HF

	R (Ω)	C (fF)	L (nH)
MCT 0603	6,8	35	0,58
	50	35	1
	470	35	1,53
MMU 0102 HF	6,8	35	0,2
	50	35	0,41
	470	35	2,37

1.1.2. Inductores

En cuanto a los inductores, pese a que existen componentes discretos que pueden operar a altas frecuencias, en ingeniería de microondas se suelen usar topologías distribuidas de tipo *loop* o espiral, como se observa en la figura 3.

Figura 3. a) Inductor discreto de alta frecuencia. b) Inductores tipo en espiral y c) modelo eléctrico equivalente



En el diseño de inductores de microondas, además del valor de L , los parámetros de interés son la frecuencia de autorresonancia, f_o , y el factor de calidad, Q que viene dado por:

$$Q = \frac{\omega L}{R} \quad 3.14$$

En general, se desean una frecuencia de autorresonancia y un factor de calidad elevados, cosa que implica que el inductor opera de forma correcta (dominando la impedancia inductiva) y con pocas pérdidas (Q es inversamente proporcional a las pérdidas).

El modelo eléctrico de un inductor planar (figura 3c) indica que las pérdidas se modelizan mediante la resistencia cuadro acumulada a lo largo de la espiral (R), mientras que las pérdidas del sustrato se consideran mediante las resistencias R_1 , R_2 . Por otro lado, las capacidades C_1 y C_2 modelizan las capacidades parásitas de las líneas de metal a masa y C_3 la capacidad entre espiras. Los valores de las capacidades C_1 y C_2 deben ser lo menores posible para conseguir f_o elevadas.

El mayor inconveniente de los inductores planares en espiral es el área ocupada. Existe un compromiso entre el área y el valor de L , ya que este es dependiente del número de vueltas de la espiral.

A modo de ejemplo, las ecuaciones 3.15 - 3.18 muestran las expresiones de cálculo de un inductor circular en espiral, extraídas de forma semiempírica:

$$L(\text{nH}) = 3,937 \cdot 10^{-2} \frac{a^2 n^2}{8a + 11c} K_g \quad 3.15$$

$$R(\Omega) = \frac{k\pi a n R_s}{W} \quad ; \quad C_3 = 3,5 \cdot 10^{-5} D_o + 0,06 \quad 3.16$$

$$a = \frac{D_o + D_i}{4} \quad ; \quad c = \frac{D_o - D_i}{2} \quad 3.17$$

$$K_g = 0,57 - 0,145 \ln \frac{W}{h} \quad ; \quad \frac{W}{h} > 0,05 \quad 3.18$$

donde:

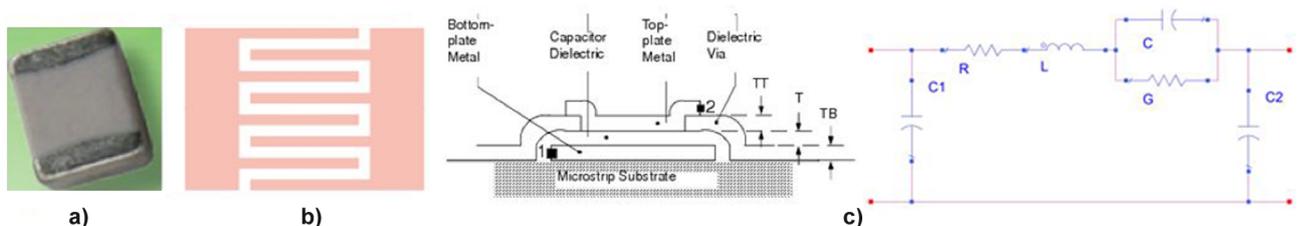
- n : número de vueltas
- D_o, D_i : diámetro externo e interno del inductor
- W : ancho del metal
- h : altura del sustrato
- R_s : resistencia cuadro

1.1.3. Capacidades

La elección de capacidades para operar a frecuencias de microondas depende de criterios similares a los ya expuestos (en términos de reducción de elementos parásitos) así como en su coste o estabilidad con la variación de temperatura. Las capacidades discretas más usadas en el diseño de alta frecuencia corresponden a las *surface mount technology* (SMT) de tipo cerámico y porcelana, usados hasta frecuencias del orden de 10 GHz. Al igual que en el caso de los inductores, a frecuencias de microondas se usan asiduamente capacidades distribuidas.

Aunque dos simples líneas metálicas con una cierta separación entre ellas constituirán una capacidad a altas frecuencias, en general los valores obtenidos conllevan un bajo valor de C . Es por ello que existen otras posibilidades como capacidades interdigitadas o capacidades MIM (*metal-insulator-metal*). Las primeras aumentan el perímetro efectivo de acoplamiento y, en consecuencia, permiten obtener valores mayores de capacidad. Por su parte, las capacidades MIM consiguen aumentar estos valores de C . La figura 4 ilustra varios ejemplos de capacidades discretas y distribuidas.

Figura 4. a) Capacidad cerámica discreta de alta frecuencia. b) Capacidad interdigitada. c) Capacidad MIM y modelo eléctrico equivalente



En el caso de las capacidades, el factor de calidad equivalente viene dado por:

$$Q = \frac{Q_d Q_c}{Q_d + Q_c} \quad 3.19$$

donde el factor de calidad debido a las pérdidas conductivas (modelizadas por R) es:

$$Q_c = \frac{1}{\omega CR} \quad 3.20$$

mientras que el factor de calidad correspondiente a pérdidas del dieléctrico (modelizadas por el parámetro G) corresponde a:

$$Q_d = \frac{\omega C}{G} \quad 3.21$$

A modo de ejemplo se muestran las ecuaciones de cálculo para una capacidad MIM:

$$C(pF) = \frac{10^{-3} \epsilon_{rd} W l}{36 \pi d} \quad 3.22$$

$$R(\Omega) = \frac{k R_s l}{W + t} ; \quad G = \omega C \tan \delta \quad 3.23$$

donde:

- W : anchura de las placas metálicas
- l : longitud de las placas metálicas
- ϵ_{rd} : constante dieléctrica del aislante
- t : grueso de las placas
- R_s : resistencia cuadro
- $\tan \delta$: tangente de pérdidas

1.2. Conectores y terminaciones

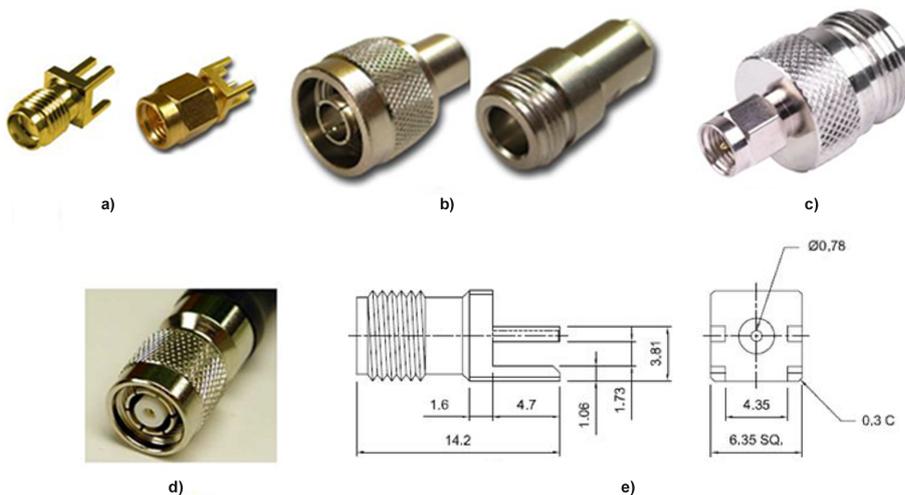
1.2.1. Conectores

La mayoría de líneas de transmisión y conectores de uso común en circuitos de microondas presentan una impedancia característica de valor $Z_0 = 50 \Omega$ (excepto en el caso de señal de vídeo/TV, para el cual se emplea $Z_0 = 75 \Omega$). Esto es debido a que dicho valor presenta un buen compromiso entre la atenuación mínima producida en la línea de transmisión (típicamente un cable coaxial) y su máxima capacidad de potencia. En la actualidad, uno de los conectores más usados es el SMA dado que proporciona una buena relación entre dimensiones, masa y rango de frecuencia, pudiendo alcanzar valores de medida cercanos a los 30 GHz. Sin embargo, otros tipos de conectores y transiciones también deben ser tenidos en cuenta.

Por ejemplo, la salida de muchos analizadores de redes se da habitualmente en forma de conector tipo N. Estos conectores presentan un mayor tamaño que los SMA. En el caso de realizar una medida en un circuito de microondas, típicamente se requerirán transiciones N-SMA para poder llevar a cabo las correspondientes conexiones.

Asimismo, existen otros conectores, como el TNC que consiste en una versión del conocido conector BNC, pero que presenta un menor uso, ya que su frecuencia de operación está limitada a 1 GHz. La figura 5 muestra algunos tipos de conectores coaxiales usados habitualmente para circuitos de microondas. Habitualmente, los conectores deben ser considerados como un elemento pasivo más en un circuito de microondas. De hecho, presentarán unas ciertas pérdidas (del orden de 1-2 dB) que se incrementarán con la frecuencia y que deberán ser consideradas en medidas de precisión.

Figura 5. a) Conectores SMA. b) Conectores tipo N. c) Transición N-SMA. d) Conector TNC. e) Dimensiones (en mm) de un conector SMA

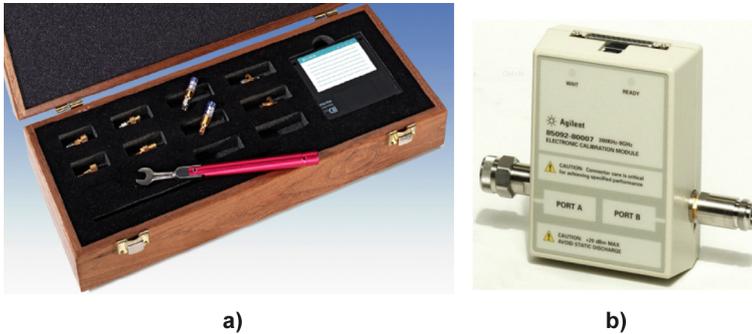


1.2.2. Terminaciones

Respecto a las terminaciones, al igual que en el caso de los conectores, tenemos diferentes tipos, es decir, que podemos encontrar cargas de 50Ω , cortocircuitos, circuitos abiertos, etc., con diferentes tipos de conexionado. En particular, en las medidas de circuitos de microondas mediante un analizador de redes es muy importante tener un kit de calibración preciso para sistematizar y corregir posibles errores en la medida. Concretamente, los estándares de calibración incluyen dos componentes (macho y hembra) de cada uno de los siguientes elementos: carga de 50Ω , cortocircuito, circuito abierto y *thru* (conexionado directo).

En la figura 6 se muestra un kit de calibración mecánico mediante componentes y uno integrado de tipo electrónico.

Figura 6. Kits de calibración para medidas con analizadores de redes. a) Kit mecánico R&S ZV-32 para conectores SMA. b) Kit de calibración Agilent 85092C RF electrónico (integra todos los estándares) para conectores tipo N



Ved también

Véase el módulo "Análisis de circuitos de microondas" de este material didáctico para más detalle.

1.3. Diodos PIN

Los **diodos PIN**¹ se diferencian de las uniones convencionales *pn* en la introducción de una capa intrínseca (ligeramente dopada) entre los semiconductores *p* y *n*. Debido a esta estructura, cuando son polarizados en inversa, aparece una capacidad de unión serie, que implica una impedancia alta en el diodo, mientras que la polarización en directa corresponde con un estado de baja impedancia (presentan una resistencia en directo mucho menor que los diodos convencionales). A frecuencias mayores de 50 MHz, los diodos PIN no actúan como uniones *pn* rectificadores.

⁽¹⁾ Acrónimo de *positive intrinsic negative*.

La figura 7 muestra un ejemplo de diodo PIN, así como su modelo equivalente, mientras que la tabla 3 muestra algunos parámetros comerciales.

Figura 7. a) Diodos PIN Infineon BA592. b) Modelos equivalentes para polarización en inversa y en directa en diodos PIN

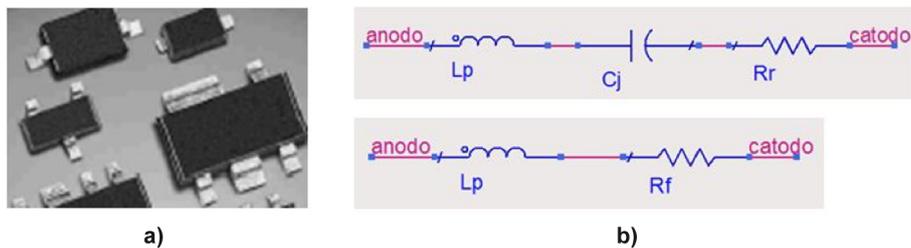


Tabla 3. Parámetros de los circuitos eléctricos equivalentes para varios diodos PIN comerciales

Diodo PIN	L_p (nH)	C_j (pF)	R_f (Ω)
NXP BAP50-03	-	0,3	3
Infineon BA592	1,8	0,92	0,36
Infineon BA892	0,6	0,92	0,45
Sanyo 1SV264	-	0,23	2,5

2. Atenuadores y adaptadores

En el presente apartado se analizan las principales topologías de atenuadores de señal, así como otros dispositivos tales como interruptores de RF, inversores e interconexiones y adaptadores para líneas de transmisión.

2.1. Atenuadores

Un atenuador es un circuito de microondas que se caracteriza por:

- Reducir los niveles de señal transmitida.
- Respetar las condiciones de adaptación del sistema en el cual se inserta.
- No producir desfase.

La matriz de dispersión que caracteriza a un atenuador bipuerto viene dada por:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & e^{-\gamma} \\ e^{-\gamma} & 0 \end{pmatrix} \quad \text{con } \gamma \in \mathbb{R}^+ \quad 3.24$$

Si consideramos el coeficiente de reflexión a la entrada y salida de un atenuador podemos observar que:

$$\Gamma_{\text{in}} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} = \Gamma_L e^{-2\gamma} \quad 3.25$$

$$\Gamma_o = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} = \Gamma_S e^{-2\gamma} \quad 3.26$$

Por tanto, notemos que si los coeficientes de reflexión de la carga y la fuente son nulos ($\Gamma_L = \Gamma_S = 0$) esto implica que se preserva la adaptación, ya que $\Gamma_{\text{in}} = \Gamma_o = 0$. Además si analizamos el impacto de señales incidentes en el bipuerto obtenemos:

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 = e^{-\gamma}a_2 \quad 3.27$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 = e^{-\gamma}a_1 \quad 3.28$$

Como se puede observar, la inserción de señal normalizada por el puerto 1, a_1 , implica una señal de salida en el puerto 2, b_2 , atenuada y no desfasada, ya que γ es un coeficiente real positivo. Si tomamos la expresión general de ganancia en potencia de una red bipuerto, podemos extraer la ganancia general de un atenuador, G_T :

$$G_T = \frac{|S_{21}|^2(1-|\Gamma_S|^2)(1-|\Gamma_L|^2)}{|(1-S_{11}\Gamma_S)(1-S_{22}\Gamma_L)-S_{12}S_{21}\Gamma_S\Gamma_L|^2} = \frac{e^{-2\gamma}(1-|\Gamma_S|^2)(1-|\Gamma_L|^2)}{|1-e^{-2\gamma}\Gamma_S\Gamma_L|^2} \quad 3.29$$

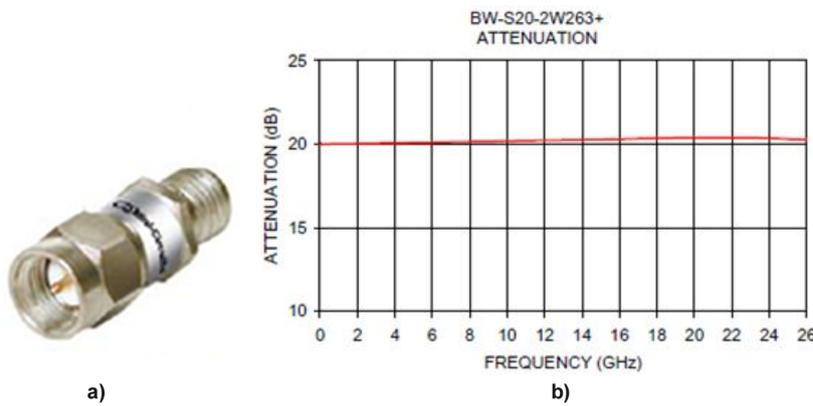
En condiciones de adaptación, la atenuación en dB se expresa como:

$$L = -10 \log G_T = -10 \log e^{-2\gamma} \quad 3.30$$

A continuación, realizaremos un ejemplo de extracción de la matriz de parámetros S de un atenuador comercial, a partir de sus especificaciones básicas.

Dada la siguiente respuesta en frecuencia del atenuador comercial BW-S20-2W263+ (figura 8), extraer su matriz de parámetros S.

Figura 8. a) Atenuador fijo de precisión modelo BW-S20-2W263+. b) Respuesta en frecuencia



Solución

De la respuesta en frecuencia se extrae el valor de atenuación que se corresponde aproximadamente a 20 dB en todo el rango de frecuencia de operación del atenuador (DC-26 GHz). Por tanto, aplicando la ecuación 3.30 podemos calcular la ganancia:

$$L = -10 \log G_T = 20 \text{ dB} \Rightarrow G_T = 10^{-20/10} = 0,01 \quad 3.31$$

De forma que podemos calcular la constante de propagación, γ :

$$G_T = e^{-2\gamma} = 0,01 \Rightarrow \gamma = \frac{\ln 100}{2} = 2,3 \quad 3.32$$

En consecuencia, la matriz de parámetros S del atenuador corresponderá a:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & e^{-2,3} \\ e^{-2,3} & 0 \end{pmatrix} \quad 3.33$$

La implementación de atenuadores se lleva a cabo típicamente con elementos resistivos (ya que no producen desfase) o con diodos PIN. La figura 9 muestra algunos ejemplos de atenuadores resistivos con su correspondiente modelo equivalente. Estos atenuadores se conocen también con el nombre de fijos, en el sentido de que no permiten modificar el valor de atenuación, ya que están basados en redes resistivas en configuración T o π (figura 10).

Figura 9. Atenuadores fijos de precisión. a) Modelo BW-S15W5+. b) Modelo BW-N20W20+. c) Esquema y modelo eléctrico equivalente basado en red resistiva en π

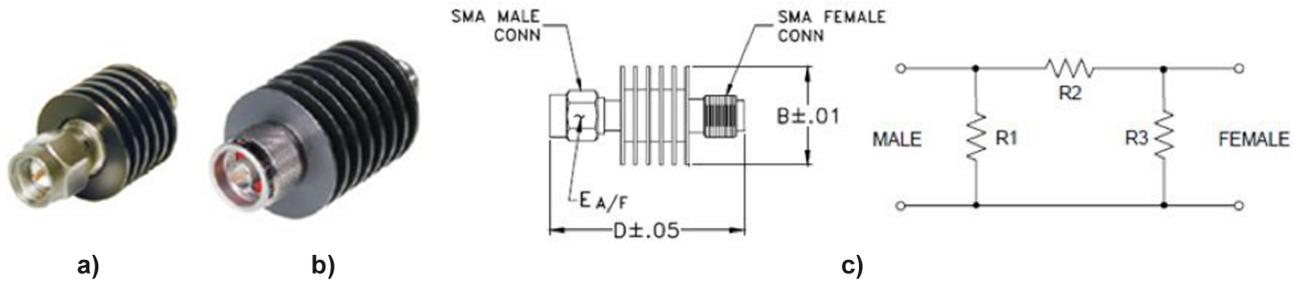
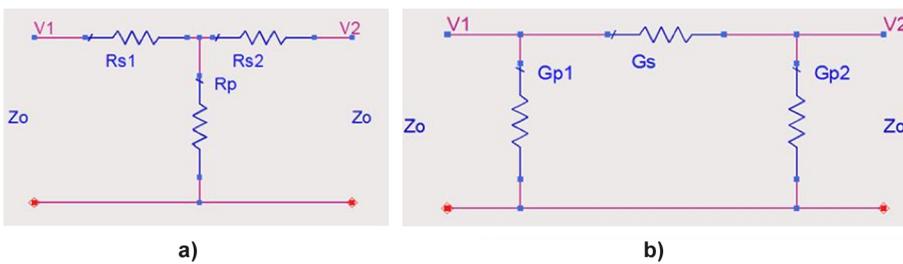


Figura 10. Redes equivalentes resistivas de atenuadores fijos. a) Modelo en T. b) Modelo en π



A continuación calcularemos la atenuación de un atenuador en T. Asumiremos el caso más habitual de operación basado en una red simétrica ($R_{S1} = R_{S2} = R_S$), así como adaptación a la entrada y salida del atenuador ($Z_{in} = Z_L = Z_0$). En tales condiciones, la impedancia de entrada es:

$$Z_{in} = R_S + \frac{R_P(R_S + Z_0)}{R_P + R_S + Z_0} = Z_0 \quad 3.34$$

Aislando, determinamos la resistencia paralelo como:

$$R_P = \frac{1}{2} \left[\frac{Z_0^2}{R_S} - R_S \right] \quad 3.35$$

Dado que con la salida terminada la entrada está adaptada no tenemos reflexiones y asumiendo la misma impedancia de referencia en ambos puertos, las pérdidas de inserción se calculan como el parámetro S_{21} , según:

$$S_{21} = \frac{V_2}{V_1^+} \Big|_{V_2^+ = 0} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_2}{V_1'} \frac{V_1'}{V_1} = \frac{Z_0}{R_S + Z_0} \frac{\frac{R_P(R_S + Z_0)}{R_P + R_S + Z_0}}{R_S + \frac{R_P(R_S + Z_0)}{R_P + R_S + Z_0}} \quad 3.36$$

donde V' corresponde a la tensión en el nodo intermedio de la red. Simplificando obtenemos:

$$S_{21} = \frac{Z_0 - R_S}{Z_0 + R_S} \quad 3.37$$

La atenuación vendrá dada por:

$$L = -20 \log S_{21} = 20 \log \frac{Z_0 + R_S}{Z_0 - R_S} \quad 3.38$$

Por lo tanto, en un atenuador resistivo existe una relación directa y unívoca entre el valor de la atenuación y las resistencias que lo componen. Es importante notar que se trata de una red recíproca, por lo que $S_{21} = S_{12}$, así, en general podremos invertir la posición del inversor obteniendo las mismas prestaciones.

Veamos ahora un ejemplo de cálculo de componentes de un atenuador basado en una red en T.

Calcular las resistencias de un atenuador fijo en configuración T con una atenuación de 40 dB para un sistema adaptado con $Z_0 = 50 \Omega$.

Solución

A partir de la expresión 3.38 podemos extraer el valor de la resistencia serie según:

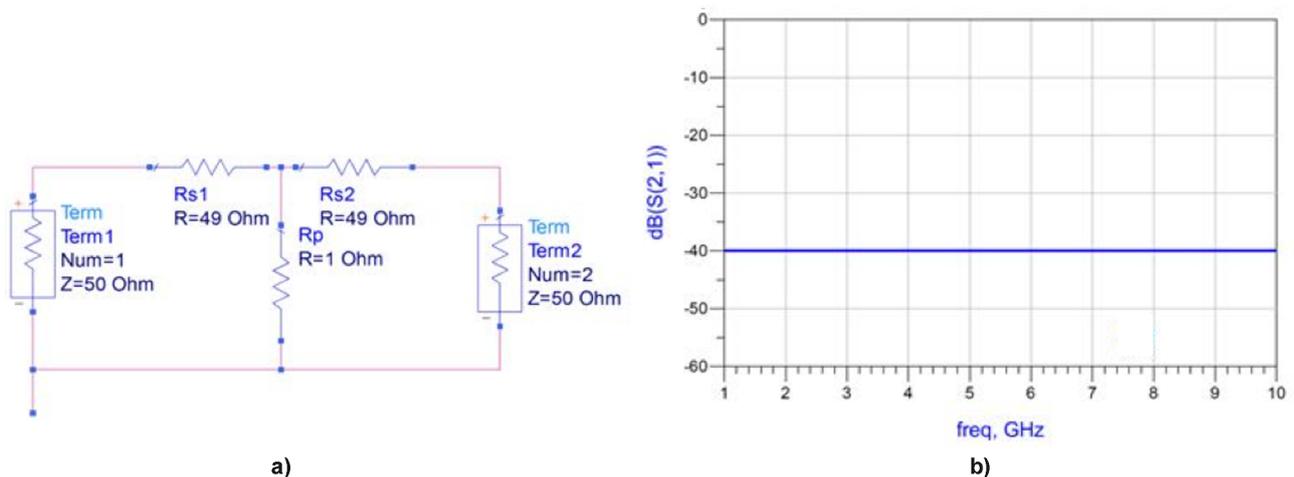
$$10^{L/20} = \frac{Z_0 + R_S}{Z_0 - R_S} \Rightarrow R_S = Z_0 \frac{10^{L/20} - 1}{10^{L/20} + 1} = 49 \Omega \quad 3.39$$

A su vez podemos calcular el valor de la resistencia paralelo, según 3.35:

$$R_P = \frac{1}{2} \left[\frac{Z_0^2}{R_S} - R_S \right] = 1 \Omega \quad 3.40$$

La figura 11 muestra la simulación del comportamiento del atenuador. Se observa que la atenuación corresponde al valor de las especificaciones.

Figura 11. Simulación del atenuador resistivo del problema. a) Esquemático. b) Respuesta en frecuencia de las pérdidas de inserción



Por otro lado, podemos constituir atenuadores variables en tensión mediante diodos PIN. Pese a que debido a la aplicación de una tensión se podría calificar a estos dispositivos como activos, los consideramos en este apartado debido a su aplicación como atenuadores. La principal ventaja de dichas estructuras es que permiten obtener valores de atenuación controlables gracias al control de la resistencia serie en conducción directa, r_f , de los diodos PIN. Dicha resistencia puede variar desde un valor muy elevado (del orden de centenares de $k\Omega$, polarizando a 0 V) hasta un valor muy pequeño (decenas de Ω , polarizando a tensiones del orden de 10 V).

La figura 12 muestra dos ejemplos de atenuadores comerciales basados en diodos PIN, mientras que la figura 13 presenta un modelo eléctrico equivalente así como las curvas de atenuación en función de la tensión aplicada.

Figura 12. Atenuadores comerciales controlables por tensión basados en diodos PIN. a) Modelo General Microwave RF 1958. b) Modelo ZX73-2500+

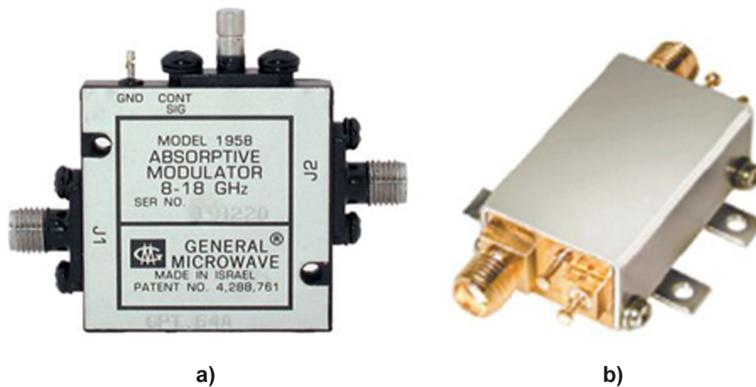
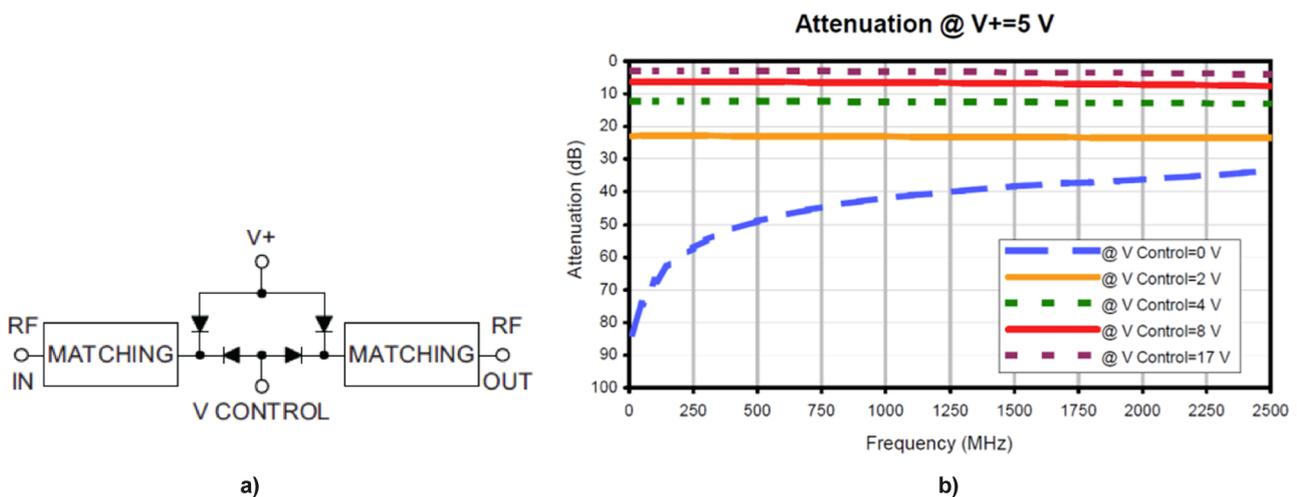


Figura 13. a) Modelo equivalente. b) Respuesta en frecuencia del atenuador controlable por tensión ZX73-2500+

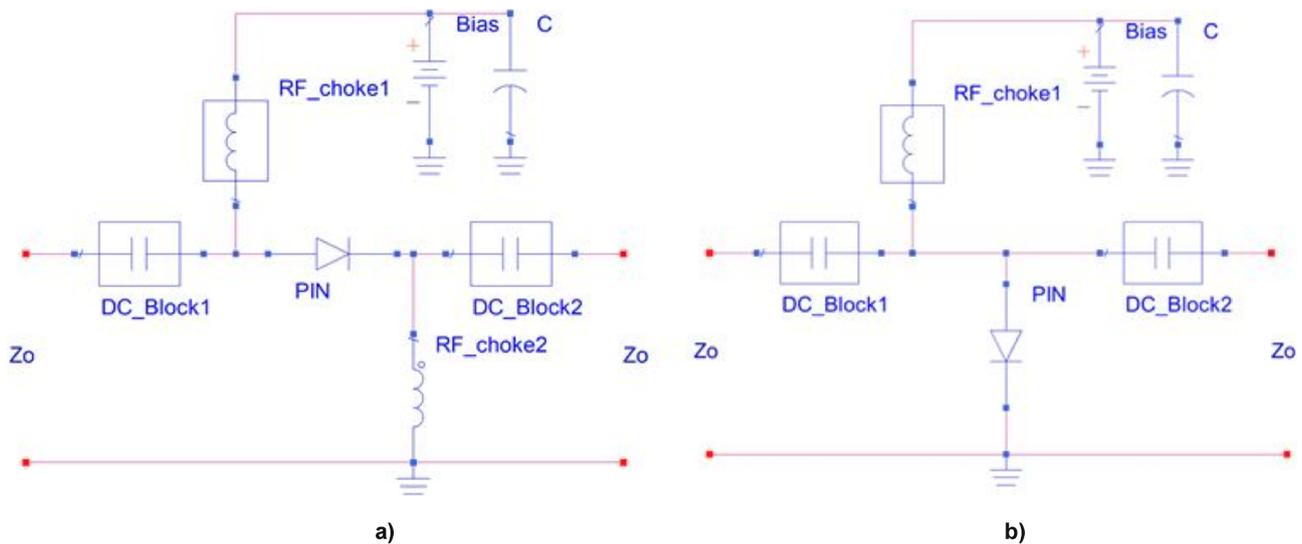


2.2. Interruptores

Los diodos PIN se utilizan como interruptores pasivos de RF en un gran número de aplicaciones comerciales tales como receptores de radio, transmisores de radar o sistemas de comunicaciones. Los diodos se usan como resistencias controlables por corriente para conseguir la conmutación entre estado ON y OFF. La figura 14 muestra las configuraciones serie o paralelo de interruptores

basados en diodos PIN, así como las redes de polarización correspondientes. En la configuración serie, el diodo polarizado en directa constituye el estado ON, mientras que, en la configuración paralela, el estado ON se corresponde con la polarización del diodo en inversa. El estado OFF de los interruptores implica que la potencia incidente se refleja. Notemos que la red de polarización se basa en un choque de RF con el objetivo de preservar la fuente de alimentación de señales de RF.

Figura 14. Configuraciones básicas de interruptores basados en diodos PIN. a) Configuración serie. b) Configuración paralelo



Las condiciones de un interruptor de microondas ideales corresponden a pérdidas de inserción nulas en el estado ON y atenuación infinita en el estado OFF, esto es:

$$\text{Estado ON} \Rightarrow IL = 0 \text{ dB} \quad 3.41$$

$$\text{Estado OFF} \Rightarrow Isolation = \infty \quad 3.42$$

Sin embargo, los interruptores presentarán un cierto nivel de pérdidas de inserción en conducción (estado ON) y una atenuación o nivel de aislamiento finito para el estado OFF.

A modo de ejemplo, las figuras 15 y 16 muestran respectivamente modelos de interruptores comerciales basados en diodos PIN, así como alguno de sus niveles de pérdidas de inserción y aislamiento.

Figura 15. Interruptores RF basados en diodos PIN. a) Modelo G.T. Microwave SP2T. b) Modelo ZMSW-1211 y circuito eléctrico equivalente

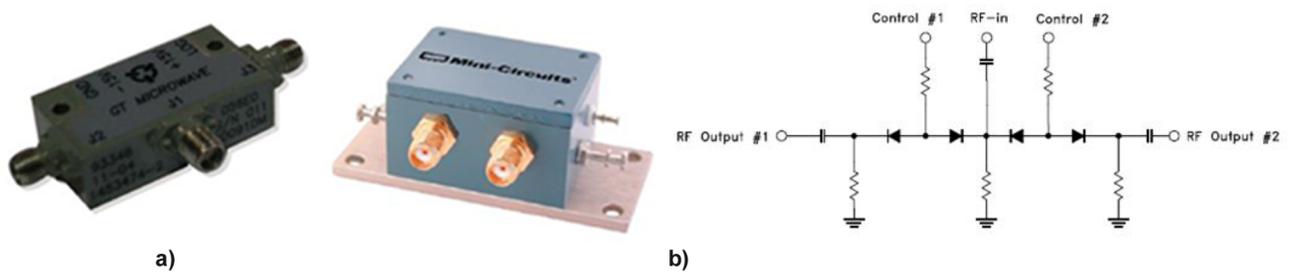
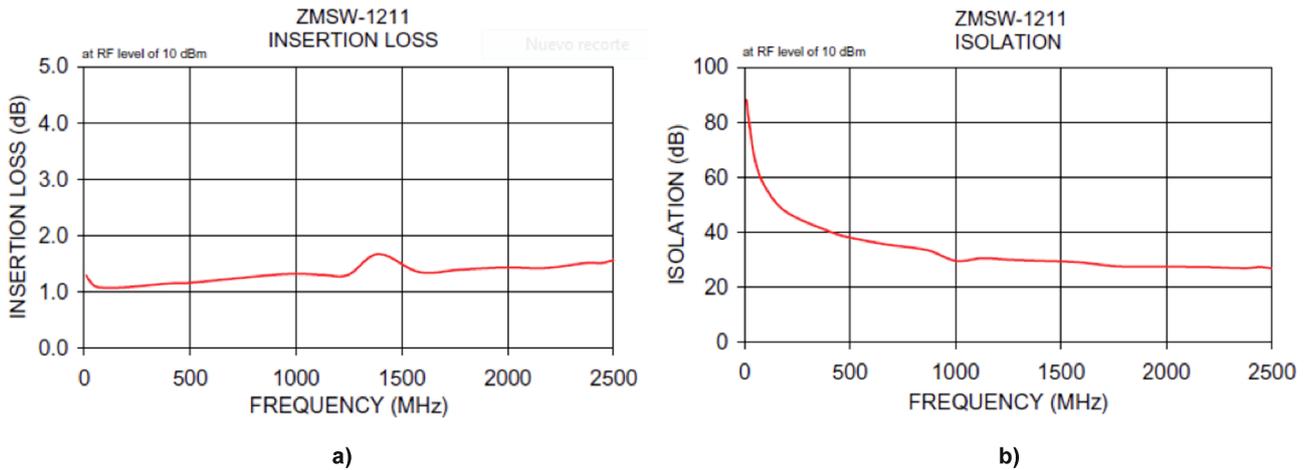


Figura 16. Prestaciones del interruptor ZMSW-1211. a) Pérdidas de inserción (estado ON). b) Nivel de aislamiento (estado OFF)



Para determinar las expresiones matemáticas que caracterizarán los interruptores, consideremos la simplificación de los circuitos de la figura 14 teniendo en cuenta choques y bloqueadores de DC ideales (impedancia infinita y nula para RF, respectivamente), los diodos PIN mediante su impedancia equivalente, Z_d , y terminemos ambos circuitos con Z_0 a entrada y salida. En estas condiciones, las pérdidas de inserción del interruptor, definidas como el cociente entre la tensión en la carga (considerando en interruptor) y la propia tensión en la carga sin considerar el interruptor son:

$$\text{Interruptor serie} \Rightarrow IL = -20 \log \left| \frac{2Z_0}{2Z_0 + Z_d} \right| \quad 3.43$$

$$\text{Interruptor paralelo} \Rightarrow IL = -20 \log \left| \frac{2Z_d}{2Z_d + Z_0} \right| \quad 3.44$$

donde la impedancia del diodo PIN, viene definida según la figura 7b como:

$$[Z_d]_r = R_r + j[\omega L_p - 1/\omega C_j] \quad \text{en inversa} \quad 3.45$$

$$[Z_d]_f = R_f + j\omega L_p \quad \text{en directa} \quad 3.46$$

En el ejemplo siguiente se muestran los cálculos relativos a las prestaciones de un interruptor de diodos PIN comercial.

Para un interruptor basado en un diodo Infineon BA892 (tabla 3) operando a $f = 1$ GHz, determinar qué circuito implica un mayor ratio de atenuación OFF-ON, si el circuito serie o paralelo. Considerar un sistema con $Z_0 = 50 \Omega$ y suponer $R_r = 1 \Omega$.

Solución

En primer lugar calculamos la impedancia equivalente del diodo PIN en inversa y en directa, tomando los valores de la tabla 3 y usando las ecuaciones 3.45-3.46:

$$[Z_d]_r = R_r + j[\omega L_p - 1/\omega C_j] = 1 - j169,22\Omega \quad 3.47$$

$$[Z_d]_f = R_f + j\omega L_p = 0,45 + j3,77\Omega \quad 3.48$$

Para el circuito serie, aplicando la ecuación 3.43:

$$IL_{ON} = -20 \log \left| \frac{2Z_0}{2Z_0 + [Z_d]_f} \right| = 0,05\text{dB} \quad 3.49$$

$$IL_{OFF} = -20 \log \left| \frac{2Z_0}{2Z_0 + [Z_d]_r} \right| = 5,89\text{dB} \quad 3.50$$

Para el circuito paralelo, aplicando la ecuación 3.44:

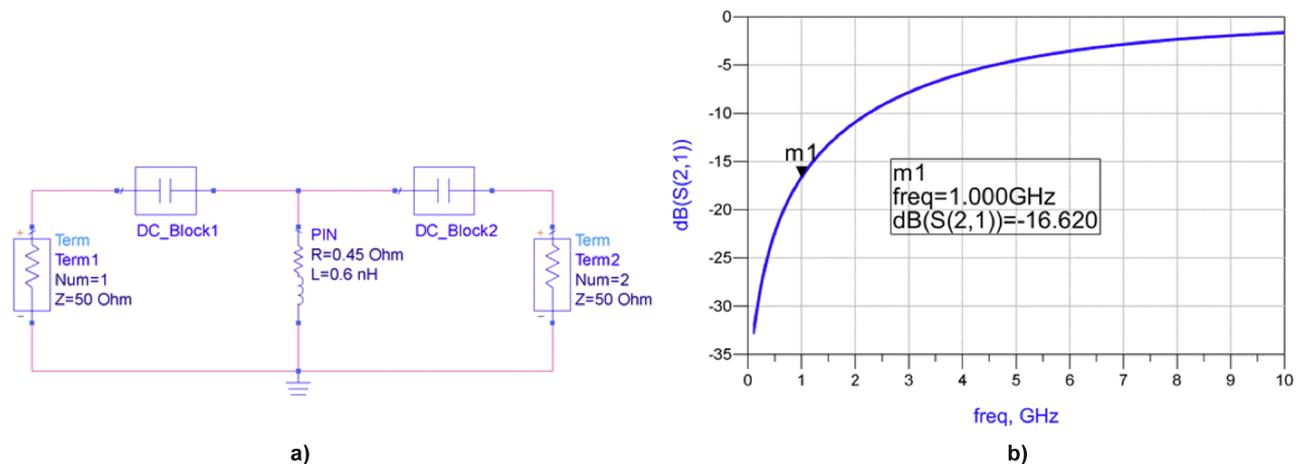
$$IL_{ON} = -20 \log \left| \frac{2[Z_d]_r}{2[Z_d]_r + Z_0} \right| = 0,10\text{dB} \quad 3.51$$

$$IL_{OFF} = -20 \log \left| \frac{2[Z_d]_f}{2[Z_d]_f + Z_0} \right| = 16,62\text{dB} \quad 3.52$$

Por tanto, la configuración paralelo presenta una mejor diferencia $IL_{OFF} - IL_{ON} = 16,52$ dB.

La figura 17 muestra la simulación del aislamiento para el caso de configuración paralelo, donde efectivamente comprobamos el valor calculado. Notemos que en este caso se considera el parámetro S_{21} , ya que equivale a las pérdidas de inserción, de acuerdo con la ecuación 3.36.

Figura 17. Simulación del estado OFF de la configuración paralelo del interruptor del problema. a) Esquemático. b) Respuesta en frecuencia del aislamiento



2.3. Inversores. Transformadores $\lambda/4$

Un **inversor** es una red bipuerto recíproca, simétrica y sin pérdidas, tal que la impedancia (o admitancia) de entrada $Z_{in}(Y_{in})$ cumple con relación a la carga $Z_L(Y_L)$:

$$Z_{in} = \frac{K^2}{Z_L} \quad ; \quad Y_{in} = \frac{J^2}{Y_L} \quad \text{con} \quad K^2 = J^{-2} \quad 3.53$$

Las matrices de impedancias y admitancias de los inversores presentan la forma:

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & Z_{12} \\ Z_{12} & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad Y = \begin{pmatrix} 0 & Y_{12} \\ Y_{12} & 0 \end{pmatrix} \quad 3.54$$

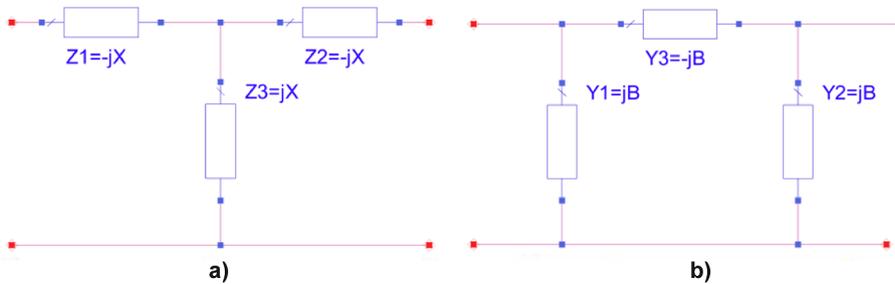
donde:

$$Z_{12} + Z_{12}^* = Y_{12} + Y_{12}^* = 0 \quad 3.55$$

$$K^2 = -Z_{12}^2 \quad ; \quad J^2 = -Y_{12}^2 \quad 3.56$$

Notemos que la condición 3.55 implica que los valores de Z_{12} y Y_{12} son puramente imaginarios. La figura 18 muestra las realizaciones físicas de inversores:

Figura 18. Circuitos equivalentes de implementaciones físicas de inversores



Las matrices que describen ambos circuitos son, respectivamente:

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & jX \\ jX & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad Y = \begin{pmatrix} 0 & jB \\ jB & 0 \end{pmatrix} \quad 3.57$$

$$K^2 = X^2 \quad ; \quad J^2 = B^2 \quad 3.58$$

A continuación se detalla el cálculo de la matriz S de un inversor. Para empezar, hay que tener en cuenta que un inversor es una estructura simétrica ($S_{11} = S_{22}$) y recíproca ($S_{12} = S_{21}$). Entonces, terminando su entrada y su salida con una impedancia Z_0 , se cumple que:

$$S_{11} = S_{22} = \frac{Z_{\text{in}} - Z_0}{Z_{\text{in}} + Z_0} = \frac{\frac{K^2}{Z_0} - Z_0}{\frac{K^2}{Z_0} + Z_0} = \frac{K^2 - Z_0^2}{K^2 + Z_0^2} = \frac{Y_0^2 - J^2}{Y_0^2 + J^2} \equiv \gamma \quad 3.59$$

Ahora, para calcular S_{12} y S_{21} , partimos de las expresiones genéricas:

$$\Gamma_{\text{in}} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + S_{12} \frac{a_2}{a_1} \quad 3.60$$

$$\Gamma_L^{-1} = \frac{b_2}{a_2} = S_{21} \frac{a_1}{a_2} + S_{22} \quad 3.61$$

Considerando de nuevo la simetría ($S_{11} = S_{22}$) y también la reciprocidad ($S_{12} = S_{21}$) de la estructura, obtenemos:

$$S_{12} = S_{21} = \sqrt{(\Gamma_L^{-1} - S_{11})(\Gamma_{\text{in}} - S_{11})} \quad 3.62$$

En el caso de que se tome, por ejemplo, un cortocircuito como carga ($\Gamma_L = 1$; $\Gamma_{\text{in}} = -1$), sucede que:

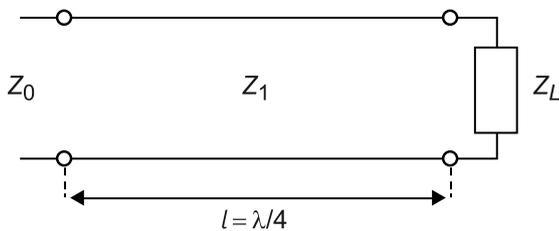
$$S_{12} = S_{21} = \sqrt{(1 - S_{11})(-1 - S_{11})} = \pm j\sqrt{1 - S_{11}^2} = \pm j\sqrt{1 - \gamma^2} \quad 3.63$$

De manera que, para un inversor:

$$S = \begin{pmatrix} \gamma & \pm j\sqrt{1 - \gamma^2} \\ \pm j\sqrt{1 - \gamma^2} & \gamma \end{pmatrix} \quad \text{con } \gamma \in \mathbb{R} \quad 3.64$$

Por lo tanto, el inversor presenta una matriz de parámetros S que se expresa mediante un único parámetro, γ . La síntesis de inversores mediante líneas de transmisión se puede llevar a cabo mediante inversores $\lambda/4$. La figura 19, muestra el esquema de dicha estructura.

Figura 19. Implementación de un inversor mediante una línea de transmisión de longitud $\lambda/4$



En este caso la impedancia de entrada del inversor $\lambda/4$, con impedancia característica Z_1 , cargado con una impedancia Z_L , se corresponde con:

$$Z_{\text{in}} = Z_1 \frac{Z_L + jZ_1 \tan \beta l}{Z_1 + jZ_L \tan \beta l} = \frac{Z_1^2}{Z_L} \quad 3.65$$

Si terminamos con una carga $Z_L = Z_0$, podemos usar la ecuación 3.59 y obtener el parámetro γ que caracteriza al inversor estudiado:

$$\gamma = S_{11} = S_{22} = \frac{\frac{Z_1^2}{Z_0} - Z_0}{\frac{Z_1^2}{Z_0} + Z_0} = \frac{Z_1^2 - Z_0^2}{Z_1^2 + Z_0^2} \quad 3.66$$

donde:

$$K = Z_1 \quad 3.67$$

En caso de considerar un inversor de admitancias, los cálculos son similares y se determina que:

$$J = \frac{1}{Z_1} = Y_1 \quad 3.68$$

A continuación, realizaremos un ejemplo de cálculo de los parámetros S de un inversor y comprobaremos los resultados obtenidos mediante una simulación.

Calcular la matriz de parámetros S de un inversor, operando a $f = 1$ GHz basado en una línea de transmisión $\lambda/4$ de impedancia característica $Z_1 = 50 \Omega$, terminada con $Z_L = Z_0$ en dos casos:

1) $Z_0 = 50 \Omega$

2) $Z_0 = 75 \Omega$

Solución

1) Usando la expresión 3.66 para el caso particular $Z_0 = Z_1$ extraemos γ :

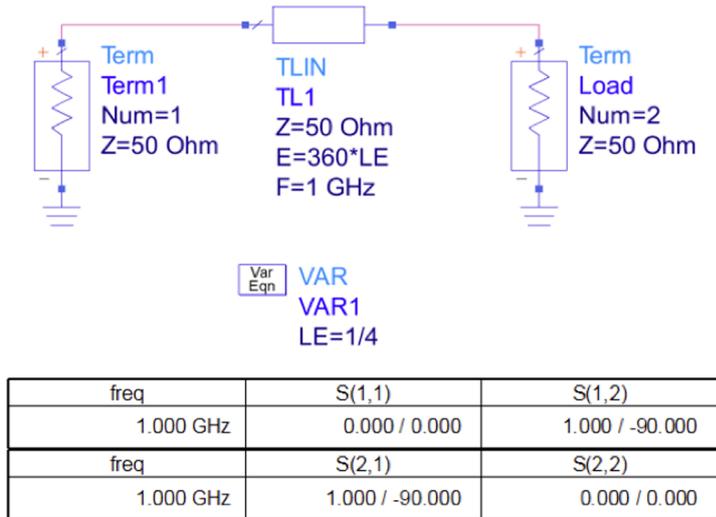
$$\gamma = \frac{Z_1^2 - Z_0^2}{Z_1^2 + Z_0^2} = 0 \quad 3.69$$

Por tanto la matriz $[S]$ se reduce a:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & -j \\ -j & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & e^{-j\frac{\pi}{2}} \\ e^{-j\frac{\pi}{2}} & 0 \end{pmatrix} \quad 3.70$$

La figura 20 muestra el esquemático del problema calculado y el resultado de simulación de la matriz de parámetros S . Como se aprecia, se debe cumplir que la longitud eléctrica sea, $LE = d/\lambda = 1/4$ a la frecuencia de interés (1 GHz).

Figura 20. Esquemático del inversor del apartado 1) del problema y resultado de simulación de la matriz S (resultados en módulo/fase)



2) Realizando los mismos cálculos para $Z_0 = 75 \Omega$ y $Z_1 = 50 \Omega$, obtenemos:

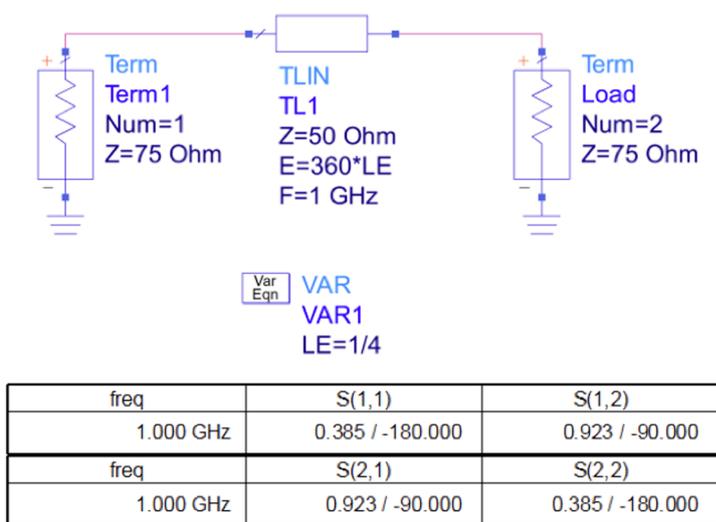
$$\gamma = \frac{Z_1^2 - Z_0^2}{Z_1^2 + Z_0^2} = -0,38 \quad 3.71$$

De manera que la matriz [S] se calcula como:

$$S = \begin{pmatrix} -0,38 & -j0,92 \\ -j0,92 & -0,38 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,38 & 0,92e^{-j\frac{\pi}{2}} \\ 0,92e^{-j\frac{\pi}{2}} & -0,38 \end{pmatrix} \quad 3.72$$

La figura 21 ilustra el resultado del apartado 2).

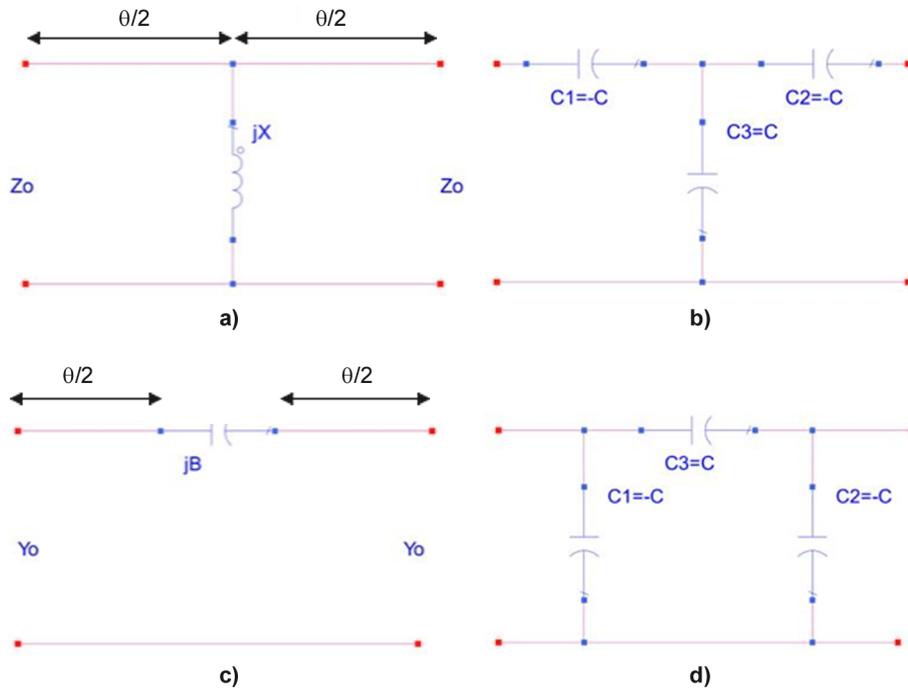
Figura 21. Esquemático del inversor del apartado 2) del problema y resultado de simulación de la matriz S (resultados en módulo/fase)



Los inversores constituyen una parte fundamental en el diseño de algunos filtros de microondas, como se verá posteriormente. Además de la implementación mediante transformadores $\lambda/4$, existen otras basadas en la combinación de líneas de transmisión con elementos reactivos o mediante redes capacitivas.

La figura 22 muestra estos casos para inversores de impedancia y admitancia.

Figura 22. Implementaciones de inversores de impedancia: a) Usando líneas de transmisión y elemento reactivo inductivo. b) Usando una red capacitiva. Implementaciones de inversores de admitancia: c) Usando líneas de transmisión y elemento reactivo capacitivo. d) Usando una red capacitiva



Las ecuaciones de diseño de estos inversores se corresponden con:

- Inversor de impedancia basado en líneas de transmisión e inducción (figura 22a):

$$K = Z_0 \tan \left| \frac{\theta}{2} \right| \quad 3.73$$

$$X = \frac{K}{1 - (K/Z_0)^2} \quad 3.74$$

$$\theta = -\tan^{-1} \frac{2X}{Z_0} \quad 3.75$$

- Inversor de impedancia basado en red capacitiva (figura 22b):

$$K = \frac{1}{\omega C} \quad 3.76$$

- Inversor de admitancia basado en líneas de transmisión y capacidad (figura 22c):

$$J = Y_0 \tan \left| \frac{\theta}{2} \right| \quad 3.77$$

$$B = \frac{J}{1 - (J/Y_0)^2} \quad 3.78$$

$$\theta = -\tan^{-1} \frac{2B}{Y_0} \quad 3.79$$

- Inversor de admitancia basado en red capacitiva (figura 22d):

$$J = \omega C \quad 3.80$$

2.4. Interconexiones y *tapers*

En este subapartado se introducirán algunas interconexiones típicas en aplicaciones de circuitos de microondas, así como el concepto de **líneas de transmisión conectadas mediante *tapers***.

En el régimen de bajas o medias frecuencias, las interconexiones entre dispositivos o componentes de un sistema electrónico se aproximan como puntos (con dimensiones nulas) debido a que λ es mucho mayor que las dimensiones reales de la interconexión real. En circuitos de microondas no se puede realizar dicha aproximación pues las dimensiones de las propias interconexiones son del orden de λ . Por tanto se producirán efectos tales como desadaptación, retardos temporales de la señal y desfases, así como distorsiones de señal debidas a las discontinuidades geométricas del circuito en cuestión. En muchos casos prácticos necesitamos conectar cables o guías con circuitería planar, cuyas pistas metálicas presentan diferentes secciones, que implicarán diferentes impedancias características.

En la figura 23 se muestran dos ejemplos al respecto.

Un *taper* es una sección de línea de transmisión que permite conectar dos secciones de líneas de transmisión de forma continua (no abrupta) con la finalidad de adaptarlas.

La figura 24 muestra este concepto, así como un ejemplo de *taper* en tecnología *microstrip*.

Es importante notar que la impedancia del *taper* varía en función de la posición (x), debido a la variación de sus propias dimensiones en función de x . Si consideramos la teoría de pequeñas reflexiones podemos aproximar el coeficiente de reflexión en $x = 0$ según:

$$\Gamma(\omega) = \frac{1}{2} \int_0^l e^{-j2\beta x} \frac{d}{dx} \ln \left[\frac{Z(x)}{Z_0} \right] dx \quad 3.81$$

Lectura recomendada

D. M. Pozar (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

Figura 23. a) Transición entre líneas de transmisión *microstrip-microstrip*. b) Transiciones entre coaxial-*microstrip*

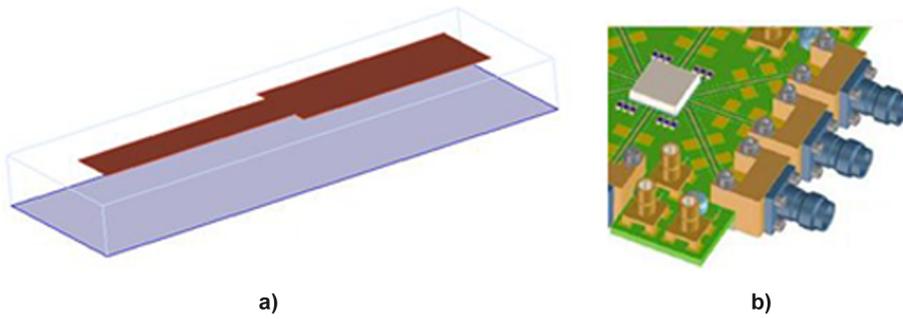
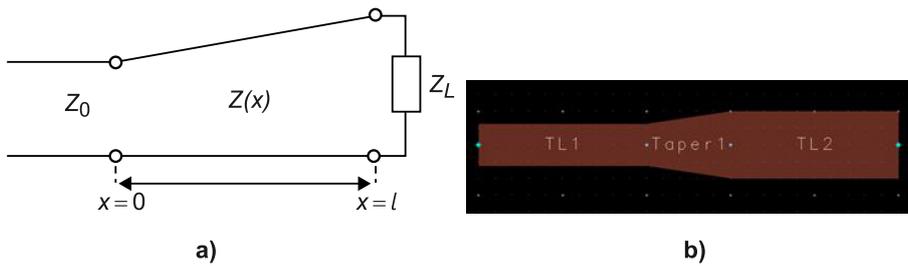


Figura 24. a) Modelo de *taper*, con impedancia $Z(x)$, entre una línea de transmisión y una carga. b) Ejemplo de interconexión mediante *taper* de dos líneas *microstrip*



Existen como mínimo tres tipos de estructuras simples de *taper* que producen una buena adaptación en un amplio ancho de banda: el *taper* exponencial, el *taper* triangular y el *taper* Klopfenstein. Dado que en los tres casos se obtienen prestaciones similares, a continuación consideraremos las principales ecuaciones derivadas del *taper* exponencial, a modo de ejemplo. Así, la impedancia de un *taper* exponencial se expresa como:

$$Z(x) = Z_0 e^{ax} \quad \text{para } 0 < x < l \quad 3.82$$

De acuerdo con la figura 24a, en general se desea que se cumplan simultáneamente las condiciones:

$$Z(0) = Z_0 \quad ; \quad Z(l) = Z_L \quad 3.83$$

De forma que la constante a queda determinada como:

$$a = \frac{1}{l} \ln\left(\frac{Z_L}{Z_0}\right) \quad 3.84$$

Por tanto, aplicando la ecuación 3.81, el coeficiente de reflexión para un *taper* exponencial resulta:

$$\Gamma(\omega) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{Z_L}{Z_0}\right) e^{-j\beta l} \frac{\sin \beta l}{\beta l} \quad 3.85$$

Para ilustrar este concepto, realizaremos el ejemplo de diseño de un *taper* siguiente.

Diseñar un *taper* exponencial para adaptar una carga de $Z_L = 50 \Omega$ a una línea de transmisión de $Z_0 = 100 \Omega$. Considerar una longitud del *taper* de 50 mm. Representar el módulo del coeficiente de reflexión a la entrada y compararlo con el resultado de simulación correspondiente hasta una frecuencia de 5 GHz.

Solución

Usando la expresión del coeficiente de reflexión que hemos deducido y considerando la expresión de la constante de propagación en función de la frecuencia:

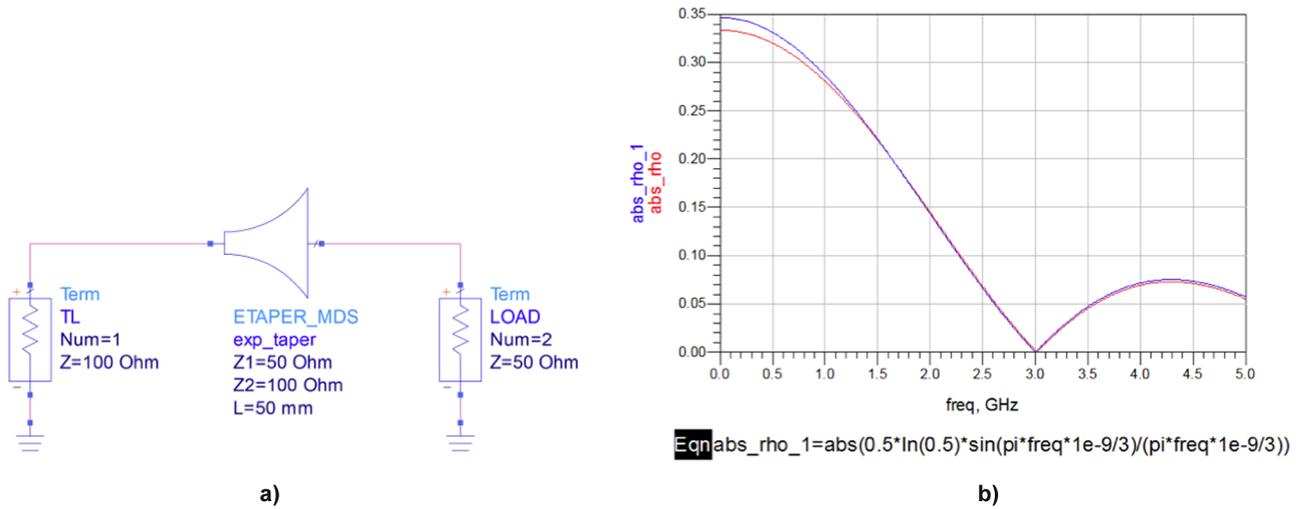
$$\Gamma(\omega) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{Z_L}{Z_0}\right) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} l} \frac{\sin\frac{2\pi}{\lambda} l}{\frac{2\pi}{\lambda} l} = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{Z_L}{Z_0}\right) e^{-j\frac{2\pi}{c} fl} \frac{\sin\frac{2\pi}{c} fl}{\frac{2\pi}{c} fl} \quad 3.86$$

Si consideramos los datos del problema, el módulo del coeficiente de reflexión es:

$$\Gamma(\omega) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1}{2}\right) \frac{\sin\frac{\pi}{3} 10^{-9} f}{\frac{\pi}{3} 10^{-9} f} \quad 3.87$$

La figura 25 muestra el esquemático del *taper* exponencial para adaptar la carga especificada a la línea de transmisión. El resultado de simulación se compara con el cálculo desarrollado en el problema.

Figura 25. Esquemático del sistema de adaptación del problema basado en un *taper* exponencial y comparación del resultado de simulación del módulo del coeficiente de reflexión con el cálculo desarrollado en el ejemplo

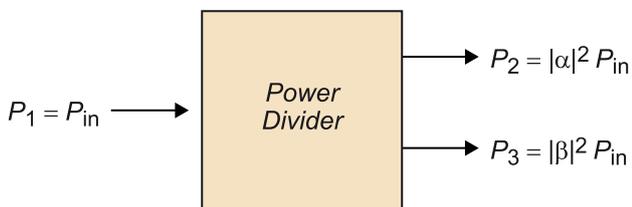


3. Divisores de potencia

Los divisores de potencia, como su nombre indica, son dispositivos pasivos usados para la división de la potencia, de forma que la señal de entrada se divide en dos o más señales de salida de potencia menor. Por tanto, se trata de dispositivos con tres o más puertos. La figura 26 muestra un esquema de divisor de potencia de 3 puertos. En caso de no tener pérdidas, las fracciones de potencia cumplen:

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad 3.88$$

Figura 26. Esquema de un divisor de potencia de 3 puertos



Un **divisor de potencia** es un dispositivo recíproco, típicamente de 3 accesos con una matriz de dispersión (asumiendo el puerto 1 adaptado):

$$S = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & \beta \\ \alpha & \gamma & \delta \\ \beta & \delta & \epsilon \end{pmatrix} \quad 3.89$$

Si el divisor es simétrico con respecto al puerto 1, la matriz [S] se simplifica:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & \alpha \\ \alpha & \gamma & -\gamma \\ \alpha & -\gamma & \gamma \end{pmatrix} \quad 3.90$$

Si, además, consideramos que no hay pérdidas se cumple:

$$|\alpha| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad ; \quad |\beta| = \frac{1}{2} \quad 3.91$$

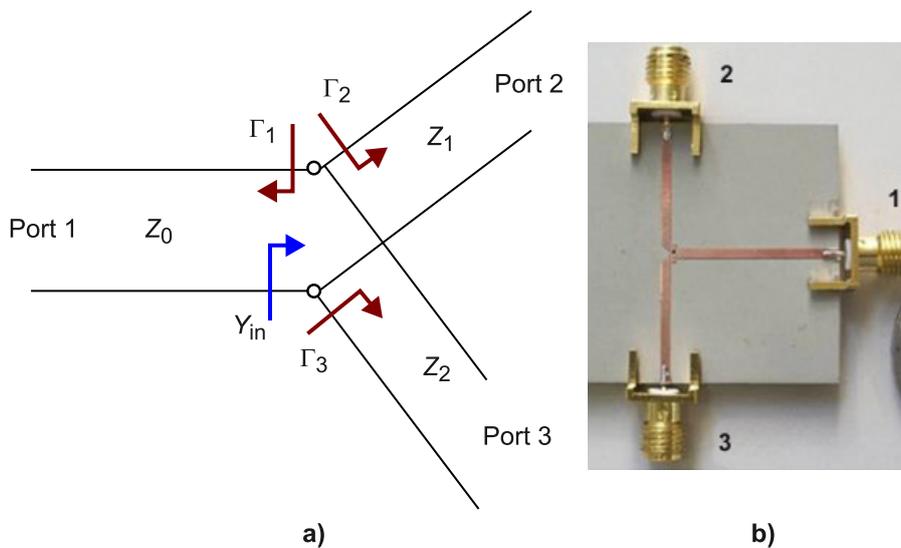
En el presente apartado se analizarán las principales topologías de divisores de potencia. En concreto, abordaremos las uniones-T, los divisores resistivos y Wilkinson, así como los circuladores y duplexores. Se detallarán las matrices de parámetros S y las principales ecuaciones de diseño de cada tipo de divisor. Para simplificar los cálculos, se considerarán los divisores sin pérdidas en las propias líneas y en sus uniones.

3.1. Uniones-T. Divisores resistivos

3.1.1. Uniones-T

Un divisor de potencia basado en una unión-T es un dispositivo de tres puertos que puede implementarse mediante la unión de líneas de transmisión tal y como se muestra en la figura 27. Típicamente se implementan en tecnología *microstrip*, *stripline* o guías de ondas.

Figura 27. a) Divisor de potencia basado en líneas de transmisión (unión-T) sin pérdidas. b) Implementación en tecnología *microstrip*



La condición de adaptación para el divisor de potencia a la línea de entrada es:

$$Y_{in} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{Z_0} \quad 3.92$$

Como veremos en el ejemplo siguiente, los valores de las impedancias Z_1 y Z_2 permiten conseguir diversos rangos de fracciones de potencia a la salida.

Un divisor de potencia basado en una unión-T sin pérdidas presenta una impedancia de $Z_0 = 30 \Omega$ en el puerto de entrada. Calcular el valor de las impedancias de los puertos de salida, Z_1 y Z_2 para conseguir ratios de división de potencia a la salida de:

1) 1:1

2) 3:1

Solución

Considerando que la tensión en la unión es V_T , la potencia de entrada es:

$$P_1 = P_{\text{in}} = \frac{1}{2} \frac{V_T^2}{Z_0} \quad 3.93$$

1) Para obtener una ratio 1:1 en las potencias a la salida implica $P_2 = P_3$:

$$P_2 = \frac{1}{2} \frac{V_T^2}{Z_1} = \frac{P_{\text{in}}}{2} \quad 3.94$$

$$P_3 = \frac{1}{2} \frac{V_T^2}{Z_2} = \frac{P_{\text{in}}}{2} \quad 3.95$$

Por lo tanto:

$$Z_1 = Z_2 = 2Z_0 = 60\Omega \quad 3.96$$

2) Para obtener una ratio 3:1 en las potencias a la salida implica $P_2 = 3P_3$:

$$P_2 = \frac{1}{2} \frac{V_T^2}{Z_1} = \frac{3P_{\text{in}}}{4} \quad 3.97$$

$$P_3 = \frac{1}{2} \frac{V_T^2}{Z_2} = \frac{P_{\text{in}}}{4} \quad 3.98$$

Por lo tanto:

$$Z_1 = \frac{4Z_0}{3} = 40\Omega \quad 3.99$$

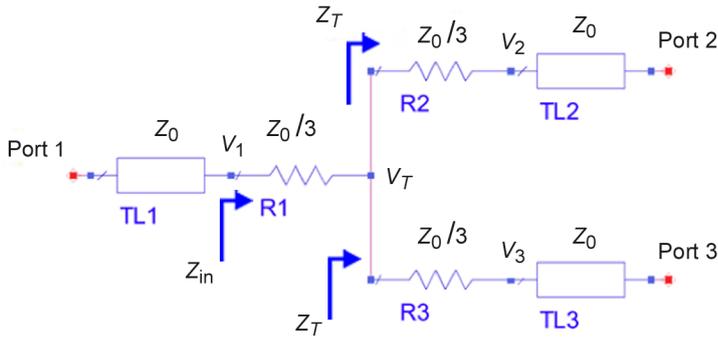
$$Z_2 = 4Z_0 = 120\Omega \quad 3.100$$

3.1.2. Divisores resistivos

La principal ventaja de las uniones-T mediante líneas de transmisión son las bajas pérdidas (idealmente nulas). Sin embargo, una topología de divisor de potencia como la mostrada en la figura 27 no permite una adaptación simultánea en los tres puertos. Este hecho se puede resolver mediante la inserción de elementos con pérdidas, tales como resistencias discretas. Asimismo, los divisores resistivos presentan la ventaja adicional de que sus prestaciones son válidas con independencia de la frecuencia.

La figura 28 muestra un divisor resistivo simétrico.

Figura 28. Divisor de potencia resistivo simétrico de tres puertos



Considerando que todos los puertos están terminados con una impedancia característica Z_0 , podemos calcular las impedancias involucradas en el divisor:

$$Z_T = \frac{Z_0}{3} + Z_0 = \frac{4Z_0}{3} \quad 3.101$$

$$Z_{in} = \frac{Z_0}{3} + \frac{Z_T}{2} = Z_0 \quad 3.102$$

Por lo tanto vemos que la entrada está adaptada. Dado que la red es simétrica, notemos que:

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = 0 \quad 3.103$$

Para calcular el resto de parámetros S , consideremos las relaciones entre tensiones definidas en la figura 28. Así en el centro de la unión:

$$V_T = \frac{Z_T/2}{Z_0/3 + Z_T/2} V_1 = \frac{2}{3} V_1 \quad 3.104$$

Por su parte, las tensiones de salida se determinan como:

$$V_2 = V_3 = \frac{Z_0}{Z_0 + Z_0/3} V_T = \frac{3}{4} V_T = \frac{1}{2} V_1 \quad 3.105$$

Si además tenemos en cuenta que la red es recíproca, tenemos:

$$S_{21} = S_{12} = \frac{1}{2} ; \quad S_{31} = S_{13} = \frac{1}{2} ; \quad S_{23} = S_{32} = \frac{1}{2} \quad 3.106$$

De forma que la matriz de dispersión del divisor resulta:

$$S = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 3.107$$

Notemos que la potencia en los puertos de salida se da como:

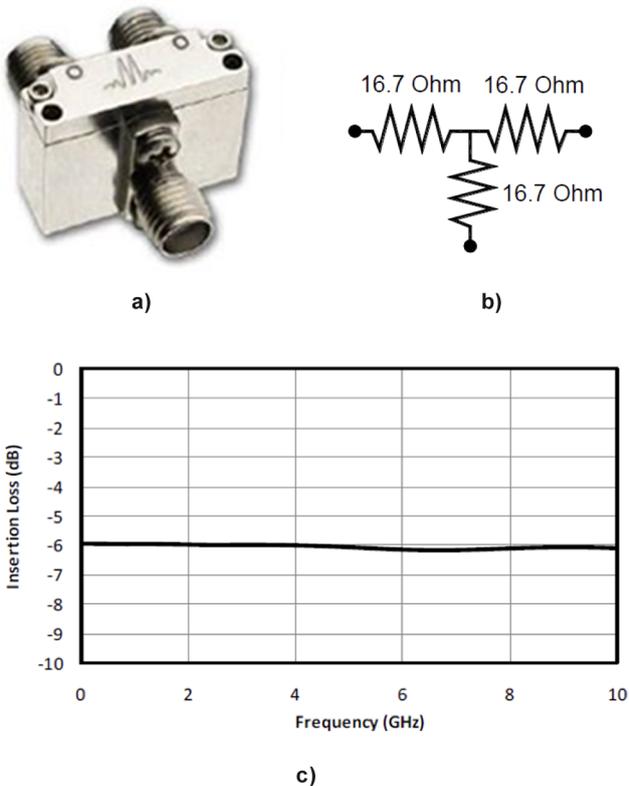
$$P_2 = |S_{21}|^2 P_{in} = \frac{P_{in}}{4} \quad 3.108$$

$$P_3 = |S_{31}|^2 P_{in} = \frac{P_{in}}{4} \quad 3.109$$

Por lo tanto, el valor de las potencias a las salidas del divisor (puertos 2 y 3) es 6 dB menor a la potencia de entrada. El balance de potencias, indica que la mitad de la potencia suministrada se disipa en las resistencias.

La figura 29 ilustra un modelo comercial de divisor de potencia resistivo, así como su modelo equivalente y respuesta en frecuencia.

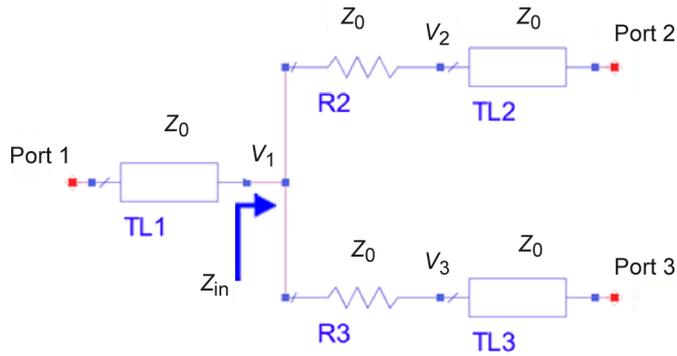
Figura 29. Divisores de potencia resistivo comercial. a) Modelo Marki PD-0010. b) Modelo eléctrico equivalente. c) Respuesta en frecuencia (pérdidas de inserción)



Los divisores resistivos no tienen por qué ser simétricos. A continuación analizaremos un ejemplo.

Calcular la matriz de parámetros S del divisor de potencia resistivo de la figura 30.

Figura 30. Divisor de potencia resistivo no simétrico de tres puertos

**Solución**

La impedancia en la entrada del divisor (en la unión) viene dada por:

$$Z_{in} = \frac{2Z_0}{2} = Z_0 \quad 3.110$$

Por otro lado, si evaluamos las impedancias de entrada vistas desde el terminal 2 y 3 del divisor de potencia:

$$Z_{in2} = Z_{in3} = Z_0 + \frac{2Z_0^2}{Z_0 + 2Z_0} = \frac{5Z_0}{3} \quad 3.111$$

De forma que:

$$S_{11} = 0 ; \quad S_{22} = S_{33} = \frac{5Z_0/3 - Z_0}{5Z_0/3 + Z_0} = \frac{1}{4} \quad 3.112$$

Para calcular los términos no diagonales de la matriz, consideramos el circuito equivalente resultante de la figura 30, considerando los puertos correspondientes adaptados. Así:

$$S_{21} = \frac{V_2^-}{V_1^+} = \frac{Z_0}{2Z_0} = \frac{1}{2} \quad 3.113$$

$$S_{31} = \frac{V_3^-}{V_1^+} = \frac{Z_0}{2Z_0} = \frac{1}{2} \quad 3.114$$

Del mismo modo:

$$S_{12} = S_{13} = \frac{1}{2} \quad 3.115$$

En el caso del cálculo de S_{32} , el puerto 2 no está adaptado por lo que la tensión a considerar en dicho puerto es:

$$V_2 = V_2^+(1 + S_{22}) \quad 3.116$$

A partir del circuito equivalente:

$$V_3^- = \frac{1}{2} \frac{2Z_0/3}{2Z_0/3 + Z_0} V_2 = \frac{1}{5} V_2^+(1 + S_{22}) \quad 3.117$$

De manera que:

$$S_{32} = \frac{V_3}{V_2} = \frac{1}{5} \quad (1 + S_{22}) = \frac{1}{4} \quad 3.118$$

Del mismo modo:

$$S_{23} = S_{32} = \frac{1}{4} \quad 3.119$$

De forma que la matriz de parámetros S resulta:

$$S = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \quad 3.120$$

3.2. Divisor Wilkinson

Los divisores vistos hasta ahora presentan la desventaja de que los accesos de salida (2 y 3) no están aislados, ya que:

$$S_{23} = S_{32} \neq 0 \quad 3.121$$

Asimismo, la simetría en la división de potencia se destruye en caso de que los accesos 2 y 3 se carguen de manera asimétrica, es decir:

$$R_2 \neq R_3 \quad 3.122$$

El divisor de potencia Wilkinson resuelve estos dos inconvenientes.

Un **divisor de potencia Wilkinson** presenta una matriz de dispersión:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & \alpha \\ \alpha & 0 & 0 \\ \alpha & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 3.123$$

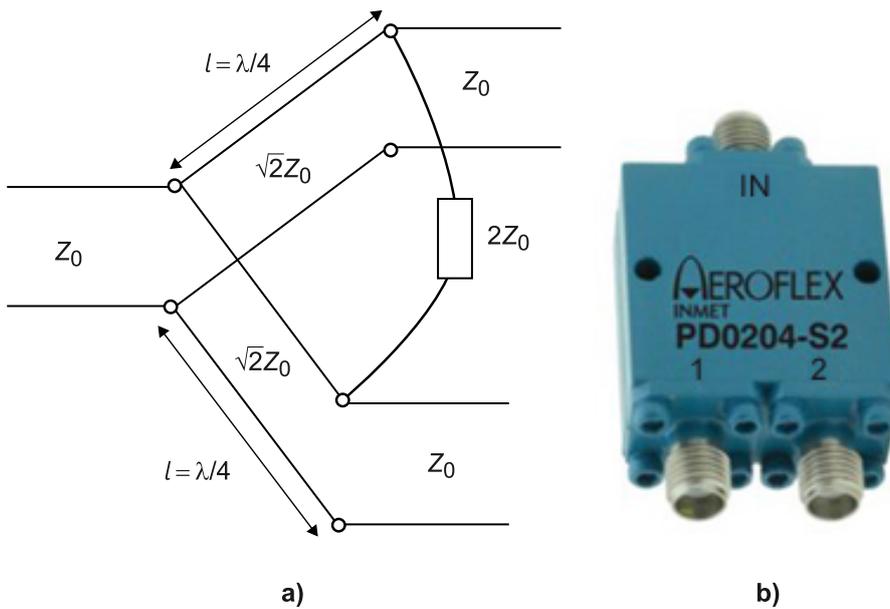
Siendo las fracciones de potencia:

$$|\alpha| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad |\alpha|^2 = \frac{1}{2} \quad 3.124$$

El reparto de potencia en los puertos 2 y 3 es simétrico con independencia de como estén cargados los puertos y se corresponde con un nivel de 3 dB menor a la potencia de entrada.

La figura 31 muestra el circuito equivalente de dicho divisor.

Figura 31. Divisor de potencia Wilkinson. a) Modelo equivalente. b) Modelo comercial Aeroflex PD0204-S2



Del análisis detallado de dicho circuito obtenemos la siguiente matriz de parámetros S:

$$S = \frac{-j}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 3.125$$

A continuación mostramos un ejemplo de diseño y simulación de un divisor Wilkinson.

Diseñar un divisor de potencia Wilkinson para obtener fracciones de potencia simétricas ($S_{21} = S_{31}$) para un sistema de impedancias de 50Ω a una frecuencia de 1 GHz, con un ancho de banda de 500 MHz.

Solución

A partir de la figura 31, sabemos que las líneas de transmisión de $\lambda/4$ deben tener una impedancia característica:

$$Z_{\frac{\lambda}{4}} = \sqrt{2} Z_0 = 70,71 \Omega \quad 3.126$$

Por otro lado, la resistencia paralelo que conecta ambas líneas se calcula mediante:

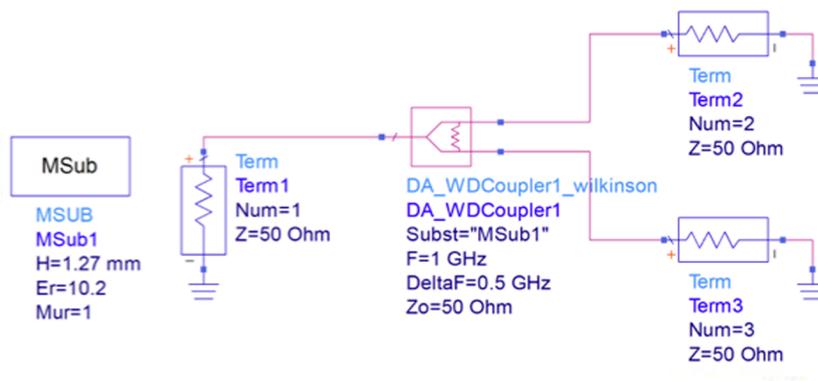
$$Z_p = 2Z_0 = 100 \Omega \quad 3.127$$

A partir de estos valores, se pueden calcular las dimensiones de las líneas de transmisión mediante las técnicas estudiadas en el módulo "Líneas de transmisión". En este caso, mostramos el resultado obtenido a través de la herramienta de diseño incluida en el simulador ADS (figura 32).

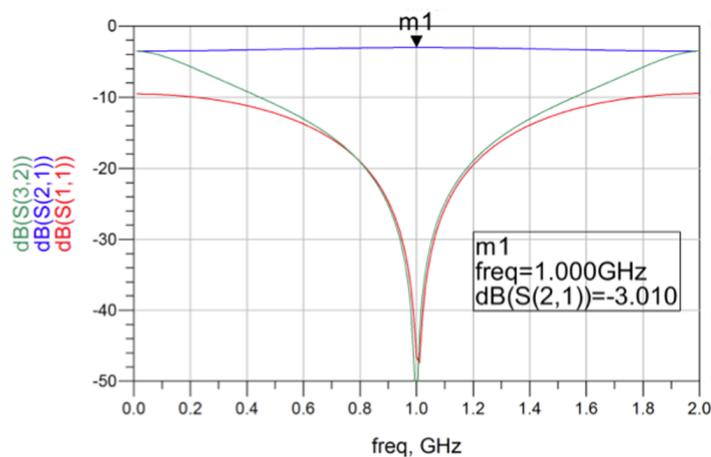
Lectura recomendada

D. M. Pozar (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

Figura 32. a) Divisor de potencia Wilkinson diseñado. b) Resultado de simulación de los parámetros S_{11} , S_{21} y S_{32}



a)



b)

A partir de los resultados de simulación, observamos lo siguiente:

- El puerto de entrada (puerto 1) está bien adaptado, ya que a 1 GHz el valor de S_{11} es menor de -40 dB.
- La división de potencia se realiza de manera correcta. En efecto, observamos un valor de S_{21} correspondiente a -3 dB. La simulación del parámetro S_{31} es idéntica, ya que $S_{21} = S_{31}$, por lo que la división de potencia es simétrica en los puertos de salida (puertos 2 y 3).
- El divisor presenta unos accesos de salida correctamente aislados ya que el valor de S_{32} es menor de -40 dB a la frecuencia de interés. La simulación del parámetro S_{23} es idéntica, ya que $S_{32} = S_{23}$.

3.3. Circuladores. Duplexores

Un **circulador** es una red de 3 accesos sin pérdidas y no recíproca, cuya matriz de dispersión se expresa como:

- Circulador operando en el sentido horario:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 3.128$$

- Circulador operando en el sentido antihorario:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 3.129$$

La propiedad fundamental de estos dispositivos es que, en condiciones de accesos adaptados, la señal inyectada en un puerto solo sale a través de otro puerto, manteniéndose el tercero aislado.

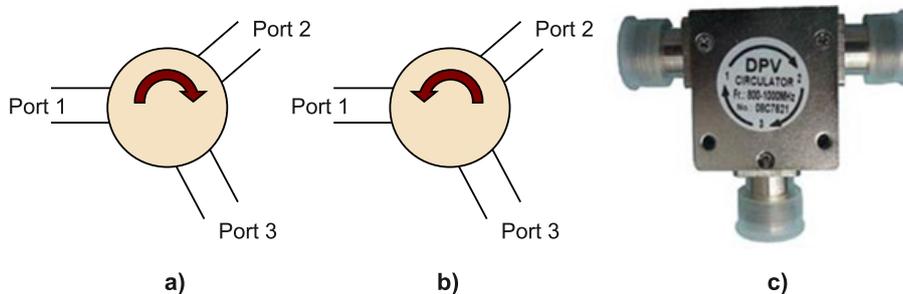
La figura 33 muestra los sentidos de ambos circuladores. La relación entre los sentidos se ve claramente aplicando las ecuaciones 3.128 y 3.129. Por ejemplo, para el circulador de sentido horario, las ondas normalizadas de tensión cumplen:

$$b_1 = a_3 \quad 3.130$$

$$b_2 = a_1 \quad 3.131$$

$$b_3 = a_2 \quad 3.132$$

Figura 33. Tipos de circuladores. a) Sentido horario. b) Sentido antihorario. c) Modelo comercial DPV



Evaluar el comportamiento de un circulador comercial CN-3000, cuyas prestaciones se incluyen en la tabla 4, a partir de la simulación de sus parámetros S .

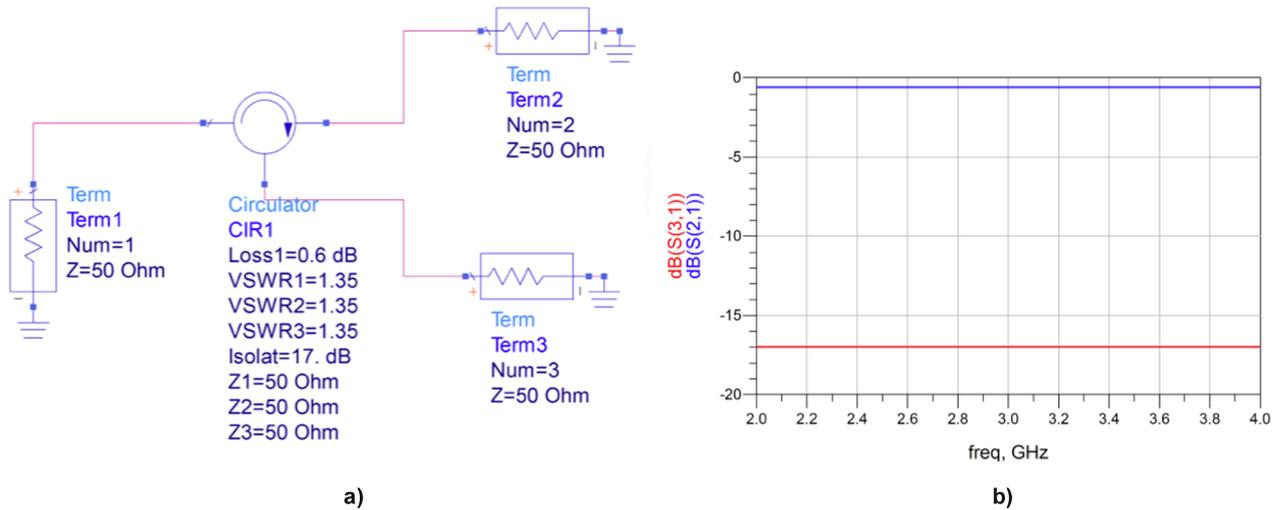
Tabla 4. Parámetros del circulator considerado

Frequency (GHz)	IL (dB)	VSWR	Isolation
2,0-4,0	0,6	1,35:1	17 dB

Solución

La figura 34 muestra el resultado obtenido.

Figura 34. a) Esquemático del circulator especificado. b) Resultado de simulación de los parámetros S_{21} y S_{31}



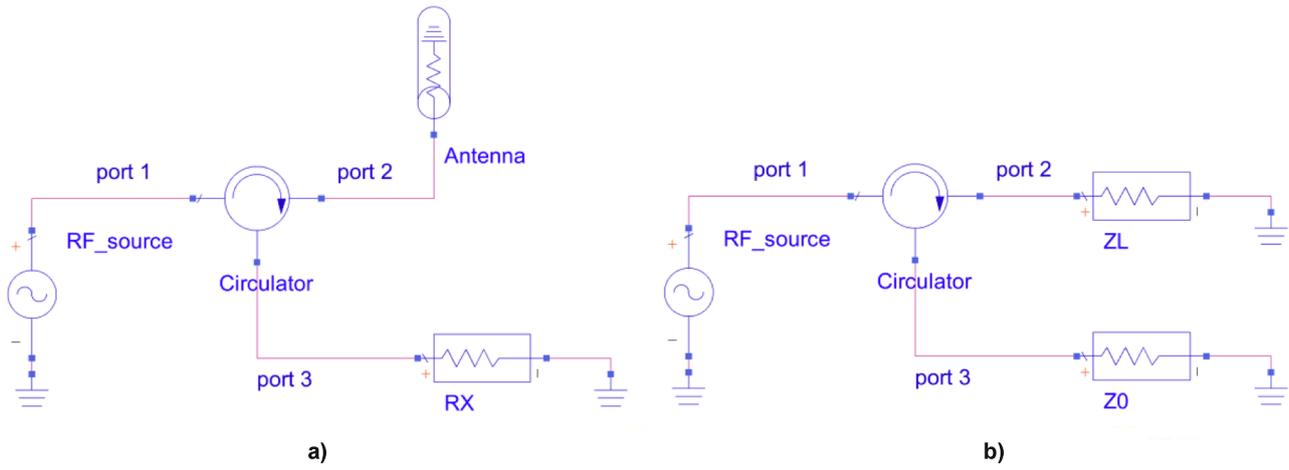
Como podemos observar, el parámetro S_{21} refleja la señal inyectada del puerto 1 al puerto 2, mientras que S_{31} (que idealmente sería nulo) presenta el nivel de aislamiento especificado (entre el puerto 1 y 3). Simulaciones análogas se obtienen para la transmisión puerto 2-3 (S_{32}) y puerto 3-1 (S_{13}), así como los aislamientos entre puertos 2-1 (S_{12}) y puertos 3-2 (S_{23}).

Una de las posibles aplicaciones de los circulator es la de implementar un duplexor de antena. Dicha aplicación consiste en aislar la etapa transmisora de la etapa receptora en un sistema transceptor de radiocomunicación, a fin de que ambas etapas puedan compartir la misma antena (figura 35a). En efecto, la transmisión se produce entre puertos 1-2, mientras que la señal recibida se inyecta de los puertos 2-3. Asimismo, podemos usar un circulator como un aislador (figura 35b), ya que permite que el generador no reciba reflexiones, esto es, el circuito permite el paso de señales entre puertos 1-2, pero no en sentido contrario.

Así, si consideramos el circuito como una red de 2 accesos, la matriz de dispersión equivalente es:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 3.133$$

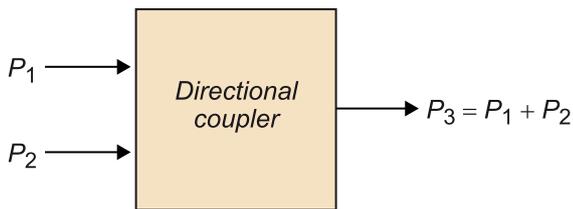
Figura 35. a) Esquema de un duplexor de antenna. b) Aislador



4. Acopladores direccionales

Los acopladores direccionales son circuitos pasivos de microondas cuya finalidad es combinar la potencia entre dos o más puertos en un puerto de salida. Por lo tanto, son dispositivos de tres o más puertos. La figura 36 muestra una simplificación de 3 puertos, aunque en general los acopladores direccionales suelen presentar 4 puertos.

Figura 36. Esquema de un acoplador direccional de 3 puertos



En este apartado veremos las principales topologías de acopladores direccionales y uniones híbridas, así como las implicaciones de las líneas de transmisión acopladas.

Consideramos un acoplador direccional a una red de 4 accesos adaptada en todos los puertos y recíproca con dos pares de accesos desacoplados que presenten las siguientes matrices de dispersión:

- Acoplador direccional simétrico:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & \beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & \beta \\ \beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & \beta & \alpha & 0 \end{pmatrix} \quad 3.134$$

- Acoplador direccional antisimétrico:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & \beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & -\beta \\ \beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & -\beta & \alpha & 0 \end{pmatrix} \quad 3.135$$

siendo:

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad 3.136$$

Notemos que en el caso simétrico los términos con amplitud β presentan idéntica fase, mientras que en el caso antisimétrico existe un desfase de 180° . Asimismo, notemos que ambas diagonales de las matrices se corresponden con la condición de adaptación:

$$S_{ii} = 0 \quad 3.137$$

Y con la condición de desacoplo entre los pares de puertos 1-4 y 2-3:

$$S_{41} = S_{14} = 0 \quad ; \quad S_{32} = S_{23} = 0 \quad 3.138$$

Esta notación nos permite introducir el esquema de un acoplador direccional (figura 37). Notemos que la potencia acoplada, esto es, la transmitida entre los puertos *input* y *coupled* es equivalente a:

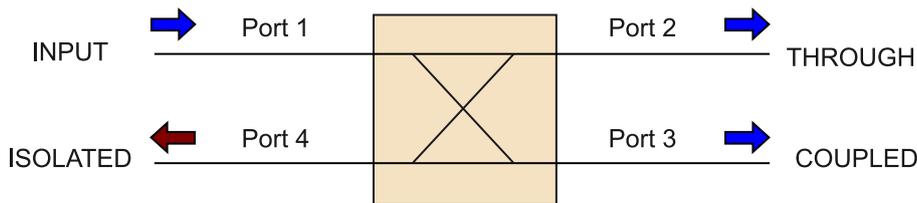
$$|S_{31}|^2 = |S_{13}|^2 = |\beta|^2 \quad 3.139$$

Por otro lado, la potencia directamente transmitida entre puertos *input* y *through* (o puerto directo) viene dada por:

$$|S_{21}|^2 = |S_{12}|^2 = |\alpha|^2 = 1 - |\beta|^2 \quad 3.140$$

Finalmente, sabemos que los pares de puertos *input-isolated*, así como el *through-coupled* están desacoplados. De hecho, en un acoplador direccional ideal no se entrega potencia al puerto *isolated*.

Figura 37. Esquema de un acoplador direccional. Definición de puertos y convención de flujos de potencia



Los parámetros típicos que definen un acoplador direccional son:

- **Acoplamiento:** mide la ratio de potencia de entrada acoplada en el puerto *coupled*:

$$C[\text{dB}] = 10 \log \frac{P_1}{P_3} = -20 \log |S_{31}| = -20 \log |S_{13}| = -20 \log |\beta| \quad 3.141$$

- **Directividad:** mide la capacidad de discriminar entre ondas incidentes y reflejadas en el puerto *coupled*. Se define como la ratio:

$$D[\text{dB}] = 10 \log \frac{P_3}{P_4} = 10 \log \frac{P_3}{P_1} - 10 \log \frac{P_1}{P_4} = 20 \log \frac{|S_{13}|}{|S_{14}|} = 20 \log \frac{|\beta|}{|S_{14}|} \quad 3.142$$

- **Aislamiento:** mide el aislamiento entre la entrada y el puerto *isolated*:

$$I[\text{dB}] = 10 \log \frac{P_1}{P_4} = -20 \log |S_{41}| = -20 \log |S_{14}| \quad 3.143$$

- **Pérdidas de inserción:** mide la potencia entregada de la entrada al puerto *through*:

$$IL[\text{dB}] = 10 \log \frac{P_1}{P_2} = -20 \log |S_{21}| = -20 \log |S_{12}| \quad 3.144$$

Notemos que las expresiones anteriores satisfacen la relación:

$$I[\text{dB}] = C + D \quad 3.145$$

Veamos un ejemplo de aplicación de estos parámetros.

Considerar un acoplador direccional caracterizado por su matriz de dispersión:

$$S = \begin{pmatrix} 0,03 \angle 30^\circ & 0,9 & 0,1 \angle 90^\circ & 0,03 \angle 90^\circ \\ 0,9 & 0,03 \angle 30^\circ & 0,03 \angle 90^\circ & 0,1 \angle 90^\circ \\ 0,1 \angle 90^\circ & 0,03 \angle 90^\circ & 0,03 \angle 30^\circ & 0,9 \\ 0,03 \angle 90^\circ & 0,1 \angle 90^\circ & 0,9 & 0,03 \angle 30^\circ \end{pmatrix} \quad 3.146$$

Considerando que los puertos están terminados con cargas adaptadas. Calcular:

- 1) Acoplamiento, directividad, aislamiento, pérdidas de inserción y pérdidas de retorno en el puerto de entrada.
- 2) Suponiendo una potencia de entrada de 1 W, calcular las potencias de salida en el resto de puertos.

Solución

- 1) Aplicando las definiciones vistas anteriormente, obtenemos un acoplamiento de:

$$C[\text{dB}] = -20 \log |S_{13}| = 20 \text{ dB} \quad 3.147$$

La directividad resulta:

$$D[\text{dB}] = 20 \log \frac{|S_{13}|}{|S_{14}|} = 10,46 \text{ dB} \quad 3.148$$

El aislamiento resultante es:

$$I[\text{dB}] = -20 \log |S_{14}| = 30,46 \text{ dB} \quad 3.149$$

Las pérdidas de inserción y retorno calculadas equivalen a:

$$IL[\text{dB}] = -20 \log |S_{12}| = 0,92 \text{ dB} \quad 3.150$$

$$RL[\text{dB}] = -20 \log |S_{11}| = 30,46 \text{ dB} \quad 3.151$$

- 2) Una vez obtenidas las prestaciones del acoplador direccional, podemos calcular las potencias en los diferentes puertos, sabiendo la potencia del puerto de entrada. Típicamente, los valores de potencias se calculan en dBm, por tanto:

$$P_1 = 1W = 10 \log \frac{1W}{10^{-3} W} = 30 \text{ dBm} \quad 3.152$$

De la definición de pérdidas de inserción podemos calcular la potencia en el puerto *through*:

$$P_2 = P_1 - IL = 29,08 \text{ dBm} \quad 3.153$$

A partir de la definición de acoplamiento determinamos la potencia en el puerto *coupled*:

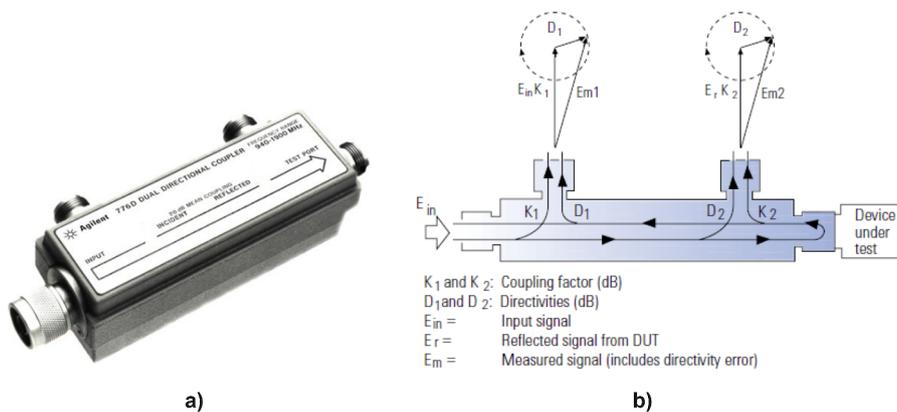
$$P_3 = P_1 - C = 10 \text{ dBm} \quad 3.154$$

Finalmente, mediante la directividad calculamos la potencia en el puerto *isolated*:

$$P_4 = P_3 - D = -0,46 \text{ dBm} \quad 3.155$$

Los acopladores direccionales permiten monitorizar medidas de potencia, aislar, separar o combinar señales de microondas. La figura 38 muestra un acoplador direccional comercial y el funcionamiento interno cuando se evalúa la reflexión de un dispositivo.

Figura 38. a) Acoplador direccional comercial Agilent 776D. b) Esquema de funcionamiento



4.1. Híbridos

En términos generales, los acopladores direccionales presentan una división de potencia arbitraria entre puertos. Las uniones híbridas son casos particulares que típicamente presentan divisiones de potencia idénticas entre puertos.

Un **acoplador híbrido** es un acoplador direccional cuyo factor de acoplamiento es de 3 dB. Esto implica:

$$|\alpha| = |\beta| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad 3.156$$

Existen dos tipos de híbridos en función del desfase existente entre sus puertos:

- **Híbrido en cuadratura (90°)**: implican un desfase de 90° entre los puertos *through* e *isolated*, considerando el puerto 1 como el de entrada. Su matriz de dispersión es:

$$S = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & j & 1 & 0 \\ j & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & j \\ 0 & 1 & j & 0 \end{pmatrix} \quad 3.157$$

- Híbrido de 180°:** presentan un desfase de 180° entre los dos puertos de salida (2-3) si aplicamos la entrada al puerto 4 y aislamos el puerto 1. Si inyectamos la potencia de entrada en el puerto 1 y aislamos el 4, los puertos 2-3 están en fase. Notemos que si se usan como combinadores, aplicando la señal de entrada a los puertos 2 y 3, obtendremos la suma de ambas señales en el puerto 1 y la diferencia en el puerto 4.

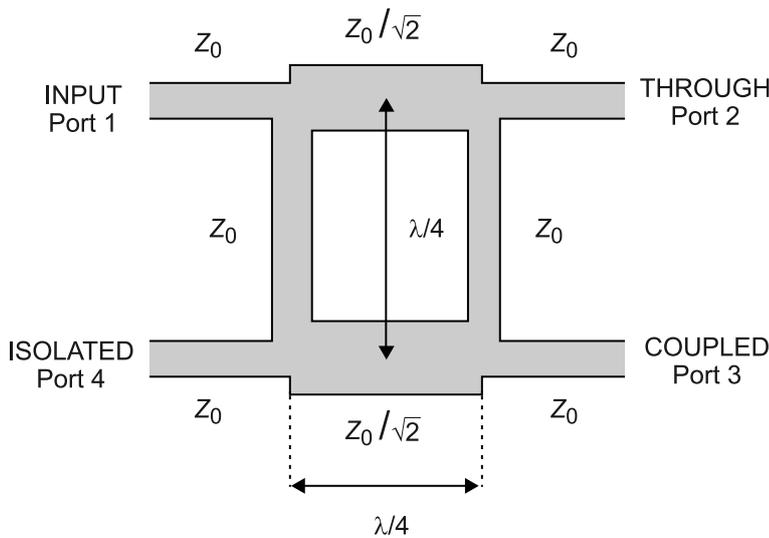
$$S = \frac{-j}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 3.158$$

El acoplador híbrido en cuadratura se puede implementar mediante la topología *branch-line* ilustrada en la figura 39. Esta configuración se implementa típicamente en tecnología *microstrip* o *stripline*.

Lectura recomendada

Un análisis detallado de la propagación de modos pares e impares se detalla en:
D. M. Pozar (2012). *Microwave Engineering.* John Wiley & Sons.

Figura 39. Híbrido de 90° *branch-line*



Veamos un ejemplo de diseño.

Diseñar un híbrido en cuadratura con $Z_0 = 50 \Omega$ para una frecuencia de $f_0 = 3 \text{ GHz}$. Considerar una $\epsilon_r = 10,2$. Simular los parámetros S de dicho dispositivo considerando un grueso de sustrato de 0,25 mm.

Solución

A partir de la topología del híbrido en cuadratura *branch-line*, sabemos que las líneas de dimensiones $\lambda/4$ presentan una impedancia característica:

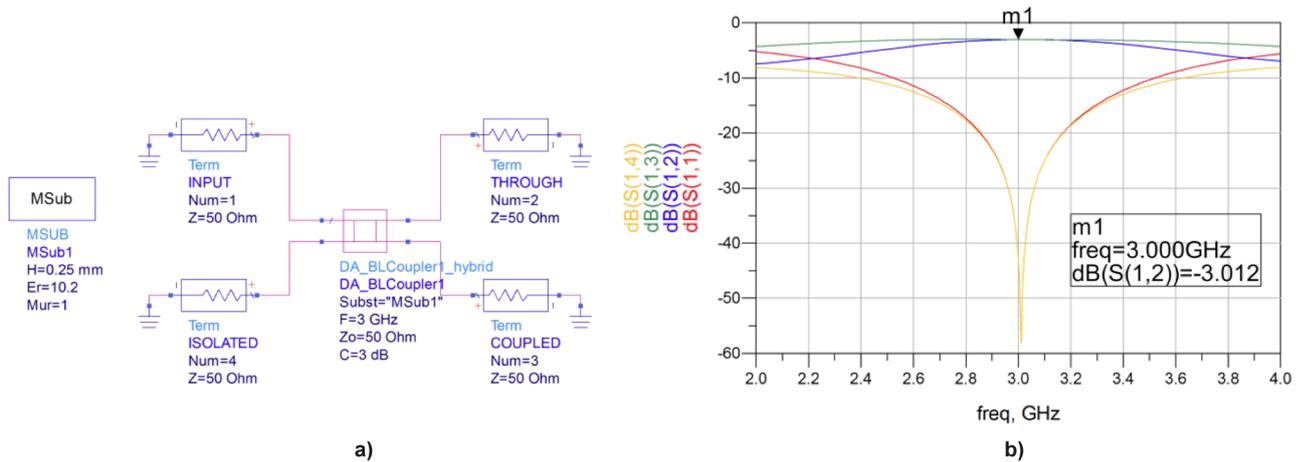
$$\frac{Z_0}{\sqrt{2}} = 35,36\Omega \quad 3.159$$

La longitud de tales secciones se calcula como:

$$l = \frac{\lambda}{4} = \frac{1}{4} \frac{c}{f_o \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = 7,83 \text{ mm} \quad 3.160$$

La figura 40 muestra el esquemático con el diseño realizado, así como los resultados de simulación de los parámetros S . Notemos que se obtiene una división de potencia equivalente a 3 dB en los puertos 2 y 3 (parámetros S_{12} y S_{13}). Por otro lado, se observan buenos niveles de aislamiento en el puerto 4 (S_{14}), así como de pérdidas de retorno en el puerto 1 (S_{11}).

Figura 40. a) Híbrido en cuadratura *branch-line* diseñado. b) Resultado de simulación de los parámetros S_{11} , S_{12} , S_{13} y S_{14}

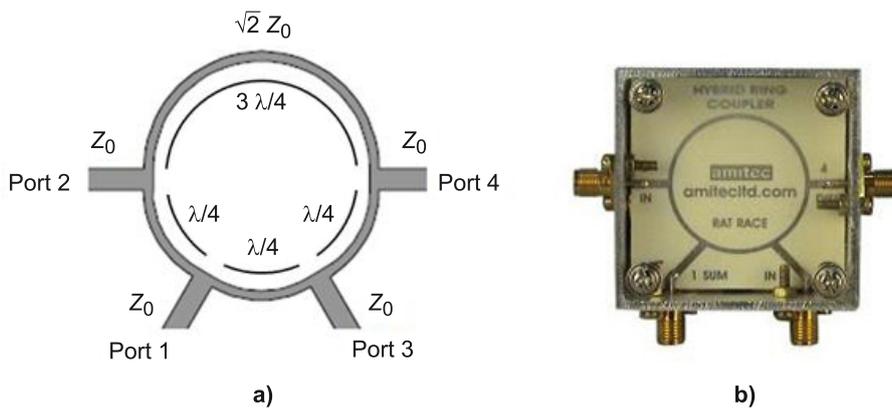


En lo que respecta a los híbridos de 180° , existen varias topologías de fabricación. Una de las más típicas es conocida como **estructura de anillo $1,5\lambda$** o *rat-race* (figura 41). Esta topología se suele fabricar con líneas *microstrip* o *stripline*, y su nombre es debido a que la longitud de circunferencia del anillo equivale a $1,5\lambda$ a la frecuencia de diseño.

Lectura recomendada

Un análisis detallado a nivel de modos de propagación se puede consultar en:
D. M. Pozar (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

Figura 41. a) Híbrido en estructura de anillo o *rat-race*. b) Implementación *microstrip* de Amitec



A continuación, se muestra un ejemplo de diseño así como el comportamiento de este híbrido a nivel de simulación.

Diseñar un híbrido de 180° *rat-race* cuadratura con $Z_0 = 50 \Omega$ para una frecuencia de $f_o = 1 \text{ GHz}$. Considerar una $\epsilon_r = 10,2$. Simular los parámetros S de dicho dispositivo considerando un grueso de sustrato de 0,25 mm.

Solución

A partir de la topología del híbrido en anillo, sabemos que las líneas de dimensiones $\lambda/4$ y $3\lambda/4$ presentan una impedancia característica:

$$\sqrt{2} Z_0 = 70,71\Omega \quad 3.161$$

La longitud de tales secciones se calcula como:

$$l_1 = \frac{\lambda}{4} = \frac{1}{4} \frac{c}{f_o \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = 23,48\text{mm} \quad 3.162$$

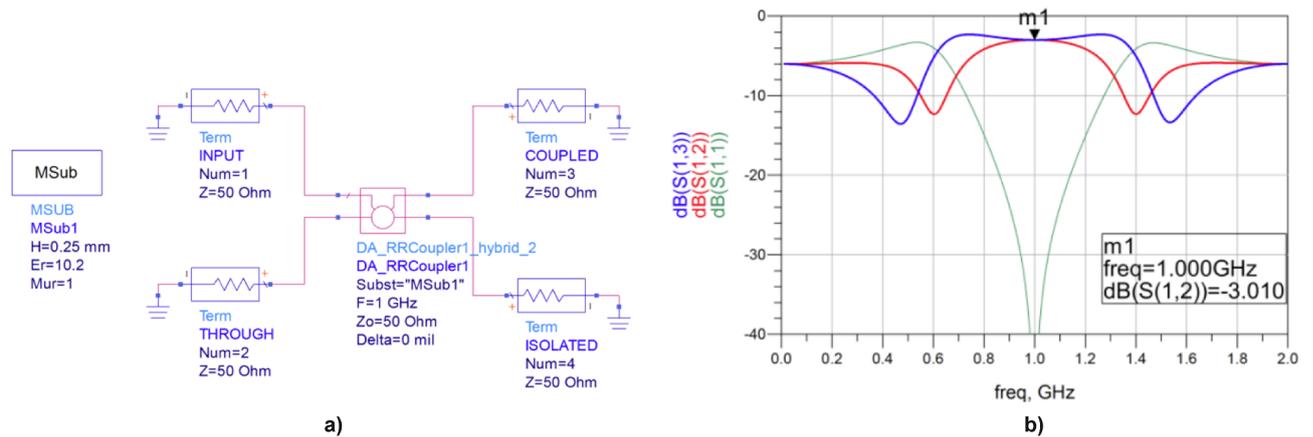
$$l_2 = \frac{3\lambda}{4} = \frac{3}{4} \frac{c}{f_o \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = 70,45\text{mm} \quad 3.163$$

De forma que la longitud de circunferencia del anillo es:

$$l_T = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} + \frac{3\lambda}{4} = \frac{3\lambda}{2} = 140,9\text{mm} \quad 3.164$$

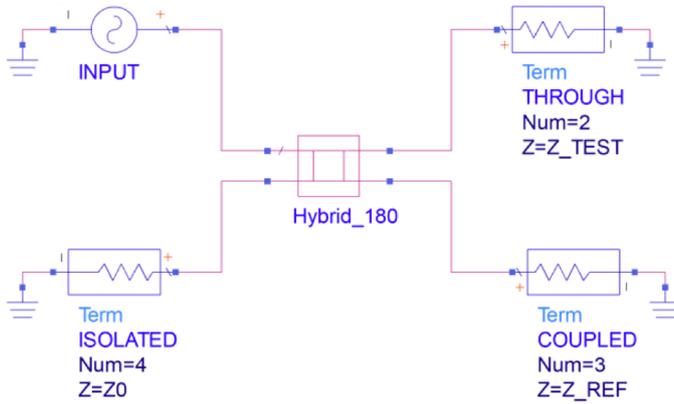
La figura 42 muestra el esquemático con el diseño realizado, así como los resultados de simulación de los parámetros S . Notemos que se obtienen una división de potencia equivalente a 3 dB en los puertos 2 y 3 parámetros (S_{12} y S_{13}). Por otro lado, se observa un nivel adecuado de pérdidas de retorno en el puerto 1 (S_{11}).

Figura 42. a) Esquemático del híbrido *rat-race* diseñado. b) Resultado de simulación de los parámetros S_{11} , S_{12} , S_{13}



Veamos algunos ejemplos de aplicación de los híbridos de 180° a partir de su matriz de dispersión. El esquema de la figura 43 ilustra un puente de impedancias. Este circuito permite comprobar si una línea de transmisión presenta defectos, es decir, si su impedancia característica no se corresponde a su valor teórico. Para ello, cargamos el puerto 2 con la impedancia a testear, Z_{TEST} , y el puerto 3 con la impedancia de referencia, Z_{REF} . El puerto 4 se adapta y será el puerto de medida.

Figura 43. Puentes de impedancias



Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \frac{-j}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \Gamma_2 b_2 \\ \Gamma_3 b_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 3.165$$

Desarrollando:

$$b_2 = b_3 = \frac{-j}{\sqrt{2}} a_1 \quad 3.166$$

$$b_4 = \frac{-j}{\sqrt{2}} (\Gamma_3 b_3 - \Gamma_2 b_2) = \frac{1}{2} a_1 (\Gamma_2 - \Gamma_3) \quad 3.167$$

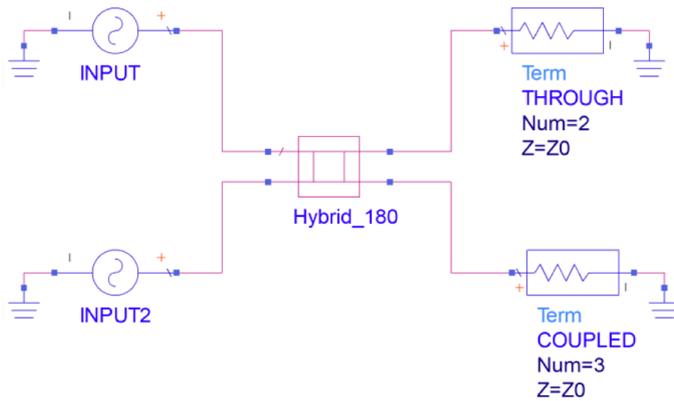
Por lo tanto, de la medida en el puerto 4 sabemos si la impedancia bajo análisis se corresponde con la de referencia, ya que en ese caso:

$$Z_{\text{TEST}} = Z_{\text{REF}} \Rightarrow \Gamma_2 = \Gamma_3 \Rightarrow b_4 = 0 \quad 3.168$$

En caso de tener una línea de transmisión con defectos, en el puerto 4 obtendríamos una medida de onda de tensión normalizada de salida de valor diferente a 0.

Otra aplicación de los híbridos es la de detector de fase. Consideremos el circuito de la figura 44, con dos fuentes de entrada en los puertos 1 y 4, y los puertos de salida terminados con una carga adaptada.

Figura 44. Detector de fase



Definamos las ondas de tensión normalizadas en los puertos 1 y 4:

$$a_1 = ae^{j\phi_1} \quad 3.169$$

$$a_4 = ae^{j\phi_4} \quad 3.170$$

Las ondas de tensión normalizadas de salida vendrán dadas por:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \frac{-j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ae^{j\phi_1} \\ 0 \\ 0 \\ ae^{j\phi_4} \end{bmatrix} \quad 3.171$$

Resolviendo la ecuación anterior obtenemos:

$$b_2 = \frac{-ja}{\sqrt{2}} (e^{j\phi_1} - e^{j\phi_4}) \quad 3.172$$

$$b_3 = \frac{-ja}{\sqrt{2}} (e^{j\phi_1} + e^{j\phi_4}) \quad 3.173$$

Desarrollando ambos términos:

$$b_2 = \frac{-ja}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\phi_1+\phi_4}{2}} \left(e^{j\frac{\phi_1-\phi_4}{2}} - e^{-j\frac{\phi_1-\phi_4}{2}} \right) = \frac{2a}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\phi_1+\phi_4}{2}} \sin \frac{\phi_1-\phi_4}{2} \quad 3.174$$

$$b_3 = \frac{-ja}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\phi_1+\phi_4}{2}} \left(e^{j\frac{\phi_1-\phi_4}{2}} + e^{-j\frac{\phi_1-\phi_4}{2}} \right) = \frac{-j2a}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\phi_1+\phi_4}{2}} \cos \frac{\phi_1-\phi_4}{2} \quad 3.175$$

Notemos que:

$$|b_3|^2 - |b_2|^2 = 2|a|^2 \left[\cos^2 \frac{\phi_1-\phi_4}{2} - \sin^2 \frac{\phi_1-\phi_4}{2} \right] \quad 3.176$$

Lo que equivale a:

$$|b_3|^2 - |b_2|^2 = 2kd^2 \cos[\phi_1 - \phi_4] \quad 3.177$$

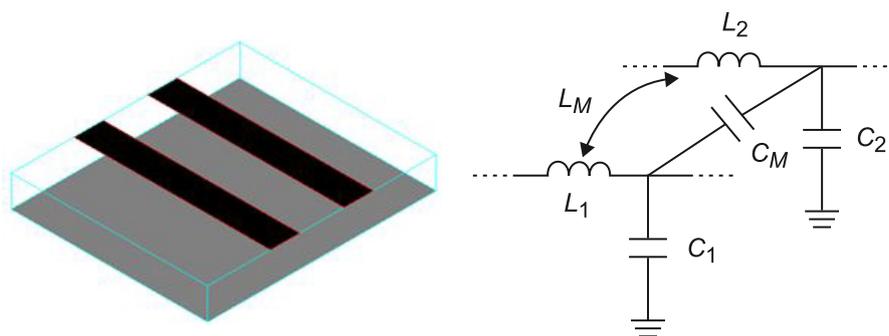
Por lo tanto, esta medida ofrece la diferencia de fase entre las señales inyectadas en los puertos de entrada.

4.2. Líneas de transmisión acopladas

Dos líneas de transmisión paralelas experimentan un acoplamiento mutuo capacitivo e inductivo. Este hecho es muy común en la mayoría de circuitos de microondas comerciales implementados en placas de circuito impreso, ya que existe una gran cantidad de conductores grabados en estas configuraciones para minimizar el área de los diseños. El acoplamiento entre pistas a alta frecuencia puede ser usado para el diseño de estructuras tales como filtros. Sin embargo, también puede constituir un efecto indeseado de interferencia electromagnética, que puede degradar la calidad de las señales transmitidas entre pistas.

La figura 45 ilustra la configuración básica de un sistema de 3 conductores en un sustrato (dos líneas de transmisión paralelas y un plano de masa), así como su modelo eléctrico equivalente. Dicho modelo equivalente muestra las capacidades de las líneas de transmisión y el plano de referencia, C_1 , C_2 , mientras que la capacidad C_M se corresponde con la capacidad de acoplamiento entre ambas líneas (capacidad mutua). Por su parte L_1 y L_2 constituyen las respectivas autoinductancias de los conductores, mientras que L_M se corresponde con la inductancia mutua. Todos los valores se definen por unidad de longitud.

Figura 45. Líneas de transmisión acopladas y modelo de circuito equivalente



Asumiendo el modo de propagación TEM y obviando la parte de acoplamiento inductivo (que tiene un efecto poco importante en relación con el acoplamiento capacitivo), las características eléctricas de las líneas de transmisión acopladas pueden ser determinadas mediante los elementos capacitivos. Por simplicidad consideraremos líneas de transmisión idénticas, con lo cual:

$$C_1 = C_2 \quad 3.178$$

Ved también

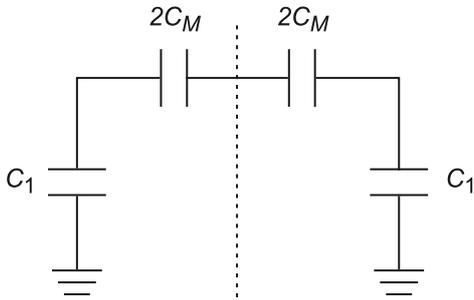
El diseño de filtros se trata en el apartado "Filtros y resonadores de microondas" del presente módulo didáctico.

Ved también

La definición de los valores por unidad de longitud se trata en el módulo "Líneas de transmisión" de este material didáctico.

Y la celda básica del modelo admite un circuito equivalente, con plano de simetría (figura 46):

Figura 46. Circuito equivalente simplificado de dos líneas de transmisión idénticas acopladas



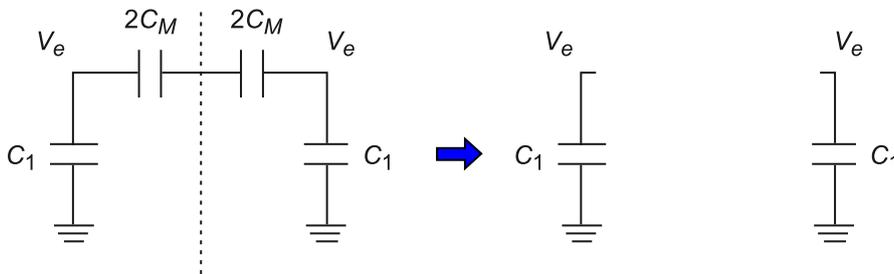
Este circuito da lugar a dos situaciones, relacionadas con las excitaciones de las líneas acopladas, o modos de propagación par e impar.

1) Modo par

En este caso, las corrientes en las líneas de transmisión son iguales en amplitud y sentido. El campo eléctrico presenta simetría par respecto al eje entre las dos líneas y no existe flujo de corriente entre los dos conductores (equivale a tener la capacidad C_M descargada permanentemente).

El circuito equivalente se muestra en la figura 47.

Figura 47. Excitación del modo par en líneas de transmisión acopladas. Modelo equivalente



La impedancia característica en el modo de propagación par resulta:

$$Z_{0e} = \frac{1}{V_p C_1} \quad 3.179$$

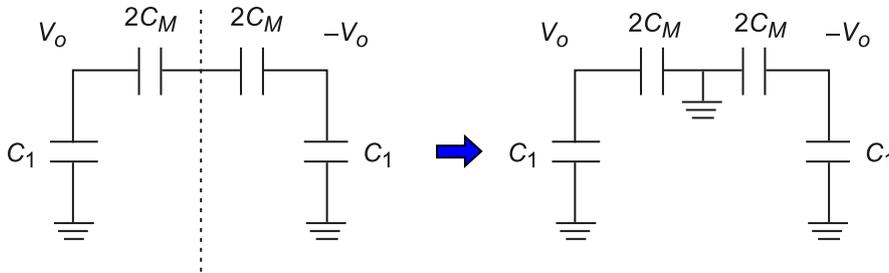
donde V_p es la velocidad de propagación o fase:

$$V_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad 3.180$$

2) Modo impar

En el caso de excitación en modo impar, las corrientes en las líneas de transmisión son iguales en amplitud, pero presentan un sentido inverso. El campo eléctrico presenta simetría impar respecto al eje entre las dos líneas y se obtiene una tensión nula entre los dos conductores (equivale a tener un plano de masa en el eje de simetría). El circuito equivalente se muestra en la figura 48.

Figura 48. Excitación del modo impar en líneas de transmisión acopladas. Modelo equivalente



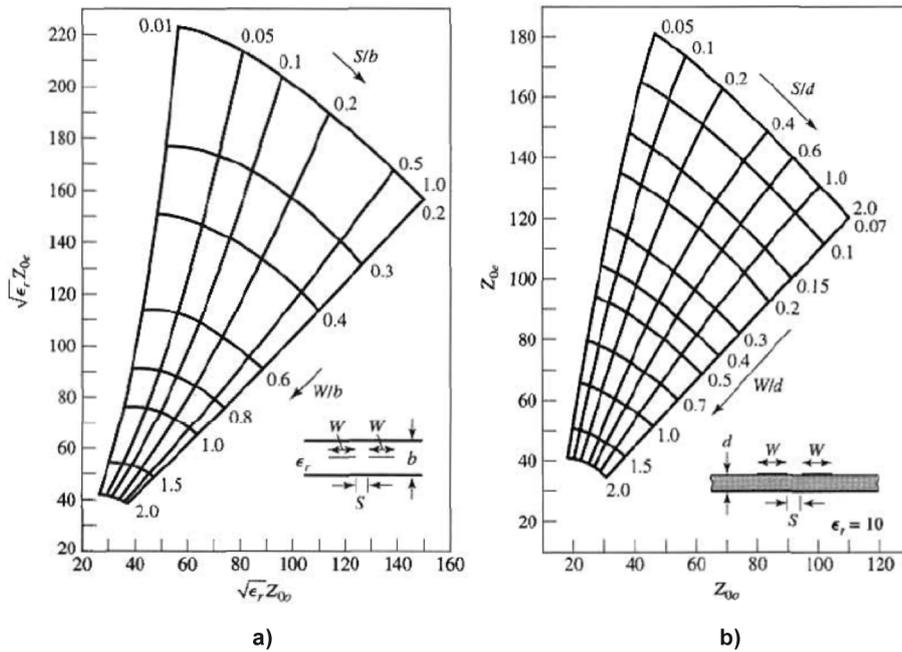
La impedancia característica en este modo viene dada por la expresión:

$$Z_{0o} = \frac{1}{V_R [C_1 + 2C_M]} \quad 3.181$$

En general trataremos las líneas de transmisión acopladas sometidas a una excitación arbitraria, mediante la superposición de las amplitudes apropiadas del modo par e impar. Los valores de diseño estarán relacionados con las impedancias características de cada una de las líneas, relativas a masa, a partir de los valores de cada modo: Z_{0e} y Z_{0o} . Los valores de estas magnitudes están relacionados con las dimensiones y características del sustrato empleado.

La figura 49 ilustra dos gráficos para el cálculo de Z_{0e} y Z_{0o} en función de las variables geométricas y eléctricas en tecnología *stripline* y *microstrip*.

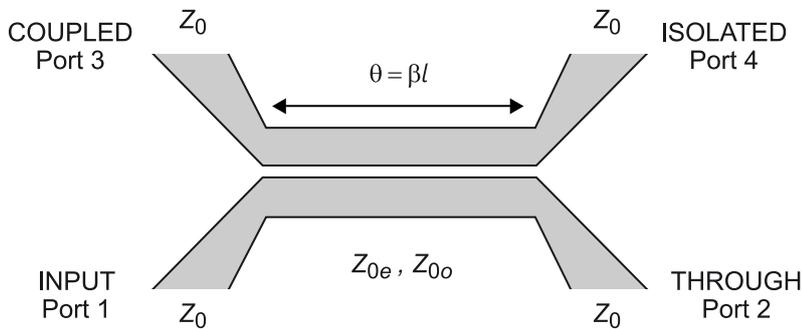
Figura 49. Impedancia característica normalizada de los modos par e impar para líneas de transmisión simétricas. a) Tecnología *stripline*. b) Tecnología *microstrip*



Fuente: Extraída de D. M. Pozar (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

La implementación de acopladores direccionales mediante líneas de transmisión acopladas se puede realizar con la topología ilustrada en la figura 50.

Figura 50. Acoplador direccional basado en una sección de líneas de transmisión acopladas



La impedancia de entrada en el puerto 1 (*input*) se corresponderá con:

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_{1e} + V_{1o}}{I_{1e} + I_{1o}} \quad 3.182$$

donde los pares V_{1e} , I_{1e} y V_{1o} , I_{1o} son las tensiones y corrientes de los modos par e impar, en el puerto 1, respectivamente. Considerado un sistema donde inyectamos la señal de entrada por el puerto 1, y el resto de puertos terminados con cargas adaptadas, las impedancias de entrada en modo par e impar vienen dadas por:

$$Z_{in_e} = Z_{0e} \frac{Z_0 + jZ_{0e} \tan \theta}{Z_{0e} + jZ_0 \tan \theta} \quad 3.183$$

$$Z_{in_o} = Z_{0o} \frac{Z_0 + jZ_{0o} \tan \theta}{Z_{0o} + jZ_0 \tan \theta} \quad 3.184$$

A continuación calculamos las tensiones y corrientes de ambos modos, suponiendo una tensión de fuente de entrada $2V_0$ (con impedancia de fuente Z_0):

$$V_{1e} = V_0 \frac{Z_{in_e}}{Z_{in_e} + Z_0} \quad 3.185$$

$$V_{1o} = V_0 \frac{Z_{in_o}}{Z_{in_o} + Z_0} \quad 3.186$$

$$I_{1e} = \frac{V_0}{Z_{in_e} + Z_0} \quad 3.187$$

$$I_{1o} = \frac{V_0}{Z_{in_o} + Z_0} \quad 3.188$$

Aplicando las ecuaciones 3.185-3.188 a la expresión 3.182 obtenemos:

$$Z_{in} = Z_0 + \frac{2(Z_{in_e}Z_{in_o} - Z_0^2)}{Z_{in_e} + Z_{in_o} + 2Z_0} \quad 3.189$$

A continuación asumiremos la ecuación siguiente como condición de adaptación y comprobaremos su validez. Consideremos:

$$Z_0 = \sqrt{Z_{0e}Z_{0o}} \quad 3.190$$

Aplicando esta condición a las ecuaciones 3.183-3.184:

$$Z_{in_e} = Z_{0e} \frac{\sqrt{Z_{0o}} + j\sqrt{Z_{0e}} \tan \theta}{\sqrt{Z_{0e}} + j\sqrt{Z_{0o}} \tan \theta} \quad 3.191$$

$$Z_{in_o} = Z_{0o} \frac{\sqrt{Z_{0e}} + j\sqrt{Z_{0o}} \tan \theta}{\sqrt{Z_{0o}} + j\sqrt{Z_{0e}} \tan \theta} \quad 3.192$$

Notemos que:

$$Z_{in_e}Z_{in_o} = Z_{0e}Z_{0o} = Z_0^2 \quad 3.193$$

Aplicando esta igualdad a la expresión 3.189, observamos que la condición de adaptación se cumple, ya que:

$$Z_{in} = Z_0 \quad 3.194$$

Por tanto:

$$V_1 = V_0 \quad 3.195$$

Definimos el coeficiente de acoplamiento, C , como:

$$C = \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} \quad 3.196$$

Resolviendo las tensiones en los diferentes puertos, obtenemos para los puertos *through*, *coupled* e *isolated*:

$$V_2 = V_0 \frac{\sqrt{1-C^2}}{\sqrt{1-C^2} \cos \theta + j \sin \theta} \quad 3.197$$

$$V_3 = V_0 \frac{jC \tan \theta}{\sqrt{1-C^2} + j \tan \theta} \quad 3.198$$

$$V_4 = 0 \quad 3.199$$

Notemos que en el caso de considerar líneas acopladas de longitud $\lambda/4$:

$$\theta = \beta l = \frac{2\pi \lambda}{\lambda} \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2} \quad 3.200$$

Y por tanto:

$$\frac{V_2}{V_0} = -j\sqrt{1-C^2} \quad 3.201$$

$$\frac{V_3}{V_0} = C \quad 3.202$$

En estas condiciones, existe un desfase de 90° entre ambas salidas, con lo que el acoplador puede usarse como híbrido en cuadratura. En cuanto a las ecuaciones de diseño de los acopladores descritos, en función de los parámetros de interés, asumiendo la condición de adaptación 3.190, deducimos las expresiones:

$$Z_{0e} = Z_0 \sqrt{\frac{1+C}{1-C}} \quad 3.203$$

$$Z_{0o} = Z_0 \sqrt{\frac{1-C}{1+C}} \quad 3.204$$

A continuación realizaremos un ejemplo de diseño de este tipo de acopladores direccionales basados en líneas de transmisión acopladas.

Diseñar un acoplador direccional de 20 dB con líneas de transmisión acopladas *stripline*. Considerar una separación de planos de masa de $b = 0,16$ cm, una constante dieléctrica $\epsilon_r = 2,5$ y una impedancia característica $Z_0 = 75 \Omega$. Realizar el diseño mediante líneas de longitud $\lambda/4$ a una frecuencia de operación $f_0 = 3$ GHz.

Solución

De las especificaciones, el coeficiente de acoplamiento viene dado por:

$$C = 20 \text{ dB} \Rightarrow C = 10^{-20/20} = 0,1 \quad 3.205$$

Esta especificación nos determina las impedancias de los modos par e impar, según las ecuaciones de diseño:

$$Z_{0e} = Z_0 \sqrt{\frac{1+C}{1-C}} = 82,92 \Omega \quad 3.206$$

$$Z_{0o} = Z_0 \sqrt{\frac{1-C}{1+C}} = 67,84 \Omega \quad 3.207$$

Para extraer las dimensiones geométricas del diseño podemos usar la gráfica correspondiente a la figura 49a. Para ello, debemos calcular las magnitudes:

$$\sqrt{\epsilon_r} Z_{0e} = 131,11 \quad 3.208$$

$$\sqrt{\epsilon_r} Z_{0o} = 107,26 \quad 3.209$$

De estas coordenadas, extraemos una ratio entre la separación de líneas de transmisión, S , y la separación entre planos de masa, b :

$$\frac{S}{b} = 0,43 \quad 3.210$$

Así como un cociente entre anchura de las pistas, W , sobre b :

$$\frac{W}{b} = 0,36 \quad 3.211$$

Dado que la separación entre planos de masa es conocida, determinamos:

$$S = 0,069 \text{ cm} \quad 3.212$$

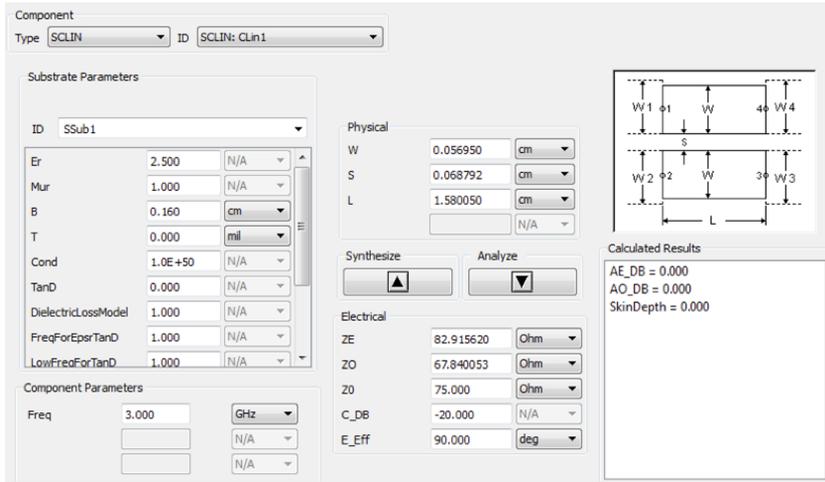
$$W = 0,057 \text{ cm} \quad 3.213$$

Mientras que la longitud de ambas líneas acopladas es:

$$l = \frac{\lambda}{4} = \frac{1}{4} \frac{c}{f_0 \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = 1,58 \text{ cm} \quad 3.214$$

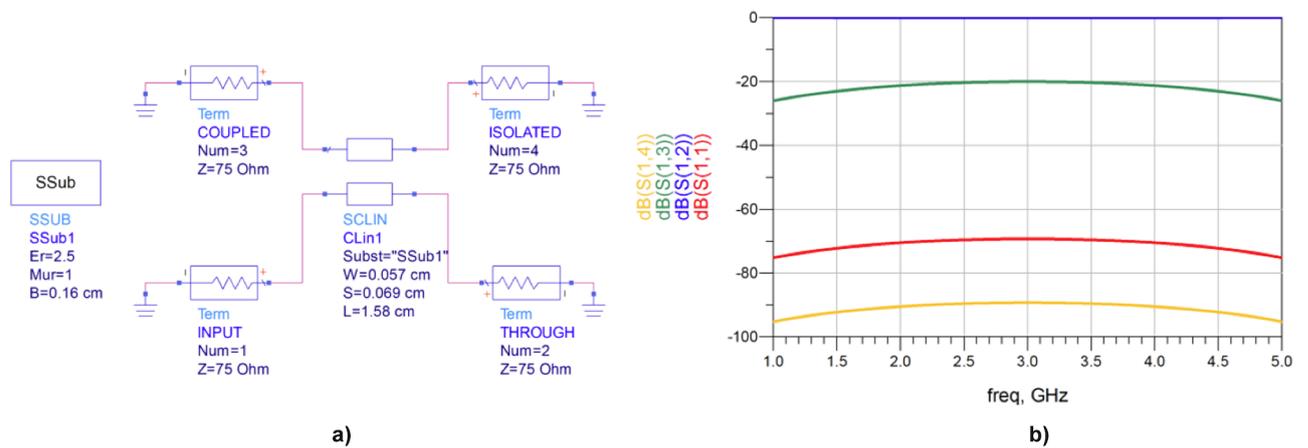
Estas dimensiones, se han comprobado mediante un calculador de líneas de transmisión, como se ilustra en la figura 51.

Figura 51. Parámetros de diseño del problema extraídos mediante el calculador de líneas de transmisión Agilent LineCalc



El esquemático generado a partir de los cálculos de diseño, así como los resultados de simulación se ilustran a continuación (figura 52).

Figura 52. a) Esquemático del acoplador direccional de 20 dB diseñado. b) Resultados de simulación de los parámetros S_{11} , S_{12} , S_{13} y S_{14}



En primer lugar, comprobamos que el acoplamiento (extraído a partir del módulo de S_{13}) es, efectivamente, de 20 dB. Por otro lado, al realizar una simulación ideal, las pérdidas de inserción, S_{12} , son de 0 dB (ya que no consideramos pérdidas). En cuanto a los valores de pérdidas de retorno (S_{11}) y aislamiento (S_{14}) los valores obtenidos son ideales (en medida dichos valores se degradan del orden de 20-30 dB). No obstante, se demuestra que el diseño es correcto y se ajusta a las especificaciones.

5. Filtros y resonadores de microondas

En el presente apartado, abordaremos los filtros de microondas, desde su definición hasta sus principales topologías de implementación para generar diversas respuestas en frecuencia. Para ello, empezaremos considerando los resonadores de microondas, así como el análisis de estructuras periódicas. Posteriormente, se considerarán las principales técnicas de diseño e implementación de filtros, así como la aplicación de tablas y transformaciones en frecuencia. Se desarrollarán ejemplos para cada una de las topologías de filtros estudiadas.

Un **filtro de microondas** es una red bipuerto que se utiliza para controlar la respuesta en frecuencia de un sistema de microondas.

Dicha respuesta en frecuencia consta de 3 zonas:

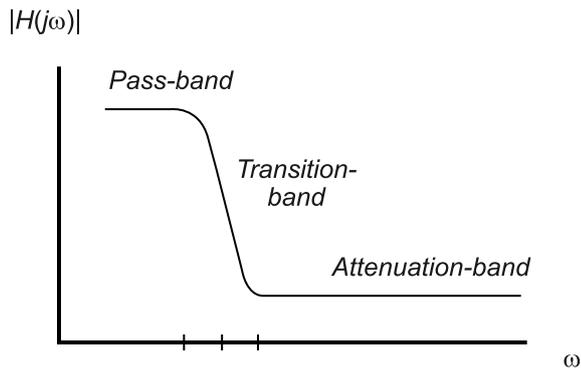
- **Banda de paso:** rango de frecuencias de baja atenuación, en el cual la señal se propaga.
- **Banda de rechazo:** rango de frecuencias de alta atenuación, en el cual la señal es filtrada (no se permite propagación).
- **Banda de transición:** banda de frecuencias que enlaza la banda de paso y de rechazo. Esta banda determina el grado de selectividad del filtro.

Según estas definiciones, existen 4 tipos de respuestas en frecuencia básicas:

- Filtros paso-bajo
- Filtros paso-alto
- Filtros paso-banda
- Filtros rechazo de banda

La figura 53 muestra la respuesta en frecuencia típica de un filtro paso-bajo. Como veremos, las técnicas convencionales de diseño parten de un filtro prototipo paso-bajo normalizado y generan el tipo de respuesta deseada mediante una serie de transformaciones en frecuencia.

Figura 53. Respuesta en frecuencia de un filtro paso-bajo (magnitud)



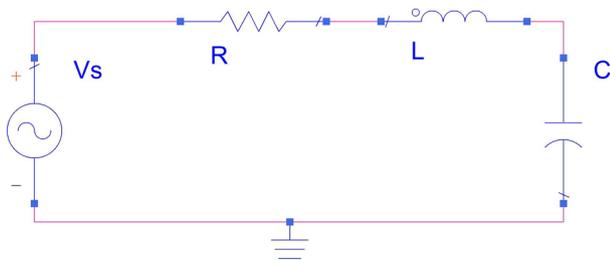
5.1. Resonadores

Los resonadores de microondas se implementan típicamente mediante elementos distribuidos. Sin embargo, a frecuencias cercanas a la resonancia, estos resonadores se pueden modelar como los resonadores discretos de la teoría de circuitos, esto es, usando circuitos RLC serie o paralelo. En este punto recordaremos las principales características de los circuitos RLC y veremos las implementaciones mediante líneas de transmisión.

5.1.1. Circuito resonante RLC serie

El circuito resonante RLC serie se ilustra en la figura 54.

Figura 54. Circuito RLC serie



La impedancia de entrada del circuito así como la potencia librada al resonador se expresan como:

$$Z_{in} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} \quad 3.215$$

$$P_{in} = \frac{1}{2} VI^* = \frac{1}{2} Z_{in} |I|^2 = \frac{1}{2} |I|^2 \left[R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} \right] \quad 3.216$$

El comportamiento en frecuencia de la impedancia de entrada se caracteriza por presentar un decrecimiento abrupto de la misma (resonancia). Analizando el circuito se deriva la frecuencia de resonancia como:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad 3.217$$

El factor de calidad del resonador, o factor de calidad *unloaded*, se determina como:

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} \quad 3.218$$

Factor de calidad genérico

El factor de calidad genérico de un resonador es una medida de las pérdidas del circuito, típicamente debidas a pérdidas del conductor, pérdidas del dieléctrico o radiación. La definición del factor de calidad genérico es:

$$Q = \omega \frac{E_m + E_e}{P_{\text{loss}}} \quad 3.219$$

donde el numerador contiene la energía media almacenada (suma de la energía magnética media almacenada, E_m , y la energía eléctrica media almacenada, E_e), y el denominador representa las pérdidas de energía por unidad de tiempo, P_{loss} . Dado que el resonador está conectado a una red adicional (con sus propias pérdidas asociadas), se distingue el factor de calidad *unloaded*, Q_0 , para hacer referencia solo a las características del propio resonador, mientras que existirá un segundo factor de calidad externo, asociado al circuito acoplado al resonador, definido como Q_e . Por tanto, el factor de calidad genérico o *loaded* se expresa como:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_e} + \frac{1}{Q_0} \quad 3.220$$

A continuación consideraremos la impedancia de entrada en las proximidades de la frecuencia de resonancia, esto es:

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega \quad 3.221$$

Con $\Delta\omega$ tendiendo a 0. En este caso, desarrollando la ecuación 3.215 se puede aproximar la impedancia de entrada por la expresión:

$$Z_{\text{in}} \approx R + j2L\Delta\omega \quad 3.222$$

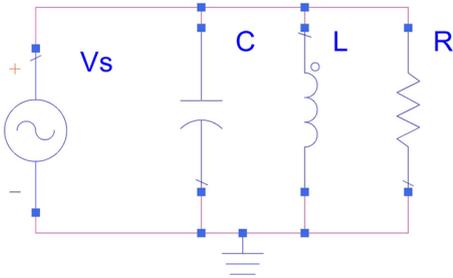
Esta expresión resulta de utilidad, como veremos más adelante, para identificar los parámetros de los resonadores de líneas de transmisión. Finalmente, el factor de calidad se relaciona de forma inversamente proporcional con el ancho de banda del resonador:

$$BW = \frac{1}{Q_0} \quad 3.223$$

5.1.2. Circuito resonante RLC paralelo

La estructura del circuito resonante RLC paralelo se muestra en la figura 55. En este caso la respuesta en frecuencia de la impedancia de entrada presenta un incremento significativo a la frecuencia de resonancia.

Figura 55. Circuito RLC paralelo



Calculando los mismos parámetros que en el circuito en serie, obtenemos en este caso una impedancia de entrada:

$$Z_{in} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C \right)^{-1} \quad 3.224$$

La potencia de entrada se expresa como:

$$P_{in} = \frac{1}{2} VI^* = \frac{1}{2} \frac{|V|^2}{Z_{in}^*} = \frac{1}{2} |V|^2 \left[\frac{1}{R} + \frac{j}{\omega L} - j\omega C \right] \quad 3.225$$

La frecuencia de resonancia coincide con el caso del circuito RLC serie:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad 3.226$$

El factor de calidad del resonador es:

$$Q_0 = \frac{R}{\omega_0 L} = \omega_0 RC \quad 3.227$$

En este caso, al considerar una frecuencia cercana a la de resonancia, la impedancia de entrada se expresa como:

$$Z_{in} \approx \frac{1}{1/R + 2j\Delta\omega C} \quad 3.228$$

Finalmente, el ancho de banda del resonador es:

$$BW = \frac{1}{Q_0} \quad 3.229$$

5.1.3. Resonadores de líneas de transmisión

A continuación abordaremos varias configuraciones de líneas de transmisión y terminaciones que se comportan como resonadores. Es importante notar que si queremos calcular el factor de calidad de dichos resonadores deberemos considerar líneas de transmisión con pérdidas. Recordemos que la impedancia de entrada de una línea de transmisión con pérdidas se expresa como:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L \cosh \gamma l + Z_0 \sinh \gamma l}{Z_0 \cosh \gamma l + Z_L \sinh \gamma l} \quad 3.230$$

Siendo la constante de propagación, γ , la constante de atenuación, α , y la constante de propagación, β :

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad 3.231$$

Consideremos una línea de transmisión de longitud $\lambda/2$ cortocircuitada (figura 56). En este caso la impedancia de entrada es:

$$Z_{in} = Z_0 \tanh \gamma l = Z_0 \tanh(\alpha + j\beta)l = Z_0 \frac{\tanh \alpha l + j \tan \beta l}{1 + j \tan \beta l \tanh \alpha l} \quad 3.232$$

Considerando bajas pérdidas, una línea TEM y una frecuencia cercana a la frecuencia de resonancia:

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega \quad 3.233$$

Se puede simplificar la impedancia de entrada a la expresión:

$$Z_{in} \approx Z_0 \left(\alpha l + j \frac{\Delta\omega \pi}{\omega_0} \right) \quad 3.234$$

Esta expresión presenta la forma:

$$Z_{in} = Z_0 \left(\alpha l + j \frac{\Delta\omega \pi}{\omega_0} \right) \quad 3.235$$

Dicha ecuación se ajusta a la expresión derivada para los resonadores RLC serie 3.222, siendo los parámetros equivalentes:

$$R = Z_0 \alpha l \quad 3.236$$

$$L = \frac{Z_0 \pi}{2\omega_0} \quad 3.237$$

La capacidad equivalente, se extrae mediante la frecuencia de resonancia, esto es:

Ved también

En el módulo "Líneas de transmisión", se derivaron las principales ecuaciones de líneas de transmisión.

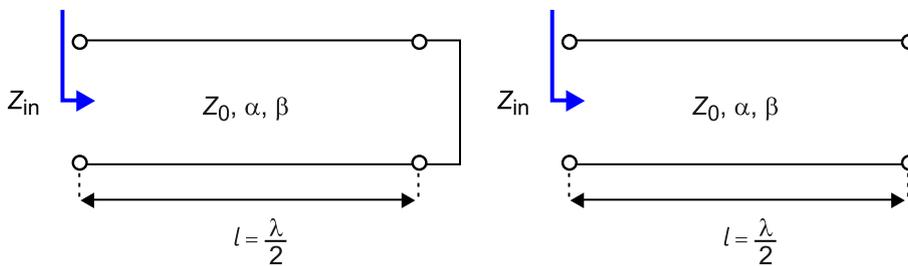
$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{2}{\omega_0 Z_0 \pi} \quad 3.238$$

En este caso, el factor de calidad del resonador se calcula como:

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\pi}{2\alpha l} \quad 3.239$$

Acabamos de ver que una línea $\lambda/2$ terminada con un cortocircuito actúa como un resonador RLC serie. A continuación, analizaremos un resonador habitualmente usado en circuitos de microondas que consiste en una línea $\lambda/2$ terminada con un circuito abierto y que presenta el comportamiento de resonador RLC paralelo. Ambas estructuras se ilustran en la figura 56.

Figura 56. a) Esquema de un resonador RLC serie basado en una línea $\lambda/2$ cortocircuitada. b) Resonador RLC paralelo basado en una línea $\lambda/2$ terminada con un circuito abierto



Considerando la impedancia de entrada:

$$Z_{in} = Z_0 \cotanh \gamma = Z_0 \frac{1 + j \tan \beta l \tanh \alpha l}{\tanh \alpha l + j \tan \beta l} \quad 3.240$$

En este caso, considerando una frecuencia cercana a la de resonancia:

$$Z_{in} \approx \frac{Z_0}{\alpha l + j \frac{\Delta \omega \pi}{\omega_0}} \quad 3.241$$

Si comparamos dicha expresión con la encontrada en la ecuación 3.228 podemos identificar los parámetros del resonador RLC paralelo según:

$$R = \frac{Z_0}{\alpha l} \quad 3.242$$

$$C = \frac{\pi}{2\omega_0 Z_0} \quad 3.243$$

La inductancia equivalente, se extrae mediante la frecuencia de resonancia, esto es:

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 C} = \frac{2Z_0}{\omega_0 \pi} \quad 3.244$$

En este caso, el factor de calidad del resonador se calcula como:

$$Q_0 = \omega_0 RC = \frac{\pi}{2\alpha l} \quad 3.245$$

Diseñar una línea de transmisión de longitud $\lambda/2$ de 50Ω para actuar como resonador RLC paralelo (terminado en circuito abierto) a una frecuencia de 4 GHz. Considerar: $\epsilon_r = 4$ y $\alpha = 0,1$ Np/m.

Solución

En primer lugar calculamos la longitud del resonador:

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2} \frac{c}{f_o \cdot \sqrt{\epsilon_r}} = 1,88 \text{ cm} \quad 3.246$$

La constante de propagación es:

$$\beta = \frac{2\pi f_o}{v_p} = \frac{2\pi f_o \sqrt{\epsilon_r}}{c} = 167,55 \text{ rad/m} \quad 3.247$$

El factor de calidad del resonador (*unloaded*) viene dado por:

$$Q_0 = \omega_0 RC = \frac{\pi}{2\alpha l} = \frac{\beta}{2\alpha} = 837 \quad 3.248$$

5.2. Diseño e implementación de filtros. Transformaciones

El filtro ideal no existe. No es posible conseguir pérdidas de inserción nulas en la banda de paso, infinita atenuación en la banda de rechazo o una banda de transición totalmente abrupta. En la práctica, se desarrolla una aproximación a la respuesta en frecuencia ideal según las especificaciones del filtro. La técnica más usada en la actualidad para el diseño de filtros de microondas es el **método de las pérdidas de inserción**. En dicho método, la respuesta en frecuencia del filtro se caracteriza por su función de transferencia o bien por su pérdida de inserción, esto es, la relación de pérdida de potencia:

$$P_{LR} = \frac{P_{inc}}{P_L} = \frac{1}{1 - |\Gamma(\omega)|^2} \quad 3.249$$

donde:

- P_{inc} es la potencia disponible en la fuente;
- P_L es la potencia librada a la carga;
- $\Gamma(\omega)$ es el coeficiente de reflexión visto desde la fuente.

Las pérdidas de inserción en dB se definen como:

$$IL = 10 \log P_{LR} \quad 3.250$$

El proceso de diseño que sigue el método de pérdidas de inserción se basa en 4 etapas, enumeradas a continuación:

- 1) Análisis de especificaciones del filtro
- 2) Diseño del filtro prototipo paso-bajo
- 3) Escalado y conversión
- 4) Implementación

Por tanto, partiremos de las especificaciones de un filtro determinado. Posteriormente se analizará el diseño del filtro prototipo paso-bajo normalizado en términos de impedancia y frecuencia. Esto se hará independientemente de la respuesta en frecuencia del filtro objetivo, debido a que simplifica los cálculos y el proceso de diseño. A continuación, el prototipo paso-bajo se escala a la frecuencia de interés y se aplican las transformaciones pertinentes para obtener la respuesta en frecuencia deseada. Este proceso se lleva a cabo con componentes discretos y, finalmente, se reemplazan por elementos distribuidos para la implementación de los filtros a frecuencias de microondas.

5.2.1. Análisis de especificaciones del filtro y diseño del filtro prototipo paso-bajo

Existen diversos tipos de respuesta para la aproximación de respuestas de filtros. Revisaremos dos tipos comúnmente utilizados: los filtros Butterworth y los filtros Chebyshev.

1) Filtros Butterworth

Se caracterizan por presentar una respuesta lo más plana posible en la banda de paso. Sin embargo, no producen una transición tan abrupta, a igualdad de orden, en relación a otros tipos (por ejemplo, los Chebyshev). La relación de pérdida de potencia en los filtros Butterworth en respuesta paso-bajos se expresa como:

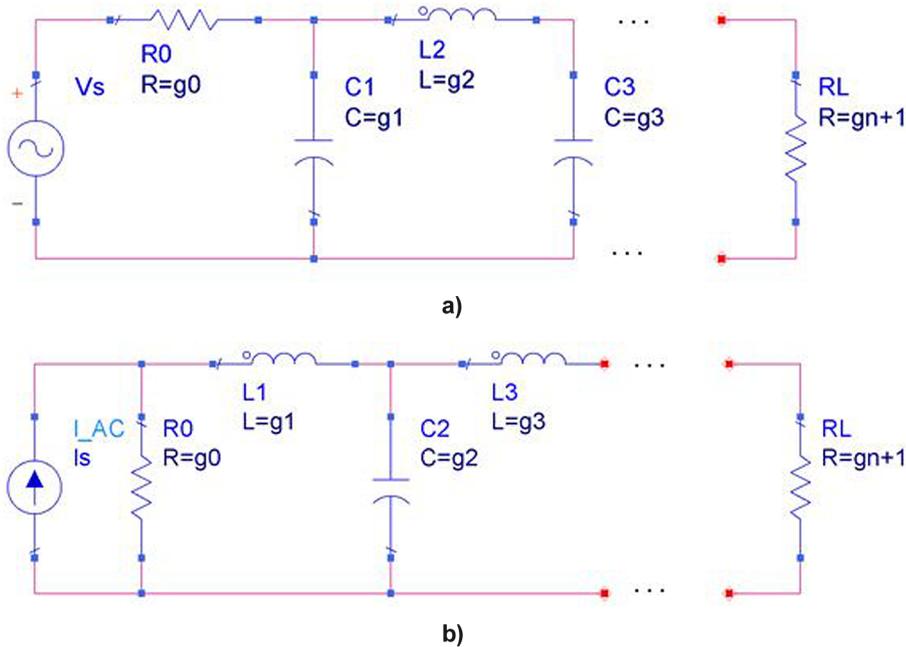
$$P_{LR} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^{2N} \quad 3.251$$

donde N se corresponde con el orden del filtro y ω_C con la frecuencia de corte. Notemos que para frecuencias altas:

$$\omega \gg \omega_C \quad \Rightarrow \quad P_{LR} \approx \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^{2N} \quad 3.252$$

Por tanto, la pérdida de inserción aumenta a razón de $20N$ dB/dec. En cuanto al prototipo paso-bajo, se construye mediante los circuitos escalera mostrados en la figura 57. Ambas posibilidades son realizables, según si se empieza por un elemento paralelo o un elemento serie.

Figura 57. Circuitos escalera para filtros paso-bajo prototipos: a) elemento paralelo y b) elemento serie



Es importante notar que los elementos g_i se corresponden con los parámetros que describen el filtro paso-bajo prototipo, esto es, normalizado a una frecuencia de corte y fuente de impedancia de valor:

$$\omega_C = 1 \text{ rad/s} \quad R_S = 1\Omega \quad 3.253$$

El significado de dichos parámetros se detalla a continuación:

- $g_0 = \begin{cases} \text{resistencia del generador} \\ \text{conductancia del generador} \end{cases}$
- $g_k = \begin{cases} \text{inductancia bobinas serie} \\ \text{capacidad condensadores derivación} \end{cases}$
- $g_{N+1} = \begin{cases} \text{resistencia carga para } g_N \text{ capacitivo} \\ \text{conductancia carga para } g_N \text{ inductivo} \end{cases}$

En la práctica estos valores están tabulados y se obtienen en función del tipo de respuesta y del orden deseado para el filtro. Para el caso de respuesta máximamente plana (Butterworth), la tabla 5 recoge dichos valores. Asimismo, en el desarrollo de los diseños se suele trabajar con especificaciones de atenua-

ción. De cara a facilitar el diseño, existen gráficas de atenuación que permiten determinar el orden de filtro necesario que cumpla con las especificaciones requeridas.

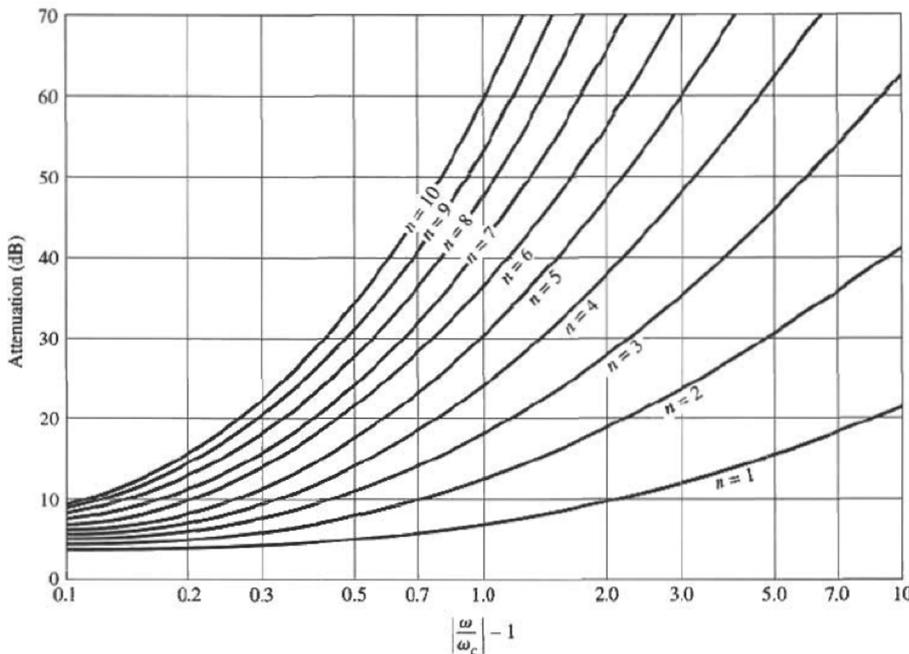
La figura 58 muestra las curvas de atenuación con respecto a la frecuencia normalizada para respuesta máximamente plana. Cabe resaltar que siempre deberemos escoger un orden que cumpla el peor caso de atenuación, en caso de que tengamos varias especificaciones a distintas frecuencias.

Tabla 5. Parámetros para el diseño de filtro prototipo paso-bajo con respuesta Butterworth

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	2.0000	1.0000									
2	1.4142	1.4142	1.0000								
3	1.0000	2.0000	1.0000	1.0000							
4	0.7654	1.8478	1.8478	0.7654	1.0000						
5	0.6180	1.6180	2.0000	1.6180	0.6180	1.0000					
6	0.5176	1.4142	1.9318	1.9318	1.4142	0.5176	1.0000				
7	0.4450	1.2470	1.8019	2.0000	1.8019	1.2470	0.4450	1.0000			
8	0.3902	1.1111	1.6629	1.9615	1.9615	1.6629	1.1111	0.3902	1.0000		
9	0.3473	1.0000	1.5321	1.8794	2.0000	1.8794	1.5321	1.0000	0.3473	1.0000	
10	0.3129	0.9080	1.4142	1.7820	1.9754	1.9754	1.7820	1.4142	0.9080	0.3129	1.0000

Fuente: Extraída de D. M. Pozar (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

Figura 58. Atenuación con respecto a la frecuencia normalizada para filtro prototipo paso-bajo con respuesta Butterworth



Fuente: Extraída de D. M. Pozar (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

2) Filtros Chebyshev

Las respuestas tipo Chebyshev presentan una banda de transición más abrupta que los filtros Butterworth (a igualdad de orden), aunque la banda de paso presenta un cierto nivel de rizado. La relación de pérdida de potencia en los filtros Chebyshev en respuesta paso-bajos se expresa como:

$$P_{LR} = 1 + k^2 T_N^2\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right) \quad 3.254$$

donde $T_N(\omega)$ se corresponde con el polinomio de Chebyshev de orden N . La amplitud del rizado se calcula como:

$$ripple = 1 + k^2 \quad 3.255$$

A continuación se muestran las tablas de parámetros de diseño de los circuitos escalera prototipo paso-bajo (tablas 6 y 7), así como las curvas de atenuación con relación a la frecuencia normalizada para las respuestas Chebyshev de rizado igual a 0,5 dB y 3 dB (figura 59).

Tabla 6. Parámetros para el diseño de filtro prototipo paso-bajo con respuesta Chebyshev para un rizado de 0,5 dB

N	0.5 dB Ripple										
	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	0.6986	1.0000									
2	1.4029	0.7071	1.9841								
3	1.5963	1.0967	1.5963	1.0000							
4	1.6703	1.1926	2.3661	0.8419	1.9841						
5	1.7058	1.2296	2.5408	1.2296	1.7058	1.0000					
6	1.7254	1.2479	2.6064	1.3137	2.4758	0.8696	1.9841				
7	1.7372	1.2583	2.6381	1.3444	2.6381	1.2583	1.7372	1.0000			
8	1.7451	1.2647	2.6564	1.3590	2.6964	1.3389	2.5093	0.8796	1.9841		
9	1.7504	1.2690	2.6678	1.3673	2.7239	1.3673	2.6678	1.2690	1.7504	1.0000	
10	1.7543	1.2721	2.6754	1.3725	2.7392	1.3806	2.7231	1.3485	2.5239	0.8842	1.9841

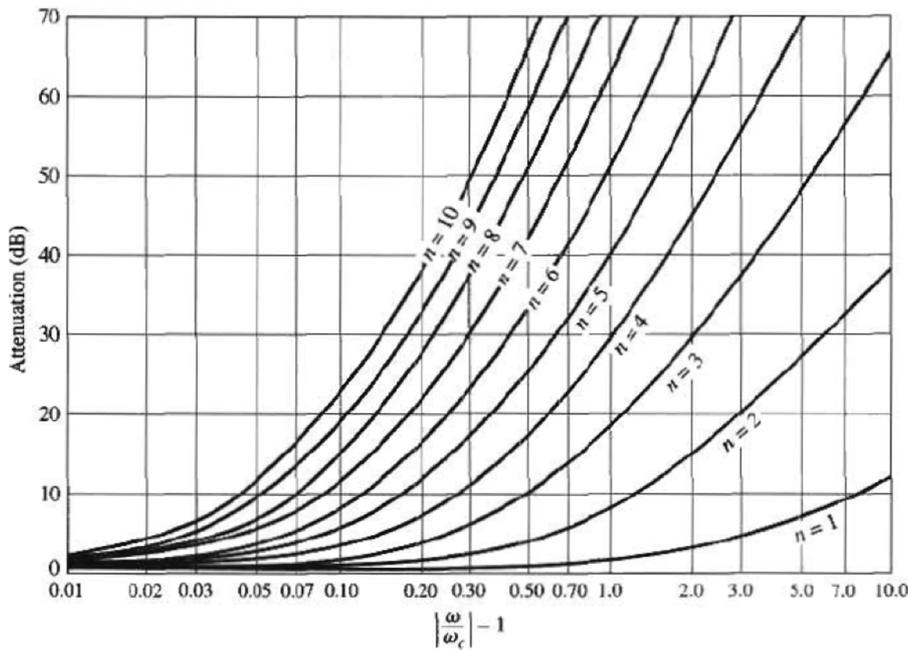
Fuente: Extraída de D. M. Pozar (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

Tabla 7. Parámetros para el diseño de filtro prototipo paso-bajo con respuesta Chebyshev para un rizado de 3 dB

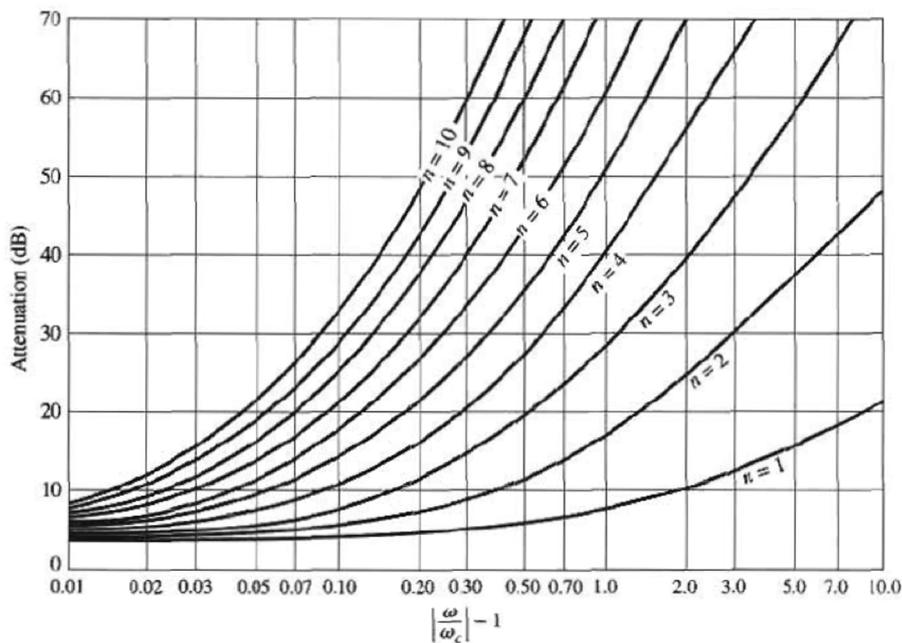
N	3.0 dB Ripple										
	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	1.9953	1.0000									
2	3.1013	0.5339	5.8095								
3	3.3487	0.7117	3.3487	1.0000							
4	3.4389	0.7483	4.3471	0.5920	5.8095						
5	3.4817	0.7618	4.5381	0.7618	3.4817	1.0000					
6	3.5045	0.7685	4.6061	0.7929	4.4641	0.6033	5.8095				
7	3.5182	0.7723	4.6386	0.8039	4.6386	0.7723	3.5182	1.0000			
8	3.5277	0.7745	4.6575	0.8089	4.6990	0.8018	4.4990	0.6073	5.8095		
9	3.5340	0.7760	4.6692	0.8118	4.7272	0.8118	4.6692	0.7760	3.5340	1.0000	
10	3.5384	0.7771	4.6768	0.8136	4.7425	0.8164	4.7260	0.8051	4.5142	0.6091	5.8095

Fuente: Extraída de D. M. Pozar (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

Figura 59. Atenuación con respecto a la frecuencia normalizada para filtro prototipo paso-bajo con respuesta Chebyshev para un rizado de a) 0,5 dB y de b) 3 dB



a)



b)

Fuente: Extraída de D. M. Pozar (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

5.2.2. Escalado y conversión

Una vez analizadas las principales respuestas de filtro prototipo paso-bajo, consideraremos las transformaciones que permiten utilizar los parámetros tabulados correspondientes a los filtros normalizados con la finalidad de sintetizar un filtro cualquiera.

Escalado de impedancia

Si la impedancia de la fuente es $R_S = R_0 \neq 1$, los elementos del filtro prototipo paso-bajo se modifican según:

$$L'_k = R_0 \quad 3.256$$

$$C'_k = C_k / R_0 \quad 3.257$$

$$R'_S = R_0 \quad 3.258$$

$$R'_L = R_0 R_L \quad 3.259$$

Escalado en frecuencia

1) Transformación paso-bajo/paso-bajo

El escalado en frecuencia para obtener una respuesta paso-bajo se genera mediante la transformación:

$$\omega \leftarrow \omega / \omega_C \quad 3.260$$

Para escalar la frecuencia de corte del filtro paso-bajo a su valor $\omega_C \neq 1$, los elementos se escalan de la forma siguiente:

$$L'_k = L_k / \omega_C \quad 3.261$$

$$C'_k = C_k / \omega_C \quad 3.262$$

Es importante notar que tanto en este escalado en frecuencia, como en los que veremos a continuación, no está incluido el escalado en impedancia, ecuaciones 3.256 - 3.259, que debería realizarse adicionalmente.

2) Transformación paso-bajo/paso-alto

El escalado en frecuencia para obtener una respuesta paso-alto se genera mediante la transformación:

$$\omega \leftarrow \omega_C / \omega \quad 3.263$$

En este caso los elementos inductivos y capacitivos se transforman como sigue:

$$C'_k = \frac{1}{\omega_C L_k} \quad 3.264$$

$$L'_k = \frac{1}{\omega_c C_k} \quad 3.265$$

3) Transformación paso-bajo/paso-banda

La transformación de escalado en frecuencia para conseguir una respuesta paso-banda se genera usando la transformación:

$$\omega \leftarrow \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad 3.266$$

donde Δ es el ancho de banda fraccional de la banda de paso:

$$\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \quad 3.267$$

Y ω_0 se corresponde con la frecuencia central de la banda de paso:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \quad 3.268$$

En este caso las inductancias se transforman en un circuito LC serie con:

$$L'_k = \frac{L_k}{\Delta \omega_0} \quad 3.269$$

$$C'_k = \frac{\Delta}{\omega_0 L_k} \quad 3.270$$

Por su parte, las capacidades se transforman en circuitos LC paralelo con:

$$L'_k = \frac{\Delta}{\omega_0 C_k} \quad 3.271$$

$$C'_k = \frac{C_k}{\Delta \omega_0} \quad 3.272$$

4) Transformación paso-bajo/rechazo de banda

La transformación de escalado en frecuencia para conseguir una respuesta rechazo de banda se genera usando la transformación:

$$\omega \leftarrow -\Delta \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^{-1} \quad 3.273$$

En este caso las inductancias se transforman en circuitos LC paralelo con:

$$L'_k = \frac{\Delta L_k}{\omega_0} \quad 3.274$$

$$C'_k = \frac{1}{\omega_0 \Delta L_k} \quad 3.275$$

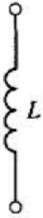
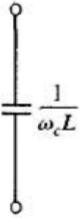
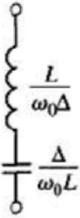
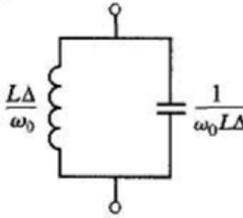
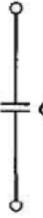
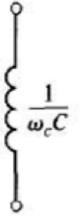
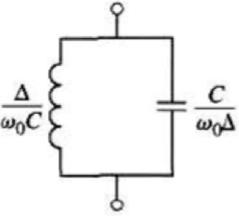
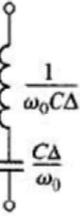
Finalmente, las capacidades se transforman en circuitos LC serie con:

$$L'_k = \frac{1}{\omega_0 \Delta C_k} \quad 3.276$$

$$C'_k = \frac{\Delta C_k}{\omega_0} \quad 3.277$$

La tabla 8 sintetiza todas las transformaciones en frecuencia estudiadas.

Tabla 8. Transformaciones frecuenciales de prototipo paso-bajo a cualquier tipo de respuesta en frecuencia

Low-pass	High-pass	Bandpass	Bandstop
			
			

Fuente: Extraída de D. M. Pozar (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

A continuación utilizaremos el proceso explicado para diseñar un filtro con elementos discretos a partir de unas especificaciones, calculando el correspondiente filtro prototipo paso-bajo y finalmente realizando el proceso de escalado y conversión correspondiente.

Diseñar un filtro paso-banda máximamente plano, con las especificaciones siguientes:

- Frecuencia central de 2 GHz
- Ancho de banda fraccional del 5%
- Impedancia de $R_0 = 50 \Omega$
- Orden $N = 3$.

Solución

Sabemos que se trata de un filtro tipo Butterworth de orden $N = 3$, por tanto, de la tabla 5 extraemos los parámetros del prototipo paso-bajo normalizado:

$$\begin{aligned}
 g_1 &= 1.000 = L_1 \\
 g_2 &= 2.000 = C_2 \\
 g_3 &= 1.000 = L_3 \\
 g_4 &= 1.000 = R_L
 \end{aligned} \quad 3.278$$

Dado que queremos obtener una respuesta en frecuencia de tipo paso-banda deberemos considerar las ecuaciones 3.269-3.272, combinadas con las ecuaciones de escalado en impedancia 3.256-3.259. Por tanto:

$$L'_1 = \frac{L_1 R_0}{\Delta \omega_0} = 79,58 \text{ nH} \quad 3.279$$

$$C'_1 = \frac{\Delta}{\omega_0 L_1 R_0} = 0,079 \text{ pF} \quad 3.280$$

$$L'_2 = \frac{\Delta R_0}{\omega_0 C_2} = 0,099 \text{ nH} \quad 3.281$$

$$C'_2 = \frac{C_2}{\Delta \omega_0 R_0} = 63,66 \text{ pF} \quad 3.282$$

$$L'_3 = \frac{L_3 R_0}{\Delta \omega_0} = 79,58 \text{ nH} \quad 3.283$$

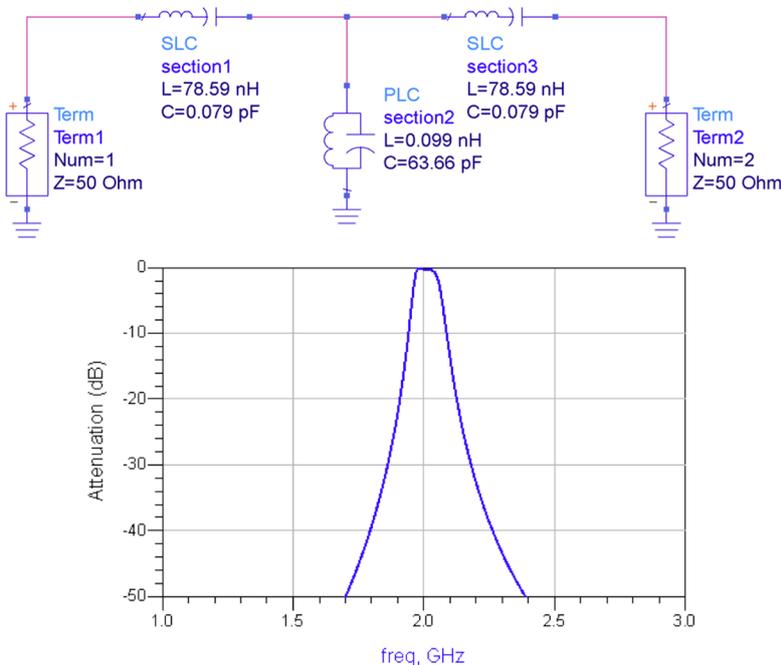
$$C'_3 = \frac{\Delta}{\omega_0 L_3 R_0} = 0,079 \text{ pF} \quad 3.284$$

$$R'_S = R_0 = 50 \text{ } \Omega \quad 3.285$$

$$R'_L = R_0 R_L = 50 \text{ } \Omega \quad 3.286$$

La figura 60 muestra el filtro paso-banda diseñado, así como su respuesta en frecuencia que se ajusta a las especificaciones del enunciado.

Figura 60. Resultado del filtro paso-banda diseñado en el problema



5.2.3. Implementación de filtros de microondas

Sabemos que a frecuencias de microondas no podemos realizar filtros con elementos discretos debido a las razones siguientes:

- Dificultad de fabricar componentes (inductancias y capacidades) con los valores necesarios para las frecuencias de microondas.
- Para frecuencias de microondas no se pueden despreciar las distancias entre componentes.

A continuación estudiaremos la conversión de inductancias y capacidades a elementos distribuidos (típicamente *stubs*). En primer lugar, recordemos que la impedancia de entrada de una línea de transmisión terminada en cortocircuito y en circuito abierto se expresa, respectivamente, como:

$$Z_{in} = jZ_0 \tan \beta l \quad 3.287$$

$$Z_{in} = -jZ_0 \cotan \beta l \quad 3.288$$

Estas expresiones se asemejan a la impedancia de una inductancia y una capacidad, respectivamente. Por conveniencia, introducimos la siguiente transformación, que consiste en mapear la frecuencia del plano ω al plano Ω , según:

$$\Omega = \tan \beta l \quad 3.289$$

Por tanto, si el valor de la impedancia característica se toma de la siguiente forma para las líneas de transmisión consideradas (terminadas en cortocircuito y circuito abierto):

$$Z_0 = L \Rightarrow Z_{in} = j\Omega L \quad 3.290$$

$$Z_0 = \frac{1}{C} \Rightarrow Z_{in} = -\frac{j}{\Omega C} \quad 3.291$$

Finalmente, notemos que la frecuencia unidad en el plano Ω , se obtiene para una longitud de línea de $\lambda/8$, siendo λ la longitud de onda a $\omega_C = 1$:

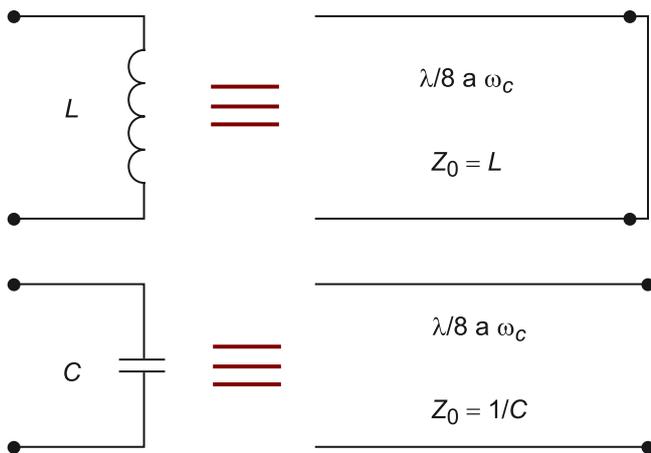
$$\Omega = \tan \frac{2\pi \lambda}{\lambda} \frac{\lambda}{8} = 1 \quad 3.292$$

El conjunto de estas transformaciones se conoce como **transformaciones de Richard** y permiten sustituir una inductancia o una capacidad por una sección de línea de transmisión adecuada. La figura 61 esquematiza dichas transformaciones.

Ved también

La impedancia de entradas de líneas de transmisión se trata con detalle en el módulo "Líneas de transmisión" de este material didáctico.

Figura 61. Transformaciones de Richard. a) Una inductancia se convierte en un *stub* cortocircuitado. b) Una capacidad se convierte en un *stub* en circuito abierto



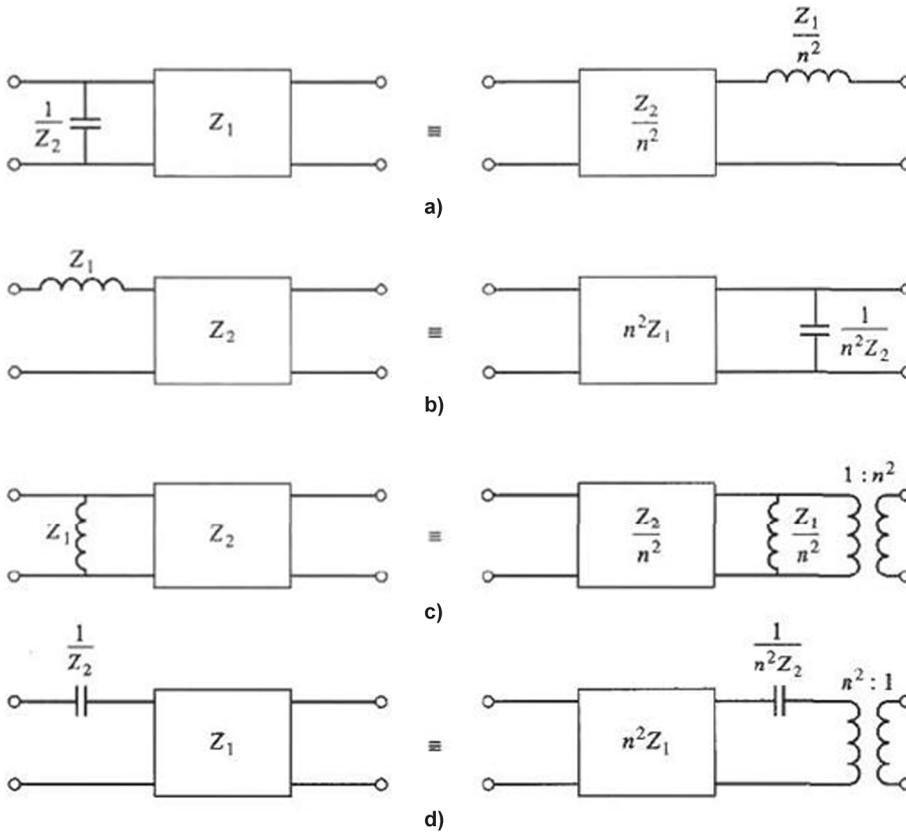
Para acabar esta sección, definiremos las **transformaciones de Kuroda**. Dichas transformaciones se introducen para conseguir una mayor flexibilidad a la hora de implementar los filtros de microondas. Los objetivos básicos de las transformaciones de Kuroda son:

- Separar *stubs*
- Transformar *stubs* serie en paralelo y viceversa
- Modificar impedancias características

La figura 62 muestra las identidades de Kuroda. Cada caja corresponde a una línea de transmisión con la impedancia característica mostrada y longitud $\lambda/8$ a frecuencia ω_c . Para todas ellas se define la relación:

$$n^2 = 1 + \frac{Z_2}{Z_1} \quad 3.293$$

Figura 62. Identidades de Kuroda



Fuente: Extraída de D. M. Pozar (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

Para finalizar este subapartado, realizaremos un ejemplo con todos los pasos de diseño para un filtro de microondas, incluyendo la implementación.

Diseñar un filtro paso-bajo para fabricar en línea *microstrip* con las especificaciones siguientes:

- Frecuencia de corte: $f_c = 3 \text{ GHz}$
- Orden: $N = 3$
- Impedancia de entrada: $R_0 = 50 \Omega$
- Rizado = 3 dB

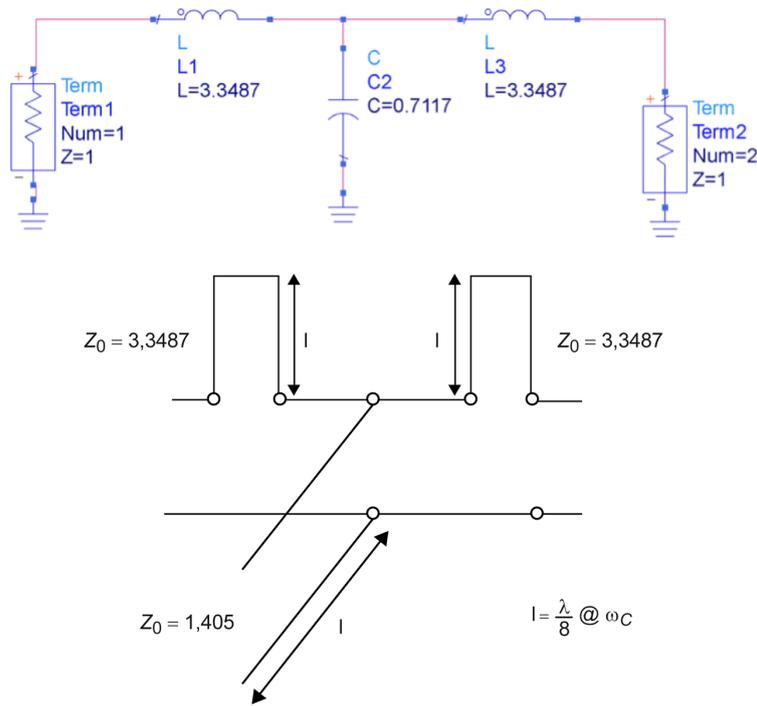
Solución

En este caso se trata de un filtro tipo Chebyshev de orden $N = 3$, por tanto, usamos la tabla 6 y extraemos los parámetros del prototipo paso-bajo normalizado:

$$\begin{aligned}
 g_1 &= 3,3487 = L_1 \\
 g_2 &= 0,7117 = C_2 \\
 g_3 &= 3,3487 = L_3 \\
 g_4 &= 1,000 = R_L
 \end{aligned}
 \quad 3.294$$

En la figura 63 se muestra el filtro normalizado con elementos discretos, así como su transformación aplicando las transformaciones de Richard.

Figura 63. Filtro implementado con elementos discretos y conversión a elementos distribuidos mediante las transformaciones de Richard



Dada la dificultad de realizar *stubs* en serie mediante línea *microstrip*, usaremos las identidades de Kuroda para transformarlos a *stubs* en paralelo. Es por ello que se necesita añadir elementos unitarios en los extremos del filtro. Esto no distorsiona la medida, puesto que existe adaptación. La figura 64 muestra este hecho. El valor aplicado en la transformación se calcula como:

$$n^2 = 1 + \frac{Z_2}{Z_1} = 1,299 \quad 3.295$$

Finalmente, la figura 65 ilustra el resultado de aplicar la segunda transformación de Kuroda y el escalado de impedancia y frecuencia, así como la respuesta en frecuencia obtenida.

Figura 64. Extensión del circuito anterior mediante elementos unitarios en los extremos del filtro para poder aplicar las identidades de Kuroda

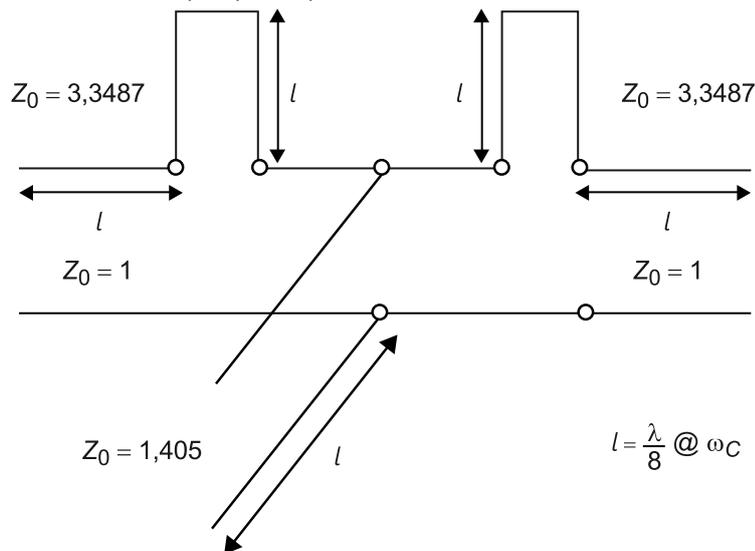
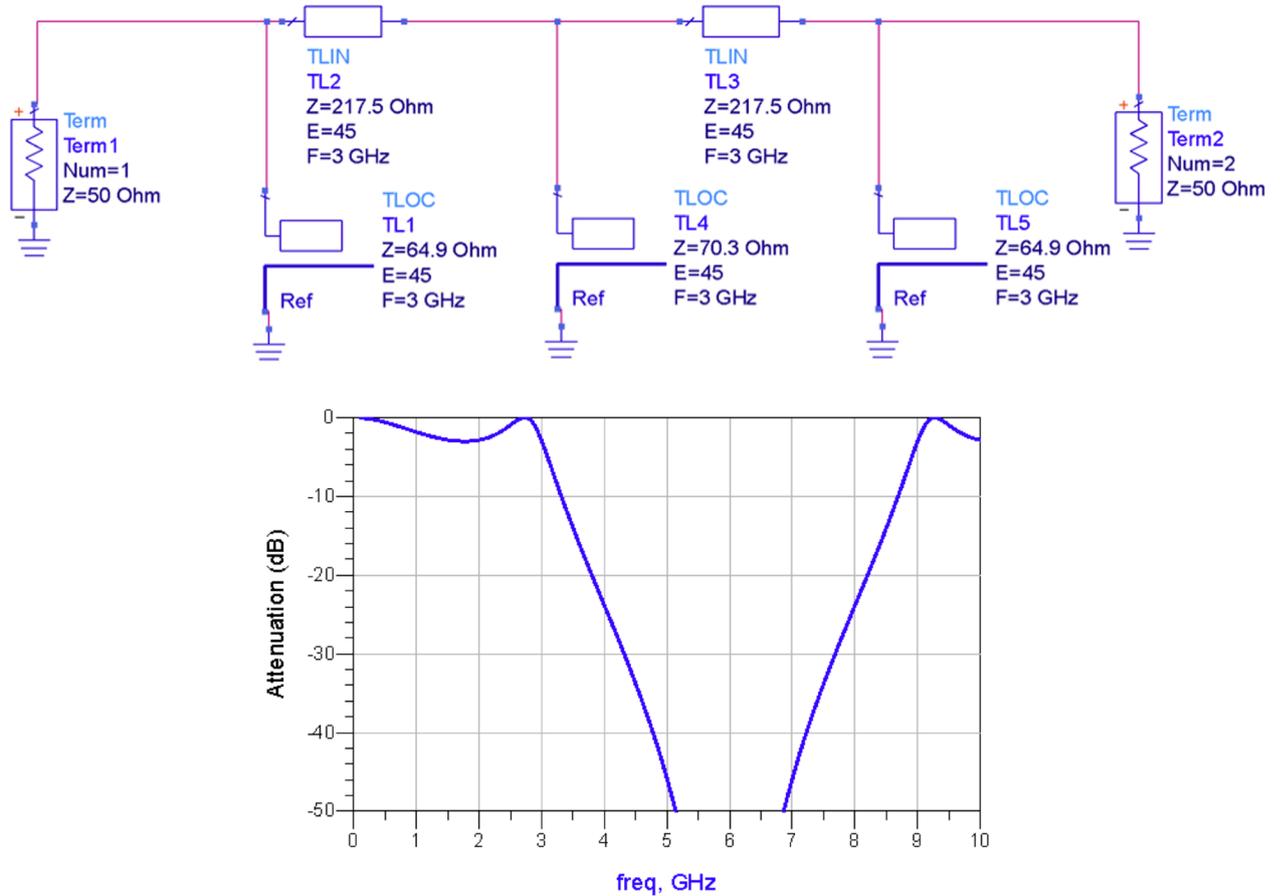


Figura 65. Implementación final del filtro paso-bajo diseñado y simulación de su respuesta en frecuencia

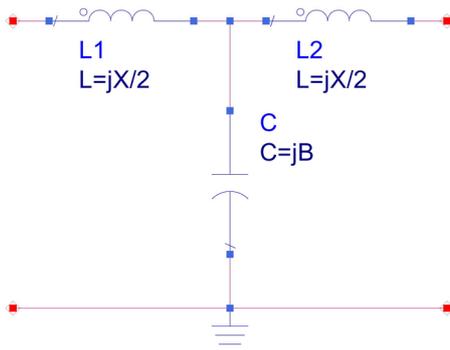


Notemos que la respuesta en frecuencia se ajusta a las especificaciones y que aparecen bandas espurias. Este hecho es la consecuencia de la periodicidad intrínseca que aparece en las impedancias de los elementos distribuidos.

5.3. Filtros paso-bajo *stepped-impedance*

Mediante el uso de etapas basadas en secciones de línea de transmisión alternativas de alta y baja impedancia característica, es posible generar respuestas en frecuencia paso-bajo. Su diseño es relativamente sencillo y se basan en el principio siguiente. Se puede demostrar, a partir del cálculo con parámetros Z , que una sección de línea de transmisión de longitud l , impedancia característica Z_0 , y constante de propagación, β , admite el circuito equivalente que presenta la figura 66.

Figura 66. Circuito equivalente de una línea de transmisión



donde:

$$\frac{X}{2} = Z_0 \tan \frac{\beta l}{2} \quad 3.296$$

$$B = \frac{1}{Z_0} \sin \beta l \quad 3.297$$

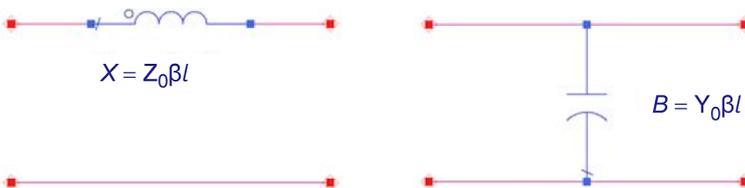
Considerando el caso de secciones de línea cortas e impedancia característica alta y baja, respectivamente:

$$l \approx 0 ; Z_0 \uparrow \uparrow \Rightarrow X \approx Z_0 \beta l \quad ; \quad B \approx 0 \quad 3.298$$

$$l \approx 0 ; Z_0 \downarrow \downarrow \Rightarrow X \approx 0 \quad ; \quad B \approx Y_0 \beta l \quad 3.299$$

Por tanto, tal y como muestra la figura 67, podemos emular inductancias mediante secciones de línea de alta impedancia característica, mientras que el comportamiento capacitivo puede ser emulado mediante secciones de baja impedancia característica.

Figura 67. Circuitos equivalentes para secciones de líneas de transmisión cortas de alta y baja impedancia característica



En la práctica, las ecuaciones de diseño del filtro vienen dadas por las relaciones de las dimensiones longitudinales de las secciones empleadas y sus parámetros eléctricos, esto es:

$$\beta l = \frac{LR_0}{Z_h} \quad 3.300$$

$$\beta l = \frac{CZ_l}{R_0} \quad 3.301$$

donde:

- Z_h y Z_l son las impedancias características de las secciones de alta y baja impedancia;
- R_0 es la impedancia del filtro;
- L y C son los valores normalizados del filtro prototipo paso-bajo.

Es importante resaltar que el valor de la constante de propagación, β , se debe evaluar a la frecuencia de corte del filtro, ω_C . Finalmente, no debemos olvidar que en esta metodología de diseño se han supuesto secciones de línea de transmisión cortas. En la práctica, para que la aproximación que hemos tenido en cuenta sea válida y la respuesta del filtro diseñado sea operativa debemos comprobar que se verifica la condición de líneas cortas, establecida como:

$$\beta l_k < \frac{\pi}{4} \quad 3.302$$

Veamos un ejemplo de diseño de filtro *stepped-impedance*.

Diseñar un filtro paso-bajo para fabricar en línea *microstrip* con las especificaciones siguientes:

- Frecuencia de corte: $f_C = 3$ GHz
- Atenuación = 20 dB @ 4,5 GHz
- Impedancia secciones: $Z_h = 100 \Omega$; $Z_l = 10 \Omega$
- Impedancia del filtro: $R_0 = 50 \Omega$
- Rizado = 0,5 dB (Chebyshev)
- Substrato: FR4 con grueso $h = 1,53$ mm; constante dieléctrica $\epsilon_r = 4,6$ y tangente de pérdidas $\tan D = 0,01$

Solución

A partir de la especificación de atenuación podemos extraer el orden del filtro mediante la figura 59. En efecto:

$$\left| \frac{\omega}{\omega_C} \right| - 1 = 0,5 \Rightarrow N = 5 \quad 3.303$$

De la tabla 6 extraemos los valores de los componentes utilizados:

$$\begin{aligned} g_1 &= 1,7058 = C_1 \\ g_2 &= 1,2296 = L_2 \\ g_3 &= 2,5408 = C_3 \\ g_4 &= 1,2296 = L_4 \\ g_5 &= 1,7058 = C_5 \end{aligned} \quad 3.304$$

Las longitudes de todas las secciones de línea vienen dadas por:

$$\beta l_1 = \frac{C_1 Z_l}{R_0} = 0,34 = 19,55^\circ \quad 3.305$$

$$\beta l_2 = \frac{L_2 R_0}{Z_h} = 0,61 = 35,23^\circ \quad 3.306$$

$$\beta l_3 = \frac{C_3 Z_l}{R_0} = 0,51 = 29,12^\circ \quad 3.307$$

$$\beta l_4 = \frac{L_4 R_0}{Z_h} = 0,61 = 35,23^\circ \quad 3.308$$

$$\beta l_5 = \frac{C_5 Z_l}{R_0} = 0,34 = 19,55^\circ \quad 3.309$$

En todos los casos se cumple la condición de sección de línea corta 3.302. Aplicando el sustrato especificado mediante el calculador de impedancias, obtenemos el filtro siguiente, así como su respuesta en frecuencia (figura 68).

En la figura 69 se ilustra el *layout* del filtro implementado en tecnología *microstrip*.

Figura 68. Filtro *stepped-impedance* implementado y respuesta en frecuencia

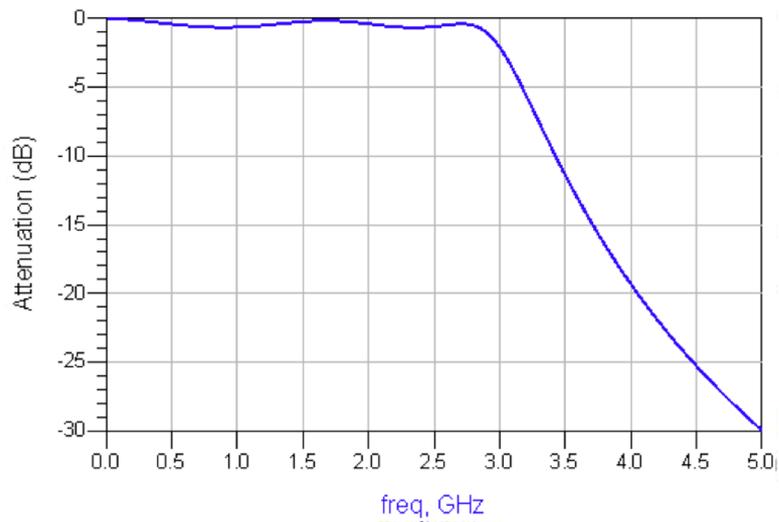
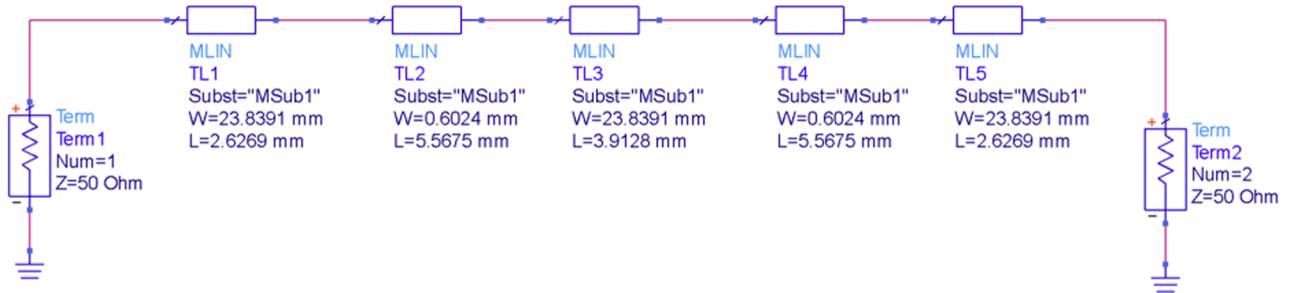
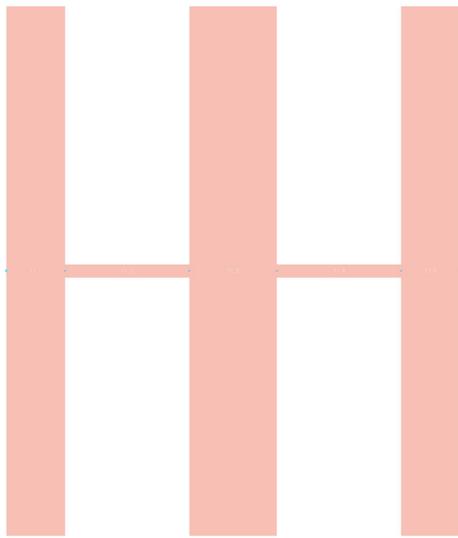


Figura 69. Layout del filtro *stepped-impedance* diseñado. Se aprecian las etapas de alta y baja impedancia



5.4. Filtros paso-banda de líneas acopladas

Consideraremos la realización de filtros paso-banda mediante celdas consistentes en líneas de transmisión acopladas con dos puertos en circuito abierto. La figura 70 ilustra el esquema de una celda base en esta configuración, así como su implementación en tecnología *microstrip*.

Figura 70. Sección de una línea paralela acoplada con 2 puertos en circuito abierto (O.C.). Realización en tecnología *microstrip*

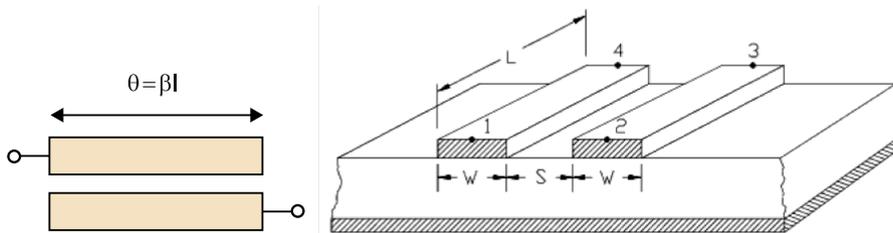


Figura 70

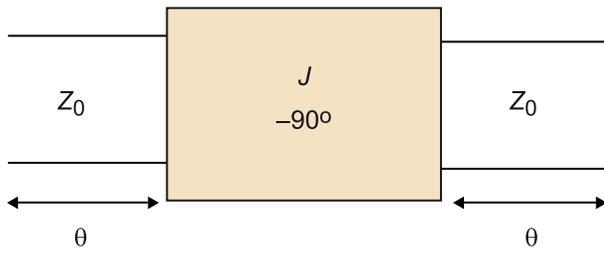
Este tipo de implementación presenta una respuesta paso-banda. Z_{0e} y Z_{0o} corresponden al modo par e impar de impedancia de línea, respectivamente

En primer lugar hemos de tener en cuenta el circuito equivalente de la celda elemental (figura 71); donde el acoplamiento se caracteriza por un inversor de impedancia característica $1/J$ (equivalente a una línea de $\lambda/4$), con:

$$Z_{0e} = Z_0 \left(\sqrt{1 + (JZ_0)^2} + JZ_0 \right) \quad 3.310$$

$$Z_{0o} = Z_0 \left(\sqrt{1 + (JZ_0)^2} - JZ_0 \right) \quad 3.311$$

Figura 71. Circuito equivalente de la celda elemental de la figura 70



Recordemos, que Z_{0e} y Z_{0o} se corresponden con los modos par e impar de impedancia de línea, respectivamente. Un filtro genérico de $N + 1$ etapas presenta la forma mostrada en la figura 72. Esta estructura admite un circuito equivalente como el mostrado en la figura 73.

Ved también

En el subpartado "Líneas de transmisión acopladas" del presente módulo se tratan los modos par e impar de impedancia en línea.

Figura 72. Layout de un filtro con $N + 1$ líneas de transmisión acopladas

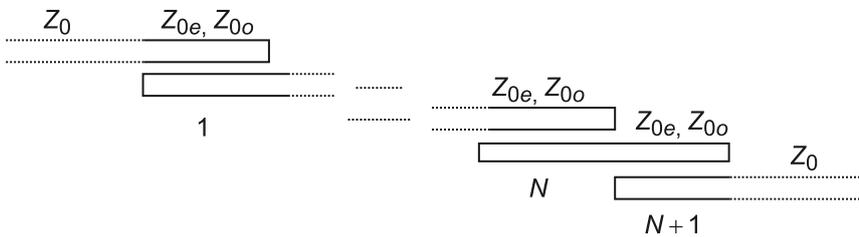
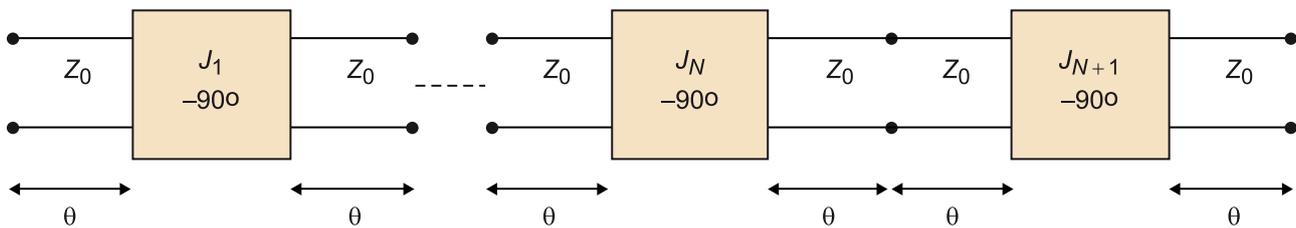


Figura 73. Circuito equivalente del filtro con $N + 1$ líneas de transmisión acopladas



Aquí se resumen, a continuación, las principales ecuaciones de diseño:

Ved también

El desarrollo de este circuito está detallado en el apartado "Anexo. Estudio de filtros con líneas de transmisión acopladas: circuito equivalente y ecuaciones de diseño" de este módulo didáctico.

$$Z_0 J_1 = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2g_1}} \quad 3.312$$

$$Z_0 J_n = \frac{\pi \Delta}{2\sqrt{g_{n-1}g_n}} \quad \text{con } n = 2, 3, \dots, N \quad 3.313$$

$$Z_0 J_{N+1} = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2g_N g_{N+1}}} \quad 3.314$$

donde los coeficientes g_i son los asociados al filtro prototipo paso-bajo correspondiente y Δ constituye el ancho de banda fraccional.

Es importante reseñar que estas expresiones no dependen de la frecuencia central del filtro paso-banda. La frecuencia central determina la longitud de los pares de líneas de transmisión acopladas de cada celda básica.

Para entender mejor la aplicación de estas ecuaciones realizaremos un ejemplo de diseño.

Diseñar un filtro paso-banda para fabricar en tecnología *microstrip* con las especificaciones siguientes:

- Frecuencia central: $f_0 = 2,4$ GHz
- Frecuencias laterales: $f_1 = 2,2$ GHz; $f_2 = 2,6$ GHz
- Atenuación = 20 dB @ 2 GHz; 2,8 GHz
- Impedancia característica: $Z_0 = 50 \Omega$
- Rizado = 0,5 dB (Chebyshev)
- Sustrato: Rogers RO3010 con grueso $h = 1,27$ mm; constante dieléctrica $\epsilon_r = 10,2$ y tangente de pérdidas $\text{TanD} = 0,0035$

De las especificaciones del filtro podemos calcular el ancho de banda fraccional:

$$\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = 0,17 = 17\% \quad 3.315$$

En primer lugar, debemos determinar el orden del filtro. Para ello calculamos a partir de las frecuencias de atenuación, la frecuencia normalizada del prototipo paso-bajo. Dado que queremos un filtro paso-banda, la transformación en frecuencia es:

$$\omega \leftarrow \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = 1,82 \quad 3.316$$

$$\omega \leftarrow \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = -2,16 \quad 3.317$$

Como se trata de un filtro Chebyshev de 0,5 dB, debemos usar las curvas de atenuación de la figura 59. Concretamente, los valores del eje horizontal y los órdenes correspondientes se extraen a partir de los valores anteriores, según:

$$\left| \frac{\omega}{\omega_C} \right| - 1 = 0,82 \Rightarrow N = 4 \quad 3.318$$

$$\left| \frac{\omega}{\omega_C} \right| - 1 = 1,16 \Rightarrow N = 3 \quad 3.319$$

Dado que $N = 4$ es más restrictivo, nos quedamos con este orden, ya que debemos garantizar el peor caso para satisfacer las especificaciones de atenuación. Por lo tanto, de la tabla 6 se extraen los parámetros de diseño g_i .

La tabla 9 resume los valores obtenidos, así como los resultados de cálculo de la aplicación de las ecuaciones de los modos par e impar de impedancia de línea 3.310-3.311 y de diseño 3.312-3.314.

Tabla 9. Resumen de resultados de diseño del filtro paso-banda propuesto en el problema

Etapas	g_i	Z_{0i}	$Z_{0e} (\Omega)$	$Z_{0o} (\Omega)$
1	1,6703	0,40	73,84	33,86
2	1,1926	0,19	60,35	41,43
3	2,3661	0,16	58,58	42,68
4	0,8419	0,19	60,35	41,43
5	1,9841	0,40	73,84	33,86

Utilizando estos valores, así como el sustrato especificado en un simulador con calculador de líneas de transmisión, obtenemos la siguiente distribución de las $N + 1 = 5$ etapas

del filtro (figura 74). Finalmente, la figura 75 ilustra la respuesta en frecuencia del filtro diseñado.

Figura 74. Filtro paso-banda basado en línea de transmisión acopladas diseñado y *layout*

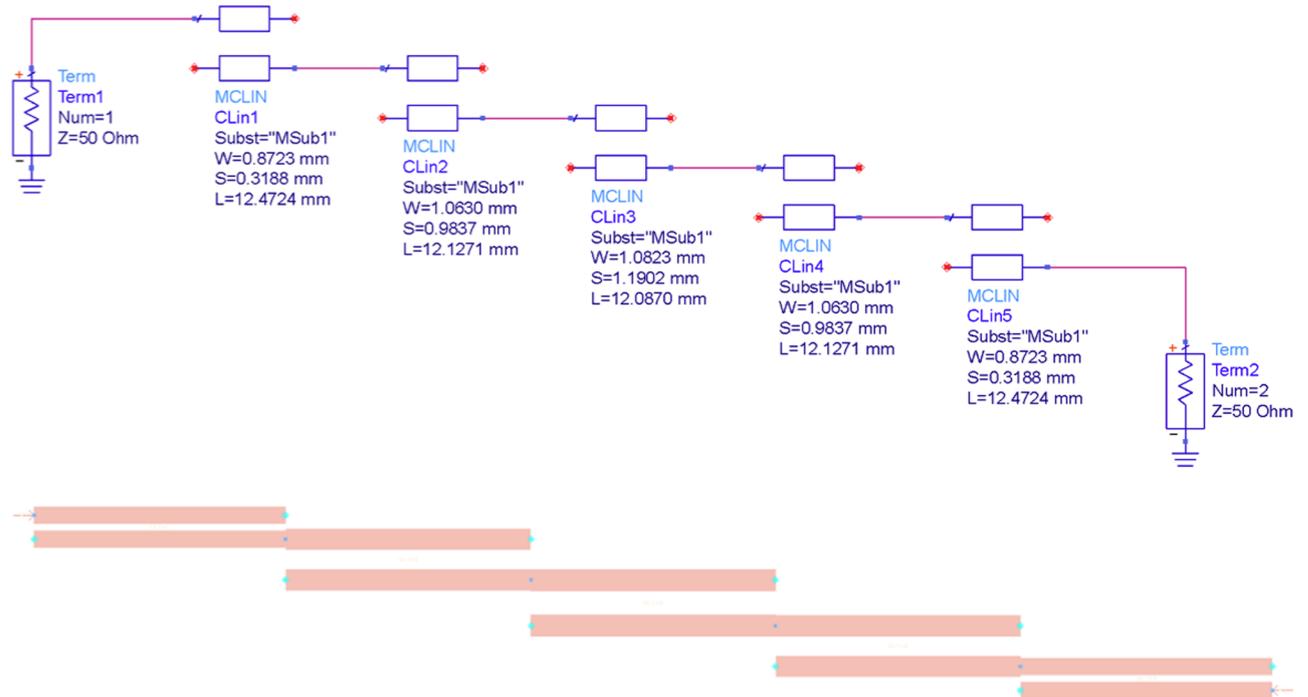
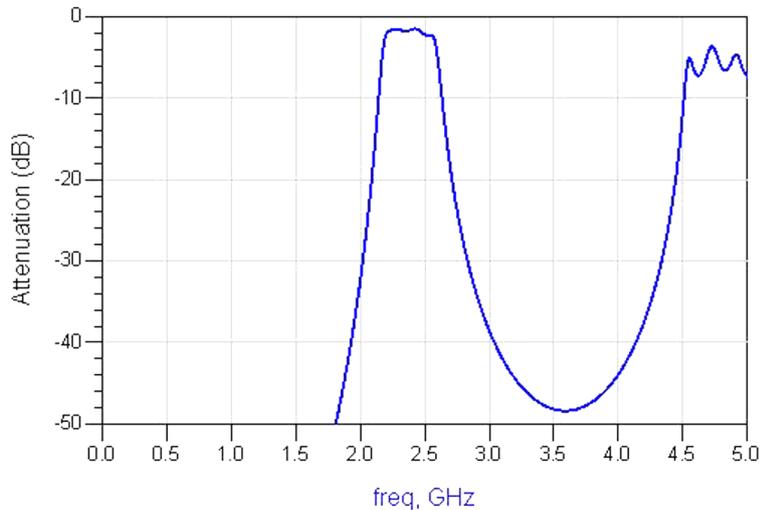


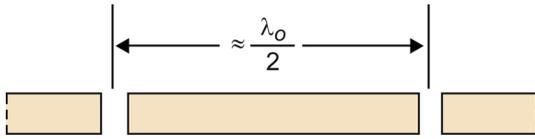
Figura 75. Respuesta en frecuencia del filtro diseñado



5.5. Filtros paso-banda de resonadores acoplados

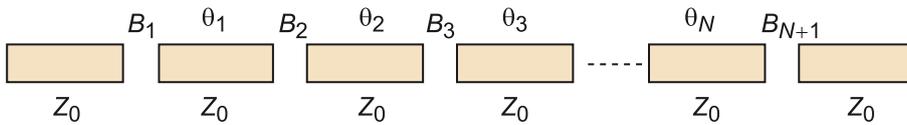
Este tipo de filtros consisten en líneas de transmisión resonantes de aproximadamente $\lambda/2$ a la frecuencia central, ω_0 . Se constituyen mediante secciones de línea con cortes de anchura controlada. La figura 76 ilustra la sección básica de este tipo de resonador.

Figura 76. Estructura básica de un resonador acoplado capacitivamente



Posicionando diversas estructuras resonantes (figura 77), conseguimos una respuesta paso-banda de un cierto ancho de banda a través del acoplamiento capacitivo que se produce en cada uno de los *gaps* que quedan entre las diferentes secciones conductoras. El diseño de estos filtros está basado en las mismas ecuaciones analizadas en el apartado anterior 3.312-3.313.

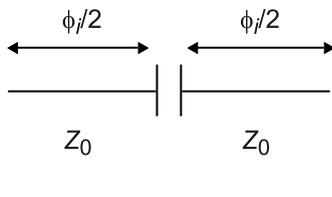
Figura 77. Filtro paso-banda con resonadores acoplados capacitivamente de $N + 1$ etapas



Esta estructura resonante requiere de un dieléctrico de soporte y presenta la aparición de la primera banda espuria aproximadamente a $2\omega_0$.

Desde el punto de vista del diseño es importante destacar que la longitud de los *gaps* habrá de ser muy pequeña en caso de considerar anchos de banda fraccionales que sean mayores al 20%. En la práctica, este hecho limita el ancho de banda, y, en caso de querer ampliarlo, se debe recurrir a otras técnicas de diseño de filtros de gran ancho de banda. En el caso considerado, los inversores que constituyen el filtro de líneas acopladas capacitivamente son del tipo J (figura 78).

Figura 78. Inversor tipo J (utilizado como resonador en paralelo) correspondiente a los filtros de resonadores acoplados capacitivamente



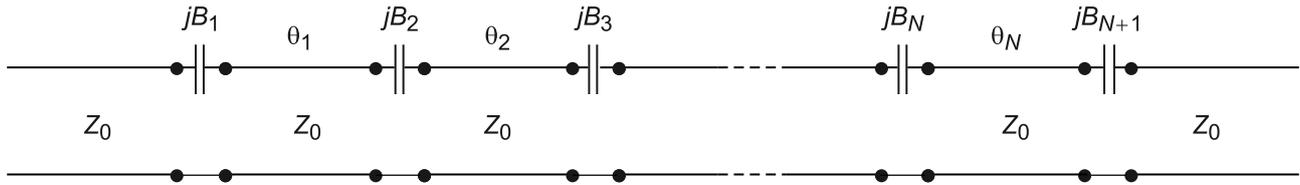
El subíndice i indica el número de inversor ($i = 1, 2, \dots, N + 1$).

Los desfases Φ_i son negativos y, por tanto:

$$\frac{\phi_i}{2} < 0 \quad 3.320$$

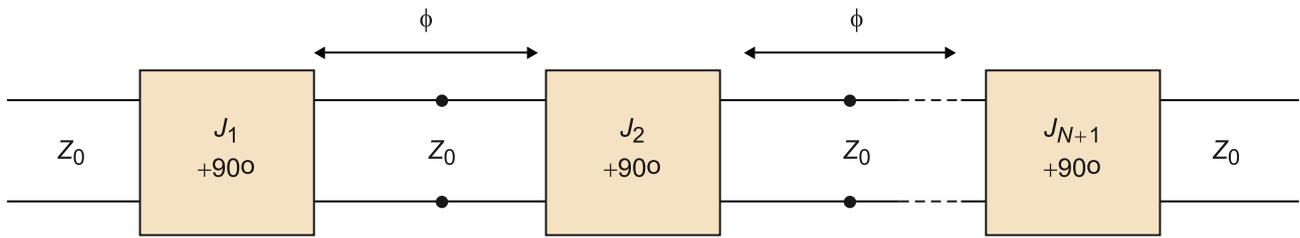
De esta manera, la topología del filtro ilustrada en la figura 77 admite un circuito equivalente de la forma que se presenta en la figura 79.

Figura 79. Circuito equivalente del filtro de la figura 77 de $N + 1$ etapas



Se puede demostrar que el circuito de la figura 79 admite un equivalente como el que se muestra en la figura 80.

Figura 80. Circuito equivalente de un filtro paso-banda con resonadores acoplados capacitivamente de $N + 1$ etapas, utilizando inversores y resonadores $\lambda/2$



con:

$$\phi = \pi \quad 3.321$$

$$\theta_i = \pi + \frac{1}{2}\phi_i + \frac{1}{2}\phi_{i+1} \quad ; \quad \phi_i < 0 \quad 3.322$$

donde la longitud eléctrica de la línea Φ ha de ser igual a π , ya que los resonadores son de $\lambda/2$. Adicionalmente, para que la equivalencia anterior sea cierta se debe verificar:

$$\phi_i = -\arctan(2Z_0B_i) \quad 3.323$$

Asimismo, los coeficientes B_i relacionados con las capacidades que constituyen los *gaps* se expresan como:

$$B_i = \frac{J_i}{1 - (Z_0J_i)^2} \quad 3.324$$

Donde los términos J_i y Z_0J_i se obtienen aplicando las ecuaciones de diseño 3.312-3.314. Por su parte, los valores de las diferentes capacidades se calculan a partir de:

$$C_i = \frac{B_i}{\omega_o} = \frac{B_i}{2\pi f_o} \quad 3.325$$

donde f_o es la frecuencia central de la banda de paso del filtro.

Finalmente, realizaremos un ejemplo de aplicación para el diseño de estos filtros.

Diseñar un filtro paso-banda mediante resonadores acoplados capacitivamente con las especificaciones siguientes:

- Frecuencia central: $f_0 = 2,4$ GHz
- Frecuencias laterales: $f_1 = 2,2$ GHz; $f_2 = 2,6$ GHz
- Atenuación = 20 dB @ 2 GHz; 2,8 GHz
- Impedancia característica: $Z_0 = 50 \Omega$
- Rizado = 0,5 dB (Chebyshev)

Solución

Hemos visto en el ejemplo anterior que las especificaciones de atenuación implicaban la necesidad de diseñar un filtro de orden $N = 4$. Al igual que en el caso anterior, una vez disponemos de los parámetros del filtro g_i , usamos las ecuaciones 3.312-3.314 para determinar J_i y $Z_0 J_i$. A partir de ahí usamos las ecuaciones 3.324 para calcular B_i y 3.325 para calcular las capacidades equivalentes C_i . Finalmente, las ecuaciones 3.322-3.323 nos permiten calcular los valores de θ_i .

La tabla 10 resume los valores obtenidos.

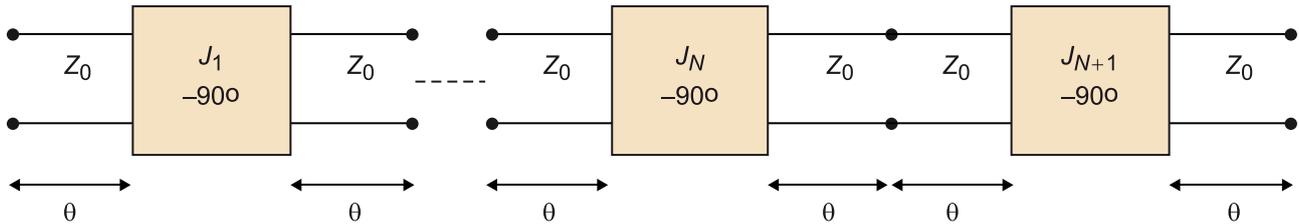
Tabla 10. Resumen de resultados de diseño del filtro paso-banda propuesto en el problema

Etapas	g_i	$Z_0 J_i$	B_i	C_i (pF)	Φ_i
1	1,6703	0,40	$9,52 \cdot 10^{-3}$	0,63	147,45°
2	1,1926	0,19	$3,94 \cdot 10^{-3}$	0,26	159,50°
3	2,3661	0,16	$3,28 \cdot 10^{-3}$	0,22	160,17°
4	0,8419	0,19	$3,94 \cdot 10^{-3}$	0,26	147,45°
5	1,9841	0,40	$9,52 \cdot 10^{-3}$	0,63	-

6. Anexo. Estudio de filtros con líneas de transmisión acopladas: circuito equivalente y ecuaciones de diseño

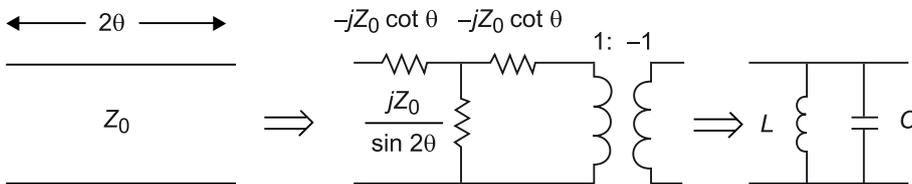
El esquema general de un filtro de líneas acopladas con $N + 1$ etapas se representa mediante bipuertos correspondientes a inversores en cascada, de impedancia $1/J$, de la forma que se presenta en la figura 81.

Figura 81. Circuito equivalente del filtro de $N + 1$ líneas de transmisión acopladas



Donde las líneas de longitud 2θ , ubicadas entre inversores presentan un circuito equivalente del tipo mostrado a en la figura 82.

Figura 82. Circuito equivalente para las líneas que acoplan 2 etapas, de longitud 2θ



Notemos que la última estructura constituida por una autoinductancia en paralelo con una capacidad es la propia de un filtro paso-banda. Por otro lado, las estructuras observadas en la figura 81 son del tipo inversor. En este caso, la frecuencia central, ω_0 , se produce cuando $\theta = \pi/2$. En estas condiciones:

$$\begin{aligned} \theta \approx \frac{\pi}{2} &\Rightarrow \cotan \theta \approx 0 \\ &\Rightarrow \frac{jZ_0}{\sin 2\theta} \approx \frac{jZ_0}{\sin \pi \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)} \approx \frac{-jZ_0\omega_0}{\pi(\omega - \omega_0)} \end{aligned} \quad 3.326$$

Los valores encontrados en esta ecuación corresponden a las impedancias serie y paralelo, respectivamente, de este tipo de circuito. Por tanto, la primera puede ser despreciada (tiende a cero), mientras que la segunda puede ser comparada con la impedancia propia de la resonancia de un circuito LC paralelo convencional, que es:

$$Z = \frac{-jL\omega_0^2}{2(\omega - \omega_0)} \quad \text{con} \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad 3.327$$

De forma que:

$$L = \frac{2Z_0}{\pi\omega_0} \quad ; \quad C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{\pi}{2Z_0\omega_0} \quad 3.328$$

Dado que el transformador solo produce un cambio de fase en π , su presencia se puede obviar. Teniendo en cuenta que un inversor tiene un circuito equivalente consistente en un transformador y una línea de longitud $\lambda/4$ (figura 83) y reemplazando estos modelos en el esquema de la figura 81 (figura 84), el filtro acaba teniendo un circuito equivalente como el presentado en la figura 85.

A partir de aquí se establecen una serie de cálculos analíticos con la finalidad de que los diversos circuitos correspondientes a las figuras anteriores presenten unos parámetros que los conviertan en equivalentes.

Figura 83. Circuito equivalente de un inversor de impedancias

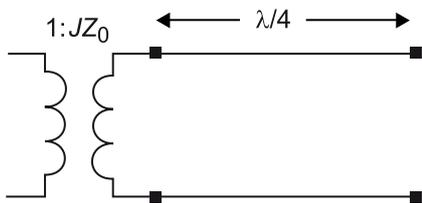


Figura 84. Circuito equivalente de un filtro con líneas de transmisión acopladas, con $N = 2$

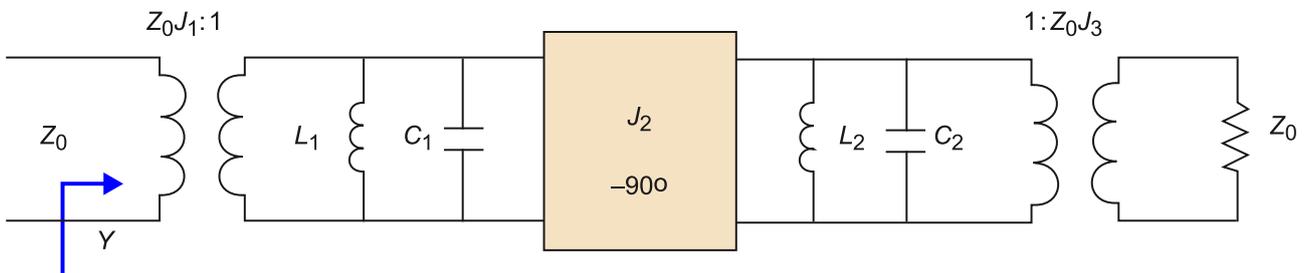
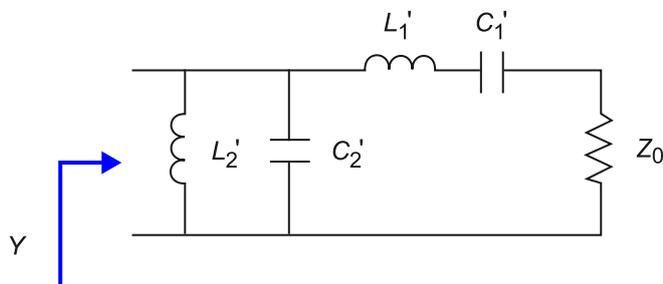


Figura 85. Circuito equivalente final para el filtro de líneas de transmisión acopladas para el caso $N = 2$



La demostración del paso equivalente de la figura 84 a la figura 85 es el siguiente: en primer lugar, determinamos la admitancia del circuito de la figura 84:

$$Y = \frac{1}{J_1^2 Z_0^2} \left\{ j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_1} + \frac{J_2}{j\sqrt{\frac{C_2}{L_2}} \left[\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right] + Z_0 J_3^2} \right\} \quad 3.329$$

Por otro lado, la admitancia del circuito de la figura 85 se expresa como:

$$\begin{aligned} Y &= j\omega C'_1 + \frac{1}{j\omega L'_1} + \frac{1}{j\omega L'_2 + \left(\frac{1}{j\omega C'_2} \right) + Z_0} = \\ &= j\sqrt{\frac{C'_1}{L'_1}} \left[\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right] + \frac{1}{j\sqrt{\frac{L'_2}{C'_2}} \left[\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right] + Z_0} \end{aligned} \quad 3.330$$

Ambas admitancias serán iguales si se satisface:

$$\begin{aligned} \frac{1}{J_1^2 Z_0^2} \sqrt{\frac{C_1}{L_1}} &= \sqrt{\frac{C'_1}{L'_1}} \\ \frac{J_1^2 Z_0^2}{J_2} \sqrt{\frac{C_2}{L_2}} &= \sqrt{\frac{L'_2}{C'_2}} \\ \frac{J_1^2 Z_0^3 J_3^2}{J_2^2} &= Z_0 \end{aligned} \quad 3.331$$

A partir del prototipo paso-bajo normalizado, con escalado en frecuencia (para transformar a paso-banda) e impedancia, se obtiene:

$$\begin{aligned} L'_1 &= \frac{\Delta Z_0}{\omega_0 g_1} & L'_2 &= \frac{g_2 Z_0}{\Delta \omega_0} \\ C'_1 &= \frac{g_1}{\Delta \omega_0 Z_0} & C'_2 &= \frac{\Delta}{\omega_0 g_2 Z_0} \\ \Delta &= \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \end{aligned} \quad 3.332$$

Combinando la ecuación 3.331 con las ecuaciones 3.328 y 3.332:

$$\begin{aligned} J_1 Z_0 &= \left(\frac{C_1 L'_1}{L_1 C'_1} \right)^{1/4} = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2 g_1}} \\ J_2 Z_0 &= J_1 Z_0^2 \left(\frac{C_2 C'_2}{L_2 L'_2} \right)^{1/4} = \frac{\pi \Delta}{2 \sqrt{g_1 g_2}} \\ J_3 Z_0 &= \frac{J_2}{J_1} = \sqrt{\frac{\pi \Delta}{2 g_2}} \end{aligned} \quad 3.333$$

Y recordemos que Z_{0e} y Z_{0o} se calculan mediante:

$$\begin{aligned} Z_{0e} &= Z_0 \left(\sqrt{1 + (J Z_0)^2} + J Z_0 \right) \\ Z_{0o} &= Z_0 \left(\sqrt{1 + (J Z_0)^2} - J Z_0 \right) \end{aligned} \quad 3.334$$

Finalmente, las ecuaciones de diseño de un filtro paso-banda con $N + 1$ líneas acopladas resultan:

$$\begin{aligned} Z_{oJ_1} &= \sqrt{\frac{\pi\Delta}{2g_1}} \\ Z_{oJ_n} &= \frac{\pi\Delta}{2\sqrt{g_{n-1}g_n}} \quad \text{con } n = 2, 3, \dots, N \\ Z_{oJ_{N+1}} &= \sqrt{\frac{\pi\Delta}{2g_N g_{N+1}}} \end{aligned} \quad 3.335$$

Resumen

En el presente módulo se han descrito los principales dispositivos pasivos de microondas. El enfoque del módulo se ha realizado mediante la definición de los diferentes circuitos pasivos, así como la aplicación de las principales ecuaciones de funcionamiento y la resolución de ejemplos prácticos para todos ellos.

Hemos empezado estudiando las limitaciones en frecuencia de los componentes inductivos, capacitivos y resistivos a partir de sus modelos eléctricos equivalentes. Asimismo, se han descrito las configuraciones estándar de inductancias, capacidades y resistencias a alta frecuencia para poder implementar configuraciones operativas a altas frecuencias. Posteriormente, hemos enumerado los principales conectores y terminaciones que existen en el mercado para el conexionado de circuitos de microondas y líneas de transmisión. Básicamente, tenemos conectores con impedancia característica:

- $Z_0 = 50 \Omega$ para la gran mayoría de aplicaciones de microondas.
- $Z_0 = 75 \Omega$ para sistemas de señal de vídeo/TV.

Los conectores comúnmente utilizados en circuitos de microondas son:

- SMA
- Tipo N
- TNC

A continuación hemos introducido los diodos PIN, cuyas propiedades los convierten en componentes de interés para aplicaciones de radiofrecuencia y microondas tales como atenuadores e interruptores. Se han introducido los atenuadores a través de su matriz de dispersión y se ha definido la atenuación como parámetro de diseño de los mismos. También hemos visto ejemplos de implementación a través de redes resistivas y el cálculo de los parámetros de interés. Posteriormente, hemos visto en detalle cómo implementar interruptores mediante los diodos PIN, y más en concreto, usando su modelo eléctrico equivalente para diseñar tales interruptores, así como sus niveles de aislamiento.

Se han definido las características de los inversores a través de sus matrices de impedancia y admitancia y se ha derivado la matriz de parámetros S correspondiente. De hecho, se ha ejemplificado el cálculo de dicha matriz a través de los parámetros constituyentes de los inversores. Posteriormente, se ha particularizado en los inversores de $\lambda/4$ por su especial interés, ya enunciado en el módulo "Líneas de transmisión" de la asignatura. Asimismo, hemos visto el

concepto de *taper*, importante a la hora de adaptar líneas de transmisión con diferentes impedancias características de forma no abrupta y hemos realizado un ejemplo de cálculo mediante el uso de un *taper* de tipo exponencial.

Se han estudiado los divisores de potencia a partir de su matriz de parámetros S y se han visto diversos tipos de implementación:

- Uniones-T de líneas de transmisión
- Divisores resistivos
- Divisores Wilkinson

Estos últimos permiten superar las desventajas de los primeros basadas en la falta de aislamiento y las posibles asimetrías en función de la carga empleada. Con posterioridad se han detallado las prestaciones de los circuladores así como sus aplicaciones, tales como los duplexores de antena en sistemas transceptores.

Se ha detallado el funcionamiento de los acopladores direccionales, cuya finalidad es combinar la potencia entre dos o más puertos en un puerto de salida. Hemos definido y calculado con un ejemplo práctico sus parámetros típicos:

- Acoplamiento
- Directividad
- Aislamiento
- Pérdidas de inserción

A continuación hemos visto los híbridos, como caso particular con factor de acoplamiento de 3 dB. En concreto:

- Híbrido en cuadratura o de 90° (tipo *branch-line*)
- Híbrido de 180° (tipo *rat-race*)

A continuación hemos analizado el impacto de las líneas de transmisión acopladas. En concreto hemos detallado los modos de propagación par e impar, así como sus impedancias características concretas, parámetro relevante para el cálculo de estructuras acopladas tales como acopladores direccionales o filtros de microondas.

Finalmente, hemos estudiado la implementación de resonadores y filtros de microondas. Respecto a estos últimos, se ha descrito el proceso estándar de diseño basado en el seguimiento de las etapas:

- 1) Especificaciones del filtro
- 2) Diseño del filtro prototipo paso-bajo
- 3) Escalado y conversión
- 4) Implementación

Posteriormente hemos desarrollado y ejemplificado varias técnicas de diseño de filtros de microondas tales como:

- Implementación con *stubs* de respuestas en frecuencia arbitrarias.
- Implementación de filtros paso-bajo *stepped-impedance*.
- Implementación de filtros paso-banda de líneas acopladas.
- Implementación de filtros paso-banda de resonadores acoplados capacitivamente.

Ejercicios de autoevaluación

1. El modelo equivalente de una capacidad a alta frecuencia...

- a) es puramente capacitivo.
- b) es puramente inductivo.
- c) es puramente resistivo.
- d) combina componentes capacitivos, inductivos y resistivos.

2. La matriz de dispersión siguiente corresponde a un...

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) inversor.
- b) circulator.
- c) *taper*.
- d) resonador.

3. Una aplicación habitual de los diodos PIN es...

- a) la implementación de interruptores pasivos de microondas.
- b) la implementación de inversores.
- c) la implementación de filtros de microondas.
- d) Ninguna de las anteriores.

4. Una sección de línea de transmisión que permite conectar dos líneas de transmisión de forma continua con la finalidad de adaptarlas se denomina...

- a) interruptor.
- b) *taper*.
- c) inversor.
- d) híbrido.

5. En un acoplador direccional el puerto habitualmente usado para medir las pérdidas de inserción es...

- a) *isolated*.
- b) *input*.
- c) *through*.
- d) *isolated*.

6. La matriz de dispersión siguiente corresponde a...

$$S = \begin{pmatrix} 0 & e^{-\gamma} \\ e^{-\gamma} & 0 \end{pmatrix}$$

- a) un inversor.
- b) un divisor Wilkinson.
- c) un híbrido.
- d) un atenuador.

7. Un divisor de potencia...

- a) es un sistema no recíproco.
- b) únicamente puede ser implementado por elementos resistivos.
- c) presentan una matriz de dispersión equivalente a un circulator.
- d) Todas las respuestas anteriores son falsas.

8. ¿Cuál de las afirmaciones siguientes es correcta?

- a) Una línea de transmisión de longitud $\lambda/2$ terminada en cortocircuito constituye un resonador RLC paralelo.

- b) Una línea de transmisión de longitud $\lambda/2$ terminada en circuito abierto constituye un resonador RLC paralelo.
- c) Una línea de transmisión de longitud $\lambda/2$ terminada en circuito abierto constituye un resonador RLC serie.
- d) Una línea de transmisión de longitud $\lambda/4$ terminada en cortocircuito constituye un resonador RLC serie.

9. Los filtros *stepped-impedance* generan respuestas en frecuencia...

- a) paso-bajo.
- b) paso-alto.
- c) paso-banda.
- d) rechazo de banda.

10. En el diseño de un filtro de microondas paso-banda...

- a) no se utiliza el filtro prototipo paso-bajo.
- b) se puede implementar mediante líneas de transmisión acopladas.
- c) el ancho de banda fraccional es un parámetro de diseño.
- d) Las respuestas b y c son correctas.

Solucionario

Ejercicios de autoevaluación

1. d

2. b

3. a

4. b

5. c

6. d

7. d

8. b

9. a

10. d

Glosario

acoplador direccional *m* Circuito pasivo de microondas cuya finalidad es combinar la potencia entre dos o más puertos en un puerto de salida.

atenuador *m* Circuito de microondas que se caracteriza por reducir los niveles de señal transmitida y no producir desfase.

circulador *m* Red de 3 puertos, no recíproca, que permite, en condiciones de accesos adaptados, que la señal inyectada en un puerto solo salga a través de otro puerto, manteniéndose el tercero aislado.

diodo PIN *m* Diodos *positive intrinsic negative*. Se diferencian de las uniones convencionales *pn* en la introducción de una capa intrínseca entre los semiconductores *p* y *n*.

divisor de potencia *m* Circuitos pasivos usados para la división de la potencia, de forma que la señal de entrada se divide en dos o más señales de salida.

filtro *m* Circuito que se utiliza para controlar la respuesta en frecuencia de un sistema de microondas. Su respuesta en frecuencia consta de: banda o bandas de paso, de rechazo y de transición.

híbrido *m* Caso particular de acoplador direccional que presenta divisiones de potencia idénticas entre puertos.

interruptor *m* Dispositivo que se caracteriza por conmutar entre dos estados ON y OFF. En circuitos de microondas se suelen implementar mediante diodos PIN.

inversor *m* Circuito bipuerto recíproco y simétrico, cuya impedancia de entrada presenta una relación inversamente proporcional a la de carga.

taper *m* Sección de línea de transmisión que permite conectar dos líneas de transmisión de forma continua (no abrupta) con la finalidad de adaptarlas.

Bibliografía

- Chang, K.** (2000). *RF and Microwave Wireless Systems*. John Wiley & Sons.
- Collin, R. E.** (2001). *Foundations for Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.
- Golio, M.** (2001). *The RF and Microwave Handbook*. CRC Press.
- Pozar, D. M.** (2001). *Microwave and RF Design of Wireless Systems*. John Wiley & Sons.
- Pozar, D. M.** (2012). *Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.
- Vendelin, G. D. y otros** (2005). *Microwave Circuit Desing using Linear and Nonlinear Techniques*. John Wiley & Sons.

