

# Sistemes òptics de transmissió

Josep Maria Fàbrega

PID\_00175699



# Índex

<b>1. Repàs i descripció de dispositius.....</b>	<b>5</b>
1.1. Làsers .....	5
1.2. Moduladors .....	7
1.2.1. Modulador de fase .....	7
1.2.2. Modulador Mach-Zehnder .....	8
1.2.3. Modulador IQ .....	11
1.3. Filtres òptics .....	12
1.3.1. <i>Étalon</i> .....	13
1.3.2. Model genèric .....	15
1.4. Fotodetectors .....	15
1.4.1. PIN .....	15
1.4.2. APD .....	16
1.5. Amplificadors òptics .....	17
1.5.1. Amplificadors òptics semiconductors .....	18
1.5.2. Amplificadors de fibra dopada amb erbi .....	19
1.5.3. Raman .....	24
1.6. Components elèctrics .....	28
1.6.1. Amplificadors elèctrics .....	28
1.6.2. Filtres elèctrics .....	28
1.7. Híbrids òptics .....	29
1.8. Divisors de polarització .....	31
<b>2. Modulació d'intensitat i detecció directa.....</b>	<b>32</b>
2.1. Sistema ideal .....	33
2.2. Esquemes de modulació i recepció .....	35
2.2.1. Modulació externa: Modulador Mach-Zehnder .....	35
2.2.2. Recepció: APD .....	36
2.3. Penalitzacions i altres sorolls .....	39
2.3.1. Relació d'extinció .....	39
2.3.2. Soroll d'intensitat .....	41
2.3.3. Soroll d'amplificació òptica .....	42
<b>3. Sistemes coherents.....</b>	<b>48</b>
3.1. Sistema ideal .....	49
3.1.1. Sistemes heterodins .....	50
3.1.2. Sistemes homodins .....	55
3.1.3. Diversitat de fase .....	56
3.2. Esquemes de modulació i recepció .....	59
3.2.1. Transmissió d'un sistema QPSK multiplexat en polarització .....	59
3.2.2. Recepció d'un sistema QPSK multiplexat en polarització amb diversitat de fase i polarització .....	60

3.3. Penalitzacions i altres sorolls .....	63
3.3.1. Soroll de fase .....	64
3.3.2. Soroll d'amplificació òptica .....	65
<b>4. Annex. Breu introducció a la caracterització de la polarització de la llum.....</b>	<b>70</b>
4.1. Paràmetres de Stokes i esfera de Poincaré .....	71
4.2. Vectors i matrius de Jones .....	72
<b>Bibliografia.....</b>	<b>75</b>

## 1. Repàs i descripció de dispositius

En aquest apartat introduïrem els dispositius i subsistemes més bàsics a l'hora de dissenyar i implementar sistemes òptics de transmissió. Cobrirem tota la cadena bàsica de transmissió, des del transmissor fins al receptor. Així, veurem làsers (com a fonts de llum), moduladors òptics, filtres òptics, fotodetectors, amplificadors òptics, filtres i amplificadors elèctrics i, per acabar, components passius que es fan servir en la construcció de determinats tipus de receptors.

En alguns casos, com poden ser els làsers i fotodetectors, com que s'han tractat en profunditat en un altre curs, no entrarem a detallar-ne el funcionament intern, sinó que ens centrarem a descriure només el que és indispensable per a la comprensió del que s'explicarà en la resta del mòdul.

### 1.1. Làsers

Els làsers semiconductors constitueixen la font de llum més comuna per a la implementació de sistemes òptics de comunicacions per tota una sèrie d'avantatges. Entre aquests podem destacar la seva mida compacta, l'alta eficiència, el fet de cobrir el marge de longitud d'ona adequat, l'alta potència d'emissió i el fet que és possible modular-los a velocitats relativament altes.

A més, constitueixen una font de llum d'alta puresa perquè l'emissió de fotons es realitza per un procés d'emissió estimulada, cosa que fa que els fotons emesos siguin iguals en pràcticament totes les seves característiques (energia, freqüència, direcció de propagació, etc.).

Malgrat tot el que s'ha exposat, ens fixarem en dues de les contrapartides que poden tenir els làsers i que afecten els sistemes òptics de transmissió. Aquestes són el soroll de fase i el soroll d'intensitat relativa (RIN). Tot seguit veurem com es comporten i es caracteritzen.

#### Nota

RIN, de l'anglès *relative intensity noise*.

#### 1) Soroll de fase

Encara que els làsers tinguin una gran puresa espectral, des del punt de vista pràctic sempre tindran una certa amplada en freqüència. Aquesta amplada és deguda al soroll freqüencial del làser, que fa que no oscil·li sempre a la mateixa freqüència exacta. Per tant, la fase del làser també té un comportament sorollós, que és el que es coneix com a *soroll de fase*.

Teòricament el soroll en freqüència es modela com un procés blanc gaussià de mitjana nul·la i variància  $2\pi\Delta f$ , on  $\Delta f$  és l'amplada de línia del dispositiu en qüestió. Així doncs, el soroll de fase d'un làser es modela pel que es coneix com a procés de Wiener i la seva expressió matemàtica és:

$$\phi_N(t) = \int_0^t \varphi_N(\tau) d\tau \quad (1)$$

Així, la variància de la fase és de  $2\pi\Delta f t$  i, mentre la mitjana continua essent nul·la, la seva variància augmenta amb el temps.

Es pot demostrar que la densitat espectral de potència d'un oscil·lador pertorbat únicament per soroll de fase correspon a una corba lorentziana:

$$S(f) = \frac{P_s}{\pi\Delta f} \frac{1}{1 + \left(\frac{2(f-f_0)}{\Delta f}\right)^2} \simeq \frac{P_s\Delta f}{2\pi(f-f_0)^2} \quad (2)$$

Noteu que quan  $f = f_0 \pm \Delta f/2$ ,  $S(\Delta f) \simeq P_s/2$ . Així se sol dir que  $\Delta f$  és l'FWHM del làser o la seva amplada de línia.

Gràficament, la densitat espectral de potència d'un làser (normalitzada a 0 dB) té una forma com la que es presenta en la figura 1. Així doncs, com més amplada de línia, més relaxada és aquesta corba.

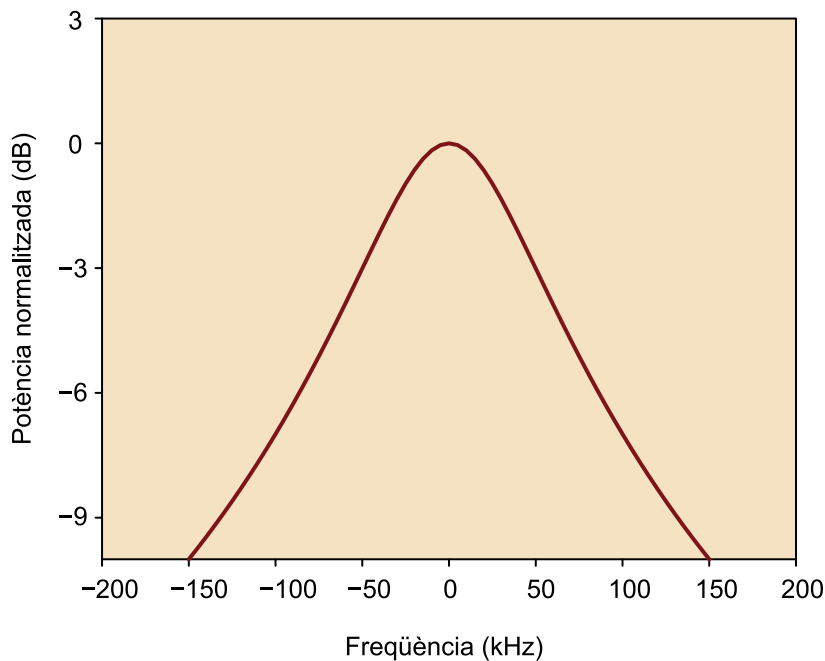


Figura 1. Densitat espectral de potència normalitzada d'un làser genèric amb amplada espectral de 100 kHz

#### Lectura de la fórmula (1)

$\varphi_N(t)$ : procés gaussià de mitjana nul·la i variància  $2\pi\Delta f$  i  $\phi_N(t)$ : soroll de fase en radians.

#### Lectura de la fórmula (2)

$P_s$ : potència del làser  
 $f_0$ : freqüència central del làser  
 $\Delta f$ : amplada de línia del làser

#### Nota

FWHM, de l'anglès *full width half maximum*.

Noteu que per a un làser, que sol tenir una freqüència nominal entorn dels 200 THz (quan emet a 1.550 nm), una amplada de línia de 100 kHz vol dir que té una estabilitat molt gran, d'unes 500 parts per bilió. Malgrat això, sobretot en recepció coherent, sol ser un soroll no negligible, sobretot perquè freqüencialment té forma lorentziana i s'acaba combinant amb les dades rebudes.

El soroll de fase dels làsers està intrínsecament lligat a la seva estructura. Per exemple, els làsers de cavitat externa solen tenir una amplada de línia que ronda els 100 kHz, mentre que els làsers DBR poden arribar a les desenes de MHz, passant pels làsers DFB que poden presentar valors entorn d'1 MHz.

## 2) Soroll d'intensitat relativa

El soroll d'intensitat és un soroll que pot ser generat per l'emissió espontània de fotons o per la recombinació de parells electró-forat. Això fa que es produeixin fluctuacions aleatòries en l'amplitud del camp a la sortida del làser. Aquestes fluctuacions es tradueixen en una certa relació senyal-soroll a la sortida del làser i no depèn de la potència del làser.

Per a caracteritzar el soroll d'intensitat relativa, cal recórrer a la descripció del funcionament del làser per les seves equacions de ritme i afegir-hi a cadascuna d'elles un cert terme de soroll. Resolent-les, s'obté l'expressió freqüencial d'aquest soroll<sup>1</sup>.

El soroll d'intensitat típicament té un pic a la freqüència d'oscil·lació del làser i després cau fins que convergeix a un cert nivell del soroll.

### 1.2. Moduladors

Un punt important, moltes vegades oblidat, són els moduladors òptics. Aquests dispositius serveixen com a transductors de senyal elèctric a òptic. Es basen en una sèrie de principis diferents per tal d'obtenir la modulació desitjada. Així, n'hi ha que modulen la fase del senyal òptic, mentre que d'altres actuen sobre la potència d'aquest. Tant la velocitat de modulació com les característiques dels senyals a la sortida del transmissor depenen de les propietats de la tecnologia i els materials emprats en els moduladors. Tot seguit repassem els tipus més habituals.

#### 1.2.1. Modulador de fase

Un modulador de fase es pot fabricar com un dispositiu integrat, excavant una guia d'ones òptica en un substrat electroòptic, majoritàriament LiNbO<sub>3</sub>, tal com es pot veure en la figura 2. A causa dels efectes Pockels i Kerr, l'índex de refracció del material i, per tant, l'índex de refracció  $n$  de la guia, es pot canviar aplicant un voltatge extern mitjançant un elèctrode. D'aquesta manera, el camp de la portadora òptica que entra al dispositiu es pot modular en fase.

#### Referència bibliogràfica

Per a més informació sobre aquests tipus de làsers podeu veure la referència:

**G. P. Agrawal** (2002). *Fi-bre-Optic Communication Systems*. J. Wiley.

#### Nota

DFB i DBR es refereixen a dos tipus de làser. Tots dos tipus amb característiques de complexitat i sintonització completament diferents. DBR és l'abreviatura de l'anglès *distributed bragg reflector*, mentre que DFB es correspon a la forma anglesa *distributed feedback*.

<sup>(1)</sup>No citarem aquí l'expressió freqüencial, però es pot trobar també en la referència anterior.

#### Referència bibliogràfica

**B. E. A. Saleh; M. C. Teich** (1991). *Fundamentals of Photonics*. John Wiley and Sons.

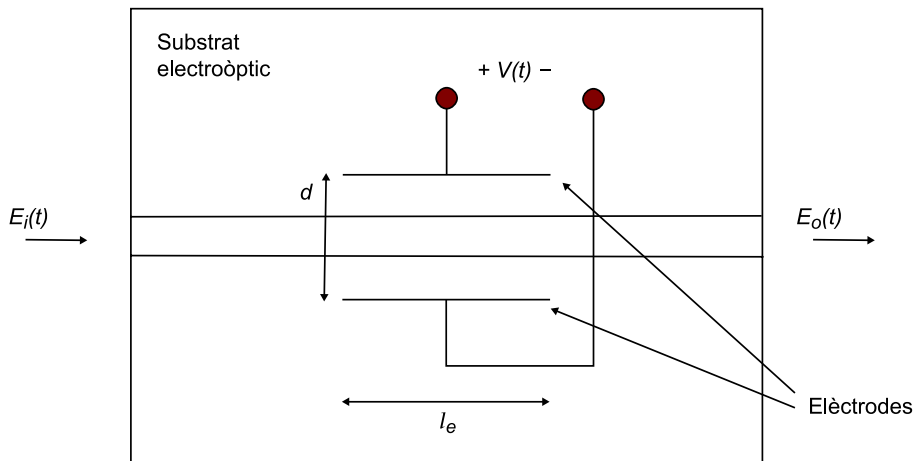


Figura 2. Esquema genèric d'un modulador de fase

Considerant només l'efecte Pockels, el canvi en l'índex de refracció es pot considerar lineal al voltatge elèctric extern ( $V(t)$ ).

$$\phi_{PM}(t) = \phi_0 + \pi \frac{V(t)}{V_\pi} \quad (3)$$

$$V_\pi = \frac{d}{l_e} \frac{\lambda}{rn^3} \quad (4)$$

#### Lectura de la fórmula (4)

$d$ : distància entre elèctrodes

$l_e$ : longitud d'interacció (en aquest cas es correspon amb la longitud dels elèctrodes)

$\lambda$ : longitud d'ona

$n$ : índex de refracció

$r$ : coeficient Pockels del material

Per tant, si considerem que una portadora òptica  $E_i(t)$  entra al modulador i negligim  $\phi_0$ , el camp a la sortida es pot expressar com a:

$$E_o(t) = E_i(t) \exp(j\phi_{PM}(t)) = E_i(t) \exp(j\pi \frac{V(t)}{V_\pi}) \quad (5)$$

Els moduladors de fase se solen trobar en implementacions basades en niobat de liti ( $\text{LiNbO}_3$ ) i arseniür de gal·li ( $\text{GaAs}$ ). Els valors típics de  $V_\pi$  solen rondar entre els 3 V i 6 V.

### 1.2.2. Modulador Mach-Zehnder

Utilitzant el principi d'interferometria, un simple procés de modulació de fase es pot fer servir per a generar una modulació d'intensitat, quan es fa servir una estructura interferomètrica com la que es mostra en la figura 3. Aquesta estructura s'anomena *interferòmetre de Mach-Zehnder*.

#### Lectura de la fórmula (3)

$\phi_0$ : canvi de fase constant inherent al modulador

$V_\pi$ : voltatge necessari per a obtenir un canvi de fase de  $\pi$

#### Enllaç recomanat

A tall d'exemple, en els enllaços següents podeu trobar les especificacions de moduladors comercials basats en niobat de liti:

Eospace: [http://eospace.com/phase\\_modulator.htm](http://eospace.com/phase_modulator.htm).

Photline: <http://www.photline.com/product/view/49/>.



**Nota**

La versatilitat de l'interferòmetre de Mach-Zehnder ha permès que sigui emprada en un ampli espectre d'aplicacions, des de recerca en temes de mecànica quàntica fins a òptica i telecomunicacions.

El cas de la figura 3 és el que s'anomena modulador Mach-Zehnder de doble entrada elèctrica. Per a aquest cas concret, els moduladors de fase de cada branca es poden controlar de forma independent, a diferència dels moduladors Mach-Zehnder d'entrada única.

**Nota**

L'esquema de doble entrada elèctrica en anglès es coneix com a *dual-drive*.

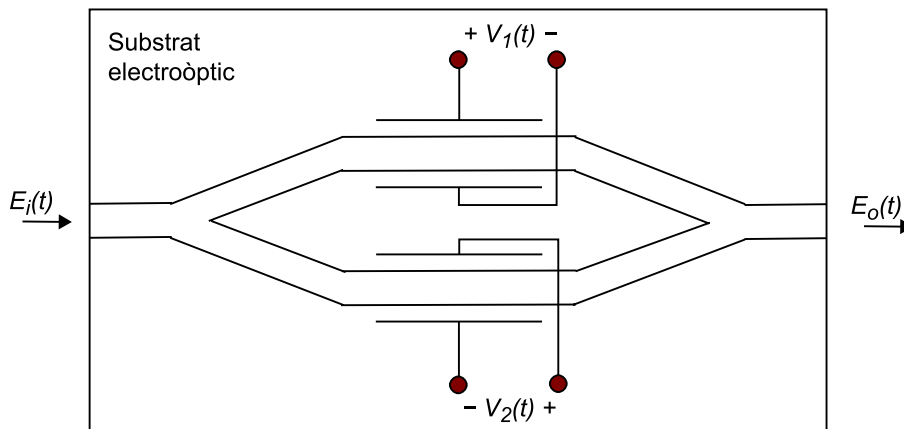


Figura 3. Esquema genèric d'un modulador Mach-Zehnder

Així, el feix de llum d'entrada es divideix en dos camins, on a cadascun d'ells hi ha un modulador de fase. Això permet que hi hagi una diferència de fases controlada entre tots dos camins. Posteriorment els dos senyals es recombinen. Depenent del canvi de fase relatiu, les interferències varien, passant de constructives a destructives (i viceversa). Si no tenim en compte les pèrdues d'inserció, la funció de transferència d'un Mach-Zehnder es pot expressar com a:

$$\frac{E_o(t)}{E_i(t)} = \frac{1}{2}(e^{j\phi_1(t)} + e^{j\phi_2(t)}) \quad (6)$$

Els canvis de fase de cada branca es poden expressar com a:

$$\phi_1(t) = \pi \frac{V_1(t)}{V_{\pi 1}} \quad (7)$$

$$\phi_2(t) = \pi \frac{V_2(t)}{V_{\pi 2}} \quad (8)$$

Si els canvis de fase són els mateixos en totes dues branques ( $\phi(t) = \phi_1(t) = \phi_2(t)$ ), es diu que el modulador està operant en mode *push-push*; per exemple, quan  $V_1(t) = V_2(t)$  i  $V_{\pi 1} = V_{\pi 2}$ . Per tant, en aquest mode es tindrà una modulació pura de fase, de forma similar al modulador de fase.

Per contra, si el canvi de fase d'una branca és negatiu respecte de l'altra, diem que el modulador està operant en mode *push-pull*. Un exemple seria quan  $\phi_1(t) = -\phi_2(t) = \phi(t)$  i  $V_1(t) = -V_2(t) = V(t)/2$ . Així, es pot obtenir una modulació d'intensitat, de manera que:

$$\frac{E_o(t)}{E_i(t)} = \frac{1}{2}(e^{j\phi(t)} + e^{-j\phi(t)}) \quad (9)$$

$$= \cos\phi(t) \quad (10)$$

$$= \cos\left(\frac{\pi}{V_\pi} \frac{V(t)}{2}\right) \quad (11)$$

I la funció de transferència en intensitat es pot expressar com a:

$$\frac{|E_o(t)|^2}{|E_i(t)|^2} = \cos^2\left(\frac{\pi}{V_\pi} \frac{V(t)}{2}\right) \quad (12)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{V_\pi} \frac{V(t)}{2}\right) \quad (13)$$

Les funcions de transferència en intensitat i d'amplitud d'un modulador Mach-Zehnder en *push-pull* es poden veure en la figura 4.

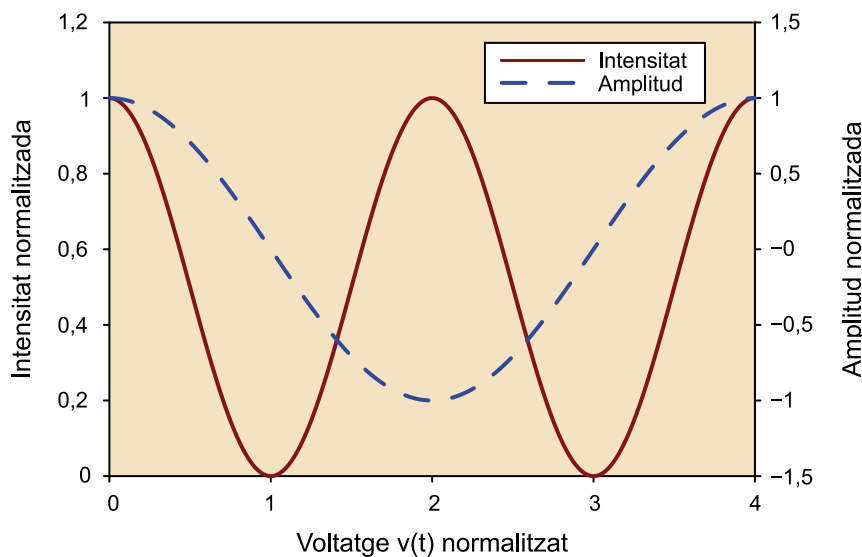


Figura 4. Funció de transferència d'un modulador Mach-Zehnder típic en funció del voltatge d'entrada normalitzat a  $V_\pi$

Per conveniència, podem expressar  $V(t) = V_m(t) + V_b$ , on  $V_m(t)$  és la tensió que varia en el temps i realitza la modulació, mentre que  $V_b$  és una tensió constant que fixa el punt de treball. Així, si  $V_b$  es fixa en el que s'anomena punt de quadratura  $V_b = V_\pi/2$  i la màxima excursió de  $V_m(t)$  és de  $V_\pi$ , obtindrem una modulació d'intensitat. D'altra banda, si  $V_b$  es fixa en un mínim  $V_b = V_\pi$  i l'excursió de  $V_m(t)$  és de  $2V_\pi$ , estarem modulant l'amplitud del senyal de sortida i obtindrem una modulació amb canvis de fase de 0 a  $\pi$ .

Els moduladors Mach-Zehnder, igual que els moduladors de fase, se solen trobar en implementacions basades en niobat de liti ( $\text{LiNbO}_3$ ) i arseniür de gal·li (GaAs). Els valors típics de  $V_\pi$  també solen rondar entre els 3 V i 6 V.

### Enllaç recomanat

A tall d'exemple, en els enllaços següents podeu trobar les especificacions de moduladors comercials basats en niobat de liti i arseniür de gal·li:

Eospace: [http://eospace.com/40G\\_modulator.htm](http://eospace.com/40G_modulator.htm).

Photline: <http://www.photline.com/product/view/33/>.

U2T: [http://www.u2t.com/products/modulators/item/mzmo2120?category\\_id=5](http://www.u2t.com/products/modulators/item/mzmo2120?category_id=5).

### 1.2.3. Modulador IQ

Un altre tipus de modulador fonamental és el que s'anomena Mach-Zehnder niat o modulador IQ. Aquest se sol trobar en una configuració de dues branques. Una branca conté un modulador de fase i un modulador Mach-Zehnder, mentre que l'altra branca només conté un modulador Mach-Zehnder.

Com es pot veure en la figura 5, la llum entrant es divideix en les dues branques, la de fase (I) i la de quadratura (Q). En cada camí, el modulador Mach-Zehnder corresponent opera en mode *push-pull* i, per tant, realitza una modulació en amplitud o intensitat tal com s'ha descrit anteriorment. El modulador de fase present en una de les branques serveix per a imposar un desfasament relatiu entre branques, normalment de  $\pi/2$ . D'aquesta manera, es pot aconseguir qualsevol modulació complexa en el pla IQ després de recombinar la llum de les dues branques a la sortida del modulador.

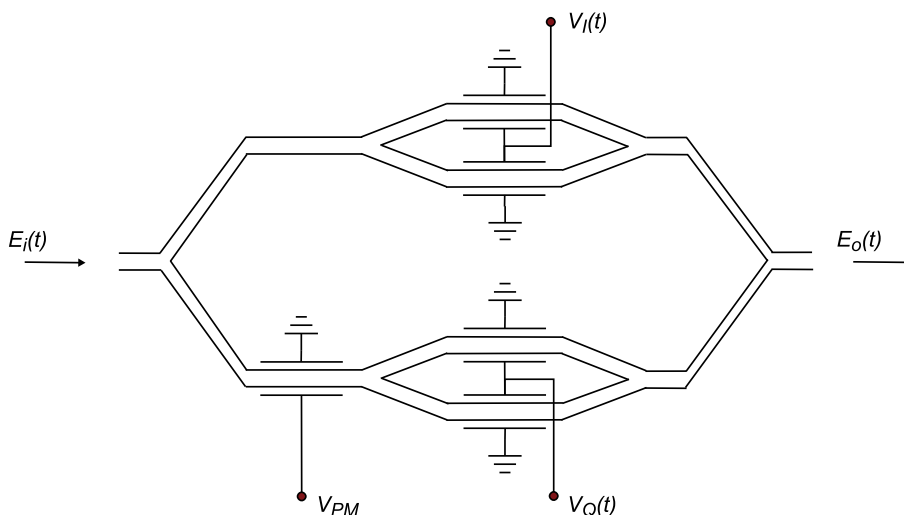


Figura 5. Esquema d'un modulador IQ

Formalment, en el modulador IQ de la figura 5, els canvis de fase dels moduladors Mach-Zehnder es poden escriure com a:

#### Nota

El terme Mach-Zehnder niat en anglès es coneix com a *nested Mach-Zehnder*.

#### Nota

Les components de fase i quadratura es coneixen com a I i Q, derivades dels termes anglesos *in-phase* i *quadrature*.

$$\phi_I(t) = \frac{\pi}{V_\pi} \frac{V_I(t)}{2} \quad (14)$$

$$\phi_Q(t) = \frac{\pi}{V_\pi} \frac{V_Q(t)}{2} \quad (15)$$

Per tant, si negligim qualsevol mena de pèrdua d'inserció i fixem la tensió del modulador de fase a  $v_{PM} = -V_\pi/2$ , la funció de transferència del modulador IQ es pot expressar com a:

$$\frac{E_o(t)}{E_i(t)} = \frac{1}{2} \cos\phi_I(t) + j\frac{1}{2} \cos\phi_Q(t) \quad (16)$$

Així, aquest tipus de moduladors permet fer una modulació controlada de l'espai IQ, amb mòdul i fase:

$$\left| \frac{E_o(t)}{E_i(t)} \right| = \frac{1}{2} \sqrt{\cos^2\phi_I(t) + \cos^2\phi_Q(t)} \quad (17)$$

$$\arg\left(\frac{E_o(t)}{E_i(t)}\right) = \arctan2(\cos\phi_Q(t), \cos\phi_I(t)) \quad (18)$$

On la funció  $\arctan2$  és la funció que típicament es fa servir per a extreure l'angle (limitat de  $-\pi$  a  $\pi$ ) de dues components cartesianes i es pot definir com una forma d'arctangent que permet recuperar arguments entre  $-\pi$  i  $\pi$ :

$$\arctan2(y, x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & x > 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & y \geq 0, x < 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \pi & y < 0, x < 0 \\ +\frac{\pi}{2} & y > 0, x = 0 \\ -\frac{\pi}{2} & y < 0, x = 0 \\ \text{no definida} & y = 0, x = 0 \end{cases} \quad (19)$$

Dit això, com que els principis de funcionament del modulador IQ són molt similars als moduladors de fase i Mach-Zehnder, la tecnologia de materials per a realitzar-los és la mateixa (bàsicament  $\text{LiNbO}_3$  i  $\text{GaAs}$ ), amb unes prestacions semblants.

### 1.3. Filtres òptics

En general, els filtres òptics serveixen com a components clau i de múltiples propòsits per als receptors òptics. Per exemple, en receptors de detecció directa amb preamplificació òptica, cal posar un filtre òptic passabanda just després del preamplificador òptic per tal de limitar l'amplada de banda de soroll i reduir així les components de soroll que cauen i es mesclen dins l'amplada de banda de detecció i així permeten una millor sensibilitat.

#### Enllaç recomanat

En els enllaços següents trobareu especificacions tècniques de moduladors IQ basats en aquestes tecnologies:

Hotline: <http://www.photline.com/product/view/41/>.

U2T: [http://www.u2t.com/products/modulators/item/scmo1120?category\\_id=5](http://www.u2t.com/products/modulators/item/scmo1120?category_id=5).

A més, els filtres òptics passabanda s'utilitzen per a la separació de canals WDM.

De filtres òptics n'hi de molts tipus, depenent del que es vulgui obtenir. El tipus més bàsic, que tractarem aquí, és l'*étalon*, també conegut com a *filtre/interferòmetre de Fabry-Pérot*. D'altres tipus inclouen els basats en interferometria més avançada o bé els basats en tecnologies molt més específiques. Per a aquests darrers, donarem una idea de com es modelen, sense entrar en els seus principis de funcionament.

### 1.3.1. *Étalon*

Un interferòmetre Fabry-Pérot o *étalon* típicament està fet d'una cavitat amb dues superfícies reflectants o dos miralls paral·lels d'alta reflectivitat. El seu espectre de transmissió en funció de la longitud d'ona té grans pics de transmissió que corresponen a les ressonàncies de l'*étalon*. Els *étalons* es fan servir en telecomunicacions, donat que són una tecnologia simple per a implementar filtres estrets (en relació a les freqüències i longituds d'ona òptiques).

La resposta espectral d'un *étalon* és causada per la interferència entre múltiples reflexions de la llum entre les dues superfícies reflectants. Tindrem interferència constructiva si els feixos transmesos estan en fase, corresponent a un pic de màxima transmissió de l'*étalon*. Si els feixos de llum transmesos no estan en fase, tindrem interferència destructiva, corresponent a un mínim de transmissió.

Així, el fet que els dos feixos de llum estiguin o no en fase està condicionat per la longitud d'ona de la llum  $\lambda$  (en el buit), l'angle a través del qual la llum incideix/viatja per l'*étalon*, el gruix/llargada de la cavitat ( $l$ ) i l'índex de refracció del material de la cavitat ( $n$ ).

La diferència de fase entre cada reflexió successiva és donada per  $\delta$ :

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} 2nl \cos\theta \quad (20)$$

Si totes dues superfícies tenen una reflectància  $R$ , la transmitància de l'*étalon* és donada per:

$$T_e = \frac{1}{1 + F \sin^2(\delta/2)} \quad (21)$$

#### Nota

L'interferòmetre Fabry-Pérot s'anomena així en honor als seus inventors, els físics francesos Charles Fabry i Alfred Perot. D'altra banda, *étalon* en francès vol dir 'galga de mesura' o 'estàndard'. Tècnicament, l'interferòmetre té dues superfícies reflectants i l'*étalon*, dos miralls d'alta reflectivitat, però en la bibliografia sobre el tema es fan servir indistintament tots dos termes per a anomenar totes dues coses.

#### Lectura de la fórmula (21)

$F$ : coeficient de finesa i val:

$$F = \frac{4R}{(1-R)^2}$$

Tindrem màxima transmissió quan  $T_e = 1$ , és a dir, quan la diferència de camins  $2nl\cos\theta$  entre cada feix de llum transmès és un múltiple enter de la longitud d'ona. En cas d'absència d'absorció, la reflectància de l'*étalon*  $R_e$  és complementària a la transmitància ( $T_e + R_e = 1$ ). La màxima reflectivitat és donada per:

$$R_{m\grave{a}x} = 1 - \frac{1}{1+F} = \frac{4R}{(1+R)^2} \quad (22)$$

I ocorre cada vegada que la diferència de camins és la meitat d'un múltiple imparell de la longitud d'ona.

La separació entre longituds d'ona de pics de transmissió adjacents ( $\Delta\lambda$ ) s'anomena *free spectral range* (FSR) i és donat per:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2nl\cos\theta + \lambda_0} \simeq \frac{\lambda_0}{2nl\cos\theta} \quad (23)$$

L'FSR està relacionat amb l'amplada de banda de l'*étalon* ( $\delta\lambda$ ) de qualsevol banda de transmissió per una quantitat anomenada finesa (diferent del coeficient de finesa)

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\pi}{2\arcsin(1/\sqrt{F})} \quad (24)$$

De manera general es pot aproximar per:

$$\mathcal{F} \simeq \frac{\pi\sqrt{F}}{2} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (25)$$

Els *étalons* amb finesa gran tenen pics de transmissió amb coeficients de transmissió més baixos. En el cas d'incidència obliqua, la finesa dependrà de l'estat de polarització del raig incident, atès que el valor de  $R$  generalment és diferent per a diferents estats de polarització.

A diferència d'un *étalon*, en un interferòmetre Fabry-Pérot la longitud de la cavitat  $l$  es pot canviar per tal de canviar les longituds d'ona en què es tenen els pics de transmissió. A causa de dependència de l'angle incident pel que fa a la transmissió, els pics es poden desplaçar rotant l'*étalon* respecte al raig incident.

#### Nota

El coeficient de finesa en anglès s'anomena *finesse coefficient*.

#### Lectura de la fórmula (23)

$\lambda_0$ : longitud d'ona central del pic de transmissió més proper.

#### Enllaç recomanat

A tall d'exemple, us deixem un enllaç web a filtres Fabry-Pérot sintonitzables comercials, on podreu veure les especificacions tècniques més típiques d'aquest tipus de filtres:

Micronoptics: [http://www.micronoptics.com/tunable\\_filters.php](http://www.micronoptics.com/tunable_filters.php).

### 1.3.2. Model genèric

Per a simulacions, els filtres òptics passabanda se solen modelar com a filtres gaussians no causals, amb amplitud gaussiana i funció de transferència real. Això ens dóna una idea de la funció de transferència d'un filtre més fidel a la realitat. La funció de transferència d'aquest tipus de filtres es pot expressar com a:

$$H(\omega) = \exp\left(-\frac{\ln(2)2^{2\nu}}{2\omega_c^{2\nu}}(\omega - \omega_0)^{2\nu}\right) \quad (26)$$

### 1.4. Fotodetectors

Els fotodetectors constitueixen uns dels elements més importants per a un sistema de comunicacions òptiques perquè, entre altres raons, ens ajuden a la conversió de senyals òptics en elèctrics, i així permeten processar elèctricament el senyal i la informació transmesos.

Hi ha molts tipus de fotodetectors, encara que els més populars en telecomunicacions són el PIN i l'APD. Seguidament repassarem breument el comportament d'aquests i descriurem com són els processos de soroll associats a cadascun d'ells.

#### Nota

Per als fotodíodes PIN, el nom fa referència a la seva composició de material dopant, perquè es fan a partir d'una unió positiva-negativa (PN) on entremig s'introdueix una capa de material intrínsec (I), resultant en una unió positiva-intrínseca-negativa (PIN).

Respecte als APD, el nom ve de l'efecte allau. Aquest és un efecte que, sense entrar en detalls, direm que la seva principal característica és que confereix al fotodíode un cert guany. APD és l'abreviatura de la forma anglesa *avalanche photo-diode*.

#### 1.4.1. PIN

Els díodes PIN són els detectors de llum més populars. Simplement converteixen la potència de la llum en corrent elèctric, amb una certa eficiència de conversió. És a dir, el corrent a la sortida d'un detector PIN es pot expressar com a:

$$I_r = R \cdot P \quad (27)$$

Els dos processos de soroll més importants en un díode PIN són el soroll impulsiu i el soroll tèrmic. El primer és degut al mecanisme de fotodetecció, mentre que el segon és degut al fet de tenir una interfície elèctrica a una certa temperatura.

El soroll impulsiu es modela com un procés de Poisson, de variància:

#### Nota

Normalment un filtre òptic del grid de 50 GHz se sol modelar com un filtre gaussià d'ordre 3 i amplada de banda de 43 GHz.

#### Lectura de la fórmula (26)

$\omega_0$ : freqüència central  
 $\omega_c$ : amplada de banda de 3 dB  
 $\nu$ : ordre del filtre

#### Lectura de la fórmula (27)

$I_r$ : corrent detectat  
 $R$ : responsivitat del díode  
 $P$ : potència òptica entrant al fotodetector.

#### Nota

Per a referir-nos al soroll impulsiu en anglès l'anomenarem *soroll shot*.

$$\sigma_s^2 = 2q(I_r + I_d) \quad (28)$$

El soroll tèrmic es modela com un procés gaussià, amb variància:

$$\sigma_t^2 = 4KBT F_n / r_l \quad (29)$$

#### Lectura de la fórmula (29)

$K$ : constant de Boltzmann

$T$ : temperatura

$F_n$ : factor de soroll elèctric (en lineal)

$r_l$ : impedància de sortida

### 1.4.2. APD

Els díodes d'allau o APD són més avantatjosos que els PIN. Això és degut a l'efecte allau, que provoca que presentin un determinat guany a l'hora d'efectuar la conversió fotoelèctrica. Així, a diferència dels PIN, el corrent a la sortida d'un detector APD es pot expressar com a:

$$I_r = M \cdot R \cdot P \quad (30)$$

En un fotodetector APD, els dos processos de soroll més importants també són el soroll impulsiu i el soroll tèrmic. El primer canvia bastant respecte al PIN, atès que el mecanisme de fotodetecció també és diferent.

Malgrat això, en els díodes APD, el soroll impulsiu també es modela com un procés de Poisson, però amb variància:

$$\sigma_s^2 = 2qM^2 F_a (I_r / M + I_d) \quad (31)$$

$$F_a = k_a \cdot M + (1 - k_a) \cdot (2 - 1/M) \quad (32)$$

Aquesta relació entre el factor d'excés de soroll i el coeficient d'ionització es pot veure representada gràficament en la figura 6. Noteu que el pitjor cas és quan  $k_a = 1$ , pel qual el factor d'excés de soroll és màxim i dona el màxim de variància de soroll impulsiu a la sortida del fotodetector.

#### Lectura de la fórmula (28)

$q$ : càrrega de l'electró

$I_r$ : corrent detectat

$I_d$ : corrent de foscó del fotodíode.

#### Enllaç recomanat

A continuació us proposem un enllaç d'un fabricant de fotodetectors PIN perquè en pugueu veure les especificacions tècniques més comunes:

U2T: [http://www.u2t.com/products/photodetectors/item/xpdv21x0ra?category\\_id=2](http://www.u2t.com/products/photodetectors/item/xpdv21x0ra?category_id=2).

#### Lectura de la fórmula (30)

$I_r$ : corrent detectat

$R$ : responsivitat del díode

$M$ : guany d'allau

$P$ : potència òptica entrant al fotodetector

#### Lectura de la fórmula (31)

$q$ : càrrega de l'electró

$I_r$ : corrent detectat

$I_d$ : corrent de foscó del fotodíode

$F_a$ : factor d'excés de soroll

#### Lectura de la fórmula (32)

$k_a$ : coeficient d'ionització



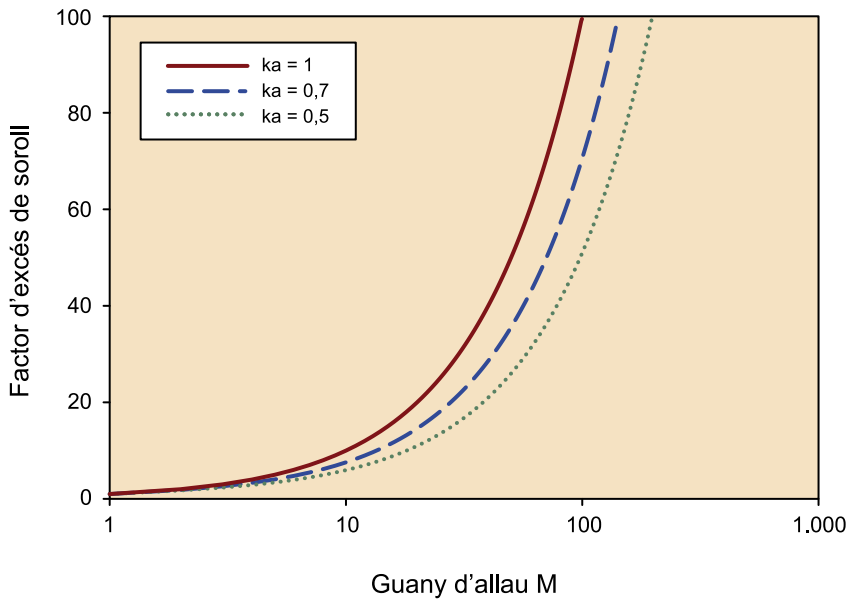


Figura 6. Factor d'excés de soroll en funció del guany d'allau M per a diferents coeficients d'ionització

De manera general, la banda de telecomunicacions està coberta per díodes APD de Ge i InGaAs. El primer sol ser més sorollós que el segon, atès que en el Ge  $0,7 < k_a < 1$ , mentre que per a InGaAs  $0,5 < k_a < 0,7$ .

Respecte al soroll tèrmic, aquest també es modela com un procés gaussià, amb variància:

$$\sigma_l^2 = 4KBF_n/r_l \quad (33)$$

#### Enllaç recomanat

A continuació us proposem un enllaç d'un fabricant de fotodetectors APD (i també PIN), perquè en pugueu veure les especificacions tècniques més comunes:

SEI: <http://www.sei-device.com/products/rosa/10greceivers.asp>.

Noteu que aquestes configuracions no són com per a l'anterior enllaç (on només s'especificava el díode), sinó que els fotodetectors vénen amb un amplificador elèctric de transimpedància integrat. A més, cal notar que les sensibilitats especificades dels APD corresponen a guanys d'allau optimitzats.

#### Lectura de la fórmula (33)

$K$ : constant de Boltzmann  
 $T$ : temperatura  
 $F_n$ : factor de soroll elèctric (en lineal)  
 $r_l$ : impedància de sortida

## 1.5. Amplificadors òptics

Un altre dels temes clau en comunicacions òptiques és tot el que fa referència a l'amplificació òptica. Abans del desplegament massiu d'amplificadors òptics (sobretot impulsat pels amplificadors de fibra dopada), els enllaços de llarga distància eren amplificats mitjançant una conversió d'òptic a elèctric i altra vegada d'elèctric a òptic. Això limitava greument el funcionament dels enllaços, fent que s'hagués d'amplificar canal per canal i depenent del format de modulació. Els amplificadors òptics, en canvi, són completament transparents des d'aquest punt de vista i permeten amplificar diversos canals òptics a la vegada.

A continuació veurem breument cadascun dels tipus d'amplificadors més rellevants: els amplificadors òptics semiconductors, els amplificadors de fibra dopada amb erbi i els amplificadors distribuïts d'efecte Raman. De tots aquests, els més populars i que es fan servir de manera més general són els amplificadors de fibra dopada, mentre que els altres dos tipus són o bé més sorollosos (cas dels amplificadors semiconductors) o bé més difícils d'implementar (cas dels amplificadors Raman).

### 1.5.1. Amplificadors òptics semiconductors

Encara que els amplificadors òptics semiconductors (SOA) van ser inventats abans que els EDFA i van ser objecte de molta investigació durant els anys vuitanta, no van saber trobar el seu lloc en el mercat per diverses raons.

Entre aquestes, hi ha el fet que tenen un factor de soroll més alt, sigui perquè no s'aconsegueix una inversió de població completa o bé per les pèrdues d'inserció més altes. Típicament el factor de soroll que donen és d'uns 8 dB o més. Aquest valor és molt gran per a aplicacions de llarga distància, encara que pot ser suficient per a aplicacions de xarxes metropolitanas. Alguns dissenys recents permeten reduir les pèrdues d'inserció i, per tant, reduir també el factor de soroll.

Un altre problema inherent als SOA és la seva asimetria de la guia d'ona. Això comporta que el guany depengui també de l'estat de polarització del feix de llum a l'entrada del dispositiu. Amb tot, hi ha nous dissenys de guia d'ona que donen menys dependència del guany amb l'estat de polarització.

Finalment, el principal problema dels SOA és donat per la seva dinàmica interna. Concretament, els temps de vida de portadors són comparables al període de bit per a senyals d'alta velocitat. Això comporta que si entrem al SOA un senyal òptic modulad, aquesta mateixa modulació òptica modula també el guany del SOA (amb un cert retard) i es produeix interferència intersimbòlica en el mateix canal i una certa intermodulació amb els altres canals WDM. De totes maneres, els SOA lineals (LOA, LSOA) o els SOA d'alta potència de saturació operats en el règim lineal ofereixen la possibilitat d'eliminar les penalitzacions degudes a la intermodulació i la interferència intersimbòlica.

Com que les dinàmiques de guany de l'EDFA són de diversos ordres de magnitud més lents que les velocitats de transmissió, aquesta intermodulació i interferència intersimbòlica que s'indueixen en el guany de l'EDFA són insignificants.

#### Nota

SOA és l'abreviatura de l'anglès *semiconductor optical amplifier*.

#### Nota

WDM és l'abreviatura de la forma anglesa *wavelength division multiplexing*.

### 1.5.2. Amplificadors de fibra dopada amb erbi

El nucli de la fibra de dins d'un EDFA conté ions d'erbi ( $\text{Er}^{3+}$ ) i, bombejant senyal/potència a una longitud d'ona determinada, donen guany òptic mitjançant un procés d'inversió de població. L'espectre del guany depèn de l'esquema de bombeig, així com de la presència en el nucli d'altres elements dopants, com poden ser el germani i l'alumini.

El bombeig dels EDFA és possible fent servir làsers semiconductors que operin entorn dels 980 nm i els 1.480 nm. El desenvolupament d'aquests làsers de bombeig ha estat molt actiu amb l'adveniment dels EDFA. Com a exemple direm que és possible obtenir guanys entorn dels 30 dB amb només 15-20 mW de potència de bombeig absorbida. La majoria dels EDFA fan servir bombejos de 980 nm, perquè són comercials i poden donar més de 100 mW (20 dBm) de potència. Quan es bombeja a 1.480 nm es necessiten fibres més llargues i potències més elevades.

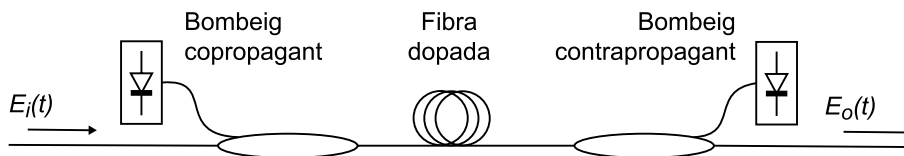


Figura 7. Esquema genèric d'un amplificador de fibra dopada amb bombeig bidireccional

Els EDFA es poden dissenyar per a operar de tal manera que el bombeig i el senyal es propaguin en direccions oposades, una configuració que es coneix com a *bombeig contrapropagant*, per a distingir-la del *bombeig copropagant*. Això es pot veure en la figura 7.

Les prestacions són pràcticament similars per a les dues configuracions de bombeig quan la potència del senyal és prou petita perquè l'amplificador no estigui saturat. En règim de saturació, l'eficiència en conversió de potència sol ser millor quan el bombeig és contrapropagant, principalment pel paper que té l'emissió espontània amplificada.

També es pot tenir un bombeig bidireccional quan l'EDFA és bombejat en ambdues direccions simultàniament, tal com es mostra en la figura 7. Malgrat que aquesta configuració necessita dos làsers de bombeig, té l'avantatge que la inversió de població (i, per tant, el guany de petit senyal) és relativament uniforme al llarg de la longitud de l'amplificador.

El guany d'un EDFA depèn d'un gran nombre de paràmetres, com pot ser la concentració d'ions d'erbi, la longitud de l'amplificador, el diàmetre del nucli, el bombeig i la seva configuració, etc. Per això, els models de tres nivells d'equacions de ritme dels làsers es poden adaptar per als EDFA. En general, les equacions resultants no es poden resoldre d'una manera tancada i s'han de

#### Nota

EDFA és l'abreviatura que solem fer servir per a referir-nos als amplificadors de fibra dopada amb erbi i prové de l'anglès *erbium doped fiber amplifier*.

#### Nota

En anglès, els termes *contrapropagant* i *copropagant* es coneixen com a *backward pumping* i *forward pumping*.

#### Nota

ASE és l'abreviatura corresponent a l'*emissió espontània amplificada* i ve de l'anglès *amplified spontaneous emission*.

resoldre de manera numèrica. A tall d'exemple direm que per al cas del règim en petit senyal es pot fer servir un tractament més simple. Així, es pot obtenir el guany de l'amplificador com a la integral:

$$G = \exp\left[\Gamma_s \int_L^0 [g(z) - \alpha] dz\right] \quad (34)$$

Així, la progressió de guany al llarg d'una fibra dopada varia de forma exponencial i adquireix la major part del guany total al principi de la fibra, mentre que la contribució al guany és menor al final d'aquesta.

De totes maneres, per a sistemes de comunicacions òptiques, un model molt simplificat però prou vàlid és el següent:

$$E_o(t) = GE_i(t) + n(t) \quad (35)$$

És a dir, el camp òptic a la sortida de l'amplificador ( $E_o(t)$ ) és el mateix que a l'entrada ( $E_i(t)$ ), però amb un cert guany  $G$  i amb un soroll afegit ( $n(t)$ ).

Així, igual que passa en els sistemes de comunicacions per ràdio, el soroll dels amplificadors òptics és un punt important perquè la seva propagació i acumulació és el principal paràmetre a tenir en compte a l'hora de calcular els límits del sistema.

En el cas dels amplificadors de fibra dopada amb erbi, el soroll és degut a l'amplificació de l'emissió espontània de fotons. De fet, encara que la majoria dels electrons que cauen de l'estat excitat via emissió estimulada, també poden fer-ho per emissió espontània i emetre el fotó corresponent. Aquesta emissió espontània passa de manera aleatòria i depèn de l'estructura cristal·lina de la fibra i del nivell d'inversió de població assolit. Aquests fotons també poden ser amplificats per interacció amb altres ions dopants i ser així amplificats pel procés d'emissió estimulada. D'aquí el terme d'*emissió espontània amplificada*. Com que actua per acció també de l'amplificació, s'obté aproximadament el mateix espectre que el del guany de l'amplificador.

Aquest soroll es modela com un soroll gaussià amb una potència que es pot escriure com a:

#### Lectura de la fórmula (34)

$\Gamma_s$ : àrea de la secció de la porció dopada del nucli de la fibra  
 $\alpha$ : atenuació deguda a la propagació per la fibra dopada

$g(z) = \sigma_s^e N_2 + \sigma_s^a N_1$ : coeficient de guany

$\sigma_s^e$  i  $\sigma_s^a$ : seccions d'emissió i absorció a la freqüència del senyal útil  $\omega_s$

$N_2 N_1$ : poblacions d'àtoms dels estats fonamental i excitat respectivament.

$$P_{\text{ASE}} = 2n_{sp}h\nu_0(G-1)B_0 \quad (36)$$

El factor d'emissió espontània el podem expressar com a:

$$n_{sp} = \frac{\sigma_e N_2}{\sigma_e N_2 - \sigma_a N_1} \quad (37)$$

$n_{sp}$  és 1 quan  $N_2$  s'aproxima a 1, és a dir, quan tenim una inversió de població total.

$n_{sp}$  tendeix a infinit quan  $N_2$  tendeix a  $\frac{\sigma_a}{\sigma_e + \sigma_a}$ , és a dir, quan el guany és zero, essent l'amplificador transparent.

L'ASE es genera en ambdues direccions de propagació, per amplificació dels fotons generats de forma espontània dins del nucli de la fibra dopada. Així, la major part de la potència  $P_{\text{ASE}}$  es genera al voltant del principi i final de la fibra dopada, perquè és on es tenen els màxims de guany de l'amplificador.

$n_{sp}$  millora (decreix) quan es té una inversió de població més completa. La inversió al voltant de l'entrada de l'amplificador és més important que no pas a la sortida; perquè l'emissió espontània a l'entrada, que és on es té més guany, ens genera bona part de l'ASE que es té a la sortida. També cal puntualitzar que la inversió de població es millora amb un increment de la potència de bombeig; és a dir, decreix  $n_{sp}$  i dona una potència de soroll més baixa. La compressió de guany degut a la saturació, incrementa  $n_{sp}$  i, per tant, tenim una potència de soroll més alta.

En general, en una aproximació per al càlcul de la potència de l'ASE es pot considerar com el resultat d'injectar a l'entrada de l'amplificador un soroll de potència de  $2 \mu\text{W}$  ( $-27 \text{ dBm}$ ) en la banda d'interès o, de forma més exacta, uns  $60 \text{ nW/nm}$  ( $-42 \text{ dBm/nm}$ ), i passant-los pel guany de l'amplificador.

Per exemple, suposem que tenim un amplificador de guany de  $20 \text{ dB}$  i un factor d'inversió de població de  $n_{sp} = 1.5$ . Això ens genera una potència d'emissió espontània amplificada de  $575 \text{ nW}$  per a  $0,1 \text{ nm}$  i  $5,75 \text{ nW}$  per a  $1 \text{ nm}$ .

Noteu que l'emissió espontània és isotròpica i que la potència que s'ha calculat correspon a la potència total d'aquest soroll. Aquest punt serà important quan es tractin els sistemes coherents.

L'emissió espontània afecta els senyals òptics afegint fluctuacions als senyals amplificats, que després seran convertides al domini elèctric quan es detectin els senyals.

#### Lectura de la fórmula (36)

$h$ : constant de Planck  
 $\nu_0$ : freqüència central del senyal  
 $G$ : guany de l'amplificador  
 $B_0$ : amplada de banda de mesura  
 $n_{sp}$ : factor d'emissió espontània

#### Nota

$n_{sp}$  també es coneix com a factor d'inversió de població.

#### Nota

Les amplades de banda més utilitzades per a la mesura d'ASE són  $125 \text{ GHz}$  ( $1 \text{ nm}$ ) i  $12,5 \text{ GHz}$  ( $0,1 \text{ nm}$ ).

Precisament, lligat a la detecció directa de senyals, es defineix el factor de soroll dels amplificadors òptics:

$$F_n = \frac{\text{SNR}_i}{\text{SNR}_o} \quad (38)$$

$\text{SNR}_i$  és la relació senyal-soroll elèctrica que s'obté amb un fotodetector a l'entrada de l'amplificador, on s'assumeix un fotodetector limitat només pel soroll impulsiu.  $\text{SNR}_o$  és la relació senyal-soroll elèctrica que s'obté amb un fotodetector a la sortida de l'amplificador i inclou els efectes de l'amplificador òptic a més del soroll impulsiu del fotodetector.

$$F_n = F_{sa} + F_{is} + F_{aa} + F_{ia} \quad (39)$$

$F_x$  són termes corresponents a les diferents interaccions entre sorolls i senyal degudes a la conversió a elèctric, que detecta potència i, per tant, obeeix una forma quadràtica, i provoca aquests termes creuats d'interaccions entre senyal i soroll. Formalment, per a un fotodetector amb responsivitat 1, es pot trobar que aquests termes es poden expressar com a:

$$F_{sa} = 2n_{sp} \frac{G-1}{G} \quad (40)$$

$$F_{is} = \frac{1}{G} \quad (41)$$

$$F_{aa} = \frac{n_{sp}^2 (G-1)^2 e (B_o - B_e)}{G^2 I_i} \quad (42)$$

$$F_{ia} = \frac{2(G-1)n_{sp}eB_o}{G^2 I_i} \quad (43)$$

En una primera aproximació, si l'amplada de banda òptica és prou petita, el terme  $F_{aa}$  serà petit i per a un guany d'amplificador prou gran, els termes de soroll impulsiu també es podran negligir. Així, podem aproximar el càlcul del factor de soroll com a:

$$F_n \simeq F_{sa} + F_{is} = 2n_{sp} \frac{G-1}{G} + \frac{1}{G} \simeq 2n_{sp} \quad (44)$$

Noteu que si portem aquest cas al límit, podem assumir que en un amplificador perfecte, tindrem una eficiència d'inversió  $n_{sp} \simeq 1$  i, per tant, el factor de soroll en aquest cas límit serà  $F_n \simeq 2$  (3 dB).

#### Vegeu també

Veurem aquestes interaccions amb més detall en l'apartat "Penalitzacions i altres sorolls".

#### Lectura de les fórmules (40)-(43)

$F_{sa}$ : interacció entre senyal i ASE  
 $F_{is}$ : soroll impulsiu del senyal  
 $F_{aa}$ : interacció ASE-ASE  
 $F_{ia}$ : soroll impulsiu de l'ASE

Quan tenim pèrdues a l'entrada de l'amplificador òptic, per a cada dB de pèrdues, el factor de soroll s'incrementa en 1 dB (el senyal d'entrada i, per tant, el senyal de sortida, es decrementa però la potència d'emissió espontània continua igual).

Així, substituint l'equació (44) en l'equació (36), es troba una aproximació per al càlcul de la potència de l'ASE, quan el guany és gran:

$$P_{\text{ASE}} \simeq F_n h \nu_0 G B_o \quad (45)$$

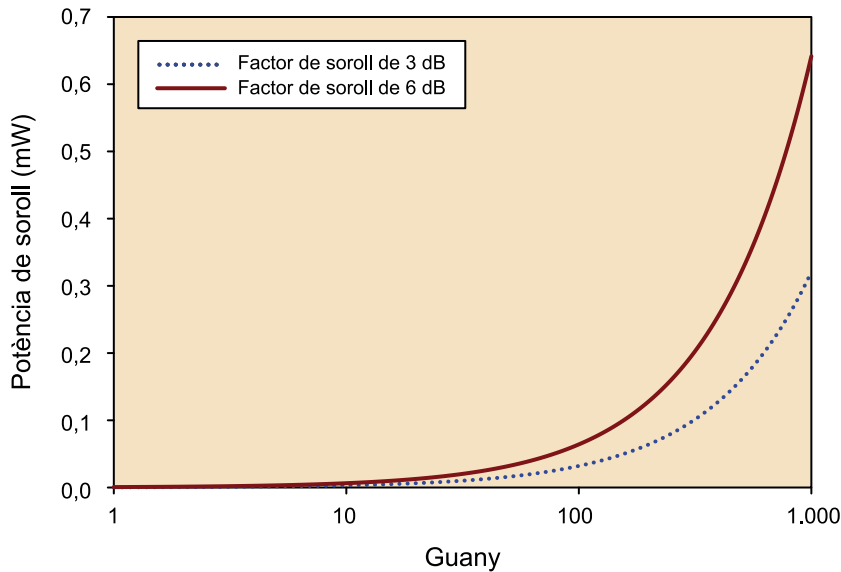


Figura 8. Potència de soroll en funció del guany quan  $B_o = 12,5$  GHz

Per a caracteritzar enllaços i senyals, però, es treballa amb la relació senyal-soroll òptica o OSNR.

Per a un amplificador de fibra dopada, l'OSNR es pot definir com a:

$$\text{OSNR} = \frac{P_s}{P_{\text{ASE}}} \quad (46)$$

En una xarxa on es concatenen pèrdues (per exemple, fibres òptiques) i amplificadors, l'OSNR que es té al final estarà determinada per la manera com es concatenen aquests blocs.

Cada amplificador afegeix soroll de manera proporcional al seu guany i al factor de soroll. La potència de soroll acumulada creix de manera lineal amb el nombre d'amplificadors (com més amplificadors, més soroll). Si els amplificadors són iguals i es fan servir per a compensar les pèrdues, per exemple, les que hi pot haver en un tram de fibra, aleshores la potència total del soroll acumulat al llarg de la cadena de transmissió és proporcional a la potència del

#### Nota

OSNR és l'abreviatura de la forma anglesa *optical signal to noise ratio*.

#### Lectura de la fórmula (46)

$P_s$ : potència a la sortida de l'amplificador

soroll d'un amplificador. Formalment podem escriure l'OSNR acumulada al final d'una cadena de  $N$  amplificadors iguals per a compensar  $N$  trams amb pèrdues  $L$  a cada tram:

$$\text{OSNR} = \frac{P_o}{NF_n h\nu_0 LB_o} \quad (47)$$

Per exemple, vegem com es comporta l'OSNR en funció de la distància suposant que tenim uns amplificadors de fibra dopada de factor de soroll de 6 dB, una potència de transmissió de 0 dBm per canal, que operem al voltant dels 1.550 nm i transmetem en una fibra estàndard monomode que ens introdueix una atenuació de 0,2 dB/km. El resultat el podeu veure en la figura 9.

S'hi pot veure que per a cobrir una mateixa distància, és millor ajuntar tant com es puguin els amplificadors entre si. Així, si els separem cada 50 km, l'OSNR és millor (més alta) que no pas si els separem cada 150 km.

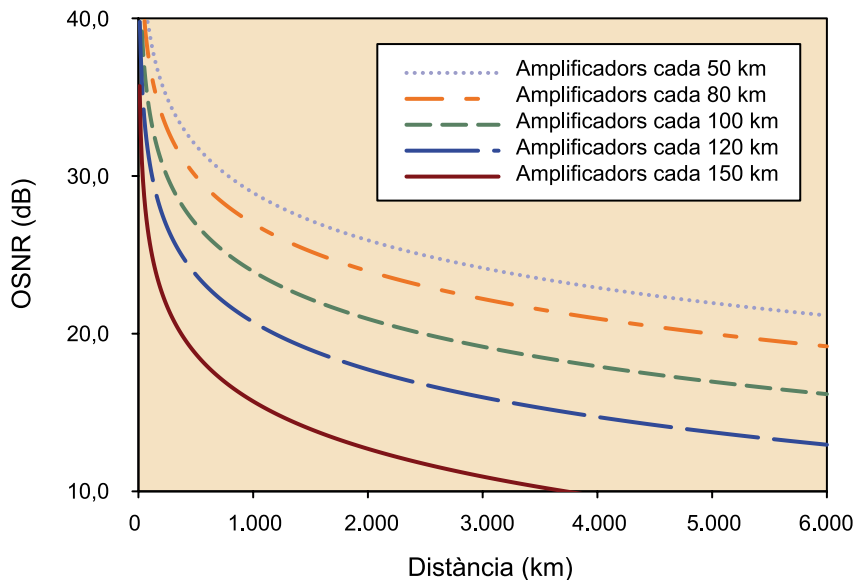


Figura 9. OSNR a la sortida de la concatenació de fibra amb amplificadors de fibra dopada, per a diferents longituds de la separació entre amplificadors

Malgrat que actualment es despleguen les xarxes amb EDFA, es pot utilitzar l'efecte Raman per a abaixar el factor de soroll, que faria pujar les corbes de la figura 9 a mesura que es redueix  $F_n$ . Això ho veurem en l'apartat següent a continuació.

### 1.5.3. Raman

Bàsicament l'amplificació Raman consisteix a utilitzar l'efecte dispersiu Raman, conegut com a SRS. Així, el medi d'amplificació és la mateixa fibra per la qual es propaguen els senyals útils que porten la informació. Per a aconseguir aquest efecte, la configuració més immediata és l'amplificació Raman amb bombeig copropagant, tal com es mostra en la figura 10. Els feixos de llum de bombeig i senyal estan a diferents freqüències,  $\omega_p$  i  $\omega_s$ , s'acoblen a una mateixa fibra i es propaguen conjuntament. Tal com s'ha discutit en el

#### Nota

Normalment se solen posar amplificadors quan les pèrdues acumulades en cada segment estan entre els 20 dB i 25 dB.

#### Enllaç recomanat

Podeu trobar les especificacions tècniques pel que fa a EDFA disponibles comercialment en l'enllaç següent:

Oclaro: [http://oclaro.com/product\\_pages/PureGain\\_PG1600.php](http://oclaro.com/product_pages/PureGain_PG1600.php).

#### Nota

SRS és l'abreviatura de l'anglès *stimulated raman scattering*.



mòdul 1, en el procés d'SRS un fotó del bombeig cedeix la seva energia per a crear un altre fotó d'energia reduïda a la freqüència corresponent al senyal útil. L'energia restant del fotó de bombeig s'absorbeix pel material de la fibra en forma de vibracions moleculars (fonons). Per tant, la transferència d'energia entre bombeig i senyal és contínua mentre es propaguen tots dos feixos dins la mateixa fibra.



Figura 10. Esquema genèric d'un amplificador Raman amb bombeig copropagant

Així, el guany Raman es pot obtenir en qualsevol fibra, incloent-hi les fibres que es fan servir en comunicacions òptiques. Però per a aquestes calen distàncies llargues, per la qual cosa se sol parlar d'amplificació Raman distribuïda (DRA), atès que no és un element discret de la cadena de transmissió. Això millora les prestacions del soroll.

#### Nota

DRA és l'abreviatura de l'anglès *distributed Raman amplification*.

El guany d'aquesta mena d'amplificació depèn molt de la polarització. A més, per al cas de la fibra òptica estàndard, el guany té una bona amplada de banda, però no és gaire pla. L'espectre del guany és una funció de la diferència de freqüències entre el bombeig i el senyal útil. Així, dissenyant de manera apropiada les longituds d'ona a les quals bombejar, es pot aconseguir amplificar qualsevol longitud d'ona desitjada. Per exemple, un bombeig Raman a 1.450 nm ens donarà guany a longituds d'ona entorn de 1.550 nm. Com que el guany no és pla, es pot allisar fent servir diversos bombejos a diferents longituds d'ona alhora. Així, aquests múltiples bombejos produeixen un espectre de guany Raman consistent en la superposició dels espectres corresponents als guanys dels bombejos per separat (negligint les interaccions entre bombejos). Cada bombeig produeix un guany Raman similar, amb el mateix desplaçament en freqüència respecte de les respectives longituds d'ona de bombeig; i escalat en magnitud per les respectives potències de bombeig. Per exemple, si per a un bombeig de 1.450 nm obtenim guany al voltant de 1.550 nm, per a la mateixa potència de bombeig a 1.500 nm obtindrem un guany similar sobre els 1.600 nm. Per a valors típics de  $\alpha_p \simeq 0,25 \text{ dB/km} = 0,057 \text{ km}^{-1}$ ,  $C_R \simeq 0,7 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}$ , el règim no esgotat (*undepleted*) és una bona aproximació per a  $P_s(z) < < 80 \text{ mW}$ . Per a bombejos contrapropagants, aquesta sol ser una bona aproximació.

A la pràctica, se sol utilitzar el bombeig contrapropagant, on els feixos de bombeig i senyal útil es propaguen l'un en sentit contrari de l'altre. En cas de fer servir múltiples bombejos o bé quan les potències dels senyals són prou grans, cal recórrer a un modelat mitjançant anàlisi numèrica de les interaccions entre les diferents longituds d'ona.

En el règim no esgotat, el guany pels bombejos copropagant o contrapropagant és donat per:

$$G = \exp(C_R L_{\text{eff}} P_p) \quad (48)$$

$$L_{\text{eff}} = \frac{1 - \exp(-\alpha_p L)}{\alpha_p} \quad (49)$$

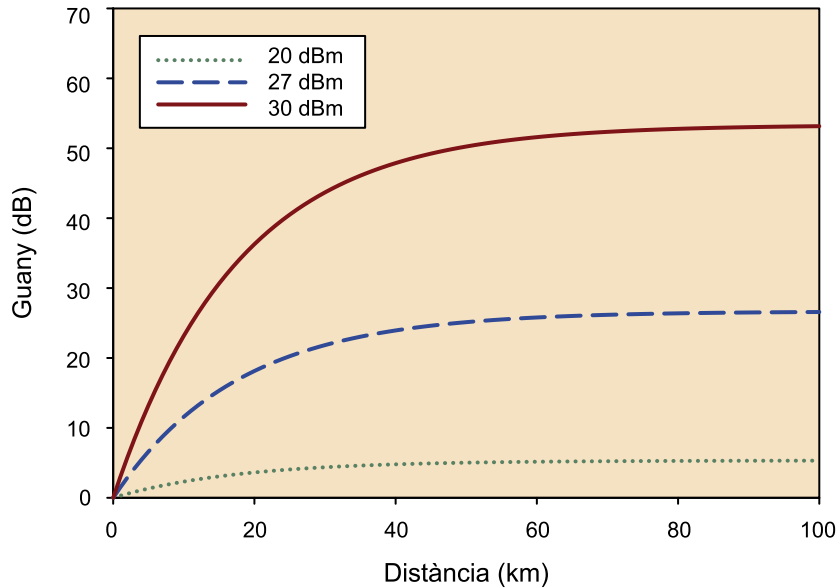


Figura 11. Guany d'amplificació per efecte Raman, per a diferents potències de bombeig (20 dBm, 27 dBm i 30 dBm)

Per a un amplificador distribuït Raman amb bombeig contrapropagant amb guany  $G$  i potència d'ASE  $P_{\text{ASE}}$ , el factor de soroll efectiu és el mateix que el d'un amplificador discret amb guany  $G$  i potència d'ASE  $P_{\text{ASE}}$  a la sortida de l'amplificador distribuït. Concretament:

$$F_{\text{eff}} = 2(\ln G)^{-\frac{\alpha_s}{\alpha_p}} \frac{G}{G-1} - \frac{1}{G} \quad (50)$$

Generalment  $\alpha_p \approx \alpha_s$ ; si a més  $G$  és molt més gran que 1:

$$F_{\text{eff}} \approx \frac{2}{\ln G} \quad (51)$$

#### Lectura de la fórmula (49)

$\alpha_p$ : atenuació de la fibra en la longitud d'ona de bombeig  
 $L$ : longitud de la fibra  
 $P_p$ : potència de llançament del bombeig

#### Lectura de la fórmula (50)

$\alpha_s$ : atenuació de la fibra en la longitud d'ona del senyal útil.

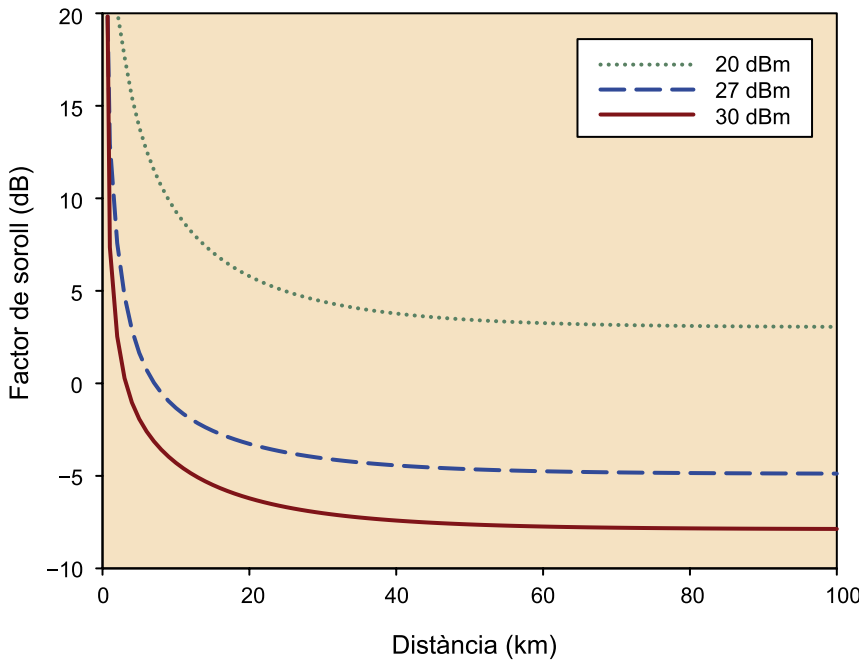


Figura 12. Factor de soroll per a diferents potències de bombeig (20 dBm, 27 dBm i 30 dBm)

El bombeig copropagant, però, pot millorar encara més les prestacions del soroll; molt més que no pas el bombeig contrapropagant. Per tal d'evitar penalitzacions per efectes no-lineals de la fibra, cal reduir també la potència del senyal útil quan es fa servir el bombeig copropagant. Així, com que el guany Raman en aquest cas és més gran que la reducció de potència de senyal útil necessària, el soroll es redueix. De fet, la millora en nombres és la diferència entre el guany i la reducció de potència de senyal útil.

Malgrat això, el bombeig contrapropagant és el que es fa servir de forma majoritària. En canvi, el bombeig copropagant no s'utilitza per la seva major susceptibilitat a la transferència de RIN del bombeig, la seva diafonia a través del bombeig i la dependència del guany respecte de l'estat de polarització.

Per al cas en què es combini l'amplificació Raman amb amplificadors discrets, per exemple EDFA, el fet de no necessitar tant de guany fa que l'ASE dels EDFA sigui menor i donin un factor de soroll menor. Així, resulta convenient l'amplificació híbrida Raman-EDFA. Per exemple, el que es proposa en l'esquema de la figura 13. Així, el factor de soroll per a aquesta mena d'amplificadors és de:

$$F_n = F_{\text{eff}}^R + \frac{L_R F_{\text{EDFA}} - 1}{G^R} \quad (52)$$

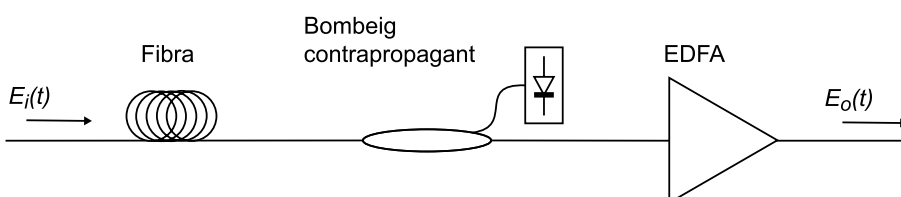


Figura 13. Esquema genèric d'un amplificador híbrid Raman-EDFA amb bombeig contrapropagant

**Enllaç recomanat**

A tall d'exemple, us incloem un enllaç a un fabricant de làsers d'alta potència per a bombeig Raman:  
 JDSU: <http://www.jdsu.com/en-us/Optical-Communications/Products/a-z-product-list/Pages/pump-laser-14xx-450mw-raman.aspx>.

**Lectura de la fórmula (52)**

$L_R$ : pèrdues pel fet d'introduir el bombeig Raman a l'entrada de l'EDFA  
 $F_{\text{eff}}^R$ : factor de soroll de l'amplificador Raman  
 $G^R$ : guany de l'amplificador Raman

## 1.6. Components elèctrics

### 1.6.1. Amplificadors elèctrics

Les cadenes d'amplificadors elèctrics són importants, més que res pel fet que sempre acabarem passant per un o més amplificadors elèctrics, encara que només sigui al principi o al final de la transmissió de dades per xarxes de fibra òptica.

Com a tals, de forma simple els solem modelar com un guany, una distorsió (de tercer ordre) i un soroll. És a dir, si tenim una tensió  $V_i(t)$  a la seva entrada, a la seva sortida hi haurà una tensió  $V_o(t)$  tal que:

$$V_o(t) = GV_i(t) + dV_i^3(t) + n(t) \quad (53)$$

Normalment, ens fixarem més en el soroll que introdueixen aquests amplificadors, que no pas en el nivell de distorsió. Si bé la distorsió no és desitjable en cap cas, també és cert que en comunicacions òptiques es treballa amb senyals de polsos elèctrics, per la qual cosa la linealitat dels amplificadors elèctrics no n'és un aspecte rellevant.

Respecte al soroll, el paràmetre que defineix com es comporta un amplificador elèctric és el seu factor de soroll.

La fórmula de Friis es fa servir per a calcular el factor de soroll total de la concatenació d'una sèrie d'etapes d'amplificació, cada una amb el seu propi guany i factor de soroll. El factor de soroll total es pot fer servir per a calcular posteriorment la relació senyal-soroll total en recepció. El factor de soroll es pot calcular com a:

$$F_t = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \frac{F_4 - 1}{G_1 G_2 G_3} + \dots + \frac{F_n - 1}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}} \quad (54)$$

Una conseqüència important és que el factor soroll d'una cadena d'amplificadors i condicionadors de senyal està limitat pel factor de soroll del primer element. En altres paraules, no podem tenir mai un factor de soroll més petit que el de la primera etapa ( $F_1$ ). Així, sempre és desitjable tenir un amplificador de baix soroll i guany alt en la primera part de l'etapa de recepció.

### 1.6.2. Filtres elèctrics

En el domini elèctric, els filtres passabaix es fan servir per a reduir el soroll dels amplificadors, així com també el soroll impulsu i tèrmic del fotodetector i la cadena de recepció.

#### Lectura de la fórmula (53)

$G$ : guany  
 $G/d$ : nivell de distorsió  
 $n(t)$ : soroll, normalment d'origen tèrmic (gaussiana i de mitjana nul·la)

#### Nota

Harald T. Friis (1893-1976), enginyer nord-americà d'origen danès, que va treballar als laboratoris Bell i va ser pioner en radiopropagació, radioastronomia i radar. A ell es deuen les fórmules de la propagació d'ones electromagnètiques i del càlcul de factor de soroll, totes dues àmpliament utilitzades.

#### Lectura de la fórmula (54)

$F_n$  i  $G_n$ : factor de soroll i guany de la  $n$ -èsima etapa amplificadora. És important notar que en aquesta fórmula els valors estan expressats en escala lineal i no en decibels.

En la teoria de senyals i sistemes, la major part dels filtres que s'estudien/observen són filtres ideals passabaix, que es limiten a transmetre totes les freqüències de la banda de pas (sense cap mena de distorsió), mentre rebutgen completament les freqüències de la banda de rebuig. Un altre tipus de filtre que es fa servir molt en la teoria és el filtre adaptat, en què la resposta impulsional d'aquest tipus de filtre està adaptada al tipus de senyal rebut, maximitzant així la relació senyal-soroll a la seva sortida.

Normalment, els filtres elèctrics se solen modelar com a filtres de Bessel, perquè poden ser implementats físicament i tenen una resposta de fase lineal (retard de grup constant) en la banda de pas, a més d'una excel·lent resposta impulsional amb mínim sobreimpuls. La funció de transferència normalitzada d'un filtre de Bessel elèctric passabaix es pot descriure com a:

$$H(s) = \frac{B_\nu(S=0)}{B_\nu(S)}, \quad S = \tau_{g0} \omega \quad (55)$$

Els polinomis  $B_\nu(S)$  per a  $\nu = 1$  i  $\nu = 2$  són:

$$B_1(S) = 1 + S \quad (56)$$

$$B_2(S) = 3 + 3S + S^2 \quad (57)$$

Els polinomis per a ordres més grans es poden calcular de manera recursiva mitjançant la relació:

$$B_\nu(S) = (2\nu - 1) \cdot B_{\nu-1}(S) + S^2 B_{\nu-2}(S). \quad (58)$$

L'amplada de banda de 3 dB d'un filtre de Bessel elèctric es pot relacionar amb el retard de grup mitjançant  $\omega_c = 1.3616/\tau_{g0}$  per a  $\nu = 2$ , i es pot calcular de forma aproximada per a ordre més gran com a:

$$\omega_c \simeq \frac{\sqrt{(2\nu - 1)\ln 2}}{\tau_{g0}} \quad (59)$$

## 1.7. Híbrids òptics

Els híbrids òptics de 90° constitueixen un component clau en receptors de formats de modulació avançats perquè permeten la detecció de les components en fase i quadratura del senyal òptic. Concretament, es poden fer servir en detectors coherents per a combinar els feixos de llum de senyal rebut i oscil·lador local.

### Nota

El filtre adaptat es coneix en anglès com a *matched filter*.

### Lectura de la fórmula (55)

$\nu$ : ordre del filtre  
 $\tau_{g0}$ : retard de grup per a  $\omega = 0$  (i la banda de pas).

### Nota

Per a filtrar les dades abans de l'entrada al decisor se solen emprar filtres de Bessel d'ordre 3 o 4, amb una amplada de banda del 75% de la velocitat de símbol del senyal rebut.

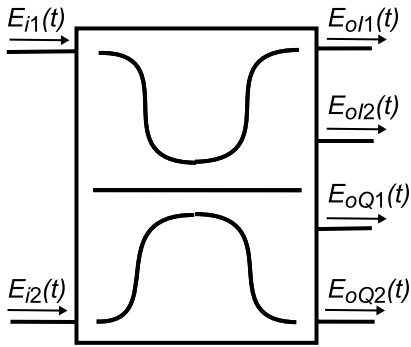


Figura 14. Esquema genèric d'un híbrid òptic de 90°

Formalment, si definim dues entrades genèriques a l'híbrid de 90° de tal manera que tenen diferents fases:

$$E_{i1}(t) = \sqrt{P_{i1}} e^{j\phi_{i1}} \quad (60)$$

$$E_{i2}(t) = \sqrt{P_{i2}} e^{j\phi_{i2}} \quad (61)$$

Aleshores a la sortida de l'híbrid tindrem:

$$\begin{bmatrix} E_{oI1}(t) \\ E_{oI2}(t) \\ E_{oQ1}(t) \\ E_{oQ2}(t) \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} E_{i1}(t) \\ E_{i2}(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \sqrt{1-k} & \sqrt{k} \\ \sqrt{1-k} & -\sqrt{k} \\ \sqrt{k} & j\sqrt{1-k} \\ \sqrt{k} & -j\sqrt{1-k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{i1}(t) \\ E_{i2}(t) \end{bmatrix} \quad (62)$$

És a dir, les diferents sortides tenen diferents desfasaments relatius entre si: 0° ( $E_{oI1}(t)$ ), 180° ( $E_{oI2}(t)$ ), 90° ( $E_{oQ1}(t)$ ) i 270° ( $E_{oQ2}(t)$ ).

En la matriu de transferència del dispositiu,  $k$  és un paràmetre que defineix la relació de balanceig entre les diferents sortides. Idealment, el valor de  $k$  és 1/2. Així, la matriu d'un híbrid de 90° ideal seria:

$$\begin{bmatrix} E_{oI1}(t) \\ E_{oI2}(t) \\ E_{oQ1}(t) \\ E_{oQ2}(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{i1}(t) \\ E_{i2}(t) \end{bmatrix} \quad (63)$$

La fabricació d'híbrids òptics de 90° sol ser bastant diferent depenent de l'objecte de la seva utilització.

De forma experimental i per a laboratori, els híbrids òptics de  $90^\circ$  es construeixen fent servir acobladors/combinadors de potència 50:50, en conjunció amb un desfasador de  $90^\circ$ . Això es pot fer o bé fent servir components discrets i fibres òptiques o bé en tecnologia de guia d'ona planar. Totes dues tecnologies, però, demanen un control sofisticat de temperatura per a obtenir una diferència en la longitud de camins molt precisa i així poder tenir els canvis de fase desitjats a la sortida. A més, per al cas de components discrets i fibra, cal anar molt en compte perquè és una configuració molt aparatosa i molt inestable davant de vibracions mecàniques. D'altra banda, les implementacions basades en guia d'ona tenen més pèrdues d'inserció i una alta dependència en l'estat de polarització de la llum.

### 1.8. Divisors de polarització

Els divisors de polarització són un dispositiu que permet descompondre l'estat de polarització d'un feix de llum entrant en dos raigs que representen dos estats de polarització diferents entre si. Dit d'una altra manera, separa la llum en dues components que contenen estats de polarització ortogonals. Per exemple, si entrem amb una polarització lineal a  $+45^\circ$ , el divisor de polarització ens pot separar la llum en dues components, horitzontal i vertical.

En la seva forma més comuna, els divisors de polarització són un cub fet de dos prismes triangulars que s'enganxen junts emprant adhesius (polièster, epoxi). El gruix d'aquests prismes s'ajusta de tal manera que la meitat de la llum es reflecteix i l'altra meitat es transmet. El cas interessant és el del prisma de Wollaston, en què es fan servir materials birefringents (per exemple, calcita) per tal de dividir la llum entrant en dos raigs de diferent estat de polarització.

#### Enllaç recomanat

Les implementacions que es poden trobar comercialment disponibles són aquelles basades en òptica macroscòpica. Un parell d'exemples els podeu trobar en els enllaços següents:

Optoplex: [http://www.optoplex.com/Optical\\_Hybrid.htm](http://www.optoplex.com/Optical_Hybrid.htm)

Kylia: <http://www.kylia.com/singlep.html>

#### Nota

William Hyde Wollaston (1766-1828), químic i físic anglès, més famós per descobrir dos elements químics i per desenvolupar un mètode per a processar platí.

## 2. Modulació d'intensitat i detecció directa

En la modulació d'intensitat es tracta de modular la intensitat (potència) de la llum transmesa. En disseny de sistemes de comunicacions per fibra òptica se'ls coneix popularment com a IM/DD, atès que també es combinen amb la detecció directa (emprant només un fotodetector).

### Nota

IM/DD és l'abreviatura de l'anglès *intensity modulation direct detection*.

Per a la modulació d'intensitat, els bits es codifiquen en dos símbols amb diferent potència cadascun. Això fa que, de fet, resulti en diferents amplituds tant per als 1 com per als 0. Formalment, aquesta mena de modulacions s'anomenen OOK. Així, les components en fase (I) i quadratura (Q) del senyal codificat seran tal com es presenta en la figura 15. Cal notar que tant la transmissió com la recepció es fan sobre l'eix real (component I). Això resulta molt convenient perquè els fotodetectors es comporten com a simples conversors d'intensitat de llum en corrent elèctric, tal com s'ha vist abans.

### Nota

OOK és l'abreviatura de l'anglès *on off shift keying*.

Els sistemes de modulació d'intensitat són els més populars i simples. De fet, aquesta mena de sistemes són els que es troben desplegats en la majoria xarxes òptiques operatives d'avui en dia.

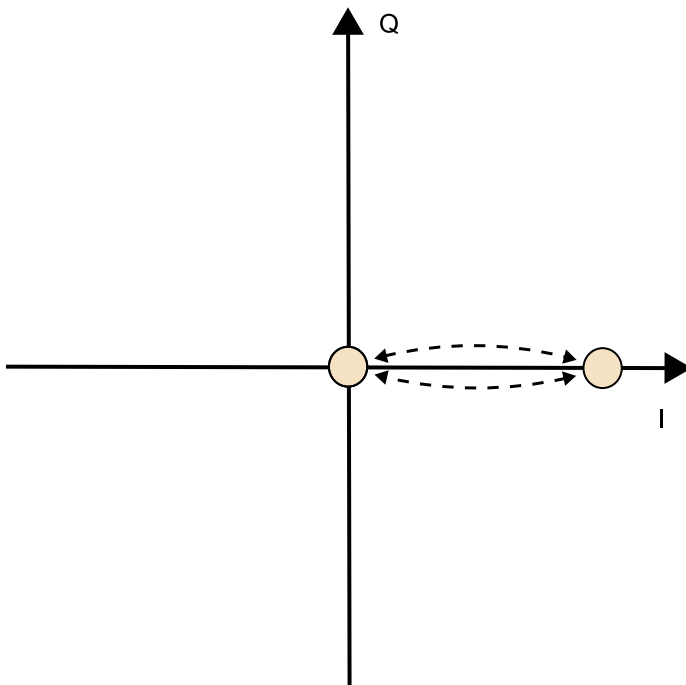


Figura 15. Representació de la constel·lació OOK en el pla IQ



## 2.1. Sistema ideal

El receptor ideal és el que es presenta en la figura 16. S’hi detecta el camp òptic  $E_r(t)$ , normalment amb un fotodetector PIN o APD, s’amplifica el corrent resultant i s’injecta a un bloc de mostreig i decisió, passant abans per un filtre (adaptat).

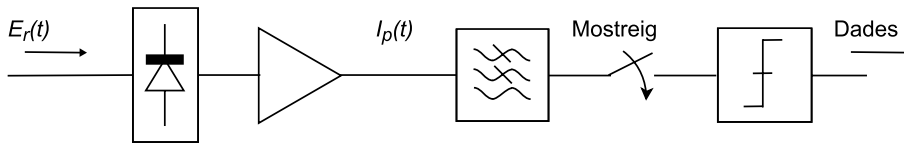


Figura 16. Esquema de receptor de detecció directa

Així, per a un senyal modulad en intensitat, en podem expressar el camp com a:

$$E_r(t) = P_r(t)\exp(j\omega_r t) \quad (64)$$

La potència varia en el temps perquè conté les dades. Considerant que, de forma genèrica, utilitzen un fotodetector PIN, després de la fotodetecció i amplificació, tenim un corrent elèctric tal que:

$$I_p(t) = GRP_r(t) + n(t) \quad (65)$$

Podem expressar la potència mitjana dels 1 com a  $P_{r1}$  i el nivell de potència mitjana dels 0 com a  $P_{r0}$ . Així, podem reescriure l'equació anterior per a cada cas:

$$I_{p1} = GRP_{r1} + n_1 = I_1 + n_1 \quad (66)$$

$$I_{p0} = GRP_{r0} + n_0 = I_0 + n_0 \quad (67)$$

$I_1 = GRP_{r1}$ ,  $I_0 = GRP_{r0}$ ,  $n_1$  i  $n_0$  són termes que tenen en compte el soroll dels 1 dels 0.

Per tant, un cop mostrejat el corrent  $I_p(t)$ , a cada mostra es tindrà el valor mitjà  $I_{p1}$  o  $I_{p0}$  (depenent de si s'ha transmès un 1 o un 0), més una fluctuació deguda al soroll  $n_1$  o  $n_0$ .

El circuit de decisió compara les mostres rebudes amb un valor llindar  $I_l$ , donant a la sortida un 1 si  $I_d > I_l$  i un 0 si  $I_d < I_l$ , amb  $I_1 > I_l > I_0$ . Per tant, es tindrà un error si  $I_d < I_l$  per als 1 o bé  $I_d > I_l$  per als 0. Suposant que 1 i 0 són equiprobables, es pot escriure la probabilitat d'error com a:

### Lectura de la fórmula (64)

$\omega_r$ : freqüència (òptica)  
 $P_r(t)$ : potència

### Lectura de la fórmula (65)

$G$ : guany de l'amplificador  
 $R$ : responsivitat del fotodíode  
 $n(t)$ : soroll en detecció i amplificació (impulsiu i tèrmic)

$$P_e = \frac{1}{2}[P(0|1) + P(1|0)] \quad (68)$$

Suposant que  $n_1$  i  $n_0$  són sorolls gaussians amb variàncies  $\sigma_1^2$  i  $\sigma_0^2$ , es poden trobar aquestes probabilitats condicionades com a:

$$P(0|1) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{I_1 - I_l}{\sigma_1 \sqrt{2}}\right) \quad (69)$$

$$P(1|0) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{I_l - I_0}{\sigma_0 \sqrt{2}}\right) \quad (70)$$

I es pot obtenir la probabilitat d'error com a:

$$P_e = \frac{1}{4} \left[ \operatorname{erfc}\left(\frac{I_1 - I_l}{\sigma_1 \sqrt{2}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{I_l - I_0}{\sigma_0 \sqrt{2}}\right) \right] \quad (71)$$

De manera aproximada, es pot obtenir el llindar òptim de decisió com a:

$$I_l = \frac{\sigma_0 I_1 + \sigma_1 I_0}{\sigma_0 + \sigma_1} \quad (72)$$

Per a aquest llindar òptim es pot definir el factor Q:

$$Q = \frac{I_1 - I_0}{\sigma_1 + \sigma_0} \quad (73)$$

I es pot reescriure la probabilitat d'error de manera molt més compacta com a:

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{Q}{\sqrt{2}}\right) \quad (74)$$

Això es pot veure en la figura 17. Un resum dels valors de Q corresponents als valors més utilitzats es pot veure en la taula 1. Noteu que Q és una relació entre amplituds i, per tant, el seu valor en decibels es calcula com a:

$$Q(\text{dB}) = 20 \log Q(\text{lin}) \quad (75)$$

Taula 1. Valors rellevants de  $P_e$  i factor Q

Probabilitat d'error	Factor Q
$10^{-3}$	9,8 dB
$10^{-4}$	11,5 dB
$10^{-9}$	15,6 dB
$10^{-10}$	16,1 dB

#### Lectura de la fórmula (68)

$P(0|1)$ : probabilitat de decidir un 0 rebent un 1

$P(1|0)$ : probabilitat de decidir un 1 rebent un 0

#### Referència bibliogràfica

G. P. Agrawal (2002). *Fibre-Optic Communication Systems*. J. Wiley.

Probabilitat d'error	Factor Q
$10^{-15}$	18,0 dB

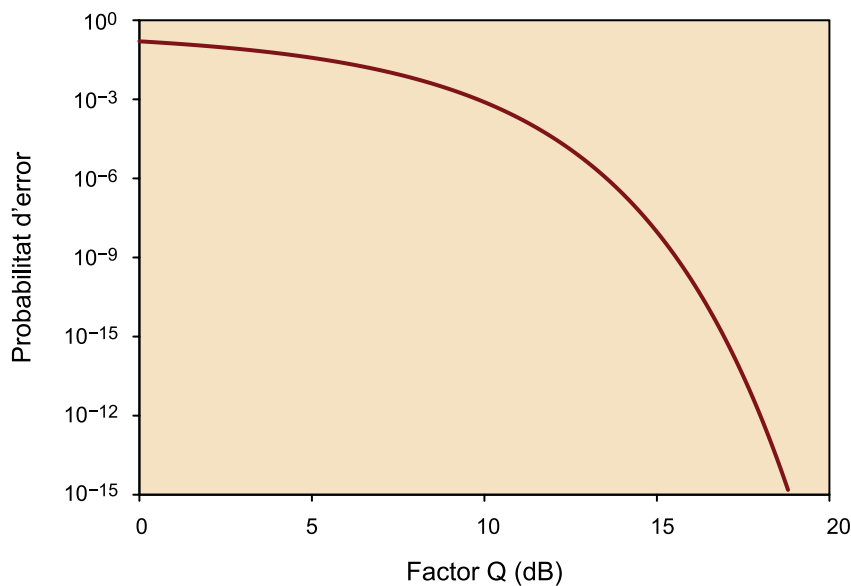


Figura 17. Probabilitat d'error per a un senyal OOK en funció del factor Q

## 2.2. Esquemes de modulació i recepció

### 2.2.1. Modulació externa: Modulador Mach-Zehnder

A continuació veurem l'exemple d'una modulació externa basada en un modulador Mach-Zehnder actuant en mode *push-pull*.

D'acord amb el que s'ha vist anteriorment un esquema de modulació possible és el que es presenta en la figura 18. Hi podem veure un modulador Mach-Zehnder, excitat per un làser i modulat per un voltatge elèctric  $V_i(t)$ .

#### Vegeu també

Hem vist els esquemes de modulació en l'apartat "Moduladors".

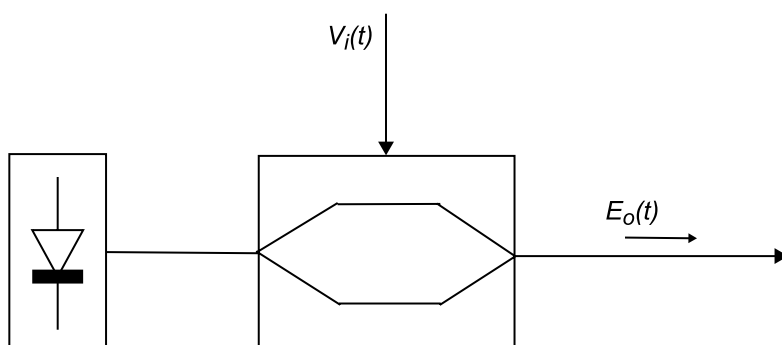


Figura 18. Esquema de transmissor implementat amb modulador Mach-Zehnder

El senyal elèctric  $V_i(t)$  introduït al modulador té dues components diferents:

$$V_d(t) = V_b + V_d(t) \quad (76)$$

Concretament, podem assumir que  $V_d(t) = V_1$  quan es té un 1 mentre que  $V_d(t) = V_0$  quan es té un 0.

Així, podem reescriure l'equació de la potència del camp de sortida (13) com a:

$$P_o(t) \propto P_i \cos^2\left(\frac{\pi}{V_\pi} \frac{V_d(t)}{2}\right) \quad (77)$$

Normalment es fixa el punt de treball a  $V_b = V_\pi/2$ , i s'intenta que  $V_1 = -V_\pi/2$  i  $V_0 = V_\pi/2$ . En aquest cas, la potència a la sortida serà proporcional a  $P_i$  quan transmetem un 1 i serà 0 quan transmetem un 0.

Cal notar que petites imperfeccions en la fabricació del modulador, així com fluctuacions en el punt de treball  $V_b$  poden fer que la potència a la sortida no correspongui totalment al màxim possible per als 1 i/o que l'extinció de potència quan es transmetin 0 no sigui total. Això ens donarà lloc al que s'anomena relació d'extinció, paràmetre associat als transmissors del qual parlarem més endavant.

### 2.2.2. Recepció: APD

Per contra, a l'altra banda del sistema de transmissió hi tindrem un receptor, que en el cas de la modulació d'intensitat i detecció directa estarà basat en una fotodetecció. A continuació veurem l'exemple d'un receptor de detecció directa basat en un APD.

D'acord amb el que hem vist anteriorment, la probabilitat d'error del senyal depèn del factor Q. Si considerem l'amplificador elèctric amb un guany elevat i un factor de soroll molt més baix que el del mateix fotodetector, aleshores podem assumir que el límit del sistema és donat pel fotodetector i negligir els efectes de l'amplificador elèctric. D'altra banda, en una modulació d'intensitat teòrica, la potència dels 0 és nul·la. Partint d'aquestes hipòtesis, podem reescriure els valors de  $I_1$  i  $I_0$  per al cas de l'APD com a:

$$I_1 = MRP_{r1} = 2MR\bar{P}_r \quad (78)$$

$$I_0 = MRP_{r0} = 0 \quad (79)$$

Noteu que al llarg del temps el senyal òptic fluctua d'acord amb la seqüència de bits. Per tant, fluctua entre  $P_{r0}$  i  $P_{r1}$ . Per a un temps d'observació prou llarg, la potència rebuda haurà estat tantes vegades  $P_{r1}$  com  $P_{r0}$  i, per tant, el seu valor mitjà serà la seva mitjana aritmètica:

#### Lectura de la fórmula (76)

$V_b$ : voltatge constant que ens fixa el punt de treball  
 $V_d(t)$ : tren de polsos elèctric que conté les dades

#### Lectura de la fórmula (77)

$P_o(t) = |E_o(t)|^2$ : potència del camp òptic a la sortida  
 $P_i$ : potència del làser, entrant al modulador, que es considera constant

#### Vegeu també

Tractarem de la relació d'extinció en l'apartat "Penalitzacions i altres sorolls".

#### Lectura de la fórmula (78)

$\bar{P}_r$ : potència òptica mitjana rebuda

$$\bar{P}_r = \frac{P_{r1} + P_{r0}}{2} = \frac{P_{r1} + 0}{2} = \frac{P_{r1}}{2} \quad (80)$$

Dit això, podem escriure les variàncies dels sorolls de cada símbol com a:

$$\sigma_1^2 = \sigma_s^2 + \sigma_t^2 \quad (81)$$

$$\sigma_0^2 = \sigma_t^2 \quad (82)$$

Noteu que el soroll associat als 0 només conté la part del soroll tèrmic del fotodetector, atès que el soroll impulsiu és proporcional a la potència rebuda dels 0, que és nul·la,  $P_{r0} = 0$ .

A partir d'aquí, podem calcular el factor  $Q$  com a:

$$Q = \frac{I_1}{\sigma_1 + \sigma_0} = \frac{2MR\bar{P}_r}{\sqrt{\sigma_s^2 + \sigma_t^2 + \sigma_t^2}} \quad (83)$$

Per tant, es pot resoldre l'equació anterior i obtenir la potència necessària en funció del factor  $Q$ :

$$\bar{P}_r = \frac{Q}{R} (qF_aQB + \frac{\sigma_t}{M}) \quad (84)$$

A partir d'aquí en podem veure dos casos. El primer, quan el sistema està dominat pel soroll tèrmic, el terme que conté  $\sigma_t$  domina i la potència mitjana es pot calcular com a:

$$\bar{P}_r \text{ tèrmic} \simeq \frac{Q\sigma_t}{RM} \quad (85)$$

El segon cas correspondria a quan domina el soroll impulsiu per sobre del tèrmic i la potència mitjana rebuda es pot calcular com a:

$$\bar{P}_r \text{ impulsiu} \simeq \frac{qQ^2F_aB}{R} \quad (86)$$

D'acord amb el que s'ha vist abans,  $F_a$  correspon al factor d'excés de soroll del fotodíode i depèn del seu coeficient d'ionització  $k_a$ , de tal manera que en un pitjor cas  $k_a = 1$  i  $F_a = M$ . Per tant, l'equació (86) es pot reescriure per a aquest cas concret:

$$\bar{P}_r \text{ impulsiu} \simeq \frac{qQ^2MB}{R} \quad (87)$$

#### Lectura de les fórmules (81) i (82)

$\sigma_s^2$ : variància del soroll impulsiu  
 $\sigma_t^2$ : variància del soroll tèrmic

#### Vegeu també

Les variàncies del soroll impulsiu i del soroll tèrmic s'han definit en l'apartat "Fotodetectors"

#### Referència bibliogràfica

G. P. Agrawal (2002). *Fibre-Optic Communication Systems*. J. Wiley.

#### Nota

Estarem parlant del límit quàntic de fotodetecció en cas que només tinguem en compte el soroll impulsiu del detector.

Noteu que les equacions (85) i (87) depenen del guany d'allau  $M$ . Normalment aquest es pot fixar (i optimitzar) a voluntat, variant el voltatge/corrent que fixa el punt de treball del díode. Atès que l'equació (85) és inversament proporcional a  $M$ , mentre que l'equació (87) hi és proporcional; el punt òptim de treball serà quan els dos termes estiguin equilibrats:

$$\bar{P}_r \text{ impulsiu} = \bar{P}_r \text{ tèrmic} \quad (88)$$

Aquesta condició s'obté quan:

$$M = M_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{\sigma_t}{qQB}} \quad (89)$$

I la potència rebuda es calcula com a:

$$\bar{P}_r = 2 \frac{qQ^2 M_{\text{opt}} B}{R} \quad (90)$$

Com a exemple, suposem que tenim un fotodetector APD, amb un soroll tèrmic de  $\sigma_t/B = 11 \text{ nA} / \sqrt{\text{Hz}}$ , responsivitat de  $R = 0,7 \text{ A/W}$  i volem detectar un senyal de 2,5 Gb/s. Teòricament podem assumir que idealment l'amplada de banda del senyal rebut és aproximadament la meitat de la velocitat de bit, fent  $B = 1,25 \text{ GHz}$ . De l'equació (89) en resulta un guany d'allau òptim de  $M_{\text{opt}} = 552$  i una potència rebuda de  $\bar{P}_r = -27 \text{ dBm}$  a  $10^{-10}$  ( $Q = 16,1 \text{ dB}$ ). La resta de valors per a les probabilitats d'error d'interès els podem trobar en la taula 2.

Taula 2. Valors rellevants de  $P_e$  i sensibilitat del receptor òptim (APD) per a una velocitat de bit de 2,5 Gb/s

Probabilitat d'error	Sensibilitat
$10^{-3}$	-28,5 dBm
$10^{-4}$	-28,1 dBm
$10^{-9}$	-27,1 dBm
$10^{-10}$	-27 dBm
$10^{-15}$	-26,5 dBm

Si per comptes d'un detector APD, tinguéssim un detector PIN, l'exemple seria el mateix, però ara amb  $M = 1$ . Així, no es pot balancejar l'efecte del soroll tèrmic amb el soroll impulsiu, i normalment el soroll tèrmic sol ser el dominant. Per tant, podem calcular la potència mitjana rebuda a partir de l'equació (85). Així, podem refer aquest darrer exemple de detecció d'un senyal de 2,5 Gb/s,

per a un fotodetector PIN també amb un soroll tèrmic de  $\sigma_t/B = 11 \text{ nA} / \sqrt{\text{Hz}}$  i responsivitat de  $R = A/W$ . Això ens dóna una potència necessària de +5,5 dBm per a obtenir una probabilitat d'error de  $10^{-10}$ .

### 2.3. Penalitzacions i altres sorolls

El cas que acabem de tractar suposa un exemple teòric de funcionament, però hi ha una serie de deterioraments del senyal i sorolls que afecten la correcta recepció i que tractarem tot seguit. Concretament ens centrarem en els més rellevants: relació d'extinció, soroll d'intensitat i soroll d'amplificació òptica.

#### 2.3.1. Relació d'extinció

Fins ara, hem considerat que la potència dels 0 era nul·la, però en realitat no sol ser així. Normalment, a causa d'imperficcions en els transmissors, se sol tenir una certa potència (petita) en els 0. Com hem dit en l'apartat anterior, en el cas d'un modulador Mach-Zehnder, resulta difícil extingir completament la potència òptica a la sortida, ja que requereix una molt bona estabilitat del senyal elèctric que conté les dades i un control molt precís del punt de treball. Tots dos punts són pràcticament impossibles d'aconseguir i, per tant, presenten una certa potència a la sortida associada als 0.

Així, podem definir la relació d'extinció en recepció com a:

$$r_e = \frac{P_{r1}}{P_{r0}} \quad (91)$$

Per tant, podem refer l'exemple anterior de detecció APD, però tenint en comte el següent:

$$I_1 = MRP_{r1} = 2MR\bar{P}_r \frac{r_e}{r_e + 1} \quad (92)$$

$$I_0 = MRP_{r0} = 2MR\bar{P}_r \frac{1}{r_e + 1} \quad (93)$$

I el valor mitjà de la potència rebuda esdevé:

$$\bar{P}_r = \frac{P_{r1} r_e + 1}{2} = \frac{P_{r0}}{2} (r_e + 1) \quad (94)$$

Noteu que per a aquest cas, els 0 també tenen soroll impulsiu, cosa que fa:

$$\sigma_1^2 = \sigma_{s1}^2 + \sigma_t^2 \quad (95)$$

$$\sigma_0^2 = \sigma_{s0}^2 + \sigma_t^2 \quad (96)$$

Així, podem calcular el factor  $Q$  com a:

$$Q_{RE} = \frac{I_1 - I_0}{\sigma_1 + \sigma_0} = \left(\frac{r_e - 1}{r_e + 1}\right) \frac{2MR\bar{P}_r}{\sigma_1 + \sigma_0} \quad (97)$$

Arribats aquí, cal apuntar que malgrat que el soroll impulsiu dels 0 estigui present, aquest sol ser negligible davant del soroll tèrmic. Per tant, mirant les similituds amb l'apartat anterior, podem escriure el següent:

$$Q_{RE} = Q \left(\frac{r_e - 1}{r_e + 1}\right) \quad (98)$$

Això provoca que per a aconseguir una certa probabilitat d'error calgui més potència òptica a l'entrada. És a dir, es té una certa penalització en potència. El càlcul d'aquesta penalització és molt senzill, atès que el factor  $Q$  és proporcional a la potència mitjana rebuda. Així, el podem expressar com a:

$$P = \frac{\bar{P}_r(r_e)}{\bar{P}_r(1)} = \frac{Q_{RE}}{Q} = \left(\frac{r_e - 1}{r_e + 1}\right) \quad (99)$$

Normalment s'expressa en decibels com a:

$$P(\text{dB}) = 10 \log\left(\frac{r_e - 1}{r_e + 1}\right) \quad (100)$$

Aquesta penalització es pot veure representada gràficament en la figura 19. Fixeu-vos que els 3 dB de penalització estan per als 4,8 dB de relació d'extinció, mentre que el punt d'1 dB de penalització el trobem a 9,5 dB de relació d'extinció. Per tant, per a relacions d'extinció més grans de 9,5 dB tindrem penalitzacions més petites d'1 dB de potència i els seus efectes poden ser pràcticament negligibles davant d'altres degradacions del senyal.

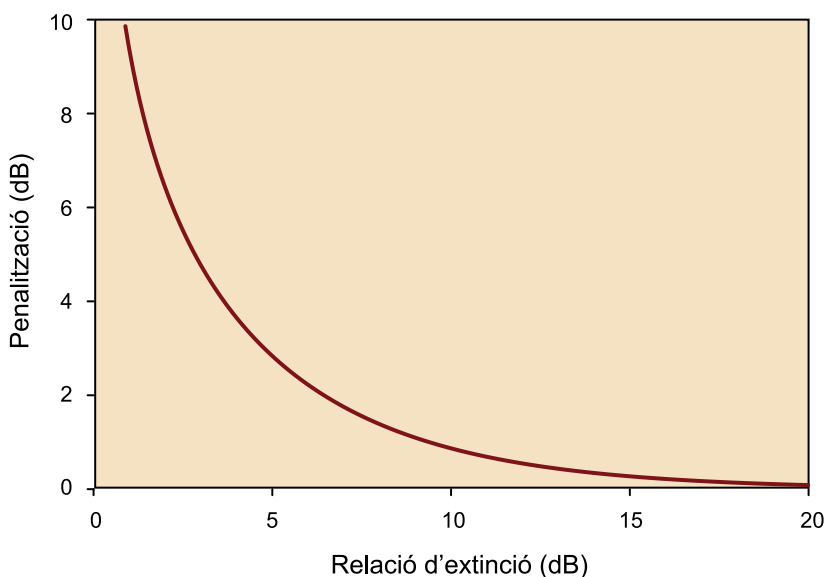


Figura 19. Penalització en presència de relació d'extinció finita.



### 2.3.2. Soroll d'intensitat

L'anàlisi de soroll que hem fet anteriorment constitueix una anàlisi en un marc molt teòric i no s'han considerat les possibles fluctuacions de la potència rebuda. En la pràctica, la llum emesa per qualsevol mena de transmissor té una certa fluctuació, anomenada *soroll d'intensitat*. Així, el fotodetector òptic converteix aquestes fluctuacions de potència en fluctuacions de corrent elèctric. Per tant, les hem de tenir en compte com un soroll més, a part dels sorolls propis del receptor (tèrmic i impulsu). Com a conseqüència, el factor  $Q$  del receptor es degrada d'acord amb aquest soroll i es té una certa penalització de potència.

Una anàlisi exacta resulta bastant complicada i, per aquest motiu, farem una aproximació simple del problema. Així, suposarem que tenim un soroll afegit a la detecció i el tindrem en compte afegint una nova variància  $\sigma_i$  al còmput global pel factor  $Q$ :

$$\sigma^2 = \sigma_s^2 + \sigma_r^2 + \sigma_i^2 \quad (101)$$

On assumim  $\sigma_i = RP_r r_i$ . El paràmetre  $r_i$  no és res més que una mesura del soroll d'intensitat del senyal rebut i es relaciona amb el soroll d'intensitat relatiu (RIN).

$$r_i^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} RIN(\omega) d\omega \quad (102)$$

Per a la majoria de transmissors, típicament  $r_i$  és més petit que 0,01.

Ara podem refer l'exemple de fotodetecció amb APD, suposant també que la potència dels 0 és 0. Això ens dona un factor  $Q$  de:

$$Q = \frac{2MR\bar{P}_r}{\sqrt{\sigma_s^2 + \sigma_r^2 + \sigma_i^2 + \sigma_t^2}} \quad (103)$$

Aquesta equació es pot resoldre de forma similar al cas anterior, i podem reescriure l'equació (84) com a:

$$\bar{P}_r = \frac{1}{1 - r_i^2 Q^2} \frac{Q}{R} (qF_a QB + \frac{\sigma_t}{M}) \quad (104)$$

Per tant, veiem que en cas que tinguem soroll d'intensitat, estarem tenint penalització en potència, que podem escriure com a:

$$P(\text{dB}) = -10 \log(1 - r_i^2 Q^2) \quad (105)$$

#### Referència bibliogràfica

G. P. Agrawal (2002). *Fibre-Optic Communication Systems*. J. Wiley.

#### Lectura de la fórmula (103)

$$\sigma_i = 2R\bar{P}_r r_i$$

Aquesta penalització es pot veure representada gràficament en la figura 20. Com és natural, com més gran sigui la relació d'intensitat  $r_i$ , més petit és el seu impacte en la recepció del senyal.

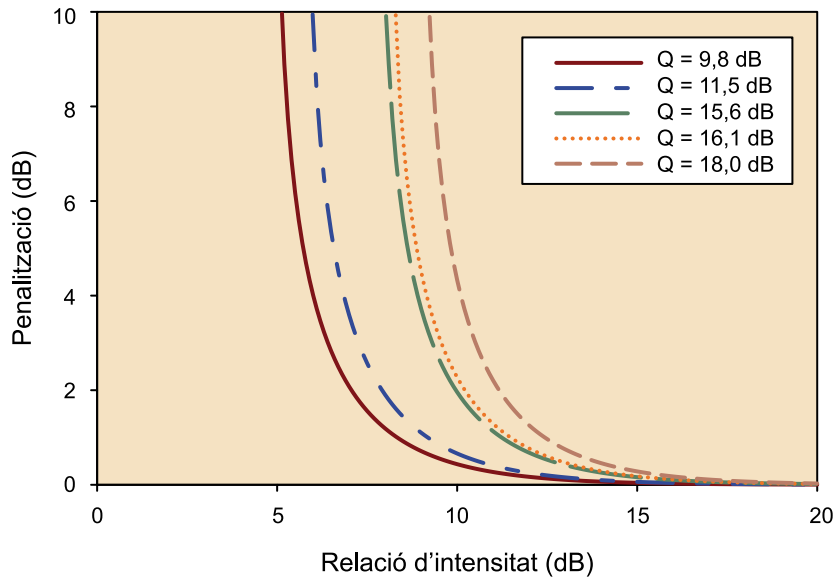


Figura 20. Penalització deguda al soroll d'intensitat per a diversos valors de Q

En la taula 3 es poden veure els valors rellevants de  $r_i$  per tal de tenir una penalització d'1 dB en la potència rebuda. Així, per a la probabilitat d'error més exigent ( $10^{-15}$ ,  $Q = 18,0$  dB), necessitarem  $r_i > 0,056$  per a tenir una penalització en potència rebuda menor d'1 dB.

Taula 3. Valors rellevants de  $P_e$  i valors de la relació d'intensitat necessària per a obtenir 1 dB de penalització en potència a causa del soroll d'intensitat

Probabilitat d'error	$r_i$
$10^{-3}$	0,15
$10^{-4}$	0,12
$10^{-9}$	0,074
$10^{-10}$	0,07
$10^{-15}$	0,056

### 2.3.3. Soroll d'amplificació òptica

Com hem vist abans, a part de donar guany, els amplificadors òptics també afegeixen soroll als senyals transmesos. Tant és així que en xarxes de llarga distància, on tot s'amplifica, aquest n'és l'efecte dominant. Per això ens interessarà tenir una determinada OSNR a l'entrada de la detecció. Seguidament farem el càlcul de la probabilitat d'error en el bit, suposant que el soroll d'amplificació òptica és el dominant.

En la detecció tindrem un senyal òptic que conté les dades amb un cert soroll.

$$I_p(t) = R |E_s(t)|^2 + n(t) = R |E_s(t) + E_n(t)|^2 + n(t) \quad (106)$$

De fet, com hem vist abans, podem suposar que el soroll d'amplificació ens ve de manera isotròpica. És a dir, que arriba al fotodetector en qualsevol estat de polarització. Així  $E_n(t)$  es podrà descompondre en dues components que tingui estats de polarització ortogonals entre si. Per conveniència, direm el següent:

$$E_n(t) = E_{nc}(t) + E_{no}(t) \quad (107)$$

$E_{nc}(t)$  és la component de soroll òptic que rebem en el mateix estat de polarització que  $E_s(t)$  i  $E_{no}(t)$  és la component de soroll òptic que rebem en l'estat de polarització ortogonal a  $E_s(t)$ . És a dir, si  $E_s(t)$  té un estat de polarització lineal vertical,  $E_{nc}(t)$  té el mateix estat, mentre que  $E_{no}(t)$  té un estat de polarització lineal horitzontal.

Per tant, podem expressar el corrent rebut com a:

$$I_p(t) = R |E_s(t) + E_{nc}(t)|^2 + R |E_{no}(t)|^2 + n(t) \quad (108)$$

Aquesta separació és important, perquè només la part de soroll òptic copolaritzada amb  $E_s(t)$  es mescla amb el senyal útil.

Així, podem escriure el corrent després de la fotodetecció com la suma de diverses contribucions:

$$I_p(t) = RP_s(t) + i_{sa}(t) + i_{aa}(t) + n(t) \quad (109)$$

Així,  $i_{sa}(t)$  i  $i_{aa}(t)$  són dos corrents de soroll que fluctuen ràpidament en el temps i, per tant, interessa modelar-los trobant els seus valors mitjans i les seves variàncies. Es pot demostrar que  $i_{sa}$  s'esvaeix i té una mitjana nul·la; mentre  $i_{aa}$  té un cert valor finit corresponent a la potència de soroll a l'entrada del fotodetector. Així podem escriure que els valors mitjans d'aquests corrents corresponen a:

$$\bar{i}_{sa} \simeq 0 \quad (110)$$

$$\bar{i}_{aa} \simeq RP_{ASE} \quad (111)$$

Respecte a les variàncies d'aquests sorolls:

$$\sigma_{sa}^2 = 4R^2 P_s P_{ASE} \frac{B_e}{B_o} \quad (112)$$

**Lectura de la fórmula (106)**

$n(t)$ : soroll de fotodetecció (impulsiu i/o tèrmic)

**Lectura de la fórmula (109)**

$i_{sa}(t)$ : corrent de soroll que conté les interaccions entre soroll òptic i senyal útil

$i_{aa}(t)$ : corrent de soroll que conté la interacció del soroll òptic amb ell mateix.

$$\sigma_{aa}^2 = 4R^2 P_{ASE}^2 \frac{B_e^2}{B_o^2} \left( B_o - \frac{B_e}{2} \right) \quad (113)$$

Així, de manera general, podem escriure la variància de tots els sorolls que afecten la detecció de senyals amplificats:

$$\sigma^2 = \sigma_{sa}^2 + \sigma_{aa}^2 + \sigma_t^2 + \sigma_s^2 \quad (114)$$

Noteu que ara el soroll impulsiu ve amb una contribució addicional, atès que el valor mitjà de  $i_{aa}(t)$  no és nul:

$$\sigma_s^2 = 2qRB_e(P_s + P_{ASE}) \quad (115)$$

Arribats en aquest punt cal dir que la funció densitat de probabilitat del soroll òptic fotodetectat no és gaussiana. De fet, una aproximació més correcta és la d'una variable aleatòria que segueix una  $\chi^2$ , atès que pel fet de fotodetectar estem fent una detecció de potència i, per tant, fem el mòdul al quadrat d'un soroll gaussià. Per això caldria fer servir una forma més complexa per a calcular la probabilitat d'error. Malgrat això, la forma que hem fet servir fins ara (on considerem tots els sorolls gaussians) es pot considerar com un pitjor cas respecte de la  $\chi^2$ , per la qual cosa continuarem fent una anàlisi semblant a les que hem fet fins ara.

Així, continuant amb el càlcul del factor  $Q$ , intervenen ambdues interaccions de soroll òptic i podem escriure les variàncies dels 1 i dels 0:

$$\sigma_1^2 = \sigma_{sa}^2 + \sigma_{aa}^2 + \sigma_t^2 + \sigma_s^2 \quad (116)$$

$$\sigma_0^2 = \sigma_{aa}^2 + \sigma_t^2 \quad (117)$$

En cas que s'estigui limitat pel soroll òptic, les contribucions de  $\sigma_{sa}^2$  i  $\sigma_{aa}^2$  seran molt més grans que la resta, i es podrà aproximar:

$$\sigma_1^2 = \sigma_{sa}^2 + \sigma_{aa}^2 \quad (118)$$

$$\sigma_0^2 = \sigma_{aa}^2 \quad (119)$$

A partir d'aquestes equacions i fent un seguit d'aproximacions, podem trobar que el factor  $Q$  d'un sistema on domina el soroll d'amplificació es pot calcular com a:

$$Q = \frac{2OSNR}{1 + \sqrt{4OSNR + 1}} \sqrt{\frac{B_o}{B_e}} \quad (120)$$

**Lectura de la fórmula  
(114)**

$\sigma_t^2$ : variància del soroll tèrmic  
 $\sigma_s^2$ : variància del soroll impulsiu

I d'aquí es pot estimar la probabilitat d'error. En la figura 21 podem veure la probabilitat d'error en funció de l'OSNR en 0,1 nm per a diverses velocitats de bit comercials. Els valors més rellevants es troben tabulats en la taula 4.

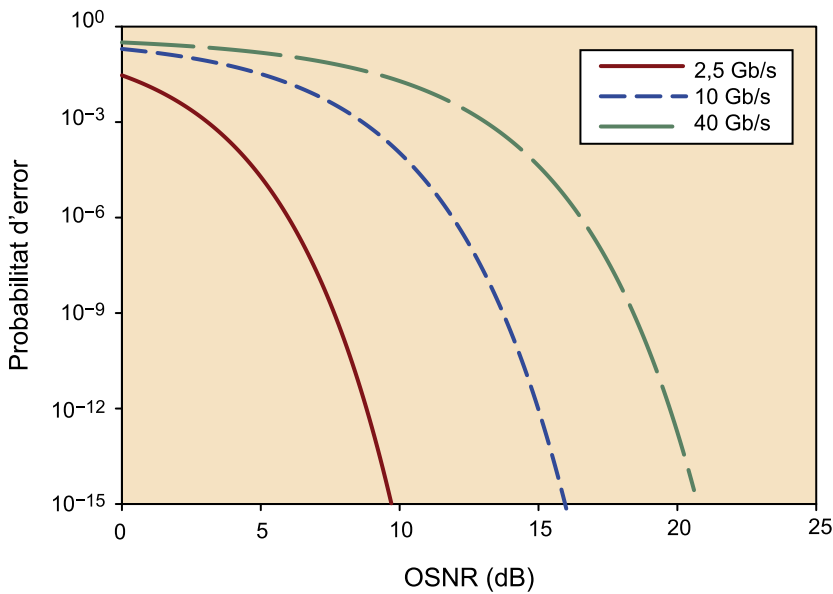


Figura 21. Probabilitat d'error en el bit en funció de la relació senyal-soroll òptica per a diferents velocitats de bit

Taula 4. Valors rellevants de  $P_e$  i valors de l'OSNR necessària per a diferents velocitats comercials

Probabilitat d'error	2.5 Gb/s	10 Gb/s	40 Gb/s
$10^{-3}$	2,9 dB	7,6 dB	13,1 dB
$10^{-4}$	4,1 dB	9 dB	14,5 dB
$10^{-9}$	7,4 dB	12,6 dB	18,4 dB
$10^{-10}$	7,9 dB	13,1 dB	18,9 dB
$10^{-15}$	9,4 dB	14,8 dB	20,7 dB

És important notar que hem considerat el soroll d'amplificació sense parar atenció en com aquest soroll interactua amb els efectes dispersiu i no-lineal que també es tenen quan es propaga un senyal a través d'un enllaç de fibra. En realitat, el soroll d'amplificació es propaga amb el senyal i es veu afectat pels mateixos mecanismes de dispersió i no-linealitat que afecten els senyals òptics.

A més, un punt important és el fet de veure com s'acumula l'OSNR al llarg d'un sistema de transmissió. Com a exemple, veurem com seria aquest efecte en un enllaç de 10 468 Gb/s.

### Exemple: Disseny d'un enllaç de 1.000 km a 10 Gb/s

Podem començar per fixar-nos un valor mínim d'OSNR acumulada. Per a obtenir unes bones prestacions a 10 Gb/s, normalment se sol considerar una probabilitat d'error en recepció de  $10^{-9}$ . En la taula 4 hem vist que necessitem una OSNR mínima de 12,6 dB en 0,1 nm.

Aquí cal afegir-hi fins a 9 dB més per a tenir en compte altres degradacions que ens poden afectar el sistema:

- **Relació d'extinció.** En una modulació real sempre tindrem una relació d'extinció que en els estàndards se sol definir com a més gran de 10 dB. Per tant, en el pitjor cas de relació d'extinció estarem tenint una penalització d'1 dB.
- **Soroll d'intensitat.** En un principi, aquesta mena de sorolls no solen afectar la modulació externa perquè es fan servir làsers d'ona contínua no modulables, que tenen millors prestacions. Malgrat això, deixarem un marge d'1 dB per si de cas.
- **Dispersió i no-linealitats de la fibra.** En un principi la dispersió és un paràmetre que està compensat, sia amb fibra compensadora de dispersió, sia amb compensadors òptics de dispersió. Respecte a les no-linealitats, també es poden trobar compensades òpticament en el node destinació. Amb tot, podem deixar un marge de 2 dB addicionals per a tenir en compte fluctuacions d'aquestes degradacions.
- **Degradacions relacionades amb la polarització.** Malgrat que els efectes de les degradacions relacionades amb la polarització no solen ser el gruix del total en sistemes de detecció directa, també tenen una certa contribució en el sistema. Concretament podem tenir dispersió en el mode de polarització (PMD), dependència en el guany dels amplificadors (PDG) i pèrdues que depenguin de l'estat de polarització (PDL). Per això deixarem un marge addicional d'1 dB.
- **Variacions en la fabricació dels dispositius.** Sempre es poden tenir variacions entre les prestacions dels dispositius reals respecte dels seus fulls d'especificacions i per això se solen deixar 2 dB de marge per a compensar aquest efecte.
- **Envelliment de l'enllaç.** Amb el pas dels anys, un determinat enllaç perd prestacions de funcionament que es poden traduir en unes pèrdues d'OSNR. En general, se solen deixar 2 dB de marge per a aquest terme.

Així, per a tenir en compte tots aquests factors, augmentem l'OSNR objectiu fins als 21,6 dB en 0,1 nm, en comptes dels 12,6 dB inicials.

Dit això podem procedir a veure com seria la resta de l'enllaç. Per començar, podem assumir que en transmissió tenim una potència de sortida de 0 dBm per canal i que operem entorn dels 1.550 nm.

Com que es tracta d'un enllaç de llarga distància, caldrà compensar la dispersió d'alguna manera. La manera més comuna és fent servir fibra compensadora de dispersió. Aquesta mena de fibres compensen de l'ordre de 100 ps/nm-km, mentre que la fibra estàndard introdueix 16 ps/nm-km. Així, trossegem l'enllaç en 10 trossos de 100 km, que hem vist en la figura 9 que podia ser una bona aproximació per a tenir una OSNR relativament bona per a enllaços llargs. Per tant, cada 100 km tindrem una dispersió acumulada d'uns 1.600 ps/nm. Això fa que per a compensar-la ens calguin 16 km de fibra compensadora de dispersió. Noteu que aquests 16 km de fibra compensadora, estaran enrotllats en una bobina i es col·locaran dins d'un armariet on tindrem també l'amplificador òptic.

A cada 100 km d'enllaç tindrem un armariet on hi haurà la fibra compensadora de dispersió i un amplificador òptic. Noteu que les pèrdues que ha de compensar l'amplificador són les de 100 km de fibra estàndard, a més dels 16 km de fibra compensadora de dispersió. Pel que fa a atenuacions, considerarem que la fibra estàndard té 0,25 dB/km, mentre que la fibra compensadora de dispersió atenua a raó de 0,4 dB/km. Així, les pèrdues totals que haurà de compensar l'amplificador òptic seran de 31,4 dB.

Necessitarem, doncs, que els amplificadors òptics de cada armariet ens donin un guany per tal de compensar les pèrdues de 31,4 dB. Aquests amplificadors òptics solen ser EDFA, amb un factor de soroll típic entre els 5 dB i els 6 dB. En el nostre cas considerarem un factor de soroll de 6 dB. Amb això ja tenim tots els paràmetres per a calcular l'OSNR acumulada en l'enllaç a partir de l'equació (47):

- $P_o$  és la potència de sortida del transmissor, 0 dBm

#### Nota

PMD, PDL i PDG són les degradacions més típiques que ens podem trobar que tenen a veure amb l'estat de polarització dels senyals òptics. Els tres són termes abreujats de l'anglès:

- PMD, de *polarization mode dispersion*,
- PDL, de *polarization dependent losses*, i
- PDG, de *polarization dependent gain*.

- $N$  és el nombre de trossos de 100 km,  $N = 10$
- $F_n$  són 6 dB
- $\nu_o$  són 193,5 THz (corresponents als 1.550 nm)
- $L$  són 31,4 dB
- $B_o$  és l'amplada de banda de mesura d'OSNR (12,5 GHz, 0,1 nm)

Fent les operacions obtenim una OSNR acumulada de 10,5 dB, insuficient per a les presenciacions desitjades i, per tant, necessitarem millorar l'OSNR de l'enllaç.

Una manera de millorar l'enllaç és introduir una codificació correctora d'errors. Si codifiquem els bits enviats i hi introduïm una certa redundància, el sistema serà capaç de corregir errors i, per tant, podrem fixar-nos una probabilitat d'error objectiu més baixa i així reduir notablement l'OSNR objectiu. Per a enllaços de llarga distància, es pot fer servir una codificació que permet fixar-nos probabilitats d'error de  $10^{-3}$ , però ens força a incrementar un 7% la velocitat de bit. Això vol dir que per a tenir una velocitat de bit neta de 10 Gb/s, haurem de transmetre a 10,7 Gb/s. Malgrat això, com que l'increment és molt petit, el podem negligir i fer servir el valor d'OSNR de la taula 4 per a 10 Gb/s. Allà hi podem veure que per a una probabilitat d'error de  $10^{-3}$  necessitarem una OSNR de 7,6 dB. Si a aquest valor hi afegim el marge de 9 dB que hem trobat per a tenir en compte les degradacions inherents al sistema, tindrem que ara l'OSNR objectiu és de 16,6 dB. Per tant, encara que tenim una millora de l'OSNR objectiu, no som capaços d'arribar-hi amb l'enllaç que hem dissenyat.

Com hem vist abans, una de les maneres per a millorar l'OSNR acumulada al llarg d'un determinat enllaç és reduir la distància entre amplificadors. Així, si en comptes de distanciar-los 100 km els distanciem 50 km, podem recalculer l'OSNR i veure com millora. Noteu que ara  $N = 20$ ,  $L$  es redueix notablement. Concretament, ara la dispersió acumulada per cada 50 km és de 800 ps/nm i només hem d'introduir 8 km de fibra compensadora de dispersió a cada armariet. Per tant, ara  $L = 15,7$  dB. Si tornem a fer les operacions amb l'equació (47), ens dóna una OSNR de 23,2 dB, amb la qual cosa complim (i sobrepassem) l'objectiu de 21,6 dB que ens havíem fixat inicialment. Com a contrapartida, estarem desplegant el doble d'amplificadors, cosa que no sempre és desitjable des del punt de vista de l'operador perquè eleva els costos de manteniment.

Finalment, una tercera manera de millorar l'enllaç passa per introduir amplificació híbrida Raman-EDFA, en combinació amb abaixar l'OSNR objectiu emprant codis correctors d'errors. Concretament, podem tornar a la distància entre amplificadors de 100 km i per a l'etapa d'amplificació podem emprar l'esquema de bombeig contrapropagant de la figura 13. Tenint en compte això, recalculerem el factor de soroll total d'acord amb l'equació (52).

A tall d'exemple, podem assumir que el bombeig Raman es fixa als 1.450 nm, que dóna 800 mW i que s'acobla a la fibra mitjançant un acoblador 50:50, que ens introdueix unes pèrdues de 3 dB en totes direccions de propagació. Per tant,  $L_R = 3$  dB i la potència neta de bombeig en la fibra estàndard serà de 400 mW. Amb aquesta potència de bombeig, tenint en compte que la fibra estàndard té un coeficient de  $C_R \approx 0,7 \cdot 10^{-3}$  W/m, als 1.550 nm tindrem un guany Raman de 21,3 dB i un factor de soroll de -3,9 dB als 100 km.

Noteu que els 10,1 dB de guany restants per a arribar a compensar les pèrdues de l'enllaç (31,4 dB), els proporciona l'EDFA. Essent el factor de soroll de l'EDFA de 6 dB, tenim tot el necessari per a poder recalculer el factor de soroll total d'acord amb l'equació (52). Trobem que ara és de  $F_n = -3,4$  dB. Seguidament, substituïm aquest valor a l'equació (47), mantenint els valors de  $L = 31,4$  dB i  $N = 10$ . Això ens dóna una OSNR de 16,9 dB, lleugerament per sobre dels 16,6 dB necessaris per a una bona detecció fent servir codis correctors d'errors.

### 3. Sistemes coherents

Fins fa uns anys, les comunicacions òptiques eren, en cert sentit, tan primitives com quan les comunicacions de ràdio empraven els receptors de ràdio galena. La raó era que no hi havia necessitat de recuperar la informació de la fase de la portadora òptica.

En un principi, es va fer molta recerca en sistemes coherents durant els anys vuitanta i principi dels noranta, entenen-los com una manera d'estendre la distància màxima de transmissió, però es va abandonar per les seves limitacions d'índole electrònica i, sobretot, per la irrupció de l'EDFA al començament dels noranta.

Vint anys més tard la tecnologia era ja molt més avançada i la incorporació de sistemes més ràpids de processament del senyal va propiciar que es desenvolupessin molt més ràpidament i s'adoptessin com a estàndard per als sistemes de comunicacions a 100 Gb/s.

Els sistemes coherents presenten molts avantatges respecte als sistemes convencionals de detecció directa gràcies a la seva selectivitat en freqüència i baixa sensibilitat. Així, quan s'empra un receptor coherent en un entorn WDM, la selecció del canal es pot fer després de la fotodetecció, és a dir, es faria amb un filtre elèctric per comptes d'un filtre òptic, fent que la selectivitat en freqüència fos definida per les prestacions d'aquest filtre.

Respecte a la sensibilitat, la recepció coherent fa possible l'ús de formats de modulació com el PSK o el QAM. Aquesta és la raó per la qual es pot millorar la sensibilitat de 10 dB a 25 dB en comparació amb sistemes IM/DD.

Taula 5. Formats de modulació bàsics i les seves diferències en SNR

	IM-DD	Heterodina		Homodina	
		ASK	PSK	ASK	PSK
IM-DD		10/25 dB	16/31 dB	13/28 dB	19/34 dB
ASK Het.	-10/-25 dB		6 dB	3 dB	9 dB
PSK Het.	-16/-31 dB	-6 dB		3 dB	3 dB
ASK Hom.	-13/-28 dB	-3 dB	-3 dB		6 dB
PSK Hom.	-19/-34 dB	-9 dB	-3 dB	-6 dB	

#### Referència bibliogràfica

John M. Senior (1985). *Optical fiber communications. Principles and practice*. Prentice Hall.



### 3.1. Sistema ideal

La principal diferència entre la detecció directa i els sistemes coherents és que el senyal rebut es mescla amb un làser local de referència. Aquesta mescla idealment es realitza en un acoblador i la combinació de tots dos senyals es fotodetecta tot seguit. Això es pot veure en la figura 22. Així, el corrent després de la fotodetecció  $I_p(t)$  conté tota la informació del camp òptic rebut.

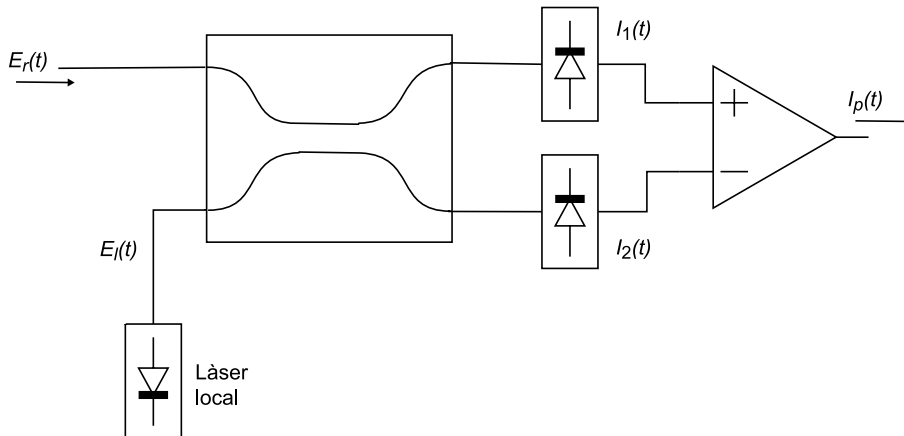


Figura 22. Receptor coherent utilitzant fotodetecció balancejada

Formalment, un senyal òptic entrant en el receptor de l'esquema de la figura 22 el podem expressar com a:

$$E_r(t) = \sqrt{P_r} \exp j(\omega_r t + \phi_r(t)) \quad (121)$$

De la mateixa manera podem expressar el camp corresponent a l'oscil·lador local com a:

$$E_l(t) = \sqrt{P_l} \exp j(\omega_l t + \phi_l(t)) \quad (122)$$

Com a conveni, s'assumeix que l'acoblador òptic presenta la matriu de transferència següent:

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (123)$$

Per tant, els corrents resultants  $I_1(t)$ ,  $I_2(t)$  a la sortida del fotodetector es poden expressar com a:

$$I_1(t) = R \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (E_r(t) + E_l(t)) \right|^2 \quad (124)$$

$$= \frac{R}{2} (P_r + P_l) + R \sqrt{P_r P_l} \cos(\Delta\omega t + \phi_r(t) - \phi_l(t)) \quad (125)$$

**Lectura de la fórmula (121)**

$E_r(t)$ : camp òptic rebut  
 $P_r$ : potència del senyal rebut  
 $\phi_r(t)$ : fase d'aquest senyal  
 $\omega_r$ : freqüència corresponent a la longitud d'ona nominal

**Lectura de la fórmula (122)**

$E_l(t)$ : camp òptic de l'oscil·lador local  
 $P_l$ : potència  
 $\phi_l(t)$ : fase  
 $\omega_l$ : freqüència

**Lectura de les fórmules (124)-(127)**

$R$ : responsivitat del fotodíode  
 $\Delta\omega = \omega_r - \omega_l$ : diferència de freqüències entre oscil·lador local i senyal rebut

$$I_2(t) = R \left| \frac{1}{2} (E_r(t) - E_l(t)) \right|^2 \quad (126)$$

$$= \frac{R}{2} (P_r + P_l) - R \sqrt{P_r P_l} \cos(\Delta\omega t + \phi_r(t) - \phi_l(t)) \quad (127)$$

Així, el corrent després del detector balancejat,  $I_p(t)$  es pot escriure com a:

$$I_p(t) = I_1(t) - I_2(t) \quad (128)$$

$$= 2R \sqrt{P_r P_l} \cos(\Delta\omega t + \phi_r(t) - \phi_l(t)) \quad (129)$$

Veiem, doncs, que a la sortida de la fotodetecció s'obté un senyal elèctric que conté les informacions de potència, freqüència i fase combinades entre el senyal rebut i l'oscil·lador local, utilitzat com a referència.

Si ens fixem en la diferència de freqüències  $\Delta\omega$ , podem classificar els sistemes coherents en dos tipus, heterodí i homodí.

### 3.1.1. Sistemes heterodins

En els sistemes heterodins, el senyal rebut es baixa a una freqüència intermèdia ( $\Delta\omega > 0$ ), típicament més alta que la velocitat de símbol del senyal rebut. Després, en un segon pas, aquest senyal a freqüència intermèdia es condiciona i es mescla amb un oscil·lador elèctric. Aquesta darrera mescla permet el trasllat a banda base del senyal rebut. Dins del condicionament del senyal de freqüència intermèdia s'inclou la sincronització i el filtratge passabanda, per la qual cosa aquest esquema és molt semblant al que s'utilitza en radiocomunicacions. Amb tot i això presenta una sèrie d'inconvenients:

- La freqüència intermèdia sol ser molt alta i limita la funcionalitat de l'electrònica associada.
- Es dobla l'espectre elèctric, per la qual cosa es té una penalització de 3 dB en termes de potència. Això es pot veure en la figura 23.
- En cas d'estar en un entorn multicanal, caldria un filtre òptic addicional per tal d'evitar problemes amb la freqüència imatge.

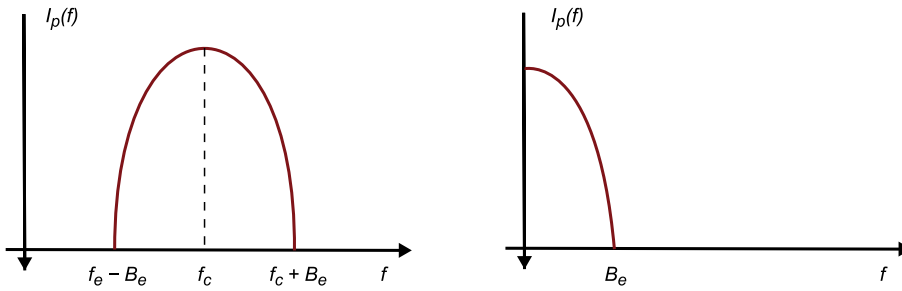


Figura 23. Comparació entre els espectres elèctrics homodins i heterodins just després de la fotodetecció

En la figura 24 podeu veure un esquema típic de detecció heterodina. Com abans,  $I_p(t)$  és el corrent resultant de la fotodetecció, però amb un trasllat a una freqüència intermèdia coneguda:

$$I_p(t) = 2R\sqrt{P_r P_l} \cos(2\pi f_c t + \phi_r(t) - \phi_l(t)) \quad (130)$$

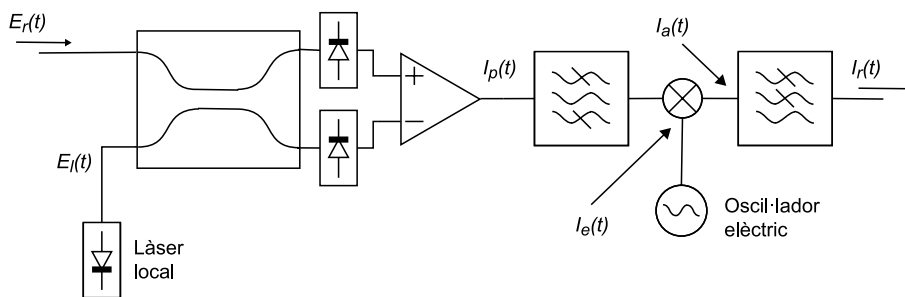


Figura 24. Receptor heterodí amb fotodetecció balancejada.

**Lectura de la fórmula (130)**

S'ha tingut en compte que  $\Delta\omega = 2\pi f_c$ , essent  $f_c$  la freqüència intermèdia.

Just després de la fotodetecció es fa un filtratge passabanda per a reduir el soroll i quedar-nos només amb el senyal útil. Seguidament es fa la mescla amb el senyal  $I_d(t)$ , provinent d'un oscil·lador elèctric:

$$I_d(t) = A \cos(2\pi f_c t) \quad (131)$$

I el resultat és:

$$\begin{aligned} I_d(t) &= 2R\sqrt{P_r P_l} A \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t + \phi_r(t) - \phi_l(t)) = \\ &= R\sqrt{P_r P_l} A [\cos(\phi_r(t) - \phi_l(t)) + \cos(4\pi f_c t + \phi_r(t) - \phi_l(t))] \end{aligned} \quad (132)$$

Així,  $I_d(t)$  es passa per un filtre passabaix per a rebutjar el terme a freqüència doble ( $2f_c$ ). El resultat,  $I_r(t)$ , el podem escriure com a:

$$I_r(t) = R\sqrt{P_r P_l} A \cos(\phi_r(t) - \phi_l(t)) \quad (133)$$

Com a detall, cal notar que per a construir un receptor heterodí, cal dissenyar molt bé la freqüència intermèdia  $f_c$ . D'acord amb la figura 23, i tenint en compte que cal fer la baixada de freqüència correctament, interessarà que sigui almenys dues vegades l'amplada de banda del senyal  $I_r(t)$ . Per exemple, per

**Nota**

BPSK és l'abreviatura de la forma anglesa *binary phase shift keying*.

a un senyal BPSK de 10 Gb/s, es pot considerar una amplada de banda de 3 dB de 7,5 GHz, i es necessita treballar a una freqüència intermèdia d'almenys 15 GHz.

### Exemple: Detecció d'un senyal BPSK

A tall d'exemple veurem com seria la detecció heterodina d'un senyal BPSK.

Per al BPSK, els bits es codifiquen en dos símbols diferents: 0 i  $\pi$ . Així, les components  $I$  i  $Q$  del senyal codificat seran tal com es presenten en la figura 25. Cal notar que per al receptor proposat, la recepció es fa sobre l'eix real (component  $I$ ).

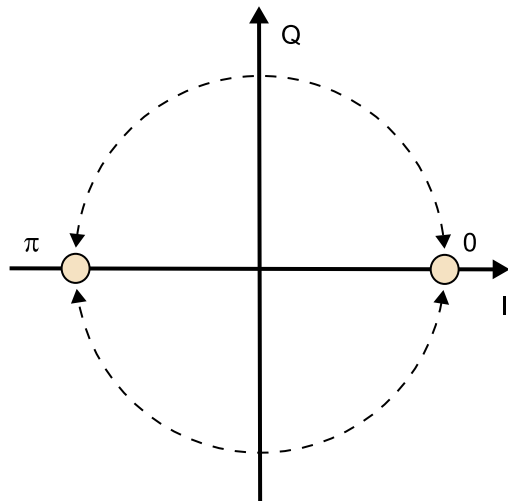


Figura 25. Representació de la constel·lació BPSK en el pla IQ

Formalment, això vol dir que, si no hi ha errors de fase,  $\phi_r(t) - \phi_l(t) = d(t)$ , on  $d(t)$  val 0 o  $\pi$  depenent dels bits transmesos. Per exemple, podem suposar que  $d(t)$  val 0 per als 0 i  $\pi$  per als 1.

El senyal fotodetectat després de la detecció balancejada,  $I_p(t)$  passa per l'etapa de freqüència intermèdia i es baixa a banda base obtenint el senyal  $I_r(t)$ . Aquest es filtra passa-baix per un filtre adaptat i després entra en un bloc de mostreig i decisió. Així, la decisió es realitza quan  $I_r(t)$  s'ha filtrat. De moment, assumim que el corrent de detecció  $I_p(t)$  només fluctua pels sorolls impulsiu i tèrmic. Així, podem reescriure  $I_p(t)$ , ara amb un cert soroll  $n(t)$ :

$$I_p(t) = 2R\sqrt{P_r P_l} \cos(2\pi f_c t + d(t)) + n(t) \quad (134)$$

La variància de les fluctuacions de corrent  $n(t)$  es pot obtenir d'acord amb el que hem vist abans:

$$\sigma^2 = \sigma_s^2 + \sigma_l^2 \quad (135)$$

$$\sigma_s^2 = 2q(R(P_r + P_l) + I_d)B \quad (136)$$

$$\sigma_l^2 = \frac{4KTBF_n}{r_l} \quad (137)$$

### Lectura de la fórmula (136) i (137)

$I_d$ : corrent de foscó del fotodiode

$q$ : càrrega de l'electró

$B$ : amplada de banda elèctric

### Referència bibliogràfica

J. G. Proakis (2001). *Digital Communications*. McGraw-Hill.

$K$ : constant de Boltzmann

$T$ : temperatura

$F_n$ : factor de soroll de la part elèctrica del receptor

$r_l$ : impedància de la part elèctrica.

Noteu que hem assumit fotodetectors PIN i no APD. La raó és que en la detecció coherent, la potència necessària per a detectar bé el senyals rebuts depèn més de la potència de l'oscil·lador local que no pas del guany dels fotodetectors; per la qual cosa, l'increment de guany pel fet d'emprar fotodetectors APD no és notable, si bé per contra són més cars.

D'aquí podem seguir els passos anteriors i obtenir  $I_r(t)$ :

$$I_r(t) = R\sqrt{P_r P_l} A \cos(\phi_r(t) - \phi_l(t)) + \frac{A}{2} n(t) \quad (138)$$

A partir d'aquí, podem expressar el corrent dels 0 i dels 1, de manera similar a com ho hem fet abans:

$$I_1 = -R\sqrt{P_r P_l} A \quad (139)$$

$$I_0 = R\sqrt{P_r P_l} A \quad (140)$$

De la mateixa manera, podem escriure també la variància del soroll dels 1 i dels 0:

$$\sigma_1^2 = \sigma_0^2 = \frac{A^2}{4} \sigma^2 \quad (141)$$

A partir d'aquest model, podem calcular la relació senyal-soroll (SNR) com la divisió entre la potència mitjana del senyal i la potència mitjana del soroll:

$$\text{SNR} = \frac{\langle I \rangle^2}{\sigma^2} \quad (142)$$

$$= \frac{4R^2 P_r P_l}{2q(R(P_r + P_l) + I_d)B + \frac{4KT F_n B}{r_l}} \quad (143)$$

### Nota

SNR és l'abreviatura més comuna per a referir-nos a la relació senyal útil a soroll. Prové de l'anglès *signal to noise ratio*.

Noteu que en l'equació anterior hem assumit que la contribució més gran de soroll prové del fotodíode, encara que sigui el soroll tèrmic. Aquest soroll també es baixa de  $f_c$  a banda base mitjançant la multiplicació per  $I_d(t)$ . Per tant, malgrat que  $I_r(t)$  depengui de l'amplitud de  $I_d(t)$ , la relació senyal-soroll no en depèn.

És important veure que com que les contribucions de soroll provenen del fotodíode, que és quan el senyal encara està centrat a  $f_c$ ,  $B$  és el doble de l'amplada de banda del senyal de banda base.

Noteu també que hem definit l'SNR a la nostra conveniència, de manera que l'SNR sigui fàcilment relacionable amb el factor  $Q$  definit abans, fent  $\text{SNR} = Q^2$ .

Assumint que els símbols són equiprobables, la probabilitat d'error en el bit es pot calcular com a:

$$P_e = \frac{1}{2}[P(01\pi) + P(\pi10)] \quad (144)$$

**Lectura de la fórmula (144)**

$P(0|π)$ : probabilitat de decidir 0 quan es rep  $π$

$P(π|0)$ : és la probabilitat de decidir  $π$  quan rebem 0

Com es pot veure en la figura 25, l'únic canvi entre 0 i  $π$  es troba en l'eix real i mantenint el mòdul del fasor constant. Així, el llindar de decisió òptim se situa en el punt de  $I_T(t) = 0$ . Simplificant el desenvolupament i assumint que l'estadística del soroll és gaussiana, les probabilitats condicionades es poden escriure com a:

$$P(0|π) = P(π|0) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\text{SNR}}{2}}\right) \quad (145)$$

Per tant, la probabilitat d'error en el bit  $P_e$  es pot calcular com a:

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\text{SNR}}{2}}\right) \quad (146)$$

En la figura 26 podeu veure com la probabilitat d'error varia amb l'SNR. Normalment, la sensibilitat del receptor se sol donar sobre la base d'una probabilitat d'error determinada. Així, per a una probabilitat d'error de  $P_e = 10^{-9}$ , la sensibilitat serà aquella potència  $P_T$  que correspongui a una SNR de 15,6 dB. Els valors rellevants d'SNR i les corresponents probabilitats d'error els podeu veure tabulats en la taula 6.

Taula 6. Valors rellevants de  $P_e$  i SNR

Probabilitat d'error	SNR
$10^{-3}$	9,8 dB
$10^{-4}$	11,5 dB
$10^{-9}$	15,6 dB
$10^{-10}$	16,1 dB
$10^{-15}$	18,0 dB

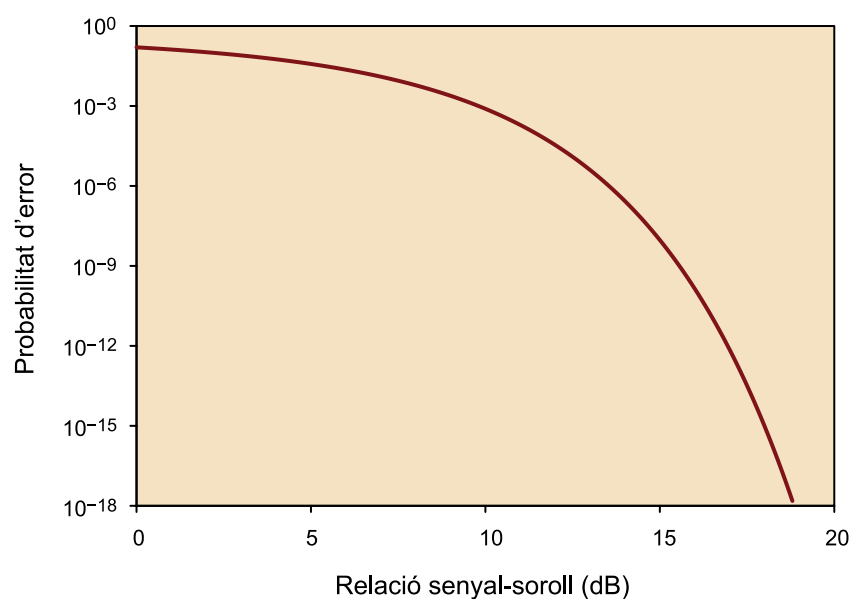


Figura 26. Probabilitat d'error en el bit per a un senyal BPSK en funció de la relació senyal-soroll

### 3.1.2. Sistemes homodins

A primera vista, una simplificació dels sistemes heterodins són els sistemes homodins, en què la freqüència intermèdia és nul·la. Això evita el fet d'utilitzar components electrònics de molt alta freqüència, els problemes de freqüència imatge i la penalització de 3 dB deguda al fet de tenir el doble d'amplada de banda després de fotodetecció. Amb tot i això presenta altres problemes relacionats amb el fet d'haver de sincronitzar el làser local amb el senyal rebut:

- El soroll de fase dels làsers té un gran impacte en les prestacions del sistema.
- El laç del control de sincronització sol presentar un gran retard respecte a la velocitat de bit, per la qual cosa en penalitza la recepció.

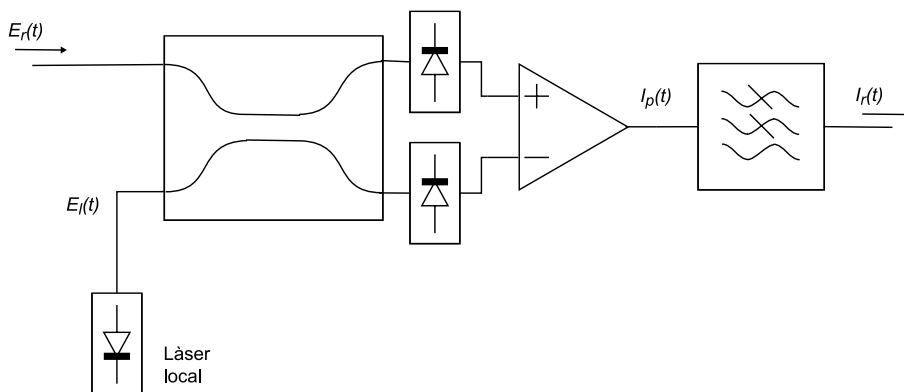


Figura 27. Receptor coherent homodí amb fotodetecció balancejada

Els sistemes òptics homodins van ser introduïts durant els anys vuitanta, quan un dels principals camps de recerca era el dels sistemes òptics coherents. Per tal de sincronitzar el làser local amb el senyal rebut, s'utilitzava un mòdul optoelectrònic d'enganxament de fase en forma de laç. El problema que tenia aquest sistema és que el camí òptic introduïa un retard no negligible en el laç, cosa que es traduïa en una penalització significativa. Per tal d'evitar-la era necessari fer servir làsers de molt poca amplada de línia.

En la figura 27 podeu veure un esquema típic de sistema òptic homodí. Bàsicament és el mateix que l'heterodí, però amb la diferència que s'ha suprimit l'etapa de freqüència intermèdia. Així,  $I_r(t)$  és el mateix que  $I_p(t)$ , però un cop s'ha passat pel filtre adaptat. Formalment podem expressar  $I_p(t)$  de manera semblant al cas del receptor heterodí:

$$I_p(t) = 2R\sqrt{P_r P_l} \cos(\phi_r(t) - \phi_l(t)) \quad (147)$$

#### Exemple: Detecció d'un senyal PSK

En aquest cas, podem seguir amb l'exemple anterior de la detecció del senyal BPSK i veure com seria. De fet, com en el cas anterior, podem fer que  $\phi_r(t) - \phi_l(t) = d(t)$ , i reescriure els corrents dels 1 i dels 0 com a:

#### Nota

Aquesta mena de laços es coneixen com a *llaços d'enganxament de fase òptics*, en anglès *optical phase-locked loops*.

$$I_1 = -2R\sqrt{P_r P_l} \quad (148)$$

$$I_0 = 2R\sqrt{P_r P_l} \quad (149)$$

De la mateixa manera podem escriure també la variància del soroll dels 1 i dels 0:

$$\sigma_1^2 = \sigma_0^2 = \sigma^2 = \sigma_s^2 + \sigma_t^2 \quad (150)$$

Així, podem veure que l'expressió de l'SNR no varia i torna a ser:

$$\text{SNR} = \frac{4R^2 P_r P_l}{2q(R(P_r + P_l) + I_d)B + \frac{4KTF_n B}{r_l}} \quad (151)$$

Això sí, és important notar que en aquest cas  $B$  és directament l'amplada de banda del senyal en banda base, per la qual cosa estem obtenint un increment d'SNR de 3 dB. Dit d'una altra manera, en termes de probabilitat d'error i d'acord amb les hipòtesis que assumim, un sistema BPSK heterodí de 10 Gb/s es comporta igual que un sistema BPSK homodí de 20 Gb/s.

### 3.1.3. Diversitat de fase

Un altre sistema, a mig camí entre els heterodins i els homodins, va venir més tard, explotant el tema de la diversitat de fase. L'objectiu principal d'aquests sistemes és intentar obtenir una recepció amb els avantatges dels sistemes homodins, però evitant el problemàtic llaç d'enganxament de fase. Així, es fixa una freqüència intermèdia  $\Delta\omega \approx 0$  i es deixa que la sincronització entre el làser local i la portadora del senyal rebut es faci en un postprocessament del senyal. Per tant, s'empra un làser com a oscil·lador local sense un control estricte de fase reduint-ne la complexitat de la circuiteria electrònica associada.

L'esquema d'aquests tipus de receptors el podeu veure en la figura 28. Bàsicament consta d'un híbrid òptic de  $90^\circ$  que proporciona les combinacions adients entre senyal rebut i làser local per a poder obtenir les components  $I$  i  $Q$  de les mescles després de la fotodetecció.



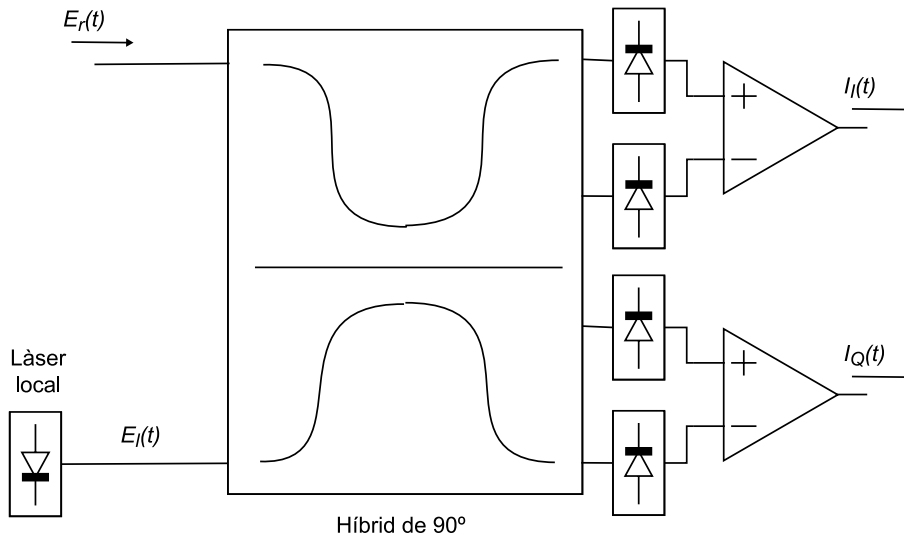


Figura 28. Esquema d'un capçal amb diversitat de fase

Com hem vist abans, l'híbrid té una funció de transferència que es pot descriure com a:

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \sqrt{1-k} & \sqrt{k} \\ \sqrt{1-k} & -\sqrt{k} \\ \sqrt{k} & j\sqrt{1-k} \\ \sqrt{k} & -j\sqrt{1-k} \end{bmatrix} \quad (152)$$

**Lectura de la fórmula (152)**

*k*: idealment 1/2

Per tant, els camps a les sortides de l'híbrid (i a l'entrada de cada fotodetector) es poden calcular a partir de la combinació:

$$\begin{bmatrix} E_{I1}(t) \\ E_{I2}(t) \\ E_{Q1}(t) \\ E_{Q2}(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \sqrt{1-k} & \sqrt{k} \\ \sqrt{1-k} & -\sqrt{k} \\ \sqrt{k} & j\sqrt{1-k} \\ \sqrt{k} & -j\sqrt{1-k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_r(t) \\ E_l(t) \end{bmatrix} \quad (153)$$

Això ens dona les combinacions següents per a ser fotodetectades:

$$E_{I1}(t) = E_r(t)\sqrt{\frac{1-k}{2}} + E_l(t)\sqrt{\frac{k}{2}} \quad (154)$$

$$E_{I2}(t) = E_r(t)\sqrt{\frac{1-k}{2}} - E_l(t)\sqrt{\frac{k}{2}} \quad (155)$$

$$E_{Q1}(t) = E_r(t)\sqrt{\frac{k}{2}} + jE_l(t)\sqrt{\frac{1-k}{2}} \quad (156)$$

$$E_{Q2}(t) = E_r(t)\sqrt{\frac{k}{2}} - jE_l(t)\sqrt{\frac{1-k}{2}} \quad (157)$$

Així, els corrents de cada fotodetector els podem expressar com a:

$$I_{I1}(t) = R |E_{I1}(t)|^2 = \frac{R}{2}((1-k)P_r + kP_l) + R\sqrt{k(1-k)P_rP_l} \cos(\Delta\omega t + \phi_e(t)) \quad (158)$$

**Lectura de les fórmules  
(158)-(161)**

$$I_{I2}(t) = R |E_{I2}(t)|^2 = \frac{R}{2}((1-k)P_r + kP_l) - R\sqrt{k(1-k)P_rP_l} \cos(\Delta\omega t + \phi_e(t)) \quad (159)$$

$$\phi_e(t) = \phi_r(t) - \phi_l(t)$$

$$I_{Q1}(t) = R |E_{Q1}(t)|^2 = \frac{R}{2}(kP_r + (1-k)P_l) + R\sqrt{k(1-k)P_rP_l} \sin(\Delta\omega t + \phi_e(t)) \quad (160)$$

$$I_{Q2}(t) = R |E_{Q2}(t)|^2 = \frac{R}{2}(kP_r + (1-k)P_l) - R\sqrt{k(1-k)P_rP_l} \sin(\Delta\omega t + \phi_e(t)) \quad (161)$$

Finalment, podem trobar els corrents a la sortida de cada detector balancejat, que ens dona les components  $I$  i  $Q$  del senyal rebut:

$$I_I(t) = I_{I1}(t) - I_{I2}(t) \quad (162)$$

$$= 2R\sqrt{k(1-k)P_rP_l} \cos(\Delta\omega t + \phi_e(t)) \quad (163)$$

$$I_Q(t) = I_{Q1}(t) - I_{Q2}(t) \quad (164)$$

$$= 2R\sqrt{k(1-k)P_rP_l} \sin(\Delta\omega t + \phi_e(t)) \quad (165)$$

Per a simplificar, podem particularitzar a  $k = 1/2$  i  $\Delta\omega t \simeq 0$ , obtenint:

$$I_I(t) = R\sqrt{P_rP_l} \cos(\phi_e(t)) \quad (166)$$

$$I_Q(t) = R\sqrt{P_rP_l} \sin(\phi_e(t)) \quad (167)$$

A partir d'aquí, és molt senzill obtenir una estimació del camp òptic rebut tenint compte també al làser local:

$$\hat{S}(t) = R\sqrt{P_rP_l} \exp(j\phi_e(t)) \quad (168)$$

Com hem dit, en un bloc de post-processament es fa una estimació de la fase del senyal rebut, i una posterior compensació del deteriorament del senyal òptic, mitjançant processament electrònic i/o digital del senyal. Per tant, per aconseguir un funcionament correctament, cal poder obtenir les components  $I$  i  $Q$  de la combinació entre el senyal rebut i l'oscil·lador local.

### Exemple: Detecció d'un senyal PSK

A partir de l'equació (168), resulta molt directa la detecció de qualsevol modulació complexa. En cas d'assumir un soroll en fotodetecció, reescrivim l'equació (168) com a:

$$\hat{S}(t) = R\sqrt{P_rP_l} \exp(j\phi_e(t)) + n(t) \quad (169)$$

$n(t) = n_I(t) + jn_Q(t)$  és un procés complex que ens afegeix soroll. De fet, les components real ( $n_I(t)$ ) i imaginària ( $n_Q(t)$ ) d'aquest soroll es corresponen als sorolls impulsiu i tèrmic dels fotodetectors dels detectors balancejats de cadascuna de les components.

Ara bé, si considerem que  $\phi_c(t) = d(t)$  no conté cap soroll i només conté les dades (com en els casos anteriors), només hem de tenir en compte la component real ( $I$ ), per la qual cosa podem expressar la relació senyal-soroll tenint en compte només la contribució  $I_I(t)$ :

$$\text{SNR} = \frac{R^2 P_r P_l}{2qR\left(\frac{P_r + P_l}{2}\right) + I_d)B + \frac{4KTF_n B}{r_l}} \quad (170)$$

Noteu que ara l'SNR resulta un pèl diferent de la del cas homodí. Això és degut al fet que, encara que els fotodetectors s'han assumit iguals entre si i iguals que per al cas anterior, la potència òptica que arriba a cada fotodetector és la quarta part per les pèrdues que introdueix l'híbrid de 90°.

Així, en cas que predomini el soroll tèrmic per sobre del soroll impulsiu, estarem tenint unes pèrdues de 6 dB respecte del cas homodí.

### 3.2. Esquemes de modulació i recepció

Aquí presentarem i analitzarem un cas més pràctic dels sistemes coherents: el QPSK multiplexat en polarització. Aquest sistema és el que s'utilitza com a estàndard per a la transmissió de 40 Gb/s i 100 Gb/s. Per al cas de 40 Gb/s també està estandarditzada la implementació amb la modulació d'intensitat i detecció directa.

Com que l'amplada de banda dels components electrònics és limitada, des dels ens d'estandardització s'ha optat per apostar per la multiplexació en polarització, transmetent en dos estats de polarització ortogonals. Així, juntament amb el fet d'emprar el QPSK, modulació que permet 2 bits per símbol, es redueix l'amplada de banda necessària en un factor de 4.

#### 3.2.1. Transmissió d'un sistema QPSK multiplexat en polarització

Es tracta de realitzar una modulació de fase a quatre nivells, en dues polaritzacions ortogonals. La constel·lació emprada es pot veure en la figura 29. Normalment les polaritzacions que es fan servir són horitzontal i vertical (H i V), per simplicitat a l'hora d'implementar-les.

#### Nota

Amb QPSK ens referim a la modulació de fase en quadratura, on l'espai de fase es divideix en quatre possibles estats per a poder contenir els símbols. L'abreviatura QPSK prové del terme anglès *quadrature phase shift keying*.

#### Vegeu també

Per a seguir correctament els apartats següents recomanem que es faci una lectura de l'annex, on s'expliquen els conceptes bàsics de polarització de la llum i el seu tractament.

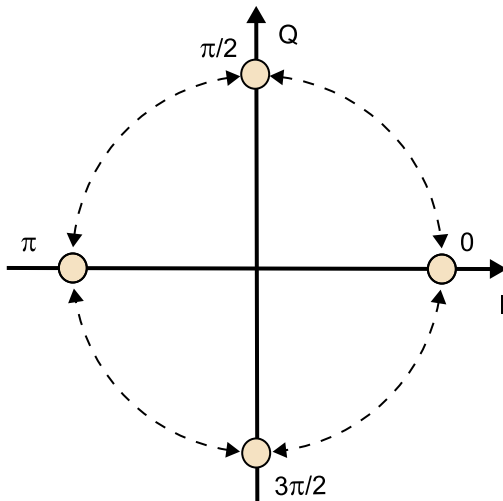


Figura 29. Representació de la constel·lació QPSK en el pla IQ

En la figura 30 es pot veure un esquema d'implementació. Allà, un làser, convenientment polaritzat a  $+45^\circ$ , dóna un feix de llum que es descompon en dos mitjançant un divisor de polarització (PBS). Cadascun d'ells té estats de polarització ortogonals (horitzontal i vertical). Seguidament, cada feix passa a través d'un modulador IQ, on s'implementa la constel·lació QPSK.

Noteu que es fa servir un combinador de polarització (PBC) per a combinar les dues sortides. Idealment, amb un acoblador se'n faria prou per a combinar els dos senyals. Però a la pràctica, els divisors de polarització tenen una certa diafonia entre sortides, cosa que provoca que cadascuna de les sortides dels moduladors IQ tinguin una petita contribució en l'estat de polarització que no toca. Per exemple, en la branca H es tindrien també dades modulades en la component V, encara que fos a 20 dB per sota. Així, per tal de minimitzar aquest problema, es posa un combinador de polarització per tal de combinar les sortides dels moduladors dels estats H i V.

### 3.2.2. Recepció d'un sistema QPSK multiplexat en polarització amb diversitat de fase i polarització

Un dels motius per a apostar pels sistemes de diversitat del qual no s'ha parlat fins ara és el fet que en la recepció coherent també es depèn de l'estat de polarització. Així, per a una combinació òptima, els estats de polarització tant del senyal rebut com de l'oscil·lador local han de ser el mateix.

Per això s'empra un esquema amb diversitat de polarització que de passada també permet una recepció de senyal multiplexat en polarització perquè que es pot recuperar l'estat de polarització del senyal rebut. Amb tot i això, quan s'implementa la diversitat de polarització, el capçal receptor es torna notablement més complex. En la figura 31 podem veure aquest esquema. Bàsicament es tracta de dos receptors de diversitat de fase, combinats adientment amb uns divisors de polarització. Seguidament farem una anàlisi de com interactuen els senyals òptics i elèctrics en aquesta mena de receptors.

#### Nota

Amb les abreviatures PBS i PBC ens referim als divisors i combinadors de polarització, dispositius capaços de dividir/combinar el senyal en les seves components d'estats de polarització ortogonals. PBC prové de l'anglès *polarization beam combiner* i PBS, de *polarization beam splitter*.

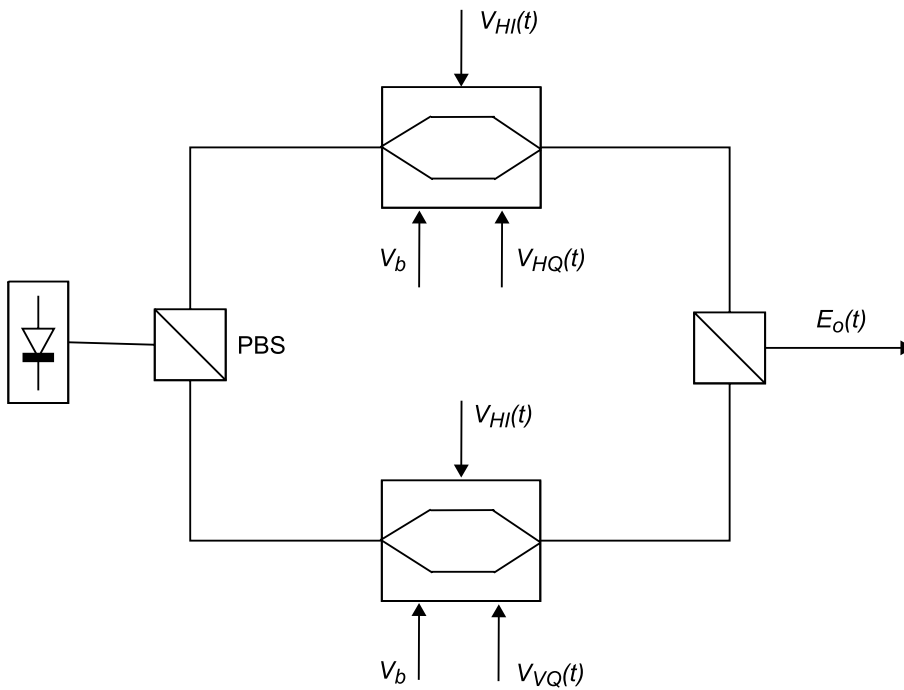


Figura 30. Esquema d'un transmissor QPSK amb multiplexat de polarització

Primer veurem el senyal rebut que, en general, podem expressar en termes d'un vector de Jones:

$$\vec{E}_r(t) = \begin{bmatrix} E_{Hr}(t) \\ E_{Vr}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{P_r} \cos(\varphi_r) \exp(\omega_r t + \phi_{rH}(t)) \\ \sqrt{P_r} \sin(\varphi_r) \exp(\omega_r t + \phi_{rV}(t) + \theta_r) \end{bmatrix} \quad (171)$$

**Lectura de la fórmula (171)**

$\varphi_r$  i  $\theta_r$ : angles d'azimut i el·lipticitat de l'estat de polarització, respectivament.

Respecte al làser local també el podem expressar en els mateixos termes:

$$\vec{E}_l(t) = \begin{bmatrix} E_{Hl}(t) \\ E_{Vl}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{P_l} \cos(\varphi_l) \exp(\omega_l t + \phi_r(t)) \\ \sqrt{P_l} \sin(\varphi_l) \exp(\omega_l t + \phi_r(t) + \theta_l) \end{bmatrix} \quad (172)$$

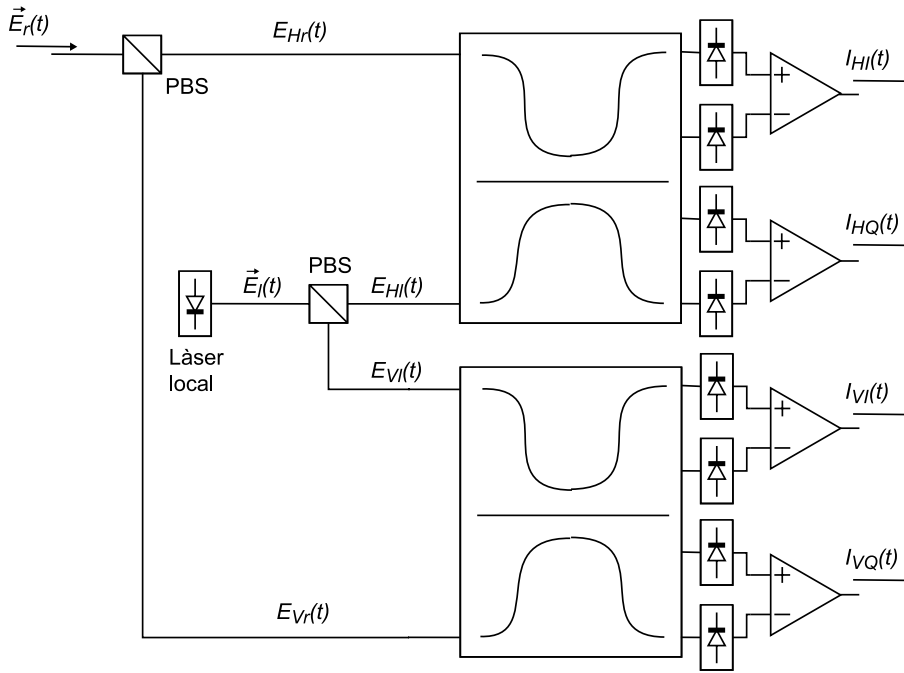


Figura 31. Esquema de capçal típic per a diversitat de polarització i fase

Com que del làser local se'n pot controlar i fixar l'estat de polarització, es pot fer que, per conveniència, estigui en una polarització lineal a  $+45^\circ$  ( $\varphi_l = 45^\circ$  i  $\theta_l = 0$ ). Així, trobem que:

$$E_{Hl}(t) = E_{Vl}(t) = \sqrt{\frac{P_l}{2}} \exp(j\omega t + \varphi_r(t)) \quad (173)$$

Havent vist els senyals òptics, seguim l'esquema de la figura 31. En els PBS es divideixen les components dels vectors de Jones i, seguidament, per a cada component ( $H$  i  $V$ ) es realitza una detecció en diversitat de fase, obtenint els corrents següents després de la fotodetecció:

$$I_{HI}(t) = R\sqrt{\frac{P_r P_l}{2}} \cos(\varphi_r) \cos(\phi_{rH}(t) - \phi_l(t)) \quad (174)$$

$$I_{VI}(t) = R\sqrt{\frac{P_r P_l}{2}} \sin(\varphi_r) \cos(\phi_{rV}(t) - \phi_l(t) + \theta_r) \quad (175)$$

$$I_{HQ}(t) = R\sqrt{\frac{P_r P_l}{2}} \cos(\varphi_r) \sin(\phi_{rH}(t) - \phi_l(t)) \quad (176)$$

$$I_{VQ}(t) = R\sqrt{\frac{P_r P_l}{2}} \sin(\varphi_r) \sin(\phi_{rV}(t) - \phi_l(t) + \theta_r) \quad (177)$$

Per a simplificar, podem fer que tenim les dues polaritzacions ben alineades (les estem rebent correctament), fent que l'azimut sigui  $\varphi_r = 45^\circ$  i l'el·lipticitat  $\theta_r = 0$ . Per tant:

$$I_{HI}(t) = R\sqrt{\frac{P_r P_l}{4}} \cos(\phi_{rH}(t) - \phi_l(t)) \quad (178)$$

$$I_{VI}(t) = R\sqrt{\frac{P_r P_l}{4}} \cos(\phi_{rV}(t) - \phi_l(t)) \quad (179)$$

$$I_{HQ}(t) = R\sqrt{\frac{P_r P_l}{4}} \sin(\phi_{rH}(t) - \phi_l(t)) \quad (180)$$

$$I_{VQ}(t) = R\sqrt{\frac{P_r P_l}{4}} \sin(\phi_{rV}(t) - \phi_l(t)) \quad (181)$$

D'aquestes equacions podem veure que  $I_{HI}(t)$  i  $I_{HQ}(t)$  serveixen per a detectar el senyal QPSK de la component H, mentre que  $I_{VI}(t)$  i  $I_{VQ}(t)$  són per a detectar el senyal QPSK de la component V. A més, pel fet de ser un QPSK, cadascuna de les components I/Q contindrà una detecció de dos nivells de cada símbol. És a dir, si ens tornem a mirar la figura 29, podem entendre que el corrent  $I_{HI}(t)$  és el que porta la informació per a detectar els dos nivells de la component I de l'estat de polarització H i, de manera similar, el corrent  $I_{HQ}(t)$  és el que conté tota la informació per a detectar els dos nivells de la component Q de l'estat de polarització H. Així, es pot suposar que cadascun dels corrents anteriors porta un flux de dades similar a un BPSK i que es podrien detectar de manera independent els uns dels altres.

Això ens simplifica molt el càlcul de la probabilitat d'error i en aquest cas concret el podem expressar com el mateix que per a un senyal BPSK, on la relació senyal-soroll la podem expressar com a:

$$\text{SNR} = \frac{1}{4} \frac{R^2 P_r P_l}{2q(R(\frac{P_r + P_l}{4}) + I_D)B_e + (\frac{4k_B T}{r_l})F_N B_e} \quad (182)$$

Noteu que ara, per la manera en què hem definit els senyals, l'SNR és la quarta part que per al cas de la detecció BPSK amb diversitat de fase. Malgrat això, estem rebent quatre vegades més d'informació, aprofitant totes les dimensions que ofereix un senyal òptic.

### 3.3. Penalitzacions i altres sorolls

En aquest apartat veurem quines són les penalitzacions més corrents en aquest tipus de sistemes. Per a no complicar ni estendre excessivament el mòdul, només tractarem els dos temes més importants: el soroll de fase i el soroll d'amplificació òptica.

### 3.3.1. Soroll de fase

El soroll de fase dels làsers (tant del transmissor com del receptor) sol ser un dels fenòmens no desitjats que poden afectar els detectors coherents. La raó és bastant directa, quan els corrents de les quatre branques dels detectors balancejats depenen de les fases tant del transmissor com del receptor<sup>2</sup>.

<sup>(2)</sup>Vegeu les equacions (178)-(181).

Així, és desitjable que les fases relatives entre el senyal rebut i el làser local haurien de restar estables per a evitar qualsevol degradació.

En si, com s'ha vist abans, el soroll de fase se sol modelar com un procés de Wiener i la seva variació al llarg del temps pot ser molt gran i està estretament lligada a l'amplada de línia del làser. Per tant, cal emprar un sistema d'adquisició i compensació de la fase.

Un exemple molt estès és el que s'anomena *compensació de Viterbi-Viterbi*. Aquesta tècnica és un mètode digital per a estimar i compensar la fase de la portadora i es va demostrar en òptica per primera vegada a Van den Borne i altres.

Per a veure com funciona, reescriurem els senyals de les polaritzacions  $H$  i  $V$ , en forma de senyals digitals complexos:

$$\hat{S}_H(n) = I_{HI}(t - nT) + jI_{HQ}(t - nT) \quad (183)$$

$$= R\sqrt{\frac{P_r P_l}{4}} \exp j(\phi_{rH}(t - nT) - \phi_l(t - nT)) \quad (184)$$

$$\hat{S}_V(n) = I_{VI}(t - nT) + jI_{VQ}(t - nT) \quad (185)$$

$$= R\sqrt{\frac{P_r P_l}{4}} \exp j(\phi_{rV}(t - nT) - \phi_l(t - nT)) \quad (186)$$

En el Viterbi-Viterbi, les mostres complexes rebudes  $\hat{S}_{H,V}(n)$  primer s'eleva a la  $M$ -èsima potència per tal de suprimir la modulació de fase multinivell. Per a estimar d'una manera més acurada l'error de fase i evitar altres sorolls (per exemple, els associats a la fotodetecció), es fa la mitjana de  $N$  mostres elevades. Així, s'obté una estimació de l'error de fase calculant l'argument del vector suma. Formalment quedaria:

$$\theta(n) = \frac{1}{M} \arg \left( \sum_{k=1}^N \hat{S}_{H,V}^M(k) \right) \quad (187)$$

#### Referència bibliogràfica

D. Van den Borne; C. R. S. Fludger; T. Duthel; T. Wuth; E. D. Schmidt; C. Schullien; E. Gottwald; G. D. Khoe; H. de Waardt (2007, setembre). "Carrier phase estimation for coherent equalization of 43-Gb/s POLMUXNRZ-DQPSK transmission with 10.7-Gb/s NRZ neighbours". A: *Proceedings of 33th European Conference on Optical Communications (ECOC 2007)*. Berlín.

#### Lectura de les fórmules (183)-(186)

$T$ : temps entre mostres



Noteu que el marge d'angles que es poden estimar sempre és limitat en  $1/M$  la capacitat d'extreure l'argument. És a dir, fent servir un QPSK ( $M = 4$ ) amb una funció d'extracció d'angle ( $\arg$ ) limitada de  $-\pi$  a  $\pi$  (per exemple, l' $\arctan 2$ , que hem vist i definit en abans), el marge màxim sense ambigüitat de  $\theta(n)$  està limitat entre  $-\pi/4$  i  $\pi/4$ .

Per tal de contrarestar aquesta ambigüitat, una bona opció és fer servir codificació diferencial de les dades.

Aquesta mena d'estimadors s'ha demostrat, mitjançant simulacions, que poden arribar a tolerar una ràtio d'amplada de línia per velocitat de bit de  $10^{-4}$ , per a 1 dB de penalització a probabilitat d'error de  $10^{-4}$  i modulació QPSK. És a dir, que per a un QPSK de 50 Gb/s, l'amplada màxima de línia tolerable és d'uns 5 MHz.

### 3.3.2. Soroll d'amplificació òptica

Com hem vist abans, a part de donar guany, els amplificadors òptics també afegixen soroll als senyals transmesos. En xarxes de llarga distància, aquest en sol ser l'efecte dominant, per la qual cosa interessa tenir una determinada OSNR a l'entrada del receptor.

Tal com hem fet anteriorment, realitzarem el càlcul de la probabilitat d'error en el bit, suposant que el soroll d'amplificació òptica és el dominant. Però abans cal reescriure el senyal rebut  $E_r(t)$  per a tenir en compte el soroll òptic:

$$E_r(t) = E_s(t) + n(t) \quad (188)$$

A la sortida de cadascun dels detectors balancejats de la configuració en diversitat de fase i polarització hi seran presents les mescles del soroll òptic amb el senyal útil i l'oscil·lador local. Així podem distingir tres tipus bàsics:

- $E_s(t)$  amb  $n(t)$ . En aquest cas, el senyal útil es mescla amb la part de soroll equivalent que ve amb el mateix estat de polarització que  $E_s(t)$ .
- $E_r(t)$  amb  $n(t)$ . De manera semblant, el senyal d'oscil·lador local es mescla amb la part de soroll equivalent que ve amb el mateix estat de polarització que  $E_r(t)$ .
- $n(t)$  amb  $n(t)$ . Com passava amb els sistemes de detecció directa, també veiem les mescles del soroll amb ell mateix, en un estat de polarització ortogonal al senyal útil i a l'oscil·lador local.

#### Vegeu també

Hem vist l' $\arctan 2$  en l'apartat "Moduladors".

#### Referència bibliogràfica

M. Seimetz (2008, març). Laser linewidth limitations for optical systems with high-order modulation employing feed forward digital carrier phase estimation. A: *Proceedings of the Conference on Optical Fiber Communication and the National Fiber Optic Engineers Conference, 2008 (OFC/NFOEC 2008)*. San Diego (CA).

En els detectors coherents, la potència del senyal rebut incloent soroll es pot suposar molt menor que la potència del làser local. Així, de les mescles anteriors i per a tenir en compte els efectes del soroll, l'única rellevant és la mescla de l'oscil·lador local amb el mateix soroll. Per tant, podem reescriure les equacions simplificades del receptor com a:

$$I_{HI}(t) = R\sqrt{\frac{P_s P_l}{4}} \cos(\phi_s(t) - \phi_l(t) + n_o(t)) \quad (189)$$

$$I_{VI}(t) = R\sqrt{\frac{P_s P_l}{4}} \cos(\phi_s(t) - \phi_l(t) + n_o(t)) \quad (190)$$

$$I_{HQ}(t) = R\sqrt{\frac{P_s P_l}{4}} \sin(\phi_s(t) - \phi_l(t) + n_o(t)) \quad (191)$$

$$I_{VQ}(t) = R\sqrt{\frac{P_s P_l}{4}} \sin(\phi_s(t) - \phi_l(t) + n_o(t)) \quad (192)$$

**Lectura de les fórmules  
(189)-(192)**

$n_o(t)$ : corrent detectat degut al soroll òptic

A diferència dels sistemes de detecció directa,  $n_o(t)$  és un soroll gaussià de mitjana nul·la, atès que és resultat d'una detecció fidel del camp òptic. Com que el soroll òptic és isotròpic, aquest corrent és igual per a tots els detectors balançats de la configuració amb diversitat de polarització. Per tant, la potència de  $n_o(t)$  la podem expressar en relació directa a l'OSNR com a:

$$\sigma^2 = \frac{R^2 P_l P_r B_e}{2 \text{OSNR} B_o} \quad (193)$$

D'aquí, si tornem a la definició d'SNR que teníem, veurem que:

$$\langle I \rangle^2 = \frac{R^2 P_l P_r}{4} \quad (194)$$

I, per tant:

$$\text{SNR} = \frac{\langle I \rangle^2}{\sigma^2} = \frac{\text{OSNR} B_o}{2 B_e} \quad (195)$$

D'aquesta darrera equació és important veure com l'SNR que hem definit és proporcional a l'OSNR, mentre que en el cas de la detecció directa no era així. Per tant, increments d'OSNR es tradueixen en increments d'SNR en detecció. Dit d'una altra manera, si l'OSNR s'incrementa en 3 dB, l'SNR de detecció es veu incrementada en 3 dB.

D'acord amb el que hem vist anteriorment, podem expressar la probabilitat d'error en el bit d'acord amb l'SNR que acabem de trobar i expressar-la en termes d'OSNR:

**Lectura de la fórmula  
(193)**

$B_o$ : amplada de banda òptica que hem fet servir per a la mesura de l'OSNR (per exemple, 12,5 GHz)

$B_e$ : amplada de banda elèctrica.

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{\operatorname{OSNR} B_o}{4B_e}} \right) \quad (196)$$

Això es pot veure representat en la figura 32, per a senyals QPSK multiplexats en polarització a operant a 100 Gb/s i 120 Gb/s, així com els valors rellevants d'OSNR es troben tabulats en la taula 7.

Taula 7. Valors rellevants de  $P_e$  i OSNR en 0,1 nm per a un senyal QPSK multiplexat en polarització

Probabilitat d'error	OSNR a 100 Gb/s	OSNR a 120 Gb/s
$2 \cdot 10^{-2}$	9,3 dB	10,1 dB
$10^{-3}$	12,8 dB	13,6 dB
$10^{-4}$	14,5 dB	15,3 dB
$10^{-9}$	18,6 dB	19,4 dB
$10^{-15}$	21 dB	21,8 dB

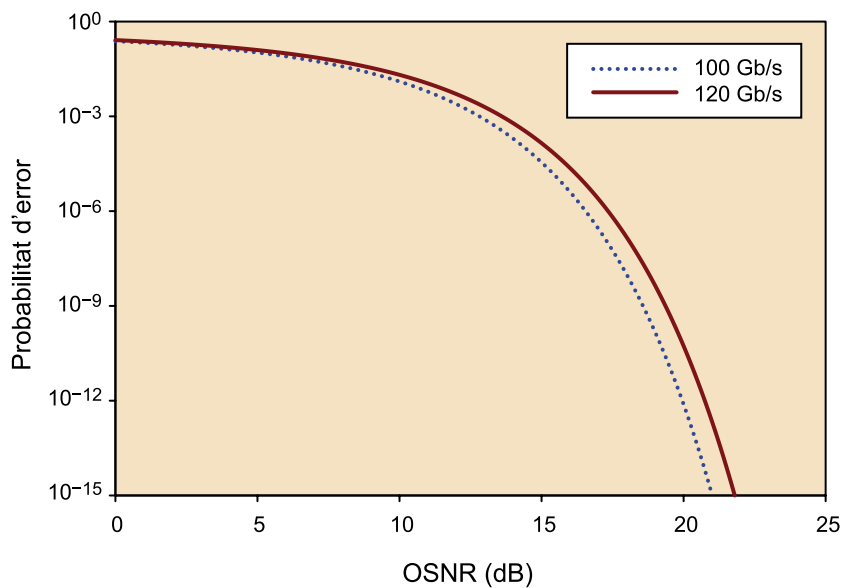


Figura 32. Probabilitat d'error en el bit per a un senyal multiplexat en polarització QPSK en funció de l'OSNR en 0,1 nm

Noteu que, respecte al que tenim tabulat per a sistemes de detecció directa (taula 4), necessitem un increment important d'OSNR per a poder detectar bé els senyals de 100 Gb/s. Per això, una opció per a reduir aquesta necessitat és la introducció de turbo-codis i codis correctors d'errors, a expenses d'incrementar la velocitat de bit. De fet, per a senyals de 100 Gb/s se sol treballar amb increments del 20%, cosa que fa que la velocitat efectiva dels enllaços s'incrementi fins als 120 Gb/s. Malgrat aquest increment, per al cas concret dels 100 Gb/s, podem establir com a objectiu probabilitats d'error de  $2 \cdot 10^{-2}$  per a cada enllaç.

### Exemple: Disseny d'un enllaç de 1.000 km a 100 Gb/s

De la mateixa manera que hem fet amb els sistemes de detecció directa, ara veurem com dissenyariem un enllaç de 1.000 km operant a 100 Gb/s.

Per començar, ens fixarem un objectiu d'OSNR. Pel que acabem de dir, fixarem la velocitat efectiva de 120 Gb/s per a poder establir una probabilitat d'error de  $2 \cdot 10^{-2}$  per a l'enllaç. Així, l'OSNR objectiu passa a ser de 10,1 dB en 0,1 nm.

De la mateixa manera que abans afegirem un marge de 9 dB més per a tenir en compte altres degradacions que ens poden afectar el sistema:

- **Soroll de fase.** En una modulació real sempre tindrem una relació d'extinció que, en els estàndards se sol definir com a més gran de 10 dB. Per tant, en el pitjor cas de relació d'extinció estarem tenint una penalització de 2 dB.
- **Dispersió i no-linealitats de la fibra.** En un principi, la dispersió i les no-linealitats són uns paràmetre que estan compensats, sia amb fibra compensadora de dispersió, sia amb processament digital del senyal en recepció. Amb tot i això, podem deixar un marge de 2 dB addicionals per a tenir en compte fluctuacions d'aquestes degradacions.
- **Degradacions relacionades amb la polarització.** Malgrat que els efectes de les degradacions relacionades amb la polarització no solen ser el gruix del total en sistemes de detecció directa, resulta evident que en un senyal multiplexat en polarització poden afectar el sistema. Malgrat això, cal dir també que normalment es realitza un processament digital conjunt dels senyals digitals reconstruïts ( $\hat{S}_H(n)$  i  $\hat{S}_V(n)$ ), pel tal de minimitzar aquesta contribució. Així, deixarem també un marge addicional d'1 dB.
- **Variacions en la fabricació dels dispositius.** Com hem vist en l'exemple "Disseny d'un enllaç de 1.000 km a 10 Gb/s", se solen deixar 2 dB de marge per a compensar aquest efecte.
- **Envel·liment de l'enllaç.** En general, se solen deixar 2 dB de marge per a tenir en compte el pas dels anys dels enllaços.

Així, tenint en compte aquests marges, l'objectiu d'OSNR per a l'enllaç passa a ser de 19,1 dB en 0,1 nm, en comptes dels 10,1 dB inicials.

A partir d'aquí caracteritzarem la resta de l'enllaç. Com hem fet en el cas del sistema de detecció directa, podem assumir també que en transmissió tenim una potència de sortida de 0 dBm per canal i que operem entorn dels 1.550 nm.

Com que es tracta d'un enllaç de llarga distància, caldrà compensar la dispersió d'alguna manera. En aquest cas, però, podem assumir que es compensa totalment en el receptor, per la qual cosa no cal tenir en compte cap altre tipus de compensació en l'enllaç. Així, ens podem estalviar d'incloure fibra compensadora de dispersió.

Per tant, trossegem l'enllaç en 10 trossos de 100 km, que hem vist en la figura 9 que podia ser una bona aproximació per a tenir una OSNR relativament bona per a enllaços llargs. A cada 100 km d'enllaç tindrem un armariet on hi haurà un amplificador òptic. Noteu que les pèrdues que ha de compensar l'amplificador són les de 100 km de fibra estàndard, que considerarem que atenua a raó de 0,25 dB/km. Així, les pèrdues totals que haurà de compensar l'amplificador òptic seran de 25 dB.

Necessitarem, doncs, un guany de 25 dB per als amplificadors òptics. Aquests amplificadors òptics solen ser EDFA, que considerarem que tenen un factor de soroll de 6 dB. Amb això ja tenim tots els paràmetres per a calcular l'OSNR acumulada en l'enllaç a partir de l'equació (47):

- $P_o$  és la potència de sortida del transmissor, 0 dBm
- $N$  és el nombre de trossos de 100 km,  $N = 10$
- $F_n$  són 6 dB
- $\nu_o$  són 193,5 THz (corresponents als 1.550 nm)
- $L$  són 25 dB
- $B_o$  és l'amplada de banda de mesura d'OSNR (12,5 GHz, 0,1 nm)

Fent les operacions obtenim una OSNR acumulada de 13,94 dB, per sota de l'objectiu de 19,1 dB que ens havíem fixat, per la qual cosa necessitarem millorar l'OSNR de l'enllaç.

Com hem vist en l'apartat d'amplificadors òptics i en l'exemple "Disseny d'un enllaç de 1.000 km a 10 Gb/s", una de les maneres per a millorar l'OSNR acumulada al llarg d'un determinat enllaç és reduir la distància entre amplificadors. Així, podem incrementar el nombre d'amplificadors utilitzats i reduir la distància entre ells de 100 km a 50 km.

Noteu que ara  $N = 20$  mentre  $L$  es redueix a la meitat, 12,5 dB. Si tornem a fer les operacions amb l'equació (47)], ens dóna una OSNR de 26,4 dB, amb la qual cosa sobrepassem l'objectiu de 19,1 dB que ens havíem fixat.

Noteu també que estarem desplegant el doble d'amplificadors, amb el consegüent increment de costos de manteniment (punt important des del punt de vista de l'operador).

Finalment, una manera de millorar l'enllaç passa per introduir amplificació híbrida Raman-EDFA, igual que hem fet en l'exemple "Disseny d'un enllaç de 1.000 km a 10 Gb/s". Així, tornem a la distància entre amplificadors de 100 km i per a l'etapa d'amplificació empram l'esquema de bombeig contrapropagant de la figura 13. Tenint en compte això, recalculem el factor de soroll total d'acord amb l'equació (52). Assumint que el bombeig Raman es fixa als 1.450 nm, que s'acobla a la fibra mitjançant un acoblador 50:50 (pèrdues d'inserció de  $L_R = 3$  dB), introduïm en la fibra una potència neta de bombeig de 300 mW, quan el làser de bombeig ens dóna 600 mW. Tenint en compte que la fibra estàndard té un coeficient de  $C_R \approx 0.7 \cdot 10^{-3}$  W/m, als 1.550 nm tindrem un guany Raman de 16 dB i un factor de soroll total entre EDFA i Raman de  $F_n = -1.5$  dB als 100 km. Noteu que els 9 dB de guany restants per a arribar a compensar les pèrdues de l'enllaç (25 dB), els proporciona l'EDFA. Igual que abans, substituïm el valor de  $F_n$  a l'equació (47), mantenint els valors de  $L = 25$  dB i  $N = 10$ . Això ens dóna una OSNR de 21,4 dB, lleugerament per sobre dels 19,1 dB necessaris per a una bona detecció.

## 4. Annex. Breu introducció a la caracterització de la polarització de la llum

La polarització de la llum és un fenomen caracteritzat per la direcció del vector de camp  $\vec{E}(r, t)$ , essent  $\vec{r}$  el vector de posició i  $t$  el temps.

Solucionant les equacions de Maxwell, podem obtenir les equacions d'ona per al camp elèctric  $E$ . La solució més simple és una ona plana, on el camp elèctric i magnètic estan continguts en un mateix pla ( $x$ - $y$ ) ortogonal a la direcció de propagació ( $z$ ). Per tant, el camp elèctric es pot escriure com a:

$$\vec{E}(z, t) = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} \quad (197)$$

$$E_x = E_{0x} \exp j(\omega t - kz + \phi_x) \quad (198)$$

$$E_y = E_{0y} \exp j(\omega t - kz + \phi_y) \quad (199)$$

**Lectura de les fórmules (198) i (199)**

$\omega$ : freqüència angular  
 $k$ : nombre d'ona

Si només tenim en compte les diferències de propagació en l'espai ( $x$ - $y$ ), ens queda:

$$\vec{E}(z, t) = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} \quad (200)$$

$$E_x = E_{0x} \exp j\phi_x \quad (201)$$

$$E_y = E_{0y} \exp j\phi_y \quad (202)$$

I la part real de  $\vec{E}(z, t)$  esdevé:

$$\text{Re}[\vec{E}(z, t)] = \text{Re}[E_x] \hat{x} + \text{Re}[E_y] \hat{y} \quad (203)$$

$$\text{Re}[E_x] = E_{0x} \cos \phi_x \quad (204)$$

$$\text{Re}[E_y] = E_{0y} \cos \phi_y \quad (205)$$

Aquestes equacions són les mateixes per a una el·lipse que es pot representar com a:

$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} - 2\frac{E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}} \cos\phi = \sin^2\phi \quad (206)$$

**Lectura de la fórmula  
(206)**

$\phi = \phi_y - \phi_x$ : diferència de fase entre les components x i y del camp elèctric.

Aquesta el·lipse s'anomena *el·lipse de polarització* i està caracteritzada per  $\phi$  i les amplituds de camp  $E_{0x}$  i  $E_{0y}$ . D'acord amb aquestes amplituds i fase, podem tenir diversos casos de polarització: lineal, circular o el·líptica.

Tindrem una polarització lineal quan  $\phi = 0, \pi$ , atès que l'equació (206) esdevé una línia recta:  $E_x/E_{0x} \pm E_y/E_{0y} = 0$ .

De manera similar, obtindrem una polarització circular quan  $E_{0x} = E_{0y} = E_0$  i  $\phi = \pm\pi/2$ . En aquest cas, l'equació (206) es torna una circumferència:  $E_x^2/E_0^2 \pm E_y^2/E_0^2 = 0$ . Com a conveni, quan  $\phi < 0$  es diu que tenim una polarització circular a esquerres, mentre que si  $\phi > 0$  direm que té una polarització circular a dretes.

Tindrem una polarització el·líptica per a la resta de casos, la gran majoria dels possibles estats de polarització.

#### 4.1. Paràmetres de Stokes i esfera de Poincaré

Els vectors de Stokes són una representació estàndard per a cada estat de polarització. És un conjunt de quatre nombres reals ( $S_0, S_1, S_2, S_3$ ), anomenats paràmetres de Stokes que compleixen:

$$S_0 = |E_{0x}|^2 + |E_{0y}|^2 = |E|^2 \quad (207)$$

$$S_1 = |E_{0x}|^2 - |E_{0y}|^2 \quad (208)$$

$$S_2 = 2\text{Re}(E_{0x}E_{0y}^*) = 2|E_{0x}||E_{0y}|\cos\phi \quad (209)$$

$$S_3 = 2\text{Im}(E_{0x}E_{0y}^*) = 2|E_{0x}||E_{0y}|\sin\phi \quad (210)$$

$$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = S_0^2 \quad (211)$$

Noteu que l'equació (211) es correspon amb la definició d'una esfera de radi  $S_0$  i coordenades  $S_1, S_2$  i  $S_3$ . Aquesta esfera s'anomena *esfera de Poincaré*, i es pot veure en la figura 33. L'esfera de Poincaré és una eina gràfica en tres dimensions on cada possible estat de polarització es representa amb un punt a la seva superfície.

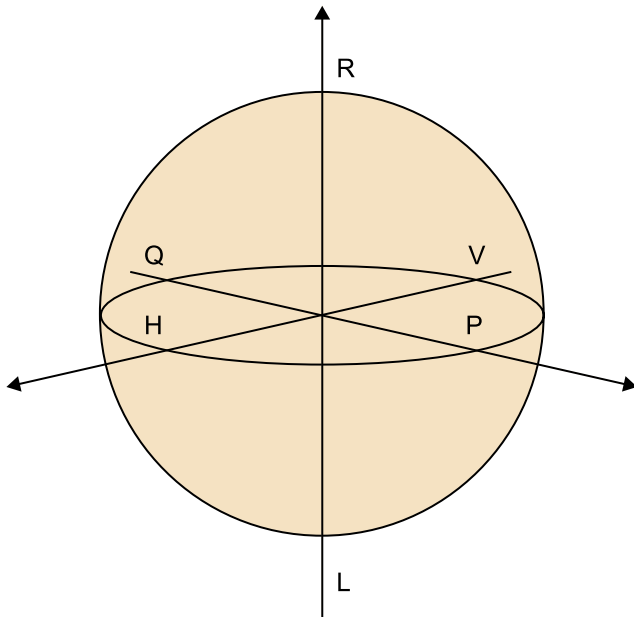


Figura 33. Esfera de Poincaré

En l'esfera de Poincaré totes les polaritzacions lineals possibles cauen a sobre de l'equador, mentre que als pols hi ha les polaritzacions circulars ( $R$  i  $L$  de la figura 33). Qualsevol altre punt representa una polarització el·líptica. Noteu que els punts antipodals (per exemple,  $R$  i  $L$ ) corresponen a estats de polarització ortogonals entre si.

#### 4.2. Vectors i matrius de Jones

Encara que la manera estàndard de representar els estats de polarització són els paràmetres de Stokes i l'esfera de Poincaré, una manera més simple són els vectors de Jones. És tan simple com posar en forma de vector les components  $x$ - $y$ :

$$\vec{J} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (212)$$

Per simplicitat, els vectors de Jones se solen normalitzar respecte de l'amplitud del camp elèctric. Com a exemple, els vectors corresponents als estats de polarització més representatius es poden trobar en la taula 8.

Aquesta representació vectorial dels estats de polarització resulta molt interessant, perquè així un canvi de l'estat de polarització donat per qualsevol dispositiu es pot expressar mitjançant una matriu  $2 \times 2$ . Així, quan la llum té un determinat estat de polarització  $\vec{J}_1$ , passa a través d'un dispositiu caracteritzat per la matriu  $A$ , a la sortida obtenim un altre estat de polarització  $\vec{J}_2$  tal que:

$$\vec{J}_2 = A \cdot \vec{J}_1 \quad (213)$$



$$\begin{pmatrix} E_{x2} \\ E_{y2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_{x1} \\ E_{y1} \end{pmatrix} \quad (214)$$

Taula 8. Vectors de Jones corresponents als estats de polarització més representatius

Estat de polarització	Vector de Jones	Estat de polarització	Vector de Jones
H, horitzontal	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	V, vertical	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
P, lineal +45°	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	Q, lineal -45°	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
R, circular a dretes	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ +j \end{pmatrix}$	L, circular a esquerres	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}$

Per als dispositius més habituals es poden escriure les matrius de Jones, tal com es pot veure en la taula 9.

Concretament, per al cas del polaritzador lineal, direm que és horitzontal quan  $\varphi = 0$ ; mentre que direm que es tracta d'un polaritzador vertical quan  $\varphi = 90^\circ$ . Noteu que en tots dos casos, la polarització de sortida és o bé vertical o bé horitzontal (d'acord amb la taula 8) independentment de l'estat de polarització del vector d'entrada. De manera similar, direm que el polaritzador és de  $\pm 45^\circ$  quan  $\varphi = \pm 45^\circ$ .

**Nota**

Els retardadors s'anomenen també *wave plates* en anglès. El retardador de quart d'ona es coneix també com a *quarter wave plate* i el retardador de mitja ona com a *half wave plate*.

Taula 9. Matrius de Jones corresponents als dispositius i operacions més habituals

Dispositiu	Matriu de Jones
Polaritzador lineal	$\begin{pmatrix} \cos 2\varphi & \sin \varphi \cos \varphi \\ \sin \varphi \cos \varphi & \sin^2 \varphi \end{pmatrix}$
Rotador	$\begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$
Retardador	$\begin{pmatrix} \exp j\frac{\varphi}{2} & 0 \\ 0 & \exp -j\frac{\varphi}{2} \end{pmatrix}$

Respecte als retardadors, si  $\varphi = 90^\circ$  direm que és de quart d'ona, mentre que si  $\varphi = 180^\circ$  direm que és de mitja ona.



## Bibliografia

**Agrawal, G. P.** (2002). *Fibre-Optic Communication Systems*. J. Wiley.

**Proakis, J. G.** (2001). *Digital Communications*. McGraw-Hill.

**Saleh, B. E. A.; Teich, M. C.** (1991). *Fundamentals of Photonics*. John Wiley and Sons.

**Seimetz, M.** (2008, març). Laser linewidth limitations for optical systems with high-order modulation employing feed forward digital carrier phase estimation. A: *Proceedings of the Conference on Optical Fiber Communication and the National Fiber Optic Engineers Conference, 2008 (OFC/NFOEC 2008)*. San Diego (CA).

**Senior, John M.** (1985). *Optical fiber communications. Principles and practice*. Prentice Hall.

**Van den Borne, D.; Fludger, C. R. S.; Duthel, T.; Wuth, T.; Schmidt, E. D.; Schulien, C.; Gottwald, E.; Khoe, G. D.; Waardt, H. de** (2007, setembre). "Carrier phase estimation for coherent equalization of 43-Gb/s POLMUXNRZ-DQPSK transmission with 10.7-Gb/s NRZ neighbours". A: *Proceedings of 33th European Conference on Optical Communications (ECOC 2007)*. Berlín.

