

Canal de comunicacions

Francesc Rey Micolau
Javier Villares Pera

PID_00197091



Els textos i imatges publicats en aquesta obra estan subjectes –llevat que s'indiqui el contrari– a una llicència de Reconeixement-NoComercial-SenseObraDerivada (BY-NC-ND) v.3.0 Espanya de Creative Commons. Podeu copiar-los, distribuir-los i transmetre'ls públicament sempre que en citeu l'autor i la font (FUOC. Fundació per a la Universitat Oberta de Catalunya), no en feu un ús comercial i no en feu obra derivada. La llicència completa es pot consultar a <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/es/legalcode.ca>

Índex

Introducció	5
Objectius	8
1. Resposta impulsional i resposta freqüencial del canal	9
1.1. Resposta impulsional del canal	9
1.2. Resposta en freqüència del canal	14
2. Canals variants en el temps	16
2.1. Component de fàding molt lentament variant	19
2.2. Component de fàding lentament variant	21
2.2.1. Component de <i>path-loss</i>	22
2.2.2. Component de <i>shadowing</i>	22
2.3. Component de fàding ràpidament variant	23
2.3.1. Escenari NLOS. Distribució de Rayleigh	26
2.3.2. Escenari LOS. Distribució de Rice	27
2.3.3. Variació temporal del canal. Estadística de segon ordre	29
3. Característiques dels canals variants en el temps	30
3.1. Dispersió del retard	30
3.1.1. Perfil del retard de la potència	30
3.1.2. Dispersió del retard	30
3.2. Amplada de banda de coherència	31
3.3. Dispersió Doppler	32
3.4. Temps de coherència	34
3.5. Classificació dels canals	35
3.5.1. Canal selectiu en freqüència vs. canal multiplicatiu	35
3.5.2. Canal ràpidament variant en el temps vs. canal lentament variant en el temps	36
4. Modelització dels canals variants en el temps	38
5. Mitigació de la distorsió del canal (equalització i diversitat)	41
5.1. Canal multiplicatiu invariant (o molt lentament variant) en el temps	41
5.2. Canal multiplicatiu ràpidament variant en el temps	42
5.3. Canal selectiu en freqüència molt lentament variant en el temps	43
5.4. Canal selectiu en freqüència ràpidament variant en el temps	45

Resum	46
Bibliografia	47

Introducció

En l'assignatura *Sistemes de comunicacions I* es presenten les principals modulacions digitals i s'analitzen quines en són les prestacions en el cas d'un canal ideal (AWGN). També es dedica un apartat a estudiar els efectes que un canal no ideal provoca sobre la transmissió d'un senyal digital. S'hi veu que la degradació provocada es deu a una interferència dels mateixos símbols que es transmeten, cosa que anomenem *interferència intersimbòlica*.

Direm que un canal és ideal quan la forma d'ona del senyal rebut no varia respecte de la forma d'ona del senyal transmès. Hi ha un parell de fenòmens inherents a tota comunicació (tant si és analògica com digital) que modifiquen el senyal rebut sense alterar-ne la forma d'ona. El primer d'ells és l'atenuació del senyal a causa de la propagació mateixa. Observem, però, que aquesta atenuació continua mantenint la forma d'ona del senyal i es pot compensar modificant-ne la potència de senyal transmesa.

Un segon efecte de tota comunicació és el retard. És obvi afirmar que la propagació d'un senyal no és instantània, sinó que hi haurà un retard associat a la distància i la velocitat de propagació del senyal, que dependrà del medi en el qual es propaga. Novament, però, podem afirmar que el retard no modifica la forma d'ona del senyal.

Un últim fenomen inherent a qualsevol comunicació, i que no catalogarem com a canal no ideal, serà la presència de soroll additiu. Aquets soroll se suma al senyal transmès sense modificar-ne la forma d'ona, i per tant, no el considerarem una distorsió.

Resumint, doncs, donat un sistema de comunicacions que transmet un senyal $s(t)$, direm que estem davant d'un **canal ideal** si en recepció rebem un senyal que respon a l'expressió següent, en què α és l'atenuació del canal, t_0 el retard de propagació i $n(t)$ el terme de soroll additiu:

Senyal transmès: $s(t)$

Senyal rebut: $z(t) = \alpha \cdot s(t - t_0) + n(t)$

Pocs són els casos en què podem suposar que el canal és ideal. Entre els casos més típics de canal ideal podem enumerar les transmissions per cable a curta distància i velocitats de transmissió moderades, o les comunicacions per satèl·lit de serveis fixos que inclouen antenes directives. En la majoria d'escenaris, però, el canal de comunicacions no serà ideal. Incloem aquí els casos més típics de canal amb multicamí, que es troben en els sistemes de comunicacions mòbils i sense fil. Atesa, doncs, la importància del canal de co-

municacions, dedicarem aquest mòdul a estudiar amb detall el canal, les seves característiques, els diferents problemes i distorsions que pot generar sobre el senyal, i les opcions per a mitigar-les.

En un primer apartat revisarem la forma de modelitzar un canal amb la resposta impulsional i amb la resposta en freqüència. També repassarem el concepte d'*interferència intersimbòlica*, i en el cas de comunicacions sense fil, veurem les causes físiques que poden provocar que el canal no sigui ideal. Per això introduïrem els termes *scatter*, *canal amb multicamí* i *canal dispersiu en el temps*. Conèixer les raons per les quals el canal no és ideal serà important per a poder entendre en el segon apartat les causes per les quals un canal pot variar en el temps.

La dificultat a l'hora de treballar amb un canal no ideal s'intensifica quan aquest canal no és constant sinó que és variant en el temps, situació molt habitual en comunicacions mòbils. Els canals variants en el temps seran, doncs, objecte d'estudi en el segon apartat. Tots hem experimentat algun cop com en parlar per telèfon mòbil ens movem uns pocs metres i passem de tenir molta cobertura a perdre-la gairebé tota. Al llarg de l'apartat presentarem les causes per les quals un canal és variant en el temps i podrem entendre per què uns pocs metres poden afectar tant la qualitat del senyal rebut. L'apartat s'estructura en tres parts, cadascuna relacionada amb un dels tres components en què es pot descompondre la variabilitat del canal. La tercera d'aquestes parts (subapartat 2.3), que tracta les variacions ràpides del canal, serà la més important a l'hora d'estudiar l'efecte de la variabilitat d'un canal sobre un senyal de comunicacions. Els altres dos components, com que corresponen a variacions lentes o molt lentes del canal, seran previsibles, o com a mínim, més fàcilment compensables.

Un cop introduït el canal variant en el temps, en l'apartat 3 es presentaran els paràmetres que caracteritzen el grau de dispersió temporal del canal i també la seva variabilitat en el temps. Conèixer aquests paràmetres serà necessari per a poder avaluar el grau de complexitat del canal i de la comunicació.

Combinant els coneixements adquirits en els apartats 2 i 3, l'apartat 4, que pot servir com a resum, presenta l'esquema que cal seguir per a generar un canal variant en el temps a partir de la seva modelització estadística. El seu contingut podrà resultar útil si us cal simular un canal variant en el temps a partir dels paràmetres que el caracteritzen.

Finalment, en l'apartat 5 es classifiquen els canals a partir de les opcions que permeten mitigar-ne l'efecte sobre un senyal transmès. Veurem que els canals poden ser: ideal, multiplicatiu variant en el temps (l'atenuació que el canal introdueix varia amb el temps), selectiu en freqüència lentament variant en el temps, i selectiu en freqüència ràpidament variant en el temps. Per cadascun dels tipus de canal, les opcions per a compensar l'efecte del canals seran dife-

rents. La lectura d'aquest apartat resulta interessant com a guia per a entendre en cada cas quin tipus de modulació o estratègia de transmissió-recepció és més adequada.

Per acabar aquesta introducció, comentarem que al llarg del mòdul en cap moment fem referència a la banda de freqüències o freqüència concreta en la qual es realitza la comunicació. La teoria presentada per al canal de comunicacions és vàlida per a qualsevol freqüència de treball. En el mòdul, quan parlarem de *canal*, ens referirem sempre al que es coneix com *l'equivalent passabaix del canal*, que és el canal complex que veurà l'equivalent passabaix del senyal.

Reflexió

L'equivalent passabaix del senyal es presenta en el mòdul didàctic "Comunicacions analògiques: senyals passabanda" de l'assignatura *Sistemes de comunicacions I*. Recordem que l'equivalent passabaix és una definició matemàtica que pretén compactar la notació de la descomposició d'una modulació passabanda en els seus components en fase i quadratura eliminant-ne tota referència a la freqüència de la portadora. Si $s(t)$ és un senyal passabanda centrat en la freqüència portadora f_0 , aquest es pot escriure com:

$$s(t) = \operatorname{Re}\{b_s(t) \cdot \exp[j2\pi f_0 t]\},$$
 en què $b_s(t)$ és l'equivalent passabaix del senyal.

Objectius

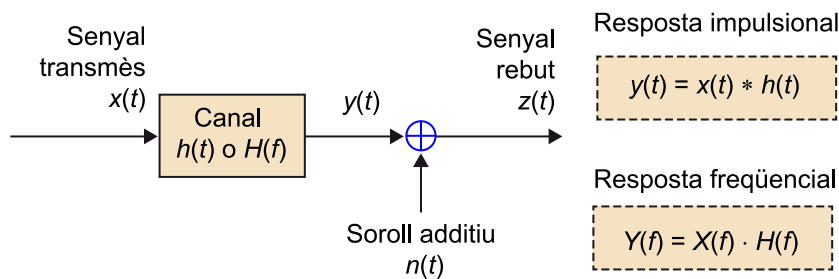
Amb l'estudi d'aquest mòdul didàctic, assolireu els objectius següents:

1. Conèixer les característiques dels canals de comunicacions i poder-los classificar segons aquestes característiques.
2. Entendre els conceptes de *dispersió temporal* i *dispersió freqüencial del canal*.
3. Conèixer els canals variants en el temps i l'estructura de les variacions (*slow fading* / *fast fading*).
4. Descriure les funcions de Bello i les relacions que s'estableixen entre elles.
5. Comprendre els conceptes de *dispersió del retard*, *amplada de banda de coherència*, *dispersió Doppler* i *temps de coherència*.
6. Saber, per cada tipus de canal, quines opcions hi ha per a mitigar la distorsió introduïda pel canal (equalització / comunicacions amb diversitat).

1. Resposta impulsional i resposta freqüencial del canal

Com hem vist a la introducció, el canal de comunicacions no és ideal (canal AWGN) quan el senyal rebut no es correspon amb una rèplica atenuada i retardada del senyal transmès que ha estat contaminat per un soroll additiu. En general, quan el canal no és ideal, el modelitzarem com un sistema lineal, en què l'entrada del sistema és el senyal transmès i la sortida del sistema és el senyal rebut, al qual cal afegir el component de soroll additiu. La figura 1 il·lustra aquesta manera de modelitzar el canal de comunicacions.

Figura 1. Model de canal*



* Representació mitjançant la resposta impulsional i la resposta freqüencial.

Com es veu en la figura 1, el canal –com qualsevol sistema lineal– es pot representar indistintament a partir de la seva resposta impulsional, $h(t)$, o a partir de la seva resposta en freqüència, $H(f)$. En el cas de representar el sistema amb la resposta impulsional, la relació entrada-sortida està definida per la convolució de la resposta impulsional amb el senyal d'entrada, mentre que en el cas de representar el sistema amb la resposta freqüencial, la relació entrada-sortida està definida pel producte de la resposta en freqüència amb la transformada de Fourier del senyal d'entrada.

Abans de continuar amb la definició de les característiques del canal, reflexionarem sobre els conceptes de *resposta impulsional* i *resposta freqüencial* del canal per entendre el comportament del canal i com aquest distorsiona el senyal. Farem aquesta anàlisi recurrent a exemples i similis senzills.

1.1. Resposta impulsional del canal

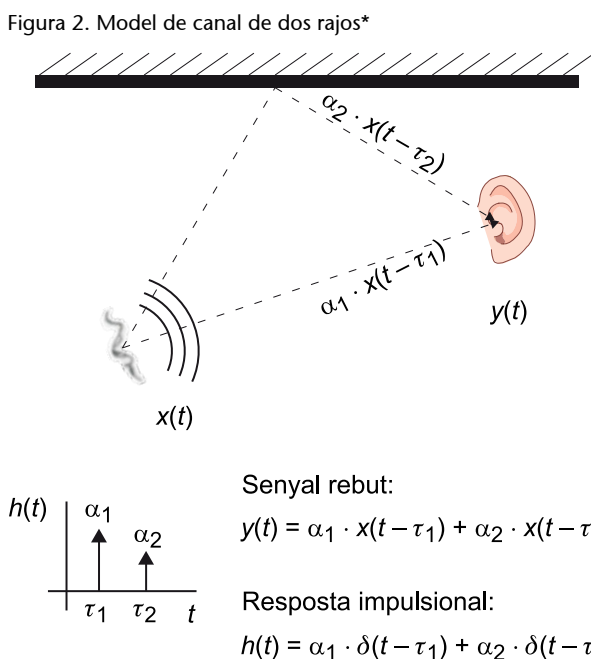
Per a entendre el concepte de *resposta impulsional del canal* i l'equació de convolució que regeix el comportament del canal farem un símil entre el canal de comunicacions i l'acústica d'una sala (penseu, per exemple, en una església o una catedral). El senyal transmès seria el senyal de veu que generem quan parlem dins de la catedral; el senyal rebut és el que algú dins de la catedral sentiria; i la resposta impulsional estaria determinada per l'acústica de l'espai, com veurem a continuació. Per simplicitat, deixem de banda el soroll del canal

Reflexió

En el cas habitual de treballar amb senyals aleatoris, atès que no té sentit parlar de la transformada de Fourier del senyal d'entrada $X(f)$, la relació entrada-sortida a partir de la resposta en freqüència del canal $H(f)$ estarà determinada a partir de la densitat espectral de potència del senyal:

$$S_y(f) = S_x(f) \cdot |H(f)|^2$$

de comunicacions, que en el nostre símil podria ser qualsevol soroll dins de la catedral. La figura 2 il·lustra un model molt simplificat de l'acústica d'una sala, denominat *model de dos rajos*.



* Exemple de resposta impulsional.

Com es veu en l'exemple, el senyal transmès es rep seguint dos camins: d'una banda, el senyal arriba directament a l'oient (receptor) amb un cert retard de propagació τ_1 i una determinada atenuació α_1 , i a més, el senyal transmès rebota en una de les parets de la sala i es rep amb un cert retard τ_2 i una atenuació α_2 . La resposta impulsional $h(t)$ és en aquest cas la que s'il·lustra en la figura 2, formada per dues funcions delta amb un cert retard i una certa atenuació.

L'efecte provocat per aquest canal és conegut per tothom. Com us podeu imaginar, el fenomen que es produeix és el d'un eco, de manera que quan rebem el senyal sentim dues rèpliques del missatge de veu, una de retardada respecte de l'altra. En aquests casos podem dir que es produeix una dispersió temporal del senyal transmès, o equivalentment, que tenim un **canal dispersiu en el temps**. En efecte, l'energia que introduïm en el canal es dispersa en el temps, de manera que, quan es rep, "ocupa" un període de temps més gran que el del senyal transmès. Aquesta dispersió temporal és la que causa la distorsió del senyal, ja que el senyal rebut no coincideix amb el senyal transmès.

La resposta impulsional representa, doncs, la forma com l'energia d'un senyal es dispersa al llarg del temps quan aquest es transmet per un canal. Com més durí la resposta impulsional, més gran serà la dispersió temporal. Alhora, com més gran sigui l'amplitud de les deltes, més alta serà l'energia transferida al receptor. En aquest punt del mòdul, l'objectiu és entendre el concepte, i deixem per a l'apartat 3 la quantificació formal i numèrica del grau de dispersió temporal d'un canal.

Reflexió

Aquest model simplificat de dos rajos es pot estendre al problema real d'una església o catedral, si considerem que el nombre de reflexions és molt més gran pel fet que intervenen parets, sostre, etc. En aquest cas, en lloc de rebre un eco (dos rajos) es rep un nombre molt més gran d'ecos cada cop amb més retard i atenuació més elevada, que donen lloc a una resposta impulsional amb un nombre molt més gran de deltes, que decauen (es van fent més petites) a mesura que passa el temps. El model, tot i que resulta més complex, no varia conceptualment respecte del model de dos rajos, que és molt més fàcil d'il·lustrar, raó per la qual l'utilitzem en l'explicació.

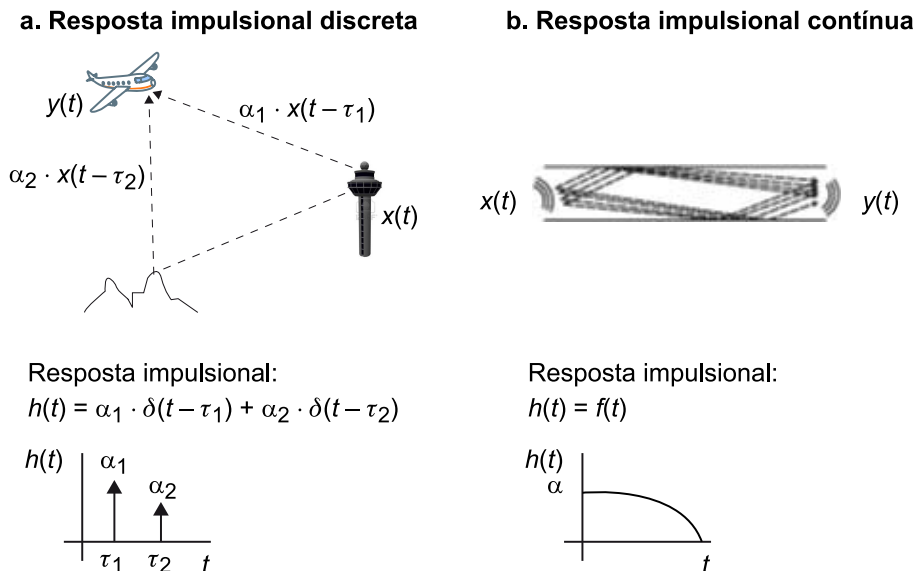
El símil utilitzat per a l'acústica de la sala coincideix amb el que passa quan el senyal transmès és un senyal electromagnètic radiat (transmissió sense fil) o un senyal que es transmet per un cable o una guia d'ones (transmissió guiada):

- En el cas de la transmissió sense fil, el senyal electromagnètic es reflecteix en els diferents objectes que troba en el seu camí fins a arribar al receptor, igual que ho fa el senyal de veu, de manera que la resposta impulsional segueix la mateixa forma que la de l'exemple. Emprant la terminologia anglesa, cadascun dels objectes sobre els quals es reflecteix el senyal electromagnètic rep el nom de *scatter*.
- En el cas de la transmissió guiada, les ones o el senyal elèctric que viatja pel medi físic també experimenta reflexions sobre el medi de manera que el senyal rebut no és una única rèplica del senyal transmès. En aquest segon cas, no sempre és trivial plantejar un model de reflexions (especialment en un cable), i pot resultar més útil modelitzar el canal a partir de la resposta en freqüència, com veurem seguidament.

Inspirat en aquest fenomen de reflexions i diversitat de camins que segueix el senyal transmès fins al receptor, s'acostuma a dir que tenim un **canal amb multicamí** (o **canal amb multipath**, utilitzant la terminologia anglosaxona).

En l'exemple, i només per simplicitat, s'ha plantejat un model de reflexions discret.

Figura 3. Exemples de resposta impulsional discreta i contínua



Com es pot veure en la figura 3, la resposta impulsional pot ser discreta o contínua, depenent de si tenim un nombre finit o infinit d'*scatters*:

- Un exemple de canal amb resposta impulsional discreta podria ser el model de dos rajos d'un canal aeronàutic (comunicacions terra-avió), en què

el senyal transmès des de terra es rep directament a l'avió juntament amb una reflexió produïda sobre la superfície del mar (el cas dual de la comunicació avió-terra seria idèntic).

- Un exemple de canal amb resposta impulsional contínua seria el model de canal en un cable o guia d'ones, en què les reflexions es produeixen sobre tota la superfície del medi físic de propagació.

En el cas de comunicacions digitals, la resposta impulsional, tot i ser contínua, sovint acaba essent discretitzada en el temps del símbol per a facilitar l'anàlisi del problema. En aquest cas, en lloc de la notació $h(t)$, s'acostuma a utilitzar la notació $h(n)$, en què n és l'índex temporal.

Sobre el senyal rebut apareix el fenomen d'interferència intersimbòlica (ISI, de l'anglès: *inter-symbol interference*) que es produeix quan en mostrejar el senyal a la sortida del filtre adaptat a una mostra per símbol, la mostra obtinguda presenta, a més del símbol i del component de soroll, una contribució additiva superposada de símbols precedents i/o símbols posteriors.

Repassem a continuació aquesta situació a partir de l'exemple de dos rajos presentat en les figures 2 i 3.

ISI produït per un canal dispersiu en el temps

Es considera la transmissió d'una modulació binària (2PAM) polar pel canal no ideal de la figura 2. Com es veu, la resposta impulsional del canal està formada per un raig directe i una reflexió. Considerem que els símbols transmesos prenen els valors $a_k = \pm 1$ i el pols conformador és un pols rectangular de durada T_s , segons i d'energia unitat. Sota aquestes condicions, el senyal transmès pren la forma següent:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k p(t - kT_s)$$

Si per simplicitat assumim que la resposta impulsional és $h(t) = \alpha_1 \delta(t) + \alpha_2 \delta(t - T_s)$, el senyal a la sortida del canal (incloent-hi el terme de soroll $w(t)$) el determinarà l'expressió següent:

$$y(t) = x(t) * h(t) + w(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k (\alpha_1 p(t - kT_s) + \alpha_2 p(t - kT_s - T_s)) + w(t)$$

Seguidament, si considerem el senyal a la sortida del filtre adaptat, obtenim el terme següent:

$$z(t) = y(t) * p(-t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \left(\alpha_1 \Lambda\left(\frac{t - kT_s}{T_s}\right) + \alpha_2 \Lambda\left(\frac{t - kT_s - T_s}{T_s}\right) \right) + \bar{w}(t)$$

Observem que el senyal $\Lambda\left(\frac{t}{T_s}\right)$ seria el senyal que s'obtindria a la sortida del filtre adaptat si el canal fos ideal. A causa del canal, que introdueix una reflexió en el senyal, s'obté la suma de dos polsos triangulars amb un retard que coincideix amb el retard relatiu entre els dos rajos. La figura 4 n'il·lustra un exemple. Com es pot veure, en l'instant $(k + 1) \cdot T_s$, en què només hauríem de rebre el símbol a_{k+1} , rebem, a part del símbol esperat, una fracció del símbol anterior per l'efecte dispersiu del canal. Aquest terme es pot veure com una interferència anomenada *interferència intersimbòlica* (ISI), pel fet que està vinculada

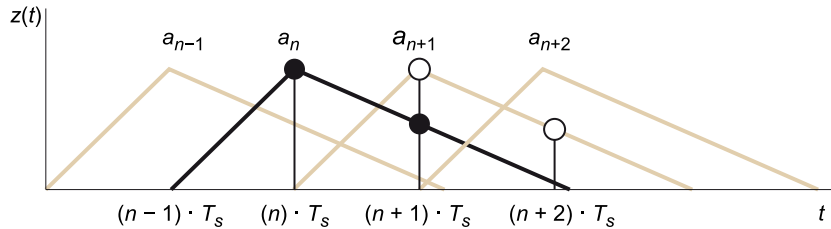
Vegeu també

Les conseqüències que té un canal amb multicamí (o dispersiu en el temps) sobre un senyal digital, es presenten en l'assignatura *Sistemes de comunicacions I*.

als símbols del senyal mateix. Així, doncs, el senyal mostrejat a la sortida del filtre adaptat queda de la manera següent:

$$z_n = z(n \cdot T_s) = \alpha_1 a_n + \alpha_2 a_{n-1} + \tilde{w}_n$$

Figura 4. Exemple de senyal amb ISI a la sortida del filtre adaptat



En l'exemple hem vist que la ISI sobre les mostres està provocada únicament pel símbol anterior atès que estem considerant un model de canal de dos rajos. En general, la ISI depèn del grau de dispersió del canal. Tant si el canal és discret com si és analògic i posteriorment es discretitza, la resposta impulsional del canal estarà formada a la pràctica per un nombre finit de coeficients (rajos) que denotarem per L . Si el canal està mostrejat a temps de símbol, els L coeficients provoquen a la pràctica que la ISI estigui provocada per $L - 1$ símbols.

Terminologia

Per a referir-nos al nombre de coeficients, en algun moment també utilitzarem la terminologia anglosaxona de *taps*.

En general, l'equació de convolució que relaciona el senyal a la sortida del canal $y(t)$ respecte del senyal a l'entrada del canal $x(t)$ s'expressa segons l'equació (1):

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau + w(t) \quad (1)$$

en què $w(t)$ es refereix al terme de soroll additiu.

De manera anàloga, si el component dispersiu del canal és discret, s'obté una versió discreta de la resposta impulsional del canal variant en el temps en què la notació emprada és $h(k)$, k és l'índex corresponent a la dispersió temporal, i T el temps en segons entre mostres del canal discret. En aquest cas, l'equació (1) corresponent a la convolució del senyal d'entrada amb la resposta del canal s'expressa segons l'equació (2):

$$y(t) = \sum_{k=0}^{L-1} h(k)x(t - kT) + w(t) \quad (2)$$

en què la integral de convolució es converteix en un sumatori en què l'escalar L denota el nombre de coeficients del canal.

Finalment, si el senyal $y(t)$ es filtra amb el filtre adaptat i la sortida es mostra en una mostra per símbol, obtenim un senyal en què podem trobar clarament representat el terme d'ISI:

$$z_n = z(n \cdot T_s) = c_0 a_n + \sum_{k=1}^{L-1} c_k a_{n-k} + \tilde{w}_n \quad (3)$$

El segon sumand, corresponent al sumatori, representa el terme d'ISI i provoca una degradació sobre la probabilitat d'error. Els termes representats pels c_k són les mostres de l'impuls (a temps de símbol) a la sortida del filtre adaptat format per la convolució del pols conformador amb la resposta impulsional del canal i amb el filtre adaptat. En l'equació (3) hem assumit que el pols conformador convolucionat amb el filtre adaptat no té ISI i que el canal està mostrejat a temps de símbol. En cas contrari, l'índex L del sumatori hauria de ser diferent del nombre de coeficients del canal).

1.2. Resposta en freqüència del canal

En determinats problemes, a causa de l'estructura del senyal o les característiques del canal, resulta més intuïtiu i útil modelitzar i analitzar el comportament del canal a partir de la resposta en freqüència del canal. Pensem, per exemple, en el canal del bucle d'abonat de la telefonia fixa. Aquest canal, que ha estat dissenyat per a transmetre un senyal de veu que té una amplada de banda de 4 kHz, es pot modelitzar com un sistema amb un comportament passabaix amb freqüència de tall de 4 kHz. En aquest cas, estem modelitzant –i per tant especificant– el canal a partir de la seva resposta en freqüència, atès que sabem que el seu comportament permetrà transmetre qualsevol senyal d'àudio de freqüència màxima 4 kHz i atenuarà qualsevol component freqüencial del senyal de freqüència superior.

Un altre exemple de canal que es modelitza i especifica a partir de la resposta en freqüència pot ser una línia de transmissió a la freqüència de les microones o un circuit de microones en què els diferents trams de línia es dissenyen per a treballar a una freqüència determinada, i per tant, resultarà útil conèixer el comportament de la línia de transmissió a diferents freqüències.

Aquest segon exemple de línia de transmissió en una freqüència de microones ens resulta molt útil per a posar de manifest que, independentment del fet que el canal s'especifiqui amb la resposta impulsional $h(t)$ o amb la resposta en freqüència $H(f)$, en tots dos casos ens referim a la mateixa distorsió de canal.

Amb el coneixement de les línies de transmissió i les microones podríem justificar que les reflexions (resposta impulsional) que es produeixen en el domini del temps a causa dels desacoblaments en la línia són els causants del fet que les ones incidents i reflectides que se sumen provoquin nuls en determinats punts de la línia i per a determinades freqüències (resposta en freqüència), i posar així de manifest que les dues funcions expressen el mateix fenomen físic.

Podem concloure, doncs, a partir de l'exemple, que el mateix canal físic permet una interpretació del seu comportament en el domini del temps o en el domini de la freqüència. En el domini temporal, es manifesta mitjançant una dispersió temporal del senyal (que pot comportar ISI en comunicacions digitals), mentre que en el domini freqüencial es manifesta com una atenuació d'unes freqüències respecte d'unes altres.

L'objectiu d'aquest primer apartat, més enllà dels exemples concrets, és que coneguem les dues formes de modelitzar el canal, que implica cadascuna i quines raons físiques poden justificar la distorsió del senyal. Serà senzillament un tema de simplicitat en la interpretació, modelització i/o anàlisi del problema, que utilitzem a partir d'ara la resposta impulsional o la resposta freqüencial del canal. Com és ben conegut, la relació entre totes dues, $h(t)$ i $H(f)$, s'obté a partir de la transformada de Fourier.

2. Canals variants en el temps

En comunicacions fixes, en què tot roman immòbil al llarg del temps, el canal de comunicacions és estàtic, és a dir, no varia al llarg del temps (si més no, podem dir que no varia durant el temps que dura una comunicació), i per tant, parlem de *canal fix*. Ara bé, podem trobar escenaris en què aquest canal no es mantingui constant durant tot el temps que dura la comunicació, sinó que vagi variant al llarg del temps. Parlarem en aquests casos de *canal variant en el temps*, i la seva caracterització serà l'objecte d'aquest apartat. Avancem que els escenaris de comunicacions mòbils, tot i que no són els únics, són els que majoritàriament presenten canals variants en el temps.

Seguint amb el símil de l'acústica d'una catedral, podem dir que mentre tot l'escenari es mantingui immòbil, les característiques del senyal de veu que rebrà un receptor (l'eco) seran sempre les mateixes. Ara bé, si el transmissor es mou mentre parla dins de la catedral, s'anirà movent sota la nau principal, entrarà en capelles, creuarà portes... i com és fàcil d'imaginar, les característiques de l'eco variaran al llarg del temps. Estarem, doncs, davant d'un canal en què la resposta impulsional variarà al llarg del temps. Trobarem el mateix tipus de variabilitat en el canal si el transmissor es manté immòbil i el receptor es mou, ja que el canal depèn de la posició relativa entre el transmissor i el receptor. Finalment, fins i tot si el transmissor i el receptor estan immòbils, el canal podrà canviar si els *scatters* es mouen. En el cas de la catedral pot ser difícil d'imaginar-se aquesta situació, ja que implicaria que parets, sostre o mobiliari estiguin en moviment constant. Penseu, però, en un escenari real en què es transmet un senyal electromagnètic que es reflecteix en vehicles, sobre la superfície del mar o en fulles d'arbre humides. En qualsevol d'aquests casos, el moviment d'aquests objectes farà que el valor de la resposta impulsional variï al llarg del temps en fer-ho la manera com es reflecteix el senyal.

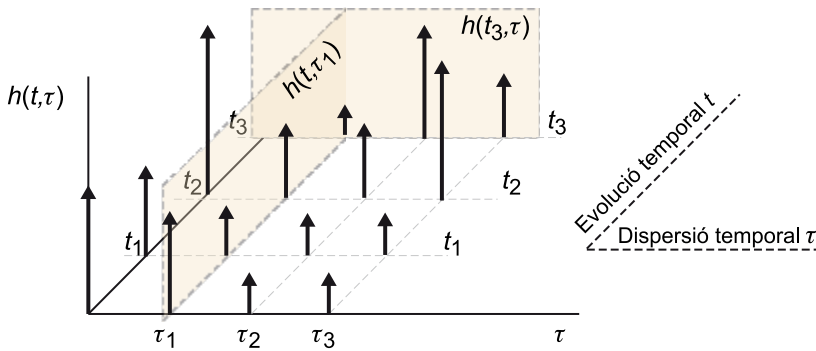
La resposta impulsional d'un canal variant en el temps queda completament caracteritzada per la funció $h(t,\tau)$ definida en funció de les variables t i τ . La variable t representa l'evolució temporal del canal a causa del moviment del transmissor, el receptor i/o els *scatters*. La variable τ representa la dispersió temporal del senyal transmès per l'efecte multicamí, i en el cas de les comunicacions digitals, pot provocar interferència intersimbòlica.

La figura 5 il·lustra la resposta impulsional d'un canal variant en el temps (per a obtenir una representació clara, la representació s'ha discretitzat en les dues variables). Observem que la variable t és inherent a la variabilitat del canal, mentre que la variable τ està relacionada amb la distorsió del senyal. La figura presenta un tall en l'eix t i un altre en l'eix τ . El primer dels talls dóna com a resultat la resposta impulsional $h(t_3, \tau)$, que representa la funció de dispersió del senyal que veuria el receptor en l'instant temporal t_3 . D'altra banda, el segon tall dóna com a resultat la funció $h(t, \tau_1)$, que il·lustra com varia al llarg del temps el segon coeficient de la resposta impulsional.

Reflexió

Observeu que s'ha produït un canvi de notació respecte de la notació emprada per a canals fixos (no variants en el temps) que hem vist en l'apartat anterior. Amb aquesta nova notació amb les variables t i τ , un canal constant en el temps hauria de seguir la notació $h(\tau)$, atès que la variable relacionada amb dispersió temporal és la τ .

Figura 5. Resposta impulsional d'un canal variant en el temps



Seguint la notació emprada per a un canal variant en el temps, l'equació de convolució que relaciona el senyal a la sortida del canal $y(t)$ respecte del senyal a l'entrada del canal $x(t)$ s'expressa segons l'equació (4):

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau)x(t - \tau)d\tau + w(t) \quad (4)$$

en què $w(t)$ es refereix al terme de soroll additiu.

De manera anàloga a com s'ha fet en l'equació (2), si el component dispersiu del canal (variable τ) és discret, s'obté una versió discreta de la resposta impulsional del canal variant en el temps en què la notació emprada és $h(t, k)$, on k és l'índex corresponent a la dispersió temporal i T el temps en segons entre mostres del canal discret. En aquest cas, la integral de convolució (4) es converteix en un sumatori:

$$y(t) = \sum_{k=0}^{L-1} h(t, k)x(t - kT) + w(t) \quad (5)$$

en què l'escalar L denota el nombre de coeficients del canal.

Hi ha diverses maneres de modelitzar la variabilitat del canal, des de les més complexes, que reproduïxen la geometria del problema i van movent els objectes per a generar l'evolució del canal (en el cas del símil de la catedral, correspondria a tenir una maqueta del canal i modelitzar totes i cadascuna de les

reflexions que s'hi produeixen i les seves variacions a mesura que el transmissor i/o receptor es mouen), fins a les més simples, que modelitzen estadísticament el canal a fi d'obtenir-ne realitzacions que són estadísticament equivalents a les que s'obtidrien en una situació real. Aquesta segona manera de procedir –la modelització estadística del canal– és la més habitual de treballar, per la seva simplicitat a l'hora de simular un canal (podeu imaginar la complexitat que representaria reproduir la geometria del problema quant a esforç i càlcul computacional).

Presentem a continuació la **modelització estadística d'un canal variant en el temps**. El model estadístic es basa en el fet de suposar que el comportament del canal variant en el temps es pot descriure a partir de la superposició de tres tipus bàsics de canvis en la resposta del canal: uns canvis molt lents, uns canvis lents i uns canvis ràpids.

El **model de variacions molt lentes** es justifica amb el canvi de l'escenari o entorn quan considerem temps d'observació del canal grans; per exemple, podem imaginar un vehicle que es mou i passa d'un entorn boscos a un entorn obert, creua túnels, etc.

El **model de variacions lentes** es justifica amb els canvis que s'esdevenen en l'entorn proper; per exemple, l'aparició d'ombres que redueixen el grau de cobertura en una comunicació mòbil.

Finalment, el **model de variacions ràpides** es deu als petits moviments del transmissor, el receptor i/o els *scatters*, que fan que els diferents rajos provocats pel multicamí se sumin de manera constructiva o destructiva i generin variacions en el nivell de senyal que poden ser considerables (de l'ordre d'alguns dB).

Les diferents variacions del senyal s'il·lustren gràficament en la figura 6 i es presenten amb més detall en els subapartats següents.

Lectures complementàries

Es pot trobar una explicació més detallada dels models de canals sense fil per al cas general en les referències següents:

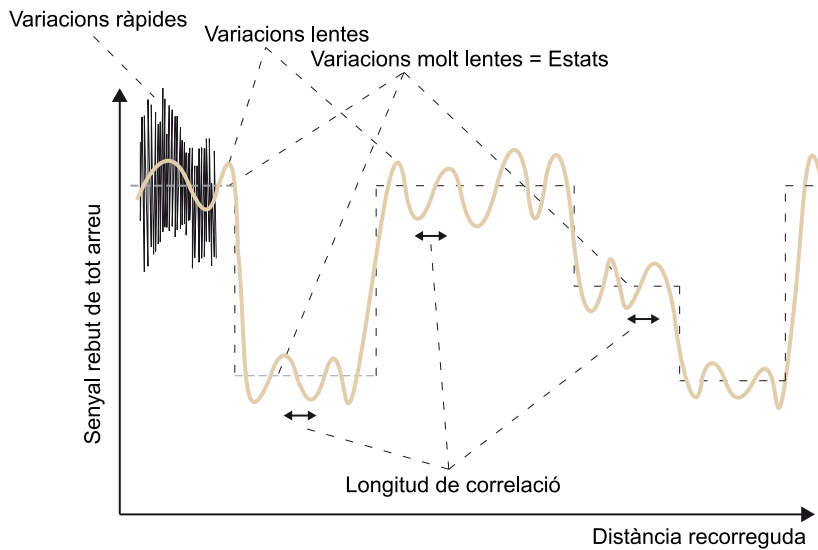
R. Steele (1992). *Mobile radio communications*. Londres: John Wiley & Sons.

T. S. Rappaport (1996). *Wireless communications: Principles and practice*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.

B. Sklar (1997, juliol). "Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems: Characterization" (part I); "Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems: Mitigation" (part II). *IEEE Communications magazine* (vol. 35, núm. 7).

F. Pérez Fontán; M. Vazquez-Castro; C. Enjamio Cabado; J. Pita García; E. Cubista (2001, novembre). "Statistical modeling of the LMS channel". *IEEE Transactions on Vehicular Technology* (vol. 50, núm. 6).

Figura 6. Model estadístic d'un canal variant



Font: F. Pérez Fontán i altres

2.1. Component de fàding molt lentament variant

Un primer component que afecta la variabilitat del canal correspon a les variacions molt lentes (*very slow fading*) del canal degudes al canvi en l'escenari o l'entorn en què s'esdevé la comunicació. Aquest tipus de variacions en moltes ocasions no es consideren en la modelització estadística del canal, ja que només té sentit tenir-les en compte quan fem una simulació o anàlisi d'un sistema de comunicacions durant un període de temps llarg i en un entorn en què el transmissor i/o el receptor poden canviar d'escenari. Per *escenari* entendrem, per exemple, passar d'un entorn rural o espai obert a un entorn urbà, boscós, a creuar túnels, etc.

Tenint en compte, doncs, les causes que justifiquen aquest component molt lentament variant del canal, podem intuir que el model en les variacions molt lentes haurà d'obeir a canvis en el model de propagació del senyal a causa del canvi d'escenari. La modelització d'aquest component de fàding molt lentament variant es farà, doncs, mitjançant una cadena de Markov en què cada estat de la cadena de Markov correspondrà a un possible escenari de propagació particular i passarem d'un escenari a un altre o ens mantindrem en el mateix escenari amb una certa probabilitat.

La complexitat en la cadena de Markov, és a dir, el nombre d'estats que definirem, estarà determinada pel problema concret que estiguem considerant i el grau de precisió que vulguem proporcionar al nostre model. En la bibliografia podem trobar diferents maneres de resoldre el problema.

Cadenes de Markov

Una cadena de Markov és un procés estocàstic que pot prendre un nombre d'estats discrets de manera que la probabilitat d'estar en un estat donat en un moment determinat, n , només depèn de l'estat del procés en el temps anterior, $n - 1$.

Exemple

Vegem a continuació l'exemple concret proposat en l'article de F. Pérez Fontán i altres, que resolen el problema per al cas concret d'un canal de comunicacions mòbils en un enllaç satèl·lit (tot i que el treball en concret fa referència a un canal satèl·lit, la solució proposada pot ser igual de vàlida per a altres tipus de canals).

Com es veu en la figura 7, en aquest cas concret, aquests autors plantegen una cadena de Markov amb tres estats, corresponents a les tres situacions diferents en les condicions de propagació, i per tant, a tres escenaris amb diferents models de propagació. En un primer cas, considerem que hi ha visió directa entre el transmissor i el receptor; en un segon cas considerarem que hi ha visió parcial; i en un tercer cas considerarem que no és possible la visió directa entre transmissor i receptor:

- Estat 1 (S1): Condicions de visió directa: LOS (*line-of-sight*).
- Estat 2 (S2): Condicions de visió parcial.
- Estat 3 (S3): Condicions de no-visió directa: NLOS.

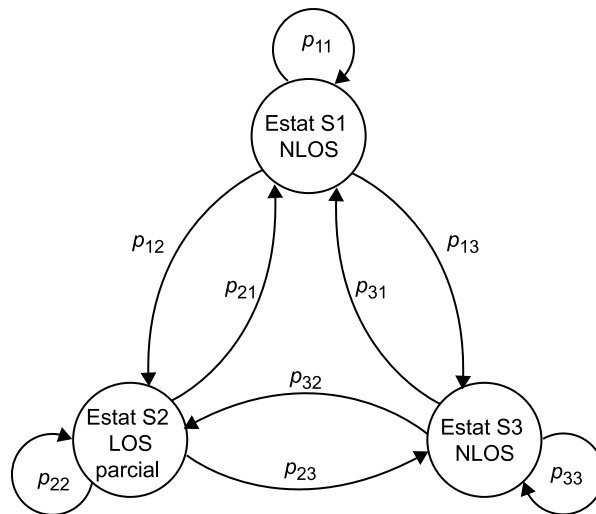
Pensem en un problema diferent del de les comunicacions mòbils per satèl·lit en què podríem aplicar aquest mateix model de tres estats. Imaginem un vehicle que rep el senyal d'un repetidor de senyal terrestre. Si el vehicle es mou en un entorn obert a prop del repetidor amb visió directa, estarem en l'estat S1. Quan el vehicle entri en una zona amb alguns arbres, aquests arbres poden generar ombres en l'enllaç repetidor-vehicle, i per tant, estarem en l'estat S2, amb una situació de visió parcial amb un cert grau d'ombra (en anglès, *shadowing*), que reduirà el nivell de potència rebuda. Finalment, si el vehicle entra en una zona urbana, els edificis introduiran un component de blocatge en l'enllaç (en anglès, *blocking*) que anul·larà el component de visió directa, i passarà a l'estat S3. El fet que no hi hagi visió directa no voldrà dir que no sigui possible la comunicació, tot i que el nivell de senyal serà molt inferior al que tindrem en els altres estats. En aquest últim cas, el senyal electromagnètic podrà arribar al receptor gràcies al component de multicamí (penseu, per exemple, en un telèfon mòbil, amb el qual, tot i no veure l'estació base, podeu disposar d'un cert grau de cobertura dins de casa).

En el model de la cadena de Markov, a part dels estats, cal definir les probabilitats de transició, que indiquen la probabilitat d'anar d'un estat a un altre (o la probabilitat de mantenir-se en un estat concret). En funció de l'entorn que estiguen considerant, caldrà determinar aquestes probabilitats. Així, per exemple, si volem modelitzar el comportament del canal de comunicacions a la plana de Lleida, on majoritàriament estarem en espai obert (estat S1) i amb una certa probabilitat, molt baixa, creuarem una zona urbana (estat S3) o ens endinsarem en una zona boscosa (estat S2), les probabilitats d'estar en S1 o passar als estats S2 o S3 seran molt diferents que si volem modelitzar el comportament del canal de comunicacions al voltant de la zona metropolitana de Barcelona, on majoritàriament estarem en un entorn urbà (estat S3), amb una certa probabilitat de tenir lleugera visió amb el transmissor (estat S2) i amb una probabilitat gairebé nul·la de trobar-nos en un espai obert (estat S1).

LOS i NLOS

Emprant la terminologia anglesa, ens referirem amb les sigles LOS i NLOS a les condicions de visió directa (*line-of-sight*) i de no-visió directa (*non-line-of-sight*).

Figura 7. Model de tres estats amb cadena de Markov per modelització del component de fàding molt lentament variants



2.2. Component de fàding lentament variant

Un segon component que afecta la variabilitat del canal correspon a les variacions lentes (*slow fading*) del canal a petita escala degudes a l'atenuació produïda per l'ombra (en anglès, *shadowing*) que trobem en els recorreguts dels objectes mòbils a causa de les característiques del terreny (pensem, per exemple, en les variacions d'atenuació del senyal provocades per un receptor mòbil que es mou darrere d'un grup d'arbres, a prop d'una zona amb petits turons, edificis o altres objectes). Aquestes variacions lentes en el fàding del canal acaben repercutint en variacions lentes del nivell de potència rebuda, o equivalentment, en la relació E_s/N_0 del senyal.

La modelització d'aquest component de fàding lentament variant s'acostuma a fer mitjançant la combinació de dos factors. Un primer factor, determinista, que depèn de la distància entre el transmissor i el receptor (component de *path-loss*), i un segon factor, aleatori, que es modelitza habitualment amb una distribució log-normal. El primer factor determinarà l'atenuació mitjana en funció de la distància, i el segon factor, les variacions sobre la mitjana. Així, doncs, l'atenuació d'un canal $L(d)$ en dB en funció de la distància es pot modelitzar de la manera següent:

$$L(d)_{dB} = L_{0dB} + 10\alpha \log_{10} \frac{d}{d_0} + L_{SdB} \quad (6)$$

En l'expressió (6):

- $\frac{d}{d_0}$ és la distància entre el transmissor i el receptor normalitzada a la distància de referència d_0 (per exemple: 1 km).
- L_{0dB} és una constant que correspon al *path-loss* a la distància de referència d_0 .
- α rep el nom d'*exponent de path-loss*.

- L_{SDB} és el factor aleatori anomenat *component* (o *factor*) de *shadowing*.

A continuació analitzem amb detall els dos factors que intervien, el component de *path-loss* i el component de *shadowing*.

2.2.1. Component de *path-loss*

Aquest component determina l'atenuació mitjana del senyal en funció de la distància. Tot i que no correspon estrictament a una variació del canal, la inclouem en aquest apartat perquè si el transmissor i/o el receptor es mouen, l'atenuació mitjana varia lentament, i això afecta la variabilitat del canal. Alguns autors, però, no consideren el *path-loss* com una part de la variabilitat del canal.

Observem que el valor d'atenuació depèn de la distància. Com és ben sabut, l'atenuació augmenta en augmentar la distància, i està regulada pel factor α . Segons l'equació (6), es pot veure que aquesta variació és lineal en funció del logaritme de la distància, i el pendent de la recta depèn de α . En un problema de propagació en espai lliure sabem que la potència decau amb el quadrat de la distància, i per tant podem dir que $\alpha = 2$. En entorns de propagació altament guiats, com una guia d'ones o un entorn urbà, en què els carrers fan una funció de guiatge del senyal, l'exponent de *path-loss* és $\alpha < 2$. Finalment, en entorns en què el senyal es troba amb elements que bloquen el senyal (per exemple, a l'interior dels edificis), l'exponent de *path-loss* és $\alpha > 2$ (típicament). Els valors per a α es determinen a partir de campanyes de mesura en entorns concrets.

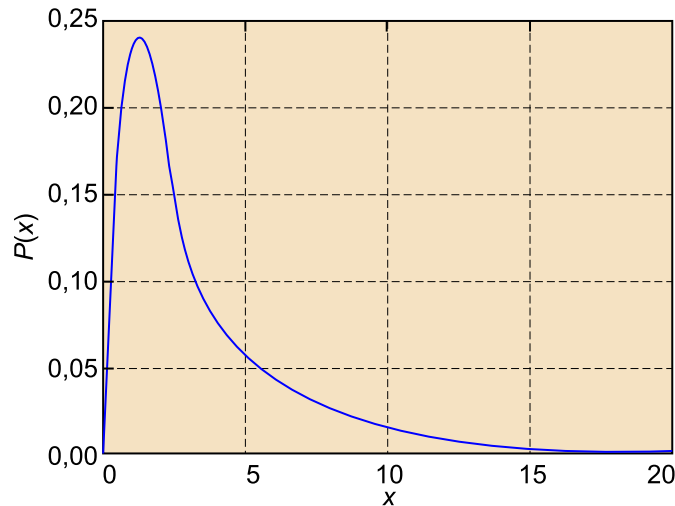
2.2.2. Component de *shadowing*

Aquest component modelitza les variacions del senyal causades pel moviment del transmissor i/o receptor amb els objectes propers amb què interacciona el senyal en propagar-se (arbres, edificis, muntanyes, etc.). Hi ha diverses maneres de modelitzar estadísticament aquest component, totes determinades de nou a partir de campanyes de mesura de canals concrets en escenaris concrets. La manera més genèrica de fer-ho (que correspon a la més senzilla) és considerar que L_{SDB} és una variable aleatòria amb distribució log-normal.

La distribució log-normal és una distribució contínua en la qual el logaritme d'una variable té una distribució normal. Per tant, la seva funció de densitat de probabilitat, que depèn dels paràmetres M i S , és (vegeu la figura 8):

$$P(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}x} \exp\left\{-\frac{(\ln x - M)^2}{2S^2}\right\} \quad (7)$$

Figura 8. Funció densitat de probabilitat d'una distribució log-normal



Com en el cas de l'exponent α , els valors de M i S es determinen a partir de campanyes de mesura en entorns concrets.

2.3. Component de fàding ràpidament variant

El tercer component que afecta la variabilitat del canal correspon a les variacions ràpides (*fast fading*) del canal. Aquest fàding ràpidament variant és causat per la propagació multicamí (vista en el subapartat anterior) combinada amb la variació d'aquest en el temps (tant si es deu a la mobilitat del transmissor o del receptor, com a la mobilitat dels *scatters*).

Tal com s'ha vist en el subapartat anterior, el senyal rebut es compon de la contribució d'un gran nombre dels rajos per l'efecte multicamí. Tot i que el model s'ha presentat intuïtivament com un model amb pocs rajos, cal pensar que el nombre de rajos que arriben al receptor en un mateix instant de temps és molt elevat (en principi, infinit).

Pensem, per exemple, en un senyal que es reflecteix en les fulles d'un arbre. El nombre de fulles és elevat i tot i que a gran escala podem modelitzar una ona electromagnètica que es reflecteix en l'arbre com un raig reflectit, a la pràctica estarà composta per una multitud de rajos que tenen retards de propagació bastant similars. Ara bé, cada raig dispers té atenuació, temps de retard, fase i desplaçament Doppler propis. En el receptor, aquesta multitud de rajos que arriben al mateix temps, se sumen. Si els diferents rajos arriben amb fases diferents, la suma pot ser constructiva, i obtenim un augment en la potència del senyal rebut en aquell instant de temps, o destructiva, i obtenim un fàding del senyal en aquell instant de temps. Petits moviments en el transmissor, el receptor i/o els *scatters* originen canvis en la fase de tots els rajos, de manera que la suma de totes les contribucions experimenta canvis apreciables, i el valor de fàding evoluciona amb el temps.

Aquest fenomen seria inapreciable si la transmissió es fes a freqüències baixes, ja que petits moviments (de l'ordre dels centímetres) provocarien canvis petits en els retards de propagació dels diferents rajos, que correspondrien a petites variacions de fase del senyal. Ara bé, com que la variació en la fase està relacionada amb la freqüència portadora del senyal, o equivalentment amb la longitud d'ona del senyal (λ), resulta que a freqüències elevades la longitud d'ona es redueix, i per tant, moviments de l'ordre de $\lambda/2$ poden produir variacions de fase de l'ordre de π radians, que faran que rajos que se sumaven constructivament es passin a sumar destructivament, o viceversa, i generin fluctuacions importants en la potència del senyal rebut.

En resum, podem concloure que el fàding ràpid s'obté com la suma de tots els rajos reflectits (en principi, infinits) on, encara que l'amplitud dels diferents rajos també varia amb el moviment (del transmissor, el receptor i/o els *scatters*), la causa principal de la variabilitat del canal es deu a la variació en la fase dels diferents rajos produïda per petits moviments. Com es pot intuir, com més gran sigui la velocitat dels canvis, més ràpida serà la variació dels fàdings i més petita serà la correlació del canal en el temps.

Nota

Alguns valors de $\lambda/2$ per a diferents freqüències portadores:

$f_c = 100 \text{ MHz}$; $\lambda/2 = 1,5 \text{ m}$

$f_c = 1 \text{ GHz}$; $\lambda/2 = 15 \text{ cm}$

La modelització d'aquest component de fàding ràpidament variant es fa de manera estadística amb una variable aleatòria. Modelitzar-lo de manera completa és una tasca complexa que ningú no es planteja. Quan l'objectiu és modelitzar la variabilitat del canal en el temps, l'estadística de segon ordre de la resposta impulsional del canal és suficient per a caracteritzar l'evolució del canal. S'introdueix, doncs, la funció d'autocorrelació de la resposta impulsional del canal variant en el temps $h(t, \tau)$, considerat ara una variable aleatòria, com l'expressió següent:

$$R_h(t_1, t_2; \tau_1, \tau_2) = E\{h(t_1, \tau_1) \cdot h^*(t_2, \tau_2)\}$$

Una simplificació comuna es basa en la suposició de l'estacionarietat i la incorrelació entre *scatters* (o rajos), que descrivim a continuació:

- Assumpció d'**estacionarietat en sentit ampli** (*assumpció WSS*, de l'anglès *wide sense stationary*). Podem dir que un canal compleix la condició d'estacionarietat en sentit ampli respecte de la variable temporal t quan els dos primers moments (mitjana i autocorrelació) de la resposta impulsional del canal no depenen del temps de referència. Això és:

$$E\{h(t_1, \tau_1)\} = E\{h(t_2, \tau_1)\}$$

$$R_h(t_1, t_2; \tau_1, \tau_2)_{WSS} = R_h(t_2 - t_1; \tau_1, \tau_2) = R_h(\Delta t; \tau_1, \tau_2)$$

- Assumpció de ***scatters* (o rajos) incorrelacionats** (també, *assumpció US*, de l'anglès: *uncorrelated scattering*). Podem dir que un canal compleix la condició de *scatters* (o rajos) incorrelacionats quan la resposta impulsional està incorrelacionada respecte de la variable τ . Això és:

$$R_h(t_1, t_2; \tau_1, \tau_2)_{US} = R_h(t_1, t_2; \tau_1) \cdot \delta(\tau_2 - \tau_1)$$

- Assumpció de **canal WSSUS**. Combinant els supòsits WSS i US, podem dir que un canal és WSSUS si compleix la condició següent:

$$R_h(t_1, t_2; \tau_1, \tau_2)_{WSSUS} = R_h(\Delta t; \tau_1) \cdot \delta(\tau_2 - \tau_1)$$

Tot i que el supòsit de canal WSSUS s'aplica de manera habitual als canals variants en el temps, és ben sabut que un canal ni pot ser rigorosament estacionari, ni pot complir la hipòtesis dels US (per exemple, alguns canals en entorns submarins no es poden considerar US). No obstant això, el supòsit de canal WSSUS és adequat per a la gran majoria de canals modelitzats en un interval de temps restringit i limitant-ne el comportament a un marge de freqüències.

Considerarem a partir d'aquest moment una versió discreta de la resposta impulsional del canal variant en el temps $h(t, k)$ amb un canal que té L components ($0 < k < L - 1$) (és a dir, assumim que la variable τ corresponent a la dispersió temporal ha estat discretitzada). Sota el supòsit US, en què els diferents *scatters* estan incorrelacionats, assumirem que els L components del canal estan incorrelacionats, i per tant, farem una modelització estadística de cadascun dels L components de manera independent. D'altra banda, cadascun dels L components del canal modelitzen un conjunt de rajos (en teoria infinits) que incideixen sobre l'antena receptora en el mateix instant de temps ($\tau = k \cdot \tau_0$), en què τ_0 és el període de mostratge de la variable τ .

Considerant, doncs, que cada component és la suma d'un nombre elevat de rajos, resultarà factible modelitzar cadascun d'aquests components com una variable aleatòria complexa amb estadística gaussiana que estarà completament caracteritzada a partir de les estadístiques de primer i segon ordre (és a dir, la mitjana i la variància). La variància depèn de la potència mitjana rebuda, mentre que la mitjana depèn de la presència o absència d'un component de visió directa entre el transmissor i el receptor (el que en el subapartat 2.1 hem anomenat *components LOS* i *NLOS*).

Com ja hem vist en aquell subapartat, l'escenari amb LOS concernirà els casos en què hi ha un raig en LOS, tant si és feble com fort. Com que aquest component de LOS és constant independentment del moviment del vehicle, aquest terme determinarà el valor mitjà del fàding del canal, mentre que els rajos dispersos contribuiran a la seva variància. L'escenari en què no està disponible el raig de LOS, el que hem anomenat *escenari NLOS*, no tindrà un terme constant, i en aquest cas, el valor mitjà de la variable aleatòria serà zero.

El valor de fàding es descriu comunament en termes de l'envolupant del canal i les variacions de fase del canal. Cadascun dels L components complexos del canal a partir de les parts real i imaginària es poden denotar segons l'expressió (8):

$$h(t, \tau) = h_r(t, \tau) + j \cdot h_i(t, \tau) \quad (8)$$

Llavors podem expressar el canal en coordenades polars:

$$h(t, \tau) = r(t, \tau) \cdot e^{j\phi(t, \tau)} \quad (9)$$

En aquesta expressió, $r(t, \tau)$ correspon a l'envolupant del canal, i $\phi(t, \tau)$ a les variacions de fase del canal. En un escenari NLOS, l'envolupant té una funció densitat de probabilitat de Rayleigh, mentre que en un escenari LOS, la funció densitat de probabilitat és de Rice. Totes dues estadístiques es revisen a continuació (subapartats 2.3.1 i 2.3.2).

D'altra banda, sota el supòsit WSS hem vist que l'evolució del canal quedarà estadísticament caracteritzada sobre la base de la correlació entre dos instants de temps. Introduïrem, doncs, alguns detalls sobre aquesta estadística de segon ordre en el subapartat 2.3.3, tot i que s'acabarà de detallar en l'apartat 3 d'aquest mòdul didàctic.

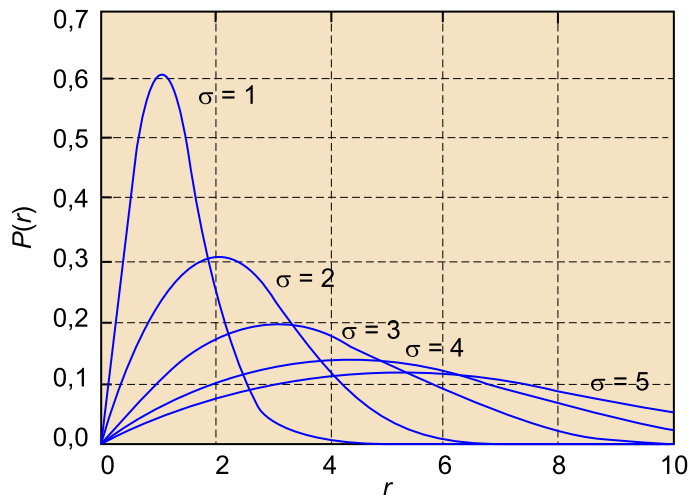
2.3.1. Escenari NLOS. Distribució de Rayleigh

En un escenari amb NLOS, el fàding gaussià i complex del canal té mitjana zero i variància σ^2 idèntica per a les parts real i imaginària. Per tant, la seva envolupant segueix una distribució de Rayleigh i la seva fase és uniforme en l'interval $[0, 2\pi)$, en què totes dues són variables independents. La funció densitat de probabilitat per a $r(t, \tau)$ i $\phi(t, \tau)$ és, doncs (n'hem eliminat les variables t i τ per a més claredat en la notació):

$$\begin{aligned} p(r) &= \frac{r}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right\} \\ p(\phi) &= \frac{1}{2\pi} \quad \text{per a } 0 \leq \phi < 2\pi \end{aligned} \quad (10)$$

La figura 9 il·lustra la funció densitat de probabilitat de $p(r)$ per a diferents valors de la variància σ .

Figura 9. Funció densitat de probabilitat de l'envolupant d'una distribució de Rayleigh per a diferents valors de σ



2.3.2. Escenari LOS. Distribució de Rice

En un escenari amb LOS, el fàding gaussià i complex del canal té una mitjana no nul·la que depèn de la potència relativa entre el component de LOS i la suma dels components reflectits a causa dels *scatters*. En aquest cas, la funció densitat de probabilitat de l'envolupant, $p(r)$, en lloc de seguir una estadística de Rayleigh, segueix una estadística amb distribució de Rice, i la funció densitat de probabilitat de la fase $p(\phi)$ deixa de ser uniforme i independent de l'envolupant.

El factor K , factor en una distribució de Rice, caracteritza el comportament de la distribució i es defineix com la relació de potència entre el component de LOS ($P_{Directa}$) i els components reflectits (P_{Difusa}):

$$K = \frac{P_{Directa}}{P_{Difusa}} = \frac{A_{LOS}^2}{2\sigma^2} \quad (11)$$

en què A_{LOS} és l'envolupant del component de mitjana no nul·la de la gaussiana complexa (component LOS) i σ^2 , com s'ha definit anteriorment, és la variància de les parts real i imaginària del component NLOS.

Com seria d'imaginar, quan K tendeix a zero (és a dir, la potència del component LOS disminueix), la distribució de Rice s'aproxima a la distribució de Rayleigh, mentre que quan K tendeix a infinit, la contribució de les dispersions del senyal rebut és negligible i s'obté una delta centrada en el valor del component LOS. La funció de densitat de probabilitat conjunta de l'envolupant i la fase en una distribució de Rice respon a l'expressió següent:

$$P(r, \phi) = \frac{R}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{r^2 + A_{LOS}^2 - 2A_{LOS}r\cos\phi}{2\sigma^2}\right\} \quad (12)$$

Si volem conèixer la funció densitat de probabilitat de l'envolupant, calculem el marginal respecte de la variable de fase i obtenim $p(r)$, en què $I_0(\cdot)$ és la funció de Bessel modificada de primer ordre:

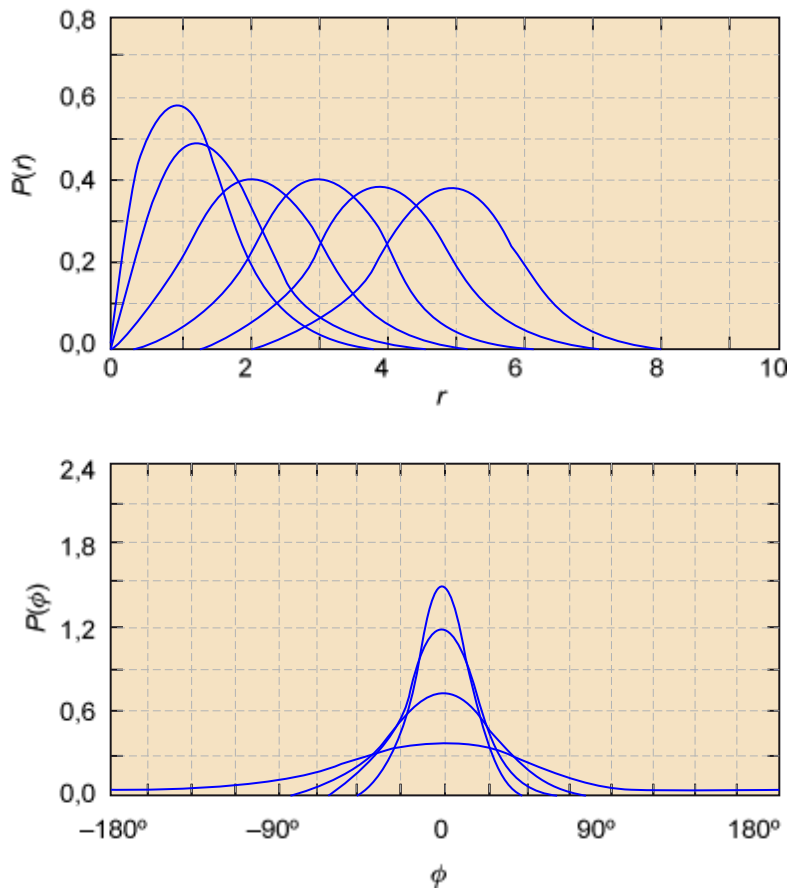
$$P(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{r^2 + |A|^2}{2\sigma^2}\right\} I_0\left(\frac{r|A_{LOS}|}{2\sigma^2}\right) \quad (13)$$

De la mateixa manera, també podem obtenir la funció densitat de probabilitat de la fase $p(\phi)$ com l'expressió (14):

$$P(\phi) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{A_{LOS}^2}{2\sigma^2}\right\} \left[\sigma^2 + \frac{A_{LOS}}{2} (2\pi\sigma^2)^{\frac{1}{2}} \cos(\phi) \exp\left\{\frac{A_{LOS}^2 \cos^2 \phi}{2\sigma^2}\right\} \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{A_{LOS} \cos \phi}{2\sigma^2}\right)\right) \right] \quad (14)$$

La figura 10 mostra la funció densitat de probabilitat de l'envolupant per a una distribució de Rice (a dalt) i la funció densitat de probabilitat de la fase (a baix). Les corbes il·lustren la funció de densitat de probabilitat per a diversos valors del factor K . Podeu veure clarament que en aquest cas la fase no és uniforme com en el cas de la distribució de Rayleigh.

Figura 10. Funció densitat de probabilitat de l'envolupant (a dalt) i de la fase (a baix) d'una distribució de Rice per a diferents valors de factor K



2.3.3. Variació temporal del canal. Estadística de segon ordre

Aquest subapartat revisa l'estadística de segon ordre del component NLOS, ja que només el component de NLOS experimenta variacions ràpides en el fàding. Observem que, tal com s'ha comentat en el subapartat 2.3.2, en cas de trobar-nos davant d'un component amb LOS, aquest està format per un raig directe i la suma d'un conjunt de rajos reflectits. El comportament estadístic de la suma de rajos reflectits serà el mateix que per al cas de NLOS, i per tant, concerneix el cas que veurem a continuació. Per contra, les variacions del component directe seran lentament variants, i per tant, es regiran pel que s'ha vist en el subapartat 2.2.

Com ja s'ha vist, la velocitat a la qual el fàding del canal evoluciona en el temps depèn de la velocitat relativa del transmissor, del receptor i dels *scatters*. En un model estadístic del canal variant en el temps, l'evolució en el temps del component ràpidament variant estarà caracteritzada per la correlació temporal. Sota el supòsit de WSSUS, aquesta correlació només dependrà de la diferència de temps Δt i serà independent del valor de τ (recordem que τ és la variable relacionada amb la dispersió temporal). Així, doncs, la correlació temporal estarà definida per l'expressió (15), en què m_h és la mitjana del canal, que ja hem vist que en el cas NLOS serà zero i en el cas LOS correspondrà al terme de component directe del canal:

$$R_h(\Delta t; \tau) = E\{(h(t, \tau) - m_h) \cdot (h^*(t - \Delta t, \tau) - m_h)\} \quad (15)$$

En molts casos, en lloc d'especificar la correlació temporal del canal $R_h(\Delta t, \tau)$, n'especificarem la transformada de Fourier, funció que, com veurem en el subapartat 3.3, rep el nom de *densitat espectral de potència Doppler*, i està definida de la manera següent:

$$S_h(\nu, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} R_h(\Delta t, \tau) e^{-j2\pi\nu\Delta t} d\Delta t \quad (16)$$

Nota

El valor de l'espectre Doppler depèn de la distribució espacial dels *scatters* i només pot ser diferent de zero en l'interval $\pm f_{dmax} = \pm \frac{v}{c} f_0$, en què f_0 és la freqüència de la portadora, v la velocitat del moviment, i c la velocitat de la llum. Es poden trobar més detalls sobre aquests paràmetres en el subapartat 3.3 d'aquest mòdul, quan s'introdueixen els paràmetres de dispersió en freqüència.

3. Característiques dels canals variants en el temps

Un cop hem vist els diferents components d'un canal variant en el temps, pasarem a definir els paràmetres que caracteritzen el grau de dispersió temporal del canal (variable τ) i la seva variabilitat en el temps (variable t). Aquests paràmetres, com veurem a continuació, es poden analitzar, i per tant caracteritzar, tant en el domini del temps com en el domini de la freqüència. En els subapartats 3.1 i 3.2 veurem les dues primeres característiques que fan referència a la dispersió temporal, representada per la variable τ , la primera analitzada en el domini del temps, i la segona en el domini de la freqüència.

De la mateixa manera es poden definir paràmetres que caracteritzin el comportament del canal en el domini del temps, és a dir, la seva variació temporal, representada per la variable t . Aquests paràmetres es presenten en els subapartats 3.3 i 3.4.

3.1. Dispersió del retard

Molts paràmetres permeten caracteritzar el canal amb propagació multicamí en termes de la seva dispersió temporal del retard (*delay spread*), és a dir, en termes de la variable τ o de l'índex k . Aquests paràmetres es poden definir tant per a la versió analògica del canal $h(t, \tau)$ com per al seu equivalent discret $h(t, k)$. Per simplicitat en la notació, i perquè sovint s'utilitza la versió discreta del canal, definirem els paràmetres per a aquest cas.

3.1.1. Perfil del retard de la potència

El perfil del retard de la potència (en anglès, *power delay profile*) correspon al nivell de potència mitjana de cadascun dels coeficients del canal i s'obté a partir de l'esperança matemàtica respecte de la variable t de la potència per a cada coeficient (índex k). El $PDP(k)$ es calcula, doncs, a partir de l'expressió següent:

$$PDP(k) = E_t \{ |h(t, k)|^2 \} \quad (17)$$

3.1.2. Dispersió del retard

Sovint voldrem reduir a un escalar la mesura del grau de dispersió temporal del canal. Indicar el valor del màxim retard o el nombre de coeficients del canal no serà un indicador acurat del grau de dispersió del canal, ja que el perfil que segueixi la dispersió del canal (el PDP) serà representatiu.

Reflexió

Des d'un punt de vista pràctic, es poden introduir un conjunt de funcions per a calcular els diversos paràmetres que caracteritzen els canals variants en el temps i així modelitzar els efectes de multicamí i les seves variacions al llarg del temps. Aquesta família de funcions són conegudes com les funcions de Bello introduïdes per Phillip. A. Bello l'any 1963:

P. A. Bello (1963, desembre). "Characterization of randomly time-variant linear channels". *IEEE Transactions on Communications Systems* (vol. 11, núm. 4, pàg. 360-393).

En aquest mòdul només treballarem amb dues de les funcions de Bello: la resposta impulsionial del canal $h(t, \tau)$, ja vista en l'apartat 2; i la densitat espectral de potència Doppler $S(v, \tau)$, introduïda en l'equació (16) i que detallarem en el subapartat 3.3.

Imagineu dos canals amb el mateix nombre de coeficients, l'un amb un perfil del retard de la potència que decau exponencialment, i l'altre de manera uniforme. És clar que en el primer cas els rajos amb més retard seran poc representatius (arriben amb poca potència), mentre que en el segon cas els rajos amb més retard són tan representatius com els primers. Indicar, doncs, el retard màxim no seria una manera "justa" de considerar el grau de dispersió del canal.

Com a mesura del grau de dispersió, la dispersió del retard (*delay spread*, DS) es defineix com l'arrel quadrada mitjana (o desviació estàndard) del retard de les diferents reflexions, ponderades per la seva amplitud (perfil del retard de la potència). Això és:

$$DS = \sqrt{\frac{\sum_k PDP(k)(kT)^2}{\sum_k PDP(k)} - \left(\frac{\sum_k PDP(k)(kT)}{\sum_k PDP(k)}\right)^2} \quad (18)$$

3.2. Amplada de banda de coherència

L'amplada de banda de coherència d'un canal B_c és la separació en freqüència que satisfà que la resposta en freqüència del canal té un nivell de correlació estipulat. A la pràctica, aquest paràmetre intenta determinar l'amplada de banda dins de la qual el comportament del canal es pot considerar constant.

L'amplada de banda de coherència es defineix com una relació inversament proporcional a la dispersió del retard (o *delay spread*):

$$B_c = \frac{1}{\alpha \cdot DS} \quad (19)$$

No hi ha un criteri estricte amb referència al valor que ha de prendre α en la bibliografia, i s'han proposat diferents valors en funció del grau de correlació entre les dues freqüències (és a dir, depenent de fins a quin grau de correlació podem afirmar que el canal "és constant"). Els criteris més restrictius, que defineixen l'amplada de banda de coherència com l'amplada de banda en la qual dues freqüències tenen una correlació de 0,9, defineixen $\alpha = 50$. Si la definició es relaxa, de manera que la correlació entre freqüències es fixa a 0,5, el valor de α es redueix a $\alpha = 5$.

Observem, doncs, que no hi ha una relació exacta entre l'amplada de banda de coherència i la dispersió del retard. Per tant, és convenient que, sempre que s'indiqui l'amplada de banda de coherència, s'especifiqui el criteri que s'ha utilitzat.

Reflexió

Recuperant la idea que es veu en l'apartat 1 d'aquest mòdul, en què modelitzem el comportament del canal a partir de la seva resposta en freqüència $H(f)$, podem veure que el fet de dir que en una determinada amplada de banda el canal es pot considerar constant és equivalent a dir que el canal es podrà assumir com a ideal (sense dispersió temporal) per a qualsevol senyal que tingui una amplada de banda més petita que l'amplada de banda de coherència del canal.

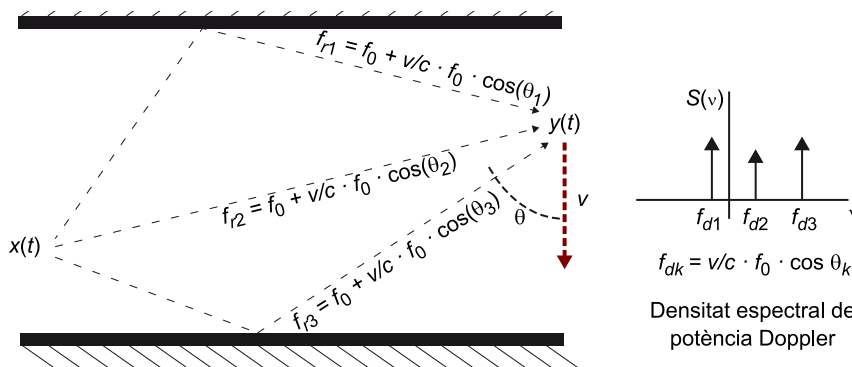
3.3. Dispersió Doppler

El mateix fenomen de variació del senyal rebut que s’ha explicat en el subpartat 2.3 en el domini del temps a partir de les variacions en la fase del senyal, pot ser descrit en el domini de la freqüència a partir de les variacions en l’angle d’arribada del senyal quan el canal és variant en el temps (hi ha un moviment, sia del transmissor, del receptor i/o dels *scatters*).

Com és sabut, un objecte en moviment observa un efecte Doppler que implica una desviació en la freqüència nominal del senyal transmès i que depèn de la velocitat relativa del moviment (és a dir, de la velocitat nominal del moviment i del cosinus de l’angle entre el vector d’arribada del senyal i el vector del moviment). Si ara pensem en un escenari en què el senyal rebut està format per una infinitat de rajos que arriben en el mateix instant de temps a causa de la diferència de camins, podrem afirmar que cada raig té un angle diferent d’arribada, i per tant, l’efecte Doppler que experimenta el senyal en cada raig presenta una desviació de freqüència diferent. És el que en anglès s’anomena *Doppler spread*.

Partim d’un exemple senzill per entendre la idea i després ja l’ampliarem a un senyal en un problema real. Imaginem que un receptor en moviment a una determinada velocitat v rep un to pur de freqüència f_0 enviat des d’un transmissor a través d’un canal amb multicamí; a causa del multicamí, en la recepció es reben tres rajos, tal com indica el dibuix de l’esquerra de la figura 11.

Figura 11. Exemple de dispersió Doppler (esquerra) i densitat espectral de potència Doppler (dreta)



L’espectre del senyal transmès seria una delta en la freqüència f_0 . A causa del moviment relatiu entre el transmissor i el receptor, cadascun dels rajos que incideixen en el receptor experimentarà un efecte Doppler diferent, de manera que la freqüència rebuda serà: $f_{rk} = f_0 + v/c \cdot f_0 \cdot \cos \theta_k$. En conseqüència, el receptor, en lloc de rebre un to pur, rebrà tres tons en les freqüències f_{r1} , f_{r2} i f_{r3} , de manera que l’espectre del senyal rebut estarà format per tres deltes en les

frequències esmentades. Podem afirmar, doncs, que s'ha produït una dispersió freqüencial, ja que l'energia, que estava concentrada en el transmissor en una sola freqüència, s'ha dispersat en tres freqüències.

Aquesta informació de dispersió freqüencial es pot representar en una gràfica que contingui els valors de desviació Doppler que experimenta el senyal (vegeu la gràfica de la dreta de la figura 11). Anomenarem aquest fenomen de dispersió *dispersió Doppler*, i la gràfica que conté aquesta informació *densitat espectral de potència Doppler* (en anglès, *Doppler power spectral density*).

Un cop entès el concepte a partir de l'exemple anterior, amplièm la idea a una situació real. En una transmissió amb un entorn amb multicamí s'observa que es reben rajos en totes les direccions de l'espai, i per tant, la densitat espectral de potència Doppler no serà una funció discreta, sinó una funció contínua amb valors de desplaçament Doppler en l'interval $\pm f_{dmax}$ Hz (en què $f_{dmax} = v/c \cdot f_0$).

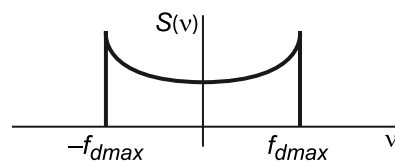
Per cadascun dels coeficients del canal (és a dir, per cada valor de retard τ) caldrà considerar la contribució conjunta de tots el rajos (un nombre infinit) que arriben al receptor amb els seus angles associats per a calcular la funció densitat espectral de potència Doppler $S(\nu, \tau)$. Observem que incloem la variable τ , que indica que cada coeficient del canal pot tenir una dispersió Doppler diferent.

En escenaris de comunicacions mòbils, en què podem assumir que les reflexions arriben a un pla de manera uniforme i des de totes les direccions de l'espai, la densitat espectral de potència Doppler respon a una expressió coneguda com a *U-shape* (per la forma de *U*, vegeu la figura 12):

$$S(\nu, \tau) = \begin{cases} \frac{PDP(k)}{\pi f_{dmax} \sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{f_{dmax}}\right)^2}} & |\nu| < f_{dmax} \\ 0 & \text{Resta} \end{cases} \quad (20)$$

Tot i que aquesta no és l'única forma que pot prendre la densitat espectral de potència Doppler, s'acostuma a utilitzar en molts problemes de comunicacions.

Figura 12. Densitat espectral de potència Doppler. *U-shape* (eq. (20))



Hem començat aquest subapartat indicant que l'efecte Doppler (i per tant, la dispersió Doppler) està associat al moviment d'alguns dels elements que intervenen en la comunicació (sia del transmissor, el receptor i/o els *scatters*).

En efecte, si no hi hagués moviment, la velocitat seria $v = 0$, i per tant $f_{dmax} = 0$, i la funció densitat espectral de potència Doppler col·lapsaria en una delta a l'origen, fet que voldria dir que no hi ha dispersió Doppler. Així, doncs, la densitat espectral de potència Doppler està associada a la variabilitat del canal (ja hem vist en subapartats anteriors que és el moviment d'alguns dels elements que intervenen en la comunicació el que força que el canal varii en el temps). En efecte, com ja hem comentat en l'equació (16), la densitat espectral de potència Doppler serà la transformada de Fourier de la correlació temporal del canal $R_H(\Delta t, \tau)$.

Reflexió

L'expressió de $S(v)$ de l'equació (20) corresponent a la *U-shape* s'ha representat en un model en 2D, tenint en compte que només l'azimut (angle en un pla paral·lel al terra) és rellevant per a modelitzar els múltiples rajos que arriben al telèfon mòbil. Aquest model té sentit, per exemple, en canals de comunicacions mòbils d'exterior (*outdoor*), en què l'estació base radia en un pla paral·lel al terra.

No obstant això, hi ha escenaris en què cal considerar que el senyal no arriba en un pla, sinó des de totes les direccions de l'espai. Típicament, en un canal d'interior (*indoor*), a causa de l'elevat nombre de reflexions que es produeixen a les parets, el terra i els sostres, no solament l'azimut, sinó també l'elevació és rellevant, i han de ser considerades per a modelitzar tot els rajos que incideixen. Això implica considerar un model en 3D. No és objecte d'aquests materials derivar l'expressió de la densitat espectral de potència Doppler en cada cas, però podem afirmar que en el cas de suposar que es reben rajos distribuïts uniformement en azimut i elevació (és a dir, en 3D), la densitat espectral de potència Doppler és plana (uniforme) en l'interval $\pm f_{dmax}$ Hz.

La transformada de Fourier de l'equació (20) és la funció de Bessel de primera espècie i ordre zero, i per tant, en aquest cas, la correlació temporal del canal (per al coeficient k -èsim) és $R_H(\Delta t, k) = PDP(k) \cdot J_0(2\pi f_{dmax} \Delta t)$.

Així mateix, per al cas de densitat espectral de potència Doppler uniforme que comentem aquí, la correlació temporal del canal seria una funció sinc:

$$R_H(\Delta t, k) = PDP(k) \cdot \text{sinc}(2f_{dmax} \Delta t)$$

3.4. Temps de coherència

De manera similar a l'amplada de banda de coherència, en el domini del temps es pot definir el temps de coherència com una mesura estadística de la durada del temps durant la qual la resposta impulsional del canal es pot considerar invariant. Aquest paràmetre està relacionat amb la correlació temporal del canal, i per tant, com s'ha comentat al final del subapartat anterior, estarà relacionat amb la densitat espectral de potència Doppler i la dispersió Doppler.

En efecte, de manera dual a com es feia en la definició de l'amplada de banda de coherència, el **temps de coherència** T_c es defineix com la inversa de la dispersió Doppler màxima:

$$T_c = \frac{1}{\alpha \cdot f_{dmax}} \quad (21)$$

Un cop més, no hi ha una definició única per a aquest paràmetre i podem trobar diferents valors per a la constant α . La definició més comuna és la següent:

$$T_c = \sqrt{\frac{9}{16\pi}} \frac{1}{f_{dmax}} \quad (22)$$

Tot i que es poden trobar condicions més restrictives (per exemple: $\alpha = 1$).

3.5. Classificació dels canals

A partir de les característiques dels canals comentades en el subapartat anterior, podem classificar-los en funció d'aquells valors. Cal dir que tot canal variant en el temps presenta en general dispersió temporal i dispersió freqüencial. És a dir, per a tot canal, podem especificar una dispersió del retard i una dispersió Doppler, i per extensió, podem determinar una amplada de banda de coherència i un temps de coherència. Tot i que aquests valors sempre estan presents en tot canal, podem considerar que alguns predominen respecte dels altres, i per tant, podem classificar els canals segons el comportament dominant que presenten.

El grau de resolució a l'hora de fer la classificació pot ser divers. En aquest subapartat presentarem només els extrems, entenent que si els conceptes queden clars, podeu fer qualsevol classificació intermèdia sense dificultat. Així, doncs, parlarem de **canal multiplicatiu** (quan la dispersió temporal és negligible) i de *canal selectiu en freqüència* (quan el component de dispersió temporal és el dominant). D'altra banda, també podem fer esment d'una classificació en funció del grau de variabilitat del canal i parlarem de *canal ràpidament variant* i *canal lentament variant*. En el límit, podríem parlar de **canal variant en el temps** i **canal invariant en el temps**. Aquestes classificacions, com veurem en l'apartat 5, seran necessàries a l'hora de determinar les tècniques de mitigació del canal que podem aplicar.

3.5.1. Canal selectiu en freqüència vs. canal multiplicatiu

Tot canal amb multicamí presenta un grau de dispersió temporal provocat pel retard diferent amb què arriben els diferents rajos reflectits al receptor. El grau de dispersió temporal, especificat, per exemple, per un valor de dispersió del retard tal com s'ha definit en el subapartat 3.1, no serà en si mateix indicador de la distorsió que el canal provoca sobre el senyal. Per a poder analitzar l'efecte que la dispersió temporal del canal té sobre el senyal, caldrà comparar la dispersió del retard, o equivalentment l'amplada de banda de coherència (recordeu la relació inversa entre tots dos paràmetres), amb alguna de les característiques del senyal, com el temps de símbol o l'amplada de banda del senyal.

Podem dir d'un canal que és un canal multiplicatiu per a un senyal digital determinat quan la dispersió del retard del canal és negligible si es compara amb el temps de símbol. Equivalentment, la condició anterior es compleix quan l'amplada de banda de coherència del canal és molt més gran que l'amplada de banda del senyal, de manera que el canal es veu com una constant multi-

plicativa que escala el senyal sencer sense distorsionar-lo. Aquesta segona condició és la que hem d'analitzar per a comprovar si un canal és multiplicatiu quan el senyal és analògic (ja que no podem trobar un equivalent al temps de símbol en senyals analògics). Matemàticament, si denotem amb T el període de símbol d'un senyal i amb B la seva amplada de banda, podem formular la definició de la manera següent:

$$\begin{aligned} B &\ll B_c \\ T &\gg DS \end{aligned} \quad (23)$$

Per al cas contrari, podem dir d'un canal que per a un senyal digital determinat és un **canal selectiu en freqüència**, o equivalentment **dispersiu en temps**, quan la condició anterior no es compleix. Determinar què vol dir "molt més petit" en l'equació anterior és una tasca complicada en el sentit que no hi ha cap criteri objectiu per a determinar quan un canal deixa de ser multiplicatiu i passa a ser dispersiu en el temps (alguns autors parlen d'un factor 10, però no deixa de ser un criteri com qualsevol altre que poguéssim establir). En aquest sentit, com hem dit en la introducció d'aquest subapartat, els extrems estan clars i al mig podríem fer una subclassificació que no deixa mai de ser subjectiva, a la qual, per tant, no dediquem temps.

Observem que un canal multiplicatiu ens indica que tots els rajos reflectits arriben amb poca diferència de temps (sempre en comparació amb el temps de símbol), i per tant, el canal no presenta dispersió temporal. En aquest cas, la relació entrada-sortida que hem escrit al principi del mòdul (equació (1)) quedaria de la manera següent:

$$y(t) = h(t)x(t) + w(t) \quad (24)$$

3.5.2. Canal ràpidament variant en el temps vs. canal lentament variant en el temps

Observem que la classificació anterior està relacionada amb el grau de dispersió temporal del canal, i per tant, la classificació s'ha fet a partir de comparar les característiques del senyal amb els paràmetres que fan referència a la dispersió temporal (vistos en els subapartats 3.1 i 3.2). Anàlogament, podem avaluar el grau de variabilitat d'un canal a partir dels paràmetres que fan referència a la dispersió freqüencial (presentats en els subapartats 3.3. i 3.4). Classificar els canals segons el grau de variabilitat resultarà important perquè condicionarà la capacitat de seguir les variacions del canal en el receptor.

De manera anàloga a la classificació anterior, per a poder analitzar l'efecte que la variació temporal del canal té sobre el senyal, caldrà comparar el temps de coherència, o equivalentment la dispersió Doppler (recordeu la relació inversa entre els dos paràmetres), amb alguna de les característiques del senyal, com ara el temps de símbol o l'amplada de banda.

Reflexió

La dispersió en el temps i la selecció en freqüència són dues manifestacions equivalents d'un canal amb multicamí. Per aquesta raó parlem indistintament de *canal selectiu en freqüència* o *canal dispersiu en el temps*, tot i que la primera manera de referir-nos-hi és la més habitual.

Podem dir d'un canal que és **lentament variant en el temps** per a un senyal digital determinat, quan el temps de coherència del canal és negligible si es compara amb el temps de símbol. Equivalentment, la condició anterior es compleix quan la dispersió Doppler màxima és molt més petita que l'amplada de banda del senyal, de manera que la dispersió en freqüència (obtinguda com la convolució de la resposta en freqüència amb la dispersió Doppler) es pot considerar negligible. Com el cas anterior, aquesta segona condició és l'única que hem d'analitzar per a comprovar si un canal és multiplicatiu quan el senyal és analògic.

Matemàticament, si mantenim la notació de T per al període de símbol d'un senyal i B per a l'amplada de banda, podem formular la definició de la manera següent:

$$\begin{aligned} B &\gg f_{dmax} \\ T &\ll T_c \end{aligned} \quad (25)$$

Per al cas contrari, direm que estem davant d'un **canal ràpidament variant**, cosa que vol dir que en pocs símbols el canal ha canviat completament la resposta impulsional. Novament, el fet de determinar què vol dir "molt més petit" en l'equació anterior és completament arbitrari, no hi ha cap criteri objectiu. Ens fixarem, doncs, en els extrems per a entendre la idea.

En canals mitjanament o lentament variants en el temps en els quals sigui possible anar seguint (estimant) la resposta impulsional del canal, el grau de variabilitat del canal ens interessarà per a determinar amb quina freqüència caldrà que el receptor actualitzi l'estimació de la resposta del canal. Ampliant aquesta idea, en comunicacions a ràfegues canviarem el punt de referència per veure si un canal és variant o invariant, i compararem el temps de coherència del canal amb la durada del paquet o trama de dades (en lloc de fer-ho respecte del temps de símbol).

En cas que el canal no hagi variat durant la trama (o ho hagi fet de manera poc apreciable), direm que el canal és invariant o molt lentament variant, mentre que en cas que hagi variat considerablement, direm que el canal és ràpidament variant. Aquest criteri ens servirà en aquest cas per a classificar els canals que no necessiten d'un seguiment de la resposta del canal per part del receptor, dels que sí que requereixen aquest seguiment. En el primer cas n'hi haurà prou d'estimar la resposta del canal al principi de la comunicació (de la trama), mentre que en el segon cas caldrà inserir pilots enmig de la trama per a facilitar el seguiment de la resposta del canal.

Reflexió

La dispersió en freqüència i la variabilitat en el temps són dues manifestacions equivalents d'un canal amb multicamí. Per aquesta raó parlem indistintament de *canal variant en el temps* o *canal dispersiu en freqüència*, tot i que la primera manera de referir-nos-hi és la més habitual.

4. Modelització dels canals variants en el temps

En aquest apartat resumim molt breument la manera de modelitzar un canal variant en el temps en cas que s'hagi de generar una realització d'aquest canal amb la finalitat de fer una simulació.

El model del canal s'utilitza per a una versió discreta de la resposta impulsional del canal variant en el temps $h(t,k)$, en què k , tal com s'ha vist en l'apartat 2, és l'índex corresponent a la dispersió temporal, i T (utilitzat a la figura 15) el temps en segons entre mostres del canal discret. El canal es generarà segons l'equació (1), de manera que es pugui obtenir el senyal a la sortida del canal, donat un senyal d'entrada determinat.

Per a modelitzar el canal, haurem de conèixer els paràmetres següents:

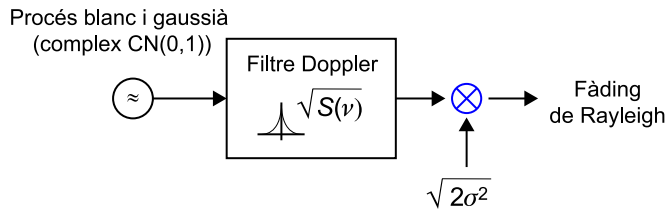
- El nombre de coeficients del canal: L .
- El perfil de potència (*power delay profile*) del canal: $PDP(k)$.
- El factor K o factor de Rice del component amb LOS (típicament el primer component). En cas de ser en un escenari NLOS: $K = 0$.
- La funció densitat espectral de potència Doppler: $S(\nu)$.

Assumirem que el canal és WSSUS. Per tant, com que els coeficients del canal (o rajos) estan incorrelacionats (US), generarem cadascun dels L components del canal de manera independent. Tots seguiran una estadística de Rayleigh excepte un (típicament el primer), que seguirà una estadística de Rice per a poder incloure la presència d'un component LOS. D'altra banda, com que el canal és estacionari en sentit ampli (WSS), només ens caldrà conèixer la densitat espectral de potència Doppler (o equivalentment la correlació temporal del canal) per a modelitzar l'evolució temporal del canal.

Per a generar cadascun dels components de Rayleigh, que estadísticament han de tenir una correlació temporal determinada fixada a partir de la funció de densitat espectral de potència Doppler $S(\nu)$, es parteix d'un senyal blanc i gausià (de mitjana zero i variància unitat) que es filtra amb un filtre de resposta en freqüència $|H(\nu)| = \sqrt{S(\nu)}$ en què la fase de la resposta de freqüència no és rellevant, de manera que hi ha llibertat per a triar de la manera més convenient. Caldrà multiplicar la sortida del filtre per un escalar a fi de garantir que es compleix el perfil de potència del canal que es vol modelitzar (assumim que el filtre $S(\nu)$ està escalat per a tenir un senyal de potència unitat a la sortida).

La figura 13 il·lustra l'esquema per a generar els components de Rayleigh.

Figura 13. Esquema de generació d'un component de Rayleigh per a modelitzar el fàding ràpidament variant del canal

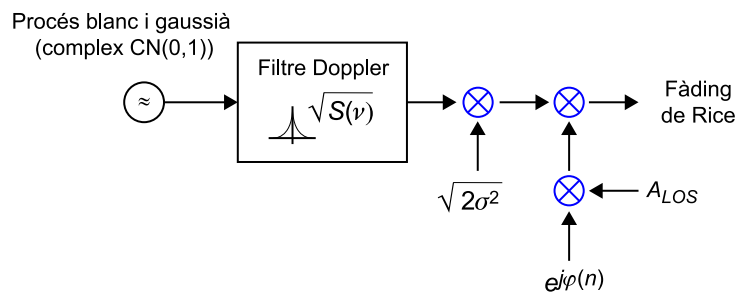


Per a generar el component de Rice, només cal sumar el component de LOS (corresponent al raig LOS) a la sortida del filtre com un terme exponencial que inclou el desplaçament de freqüència Doppler que experimenta la freqüència portadora a causa del moviment del transmissor i/o receptor. Seguidament, també caldrà corregir les amplituds del component LOS (amb l'escalar A_{LOS}) i del component NLOS (amb l'escalar $2\sigma^2$) per tal d'ajustar el factor K de la variable de Rice que volem generar segons les equacions següents (novament assumim que el filtre $S(\nu)$ està escalat per a tenir un senyal de potència unitat a la sortida):

$$2\sigma^2 = \frac{1}{(K+1)} \quad A_{LOS} = \sqrt{\frac{K}{K+1}}$$

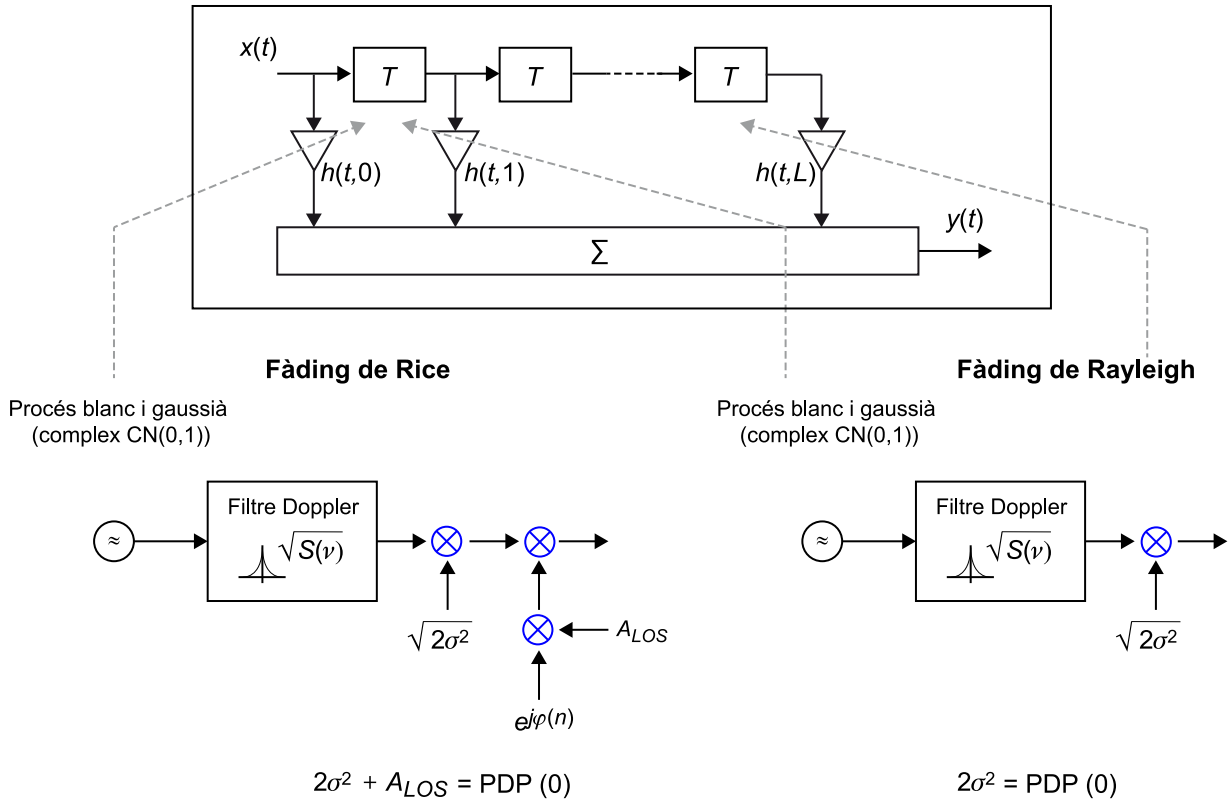
La figura 14 il·lustra l'esquema per a generar el component de Rice.

Figura 14. Esquema de generació d'un component de Rice per a modelitzar el fàding ràpidament variant del canal



Finalment, la figura 15 il·lustra l'esquema complet per a generar la resposta impulsional d'un canal variant en el temps $h(t,k)$ amb L components (en el dibuix assumim que tots els components tenen la mateixa densitat espectral de potència Doppler $S(\nu)$; en cas contrari, cada coeficient s'haurà de generar amb la funció densitat espectral de potència Doppler adequada $S(\nu,\tau)$).

Figura 15. Esquema per a modelitzar un canal variant en el temps $h(t,k)$



5. Mitigació de la distorsió del canal (equalització i diversitat)

Les tècniques de mitigació del canal que podem implementar dependran de les característiques del canal. Combinant les dues classificacions efectuades en l'apartat anterior, podem trobar quatre tipus de situacions (novament ens referim als extrems, tot i saber que hi ha situacions intermèdies amb solucions no tan ben definides) i per cadascuna podem trobar diferents opcions a l'hora de compensar o mitigar l'efecte del canal. A continuació, resumim breument cadascuna de les opcions.

5.1. Canal multiplicatiu invariant (o molt lentament variant) en el temps

En aquest cas podem considerar que estem davant d'un canal ideal, és a dir, el que en altres assignatures anomenem *canal AWGN*. En aquest cas, el senyal només es trobarà alterat per un terme de soroll additiu i per una constant multiplicativa que atenua el senyal. En el cas de la variació en el temps, suposarem que el canal ho farà de manera molt lenta (en relació amb la capacitat de reacció que tindran el transmissor i el receptor per a actuar sobre el senyal), de manera que podrem assumir a petita escala que es tracta d'un canal constant.

En aquests casos, poc es pot fer en transmissió i recepció si es vol compensar l'efecte de l'atenuació i millorar les prestacions (en termes de probabilitat d'error). Algunes de les opcions són les que recollim a continuació:

a) **Control de la potència transmesa.** Mitjançant el control de potència podem ajustar el nivell de potència transmesa per a garantir que el senyal es rep amb una determinada qualitat. És un esquema que s'aplica, per exemple, a sistemes de telefonia mòbil en què l'estació base identifica el nivell de potència rebuda per cada usuari i n'informa el transmissor perquè aquest ajusti el nivell de potència (apujant-ne o abaixant-ne el nivell) i garanteixi així un ús eficient de la potència (no s'envia més potència de la necessària). Aquesta solució, però, presenta la restricció que en la majoria de les ocasions la potència del senyal transmès està limitada.

b) **Adaptació dels esquemes de modulació i codificació de canal (ACM)** a les característiques del canal. És ben sabut que a mesura que augmentem la velocitat de transmissió i forcem modulacions més complexes, la probabilitat d'error de bit augmenta. Així, cada modulació té una corba de probabilitat associada. De manera similar, la codificació de canal introdueix bits de redundància en la codificació de les dades que permeten reduir la probabilitat d'error en recepció. Per tant, fixat un canal multiplicatiu amb un cert nivell d'atenuació (i per tant, una relació E_s/N_0 determinada), el modulador pot ajus-

Vegeu també

Vegeu el canal AWGN en l'assignatura *Sistemes de comunicacions I*.

Vegeu també

Els diferents esquemes de modulació lineals s'estudien en l'assignatura *Sistemes de comunicacions I*. Els esquemes de codificació de canal s'estudien en l'assignatura *Teoria de la codificació i Modulacions avançades*.

tar la modulació i l'esquema de codificació de canal per a obtenir una probabilitat d'error de bit per sota de la taxa d'error objectiu. Aquest ajust de la modulació i l'esquema de codificació no és gratuït, ja que acaba determinant la velocitat de transmissió màxima que es pot assolir per a un canal determinat, fixada la potència transmesa. Per a canals invariants en el temps, la modulació i la codificació es poden ajustar en el procés de disseny del sistema, quan el canal és conegut *a priori*; o bé es poden determinar a l'inici de la comunicació per un procés de "negociació" entre transmissor i receptor, quan el canal no és conegut *a priori*. En el cas de canals molt lentament variants, podem desenvolupar esquemes en què es vagi revisant l'estat del canal (valor de l'atenuació del canal) amb una certa periodicitat i es vagi ajustant de manera adaptativa la modulació i l'esquema de codificació. Aquest tipus d'esquemes reben el nom d'*esquemes ACM* (corresponent a la sigla de l'expressió anglesa *adaptive coding and modulation*).

5.2. Canal multiplicatiu ràpidament variant en el temps

Quan el canal és ràpidament variant en el temps, no tenim capacitat d'actuar des del transmissor sobre el senyal tal com ho fem en el cas que sigui lentament variant. És a dir, les opcions de control de potència i ACM no es poden aplicar, ja que aquest tipus d'esquemes actuen amb un cert retard (des que s'identifica l'estat del senyal rebut fins que el transmissor actua, passa un temps). Quan el retard és més gran que el temps de coherència del canal, aquests esquemes deixen de ser factibles, atès que les condicions que es troba el transmissor en el moment que actua ja són diferents de les que hi havia en el moment que es va identificar el senyal. Diem en aquest cas que el canal està en estat "obsolet".

El fet que el canal sigui ràpidament variant no vol dir que el canal sigui dolent, sinó que en un moment determinat el canal pot ser molt bo i presentar poca atenuació, i uns símbols més tard pot ser molt dolent i presentar una forta atenuació. Tenint en compte aquesta característica del canal, es tracta d'utilitzar-la per a treure'n profit. En això es basen les solucions que podem presentar per a mitigar l'efecte d'aquest tipus de canals:

a) Esquemes de diversitat. Breument, podem dir que les tècniques de diversitat es basen en la transmissió de la mateixa informació repetida comptant que el receptor rebrà de manera incorrelada les diferents "rèpliques" de la informació, que podrà combinar adequadament per a recuperar la informació transmesa. Hi ha diverses estratègies de diversitat, però totes parteixen del mateix principi: enviar les diferents rèpliques del senyal d'informació de manera estratègica perquè vegin canals incorrelacionats.

Intuïtivament podem pensar en el següent exemple senzill. Enviem un bit d'informació tres vegades, de manera que les tres rèpliques veuen el mateix canal. En aquest cas, es poden trobar amb un canal bo (poca atenuació) o amb un canal dolent (molta atenuació). Si es troben un canal bo, la informació es podrà recuperar perfectament, però si es troben un canal dolent, serà impos-

sible recuperar la informació. Alternativament, si les enviem de manera que vegin canals diferents (per exemple, espaiades en el temps més enllà del temps de coherència del canal), podem confiar que almenys una de les tres rèpliques haurà travessat un canal bo i augmentarà la probabilitat de poder recuperar la informació.

b) Entrellaçadors. Una segona opció per a lluitar contra les variacions ràpides de canal és combinar un esquema de codificació de canal amb un entrellaçador que desordena els bits. La idea es basa en el fet que un codi corrector d'errors és capaç de corregir un nombre de símbols erronis consecutius determinat: si són pocs, els podrà corregir, mentre que si són molts, serà incapaç de fer-ho. Així, si pel fet que el senyal ha experimentat durant un temps determinat un fàding profund (una forta atenuació) es rep una ràfega d'errors superior al que el codi pot corregir, la correcció no es podrà fer. Davant d'aquest problema, una possible estratègia per a millorar les prestacions del codi, i per tant, de la comunicació, consisteix a desordenar els bits abans d'enviar-los pel canal i reordenar-los en el receptor utilitzant entrellaçadors. Atès que el canal està pel mig, una ràfega de bits erronis provocada per un fàding profund es veurà com un seguit d'errors individuals després de la reordenació feta en el receptor, i hem dit que un codi corrector d'errors ho té més fàcil per a corregir errors aïllats que per a corregir ràfegues d'errors.

Podem trobar un exemple intuïtiu d'aquest esquema en la transmissió de senyals de televisió per satèl·lit per a aplicacions mòbils (estàndard DVB-SH). Pensant que el receptor és mòbil, es preveu la possibilitat que durant un breu període de temps es perdi la visió amb el satèl·lit (per exemple, en creuar per sota d'un pont), i per tant, es perdi l'enllaç (això seria un fàding profund). Per a garantir que en aquests casos l'usuari no percebi la pèrdua de senyal i segueixi veient el senyal de televisió, s'inclouen uns entrellaçadors tal com s'ha descrit anteriorment (es contempla que en un cas límit poden arribar a entrellaçar fins a 30 segons de senyal, un valor molt gran en comparació amb altres sistemes de comunicacions).

Vegeu també

Els diferents esquemes de diversitat es presenten en el mòdul "Comunicacions amb diversitat" d'aquesta assignatura. Alguns esquemes d'entrellaçador es veuen en el mòdul de codificació de canal de l'assignatura *Teoria de la codificació i modulacions avançades*.

5.3. Canal selectiu en freqüència molt lentament variant en el temps

Quan el canal és selectiu en freqüència, el senyal experimenta una distorsió en freqüència, i en cas de senyals digitals, interferència intersimbòlica (ISI). En aquests casos, la solució per a mitigar l'efecte del canal ha estat tradicionalment l'equalització, tot i que els sistemes de comunicacions més recents també recorren a altres opcions per a evitar la introducció d'un equalitzador en recepció. Sigui com sigui, és necessari que el canal sigui lentament variant en el temps perquè el disseny de les solucions proposades sigui vàlid en el moment d'aplicar-lo sobre el senyal.

Algunes de les opcions esmentades són les següents:

a) **Equalització.** L'equalització és la solució tradicionalment utilitzada per a lluitar contra la dispersió temporal del canal quan aquesta és rellevant. En el cas de comunicacions digitals, l'equalitzador busca compensar la ISI introduïda pel canal, mentre que en cas de comunicacions analògiques, l'equalitzador busca compensar la distorsió en freqüència. El disseny de l'equalitzador requereix tenir un coneixement de la resposta impulsional del canal. Per tant, en canals variants en el temps, caldrà que el disseny de l'equalitzador es vagi adaptant/corregint a fi d'equalitzar correctament les dades. En aquest punt trobem la limitació que imposaran els canals molt ràpidament variants en el temps. En el moment que el disseny de l'equalitzador no sigui factible, justificat per la ràpida variació del canal, trobarem un límit que separarà (per a aquest problema) els canals variants en el temps dels canals molt ràpidament variants en el temps.

b) **MLSE (estimador de la seqüència més versemblant).** Aquesta solució, aplicable a senyals digitals, és la solució per al detector òptim sota un criteri de màxima versemblança (ML). Observem que un canal amb ISI introdueix memòria en el sentit que un valor a la sortida del canal no depèn exclusivament del símbol transmès en aquell instant de temps, sinó també dels símbols transmesos amb anterioritat. A partir d'aquest fet, el receptor òptim no decidirà els símbols transmesos de manera independent, sinó que buscarà la seqüència de símbols transmesos més versemblant a partir d'una seqüència rebuda. Per a aquesta solució, també és necessari tenir coneixement del canal i aplicar de nou el que hem comentat respecte del límit en la variació del canal que hem comentat per al cas de l'equalitzador.

c) **OFDM.** Dissenyar i implementar un equalitzador, si bé és una tasca ben coneguda, si es pot evitar, simplifica la implementació tecnològica del receptor. En aquest sentit, un senyal OFDM (corresponent a un esquema de modulació multiprotadora, que no és objecte d'estudi en aquesta assignatura) correctament dissenyat pot aconseguir que l'efecte dispersiu en el temps del canal (que provoca ISI) es converteixi en un efecte multiplicatiu (canal multiplicatiu sense ISI).

Podem entendre'n molt bé la idea general (sense entrar-hi en detalls) amb els coneixements adquirits en aquest mòdul. Partim del fet que volem transmetre un senyal a una velocitat de $r_s = 1/T_s$ símbols per segon per un canal selectiu en freqüència que presenta una dispersió del retard DS (o equivalentment, una amplada de banda de coherència B_c) que no compleix l'equació (23). Si en lloc d'enviar cada símbol pel canal en un temps de T_s segons, l'enviem pel canal durant un temps de $N \cdot T_s$ segons (en què N és un nombre enter prou gran, per exemple, $N = 1.024$), el temps de símbol passarà a ser N vegades més gran i l'amplada de banda del senyal $1/N$ vegades més petita. Sota aquestes condicions, podem seleccionar adequadament el valor de N i forçar que l'equació (23)

es compleixi, i per tant, convertim un canal que era selectiu en freqüència, que requeria equalitzador, en un canal multiplicatiu, que no requereix equalitzador.

Una reflexió ràpida sobre el que s'ha fet posa en evidència que la solució proposada no és justa, ja que ara la velocitat de transmissió serà N vegades menor (cada símbol triga N vegades més a enviar-se). Per a compensar aquest fet, es proposa enviar N símbols en paral·lel (alhora) en diferents freqüències (per això diem que tenim un esquema de modulació multiportadora). D'aquesta manera aconseguim mantenir la velocitat de transmissió sense canvis $r_s = 1/T_s$. D'altra banda, com que hem reduït l'amplada de banda en un factor N , si utilitzem N freqüències per a enviar el senyal, també estarem mantenint l'amplada de banda del senyal. En conclusió, sense modificar la velocitat de transmissió ni l'amplada de banda, hem aconseguit convertir un canal selectiu en freqüència en un canal multiplicatiu i evitem la necessitat d'un equalitzador en recepció.

5.4. Canal selectiu en freqüència ràpidament variant en el temps

Quan el canal presenta distorsió i és molt ràpidament variant en el temps fins al límit que no el podem compensar amb alguna de les solucions anteriorment proposades, ens queden poques alternatives. La primera solució serà reduir la velocitat de transmissió per a reduir la distorsió del canal, o generar paquets més curts per a poder forçar que el canal sigui invariant dins d'un paquet o trama de dades. Aquestes solucions poden no ser viables, per exemple, pels requeriments de comunicació que tinguem o perquè l'eficiència de la comunicació es veu altament afectada en reduir la dimensió del paquet de dades.

Introduir esquemes de codificació més complexos tampoc acostuma a ser una solució factible, ja que els codis que s'acostumen a utilitzar no han estat dissenyats per canals que distorsionen el senyal. En aquests casos, una opció és recórrer a comunicacions que es puguin dur a terme sense que ni el transmissor ni el receptor tinguin coneixement del canal, de manera que els canvis d'aquest no afecten els esquemes de comunicació. En aquesta línia trobem solucions com ara comunicacions *ultra-wideband* (UWB), certs esquemes de diversitat temporal o comunicacions no coherents (cap de les quals és objecte d'estudi d'aquest curs).

Vegeu també

Els diferents esquemes d'equalització i el receptor òptim MLSE es presenten en el mòdul "Equalització de canal" d'aquesta assignatura. La modulació OFDM s'estudia en l'assignatura *Teoria de la codificació i modulacions avançades*.

Reflexió

Cap de les solucions presentades per a mitigar l'efecte del canal selectiu en freqüència i ràpidament variant en el temps són estudiades en detall en el grau.

Resum

En aquest mòdul hem vist com es pot modelitzar el canal de comunicacions i l'impacte que pot tenir sobre el senyal. El mòdul ha començat introduint el canal no ideal i la manera de modelitzar-ne el comportament amb la resposta impulsional i la resposta en freqüència. A partir d'aquest model hem introduït els conceptes de *canal dispersiu en el temps* i *canal amb multicamí* i hem recordat que l'efecte de distorsió que provoca un canal dispersiu en el temps sobre un senyal digital és conegut com a *interferència intersimbòlica* (ISI).

Seguidament, hem introduït les característiques d'un canal variant en el temps i la manera de modelitzar-lo. S'ha justificat que la manera més senzilla de modelitzar un canal variant en el temps és a partir de la modelització estadística que pot descriure el comportament del canal variant en el temps a partir de la superposició de tres tipus bàsics de canvis en la resposta del canal: uns canvis molt lents, uns canvis lents i uns canvis ràpids. Les variacions molt lentament variants (o *very slow fading*) es poden modelitzar amb cadenes de Markov, les variacions lentament variants (o *slow fading*) combinen el component de *path-loss*, que determina l'atenuació mitjana del senyal en funció de la distància, i el component de *shadowing*, que es modelitza típicament mitjançant una distribució log-normal. Finalment, les variacions ràpidament variants (o *fast fading*) es modelitzen mitjançant una distribució de Rice (en cas que hi hagi visió directa amb el transmissor, LOS) o de Rayleigh (en cas que no hi hagi una visió directa amb el transmissor, NLOS).

Un cop modelitzat el canal variant en el temps, s'han introduït els paràmetres que permeten caracteritzar i classificar els canals variants en el temps: dispersió del retard, perfil del retard de potència, amplada de banda de coherència, dispersió Doppler, densitat espectral de potència Doppler i temps de coherència.

A partir de la classificació que n'hem fet, hem vist que el canal pot ser selectiu en freqüència, i en aquest cas la relació entrada-sortida està determinada per l'expressió (1); o pot ser multiplicatiu, i en aquest cas la relació entrada-sortida està determinada per l'expressió (24). D'altra banda, hem classificat també els canals com a lentament variants (en el límit, invariants) o ràpidament variants.

El penúltim apartat del mòdul s'ha dedicat a resumir com es genera un canal variant en el temps amb la finalitat de fer una simulació. Finalment, l'últim apartat s'ha dedicat a presentar les diferents opcions que hi ha per a mitigar l'efecte del canal segons les seves característiques. Algunes solucions són objecte d'estudi en aquest curs, mentre que d'altres s'estudien en altres assignatures.

Bibliografia

Bibliografia bàsica

Proakis, J. (2003). *Digital communications* (4a. ed.). Nova York: McGraw-Hill.

Steele, R. (1992). *Mobile radio communications*. Londres: John Wiley & Sons.

Bibliografia complementària

Jakes, W. C. (1974). *Microwave mobile communications*. Nova York: Wiley & Sons.

Rappaport, T. S. (1996). *Wireless communications: Principles and practice*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.

Articles d'interès

Sklar, B. (1997, juliol). "Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems: Characterization" (part I); "Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems: Mitigation" (part II). *IEEE Communications magazine* (vol. 35, núm. 7).

Pérez Fontán, F.; Vazquez-Castro, M.; Enjamio Cabado, C.; Pita García, J.; Cubis-ta, E. (2001, novembre). "Statistical modeling of the LMS channel". *IEEE Transactions on Vehicular Technology* (vol. 50, núm. 6).

