
Transformacions espacials lineals

PID_00258139

Francesc Martí Pérez
Sílvia Pujalte Piñán

Temps mínim de dedicació recomanat: 2 hores



Índex

Introducció	5
Objectius	6
1. Màscara de convolució	7
1.1. Filtratge espacial	8
2. Suavització	13
2.1. Exercicis amb màscares de suavització	14
3. Contorns	16
3.1. Èmfasi general de contorns: màscares laplacianes	16
3.2. Èmfasi selectiu de contorns: màscares de gradient	18
3.3. Exercicis de màscares detectores de contorn i de realçament	19
4. Aplicacions de les transformacions espacials lineals	22
4.1. Reducció de soroll	22
4.2. Desenfocament	23
4.3. Enfocament	24
5. Imatges emprades en les figures	25
Resum	26

Introducció

Un cop vistes les transformacions puntuals més importants, ens centrarem en aquest tema en les transformacions espacials, aquelles que empren la informació d'un píxel i els més propers per a obtenir el píxel modificat.

Començarem parlant del filtratge espacial; en aquest primer apartat introduïrem el concepte de màscara, l'eina que utilitzarem per a implementar les diferents transformacions del mòdul.

El segon apartat el dedicarem a les transformacions de suavització, que difuminen la imatge i suavitzen els contorns dels objectes que hi figuren.

En el tercer apartat veurem les transformacions de detecció de contorn i realçament: les primeres, com indica el nom, localitzen els contorns en una imatge, mentre que les segones els destaquen sense modificar la resta de la imatge. Ens referirem a dos tipus de màscares: les laplacianes i les de gradient.

En l'últim apartat, el quart, descriurem algunes aplicacions de les transformacions vistes anteriorment, més enllà de les més immediates.

Com en el mòdul "Transformacions espacials lineals", els exemples i els exercicis estan pensats per a fer-los amb Photoshop.

Objectius

Els objectius principals d'aquest mòdul són els següents:

- 1.** Introduir el concepte de filtratge espacial.
- 2.** Introduir el concepte de suavització.
- 3.** Introduir el concepte de realçament.
- 4.** Introduir el concepte de detecció de contorns.
- 5.** Relacionar, mitjançant experiments dirigits, els conceptes introduïts amb la transformació d'imatges.

Aquests objectius estan relacionats amb les competències de l'assignatura següents:

- A.** Capacitat de modificar una imatge digital basant-se en uns requisits previs.
- C.** Capacitat de discriminar les opcions factibles de les que no ho són en un estudi d'especificacions d'un projecte, un sistema o una tasca.
- D.** Capacitat de visualitzar i imprimir imatges de manera eficaç i eficient.

I amb les competències generals del grau següents:

- 11.** Capacitat de capturar, emmagatzemar i modificar informació d'àudio, imatge i vídeo digitals aplicant-hi principis i mètodes de realització i composició del llenguatge audiovisual.
- 22.** Capacitat d'utilitzar els fonaments matemàtics, estadístics i físics per a comprendre els sistemes TIC.

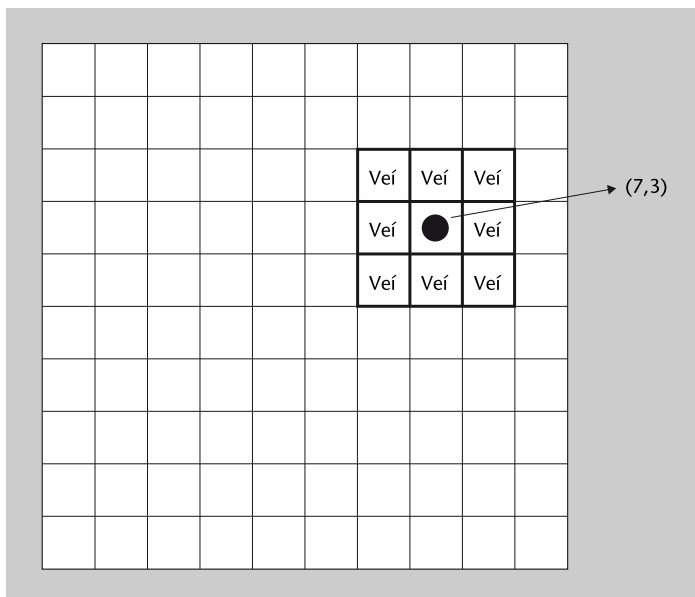
1. Màscara de convolució

Ja coneixem les transformacions puntuals, aquelles en què el valor de cada píxel de la imatge transformada depèn només del valor del píxel que ocupa la mateixa posició en la imatge original i de la funció que defineix la transformació. En aquest mòdul tractarem les transformacions espacials.

Les transformacions espacials són aquelles en què el valor de cada píxel depèn del píxel que ocupa la mateixa posició en la imatge original i els seus veïns.

A l'exemple de transformació espacial de la figura 1 veiem els veïns més propers a un píxel qualsevol en la posició (7,3): els vuit veïns de la quadrícula 3 × 3 entorn seu; a partir d'aquí podem considerar "veïnatges" més grans, formats per la quadrícula 5 × 5, 7 × 7, etc.

Figura 1. Veïns d'un píxel en la posició (7,3)



Dins de les transformacions espacials ens interessen les que compleixen la condició de linealitat¹.

Vegeu també

Recordeu que heu estudiat les transformacions puntuals al mòdul "Histogrames i transformacions puntuals".

⁽¹⁾La linealitat es defineix matemàticament segons:
si $T[X_1] = Y_1$ i $T[X_2] = Y_2$ llavors:
 $T[a_1X_1 + a_2X_2] = a_1Y_1 + a_2Y_2$

La condició de linealitat diu que, si apliquem l'operació sobre dues imatges diferents i posteriorment les sumem, el resultat és el mateix que si sumem les dues imatges primer i després hi apliquem l'operació. A més, aquest resultat no varia si multipliquem les imatges per una constant (enfosquant-la o aclarint-la segons el valor de la constant).

Les operacions d'aquest apartat són operacions lineals; deixem per al apartat següent les transformacions espacials no lineals, que no compleixen aquesta condició.

Així com les transformacions puntuals són descrites per una funció que representem gràficament, les operacions espacials lineals són descrites per una **màscara de convolució**, anomenada normalment h . Les màscares (com les imatges) s'expressen com a matrius habitualment quadrades i cadascun dels seus elements, anomenats *coeficients*, té associat un valor que depèn de la transformació que apliquem; per conveni es pren com a referència $h(0,0)$ el coeficient central de la màscara. Per exemple, la màscara:

$$h_l(i, j) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 2.1$$

és una màscara de dimensions 3×3 , amb coeficient central de valor 1 i la resta de coeficients de valor 0.

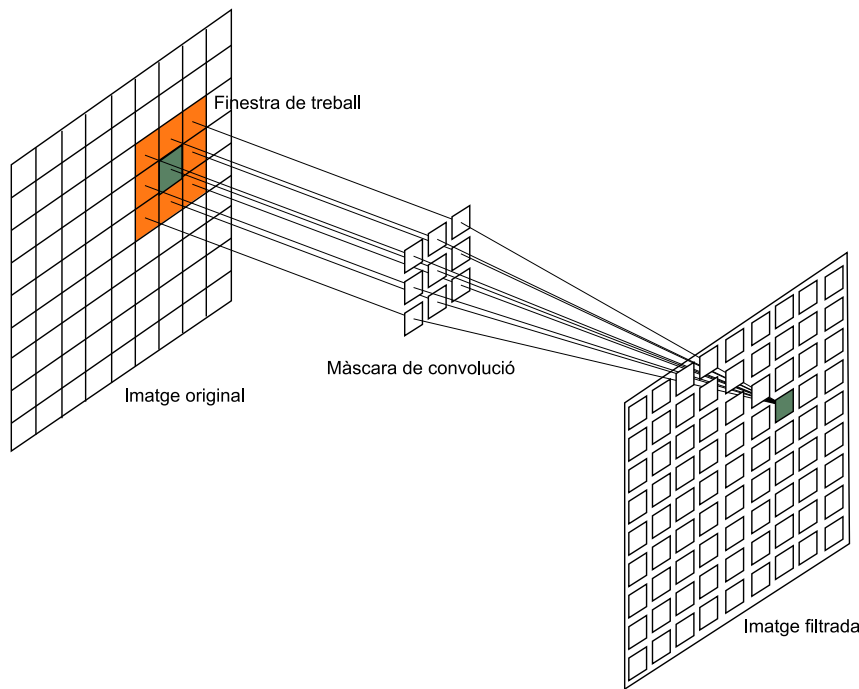
1.1. Filtratge espacial

Obtenim la imatge transformada efectuant una operació de convolució entre la imatge original i la màscara de convolució. Per a cada píxel $X(i, j)$ de la imatge original, es centra la màscara sobre aquest píxel –la regió de la imatge que coincideix amb la màscara es coneix com a *finestra de treball*–; llavors es multipliquen els coeficients de la màscara pels valors dels píxels corresponents i els productes resultants se sumen, obtenint el píxel $Y(i, j)$. D'aquesta manera, desplaçant la màscara per tota la imatge, s'obté la imatge transformada.

Convolució

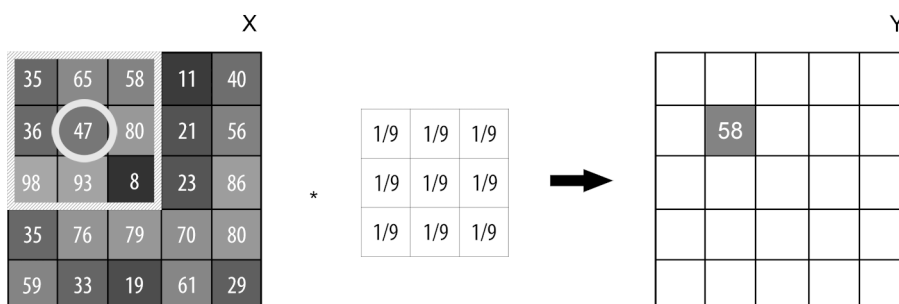
Estrictament parlant, l'operació que relaciona les imatges $Y(i, j)$ i $X(i, j)$ s'anomena *convolució*; n'ometem la definició i el desenvolupament matemàtic, i tornem a remetre a la bibliografia.

Figura 2. Multiplicació espacial d'una màscara de dimensions 3×3 amb una imatge. Càlcul d'un dels seus píxels. Desplaçant la màscara per tota la imatge obtenim la imatge filtrada.



Com que aquesta operació de convolució entre una imatge i una màscara és la base de totes les transformacions que veurem en aquest mòdul, ens detindrem a descriure-la gràficament i intuïtivament, prenent com a exemple una imatge X de dimensions 5×5 i la màscara de suavització $h_1(i,j)$, la qual estudiarem més endavant. La figura 3 ens mostra esquemàticament l'operació que efectuarem per obtenir el píxel $Y(1,1)$ de la imatge transformada. Com podem veure, el píxel de la imatge original $X(1,1)$, amb un nivell de gris 47, es transforma en el píxel $Y(1,1)$, que té un nivell de gris 58.

Figura 3. Filtratge espacial de la imatge X amb la màscara $h_1(i,j)$. Càlcul del píxel $Y(1,1)$.



$$35 \cdot (1/9) + 65 \cdot (1/9) + 58 \cdot (1/9) + 36 \cdot (1/9) + 47 \cdot (1/9) + 80 \cdot (1/9) + 98 \cdot (1/9) + 93 \cdot (1/9) + 8 \cdot (1/9) \approx 58$$

Superposem la màscara a la imatge i la centrem a $X(1,1)$. A la figura podem veure marcada la finestra de treball, és a dir, la regió de la imatge que coincideix espacialment amb la màscara.

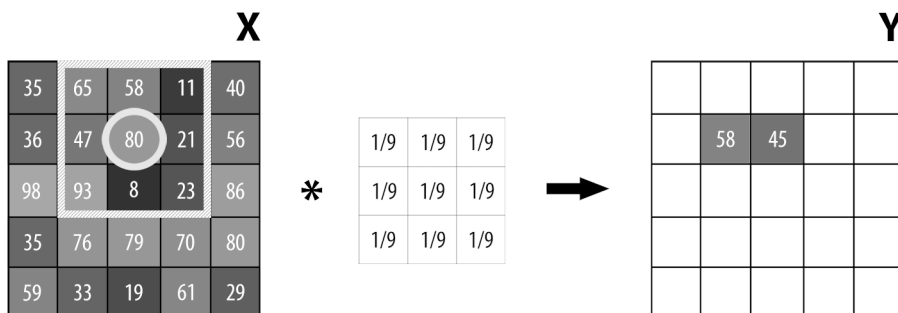
$Y(1,1)$ es calcula tenint en compte el píxel $X(1,1)$ i els seus veïns inclosos a la finestra de treball. Multipliquem el valor d'intensitat de cada píxel amb el valor de h que s'hi superposa i sumem els productes:

$$Y(1,1) = 35 \cdot (1/9) + 65 \cdot (1/9) + 58 \cdot (1/9) + 36 \cdot (1/9) + 47 \cdot (1/9) + 80 \cdot (1/9) + 98 \cdot (1/9) + 93 \cdot (1/9) + 8 \cdot (1/9) \approx 58$$

Ara, la figura 4 mostra el càlcul que s'ha d'efectuar per generar el píxel $Y(2,1)$ a partir del píxel $X(2,1)$ i els seus veïns. Hem desplaçat la màscara $h_1(i,j)$ una posició a la dreta i efectuem de nou els càlculs amb els nous valors de la finestra:

$$Y(2,1) = 65 \cdot (1/9) + 58 \cdot (1/9) + 11 \cdot (1/9) + 47 \cdot (1/9) + 80 \cdot (1/9) + 21 \cdot (1/9) + 93 \cdot (1/9) + 8 \cdot (1/9) + 23 \cdot (1/9) \approx 45$$

Figura 4. Filtratge espacial de la imatge X amb la màscara $h_1(i,j)$. Càlcul del píxel $Y(2,1)$.

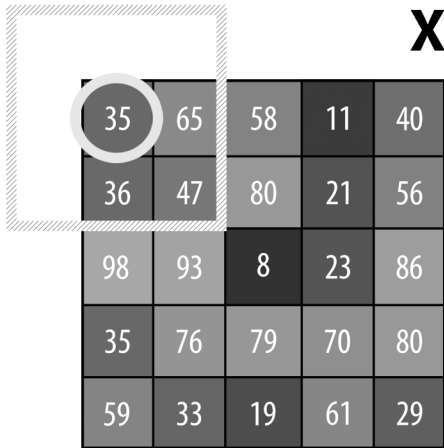


$$65 \cdot (1/9) + 58 \cdot (1/9) + 11 \cdot (1/9) + 47 \cdot (1/9) + 80 \cdot (1/9) + 21 \cdot (1/9) + 93 \cdot (1/9) + 8 \cdot (1/9) + 23 \cdot (1/9) \approx 45$$

Per a obtenir el píxel següent hem de continuar desplaçant la màscara sobre la fila i , en arribar al final, hem de continuar pels píxels de la següent fila, i així successivament fins a arribar a l'últim píxel. És a dir, com veïem en presentar l'operació, la màscara es desplaça píxel a píxel per tota la imatge X per a obtenir la imatge Y .

I a les vores de la imatge, què succeeix? Com podem veure a la figura 5, en intentar fer els càlculs sobre un dels punts de la vora, part de la màscara en queda fora. Però no podem descartar aquests punts, ja que hem de tenir en compte que, després d'una transformació, la nova imatge ha de tenir la mateixa mida que la imatge de la qual partim, com succeïa en les transformacions puntuals.

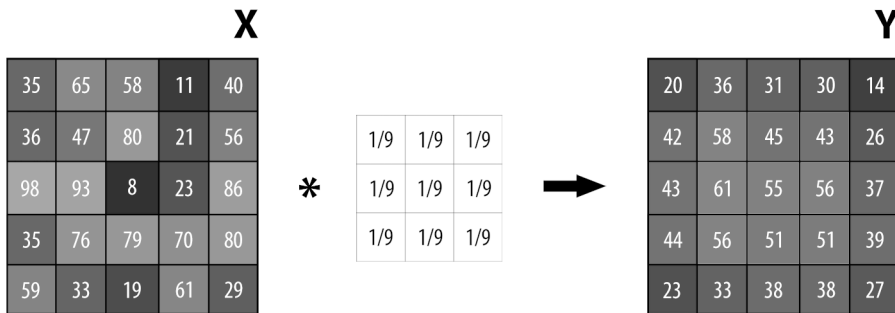
Figura 5. En intentar fer els càlculs sobre els punts de la vora, part de la màscara queda fora.



Per resoldre aquest problema podem optar per tres solucions, sempre tenint en compte que en qualsevol dels casos hi haurà una lleugera distorsió a les vores de la imatge transformada.

1. Situar la màscara de manera que quedi per complet sobre la imatge original; d'aquesta manera els càlculs són exactes però perdem les files i columnes de les vores; les recuperem en la imatge transformada replicant les files i columnes més properes.
2. Fer el filtratge considerant només els píxels de la imatge que coincideixen amb la màscara; llavors hi ha un cert error en el càlcul dels píxels de les vores però les dimensions de la imatge transformada són correctes.
3. Afegir a la imatge original les files i columnes necessàries perquè la màscara no en quedi fora; aquestes files i columnes poden ser rèpliques de les adjacents, o poden tenir tots els píxels d'un mateix nivell de gris. Fixem-nos que la segona opció és un cas particular d'aquesta tercera, ja que considerem tots els píxels extens amb nivell d'intensitat 0.

El resultat d'aplicar la màscara $h_1(i,j)$ sobre la imatge X es pot veure a la figura 6. Aquí hem optat per la solució 2, encara que també hauríem pogut optar per qualsevol de les altres solucions. Com es pot veure –i estudiarem en detall més endavant–, una màscara de suavització tendeix a eliminar les diferències de nivell brusques entre píxels pròxims, generant una imatge més difuminada.

Figura 6. Filtratge espacial de la imatge X per la màscara $h_1(i,j)$.

Exemple de màscara

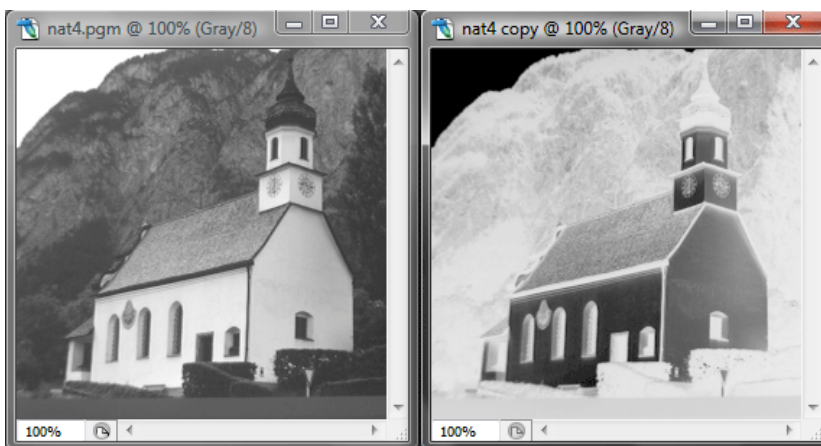
A partir de la matriu $h_1(i,j)$ podem intuir que la màscara que ens genera el negatiu d'una imatge té la forma següent:

$$h_N(i, j) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 2.2$$

Aquesta màscara, però, ens planteja un problema de representació: els píxels de la imatge $Y(i,j)$ tenen valors d'intensitat negatius, no permesos; per a representar-los correctament cal desplaçar-los perquè se situïn en els nivells d'intensitat permesos, (0,255). En aquest cas hem de sumar als píxels de la imatge resultant de la transformació el valor 255 (com sempre, considerant que treballem amb 8 bits).

La figura 7 mostra el resultat d'aplicar a una imatge la màscara $h_N(i,j)$ (fent servir l'eina *Filters/Others/Custom* de Photoshop) amb la correcció corresponent sumant-li 255 (és a dir, assignant al camp *Desplazamiento* o *Offset* el valor 255).

Figura 7. Màscara negatiu



2. Suavitació

Les màscares de suavització tendeixen a difuminar la imatge, i a esborrar-ne així els detalls més fins. Els detalls els trobem en regions amb contrastos forts (píxels pròxims amb nivells d'intensitat molt diferents) que determinen els contorns dels diferents objectes; una regió on tots els píxels tenen nivells d'intensitat similars es percep com una regió sense gaire detall.

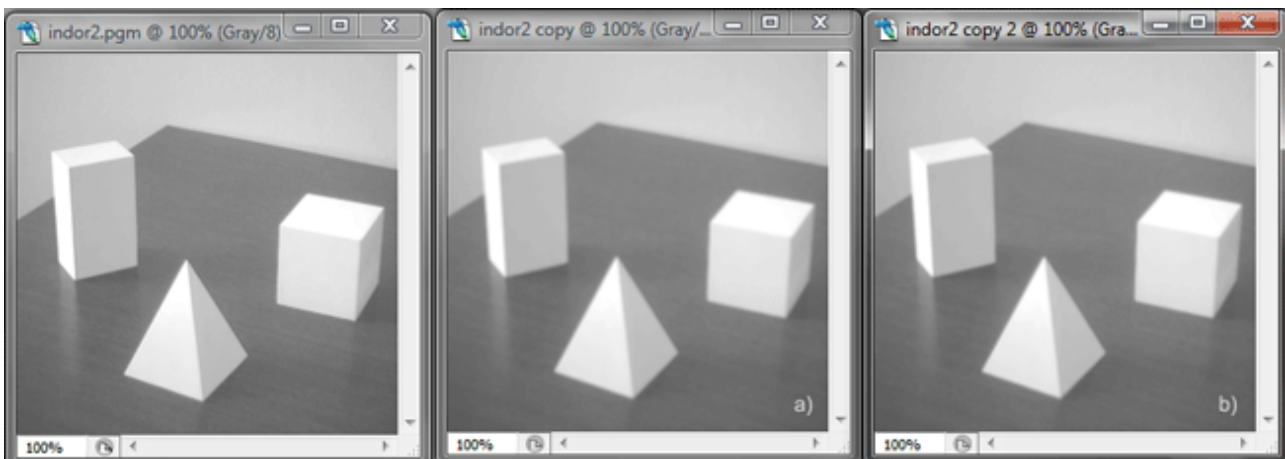
Per a difuminar els detalls el que es fa és mitjanar el píxel central de la finestra de treball amb els seus veïns i substituir el píxel corresponent a la imatge de sortida pel valor mitjanat seguint l'esquema de càlcul presentat en el subapartat 1.1. Llavors els valors extrems de la imatge original s'eliminen i els píxels molt clars o molt foscos tendeixen a tornar-se més grisos.

Les màscares de suavització es dissenyen amb la condició que la suma dels coeficients sigui la unitat. Vegem-ne dos exemples, $h_1(i, j)$ i $h_2(i, j)$, a continuació:

$$h_1(i, j) = \begin{bmatrix} \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \end{bmatrix} \quad h_2(i, j) = \begin{bmatrix} \frac{1}{16} & \frac{2}{16} & \frac{1}{16} \\ \frac{2}{16} & \frac{4}{16} & \frac{2}{16} \\ \frac{1}{16} & \frac{2}{16} & \frac{1}{16} \end{bmatrix} \quad 2.3$$

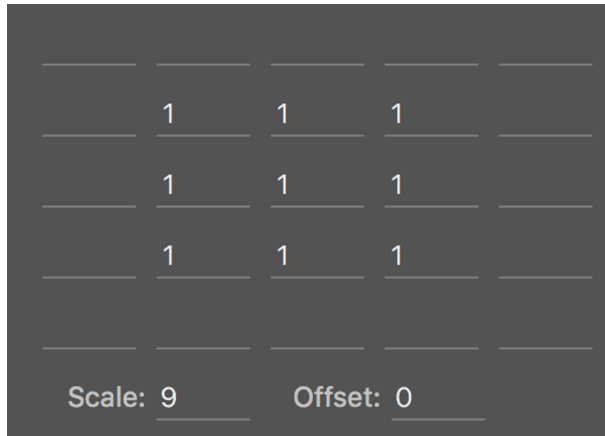
Amb la màscara $h_1(i, j)$ tots els píxels de la finestra de treball tenen la mateixa importància; de fet, aquesta màscara solament és la mitjana aritmètica dels nou píxels implicats. La màscara $h_2(i, j)$ dóna més pes al píxel central, quatre vegades més que als quatre píxels extrems, i el doble que als píxels de la mateixa fila i columna. Si comparem l'efecte de totes dues màscares veiem que la màscara h_1 (figura 8a) difumina els contorns més que la màscara h_2 (figura 8b). En general, com més importància té el píxel central respecte a la resta menys acusat és l'efecte de suavització de la màscara.

Figura 8. Efecte del filtratge amb la màscara $h_1(i, j)$ i $h_2(i, j)$



Configuració de màscares en Photoshop

L'eina *Filters/Others/Custom* (o *Filtro/Otro/A* medida en la versió en castellà) de Photoshop no permet introduir directament coeficients en forma de fraccions. Per introduir els denominadors dels coeficients fa servir el camp *Scale* o *Escala*. Així doncs, per configurar la màscara h_I amb Photoshop hauríem d'escriure:



A més, com ja hem comentat, algunes màscares presenten el problema de generar píxels amb valors d'intensitat fora del rang permès. Si, per exemple, per un píxel donat, una màscara genera un altre píxel amb un nivell d'intensitat -100 , aquest passa automàticament a tenir un nivell d'intensitat 0 .

Si bé aquest comportament no és realment un problema en alguns tipus de màscares –en les detectors i realçament de contorns, per exemple–, per intentar mitigar aquest efecte, a Photoshop es fa servir el camp *Desplazamiento* o *Offset*. Per norma general, seguirem les següents indicacions:

- Si la suma de tots els coeficients dividida per l'escala és 1 , el desplaçament ha de ser 0 .
- Si la suma de tots els coeficients és 0 , el desplaçament ha de ser 128 .
- Si la suma de tots els coeficients dividida per l'escala és -1 , el desplaçament ha de ser 255 .

En ser una relació lineal, tots els altres valors es poden calcular fàcilment amb la fórmula $f(x) = -128x + 128$. Per exemple, si la suma de tots els coeficients dividida per l'escala és $0,5$, aleshores el desplaçament ha de ser $f(0,5) = -128 \cdot (0,5) + 128 = 64$.

2.1. Exercicis amb màscares de suavització

Exercici 1

La màscara $h_3(i, j)$ es correspon amb una màscara de suavització:

$$h_3(i, j) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{10} & 0 \\ \frac{1}{10} & \frac{6}{10} & \frac{1}{10} \\ 0 & \frac{1}{10} & 0 \end{bmatrix} \quad 2.4$$

Adreces web

Les imatges per a fer els exercicis següents es poden baixar de <http://decsai.ugr.es/cvg/dbimagenes/g256.php> (*pallon.pgm*) i <http://decsai.ugr.es/cvg/dbimagenes/gilu128.php> (*pallon.pgm*).

Expliqueu quina importància tenen en el mitjanat els nou píxels de la finestra de treball. Comproveu el vostre raonament aplicant la màscara a la mateixa imatge utilitzada en la figura 8.

Solució

Els quatre píxels dels extrems no mitjanen; tenen un pes zero. El píxel que té més importància és el central, sis vegades més que els de la mateixa fila i columna. Comparant-lo amb l'efecte de les màscares $h_1(i,j)$ i $h_2(i,j)$, l'efecte que té és menys acusat.

Exercici 2

La imatge *ballon.pgm*² presenta unes línies en diagonal que distorsionen la imatge; segurament provenen d'una adquisició deficient. Proveu de reduir aquesta distorsió aplicant a la imatge les màscares $h_1(i,j)$, $h_2(i,j)$ i $h_3(i,j)$. Quina màscara us sembla que compleix millor l'objectiu? Quin inconvenient té?

⁽²⁾La imatge *ballon.pgm* es pot baixar de <http://decsai.ugr.es/cvg/dbimagenes/g256.php>.

Solució

La màscara $h_1(i,j)$ és la que difumina millor les línies, però té com a inconvenient que difumina també els contorns dels globus.

Exercici 3

Torneu a aplicar les màscares de suavització $h_1(i,j)$, $h_2(i,j)$ i $h_3(i,j)$, aquest cop a la imatge *mapasp.pgm*. Quines conclusions en traieu?

Solució

Confirmem que la màscara $h_1(i,j)$ es comporta malament quan la imatge presenta molts contorns molt propers entre si; la imatge queda molt desenfocada.

3. Contorns

Així com els filtres suavitzadors tendeixen a difuminar els detalls d'una imatge, hi ha una altra família de filtres que fan la funció contrària: s'utilitzen per a augmentar el contrast, destacar detalls fins o detectar contorns. Aquests filtres es coneixen com a *filtres de realçament* o *filtres derivadors*. La primera denominació respon a la funció que tenen; la segona, a l'origen matemàtic: les operacions que busquen trobar diferències entre valors es basen en la derivada de funcions. Sense entrar en els raonaments matemàtics que ens hi porten, veurem dos tipus de màscares de filtres de realçament: laplacianes i de gradient. En tots dos casos el nom al·ludeix a la manera en què calculen la derivada de la imatge.

3.1. Èmfasi general de contorns: màscares laplacianes

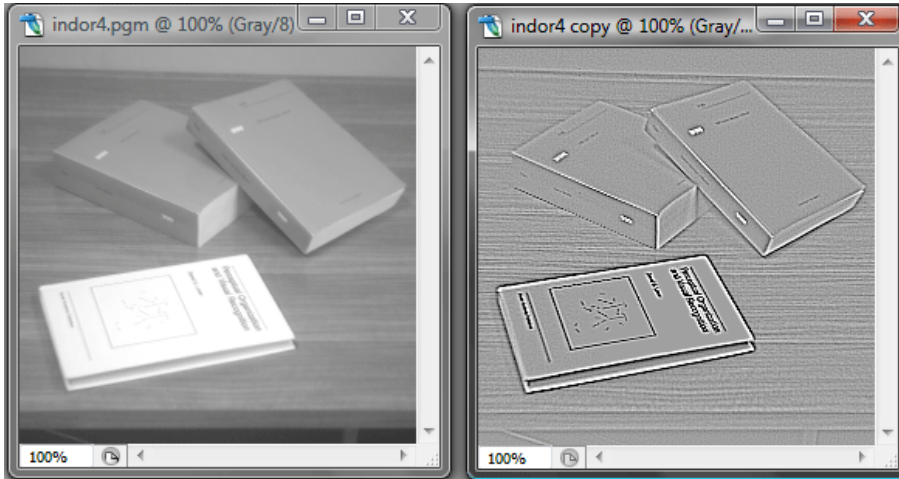
Les màscares laplacianes poden ser detectors de contorn o de realçament segons com es defineixin. Prenguem com a exemple la màscara $h_4(i, j)$:

$$h_4(i, j) = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad 2.5$$

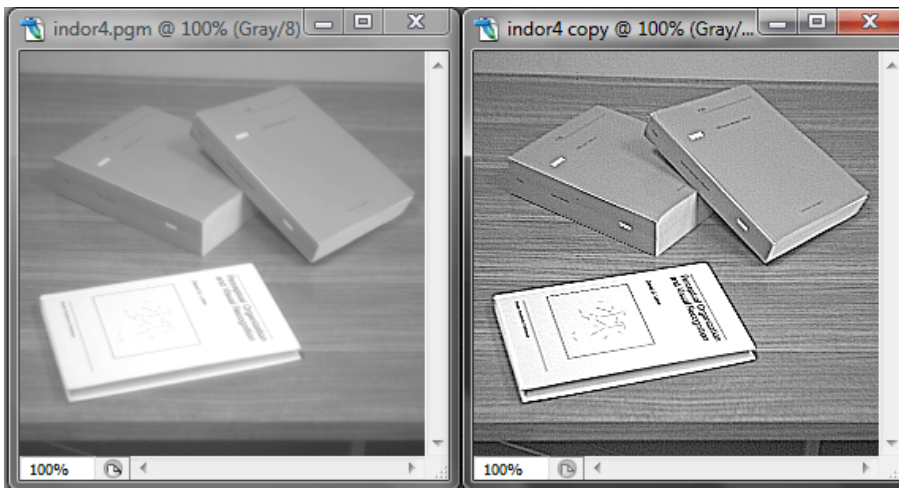
La suma dels seus coeficients és zero, de manera que, quan els píxels de la finestra de treball tenen nivells molt similars, el filtratge tendeix a valdre zero i només és diferent d'aquest valor quan la finestra conté un contorn. Llavors aquesta màscara ens proporciona una imatge de sortida més aviat plana excepte pels contorns, com veiem en l'exemple de la figura 9. Es pot dir que aquesta màscara de convolució detecta exclusivament els contorns.

Si el que volem és realçar els contorns de la imatge original sense perdre la informació sobre les zones uniformes podem fer servir una màscara com ara $h_5(i, j)$:

$$h_5(i, j) = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad 2.6$$

Figura 9. Efecte del filtratge amb la màscara laplaciana $h_4(i,j)$ 

El píxel central de la finestra es multiplica per 9 i s'hi resta el valor d'intensitat de la resta de píxels; si tots els valors són propers, el píxel central no varia gaire, però si hi ha una diferència d'intensitats important, queda remarcada. Aquesta màscara també es pot interpretar com la suma de la màscara anterior i la màscara identitat; és a dir, superposem a la imatge original la imatge amb els contorns. Es tracta d'un cas típic de filtre de realçament, ja que no busca localitzar contorns sinó donar-hi més importància; la figura 10 ens mostra la mateixa imatge de la figura 9 filtrada ara amb la màscara $h_5(i,j)$.

Figura 10. Efecte del filtratge amb la màscara laplaciana $h_5(i,j)$ 

S'hi aprecia que els contorns dels objectes són més nítids que els de la imatge original; fins i tot es distingeixen detalls de la coberta del llibre blanc que abans pràcticament no es percebien.

3.2. Èmfasi selectiu de contorns: màscares de gradient

Les màscares de gradient són una altra família de màscares detectores de contorn; la particularitat que tenen és que es poden descompondre en dues màscares que localitzen els contorns horitzontals i verticals per separat; entre les màscares d'aquest tipus podem esmentar les de Prewitt:

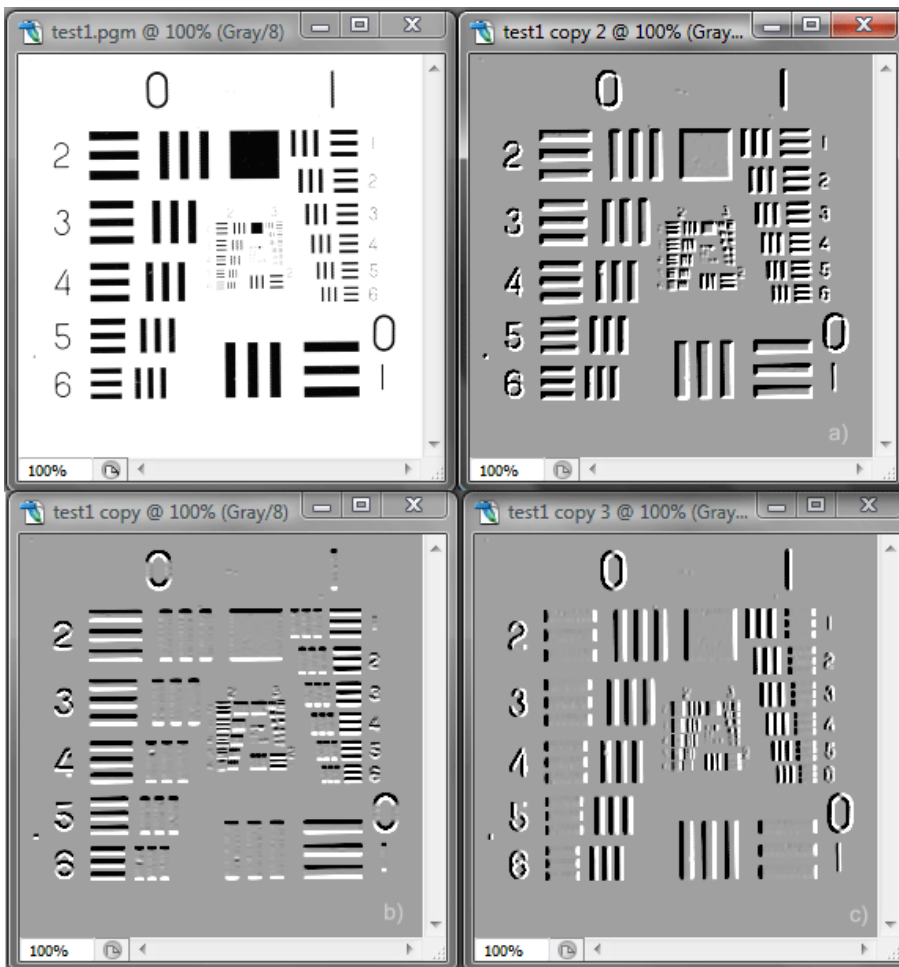
$$h_{Px}(i, j) = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad h_{Py}(i, j) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 2.7$$

i les de Sobel:

$$h_{Sx}(i, j) = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad h_{Sy}(i, j) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 2.8$$

La figura 11 mostra un exemple de detecció selectiva de contorns utilitzant màscares de Prewitt; la màscara h_{Px} aplicada sobre l'original detecta els contorns horitzontals de les imatges (figura 11b); la màscara h_{Py} detecta els contorns verticals (figura 11c). La figura 11a mostra el resultat conjunt de la detecció de contorns.

Figura 11. Detecció de contorns amb la màscara de Prewitt: a. contorns globals; b. contorns horitzontals; c. contorns verticals



En general, els contorns detectats amb màscares laplacianes són més fins que els detectats amb màscares de gradient; no obstant això, són més sensibles al gra de la imatge.

3.3. Exercicis de màscares detectores de contorn i de realçament

Exercici 1

Apliqueu la màscara $h_6(i, j)$ a la imatge *indor4.pgm* i compareu el resultat amb el que s'obté d'aplicar-hi la màscara laplaciana $h_5(i, j)$. Quin tipus de màscara és $h_6(i, j)$?

$$h_6(i, j) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad 2.9$$

Solució

Adreça web

Les imatges necessàries per a fer els exercicis següents (*indor4.pgm* i *portofino.pgm*) es poden baixar de <http://decsai.ugr.es/cvg/dbimage-nes/g256.php>.

La màscara $h_6(i,j)$ és, com la $h_5(i,j)$, una màscara de realçament. Hi veiem dues diferències: que el pes del píxel central és més petit i que els píxels veïns en diagonal no es tenen en compte. El resultat és que amb $h_5(i,j)$ el realçament és més marcat; aquesta diferència es pot observar, per exemple, en la veta de la fusta, comparant-la amb la veta en la imatge filtrada amb $h_6(i,h)$.

Exercici 2

Com podem modificar la màscara $h_6(i,j)$ per a obtenir-ne una màscara que detecti els contorns?

Solució

De la mateixa manera que podem obtenir la màscara $h_4(i,j)$ a partir de la màscara $h_5(i,j)$: restant la unitat al coeficient central.

Exercici 3

Volem detectar els contorns horitzontals de la imatge *portofino.pgm*; indiqueu quina màscara faríeu servir i comproveu si els resultats s'ajusten al que desitjàvem.

Solució

Les màscares que ens interessin són les de gradient, en particular $h_{sx}(i,j)$ o $h_{px}(i,j)$, que són les que detecten els contorns horitzontals. Amb qualsevol de les dues aconseguirem els resultats que volem, molt similars entre si.

Exercici 4

Proposeu altres màscares que detectin contorns, en totes direccions com la laplaciana o en direccions concretes. Com detectarem contorns en diagonal?

Solució

Les màscares laplacianes que detecten exclusivament contorns compleixen la condició que la suma dels coeficients és zero; per exemple, la màscara h_{ex4-a} . Les màscares de gradient compleixen la condició que la fila central (per a detectar contorns horitzontals) o la columna central (per a detectar contorns verticals) tenen tots els coeficients a zero, i la resta de files (o columnes) sumades valen zero; per exemple, les màscares h_{ex4-bx} i h_{ex4-by} . Per a detectar contorns en diagonal podem fer servir, per exemple, la màscara h_{ex4-c} , que, mantenint la suma dels coeficients a zero, té tots els elements d'una diagonal iguals. Si volem observar l'efecte d'aquests filtres els podem aplicar sobre la imatge *25.pgm*, que té contorns ben definits en les direccions horitzontal, vertical i diagonal.

$$h_{ex4-a}(i, j) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad h_{ex4-c}(i, j) = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad 2.10$$

$$h_{ex4-bx}(i, j) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad h_{ex4-by}(i, j) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 2.11$$

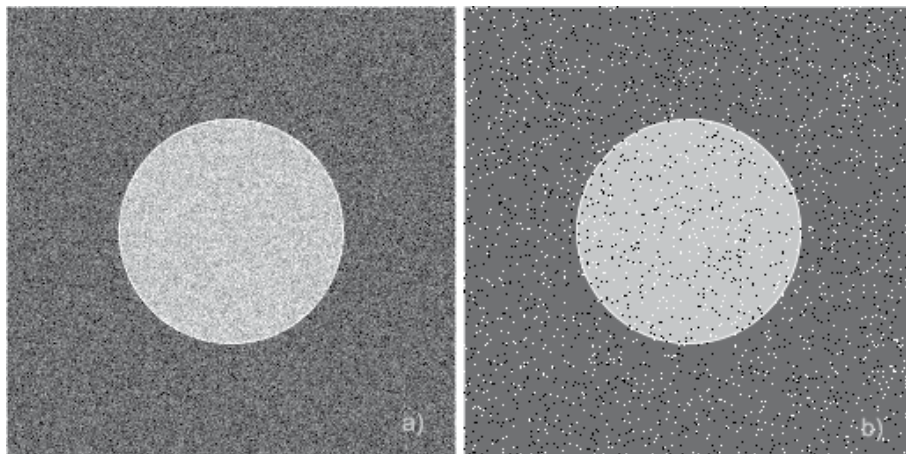
4. Aplicacions de les transformacions espacials lineals

En les aplicacions d'edició d'imatge, com Photoshop, Corel Draw o Gimp, hi trobem eines amb noms com ara enfocament o desenfocament, o "reducció de soroll". Les transformacions vistes en aquest mòdul, i també algunes que veurem en el proper o d'altres que queden fora de l'abast d'aquest curs, són en la base de les eines esmentades. Acabarem aquest mòdul descrivint breument com s'apliquen les transformacions espacials lineals per a obtenir aquests efectes.

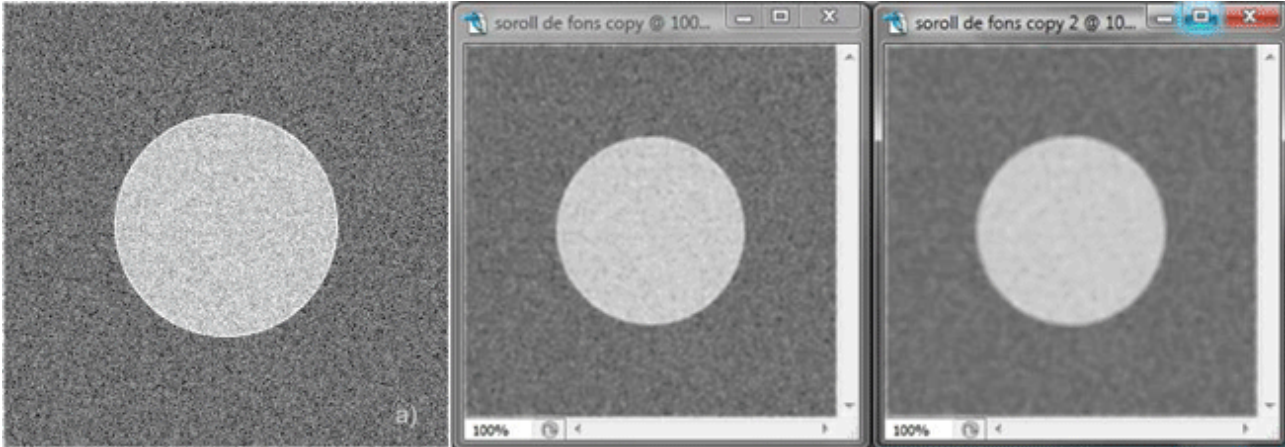
4.1. Reducció de soroll

La figura 12 mostra els dos tipus de soroll més habituals en una imatge, generalment introduïts pel dispositiu de captura: el **soroll de fons**, que es percep com una superposició a tota la imatge (i s'observa, per exemple, en fotografies fetes amb poca llum), i el **soroll impulsional**, que es percep com a punts aïllats de valors extrems, blancs o negres (que apareix, per exemple, quan el sensor té algun defecte en alguna cel·la). Quan el soroll és perceptible necessitem eines que l'eliminin i, si no és possible, que el redueixin.

Figura 12: a. imatge amb soroll de fons; b. imatge amb soroll impulsional



Una d'aquestes eines, especialment indicada per a soroll de fons, és la suavització. Hem estudiat com el filtre de mitjana (màscara $h_1(i,j)$) fa la mitjana de cada píxel amb els seus veïns; en una imatge sorollosa aquesta mitjana fa que el nivell mitjà del soroll es redueixi. Malauradament, i com també hem tingut ocasió d'observar, el filtre de mitjana difumina també els contorns de la imatge, més com més filtrem el soroll; per tant, hem d'arribar a un compromís entre el soroll que reduïm i la suavització de les vores que permetem. La figura 13 mostra la figura 12a filtrada amb dos filtres de mitjana; el primer, de dimensions 3×3 i el segon, 5×5 . Podem observar que la reducció més gran del soroll en aquest segon cas comporta unes vores menys nítides que en el primer:

Figura 13. Soroll de fons filtrat amb filtre de mitjana: a) 3×3 b) 5×5 

El filtre de mitjana no és apropiat, però, per a reduir el soroll impulsional, per la naturalesa que té: com que es tracta de píxels dispersos i de valors extrems, el mitjanat només aconsegueix reduir-lo introduint una distorsió significativa a les vores.

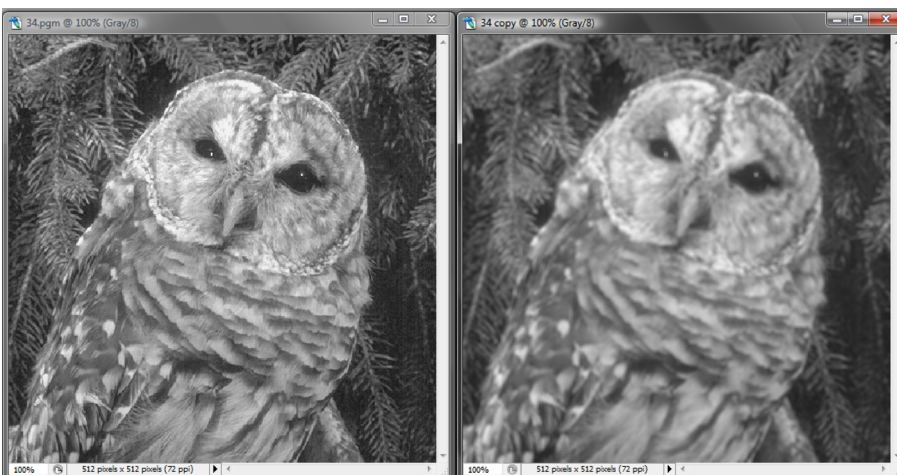
Vegeu també

En el mòdul "Transformacions espacials no lineals" veurem una altra transformació que complirà millor aquesta funció.

4.2. Desenfocament

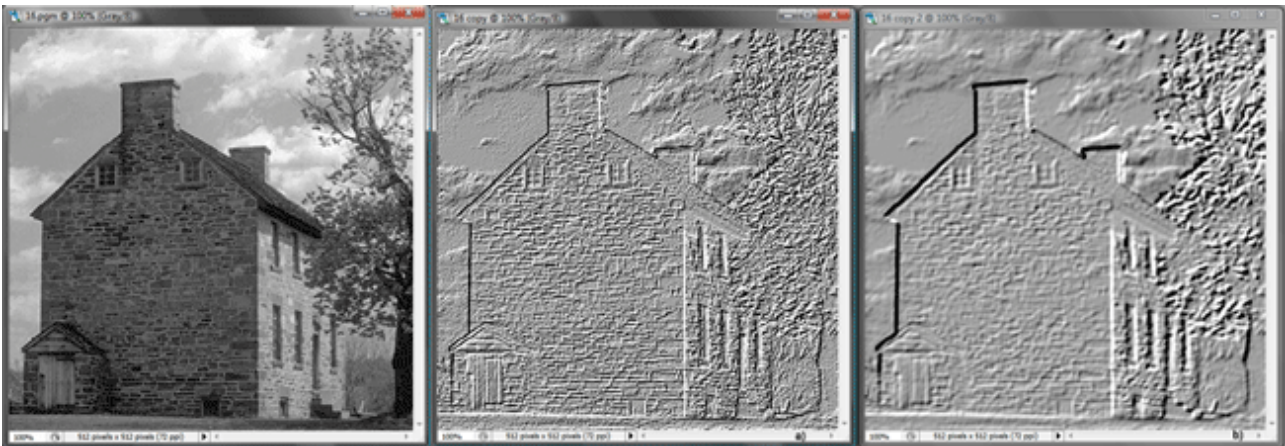
Si disposem d'una imatge nítida i desitgem simular digitalment l'efecte de desenfocament que es produeix òpticament podem tornar a recórrer a la suavització; aquest cop no ens representa cap problema que els contorns es difuminin sinó que és exactament el que busquem, com veiem en la figura 14, en què s'ha aplicat a la imatge original un filtre de mitjana de 5×5 .

Figura 14. Imatge desenfocada digitalment mitjançant un filtre de mitjana



A més de ser un efecte artístic, el desenfocament és un pas previ a d'altres transformacions per a les quals hi hagi un excés de detall en la imatge. Vegem-ho amb un exemple (figura 15):

Figura 15. Detecció de contorns: a) Aplicant-hi només una màscara de Sobel b) Aplicant-hi primer un filtre de mitjana



Nota

El nostre objectiu és detectar els contorns de la silueta de la casa que s'hi veu fent servir una màscara de gradient (Sobel, en aquest cas); la figura 15a mostra el resultat d'aplicar directament la transformació a la imatge original. Els murs de pedra tenen una textura marcada, moltes línies horitzontals i verticals els contorns de les quals tenen prou rellevància en la imatge transformada per a distreure'ns de l'objectiu perseguit. En la figura 15b s'ha fet una doble transformació: en primer lloc, s'hi ha aplicat un filtre de mitjana amb l'objecte de suavitzar les vores de les pedres; en segon lloc, la mateixa màscara de gradient que en el cas *a*. El resultat és que ara la textura dels murs és menys visible, i destaquen més els contorns de la casa, especialment les finestres de la façana més propera a l'arbre.

4.3. Enfocament

Finalment, dedicarem unes línies a l'enfocament, l'operació inversa al desenfocament. Així com desenfocàvem mitjançant transformacions de suavització, enfoquem mitjançant transformacions de realçament, ja que el nostre objectiu és destacar els contorns que han quedat difuminats pel desenfocament. La figura 16 mostra l'enfocament de la imatge que vàiem desenfocada en la imatge de la figura 14. Hem fet servir la màscara de realçament $h_5(i,j)$:

Figura 16. Enfocament: a) Imatge original desenfocada b) Després d'aplicar-hi realçament de contorns



5. Imatges emprades en les figures

Les imatges que s'han utilitzat en les figures d'aquest mòdul per als exemples amb Photoshop són les següents:

Figura	Imatge	Adreça URL
7	<i>nat4.pgm</i>	http://decsai.ugr.es/cvg/dbimágenes/g256.php
8	<i>indors2.pgm</i>	http://decsai.ugr.es/cvg/dbimágenes/g256.php
9	<i>indors4.pgm</i>	http://decsai.ugr.es/cvg/dbimágenes/g256.php
10	<i>indors4.pgm</i>	http://decsai.ugr.es/cvg/dbimágenes/g256.php
11	<i>test1.pgm</i>	http://decsai.ugr.es/cvg/dbimágenes/g256.php
13	<i>soroll de fons.tiff</i>	S'adjunta la imatge
14	<i>34.pgm</i>	http://decsai.ugr.es/cvg/dbimágenes/g512.php
15	<i>16.pgm</i>	http://decsai.ugr.es/cvg/dbimágenes/g512.php
16	<i>34.pgm</i>	http://decsai.ugr.es/cvg/dbimágenes/g512.php

Resum

Les transformacions espacials es diferencien de les puntuals en el fet que la modificació de cada píxel té en compte el píxel mateix i els seus veïns, entenent com a *veïns* els píxels espacialment més propers. Les transformacions que hem vist en aquest mòdul són una aplicació directa del filtratge espacial, que és com denominem l'operació que implementa la transformació.

Cada transformació espacial està definida per una màscara, una matriu de, com a mínim, 2 píxels (tot i que el filtre típic sol ser de 3×3 o 5×5), que filtra la imatge original per a obtenir-ne la transformada. Els coeficients de la màscara determinen el tipus de transformació de manera equivalent a la que determinaven la corba de transformació en el puntual. Les transformacions espacials més habituals són les següents:

- Suavització: difumina la imatge; les regions més sensibles a la suavització són els contorns, que queden menys definits, mentre que les regions més uniformes queden menys afectades.
- Detecció de contorns: localitza els contorns dels objectes en una imatge. Hem vist màscares laplacianes i de gradient; la diferència principal entre les unes i les altres és que les de gradient es poden descompondre en dues màscares que detecten de manera independent contorns horitzontals i verticals.
- Realçament: emfatitzen els contorns d'una imatge sense modificar essencialment la resta de la imatge.

Aquestes transformacions són la base d'algunes aplicacions com ara la reducció de soroll de fons, el desenfocament (un efecte artístic o bé un pas previ a d'altres transformacions) i l'enfocament.