
Modelos matriciales: cadenas de Markov

Contextualización y objetivos para la ciencia de datos

PID_00262435

Francesc Pozo Montero
Jordi Ripoll Missé

Francesc Pozo Montero

Licenciado en Matemáticas por la Universidad de Barcelona (2000) y doctor en Matemática Aplicada por la Universidad Politécnica de Cataluña (2005). Ha sido profesor asociado de la Universidad Autónoma de Barcelona y profesor asociado, colaborador y actualmente profesor agregado en la Universidad Politécnica de Cataluña. Además, es cofundador del Grupo de Innovación Matemática E-learning (GIMEL), responsable de varios proyectos de innovación docente y autor de varias publicaciones. Como miembro del grupo de investigación consolidado CoDALab, centra su investigación en la teoría de control y las aplicaciones en ingeniería mecánica y civil, así como en el uso de la ciencia de datos para la monitorización de la integridad estructural y para la monitorización de la condición, sobre todo en turbinas eólicas.

Jordi Ripoll Missé

Licenciado en Matemáticas y doctor en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Barcelona (2005). Profesor colaborador de la Universitat Oberta de Catalunya desde 2011 y profesor del Departamento de Informática, Matemática Aplicada y Estadística de la Universidad de Girona (UdG) desde 1996, donde actualmente es profesor agregado y desarrolla tareas de investigación en el ámbito de la biología matemática (modelos con ecuaciones en derivadas parciales y dinámica evolutiva). También ha sido profesor y tutor de la UNED en dos etapas, primero en el centro asociado de Terrassa y actualmente en el de Girona. Ha participado en numerosos proyectos de innovación docente, especialmente en cuanto al aprendizaje de las matemáticas en línea.

El encargo y la creación de este recurso de aprendizaje UOC han sido coordinados por la profesora: Cristina Cano Bastidas (2019)

Primera edición: febrero 2019
© Francesc Pozo Montero, Jordi Ripoll Missé
Todos los derechos reservados
© de esta edición, FUOC, 2019
Av. Tibidabo, 39-43, 08035 Barcelona
Diseño: Manel Andreu
Realización editorial: Oberta UOC Publishing, SL

Ninguna parte de esta publicación, incluido el diseño general y la cubierta, puede ser copiada, reproducida, almacenada o transmitida de ninguna forma, ni por ningún medio, sea éste eléctrico, químico, mecánico, óptico, grabación, fotocopia, o cualquier otro, sin la previa autorización escrita de los titulares del copyright.

Índice

Introducción	5
Objetivos	6

Introducción

La modelización matemática es una herramienta muy útil para estudiar, comprender y poder hacer predicciones de fenómenos y procesos de la ciencia y la tecnología. Si disponemos de datos del fenómeno real que queremos estudiar y construimos un modelo matemático adecuado, su análisis tiene un valor significativo, tanto desde el punto de vista académico como desde el punto de vista científico o de negocios.

Los sistemas dinámicos son un tipo de modelo en el que, a partir de los estados iniciales, podemos calcular la evolución futura de los estados del sistema a lo largo del tiempo. En este módulo nos centraremos en los sistemas dinámicos lineales a tiempo discreto, para problemas con un conjunto finito de variables de estado, es decir, los modelos matriciales lineales.

Desde el punto de vista del álgebra lineal, el sistema viene descrito en estos modelos por un vector que evoluciona a lo largo del tiempo discreto ($t = 0, 1, 2, \dots$) sencillamente multiplicando el vector por una matriz fijada.

Este esquema general lo aplicaremos en particular a estudiar las llamadas **cadenas de Markov** (homogéneas) descritas por medio de los diagramas de los estados y de la matriz de las probabilidades de transición entre estados (matriz estocástica). Hay una infinidad de ejemplos: la distribución geográfica de individuos en varias localizaciones (movimientos entre zonas geográficas), los consumidores de un producto y la cuota de mercado de cada marca, o el algoritmo PageRank (simplificado) de Google, que es uno de los casos de uso más famosos de las cadenas de Markov.

Las matrices que estudiaremos en los diferentes modelos son matrices positivas y tienen unas propiedades especiales (valor propio dominante positivo, por ejemplo) que, bajo ciertas hipótesis, nos permitirán predecir el comportamiento futuro de los estados del sistema a largo plazo. Para obtener estos resultados, se usarán los conceptos de álgebra lineal introducidos en módulos anteriores.

En este módulo, las cadenas de Markov se abordarán desde el punto de vista de los sistemas dinámicos. Alternativamente, sin embargo, desde un punto de vista más probabilístico, se pueden describir como un cierto tipo de proceso estocástico.

Objetivos

Los objetivos docentes que se pretenden conseguir con este módulo son los siguientes:

- 1.** Comprender la utilidad de los conceptos de álgebra lineal que se han trabajado en los módulos anteriores en la aplicación en el ámbito de la ciencia de datos mediante los modelos matriciales.
- 2.** Ser capaces de resolver un problema utilizando modelos matriciales usando datos reales o realistas.
- 3.** Entender la utilidad de usar un lenguaje de programación al tratar grandes volúmenes de datos.
- 4.** Coger destreza en la utilización de software matemático para la resolución de problemas con un gran volumen de datos.