

DISEÑO, IMPLEMENTACIÓN Y EVALUACIÓN  
DE UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA  
EN LA EVALUACIÓN ENTRE IGUALES PARA  
EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA  
MATEMÁTICA EN BACHILLERATO

TESIS DOCTORAL

Programa de Doctorado en Educación y TIC (e-learning)

Universitat Oberta de Catalunya

Autor:

Ricardo Manuel Jiménez Bezares

Directoras:

Dra. Teresa Sancho Vinuesa

Dra. Teresa Romeu Fontanillas



A mi niña Marta, partícipe de mis desvelos  
y compañera en el silencio de mis noches



---

## AGRADECIMIENTOS

Aprovecho estas primeras líneas para transmitir toda mi gratitud a quienes han contribuido a que este proyecto de investigación se materialice en la tesis doctoral que les presento. Tesis en la que se conjuga el trabajo y sacrificio de bastantes personas cuyo papel podría quedar relegado al olvido si no las menciono en este momento. Es a mí a quien corresponde recoger el reconocimiento de esta tesis, aunque el mérito no es exclusivamente mío. Nunca hubiera sido posible este trabajo sin la colaboración de todos los que cito a continuación.

Deseo empezar agradeciendo la participación activa de mis alumnos y alumnas de 1º Bachillerato que han confiado en mis buenas intenciones como investigador y en mi labor como docente. Esta tesis adquiere especial protagonismo con ellos, pues desde el principio mi propósito ha sido contribuir a la mejora tanto de su aprendizaje como de su desafección hacia las Matemáticas.

La Universitat Oberta de Catalunya, universidad que me ha dado tanto y a la que siempre estaré agradecido, me abrió las puertas de su Escuela de Doctorado en el año 2016. En ese proceso selectivo jugó un papel fundamental mi profesora Montse Guitert, quien confió en mis posibilidades para llevar a cabo estos estudios. Muchas gracias, Montse, por el año que compartimos y por todo lo que me enseñaste, aunque tardara cierto tiempo en comprender aquello que me transmitías.

Asimismo agradezco la labor que desempeñaron Miguel Ángel García y Elena Barberà, pues qué hubiera sido de mí sin su apoyo en el momento más crítico que atravesé como doctorando. Muchas gracias, Miguel Ángel, por todo el trabajo que realizaste durante el verano de 2017. Sin tu gestión y asesoramiento jamás hubiera encontrado a Teresa Sancho. Y a ti, Elena, muchas gracias por ayudar a convencerla.

Termino esta ronda de agradecimientos con las dos personas más importantes en el desarrollo de esta tesis, mis Teresas. ¿Por dónde empezar? Pues no lo sé. ¿Cómo agradecer en unas líneas el trabajo que habéis desempeñado día a día? Y, en especial,

---

cada lunes. Desde hace varios años, mis lunes son vuestros lunes. Al principio, con el nerviosismo propio de quien debía rendir cuentas del trabajo realizado. Después, con la ilusión de compartir mis logros con vosotras. Al final, con la tristeza y nostalgia de ver como esta tesis llega a su fin.

Quiero agradecerte, Teresa Romeu, tu infinita paciencia al haberme seguido en este largo proceso en el que hubo que reubicar el proyecto de investigación. Muchas gracias, Teresa Romeu. Y a ti, Teresa Sancho, ¿por dónde empiezo? Son tantas las cosas que agradecer que ni sé por dónde empezar ni sé cómo hacerlo. Seguiré tus enseñanzas, por el principio y en orden. Cuando el 27 de septiembre de 2017 nos reunimos por primera vez comprendí que esta tesis no iba a ser nada fácil y que tu nivel de exigencia iba a ser elevado. En esos momentos, solamente pedí a Dios estar a la altura de la situación. Años después siento el anhelo de quien se halla al final del proceso y aún no sabe cómo agradecértelo. Simplemente te diré que no sé si siento por ti más admiración que cariño o cariño que admiración. Sea como fuere, mis directoras de tesis ocuparán un lugar destacado en el recuerdo que todos tenemos de aquellos profesores que nos dejaron su huella en el pasado y cuyas enseñanzas nos acompañan en el presente.

Agradecido a todas las personas que han contribuido activamente a la realización de esta tesis, debo agradecer a continuación el papel que ha jugado mi familia. Pues ellos han sido los que han sufrido mis ausencias y ese tiempo ya nunca volverá. Especialmente a Inma, mi esposa y compañera de viaje, por ser el pilar que sustenta mi vida. Y a mis hijos, Ricardo y Martina, pues nunca antes llegué a imaginar que se pudiera amar tanto.

New Haven (Connecticut), mayo 2022

---

## RESUMEN

El origen de esta tesis se halla en las dificultades y carencias que detecto en el desarrollo de la competencia matemática desde mi labor como profesor de Educación Secundaria durante más de 15 años. Este déficit competencial se corrobora en distintos informes internacionales, PIAAC y PISA, donde se pone de manifiesto que la competencia matemática del alumnado español es inferior a la media del alumnado de los países de la Unión Europea y de la OCDE.

Asimismo se hace patente en mi labor docente la desafección que suelen suscitar las Matemáticas entre el alumnado, obligándome a reflexionar sobre una posible relación causa-efecto. Relación en la que no quedaba claro si la falta de competencia matemática es la causa de la desafección hacia la asignatura o, por el contrario, la desafección da lugar a una falta de motivación y dedicación que se plasma en un déficit competencial.

Con la intención de ayudar a revertir dicha situación y mejorar la práctica docente, me planteo la incorporación de la evaluación entre iguales como estrategia didáctica para fomentar la participación del alumnado en su proceso de aprendizaje y evaluación, la colaboración y el uso de las TIC.

Las dos preguntas de investigación que han guiado el desarrollo de la presente tesis son las siguientes:

1. ¿En qué medida la evaluación entre iguales es una estrategia didáctica adecuada para el desarrollo de la competencia matemática en el alumnado de 1º Bachillerato?
2. ¿Cómo contribuye la evaluación entre iguales a la mejora del dominio afectivo del alumnado hacia las Matemáticas?

A continuación se exponen los objetivos con los que se pretende dar respuesta a dichas preguntas:

- 
- 1.1. Diseñar la estrategia didáctica basada en la evaluación entre iguales y su proceso de implementación.
  - 1.2. Evaluar el desarrollo de la competencia matemática a través de la evaluación entre iguales en alumnado de 1º Bachillerato.
  - 2.1. Valorar la evolución del dominio afectivo del alumnado, centrado en las dimensiones confianza y motivación, a través de la evaluación entre iguales.

El paradigma metodológico de esta tesis es la investigación basada en el diseño (IBD), pues se diseñan y exploran innovaciones en contextos educativos auténticos a través de un proceso iterativo. En nuestro caso, el contexto de investigación ha sido uno de los más desfavorables posibles, el I.E.S. La Marisma. Este centro de compensatoria está ubicado en Andalucía, comunidad que ocupa una de las últimas posiciones en la clasificación por comunidades de los informes PISA publicados hasta la fecha.

Se han realizado tres implementaciones que han permitido refinar de manera iterativa el diseño tecnopedagógico: la primera implementación, cuya fase de prueba se lleva a cabo en junio de 2018; la segunda implementación, realizada durante el curso académico 2018/19; y la tercera implementación, efectuada durante el curso 2019/20.

El método de análisis corresponde a un enfoque mixto, pues integra datos de naturaleza cualitativa y cuantitativa. De este modo, el método utilizado aporta una aproximación holística que combina y analiza datos estadísticos con perspectivas contextualizadas.

Los resultados relativos a la viabilidad de la evaluación entre iguales muestran cifras notablemente altas tanto para la fiabilidad como la validez. El desarrollo de la competencia matemática muestra porcentajes superiores a los registrados por los informes PIAAC 2013 y PISA 2018, incluso para el alumnado de nivel competencial bajo que ha participado en la investigación. Asimismo, el dominio afectivo progresa adecuadamente en las dimensiones *Confianza* y *Motivación*, aunque la dimensión *Confianza* registre una evolución menos favorable que la dimensión *Motivación*.

La investigación realizada nos permite afirmar que la evaluación entre iguales, tal y como la hemos planteado con alumnado de 1º Bachillerato, es viable y posibilita el desarrollo de la competencia matemática de forma muy satisfactoria. Asimismo, concluimos que la evaluación entre iguales ha contribuido a una mejora significativa del dominio afectivo del alumnado participante.



---

## TABLA DE CONTENIDOS

AGRADECIMIENTOS.....	I
RESUMEN.....	III
TABLA DE CONTENIDOS.....	V
LISTADO DE FIGURAS.....	IX
LISTADO DE TABLAS.....	XIII
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. Problema de investigación y justificación.....	2
1.2. Preguntas y objetivos de la investigación.....	5
1.2.1. Preguntas de investigación.....	6
1.2.2. Objetivos de la investigación.....	7
2. MARCO TEÓRICO.....	9
2.1. Competencia matemática.....	9
2.1.1. La competencia matemática, una de las competencias clave de la sociedad europea.....	10
2.1.2. Resolución de tareas de aprendizaje basadas en problemas.....	14
2.1.3. Evaluación del aprendizaje matemático en la Educación Secundaria.....	17
2.2. Dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas.....	20
2.2.1. El dominio afectivo y su relación con la disciplina matemática.....	21
2.2.2. Aportaciones a las dimensiones del dominio afectivo.....	23
2.2.3. Selección de las dimensiones para evaluar el dominio afectivo.....	28
2.3. Evaluación entre iguales como estrategia de aprendizaje colaborativo.....	32
2.3.1. Aprendizaje colaborativo y retroalimentación.....	32

2.3.2.	Distintos enfoques de la evaluación entre iguales.....	36
2.3.3.	La rúbrica como uno de los principales instrumentos para la evaluación entre iguales.....	37
2.3.4.	Beneficios y dificultades de la evaluación entre iguales.....	40
2.3.5.	Evaluación entre iguales en asignaturas de Matemáticas.....	42
3.	METODOLOGÍA .....	45
3.1.	Paradigma de la investigación.....	45
3.1.1.	Características de la IBD presentes en nuestra investigación .....	48
3.1.2.	Fases de la investigación basada en el diseño .....	50
3.2.	Escenario y participantes.....	51
3.3.	Diseño de la experiencia.....	53
3.3.1.	Diseño de fases e iteraciones.....	53
3.3.2.	Diseño de las tareas de aprendizaje.....	62
3.4.	Técnicas e instrumentos .....	68
3.4.1.	Análisis documental .....	69
3.4.2.	Rúbrica y contra-rúbrica.....	72
3.4.3.	Encuestas .....	78
3.4.4.	Grupos focales.....	82
3.4.5.	Entrevista.....	84
3.4.6.	Observación.....	87
3.5.	Métodos para el análisis de datos .....	89
4.	ANÁLISIS DE DATOS .....	95
4.1.	Primera implementación: una prueba piloto para validar la rúbrica .....	95
4.1.1.	Evaluación entre iguales.....	95
4.2.	Segunda implementación: la validación de la evaluación entre iguales señala una evolución asimétrica de la retroalimentación .....	97
4.2.1.	Evaluación entre iguales.....	99
4.2.2.	Dominio competencia matemática .....	115

4.2.3. Dominio afectivo.....	123
4.3. Tercera implementación: validación de la evaluación entre iguales en línea	135
4.3.1. Evaluación entre iguales.....	135
4.3.2. Dominio competencia matemática.....	149
4.3.3. Dominio afectivo.....	156
5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS .....	169
5.1. Evaluación entre iguales.....	169
5.1.1. Viabilidad de la evaluación entre iguales.....	169
5.1.2. Diseño tecnopedagógico: refinamiento y mejora de la evaluación entre iguales.....	175
5.2. Desarrollo de la competencia matemática del alumnado .....	187
5.3. Evolución del dominio afectivo del alumnado hacia las Matemáticas .....	208
6. CONCLUSIONES Y APORTACIONES DE LA INVESTIGACIÓN .....	219
6.1. Conclusiones relativas a las preguntas de investigación.....	219
6.2. Implicaciones didácticas de la investigación.....	236
6.3. Limitaciones y perspectivas de futuro.....	239
6.4. Difusión de la investigación .....	242
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	245
ANEXOS.....	273
A1. Alumnado participante en la investigación .....	273
A2. Unidades didácticas.....	274
A3. Enunciados de las tareas de aprendizaje.....	278
A4. Resolución propuesta para las tareas de aprendizaje.....	284
A5. Plataforma Moodle .....	306
A6. EndNote.....	308
A7. Rúbricas.....	310
A8. Contra-rúbricas.....	315

A9. Cuestionarios pretest y postest sobre el dominio afectivo .....	319
A10. Cuestionarios de valoración de la experiencia tras las rúbricas de la primera y última tarea .....	323
A11. Grupos focales .....	324
A12. Entrevistas .....	327
A13. Adjetivos que describen la percepción del alumnado hacia la evaluación entre iguales.....	331
A14. Variables relativas a la retroalimentación otorgada en cada una de las tareas de aprendizaje.....	334
A15. MAXQDA .....	335

---

## LISTADO DE FIGURAS

Figura 1.	Problema de investigación.....	5
Figura 2.	Criterios de clasificación para la investigación por Moya et al. (2005) (Citado en Rodríguez y Valldeoriola, 2009, p. 11).....	47
Figura 3.	Distrito V de Huelva (De Paz et al., 2005).....	51
Figura 4.	Ubicación de nuestro modelo pedagógico.....	57
Figura 5.	Bloques de contenidos comunes a la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales y a la modalidad de Ciencias.....	62
Figura 6.	Modelo de rúbrica para la Tarea 1 del bloque de Álgebra (Jiménez et al., 2020a, 2020b).....	76
Figura 7.	Modelo de contra-rúbrica para las rúbricas de la Tarea 1 del bloque de Álgebra.....	77
Figura 8.	Conceptualización del enfoque mixto según Plano e Ivankova, (2015, p. 10).....	89
Figura 9.	Valoración grupal de la evaluación entre iguales durante la segunda implementación: aspectos positivos y negativos, dificultades y propuestas de mejora.....	109
Figura 10.	Adjetivos que describen la percepción que tiene el alumnado sobre la evaluación entre iguales durante la segunda implementación.....	110
Figura 11.	Percepción de la evaluación entre iguales durante la segunda implementación por un alumno con nivel competencial alto (VCG).	112
Figura 12.	Percepción de la evaluación entre iguales durante la segunda implementación por una alumna de nivel competencial medio (JLG).....	112
Figura 13.	Percepción de la evaluación entre iguales durante la segunda implementación por un alumno con nivel competencial bajo (MSM).....	113
Figura 14.	Coefficiente de variación de los ítems del cuestionario pretest en la segunda implementación.....	124

---

Figura 15.	Diagrama de caja para los ítems de las variables pertenecientes a la dimensión <i>Confianza</i> del cuestionario pretest en la segunda implementación.....	125
Figura 16.	Diagrama de caja para los ítems de las variables pertenecientes a la dimensión <i>Motivación</i> del cuestionario pretest en la segunda implementación.....	125
Figura 17.	Mapa conceptual sobre el dominio afectivo extraído del grupo focal inicial en la segunda implementación.....	126
Figura 18.	Coefficiente de variación de los ítems del cuestionario posttest en la segunda implementación.....	127
Figura 19.	Diagrama de caja para los ítems de las variables pertenecientes a la dimensión <i>Confianza</i> del cuestionario posttest en la segunda implementación.....	128
Figura 20.	Diagrama de caja para los ítems de las variables pertenecientes a la dimensión <i>Motivación</i> del cuestionario posttest en la segunda implementación.....	128
Figura 21.	Mapa conceptual sobre el dominio afectivo extraído del grupo focal final en la segunda implementación.....	129
Figura 22.	Evolución del dominio afectivo del alumnado, según sus niveles competenciales, durante la segunda implementación.....	129
Figura 23.	Valoración grupal de la evaluación entre iguales tras realizar las rúbricas correspondientes a las dos primeras tareas durante la tercera implementación: aspectos positivos y negativos, dificultades y propuestas de mejora.....	141
Figura 24.	Valoración grupal de la evaluación entre iguales al finalizar la tercera implementación: aspectos positivos y negativos, dificultades y propuestas de mejora.....	142
Figura 25.	Adjetivos que describen la percepción que tiene el alumnado sobre la evaluación entre iguales durante la tercera implementación.....	144
Figura 26.	Percepción de la evaluación entre iguales durante la tercera implementación por un alumno con nivel competencial alto (JRM)..	145
Figura 27.	Percepción de la evaluación entre iguales durante la tercera implementación por una alumna con nivel competencial medio (MPR).....	146
Figura 28.	Percepción de la evaluación entre iguales durante la tercera implementación por un alumno con nivel competencial bajo (JGR).....	147

Figura 29.	Percepción de la evaluación entre iguales durante la tercera implementación por una alumna con nivel competencial bajo (LSG).....	148
Figura 30.	Coefficiente de variación de los ítems del cuestionario pretest en la tercera implementación.....	157
Figura 31.	Diagrama de caja para los ítems de las variables pertenecientes a la dimensión <i>Confianza</i> del cuestionario pretest en la tercera implementación.....	158
Figura 32.	Diagrama de caja para los ítems de las variables pertenecientes a la dimensión <i>Motivación</i> del cuestionario pretest en la tercera implementación.....	158
Figura 33.	Mapa conceptual sobre el dominio afectivo extraído del grupo focal inicial en la tercera implementación.....	159
Figura 34.	Coefficiente de variación de los ítems del cuestionario postest en la tercera implementación.....	160
Figura 35.	Diagrama de caja para los ítems de las variables pertenecientes a la dimensión <i>Confianza</i> del cuestionario postest en la tercera implementación.....	161
Figura 36.	Diagrama de caja para los ítems de las variables pertenecientes a la dimensión <i>Motivación</i> del cuestionario postest en la tercera implementación.....	161
Figura 37.	Mapa conceptual sobre el dominio afectivo extraído del grupo focal final en la tercera implementación.....	162
Figura 38.	Evolución del dominio afectivo del alumnado, según sus niveles competenciales, durante la tercera implementación.....	163
Figura 39.	Retroalimentación de JGR a LSG correspondiente a la variable <i>Representación matemática</i> en la tarea 1.....	193
Figura 40.	Retroalimentación de JGR a JER correspondiente a la variable <i>Representación matemática</i> en la tarea 2.....	193
Figura 41.	Retroalimentación de MPR a RCB correspondiente a la variable <i>Representación matemática</i> en la tarea 2.....	194
Figura 42.	Retroalimentación de MPR a AGB correspondiente a la variable <i>Representación matemática</i> en la tarea 3.....	195
Figura 43.	Retroalimentación de MPR a RCB correspondiente a la variable <i>Procedimiento</i> en la tarea 2.....	198

---

Figura 44.	Retroalimentación de CNC a SMP correspondiente a la variable <i>Procedimiento</i> en la tarea 3.....	199
Figura 45.	Retroalimentación de MPR a ADG correspondiente a la variable <i>Uso de las TIC en Matemáticas</i> en la tarea 1.....	200
Figura 46.	Retroalimentación de AMP a ADG correspondiente a la variable <i>Uso de las TIC en Matemáticas</i> en la tarea 2.....	201
Figura 47.	Retroalimentación de LRM a GOB correspondiente a la variable <i>Uso de las TIC en Matemáticas</i> en la tarea 3.....	202
Figura 48.	Retroalimentación de JGR a MAS correspondiente a la variable <i>Uso de las TIC en Matemáticas</i> en la tarea 4.....	203
Figura 49.	Retroalimentación de FPG a AGB correspondiente a la variable <i>Interpretación de resultados y análisis de soluciones</i> en la tarea 1...	205
Figura 50.	Retroalimentación de CRA a LRM correspondiente a la variable <i>Interpretación de resultados y análisis de soluciones</i> en la tarea 1...	205
Figura 51.	Retroalimentación de DBP a JRM correspondiente a la variable <i>Interpretación de resultados y análisis de soluciones</i> en la tarea 2...	206
Figura 52.	Retroalimentación de SMP a ASG correspondiente a la variable <i>Aplicación a distintos contextos</i> en la tarea 2.....	207
Figura 53.	Retroalimentación de SMP a JGR correspondiente a la variable <i>Aplicación a distintos contextos</i> en la tarea 3.....	207
Figura 54.	Retroalimentación de FPG a CNC correspondiente a la variable <i>Aplicación a distintos contextos</i> en la tarea 4.....	208
Figura 55.	Relación entre las conclusiones y los objetivos correspondientes a la primera pregunta de investigación.....	220
Figura 56.	Conclusiones relativas a la viabilidad de la evaluación entre iguales.....	220
Figura 57.	Conclusiones relativas al diseño tecnopedagógico de la evaluación entre iguales.....	223
Figura 58.	Conclusiones relativas al desarrollo de la competencia matemática...	227
Figura 59.	Relación entre las conclusiones y el objetivo correspondiente a la segunda pregunta de investigación.....	230
Figura 60.	Conclusiones relativas a las dimensiones <i>Confianza</i> y <i>Motivación</i> en diferentes momentos del proceso educativo.....	233
Figura 61.	Implicaciones didácticas de la investigación.....	237
Figura 62.	Limitaciones de la investigación.....	239

---



---

## LISTADO DE TABLAS

Tabla 1.	Puntuaciones medias de competencia matemática en el informe PIAAC 2013.....	3
Tabla 2.	Puntuaciones medias de competencia matemática en los informes PISA 2012, 2015 y 2018.....	3
Tabla 3.	Contribuciones de diversos autores al dominio afectivo que influyen en nuestra investigación.....	24
Tabla 4.	Autores que investigan sobre el dominio afectivo a partir de las escalas de medición construidas por Galbraith y Haines (1998, 2000).....	27
Tabla 5.	Aportaciones y definiciones de distintos autores para la dimensión Confianza.....	30
Tabla 6.	Aportaciones y definiciones de distintos autores para la dimensión Motivación.....	31
Tabla 7.	Beneficios y dificultades de la evaluación entre iguales.....	41
Tabla 8.	Porcentajes de investigaciones sobre evaluación entre iguales por niveles educativos.....	43
Tabla 9.	Porcentajes de investigaciones sobre evaluación entre iguales para diferentes dominios competenciales.....	43
Tabla 10.	Fases de la investigación basada en el diseño, según distintos autores.....	51
Tabla 11.	Oferta educativa del I.E.S. La Marisma.....	52
Tabla 12.	Alumnado participante en la evaluación entre iguales.....	53
Tabla 13.	Fases de nuestra investigación basada en el diseño, partiendo de Easterday et al. (2018).....	54
Tabla 14.	Referencias bibliográficas extraídas de Web of Science en enero de 2018.....	54
Tabla 15.	Temporalización de las tareas propuestas para el curso 2018/19.....	57
Tabla 16.	Temporalización de tareas previstas para los cursos académicos 2018/19 y 2019/20.....	59

Tabla 17.	Relación entre bloques y unidades didácticas de cada modalidad.....	63
Tabla 18.	Temporalización de las distintas tareas propuestas y de la implementación de las diferentes técnicas e instrumentos de investigación utilizados.....	64
Tabla 19.	Técnicas e instrumentos utilizados en la investigación.....	69
Tabla 20.	Registro de referencias en las tres revisiones bibliográficas.....	72
Tabla 21.	Nº de participantes y alumnado ausente por tarea y curso escolar.....	78
Tabla 22.	Nº de participantes y alumnado ausente por cuestionario y curso escolar.....	81
Tabla 23.	Alumnado participante en cada grupo focal y curso escolar.....	84
Tabla 24.	Elección del alumnado para la realización de las entrevistas.....	87
Tabla 25.	Integración de las naturalezas cuantitativa y cualitativa.....	91
Tabla 26.	Análisis DAFO realizado tras la primera implementación.....	96
Tabla 27.	Relación entre las preguntas de investigación, objetivos, elementos de análisis, dimensiones, variables e instrumentos.....	98
Tabla 28.	<i>Desviaciones individuales</i> del alumnado evaluador en las tareas del bloque de Álgebra durante la segunda implementación.....	101
Tabla 29.	<i>Desviaciones individuales</i> del alumnado evaluador en las tareas del bloque de Análisis durante la segunda implementación.....	102
Tabla 30.	<i>Desviaciones individuales</i> del alumnado evaluador en la tarea del bloque de Estadística durante la segunda implementación.....	103
Tabla 31.	<i>Desviaciones de las medias</i> de calificaciones recibidas por el alumnado evaluado en las tareas el bloque de Álgebra durante la segunda implementación.....	104
Tabla 32.	<i>Desviaciones de las medias</i> de calificaciones recibidas por el alumnado evaluado en las tareas del bloque de Análisis durante la segunda implementación.....	104
Tabla 33.	<i>Desviaciones de las medias</i> de calificaciones recibidas por el alumnado evaluado en la tarea del bloque de Estadística durante la segunda implementación.....	105
Tabla 34.	<i>Desviaciones de las medias</i> de calificaciones recibidas por el alumnado evaluado en cada uno de los bloques durante la segunda implementación.....	105

---

Tabla 35.	Variables <i>Ejecución, Identificación y Uso de las TIC en Matemáticas</i> en el bloque de Álgebra durante la segunda implementación.....	106
Tabla 36.	Frecuencias con las que aparecen valores negativos en las variables <i>Ejecución e Identificación</i> del bloque de Álgebra en la segunda implementación.....	106
Tabla 37.	Variables <i>Ejecución, Identificación y Uso de las TIC en Matemáticas</i> en el bloque de Análisis durante la segunda implementación.....	107
Tabla 38.	Frecuencias con las que aparecen valores negativos en las variables <i>Ejecución e Identificación</i> del bloque de Análisis en la segunda implementación.....	107
Tabla 39.	Variables <i>Ejecución, Identificación y Uso de las TIC en Matemáticas</i> en el bloque de Estadística durante la segunda implementación.....	108
Tabla 40.	Variables <i>Ejecución e Identificación</i> por apartados del área de comentarios en el bloque de Estadística de la segunda implementación.....	108
Tabla 41.	Valoración de las retroalimentaciones otorgadas y recibidas por el alumnado en la segunda implementación.....	114
Tabla 42.	Agrupación del alumnado por niveles competenciales dentro del bloque de Álgebra en la segunda implementación.....	115
Tabla 43.	Agrupación del alumnado por niveles competenciales dentro del bloque de Análisis en la segunda implementación.....	116
Tabla 44.	Agrupación del alumnado por niveles competenciales dentro del bloque de Estadística en la segunda implementación.....	116
Tabla 45.	Porcentaje del alumnado por niveles competenciales en cada bloque de contenidos y durante el curso 2018/19.....	117
Tabla 46.	Dimensiones y variables consideradas para el dominio competencial en el área de comentarios de las rúbricas.....	118
Tabla 47.	Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables competenciales agrupadas por niveles de competencia matemática en el bloque de Álgebra durante la segunda implementación.....	119
Tabla 48.	Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables competenciales agrupadas por niveles de competencia matemática en el bloque de Análisis durante la segunda implementación.....	120

---

Tabla 49.	Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables competenciales agrupadas por niveles de competencia matemática en el bloque de Estadística durante la segunda implementación.....	121
Tabla 50.	Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables competenciales agrupadas por niveles de competencia matemática durante el curso 2018/19.....	122
Tabla 51.	Coefficiente alfa de Cronbach para el cuestionario pretest en la segunda implementación.....	123
Tabla 52.	Coefficiente alfa de Cronbach para el cuestionario posttest en la segunda implementación.....	127
Tabla 53.	Porcentajes en tanto por uno de retroalimentación afectiva para cada dimensión y nivel competencial en cada uno de los bloques de la segunda implementación.....	130
Tabla 54.	Porcentajes en tanto por uno de retroalimentación afectiva para cada dimensión y nivel competencial durante el curso 2018/19.....	130
Tabla 55.	Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables de la dimensión afectiva agrupadas niveles de competencia matemática en el bloque de Álgebra durante la segunda implementación.....	131
Tabla 56.	Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables de la dimensión afectiva agrupadas niveles de competencia matemática en el bloque de Análisis durante la segunda implementación.....	132
Tabla 57.	Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables de la dimensión afectiva agrupadas por niveles de competencia matemática en el bloque de Estadística durante la segunda implementación.....	133
Tabla 58.	Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables de la dimensión afectiva agrupadas por niveles de competencia matemática durante el curso 2018/19.....	134
Tabla 59.	<i>Desviaciones individuales</i> del alumnado evaluador en las tareas del bloque de Álgebra durante la tercera implementación.....	136
Tabla 60.	<i>Desviaciones individuales</i> del alumnado evaluador en las tareas del bloque de Análisis durante la tercera implementación.....	136
Tabla 61.	<i>Desviaciones de las medias</i> de calificaciones recibidas por el alumnado evaluado en las tareas el bloque de Álgebra durante la tercera implementación.....	137

Tabla 62.	<i>Desviaciones de las medias</i> de calificaciones recibidas por el alumnado evaluado en las tareas del bloque de Análisis durante la tercera implementación.....	138
Tabla 63.	<i>Desviaciones de las medias</i> de calificaciones recibidas por el alumnado evaluado en cada uno de los bloques durante la tercera implementación.....	138
Tabla 64.	Variables <i>Ejecución, Identificación y Uso de las TIC en Matemáticas</i> en el bloque de Álgebra durante la tercera implementación.....	139
Tabla 65.	Frecuencias con las que aparecen valores negativos en las variables <i>Ejecución e Identificación</i> del bloque de Álgebra en la tercera implementación.....	139
Tabla 66.	Variables <i>Ejecución, Identificación y Uso de las TIC en Matemáticas</i> en el bloque de Análisis durante la tercera implementación.....	140
Tabla 67.	Frecuencias con las que aparecen valores negativos en las variables <i>Ejecución e Identificación</i> del bloque de Análisis en la tercera implementación.....	140
Tabla 68.	Valoración de las retroalimentaciones otorgadas y recibidas por el alumnado en la tercera implementación.....	149
Tabla 69.	Agrupación del alumnado por niveles competenciales dentro del bloque de Álgebra en la tercera implementación.....	150
Tabla 70.	Agrupación del alumnado por niveles competenciales dentro del bloque de Análisis en la tercera implementación.....	151
Tabla 71.	Porcentaje del alumnado por niveles competenciales en cada bloque de contenidos y durante el curso 2018/19.....	152
Tabla 72.	Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables competenciales agrupadas por niveles de competencia matemática en el bloque de Álgebra durante la tercera implementación.....	153
Tabla 73.	Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables competenciales agrupadas por niveles de competencia matemática en el bloque de Análisis durante la segunda implementación.....	154
Tabla 74.	Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables competenciales agrupadas por niveles de competencia matemática durante el curso 2019/20.....	155

Tabla 75.	Coeficiente alfa de Cronbach para el cuestionario pretest en la tercera implementación.....	156
Tabla 76.	Coeficiente alfa de Cronbach para el cuestionario posttest en la tercera implementación.....	160
Tabla 77.	Porcentajes en tanto por uno de retroalimentación afectiva para cada dimensión y nivel competencial en cada uno de los bloques de la tercera implementación.....	164
Tabla 78.	Porcentajes en tanto por uno de retroalimentación afectiva para cada dimensión y nivel competencial durante el curso 2019/20.....	164
Tabla 79.	Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables de la dimensión afectiva agrupadas niveles de competencia matemática en el bloque de Álgebra durante la tercera implementación.....	165
Tabla 80.	Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables de la dimensión afectiva agrupadas niveles de competencia matemática en el bloque de Análisis durante la tercera implementación.....	166
Tabla 81.	Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables de la dimensión afectiva agrupadas por niveles de competencia matemática durante el curso 2019/20.....	167
Tabla 82.	Porcentajes de coincidencia entre las calificaciones individuales otorgadas por el alumnado evaluador para cada criterio y la asignada por el docente.....	170
Tabla 83.	Porcentajes de coincidencia entre las medias de las calificaciones recibidas por el alumnado evaluado para cada criterio y la asignada por el docente durante la segunda y tercera implementación.....	172
Tabla 84.	Porcentaje de retroalimentación correcta en el área de comentarios de la rúbrica durante la segunda y tercera implementación.....	173
Tabla 85.	Motivos y decisiones tomadas en cada implementación para el refinamiento y mejora de la evaluación entre iguales.....	175
Tabla 86.	Porcentaje de alumnado que supera los niveles indicados en las tareas propuestas.....	188
Tabla 87.	Porcentaje de alumnado por grupos competenciales que superan los niveles 3 y 4 de los informes PIAAC 2013 y PISA 2018, respectivamente.....	188
Tabla 88.	Porcentajes de calificaciones otorgadas correctas por nivel competencial en la segunda y tercera implementación.....	190

Tabla 89.	Porcentajes de retroalimentación correcta por nivel competencial para las variables <i>Concepto y Representación matemática</i> .....	191
Tabla 90.	Promedio del número de errores de lenguaje matemático por rúbrica en cada nivel competencial.....	195
Tabla 91.	Porcentajes de retroalimentación correcta por nivel competencial para las variables de la dimensión <i>Capacidades</i> .....	196
Tabla 92.	Porcentajes de retroalimentación correcta por nivel competencial para las variables de la dimensión <i>Actitudes</i> .....	203
Tabla 93.	Ordenación de las variables del dominio afectivo a partir de la media obtenida en una escala Likert de 5 niveles al inicio y final de la segunda y tercera implementación.....	209
Tabla 94.	Porcentajes con las medias de las variables de las dimensiones <i>Confianza y Motivación</i> e ítems con mayor media dentro de cada variable.....	211
Tabla 95.	Porcentajes de retroalimentación afectiva para cada dimensión y nivel competencial.....	215
Tabla 96.	Porcentaje para las variables de las dimensiones <i>Confianza y Motivación</i> por niveles competenciales.....	216

---



---

## 1. INTRODUCCIÓN

La presente tesis doctoral se ubica en el Programa de Doctorado Educación y TIC (e-Learning) de la Universitat Oberta de Catalunya.

La idea de realizar esta tesis surge como consecuencia de las dificultades y carencias detectadas en el desarrollo de la competencia matemática desde mi labor como profesor de Educación Secundaria durante más de 15 años. Con la intención de ayudar a revertir dicha situación y mejorar la práctica docente, me planteo la incorporación de la evaluación entre iguales como mecanismo para fomentar la participación del alumnado en su proceso de aprendizaje y evaluación, la colaboración y el uso de las TIC.

Durante el desarrollo de la investigación, la Dirección General de Innovación y Formación del Profesorado de la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía aprueba nuestro proyecto de investigación educativa titulado “*Diseño, implementación y evaluación de una metodología basada en la revisión entre iguales para el desarrollo de la competencia matemática en Bachillerato*” (PIV013/18) para los cursos académicos 2018/19 y 2019/20. La concesión de este proyecto y su financiación posibilita la incorporación de una infraestructura tecnológica en el aula que permite llevar a cabo la implementación de la evaluación entre iguales con apoyo de las TIC.

De manera paralela al desarrollo de la investigación, he participado en diferentes actividades formativas que han posibilitado la continua revisión del proyecto de investigación. Dichas actividades han sido de distinta naturaleza, como congresos, seminarios, webinars y cursos, y de distinta proyección, tanto nacional como internacional. Destacan especialmente las comunicaciones realizadas en los congresos internacionales ICERI-2018 y EDUTECH-2020 con los títulos “*Exploring a methodology based on peer review for the development of mathematical competence in high school*” y “*La revisión entre iguales para Matemáticas en Educación Secundaria*”, así como la participación en 12<sup>th</sup> International Workshop on Mathematical e-Learning (e-maths 2020).

En este capítulo introductorio se aborda el problema de investigación al que se pretende dar respuesta con la presente tesis doctoral (1.1), seguido de las preguntas de investigación y sus objetivos (1.2).

## 1.1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN Y JUSTIFICACIÓN

---

La asignatura de Matemáticas adquiere la consideración de troncal e instrumental en las diferentes etapas que constituyen la Educación Básica<sup>1</sup> del Sistema Educativo Español. Troncal, por presentarse de manera obligatoria en el currículo, e instrumental, por ser utilizada para el desarrollo teórico y práctico de otras asignaturas. La asimilación de los contenidos contemplados en el currículo posibilita el progreso de la competencia matemática del alumnado, una de las ocho competencias clave establecidas por el Parlamento Europeo y el Consejo de la Unión Europea (2006).

La competencia matemática, junto con el resto de competencias clave, constituye el conjunto de conocimientos, capacidades y actitudes que debe adquirir el alumnado para garantizar su participación activa en la sociedad a través de su desarrollo personal y profesional. El Sistema Educativo Español, en el marco de la Unión Europea y siguiendo sus directrices, garantiza el aprendizaje por competencias a través del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

Señalada la trascendencia de la asignatura de Matemáticas dentro del currículo para el progreso competencial y personal del alumnado, el trabajo cotidiano en las aulas muestra una realidad marcada por bajos niveles competenciales y, de manera especial, por la falta de motivación del alumnado. Esta afirmación no está basada en la visión sesgada y pesimista de un gran número de docentes, sino que se hace patente en determinados informes externos.

Los resultados arrojados por informes de ámbito internacional, informe del Programa Internacional para la Evaluación de Competencias de la Población Adulta (Programme for the International Assessment of Adults Competencies, PIAAC) e informe del

---

<sup>1</sup> La Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación define la Educación Básica como aquella que está constituida por la Educación Primaria, Educación Secundaria Obligatoria y Ciclos Formativos de Grado Básico.

Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (Programme for International Student Assessment, PISA), ponen de manifiesto el déficit en el desarrollo de la competencia matemática que presenta nuestro alumnado de Educación Secundaria y fundamentan nuestro problema de investigación.

El informe PIAAC, que evalúa los conocimientos y competencias profesionales de la población adulta comprendida entre los 16 y los 65 años, señala en 2013<sup>2</sup> la falta de competencia matemática respecto a la media de los países de la OCDE y de la Unión Europea:

	PIAAC 2013
Media de la OCDE	269
Media de la UE	268
España	246

Tabla 1. Puntuaciones medias de competencia matemática en el informe PIAAC 2013

Análogamente, el informe PISA publica durante la última década unos resultados que corroboran las carencias en competencia matemática de nuestro alumnado en Educación Secundaria:

	PISA 2012	PISA 2015	PISA 2018 <sup>3</sup>
Media de la OCDE	494	490	489
Media de la U.E.	489	493	494
España	484	486	481
Andalucía	472	466	467

Tabla 2. Puntuaciones medias de competencia matemática en los informes PISA 2012, 2015 y 2018

Estos informes, basados en una concepción sumativa de la evaluación, han puesto de manifiesto que la competencia matemática del alumnado español es inferior a la media del alumnado de los países de la Unión Europea y de la OCDE. Dicha diferencia se acentúa aún más en Andalucía, comunidad en la que implementamos la investigación y que ocupa una de las últimas posiciones en la clasificación por comunidades.

Otra circunstancia que se hace patente en nuestra labor como docentes es la desafección que suele suscitar la disciplina matemática entre el alumnado, llevándonos a reflexionar

---

<sup>2</sup> El Instituto Nacional de Evaluación Educativa anuncia la publicación del próximo informe PIAAC en 2023, tras el inicio del segundo ciclo en 2018 y la recopilación de datos en 2021 y 2022.

<sup>3</sup> La nueva edición del Informe PISA tiene prevista la recogida de datos durante la primavera de 2022 y la publicación de resultados en 2023.

sobre una posible relación causa-efecto. En este binomio generado por competencia matemática y desafección hacia la asignatura desconocemos si la falta de competencia matemática es la causa de la desafección hacia la asignatura o, por el contrario, la desafección da lugar a una irremediable falta de motivación y dedicación que se plasma en un déficit competencial. Constatamos una compleja relación entre competencia matemática y desafección hacia las Matemáticas, estudiada desde hace décadas por investigadores y docentes (Berenguel et al., 2015; Blanco et al., 2013; Caballero et al., 2007; Gamboa & Moreira, 2016; Gómez-Chacón, 2000a, 2000b; Hidalgo et al., 2008; Mato et al., 2014; McLeod, 1992; Prada-Núñez et al., 2020, 2021; Sáenz & Bruno, 2018).

La desafección por la materia se acentúa en aquellos momentos del proceso educativo en los que el alumnado debe demostrar los conocimientos adquiridos, en definitiva, durante la evaluación. Evaluación caracterizada, en la mayoría de los casos, por ser una heteroevaluación, es decir, evaluación llevada a cabo por docentes o por responsables académicos con una finalidad certificadora.

Desde mi posición como docente y con la perspectiva de minimizar dicha situación, me planteo integrar la evaluación entre iguales en mi labor docente con alumnado de 1º Bachillerato para fomentar:

- a) La participación activa del alumnado en su proceso de aprendizaje y evaluación, concebida esta evaluación como parte inseparable al diseño curricular de cualquier actividad (Nishimura & Honda, 2019).
- b) El trabajo colaborativo en las tareas de evaluación, pues la evaluación guía el aprendizaje mientras forma parte del propio aprendizaje colaborativo (Swan et al., 2006).
- c) Las posibilidades que ofrecen las TIC para diseñar e implementar las actividades de evaluación y autoevaluación. La participación del alumnado tanto en los exámenes presenciales como en las tareas de evaluación en línea reducen significativamente un aprendizaje superficial (Swan et al., 2006).

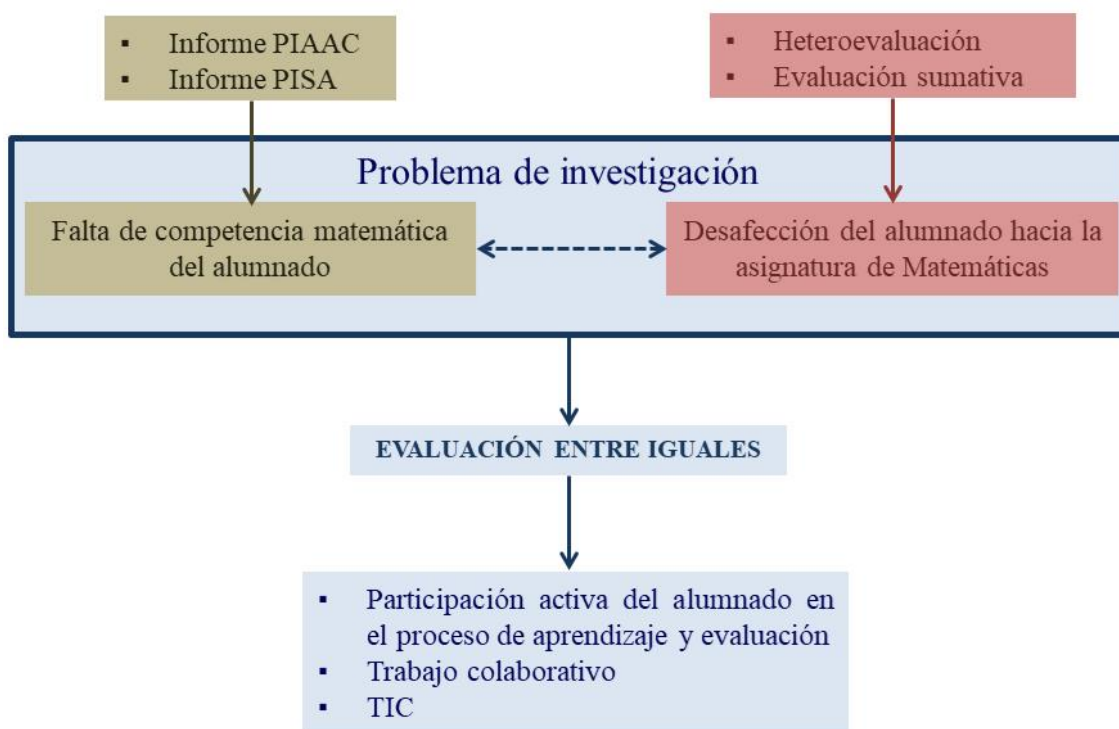


Figura 1. Problema de investigación

La evaluación entre iguales posibilita, en primer lugar, que el proceso evaluativo se traslade hacia posiciones centrales en ese continuo que va desde la heteroevaluación hasta la autoevaluación (Rodríguez-Gómez et al., 2013); en segundo lugar, que el carácter formativo de la evaluación adquiera relevancia en contraposición al carácter sumativo de los informes PIAAC y PISA; y, en tercer lugar, que el propio instrumento de evaluación proporcione retroalimentación para mejorar competencias y generar mecanismos cognitivos que permitan al alumnado progresar en el proceso educativo (Shute, 2008), así como desarrollar su pensamiento crítico y su capacidad analítica (Calvo & Calvo, 2017). A pesar del potencial de la evaluación entre iguales para el desarrollo de competencias desde la educación básica hasta la universidad (Castelló, 2008), esta estrategia didáctica no ha sido ni está siendo suficientemente explotada en la Educación Secundaria. A esta situación pretende dar respuesta nuestra investigación.

## 1.2. PREGUNTAS Y OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

La problemática planteada en la sección anterior requiere tanto de la formulación de las preguntas que delimitan la finalidad y propósito de la investigación como de la definición de los objetivos que nos permitan dar respuesta a dichas preguntas.

### 1.2.1. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

---

Las preguntas de investigación, que emergen de la problemática planteada y han guiado el desarrollo de la presente tesis doctoral, son las siguientes:

1. ¿En qué medida la evaluación entre iguales es una estrategia didáctica adecuada para el desarrollo de la competencia matemática en el alumnado de 1º Bachillerato?
2. ¿Cómo contribuye la evaluación entre iguales a la mejora del dominio afectivo del alumnado hacia las Matemáticas?

La primera pregunta, centrada en la evaluación entre iguales, contiene tres términos clave que merecen nuestra consideración. En primer lugar, debemos señalar el término “*estrategia didáctica*” puesto que se va a utilizar la evaluación entre iguales para la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje. Este hecho nos obliga a la elaboración de un diseño tecnopedagógico que debe probarse de manera sucesiva a través de diferentes implementaciones para conseguir la finalidad planteada al comienzo de la investigación. En segundo lugar, el término “*competencia matemática*” implica que este diseño tecnopedagógico debe estar al servicio del desarrollo de dicha competencia, que presenta niveles desiguales entre nuestro alumnado e inferiores al nivel alcanzado por sus homólogos europeos. Para la mejora de dicha competencia recurrimos a la evaluación entre iguales, que requiere de la participación activa del alumnado durante el proceso evaluativo. Dicha participación aprovecha las posibilidades educativas que ofrecen la plataforma Moodle y las aplicaciones informáticas Wiris y Geogebra, entre otras. Resulta conveniente señalar que la evaluación entre iguales se ha utilizado de manera más generalizada en el aprendizaje de asignaturas del ámbito lingüístico, mientras que presenta un escaso desarrollo en asignaturas del ámbito científico-matemático. En tercer lugar, el término “*1º Bachillerato*” focaliza nuestra intervención en la Educación Secundaria Postobligatoria, en contraposición con las investigaciones predominantes sobre evaluación entre iguales que se centran en estudios de Pregrado y Posgrado.

La segunda pregunta de investigación presenta el término clave “*dominio afectivo*”. Entendemos el dominio afectivo como el conjunto de sentimientos y estados de ánimo que nuestra investigación pretende mejorar cuando el alumnado se enfrenta a la

resolución de ejercicios y problemas matemáticos. Dado que este conjunto de sentimientos y estados de ánimo es extenso, debemos concretarlo en unas dimensiones a partir de las cuales sea viable su valoración. Dichas dimensiones se concretan en el siguiente apartado con el objetivo de determinar el grado de mejora del dominio afectivo y posibilitar la respuesta a esta pregunta de investigación.

### 1.2.2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

---

La respuesta a las preguntas planteadas a través de una experiencia concreta nos lleva a definir un conjunto de objetivos operativos que permitirán estructurar y organizar el trabajo de investigación. Dichos objetivos son tres y se detallan a continuación:

- 1.1. Diseñar la estrategia didáctica basada en la evaluación entre iguales y su proceso de implementación.
- 1.2. Evaluar el desarrollo de la competencia matemática a través de la evaluación entre iguales en alumnado de 1º Bachillerato.
- 2.1. Valorar la evolución del dominio afectivo del alumnado, centrado en las dimensiones confianza y motivación, a través de la evaluación entre iguales.

La respuesta a la primera pregunta de investigación contempla los dos primeros objetivos. El objetivo 1.1 se centra exclusivamente en aspectos relacionados con el diseño de la evaluación entre iguales y sus diferentes implementaciones. A través de dichas implementaciones se perfecciona sucesivamente la evaluación entre iguales para que proporcione una respuesta satisfactoria a su doble finalidad: el desarrollo de la competencia matemática del alumnado y su mejora afectiva hacia la asignatura. El objetivo 1.2 mide el desarrollo competencial del alumnado a través de la evaluación entre iguales, tomando como referencia los informes PIAAC 2013 y PISA 2018.

La respuesta a la segunda pregunta de investigación pasa por la valoración de la evolución del dominio afectivo del alumnado contemplado en el objetivo 2.1. Para ello se miden las dimensiones confianza y motivación en dos momentos del proceso educativo, al inicio y al final del mismo. Dichas dimensiones han sido consideradas en diversas investigaciones realizadas previamente (Auzmendi, 1992; Fogarty et al., 2001; Galbraith & Haines, 1998, 2000; García-Santillán et al., 2013; Gómez-Chacón, 2010; López et al., 2010; Muñoz & Mato, 2008; Nguyen & Kulm, 2005; Pierce et al., 2007;

Ursini et al., 2004; Vallejo & Escudero, 1999; Wong & Chen, 2012). Entre las referencias anteriores, estimamos necesario subrayar las aportaciones de Galbraith y Haines (1998, 2000) por ser pioneros en investigar las dimensiones confianza y motivación tanto en el aprendizaje de Matemáticas como en el aprendizaje de Matemáticas asistidas por ordenador. Nuestra investigación persigue la mejora simultánea de ambas dimensiones fomentando la participación activa del alumnado a través de las TIC en las rúbricas, como instrumento de evaluación formativa que también proporciona retroalimentación afectiva.



---

## 2. MARCO TEÓRICO

Este capítulo presenta el marco teórico de referencia utilizado en la investigación. Se estructura en tres secciones: las dos primeras ubican nuestro problema de investigación, el desarrollo de la competencia matemática (2.1) y el dominio afectivo hacia dicha disciplina (2.2), mientras que la tercera aborda la evaluación entre iguales como estrategia didáctica de aprendizaje colaborativo (2.3).

La primera sección comienza realizando una revisión de las competencias clave para la ciudadanía de este siglo y la competencia matemática (2.1.1), continúa con la resolución de tareas de aprendizaje basadas en problemas contextualizados (2.1.2) y termina con la evaluación de dicho aprendizaje (2.1.3).

La segunda sección aborda el dominio afectivo en Matemáticas, partiendo de la búsqueda de una definición y su relación con la disciplina matemática (2.2.1). A continuación se centra en las dimensiones históricamente consideradas para el estudio de dicho dominio (2.2.2) y finaliza con las dimensiones que consideramos necesarias y suficientes para su evaluación en esta tesis (2.2.3).

El capítulo finaliza con la justificación de la evaluación y la retroalimentación entre iguales (2.3.1); las distintas aproximaciones a la evaluación entre iguales (2.3.2); la rúbrica, matriz de valoración o escala descriptiva que define distintos niveles de logro para cada criterio, como uno de los principales instrumentos de aprendizaje y evaluación (2.3.3); los beneficios y dificultades que se encuentran en su implementación (2.3.4); así como su aplicación en distintos ámbitos de conocimiento (2.3.5).

### 2.1. COMPETENCIA MATEMÁTICA

---

En esta sección abordamos la competencia matemática, competencia clave para el desarrollo personal y la integración social y laboral de las personas. Asimismo presentamos algunas estrategias definidas y validadas por docentes e investigadores en educación matemática, así como la relevancia de los modelos de evaluación.

### 2.1.1. LA COMPETENCIA MATEMÁTICA, UNA DE LAS COMPETENCIAS CLAVE DE LA SOCIEDAD EUROPEA

---

La rápida evolución de nuestra sociedad, el desarrollo continuo de las nuevas tecnologías y la globalización han obligado a la Unión Europea a reflexionar sobre las necesidades formativas que requieren sus ciudadanos para adaptarse a situaciones de cambio. Sus ciudadanos precisan de un aprendizaje permanente a lo largo de sus vidas (Belando-Montoro, 2017), que consista en una continua actualización de las aptitudes específicas de su trabajo y la disposición de competencias genéricas que le permitan adaptarse a situaciones cambiantes (Consejo de la Unión Europea, 2018). Este aprendizaje permanente se ha convertido en una necesidad para los docentes y el alumnado de la Unión Europea, pues en el ámbito educativo se forman los futuros trabajadores. Trabajadores que constituyen la fuerza que impulsa una sociedad en continua evolución para garantizar su productividad y competitividad.

El aprendizaje permanente se sustenta en los siguientes tres principios fundamentales: el papel central del alumnado en el proceso educativo, la necesaria igualdad de oportunidades en el acceso a la educación y la calidad de dichas oportunidades de aprendizaje (Belando-Montoro, 2017). Si no se contemplan estos principios existe el riesgo de que una parte de la población europea se descuelgue de este mundo globalizado, acentuándose las desigualdades entre los distintos sectores de población. Sectores que aglutinan a adultos con escasa cualificación porque abandonaron prematuramente el sistema educativo, desempleados de larga duración, personas con discapacidad, inmigrantes, etc.

El Parlamento Europeo y el Consejo de la Unión Europea (2006) publican unas recomendaciones para dar respuesta a las exigencias de este mundo globalizado y a las necesidades de la población europea. Dichas recomendaciones contienen las denominadas competencias clave para el aprendizaje permanente. Se definen por primera vez las competencias que los ciudadanos necesitan para su realización personal y su integración social y laboral. Estas competencias clave deben ser integradas en los sistemas educativos de los países miembros, aludiendo a la doble función que presenta la educación: social y económica.

Las iniciativas, que terminan dando lugar a la publicación de las competencias clave en 2006, arrancan con el Consejo Europeo de Lisboa. En dicho Consejo, celebrado en el año 2000, se indica la necesidad de determinar las cualificaciones básicas que debe proporcionar el aprendizaje permanente. A esta iniciativa siguieron los Consejos Europeos de Estocolmo, año 2001, y Barcelona, año 2002, donde se establecen los objetivos específicos de los sistemas educativos europeos y se crea el programa de trabajo “*Educación y Formación 2010*”. La Comisión Europea define en 2002 las competencias básicas, precursoras de las competencias clave, subrayando que el aprendizaje permanente debería comenzar en la educación infantil y continuar después de la jubilación. El estudio de Maastricht en 2004, sobre educación y formación profesional, señala un desfase entre la cualificación de la mano de obra europea y los niveles de formación exigidos por los nuevos puestos de trabajo. Se estima que casi el 50% de los nuevos puestos de trabajo requieren una cualificación de nivel superior y casi el 40% demandan una enseñanza secundaria superior. La Comisión Europea, alertada por estas cifras, comunica en 2005 que no se consigue reducir significativamente el porcentaje de jóvenes de quince años que abandonan prematuramente el sistema educativo.

Este es el contexto y las iniciativas que preceden a las recomendaciones que publican el Parlamento Europeo y el Consejo de la Unión Europea (2006) para definir y establecer las competencias clave. Se entiende por competencias clave al conjunto de conocimientos, capacidades y actitudes que las personas requieren para su desarrollo personal, integración social y laboral. Se establecen las siguientes ocho competencias: 1) comunicación en lengua materna, 2) Comunicación en lenguas extranjeras, 3) competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, 4) competencia digital, 5) aprender a aprender, 6) competencias sociales y cívicas, 7) sentido de la iniciativa y espíritu de empresa, y 8) conciencia y expresión culturales.

Asimismo, definen la competencia matemática como “*la habilidad para desarrollar y aplicar razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas*” (Parlamento Europeo & Consejo de la Unión Europea, 2006, p. 15). Dicha competencia, como cualquier otra de las competencias clave, se compone de una combinación de conocimientos, capacidades y actitudes. Los conocimientos (saber decir) se refieren a la comprensión de términos y conceptos matemáticos y a las

representaciones matemáticas básicas. Las capacidades (saber hacer) hacen alusión al desarrollo de procedimientos que pueden utilizar herramientas digitales de ayuda. Las actitudes (saber ser) se basan en la intención de buscar argumentos y verificar su validez.

El aprendizaje por competencias favorece los procesos de aprendizaje y la motivación por aprender a través de las relaciones que se establecen entre los conocimientos, capacidades y actitudes. El conocimiento, saber decir, no se adquiere al margen de las capacidades, saber hacer, del mismo modo que tampoco se puede generar el desarrollo de capacidades procedimentales al margen del contenido conceptual en el que se fundamentan.

El diseño integrado de actividades de aprendizaje en el currículo resulta imprescindible para una adquisición eficaz de competencias, de modo que se generen situaciones que permitan al alumnado adquirir simultáneamente más de una competencia. Su evaluación requiere de estrategias que fomenten la participación activa del alumnado durante los procesos de evaluación: evaluando su propio trabajo, autoevaluación, o evaluando el trabajo de sus compañeros, evaluación entre iguales.

La creciente automatización y el uso de la tecnología durante la última década, tanto en el ámbito laboral como en la vida cotidiana, exigen nuevos requerimientos para las competencias. Estos requerimientos obligan a la incorporación de un marco TIC en PISA 2022<sup>4</sup>, poniendo de manifiesto la creciente importancia de las tecnologías digitales en los sistemas educativos. Asimismo se trasladan a los gobiernos preocupaciones relacionadas con la necesidad de garantizar la capacitación de los jóvenes en el uso de las TIC para prosperar en este siglo digital. Por estas razones, el Consejo de la Unión Europea define nuevas recomendaciones en 2018, donde se plantean redefinir las competencias; fomentar la competencia digital en todas las fases de la educación y la formación; mejorar los niveles de las competencias en ciencia,

---

<sup>4</sup> La OCDE informa que la nueva edición del informe PISA, cuyo trabajo de campo estaba previsto realizar durante la primavera de 2021, se pospone un año debido a la pandemia COVID-19. Dicho informe focalizará su atención en la evaluación de la competencia matemática. Del mismo modo, se contemplará la evaluación del alumnado en un contexto dominado por las TIC y su capacidad para responder a las demandas de un mundo en constante cambio.

tecnología, ingeniería y matemáticas; y aumentar la adquisición de la competencia emprendedora, entre otras.

En este periodo (2006-2018) se constata que un importante porcentaje de jóvenes y adultos presentan niveles insuficientes de desarrollo en sus capacidades básicas (Consejo de la Unión Europea, 2018; Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2014, 2016). La memorización de conceptos y procedimientos es condición necesaria pero no suficiente, pues se necesita un mayor desarrollo de capacidades, como son la resolución de problemas, el pensamiento crítico, las habilidades de colaboración y la autorregulación, entre otras. Con ello se consigue que los contenidos aprendidos funcionen en el tiempo y generen nuevas ideas, nuevos contenidos y nuevas posibilidades de aprendizaje. Esta nueva situación de aprendizaje tiene que estar respaldada con la actualización de métodos y herramientas de evaluación.

Estas recomendaciones comunitarias se incluyen por primera vez en el Sistema Educativo Español con la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE), donde se introduce el término competencias básicas. La Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE) da un paso más al poner el acento en un currículo basado en el desarrollo de competencias. El marco normativo relacionado con el desarrollo competencial se completa con el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato y con la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, donde se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la Educación Primaria, la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato.

Las ocho competencias clave para el aprendizaje del alumnado europeo se concretan en siete competencias clave en el Sistema Educativo Español: 1) comunicación lingüística, 2) competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, 3) competencia digital, 4) aprender a aprender, 5) competencias sociales y cívicas, 6) sentido de iniciativa y espíritu emprendedor y 7) conciencia y expresiones culturales. Asimismo, el decreto mencionado en el párrafo anterior indica la priorización tanto de la competencia lingüística como de la competencia matemática y competencia básica de ciencia y tecnología sobre las restantes. Esta indicación subraya nuevamente la

necesidad del desarrollo de la competencia matemática que abordamos en la presente tesis.

### 2.1.2. RESOLUCIÓN DE TAREAS DE APRENDIZAJE BASADAS EN PROBLEMAS

---

Tal y como se ha indicado en el apartado anterior, el Parlamento Europeo y el Consejo de la Unión Europea (2006) definen la competencia matemática como la habilidad del alumnado para resolver problemas en contextos cotidianos aplicando el razonamiento matemático. Con esta definición se deja patente la necesidad de trabajar a partir de un aprendizaje basado en problemas (ABP). Este enfoque de aprendizaje colaborativo sitúa al alumnado en el centro del proceso aprendizaje y le dota de proactividad, responsabilidad y autonomía, utilizando problemas del mundo real para promover el aprendizaje, la participación activa y el pensamiento crítico (Guitert et al., 2020). Este modo de proceder le obliga a reflexionar y establecer conexiones entre los distintos elementos involucrados en el problema y posibilita un aprendizaje significativo y extrapolable a otras situaciones de la vida cotidiana (Paredes et al., 2015). La aplicación de las Matemáticas a diferentes contextos reales es una excelente manera de observar el grado de desarrollo de la competencia matemática. Competencia que, como se ha indicado en el apartado anterior, se debe fomentar de manera progresiva pues su finalidad se proyecta a largo plazo (Rico & Lupiáñez, 2008).

Los conceptos y procedimientos matemáticos adquieren significado durante la resolución de problemas, circunstancia que los convierte en elemento vertebrador del proceso de enseñanza y aprendizaje (Ponte, 2007). Diversas maneras de aproximarse a la resolución de dichos problemas afectan a la práctica educativa, pues nos podemos encontrar ante la dicotomía de enseñar Matemáticas para resolver problemas o enseñar Matemáticas a partir de la resolución de problemas (Vila & Callejo, 2004a). El aprendizaje basado en problemas persigue la enseñanza de los conceptos y procedimientos matemáticos a partir de la resolución de problemas contextualizados (Paredes et al., 2015). En esta línea encontramos diversos autores que enfatizan en la necesidad de utilizar de manera comprensiva las Matemáticas en diversos contextos distintos al escolar (Alsina, 2018; Niss & Højgaard, 2011; Rico & Lupiáñez, 2008).

La definición de problema matemático no es única, pues en la literatura se encuentran diversos autores que han puesto su acento en distintos aspectos. Para Vila y Callejo (2004a, 2004b), un problema matemático es una herramienta que obliga al alumnado a pensar las Matemáticas a través de una situación cuya solución no se halla con la aplicación directa de un algoritmo o la ejecución mecánica de un procedimiento. Ponte (2007) define el problema matemático como un ejercicio cuya solución no cuenta con un procedimiento preestablecido, obligando al alumnado a una participación activa que supera la memorización de conceptos y procedimientos. Niss y Højgaard (2011) delimitan el término problema a una tipología de ejercicio cuya resolución exige cierta reflexión e indagación, aunque su definición no es categórica porque la actividad que para un alumno puede ser considerada problema matemático para otro puede no serlo. Aun así, existe una considerable coincidencia en las definiciones sobre el término problema matemático que aportan estos autores. Si bien Niss y Højgaard (2011) relativizan el concepto en función de las habilidades del alumnado, el resto de autores citados consideran que se trata de un tipo de tarea que no cuenta con un procedimiento preestablecido y requiere de cierta reflexión para hallar la solución. El problema obliga a la puesta en marcha de una serie de mecanismos cognitivos y metacognitivos en la mente del alumnado para encontrar un procedimiento adecuado de resolución mediante la optimización de sus conocimientos, capacidades y actitudes.

Una vez que se ha indicado el potencial que presenta la resolución de tareas basadas en problemas para el desarrollo de la competencia matemática y la no existencia de un procedimiento preestablecido para su resolución, el siguiente paso es la determinación de los factores que influyen en la resolución para garantizar su éxito.

Los factores que influyen en la resolución de problemas son tanto de tipo cognitivo y metacognitivo, donde se ubican los conocimientos, como de tipo afectivo. Schoenfeld (2013) concreta los siguientes cuatro factores como determinantes para la resolución de problemas: a) el objetivo, b) los conocimientos, c) los mecanismos de decisión y d) las orientaciones y creencias. A continuación, se identifican los elementos principales para cada uno de los factores.

El primer factor, el objetivo, determina el propósito y finalidad educativa que se persigue con la resolución del problema. Dependiendo de dicha finalidad, el objetivo

principal de resolver un problema puede encontrarse en la comprensión, refuerzo o ampliación de un determinado concepto o procedimiento matemático.

El segundo factor son los conocimientos que posee el alumnado, pues su capacidad para resolver el problema estará condicionada por aquello que conoce. Atendiendo a la naturaleza de dichos conocimientos, De Corte et al., (2000a) distinguen dos tipos de conocimientos: los conocimientos base, de tipo conceptual y procedimental, determinan las posibilidades que tiene el alumnado para evolucionar adecuadamente en la disciplina matemática; y los conocimientos heurísticos, hacen referencia al conjunto de estrategias que posibilitan el progreso del alumnado en la dirección adecuada para resolver el problema.

El tercer factor lo constituyen los mecanismos de decisión, aplicados a dos situaciones que se pueden presentar al alumnado durante la resolución de problemas. La primera de ellas corresponde a una situación que le resulta familiar, con lo que podrá recurrir a conocimientos y estrategias que previamente ha utilizado en situaciones parecidas. La segunda situación es contraria a la anterior, teniendo que buscar la respuesta al problema de manera intuitiva a través del establecimiento de nuevas relaciones entre los conocimientos y estrategias que ya poseía.

El cuarto factor son las orientaciones y creencias del alumnado, entendidas como un conocimiento subjetivo vinculado a situaciones con una fuerte carga cognitiva. Las orientaciones incluyen tanto los gustos como las preferencias y contribuyen a la configuración de las creencias del alumnado. De este modo, las orientaciones poseen un significado más amplio que las creencias. Por su parte, la forma en la que se estructuran las creencias del alumnado es la causa por la que dos alumnos con las mismas creencias se enfrentan a una determinada tarea matemática de manera distinta (Vila & Callejo, 2004a, 2004b).

La elección de un determinado planteamiento para las tareas de aprendizaje basadas en la resolución de problemas constituye un elemento más en el diseño de la estrategia didáctica. Dicho planteamiento debe potenciar la reflexión del alumnado sobre la aplicación de los conocimientos que posee y los procedimientos que domina a situaciones presentes en la vida cotidiana (Paredes et al., 2015). Con ello se posibilita el desarrollo de competencias para un aprendizaje permanente. Por consiguiente, un diseño



integrado en el currículo de actividades de aprendizaje basadas en problemas resulta imprescindible para una adquisición eficaz de competencias. Tal y como se indicó en el apartado anterior, el conocimiento no se adquiere al margen de las capacidades, de modo análogo a que no se puede generar el desarrollo de capacidades procedimentales al margen de su contenido conceptual.

Para terminar este apartado, resulta necesario recordar cómo determinados autores han resaltado las creencias del alumnado cuando hemos identificado los factores que influyen en la resolución de problemas matemáticos (Schoenfeld, 2013; Vila & Callejo, 2004a, 2004b). En tanto que la resolución de problemas matemáticos es esencial para el desarrollo dicha competencia, debemos analizar y reflexionar sobre su desarrollo desde múltiples perspectivas, incluida la del dominio afectivo del alumnado que se aborda en la segunda sección de este capítulo.

### 2.1.3. EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE MATEMÁTICO EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

---

La competencia matemática, así como el resto de competencias descritas en el primer apartado, requiere un aprendizaje permanente a lo largo de la vida a través de la continua actualización de las aptitudes específicas para cada trabajo y la disposición de competencias genéricas para adaptarse a diferentes situaciones. Su desarrollo en la formación reglada implica el planteamiento de tareas de aprendizaje basadas en problemas matemáticos, donde el alumnado reflexione y relacione contenidos conceptuales y procedimentales adaptados a contextos reales de la vida cotidiana. De manera simultánea se debe plantear la evaluación porque, en nuestro ámbito y nivel educativo, su diseño debe ser inherente al diseño de cualquier tarea de aprendizaje (Nishimura & Honda, 2019). Evaluar competencias precisa determinar si se han adquirido los conocimientos y capacidades necesarias para interpretar, relacionar y aplicar los contenidos y procedimientos adquiridos a situaciones contextualizadas.

La evaluación desempeña un papel relevante para el alumnado y para los docentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje: para el alumnado, a través del desarrollo tanto de habilidades para medir su propio aprendizaje como de su motivación y, para los docentes, mediante la evaluación reflexiva de su praxis (Sarasvati & Sriyati, 2019). Asimismo, este papel se caracteriza por hallarse vinculado a múltiples variables (Ibarra-

Sáiz et al., 2020) y diversos enfoques (Ibarra-Sáiz et al., 2020; Rodríguez-Gómez et al., 2013).

Con respecto a las múltiples variables que intervienen, Ibarra-Sáiz et al. (2020) las citan a través de las investigaciones realizadas por diversos autores: a) la participación (Reinholz, 2016), b) el juicio evaluativo del alumnado (Boud et al., 2018a, 2018b; Nguyen & Walker, 2016), c) la autorregulación (Hawe & Dixon, 2017; Panadero et al., 2017), d) la retroalimentación (Ajjawi & Boud, 2017, 2018; Boud & Molloy, 2013), e) el clima de confianza (Carless, 2009, 2013) y f) la calidad de la evaluación (Sadler, 2016).

Con respecto a sus diversos enfoques y apoyándonos en la revisión de la literatura, identificamos diferentes adjetivos como sumativa, formativa, formadora, inicial, continua, final, alternativa, auténtica... (Rodríguez-Gómez et al., 2013). Ello indica la multiplicidad de formas de comprender y evaluar los aprendizajes: desde una evaluación uniforme para todo el alumnado hasta una evaluación adaptada, desde una evaluación centrada en el control y certificación a una centrada en el aprendizaje, desde una evaluación técnica basada en pautas estándar fijadas por el docente hasta una más participativa y consensuada, etc. Ibarra-Sáiz et al. (2020) señalan los nuevos enfoques a los que puede estar sometida la evaluación a través de los cuales el alumnado adquiere protagonismo en su proceso educativo y evaluativo: a) evaluación para el aprendizaje (Carless et al., 2017), b) evaluación orientada al aprendizaje (Carless, 2015), c) evaluación como aprendizaje (Dann, 2014), d) evaluación sostenible (Boud & Soler, 2016; Nguyen & Walker, 2016) y d) evaluación como aprendizaje y empoderamiento (Rodríguez-Gómez & Ibarra-Sáiz, 2015).

Antes de indicar las variables que intervienen y el enfoque al que vinculamos la evaluación de la competencia matemática, se debe concretar su función, la persona o personas encargadas en realizarla y la finalidad que se persigue. La función que debe cumplir la evaluación afecta al diseño de la estrategia de aprendizaje, la concreción de los criterios, la forma en que se completan las tareas de evaluación, los instrumentos de evaluación e incluso el tipo de retroalimentación que recibirá el alumnado (García-Jiménez, 2015). La persona o personas encargadas de llevar a cabo dicha evaluación es otro aspecto a considerar porque en ese continuo que transcurre desde la heteroevaluación hasta la autoevaluación se encuentran tanto la coevaluación como la

evaluación entre iguales (Rodríguez-Gómez et al., 2013). La finalidad que se persiga con los juicios emitidos durante la evaluación puede dar lugar a una evaluación sumativa, con carácter social y certificador, o a una evaluación formativa, con un carácter pedagógico y regulador del proceso educativo (Sanmartí, 2007, 2010).

Si consideramos la evaluación como un fin en sí misma, tal y como sostienen los postulados de Sanmartí (2007, 2010), la finalidad de la evaluación sumativa es la toma de decisiones orientadas a constatar y certificar el nivel competencial alcanzado por el alumnado ante la sociedad. Asimismo, describen las siguientes cuatro características que presenta este tipo de evaluación. En primer lugar, se ubica de manera puntual tras finalizar un periodo de tiempo, un bloque de contenidos o una unidad didáctica. En segundo lugar, los resultados que se obtienen no se utilizan para mejorar el proceso educativo ni para fomentar el aprendizaje del alumnado. En tercer lugar, suele realizarse por el docente, heteroevaluación, dejando al alumnado escasas oportunidades para reconocer sus dificultades y ser capaz de autorregular su proceso de aprendizaje. En cuarto lugar, no resulta motivadora al alumnado. Dicha autora subraya además que la evaluación sumativa pretende motivar al alumnado únicamente a través de la obtención de buenos resultados académicos, como consecuencia del nivel de aprendizaje alcanzado. Al vincular exclusivamente los resultados obtenidos con el esfuerzo realizado no se proporcionan instrumentos para que el alumnado, con independencia de su nivel competencial, pueda detectar cuáles han sido sus fallos y cómo debe superarlos. Se responsabiliza al alumnado, sobre todo al que presenta un déficit en su desarrollo competencial, de su fracaso y se justifica su falta de esfuerzo y trabajo como la principal causa.

Si consideramos la evaluación como vehículo de aprendizaje, esta autora defiende que la evaluación formativa está dirigida a la comprensión de las causas que subyacen a las dificultades que presenta el alumnado y a la mejora del proceso de aprendizaje. Este tipo de evaluación posee las siguientes cuatro características. En primer lugar, se realiza de manera continua durante el proceso educativo, con lo que se posibilita la identificación de las dificultades, los errores y sus causas. Ese planteamiento permite la detección de las dificultades y errores en momentos próximos a su aparición, consiguiendo su corrección inmediata y evitando que aumenten durante el proceso de aprendizaje. En segundo lugar, no se estigmatiza el error cometido por el alumnado,

sino que se considera el punto de partida para continuar con el aprendizaje. Resolviendo los errores se identifican las causas que los motivaron y se avanza en la superación de los obstáculos y dificultades. Estos errores también son beneficiosos para aquellos alumnos que no los cometieron, pues ello no significa que los conceptos y/o los procedimientos los tengan correctamente asimilados y no hayan sido fruto de la intuición o la casualidad. En tercer lugar, la evaluación requiere la participación activa del alumnado a través de las distintas modalidades en las que puede materializarse: coevaluación, evaluación entre iguales y autoevaluación. Dicha participación activa favorece la autorregulación del alumnado a partir de las interacciones que se producen con el resto de compañeros, sobre todo en la coevaluación y en la evaluación entre iguales. En cuarto lugar, la evaluación tiene un carácter motivador, pues el alumnado no la percibe en su vertiente sancionadora sino que la concibe como un elemento integrado en el proceso de aprendizaje para fomentar su desarrollo competencial.

Tal y como se desprende de los párrafos anteriores, un proceso educativo centrado en el alumnado, a través de una evaluación formativa, permite la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje y genera actitudes positivas hacia la disciplina matemática. De todos modos, dicha evaluación no se halla integrada de forma generalizada en la Educación Secundaria de nuestro país, a pesar de que la retroalimentación permite al alumnado autorregular su proceso de aprendizaje (Sarasvati & Sriyati, 2019). Esta autorregulación, desarrollada a través de un aprendizaje basado en la resolución de problemas matemáticos contextualizados, puede fomentar el desarrollo competencial del alumnado para un aprendizaje permanente.

## **2.2. DOMINIO AFECTIVO EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS**

---

Las cuestiones afectivas juegan un papel esencial en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas y se hallan arraigadas en el alumnado hasta el punto que no son fácilmente modificables por la instrucción. Por esta razón, comenzamos esta sección definiendo el dominio afectivo y su relación con la disciplina matemática, a partir de los estudios realizados por McLeod (1988, 1989a, 1989b, 1992, 1994). A continuación, pasamos a la revisión de las dimensiones consideradas para el estudio del dominio afectivo por los diversos autores consultados en el transcurso de esta tesis y

terminamos la sección con las dimensiones en las que vamos a focalizar nuestra investigación.

### 2.2.1. EL DOMINIO AFECTIVO Y SU RELACIÓN CON LA DISCIPLINA MATEMÁTICA

---

El desarrollo de la competencia matemática se encuentra vinculado al afecto que el alumnado profesa por la asignatura en innumerables ocasiones, pues existe una correlación significativa entre factores cognitivos y afectivos en el aprendizaje de la disciplina (Berenguel et al., 2015; Blanco et al., 2013; Gamboa et al., 2016; Gómez-Chacón, 1997a, 1998a, 1998b, 1998c, 1999, 1999a, 2000a, 2000b; Hidalgo et al., 2004, 2008; McLeod, 1988, 1989a, 1989b, 1992, 1994; Mato et al., 2014; Muñoz & Mato 2006, 2008; Prada-Nuñez, et al., 2020, 2021; Sáenz & Bruno, 2018). Algunos autores establecen incluso una posible relación causa-efecto, como Hidalgo et al. (2004, 2008), quienes afirman que la desafección hacia las Matemáticas es la causa subyacente a los fracasos en esta disciplina. Desde nuestra perspectiva como docentes e investigadores, desconocemos si la falta de competencia matemática es la causa de la desafección hacia la asignatura o, por el contrario, es la desafección la que da lugar a una falta de motivación para el aprendizaje y su consiguiente déficit competencial. Sea como fuere, entendemos que las cuestiones de tipo afectivo desempeñan un papel esencial en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la disciplina matemática.

A partir de los trabajos realizados por McLeod (1988, 1989a, 1989b, 1992, 1994) se dispone de una definición rigurosa para el dominio afectivo, aunque hallemos en la literatura aproximaciones previas a dicho concepto. Dicha definición, basada en tres descriptores básicos, se concreta en una amplia gama de sentimientos formados por emociones, actitudes y creencias que difieren de la cognición. Este autor se encuentra influenciado por la teoría de Mandler (1975, 1984, 1985, 1988, 1989a, 1989b) sobre el aspecto psicológico de la emoción y, a su vez, influye significativamente en los trabajos desarrollados con posterioridad por Gómez-Chacón (1997a, 1998a, 1998b, 1998c, 1999, 1999a, 2000a, 2000b).

McLeod (1989a) reflexiona sobre sus descriptores básicos, indicando que la actitud es un concepto cuya definición resulta menos clara para los educadores matemáticos que para los psicólogos. De acuerdo con este autor, para valorar la actitud del alumnado y su

posible evolución, se requiere del diseño de instrumentos específicos que midan sus componentes: a) la percepción del alumnado sobre la utilidad de las Matemáticas, b) el autoconcepto o la confianza respecto de las Matemáticas, c) la percepción de las Matemáticas desde el punto de vista del alumno, de sus padres y de los profesores, y d) la ansiedad. Con respecto a las creencias, indica que se encuentran vinculadas a otros aspectos del dominio afectivo (McLeod, 1990), siendo necesario el establecimiento de cuatro ejes que permitan su estudio (McLeod, 1992): a) creencia acerca de las Matemáticas como disciplina; b) creencia acerca de sí mismo, tiene una fuerte carga afectiva y emocional e integra la confianza, el autoconcepto y su atribución respecto al éxito o fracaso escolar; c) creencia acerca de la enseñanza de las Matemáticas; y d) creencia acerca del contexto social en el que se aborda la disciplina. Con respecto a las emociones, sostiene que las investigaciones previas nunca se han centrado en su estudio y ello se ha debido a la falta de un marco teórico (McLeod, 1990).

Con el propósito de contribuir al esclarecimiento de esta problemática, Gómez-Chacón (1997a) inicia sus investigaciones tomando como punto de partida los resultados obtenidos por McLeod, añadiendo a sus descriptores básicos los valores y las apreciaciones.

En publicaciones posteriores, Gómez-Chacón (2000b) declara que no se ha considerado convenientemente el factor afectivo en la mayoría de los estudios realizados sobre el aprendizaje de Matemáticas, aunque es un factor clave para conseguir un aprendizaje de calidad. Continúa manifestando que los investigadores se han centrado tradicionalmente en las actitudes, a pesar de la relación cíclica existente entre el aprendizaje y las actitudes, emociones y creencias. Las actitudes del alumnado hacia las Matemáticas se ponen de manifiesto a través de la manera con la que se aproxima a ella, con un grado de confianza determinado, deseos de explorar caminos alternativos, perseverancia o interés. Dichas actitudes quedan determinadas por la imagen académica que el alumnado tenga de sí mismo y por sus motivaciones de logro. Con respecto a las emociones, sostiene que el alumnado recibe estímulos de manera permanente durante el aprendizaje de Matemáticas y ante ellos reacciona emocionalmente. Las reacciones emocionales surgen ante la discordancia entre las expectativas que el alumnado tenía y lo que realmente experimenta. Una reacción emocional llega a convertirse en actitud, positiva o negativa, si se produce reiteradamente durante el proceso de aprendizaje. En

lo que respecta a las creencias, señala que han sido definidas desde las percepciones subjetivas del alumnado y de los docentes, en términos de vivencias y conocimientos.

A tenor de lo que acabamos de comentar, la actitud ha ocupado un papel prioritario en estudios relacionados sobre el dominio afectivo. Blanco et al. (2013) sostienen que el rechazo, la negación, la frustración y la evitación son algunas de las actitudes presentes en el alumnado cuando tiene que afrontar tareas matemáticas. En esa línea, Muñoz y Mato (2006, 2008) determinan que las actitudes, en primer lugar, se aprenden y no son innatas pues nadie nace con predisposiciones positivas o negativas frente a algo; en segundo lugar, poseen grados en ese continuo formado entre los polos opuestos favorable/desfavorable o positivo/negativo; y, en tercer lugar, se encuentran relacionadas con el rendimiento escolar del alumnado. De este modo, el desarrollo de actitudes positivas, a través del fomento de creencias y emociones, facilitará un cambio en las expectativas del alumnado hacia las Matemáticas (Gómez-Chacón, 2000b). Cambio que resultará más beneficioso cuanto antes se produzca debido a que la evolución natural de la actitud hacia las Matemáticas se va haciendo menos favorable al avanzar la edad, especialmente durante la Educación Secundaria (Hidalgo et al., 2008; Mato et al., 2014).

Por las razones expuestas en este apartado, el dominio afectivo ejerce una influencia significativa en el aprendizaje de las Matemáticas, en la percepción que el alumnado tiene de la asignatura y en cómo condiciona su conducta respecto a ella.

### 2.2.2. APORTACIONES A LAS DIMENSIONES DEL DOMINIO AFECTIVO

---

Una vez definido el dominio afectivo y su relación con la disciplina matemática, debemos concretar cuáles de las dimensiones afectivas consideradas por los autores más relevantes van a estar presentes en nuestra investigación o si, por el contrario, vamos a definir nuevas dimensiones. Este planteamiento nos lleva a contemplar las aportaciones básicas de los siguientes autores para el desarrollo y avance en esta materia:

AUTORES	CONTRIBUCIONES AL DOMINIO AFECTIVO
Auzmendi (1992)	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Desarrolla la primera escala específica de actitudes hacia las Matemáticas en lengua castellana para alumnado de Enseñanza Secundaria.</li> </ul>
Galbraith y Haines (1998, 2000)	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Construyen y validan un cuestionario para medir la confianza y la motivación tanto hacia las Matemáticas como hacia el uso de los ordenadores y su interacción con dicha disciplina</li> </ul>
Gómez-Chacón (1997a, 1998a, 1998b, 1998c, 1999, 1999a, 2000a, 2000b, 2001, 2010)	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Profundiza en el dominio afectivo a partir de la teoría desarrollada por McLeod (1988, 1989a, 1989b, 1992, 1994)</li> <li>▪ Evalúa las actitudes del alumnado hacia las Matemáticas a partir de las investigaciones llevadas a cabo por Galbraith y Haines (1998, 2000)</li> </ul>

Tabla 3. Contribuciones de diversos autores al dominio afectivo que influyen en nuestra investigación

### A. Escala de Auzmendi (1992) para la medición de las actitudes hacia las Matemáticas

Aunque la primera escala de medición de actitudes hacia las Matemáticas surge en 1951, escala de actitudes hacia la Aritmética de Dutton, no se elaboran hasta décadas posteriores escalas multidimensionales. Los siguientes autores que abordan este tema son Aiken y Dreger (1961), a través de la construcción del primer cuestionario para medir dos dimensiones: agrado y miedo hacia las Matemáticas. Los trabajos desarrollados por Aiken culminan en 1979 con la construcción de un instrumento que contempla las siguientes cuatro dimensiones: disfrute, motivación, importancia y miedo. Otros autores desarrollan de manera paralela diversas escalas de medición de actitudes hacia las Matemáticas: Sandaman (1974), cuya escala valora las dimensiones competencia, agrado y motivación del alumnado; Fennema y Sherman (1976), su instrumento evalúa desde las actitudes del profesor hasta la percepción de la disciplina por parte de los padres, pasando por la confianza y motivación del alumno; Michaels (1976), establece tres subescalas que contemplan el agrado, la utilidad y la seguridad con las Matemáticas; y McConeghy (1985, 1987), su escala multidimensional evalúa el valor de las Matemáticas en la sociedad, como disciplina y con respecto a la persona.

Asimismo, hallamos diversos autores en la literatura que se centran exclusivamente en la medición de la ansiedad hacia las Matemáticas (Cole & Oetting, 1968; Frank & Richard, 1988; Meece et al., 1990; Richardson & Suinn, 1972; Sepie & Keeling, 1978; Szetela, 1973). Citamos estas escalas unidimensionales porque Auzmendi (1992) contempla la ansiedad como una de las cinco dimensiones de su instrumento. De todos modos, dichas escalas han tenido escasa trascendencia en el estudio del dominio



afectivo hacia las Matemáticas, a excepción de la construida por Richardson y Suinn (1972).

Este es el contexto en el que Auzmendi (1992) desarrolla un instrumento que le permite medir las actitudes de nuestro alumnado de Educación Secundaria hacia las Matemáticas a partir de cinco dimensiones: ansiedad, agrado, utilidad, motivación y confianza. Las escalas anteriores habían sido diseñadas por autores americanos y su fiabilidad y validez se habían testado en muestras con alumnado que presentaba características socioeducativas diferentes.

Esta autora ha servido como referente a investigadores que posteriormente han desarrollado escalas para medir la actitud del alumnado hacia la disciplina. Darias (2000) considera cuatro factores o dimensiones (seguridad, importancia, utilidad y deseo de saber) tras haber realizado un análisis factorial de componentes principales y rotación varimax con los resultados de aplicar el cuestionario de Auzmendi (1992). Su investigación concluye que no existen diferencias significativas entre las actitudes hacia las Matemáticas del alumnado de Educación Secundaria y las actitudes hacia la Estadística del alumnado universitario. Ruiz-Ruano et al. (2018) investigan con una doble finalidad: en primer lugar, traducir a la lengua inglesa la escala de Auzmendi (1992) y, en segundo lugar, reducir dicha escala de 25 a 15 ítems mediante la eliminación de los dos ítems con mayor coeficiente de variación en cada una de las cinco dimensiones. Esta reducción pretende ahorrar tiempo, evitar la fatiga del alumnado y mejorar la consistencia interna.

**B. Investigaciones desarrolladas por Galbraith y Haines (1998, 2000) para medir la confianza y motivación tanto hacia las Matemáticas como hacia el uso de los ordenadores y su interacción con dicha disciplina**

Galbraith y Haines (1998, 2000) investigan con el objetivo de construir y validar escalas que estudian la influencia de las tecnologías de la información y comunicación tanto en el aprendizaje de Matemáticas como en las actitudes del alumnado respecto a la asignatura. Estas investigaciones alcanzan tal relevancia que sus ítems son utilizados sin experimentar modificación alguna por diversos autores hasta fechas recientes.

Del mismo modo que estos autores influyen en los trabajos posteriores que otros investigadores desarrollan, no están exentos de la influencia que sobre ellos han ejercido

diversas investigaciones previas. En primer lugar, destaca un papel relevante la teoría desarrollada por McLeod (1988, 1989a, 1989b, 1992, 1994) y, por extensión, la influencia de la teoría de la emoción desarrollada por Mandler (1975, 1984, 1985, 1988, 1989a, 1989b). De este modo se puede comprobar, entre sus bases teóricas de diseño, que contemplan los tres descriptores básicos del dominio afectivo de McLeod (1988, 1989a, 1989b, 1992, 1994) y la definición para la emoción realizada por Mandler (1984, 1985, 1988, 1989) y McLeod (1988, 1992). En segundo lugar, se hace notable la influencia de Fennema y Sherman (1976) al considerar la confianza y la motivación como dimensiones del dominio afectivo, aunque el interés particular de estos autores fuera contemplar las diferencias de género en las respuestas. La influencia de Fennema y Sherman (1976) llega al extremo de no considerar otras dimensiones, tales como la ansiedad, pues afirman que *“aunque la ansiedad es muy utilizada y relevante en los cuestionarios, Fennema y Sherman (1976) la eliminaron de sus posteriores desarrollos porque guardaba una estrecha relación con la confianza”* (Galbraith & Haines, 2000, p. 12).

Las investigaciones desarrolladas por Galbraith y Haines (1998, 2000) tienen como resultado la construcción de un cuestionario con seis escalas de medición, de las cuales cuatro se articulan en torno a las dimensiones confianza y motivación: 1) confianza con las Matemáticas, 2) motivación con las Matemáticas, 4) confianza con los ordenadores, y 5) motivación con los ordenadores. Estas cuatro escalas son completadas con otras dos escalas adicionales: 3) compromiso en el aprendizaje de las Matemáticas, y 6) interacción entre Matemáticas y ordenadores.

Tal y como se ha citado en párrafos anteriores, estos autores han ejercido una gran influencia en estudios desarrollados hasta nuestros días. En la siguiente tabla se citan ordenados cronológicamente los autores más significativos que han investigado sobre el dominio afectivo, considerando total o parcialmente las escalas de medición construidas por Galbraith y Haines (1998, 2000):

AUTORES	FINALIDAD DE LAS INVESTIGACIONES
Ursini et al. (2004)	Análisis del dominio afectivo a partir de las dimensiones denominadas gusto y autoconfianza, utilizando esta última tanto para las Matemáticas como para las Matemáticas enseñadas por ordenador
Nguyen y Kulm (2005)	Evaluación tanto el aprendizaje de Matemáticas a través de un programa web con alumnado de Enseñanza Secundaria como su percepción respecto a enfoques tradicionales de enseñanza
Pierce et al. (2005)	Valoración y medida de las actitudes del alumnado hacia las Matemáticas y hacia las Matemáticas enseñadas por ordenador en el nivel de Enseñanza Secundaria
Gómez-Chacón (2010)	Evaluación del dominio afectivo a partir de tres cuestionarios, de los cuales el primero de ellos utiliza ítems correspondientes a las seis escalas desarrolladas por Galbraith y Haines (2000)
López et al. (2010)	Construcción y validación de un cuestionario para medir las actitudes hacia las Matemáticas y su aprendizaje con el uso de la tecnología en un primer curso de Ingeniería
Wong y Chen (2012)	Elaboración de un cuestionario donde se aborda tanto la confianza como la tecnología digital en el aprendizaje de Matemáticas
García-Santillán et al. (2013)	Determinación de las relaciones existentes entre las actitudes del alumnado hacia las Matemáticas y la tecnología, para lo que utilizan cinco de las seis escalas de Galbraith y Haines (2000)

Tabla 4. Autores que investigan sobre el dominio afectivo a partir de las escalas de medición construidas por Galbraith y Haines (1998, 2000)

### C. Los estudios realizados por Gómez-Chacón (1997a, 1998a, 1998b, 1998c, 1999, 1999a, 2000a, 2000b, 2001, 2010)

Las investigaciones realizadas por Gómez-Chacón se pueden agrupar en dos periodos principales, atendiendo al problema y objetivos que nos planteamos en esta tesis. El primer periodo abarca desde el año 1997 hasta las publicaciones realizadas en el año 2000, mientras que el segundo periodo se extiende desde el año 2001 hasta el 2010.

Durante el primer periodo, sus estudios continúan la línea desarrollada por las investigaciones de McLeod (1988, 1989a, 1989b, 1992, 1994) completando tanto su definición del dominio afectivo como de sus descriptores básicos. Las aportaciones de Gómez-Chacón (2000a, 2000b) más relevantes para nuestra investigación son aquellas en las que se estudia la interacción entre cognición y afecto, a través de las reacciones emocionales y su evolución durante la resolución de un problema matemático. En estos trabajos se concreta el concepto de afecto local y sus dos instrumentos de medición. El afecto local es el conjunto de estados emocionales con los que reacciona el alumnado durante la resolución de un problema. Los dos instrumentos que utiliza para su medición son las gráficas emocionales y el mapa de humor.

Las gráficas emocionales recogen información sobre las reacciones afectivas del alumnado y el origen de las mismas. Cada gráfica consta de seis cuestiones: tres se

refieren a los sentimientos y reacciones emocionales del alumnado y las otras tres contemplan aspectos del aprendizaje en el aula y en la vida cotidiana.

El mapa de humor registra de manera consensuada las reacciones emocionales más relevantes que se producen durante la resolución de un problema: curiosidad, desconcierto, aburrimiento, prisa, bloqueo, come la cabeza<sup>5</sup>, desesperación, animado, confianza, de abuty<sup>6</sup>, diversión, gusto, indiferencia y tranquilidad. Algunas de estas emociones se encuentran íntimamente relacionadas con las dimensiones afectivas. Con este instrumento el docente fomenta en el alumnado el conocimiento de sus propias reacciones emocionales y la regulación de su aprendizaje. A su vez, le permite recoger información sobre las reacciones afectivas y los procesos cognitivos que emergen durante la resolución de un problema.

El segundo periodo se inicia con la influencia que esta autora recibe de Galbraith y Haines (1998, 2000), realizando diferentes estudios sobre las actitudes hacia la tecnología en el aprendizaje matemático con alumnado universitario (Gómez-Chacón & Haines, 2008) y con alumnado de Educación Secundaria (Gómez-Chacón, 2010). En esta última investigación utiliza tres cuestionarios: el cuestionario 1 contiene tres de los ocho ítems presentes en cada una de las seis dimensiones que componen la escala de medición de actitudes de Galbraith y Haines (2000); el cuestionario 2 aborda actitudes relativas a la resolución de problemas y la ansiedad; y en el cuestionario 3 se recoge información sobre actitudes hacia usos de Internet (Gómez-Chacón et al., 2001).

### 2.2.3. SELECCIÓN DE LAS DIMENSIONES PARA EVALUAR EL DOMINIO AFECTIVO

---

Hemos terminado el apartado anterior citando las investigaciones que realiza Gómez-Chacón (2010), influenciadas por Galbraith y Haines (1998, 2000), relativas a la construcción de escalas para evaluar el dominio afectivo cuando las TIC se hallan

---

<sup>5</sup> Expresión que utiliza el alumnado para referirse a un proceso que le exige un cierto grado de reflexión y razonamiento, comenzando a impacientarse y a afrontar con cierto pesimismo la búsqueda de soluciones a la tarea matemática planteada.

<sup>6</sup> Expresión empleada por el alumnado que participa en la investigación de Gómez-Chacón (2000a, 2000b) para indicar estados de ánimo muy favorables en su interacción con las Matemáticas. Estos estados de ánimo se hallan vinculados a una experiencia positivamente valorada por el alumnado.

presentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Teniendo en cuenta la penetración y adopción actual de las TIC en los diferentes ámbitos de la vida cotidiana, carece de sentido disociar el aprendizaje de las Matemáticas de la utilización de las TIC. Concretamente en Andalucía, comunidad donde se ubica el centro educativo en el que implementamos la evaluación entre iguales, han transcurrido casi dos décadas desde la aprobación del Decreto 72/2003 de 18 de marzo, de Medidas de Impulso de la Sociedad del Conocimiento en Andalucía. Con dicho decreto se iniciaba un proceso de actualización y dotación de equipamiento informático conectado con banda ancha a Internet para atender las funciones educativas de los centros docentes públicos. Por tanto, las dimensiones que se determinen para evaluar el dominio afectivo del alumnado se aplican de manera conjunta a la disciplina matemática y al aprendizaje de la misma por medio de las TIC.

Partimos de las dimensiones consideradas por Galbraith y Haines (1998, 2000), pues las escalas de medición realizadas posteriormente por distintos investigadores contemplan sus ítems (García-Santillán et al., 2013; Gómez-Chacón, 2010; López et al., 2010) o se hallan influenciadas por un aprendizaje mediado por las TIC (Nguyen & Kulm, 2005; Wong & Chen, 2012). Si se obvia la escala denominada interacción ordenador-Matemáticas de Galbraith y Haines (1998, 2000), por las razones que se han expuesto en el párrafo anterior, las escalas de estos autores contemplan básicamente las dimensiones confianza, motivación y compromiso. Concretamente, las dimensiones que aparecen sistemáticamente en la literatura son las relacionadas con la confianza y la motivación. Para la presente tesis estimamos que se puede evaluar el dominio afectivo del alumnado respecto a la disciplina matemática contemplando exclusivamente estas dos dimensiones: la confianza se halla relacionada con la capacidad que posee el alumnado para abordar satisfactoriamente la disciplina y la motivación manifiesta tanto su interés como el valor que le concede a la disciplina.

Las restantes dimensiones han sido excluidas de nuestra investigación por las razones que exponemos a continuación. La dimensión ansiedad, estudiada por un gran número de autores para medir las actitudes del alumnado hacia las Matemáticas, no ha sido seleccionada porque guarda una correlación extremadamente alta con la confianza (Galbraith & Haines, 2000). Para justificar la exclusión de las dimensiones agrado y utilidad (Auzmendi, 1992) recurrimos a Muñoz y Mato (2006) cuando se refieren a ellas

como la satisfacción que siente el alumnado hacia el estudio de la materia, la confianza que tiene en sí mismo y el valor que le otorga a las Matemáticas para su futuro profesional. Por lo tanto, el agrado se podría valorar desde la confianza y la utilidad, desde la motivación. Con respecto a la dimensión compromiso (Galbraith & Haines, 1998, 2000), podemos agregar que esta dimensión surge de la acción combinada de la confianza y la motivación. Ello es debido a que no se puede asumir responsablemente un compromiso en una materia si, por un lado, no se tiene la suficiente capacidad para afrontarla y, por otro lado, carece de valor y/o utilidad la materia u objeto del que nace el compromiso.

Expuestas las razones que justifican la elección de las dimensiones necesarias para evaluar el dominio afectivo del alumnado hacia la disciplina matemática, pasamos a definir qué entendemos por confianza y motivación matemática.

### A. Confianza matemática

La búsqueda de una definición para la confianza matemática nos exige recurrir nuevamente al análisis de las definiciones existentes en la literatura. Definiciones que exponemos ordenadas cronológicamente en la siguiente tabla:

AUTORES	DEFINICIONES PARA LA DIMENSIÓN CONFIANZA
Auzmendi (1992)	Sin llegar a dar una definición concreta de las dimensiones que analiza sino que las definiciones se derivan de los ítems considerados, la define como <i>“Este factor puede interpretarse como el sentimiento de confianza que provoca la habilidad en matemáticas”</i> (p. 87)
Galbraith y Haines (1998)	Ponen en relación al alumnado que presenta un alto nivel de confianza en Matemáticas con el que presenta un bajo nivel en la misma: <i>“Students with high mathematics confidence believe they obtain value for effort, do not worry about learning hard topics, expect to get good results, and feel good about mathematics as a subject. Students with low confidence are nervous about learning new material, expect that all mathematics will be difficult, feel that they are naturally weak at mathematics, and worry more about mathematics than any other subject”</i> (p. 278).
Gómez-Chacón (2000)	Expresa la confianza a partir de la sensación experimentada por el alumno y sus manifestaciones externas, <i>“...esta sensación surge cuando están seguros de que saben, experimentan el control de la situación y están familiarizados con el proceso de resolución del problema. Entonces sienten esperanza y confianza en que llegarán a la solución y se dan manifestaciones externas de tranquilidad...”</i> (p. 152)
Pierce et al. (2005)	<i>“Student’s perception of their ability to attain good results and their assurance that they can handle difficulties in mathematics”</i> (p. 290)
Gómez-Chacón (2010)	Una década después de su primera aproximación a la definición de confianza, la concreta más afirmando que <i>“...es una dimensión que el estudiante pone de manifiesto cuando considera que el esfuerzo es un valor, no le preocupa la dificultad intrínseca de la matemáticas, espera lograr buenos resultados y se siente bien con la matemática”</i> (p. 228)
Wong y Chen (2012)	<i>“The Confidence scale covered students’ self-concept of their ability to do the mathematics”</i> (p. 795).

Tabla 5. Aportaciones y definiciones de distintos autores para la dimensión *Confianza*

En la presente tesis definimos la confianza como la seguridad que presenta el alumnado en su capacidad de aprender nuevos conceptos y procedimientos matemáticos para aplicarlos a la resolución de problemas contextualizados.

## B. Motivación matemática

También en este caso recurrimos al análisis de las definiciones existentes en la literatura, si bien es cierto que encontramos un número inferior respecto a la dimensión anterior. A continuación se citan las más representativas ordenadas cronológicamente:

AUTORES	DEFINICIONES PARA LA DIMENSIÓN MOTIVACIÓN
Auzmendi (1992)	De modo análogo a como sucede con la dimensión confianza, la define como <i>“Este factor puede interpretarse como la motivación que siente el estudiante hacia el estudio y utilización de las matemáticas”</i> (p. 87)
Galbraith y Haines (1998)	Vuelven a definirla poniendo en relación al alumnado que presenta un alto nivel de motivación en Matemáticas con el que presenta un bajo nivel de la misma: <i>“Students with high mathematics motivation, enjoy doing mathematics, stick at problems until they are solved, continue to think about puzzling ideas outside class, and become absorbed in their mathematical activities. Those with low motivation do not enjoy challenging mathematics, are frustrated by having to spend time on problems, prefer to be given answers rather than left with a puzzle, and cannot understand people who are enthusiastic about mathematic”</i> (p. 278)
Gómez-Chacón (2000)	Aunque no se halla ninguna definición sobre la motivación en sus escalas de medición de actitudes hacia las Matemáticas, encontramos la definición de dos emociones en su mapa de humor que de manera conjunta podrían dar lugar a una primera aproximación: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Animado, <i>“esta emoción va unida a una actividad cognitiva dinámica: se ha entrado en materia, la atención está concentrada en el problema y lo que se sabe y lo que se quiere aparece claramente formulado; esto indica un compromiso con el problema, una intención, el esfuerzo y la voluntad de entrar y mantenerse en el problema. El resolutor se atreve con lo que se le ha propuesto y le produce diversión. El estímulo que se sigue al éxito parcial puede provocar la aplicación continuada del método satisfactorio. A medida que funciona el método, se convierte en placer que aumenta cuando coincide con el propio del que resuelve...”</i> (p. 152).</li> <li>▪ Gusto, <i>“emoción vinculada a situaciones diferentes: poner el máximo interés cuando el sujeto ha concentrado toda su atención; o no necesitar ayuda para llevar a cabo la tarea, ... o al percibir el dominio de saber hacer...”</i> (p. 153).</li> </ul>

Tabla 6. Aportaciones y definiciones de distintos autores para la dimensión *Motivación*

Partiendo de las definiciones de los distintos autores, entendemos la motivación como el estado de ánimo en el que el alumnado se encuentra cuando pone todo su interés, concentración y persistencia en el aprendizaje de nuevos conceptos y procedimientos matemáticos para aplicarlos a la resolución de problemas contextualizados, consciente de la importancia de la disciplina matemática para la vida cotidiana y su futuro personal y profesional.

### 2.3. EVALUACIÓN ENTRE IGUALES COMO ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE COLABORATIVO

---

En esta sección presentamos la evaluación entre iguales como estrategia de aprendizaje colaborativo para abordar la falta de competencia matemática del alumnado y su desafección hacia la disciplina.

#### 2.3.1. APRENDIZAJE COLABORATIVO Y RETROALIMENTACIÓN

---

El aprendizaje por competencias requiere que el alumnado desarrolle habilidades que posibiliten un aprendizaje permanente a lo largo de su vida para adaptarse a situaciones cambiantes y para actualizar de manera continua las aptitudes específicas de su trabajo (Consejo de la Unión Europea, 2018). Este nuevo enfoque de un aprendizaje permanente para la educación del siglo XXI exige una serie de cambios en el modelo de evaluación encaminados hacia una evaluación continua y formativa. Continua porque la evaluación de la competencia matemática es parte inherente del proceso de enseñanza y aprendizaje de la disciplina (Alsina, 2018; Alsina et al., 2020) y no puede circunscribirse a determinados momentos puntuales de dicho proceso. Formativa porque fomenta el papel activo del alumnado al convertirse en evaluador y evaluado (Carless, 2015; Liu et al., 2017; Wanner & Palmer, 2018), es decir, a que el alumnado asuma la responsabilidad de observar y juzgar los problemas relacionados con su propio aprendizaje y el de sus compañeros. De este modo, la autoevaluación y la evaluación entre iguales facilitan el desarrollo de un entorno de aprendizaje más cooperativo, participativo y apropiado a las necesidades educativas del alumnado del siglo XXI (Bozkurt, 2020).

Los entornos de aprendizaje colaborativo fomentan la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje a través de un proceso compartido y coordinado en el que el alumnado trabaja para lograr un mismo objetivo, facilitando la construcción de significados y el desarrollo de competencias (Guitert & Pérez-Mateo, 2013, Guitert et al., 2015, 2020). Esta construcción de significados y desarrollo de competencias se consigue a través de la sinergia que se genera en el grupo, pues la interacción posibilita que cada alumno aprenda más de lo que aprendería trabajando individualmente (Guitert et al., 2015; Pérez-Mateo et al., 2014).



La elaboración de cualquier tarea basada en un aprendizaje colaborativo requiere de una serie de actitudes por parte del docente y del alumnado (Guitert et al., 2015). El docente debe mostrar una actitud favorable al cambio de su función, adoptando el papel de guía durante el proceso de enseñanza y aprendizaje (Guitert & Romeu, 2011; Guitert et al., 2015). Las actitudes exigidas al alumnado son el compromiso, la transparencia en el intercambio de la información, la constancia y el respeto (Guitert & Romeu, 2006). Conseguir que el alumnado colabore se dificulta notablemente cuando las tareas se realizan en un entorno en línea (Guitert & Romeu, 2011; Pérez-Mateo et al., 2014), tal y como se produce en nuestro caso a través de la plataforma Moodle. Esta dificultad se puede superar a través del aprendizaje basado en problemas (ABP), pues se trata de uno de los enfoques más efectivos del aprendizaje colaborativo (Guitert et al., 2020) que se aplica desde la educación primaria hasta la educación superior (Seman et al., 2018).

Si focalizamos en la disciplina matemática, encontramos a diversos autores (Caballero et al., 2007; Pons et al., 2008; Prada-Núñez et al., 2020; Yara, 2010) cuyas investigaciones evidencian la preferencia del alumnado a trabajar las Matemáticas en grupos colaborativos dado que le reportan una mayor seguridad. Dichos autores justifican que un porcentaje elevado del alumnado rechaza el trabajo individual en esta disciplina por la falta de confianza que tiene en sí mismo y en sus habilidades.

En el marco de la colaboración, la evaluación entre iguales se presenta como una estrategia didáctica basada en un sistema de evaluación que utiliza la retroalimentación, definida ésta como *“aquella información que es utilizada para reducir la diferencia entre los resultados de aprendizaje obtenidos por el estudiante y los resultados de aprendizaje esperados”* (García-Jiménez, 2015, p. 8). La retroalimentación posibilita el desarrollo del pensamiento crítico, la capacidad analítica, la autorregulación y la toma de decisiones (Olanda et al., 2012; Calvo & Calvo, 2017; Nikolic et al., 2017), generando diversos mecanismos cognitivos en el alumnado. En primer lugar, se pone en marcha un mecanismo cognitivo cuando la rúbrica se transmite de manera dialogada al alumnado. Los criterios de evaluación se explican y detallan a través de este instrumento de acuerdo con las principales tareas de aprendizaje. Con ello se logra tanto una mayor conciencia y responsabilidad crítica sobre las propias experiencias de aprendizaje como un sentido de participación en el proceso de evaluación. En segundo lugar, se origina otro mecanismo cognitivo cuando el alumnado debe evaluar el trabajo

de sus compañeros con la rúbrica, desarrollando simultáneamente capacidades de otras competencias como, por ejemplo, la comprensión lectora. En tercer lugar, se genera otro mecanismo cognitivo cuando el alumnado suministra la retroalimentación a sus compañeros que la reciben para definir sus objetivos de aprendizaje (feed up), mejorar sus resultados (feedback) o autorregular su aprendizaje (feedforward).

La retroalimentación, uno de los tres elementos centrales en los que se conceptualiza la evaluación formativa (Carless, 2007), puede mejorar el aprendizaje ayudando al alumnado a alcanzar sus metas o, por el contrario, inhibir significativamente dicho aprendizaje (Hattie & Timperley, 2007). Algunos autores centran sus investigaciones en la retroalimentación recibida, subrayando la calidad y contenido que debe presentar (Nelson & Schunn, 2009; van der Pol et al., 2008), la profundidad de procesamiento para el alumnado que la recibe (Berndt et al., 2018; Wichmann et al., 2018) o los mecanismos cognitivos que genera (Shute, 2008). Por el contrario, otros autores afirman que es más beneficioso proporcionar retroalimentación porque involucra procesos cognitivos de orden superior (Lu & Law, 2012; Reinholz 2016; van Popta et al., 2017), aunque su éxito depende del contenido, tono y oportunidad de la retroalimentación (Ketonen et al., 2020).

En este contexto, Carless y Boud (2018) establecen un marco para la alfabetización en retroalimentación, definiéndolo en términos de competencia como el conjunto de conocimientos, capacidades y actitudes presentes en el alumnado para proporcionar información y utilizarla como estrategia de aprendizaje. La alfabetización en retroalimentación comprende cuatro características que deben hallarse en el alumnado y que describimos a continuación: valorar la retroalimentación, emitir juicios, gestionar el afecto y tomar medidas.

Valorar la retroalimentación supone que el alumnado asume que la retroalimentación, tanto suministrada como recibida, tiene como finalidad la mejora del proceso de aprendizaje en el que interviene activamente. La evaluación entre iguales se beneficia de la retroalimentación cuando el alumnado la valora adecuadamente como herramienta que ayuda y facilita el aprendizaje (Ketonen et al., 2020). Por el contrario, se producen situaciones ineficaces para el aprendizaje cuando el alumnado no valora positivamente la retroalimentación, bien porque se trate de una retroalimentación superficial (Tasker &

Herrenkohl, 2016) o se halle influenciada por las relaciones de amistad presentes en el alumnado (Panadero et al., 2013).

Emitir juicios requiere en el alumnado la capacidad para evaluar de manera objetiva el trabajo realizado por sí mismo y el trabajo realizado por sus compañeros. En la emisión de juicios convergen tres factores fundamentales: el conocimiento del dominio (Patchan & Schunn, 2015; van Zundert et al., 2012), la complejidad de la tarea (van Popta et al., 2017; van Zundert et al., 2012) y la comprensión de los criterios de evaluación (Cartney, 2010; Panadero et al., 2013). Van Zundert et al. (2012) subrayan que el conocimiento del dominio es un requisito previo para que el alumnado pueda evaluar el trabajo de sus compañeros, especialmente cuando la tarea de aprendizaje presenta cierta complejidad. En ese caso, el alumnado puede que no tenga la suficiente capacidad cognitiva para proporcionar una evaluación, aunque sí haya sido capaz de realizar la tarea. La razón se halla en que la dificultad de entender y aplicar los criterios aumenta conforme la tarea se vuelve más compleja (van Popta et al., 2017). Ante esta situación se puede utilizar la evaluación entre iguales con un doble propósito (Ketonen et al., 2020): para que el alumnado profundice en la comprensión de los criterios (Anker-Hansen & Andréé, 2019; Black & Wiliam, 2018) y para que desarrolle la capacidad de juzgar el trabajo realizado por sus compañeros una vez que los criterios han sido comprendidos (Han & Xu, 2019b).

La gestión del afecto se plantea de manera necesaria para una adecuada evaluación entre iguales, porque los problemas afectivos surgen irremediamente debido a su naturaleza interactiva (Panadero, 2016). Por un lado, la retroalimentación recibida puede generar emociones negativas (Cartney, 2010; Panadero, 2016) que llevan al alumnado evaluado a mantener posturas defensivas (Anker-Hansen & Andréé, 2019; Ketonen et al., 2020; Tasker & Herrenkohl, 2016). Por otro lado, el alumnado que otorga la retroalimentación puede sentirse presionado emocionalmente (Cartney, 2010).

Las tres características anteriores influyen en que el alumnado tome medidas para progresar adecuadamente, es decir, la cuarta característica se materializa si las tres anteriores han sido gestionadas de manera correcta. Bien sea por falta de alfabetización en retroalimentación, como sostienen Carless y Boud (2018), o por una comprensión insuficiente de la evaluación formativa, como subrayan Ketonen et al. (2020), en ocasiones el alumnado se niega a revisar su trabajo siguiendo la retroalimentación

recibida (Anker-Hansen & Andrée, 2019; Tsivitanidou et al., 2011, 2012). Con este modo de proceder no se estarían tomando medidas para progresar adecuadamente.

El desarrollo de habilidades relacionadas con la alfabetización en retroalimentación resulta necesario para el desempeño de una evaluación formativa y para conseguir un aprendizaje permanente a lo largo de la vida, tal y como se indicó al comienzo de este apartado. Esta alfabetización es importante para los niveles académicos universitarios (O'Donovan, 2017), puesto que constituyen los niveles previos a la incorporación al mundo laboral, y para el desempeño profesional (Carless & Boud, 2018). Aun así, debemos tener presente que un gran porcentaje del alumnado no asistirá a la universidad. Por esta razón, resulta pertinente comenzar el desarrollo de dichas habilidades desde la Educación Secundaria (Ketonen et al., 2020), etapa educativa donde se ubica nuestra investigación. De este modo se pretende que nuestro alumnado haya adquirido estas habilidades tan necesarias para un aprendizaje permanente con independencia de su posterior itinerario formativo o su incorporación al mundo laboral.

### 2.3.2. DISTINTOS ENFOQUES DE LA EVALUACIÓN ENTRE IGUALES

---

La evaluación entre iguales otorga al alumnado un papel activo y protagonista en su proceso de aprendizaje y evaluación, como ya se ha subrayado anteriormente. Esta participación activa, consciente y crítica se halla integrada en el marco del trabajo colaborativo (Jiménez et al., 2020a, 2020b). En función de cómo se focalice el ejercicio de ese trabajo colaborativo, la evaluación entre iguales presenta los distintos enfoques que se detallan en este apartado.

La evaluación entre iguales puede tener una finalidad sumativa, formativa o ambas (Gielen et al., 2010). En la evaluación sumativa, el alumnado evaluador asigna calificaciones a sus compañeros a través de la impresión general que ofrecen las tareas o a través de una rúbrica de tipo holística, como veremos en el siguiente apartado. Tras revisar la tarea realizada por el compañero, asigna una calificación única para la totalidad de la misma sin proporcionar una explicación detallada sobre la calificación otorgada. Por el contrario, en la evaluación formativa, el alumnado evaluador proporciona una retroalimentación con comentarios que permite progresar al compañero y otorga una calificación basada en criterios presentes en listas de verificación, escalas de calificación o rúbricas analíticas (Boztunç et al., 2019).

Patchan et al., (2018) investigan sobre la evaluación entre iguales con alumnado universitario y consideran tres situaciones para el alumnado evaluador: a) asigna exclusivamente calificación, b) entrega solamente retroalimentación basada en comentarios a la tarea evaluada, y c) otorga simultáneamente calificación y retroalimentación basada en comentarios a la tarea evaluada. Los resultados de este estudio indicaron que el alumnado que se centra en proporcionar exclusivamente calificación de la tarea evaluada ni aplica con mayor rigor los criterios de evaluación ni proporciona unas calificaciones más consistentes con dichos criterios. Por el contrario, el alumnado que otorga simultáneamente calificación y retroalimentación asigna unas calificaciones más coherentes con dichos criterios. Esta última situación guarda una estrecha relación con los estudios realizados por Jiménez et al. (2020a, 2020b).

Aplicando al contexto de nuestra investigación los autores citados en los párrafos anteriores, desarrollamos una estrategia didáctica basada en la evaluación entre iguales con una finalidad formativa (Gielen et al., 2010), donde el alumnado otorgue simultáneamente calificación y retroalimentación basada en comentarios a la tarea evaluada (Jiménez et al., 2020a, 2020b; Patchan et al., 2018). Asimismo consideramos algunos aspectos que han sido contemplados previamente por los autores que a continuación se detallan y que guardan relación con el análisis que hemos realizado en este trabajo. En primer lugar, citamos las aportaciones realizadas por Bozkurt (2020) en la comparación de las calificaciones procedentes de la autoevaluación del alumnado, la evaluación entre iguales y las que otorga el docente, así como el análisis de la validez y fiabilidad de dichas calificaciones. En segundo lugar, nuestro trabajo contempla aspectos relacionados con experiencias relativas a la autoevaluación y a la evaluación entre iguales desde la propia perspectiva del alumnado (Akpınar & Kranda, 2016; Ndoye, 2017; Wanner & Palmer, 2018).

### 2.3.3. LA RÚBRICA COMO UNO DE LOS PRINCIPALES INSTRUMENTOS PARA LA EVALUACIÓN ENTRE IGUALES

---

La evaluación entre iguales requiere la creación e implementación de instrumentos específicos que proporcionen una guía, tanto para el alumnado como para el docente, y que permitan evaluar las competencias adquiridas durante el proceso de enseñanza y aprendizaje. Estos instrumentos destinados al desarrollo e implementación de la evaluación entre iguales en el marco de una evaluación integral y formativa son las

rúbricas (Conde & Pozuelo, 2007). Las rúbricas se definen como *“herramientas de evaluación basadas en una escala cuantitativa y/o cualitativa asociada a unos criterios preestablecidos que miden las acciones del alumnado sobre los aspectos de la tarea o actividad que serán evaluados”* (Torres & Perera, 2010, citado en Calvo & Calvo, 2017, p. 92). Su contribución a una evaluación integral y formativa *“se logra en las siguientes situaciones: cuando los estudiantes se sienten involucrados en el proceso de evaluación de su propio trabajo (autoevaluación), del trabajo de sus compañeros (evaluación inter pares) o cuando el estudiante, familiarizado ya con la matriz de valoración, participa incluso en su diseño”* (Navarro et al., 2009, p.8).

Durante el proceso descrito por Navarro et al. (2009), que comienza con el diseño del instrumento, el alumnado dispone de información relativa a las competencias que se espera que haya alcanzado al finalizar el proceso de instrucción. De este modo, la rúbrica sirve de guía para el alumnado al inicio, durante y al final del proceso de aprendizaje: al inicio, el docente transmite dicho instrumento al alumnado de manera explicativa e incluso negociada con los criterios a evaluar y los niveles de logro para cada criterio; durante el desarrollo del proceso de aprendizaje, el alumnado puede contrastar continuamente su nivel competencial respecto al nivel de referencia a través de los criterios y sus niveles de logro; y al final, por medio de la retroalimentación que el alumnado otorga a la tarea realizada por el compañero y recibe a su tarea. En relación al docente, la rúbrica posibilita hacer más transparente y participativo el proceso de enseñanza y la evaluación de las competencias adquiridas, proporcionando una mayor objetividad a dicha evaluación formativa. En esta línea se encuentran Cebrián de la Serna (2018) y Cebrián de la Serna y Cebrián-Robles (2018), quienes la definen como un contrato entre el alumno y el docente, donde el alumno comprende perfectamente lo que tiene que aprender utilizando el mismo lenguaje que el docente y se pone a trabajar siguiendo las directrices dadas.

Por las razones expuestas en el párrafo anterior, el proceso de diseño e implementación de las rúbricas goza de gran popularidad en el ámbito educativo tanto por su contribución al proceso de enseñanza y aprendizaje como por la mejora del rendimiento académico (Brookhart & Chen, 2015; Panadero & Jonsson, 2013, 2020). Se constata que el número de investigaciones centradas en ellas ha experimentado un aumento casi exponencial durante la última década (Dawson, 2017, Panadero & Jonsson, 2020).

El diseño de las rúbricas está condicionado por su grado de análisis y su grado de contextualización (Castoldi, 2012). Dicho autor las clasifica en rúbricas holísticas o analíticas, conforme a su grado de análisis, y en rúbricas generales o específicas, conforme a su grado de contextualización.

Atendiendo a su grado de análisis, una rúbrica holística se construye en torno a una escala que unifica todos los criterios de evaluación y los considera conjuntamente. El alumnado evaluador asigna una calificación global al trabajo realizado por el compañero. Por el contrario, una rúbrica analítica considera distintos criterios a evaluar, contemplando para cada uno de ellos su definición, el establecimiento de un sistema que puntúa la calidad del trabajo realizado y un breve resumen del estándar (Arce-Fariña et al., 2013). Las rúbricas holísticas son unidimensionales y las rúbricas analíticas son multidimensionales. Por esta razón, las rúbricas holísticas se suelen utilizar para evaluaciones sumativas mientras que las rúbricas analíticas son más adecuadas para evaluaciones formativas (Brown, 2018).

Diversas investigaciones sostienen que la fiabilidad de las calificaciones otorgadas con las rúbricas analíticas es superior a la de las rúbricas holísticas (Ghalib & Al-Hattami, 2015; Jönsson & Balan, 2018; Wiseman, 2012) y que existe una alta correlación entre las calificaciones otorgadas por el alumnado en las rúbricas analíticas y la otorgada por el docente (Alzaid, 2017; Boztunç et al., 2019).

Atendiendo a su grado de contextualización, una rúbrica general determina el desempeño del alumnado a través de las características de una competencia o tarea general. Por el contrario, una rúbrica específica cuantifica el dominio competencial del alumnado en una determinada tarea para la que ha sido expresamente diseñada.

La implementación de las rúbricas está condicionada por el medio a través del cual se llevará a cabo el reparto de pruebas, la evaluación y la retroalimentación. Básicamente, la diferencia está en si se hace manualmente o a través de herramientas digitales. Una herramienta de uso común para este tipo de actividad es el módulo Taller de la plataforma Moodle, de uso común en muchos centros de Enseñanza Secundaria. Esta plataforma permite diseñar la rúbrica y establecer una serie de parámetros necesarios para su implementación: número de rúbricas a realizar por alumno, incorporación de la autoevaluación, asignación manual/aleatoria de las tareas a evaluar, sistema de doble

ciego/ciego/sin anonimato, coeficientes de ponderación para arbitrar las discrepancias surgidas entre diferentes calificaciones, etc.

Terminamos este apartado subrayando que la rúbrica otorga una mayor objetividad y transparencia a la evaluación entre iguales, pues obliga al docente a transmitir los criterios que evalúan las tareas y a proporcionar una guía durante el proceso de instrucción. Esta circunstancia contribuye a reducir significativamente la ansiedad del alumnado, lo ayuda a proporcionar retroalimentación y fomenta su autorregulación (Panadero & Jonsson, 2013, 2020).

#### 2.3.4. BENEFICIOS Y DIFICULTADES DE LA EVALUACIÓN ENTRE IGUALES

---

Diferentes investigaciones llevadas a cabo durante las dos últimas décadas ponen de manifiesto los beneficios de la evaluación entre iguales como estrategia didáctica y evaluativa (Asghar, 2009; Ashraf & Mahdinezhad, 2015; Boztunç et al., 2019; Cabello & Topping, 2018, 2020; Duran & Monereo, 2008; Kim, 2009; Mutwarasibo, 2016; Ratminingsih et al., 2017; Sanmartí, 2007, 2010; Topping, 2009, 2017; Zheng et al., 2016). También se encuentran en la literatura investigadores que mantienen una postura crítica (Boztunç et al., 2019; Calvo & Calvo, 2017; Cano, 2015; Ibarra-Sáiz et al., 2012; Ketonen et al., 2020; Liu & Carless, 2006; Panadero, 2016; Patchan & Schunn, 2015; van Zundert et al., 2012). Aunque estimamos que los beneficios de la evaluación entre iguales superan a los aspectos negativos, consideramos oportuno exponer en la siguiente tabla tanto los beneficios que ofrece al alumnado como las dificultades que se encuentran en su implementación.



	BENEFICIOS	DIFICULTADES
Al inicio	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Modelo de evaluación significativa (Topping, 2017)</li> <li>▪ Cultura de aprendizaje basada en una mayor participación y colaboración del alumnado (Mutwarasibo, 2016)</li> <li>▪ Generaliza el aprendizaje a nuevas situaciones y contextos (Kim, 2009; Ratminingsih et al., 2017)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ La creación de un entorno apropiado puede ser un desafío para el profesorado (Boztunç et al., 2019)</li> <li>▪ Reticencias del profesorado y del alumnado a participar en experiencias basadas en la evaluación entre iguales (Ibarra-Sáiz et al., 2012; Liu &amp; Carless, 2006)</li> </ul>
Durante	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ La rúbrica guía al alumnado en el proceso de enseñanza y aprendizaje (Cebrián de la Serna, 2018; Cebrián de la Serna &amp; Cebrián-Robles, 2018; Panadero &amp; Jonsson, 2013, 2020)</li> <li>▪ La rúbrica proporciona transparencia al proceso evaluador (Cebrián de la Serna, 2018; Cebrián de la Serna &amp; Cebrián-Robles, 2018; Panadero &amp; Jonsson, 2013)</li> <li>▪ La rúbrica reduce la ansiedad del alumnado en la evaluación (Panadero &amp; Jonsson, 2013)</li> <li>▪ Mejora la actitud del alumnado respecto a la evaluación (Ratminingsih et al., 2017)</li> <li>▪ Responsabilidad del alumnado en su aprendizaje y en el de sus compañeros (Ashraf &amp; Mahdinezhad, 2015)</li> <li>▪ Motivación del alumnado hacia el aprendizaje (Hsia et al., 2016)</li> <li>▪ Aprendizaje profundo en lugar de aprendizaje superficial (Karaca, 2009)</li> <li>▪ Pensamiento crítico (Cabello &amp; Topping, 2020; To &amp; Panadero, 2019)</li> <li>▪ Pensamiento de orden superior (Topping, 2017)</li> <li>▪ Autoconcepto (Duran &amp; Monereo, 2008)</li> <li>▪ Autoconciencia (Asghar, 2009)</li> <li>▪ Autorregulación (Asghar, 2009; Panadero &amp; Jonsson, 2013, 2020)</li> <li>▪ Habilidades metacognitivas (Berry, 2008)</li> <li>▪ Habilidades sociales (Ching &amp; Hsu, 2016)</li> <li>▪ Comunicación entre el alumnado (Gravells, 2014)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ La rúbrica no resuelve todas las dificultades asociadas a la evaluación (Cano, 2015)</li> <li>▪ La rúbrica necesita de cierta práctica (Calvo &amp; Calvo, 2017)</li> <li>▪ La cantidad de tiempo requerida para el profesorado y el alumnado (Okhremtchouk et al., 2009)</li> <li>▪ La estrategia puede provocar ansiedad y estrés en el alumnado (Boztunç et al., 2019)</li> <li>▪ Problemas afectivos derivados de su naturaleza interactiva (Panadero, 2016)</li> <li>▪ Predisposiciones subjetivas, como la amistad o el temor a represalias (Carvalho, 2013; Montero-Fleta, 2006)</li> <li>▪ Falta de comprensión de los criterios de evaluación (Boztunç et al., 2019)</li> <li>▪ Conocimientos deficientes sobre el dominio (Mutwarasibo, 2016; Patchan &amp; Schunn, 2015; van Zundert et al., 2012)</li> </ul>
Al final	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Retroalimentación efectiva para el alumnado (Topping, 2009)</li> <li>▪ Los errores se conciben como oportunidades de aprendizaje y no fracasos (Sanmartí, 2007, 2010)</li> <li>▪ Mejora los resultados de aprendizaje (Brookhart &amp; Chen, 2015; Cabello &amp; Topping, 2018; Panadero &amp; Jonsson, 2013, 2020; Zheng et al., 2016)</li> <li>▪ Fomenta el aprendizaje permanente (Prins et al., 2005)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Validez y fiabilidad de las calificaciones otorgadas (Bretones, 2008; Marín, 2009; McDonald, 2016): por exceso (Calvo &amp; Calvo, 2017; García et al., 2011) y por defecto (Sánchez et al., 2011)</li> <li>▪ La retroalimentación recibida puede generar emociones negativas (Cartney, 2010; Panadero, 2016) que lleven a mantener posturas defensivas (Anker-Hansen &amp; André, 2019; Ketonen et al., 2020; Tasker &amp; Herrenkohl, 2016)</li> <li>▪ La retroalimentación recibida pueden ser subestimada por el alumnado (Yakar, 2019)</li> <li>▪ El aprendizaje puede no mejorar ante una actitud escéptica sobre la estrategia (Kaufman &amp; Schunn, 2010; Mulder et al., 2014)</li> </ul>

Tabla 7. Beneficios y dificultades de la evaluación entre iguales

También se hallan en la literatura dificultades de tipo logístico que han sido excluidas de la tabla anterior por no hallarse presentes en nuestra investigación, aunque las citamos por estar relacionadas con el siguiente apartado. Estas dificultades consisten en la implementación de mecanismos que permitan evaluar eficazmente y proporcionar retroalimentación en cursos a gran escala (Comer & White, 2016; Corke et al., 2016), así como la inclusión de algoritmos que optimicen las calificaciones en este tipo de cursos (Estévez-Ayres et al., 2013).

### 2.3.5. EVALUACIÓN ENTRE IGUALES EN ASIGNATURAS DE MATEMÁTICAS

---

Si bien la evaluación entre iguales se utiliza en algunos contextos de forma complementaria a métodos de evaluación tradicionales, es en los cursos masivos abiertos y en línea, denominados MOOC por sus siglas en inglés, donde representa la única opción de evaluación no automática. El gran volumen de participantes en dichos cursos dificulta una evaluación por parte del docente o experto, propiciando la experimentación de nuevos formatos y estrategias didácticas y evaluativas. De hecho, el principal problema pedagógico que plantea el diseño de un MOOC se halla en la evaluación (Sánchez et al., 2017), por su tamaño a gran escala (Sánchez-Vera & Prendes-Espinosa, 2015; Robinson & Nelson, 2015) y porque dicho tamaño requiere una evaluación más precisa (Drake et al., 2015). Estas son las razones que motivan y justifican la estrategia evaluativa que presentamos en esta tesis, pues supera las dificultades de tipo logístico para favorecer el aprendizaje y evaluación del alumnado.

Las publicaciones que analizan experiencias basadas en el modelo de evaluación de los MOOC que pertenecen al ámbito matemático son escasas, si bien resultan todavía más escasas si particularizamos a niveles preuniversitarios. En ese sentido, destacamos a Daza et al. (2013), quienes desarrollan un MOOC para aumentar la competencia matemática del alumnado en su tránsito del instituto a la universidad, y Najafi et al. (2014), quienes estudian los componentes del aprendizaje y evaluación en el único MOOC destinado exclusivamente a alumnado de Educación Secundaria

Realizado este breve recorrido por el contexto formativo de los MOOC, contexto en el que la evaluación entre iguales adquiere una mayor presencia, pasamos al análisis de otros contextos educativos. Para esta labor utilizamos las revisiones sistemáticas sobre

la evaluación entre iguales en entornos tecnológicos realizadas por Fu et al. (2019), a través de 70 publicaciones de siete revistas indexadas<sup>7</sup> entre 2007 y 2016, y Zheng et al. (2019), a través de 134 investigaciones realizadas entre 2006 y 2017.

	Fu et al. (2019)	Zheng et al. (2019)
Primaria	12.9 %	6.00 %
Secundaria	<b>15.7 %</b>	<b>13.0 %</b>
Universidad	62.9 %	81.0 %
Docentes	8.50 %	---

Tabla 8. Porcentajes de investigaciones sobre evaluación entre iguales por niveles educativos

Las diferencias porcentuales entre ambas investigaciones son debidas a que se aplican a distintos intervalos temporales y a distintas fuentes. De todos modos, se observa cierta paridad en los porcentajes asignados para la Educación Secundaria.

Si pasamos a la clasificación por dominios competenciales que realizan dichos autores, obtenemos los siguientes porcentajes:

	Fu et al. (2019)		Zheng et al. (2019)	
	DOMINIO	%	DOMINIO	%
1	Ciencias Sociales	34.3	Ciencias Sociales	49.0
2	Ingeniería	20.0	Ciencias Naturales	26.0
3	Lenguas	15.7	Ingeniería	25.0
4	Ciencias	14.3	---	---
5	Arte / Diseño	8.57	---	---
6	Salud	2.85	---	---
7	Negocios	2.85	---	---
8	Sin especificar	1.43	---	---
9	Matemáticas	0.00	---	---

Tabla 9. Porcentajes de investigaciones sobre evaluación entre iguales para diferentes dominios competenciales

El número de investigaciones desarrolladas en el ámbito de conocimiento matemático dista mucho de las efectuadas en otros ámbitos. Aun así, resulta necesario señalar que la evaluación entre iguales es un método efectivo para dicho ámbito (Andersen, 2017; Geist et al., 2010). En niveles preuniversitarios se localizan una serie de investigaciones basadas en la evaluación entre iguales y la retroalimentación para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje: Topping et al. (2003) estudian sentimientos y actitudes positivas hacia las Matemáticas, Ketonen et al. (2020) identifican categorías de alfabetización para la retroalimentación y Gersten et al. (2009) analizan el progreso del

<sup>7</sup> 1) Computers & Education, 2) British Journal of Educational Technology, 3) Educational Technology & Society, 4) Interactive Learning Environments, 5) Journal of Computer Assisted Learning, 6) Educational Technology Research and Development y 7) Innovations in Education and Teaching International

alumnado que presenta discapacidades cognitivas. Análogamente, a nivel universitario hallamos tanto investigaciones que, basadas en la evaluación entre iguales, pretenden desarrollar las habilidades cuantitativas del alumnado (Brakke & Helpert, 2014; Ng et al., 2020) y mejorar la calidad de las explicaciones entre pares a través del lenguaje matemático (Reinholz, 2016); como investigaciones que, basadas en la retroalimentación, persiguen fomentar las interacciones con contenido matemático entre alumnado y entre alumnado y docentes (Sancho & Escudero, 2012) para garantizar su compromiso y reducir la tasa de abandono (Sancho et al., 2013).

Tal y como ha quedado evidenciado en este último apartado, la escasa información sobre la influencia que la evaluación puede tener en el aprendizaje de nuestro alumnado se hace más evidente al constatar el bajo índice de publicaciones que de forma empírica se realizan con alumnado de Educación Secundaria. Entre el 13% y el 15.7% de las publicaciones efectuadas sobre evaluación entre iguales se centran en dicha etapa educativa durante los últimos 15 años, según las investigaciones llevadas a cabo por Zheng et al. (2019) y Fu et al. (2019). Asimismo no se halla en dichas investigaciones ninguna publicación que se circunscriba al ámbito matemático. La mayor presencia se localiza en los MOOC, aunque tampoco hay un número significativo de ellos que aborden contenidos matemáticos o se centren en dicha etapa. Por tanto, la evaluación entre iguales para el desarrollo de la competencia matemática en la Educación Secundaria es un campo que se debe seguir investigando en el panorama educativo internacional, circunstancia que avala y justifica aún más el desarrollo de la presente tesis doctoral.

---

## 3. METODOLOGÍA

En este capítulo se detalla el diseño metodológico de la investigación, comenzando con la identificación y descripción del paradigma utilizado: una investigación basada en el diseño (3.1).

La segunda sección (3.2) aborda el escenario en el que se lleva a cabo la investigación. En ella se describe la ubicación y características del centro docente, su oferta formativa y el número de alumnado participante por curso académico y modalidad educativa.

Una vez que se ha ubicado metodológicamente la investigación y se ha descrito su contexto, el capítulo se completa con el diseño de la evaluación entre iguales (3.3), tanto en lo que respecta a sus distintas fases e iteraciones como a las tareas de aprendizaje que se van a implementar. Esta implementación requiere de la utilización de diversas técnicas e instrumentos (3.4): análisis documental, rúbricas, contra-rúbricas, encuestas, grupos focales, entrevistas y la observación en clase.

Los datos recogidos, tanto de naturaleza cualitativa como cuantitativa, con las técnicas e instrumentos utilizados se analizan con los distintos métodos que citamos en la última sección (3.5).

### 3.1. PARADIGMA DE LA INVESTIGACIÓN

---

La determinación del paradigma metodológico requiere conocer cuál es el punto de partida de nuestra investigación y qué camino se debe seguir en la búsqueda de soluciones. Para ello partimos de dos premisas fundamentales: la existencia de un problema de investigación, pues sin problema no hay investigación, y la determinación de una metodología que nos permita dar respuesta a ese problema. El problema de investigación se concreta a través de las preguntas y los objetivos planteados en el Capítulo 1. La metodología se compone del conjunto de decisiones que tomamos para obtener diferentes tipos de datos de la realidad estudiada y definir un conjunto de acciones ordenadas que den respuesta a las preguntas de investigación. El hecho de que

sea ordenado no significa necesariamente que tenga que ser lineal, de modo que una vez finalizada una fase no se tenga que volver a ella en un proceso iterativo.

La experiencia docente en las asignaturas de Matemáticas de Educación Secundaria, complementada y contrastada con la revisión de la literatura existente, constata carencias en los dominios competencial y afectivo del alumnado. La investigación indaga en la evaluación entre iguales como estrategia didáctica para mejorar el aprendizaje de Matemáticas y el dominio afectivo del alumnado durante el desarrollo de la competencia matemática, entre otras.

La mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje requiere que la investigación en el ámbito educativo se adapte a las nuevas exigencias y supere su falta de impacto en el sistema educativo, pues existe una gran distancia entre los métodos tradicionales de investigación y la práctica educativa (Anderson, 2005; Burkhardt & Schoenfeld, 2003). La investigación educativa, en general, y en escenarios educativos mediados por las TIC, en particular, debe orientarse a conocer cómo acontece el aprendizaje en los nuevos escenarios educativos, a contribuir a la solución total o parcial de los problemas educativos existentes y a proporcionar tanto nuevos protocolos de actuación como recursos para el docente (Salinas, 2012).

La intervención que hemos diseñado, basada en la evaluación entre iguales, persigue mejorar los procesos educativos para el desarrollo de la competencia matemática y el dominio afectivo del alumnado de 1º Bachillerato a través de iteraciones que retroalimentan la teoría con una práctica realizada en contextos reales (Molina et al., 2011). Esto nos lleva a ubicar nuestra investigación en el cuadrante IV del esquema definido por Moya et al. (2005):

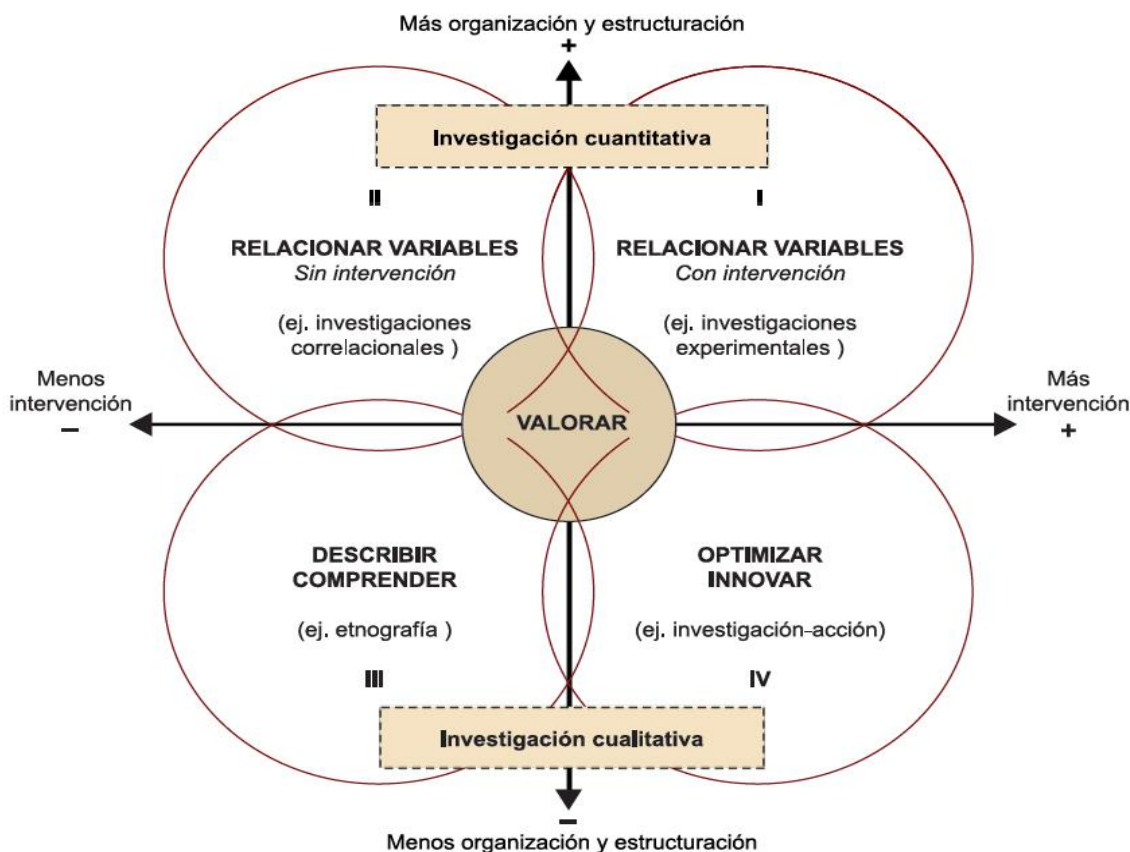


Figura 2. Criterios de clasificación para la investigación por Moya et al. (2005) (Citado en Rodríguez y Valldeoriola, 2009, p. 11)

Dentro de este cuadrante, el paradigma de investigación cualitativa seleccionado es la investigación basada en el diseño (IBD), pues se pretende diseñar y explorar innovaciones educativas, a nivel didáctico y organizativo, a través de un proceso cíclico (Rodríguez & Valldeoriola, 2009). Proceso que no evalúa solamente un resultado sino que refina sistemática y simultáneamente una innovación con los principios de diseño que guían el proceso (Amiel & Reeves, 2008). Asimismo pretendemos relacionar la investigación educativa y la realidad, pues este paradigma surge de la falta de impacto de la investigación educativa en el sistema educativo y se centra en el desarrollo y evaluación de intervenciones en contextos educativos auténticos. La IBD se ocupa de problemas reales que son identificados por los profesionales en la práctica (Anderson, 2005), recurriendo a teorías científicas o modelos disponibles de cara a proponer posibles soluciones a dichos problemas. A este fin, se diseñan programas, paquetes didácticos, materiales, etc, que se someten a pruebas de validación y, una vez mejoradas, se difunden entre la comunidad educativa.

El proceso de investigación presenta, generalmente, dos etapas: por un lado, investigar hasta crear un nuevo producto y sus sucesivas mejoras, y por otro lado aportar conocimiento en forma de principios que contribuyen a nuevos procesos de diseño. Entendiendo el producto no sólo como objetos materiales (libros de texto, programas de vídeo, aplicaciones de ordenador, juegos de simulación...), sino también como procesos y procedimientos (métodos de enseñanza, planes de organización escolar, estrategias didácticas...).

Otro argumento a favor de este paradigma metodológico lo encontramos en Gros (2012), quien defiende que a través de la IBD no pretendemos saber si se aprende mejor o no, sino comprender el contenido y el proceso a través del que se aprende, es decir, interesa saber el qué y el cómo se aprende. Necesitamos entender cómo diseñar situaciones educativas que permitan mejorar las experiencias vinculadas con los procesos de aprendizaje. Estamos ante un procedimiento creativo en el que resulta imprescindible comprender la relación dialéctica entre los diseños tecnológicos y pedagógicos. Las herramientas tecnológicas facilitan las prácticas innovadoras y las prácticas innovadoras se diseñan para optimizar las nuevas posibilidades que ofrecen dichas herramientas.

La utilización de la IBD en nuestra investigación queda también justificada con las aportaciones que realizan Easterday et al. (2018). Estos autores la consideran como una meta-metodología que integra métodos de distinta naturaleza, dentro de un proceso donde los investigadores no se postulan partidarios de trabajar con una única teoría ni con un único método para la recopilación de los datos y su análisis. La naturaleza de este enfoque requiere una codificación precisa, tanto a nivel de métodos como a nivel de fases que se suceden de manera iterativa, para describir de manera más exhaustiva el objetivo de un conjunto de métodos inmersos en el proceso de diseño.

### 3.1.1. CARACTERÍSTICAS DE LA IBD PRESENTES EN NUESTRA INVESTIGACIÓN

---

Una vez que se ha justificado el paradigma metodológico de nuestra investigación, debemos continuar con la exposición de aquellos rasgos característicos que la IBD va a aportar a nuestra investigación. Debemos comenzar recogiendo las contribuciones que



han realizado algunos de los autores más relevantes durante las dos últimas décadas y cómo dichas aportaciones se han manifestado y han definido nuestra investigación.

Reeves et al. (2005) caracterizan la IBD como: a) intervencionista, tiene como objetivo diseñar una intervención en un contexto real; b) iterativa, incorpora un enfoque cíclico de diseño, evaluación y revisión; c) orientada al proceso, evita un modelo donde se considere únicamente la situación inicial y el resultado final; d) orientada a la utilidad, debe presentar un carácter práctico para sus usuarios; y e) orientada a la teoría, el diseño se basa en teorías y el trabajo de campo contribuye al desarrollo de teorías.

Completamos estos rasgos con las cuatro características que Rinaudo y Donolo (2010) atribuyen a este enfoque metodológico: a) investigación ubicada en el contexto natural en el que suceden los fenómenos, b) su intención es producir cambios específicos en ese contexto, c) opta por enfoques sistémicos donde las variables se consideran dependientes entre sí y d) carácter cíclico e iterativo del proceso.

Finalmente, queremos citar a Hoadley (2002) por las características definitorias que otorga a la IBD. De todos los autores consultados en el transcurso de esta investigación es el único que define esta metodología como inconclusa, inacabada y abierta. Adjetivos que guardan una estrecha relación con nuestra investigación por las razones que a continuación se exponen. En primer lugar, se trata de un proceso iterativo en el que cualquier situación final a la que se llegue en el diseño de la experiencia educativa siempre será susceptible de mejora. Se trata de buscar el equilibrio entre la implementación de nuevas iteraciones y la mejora que esa nueva iteración aporta al proceso educativo. En segundo lugar, se encuentra contextualizada y cualquier variación en el problema de investigación, o su migración a otros escenarios educativos, demandará tanto cambios de diseño como el comienzo de nuevos ciclos iterativos. En tercer lugar, se halla vinculada a escenarios educativos en los que está presente la tecnología, de modo que cualquier cambio o innovación tecnológica puede llevar aparejada una mejora en el diseño de la propia experiencia educativa.

En resumen, los tres rasgos característicos que la IBD presenta en nuestra investigación quedan recogidos de la siguiente manera:

1. Aborda problemas complejos en contextos reales (Reeves et al., 2005; Rinaudo & Donolo, 2010). La falta de competencia y la desafección del alumnado de 1º

Bachillerato hacia las Matemáticas es un problema complejo y ampliamente documentado en la literatura consultada en el transcurso de la presente tesis. Dicho problema se estudia y analiza en el contexto real en el que desarrollo mi labor docente.

2. Diseño tecnopedagógico aplicado en ciclos iterativos para mejorar la experiencia educativa (Hoadley, 2002; Reeves et al., 2005; Rinaudo & Donolo, 2010). Pretendemos dar respuesta a las preguntas de investigación mediante la realización de un diseño tecnopedagógico que, integrando la evaluación entre iguales, se implemente y evalúe para ser refinado de manera iterativa. El hecho de que el diseño implementado se refine en cada iteración persigue mejorar y enriquecer la experiencia educativa del alumnado.
3. Carácter abierto a nuevos y futuros cambios (Hoadley, 2002). Nuestra investigación contempla la posibilidad de adaptarse a nuevos escenarios educativos, tal y como recogen las futuras líneas de investigación en el sexto capítulo de esta memoria.

Partiendo de los postulados presentados consideramos la IBD como un enfoque metodológico con implicaciones en la práctica, cuyo énfasis es la solución de problemas reales y la construcción de conocimiento dirigido al diseño, desarrollo y evaluación del proceso educativo. Asimismo, desarrolla principios y orientaciones para futuras investigaciones. Un rasgo característico de la IBD es la revisión de los resultados obtenidos para la mejora del diseño en las siguientes iteraciones. De este modo, cada iteración supone un proceso de diseño y desarrollo que permite tanto a los usuarios como a los expertos participar completamente en el proceso de revisión y reformulación.

### 3.1.2. FASES DE LA INVESTIGACIÓN BASADA EN EL DISEÑO

---

La investigación basada en el diseño se desarrolla a través de un proceso iterativo constituido por una serie de fases. El número de fases a contemplar y la denominación de las mismas pueden variar en función del autor que se tome como referencia. La elección de un autor u otro determina el desarrollo iterativo de nuestra investigación, aunque los distintos esquemas que se proponen en la siguiente tabla presentan similitudes:

AUTORES		FASES					
Reeves (2000)	Análisis de situación. Definición del problema	Desarrollo de soluciones			Implementación	Validación	Producción de documentación y principios de diseño
De Benito y Salinas (2006)							
Amiel y Reeves (2008)	Análisis de problemas	Desarrollo de soluciones			Ciclos iterativos de pruebas y refinamientos	Reflexión para producir principios de diseño y mejorar la implementación de las soluciones	
Garello et al. (2010)	Preparación del diseño			Implementación del diseño	Análisis retrospectivo		
Gibelli (2014)	Preliminar		Diseño		Iteración		
Gros (2012) <sup>8</sup>	Preliminar		Diseño		Iteración		
Easterday et al. (2018)	Enfoque	Comprensión	Definición	Concepción	Construcción	Prueba	Presentación de la solución

Tabla 10. Fases de la investigación basada en el diseño, según distintos autores

Para el desarrollo de nuestra investigación hemos seleccionado el esquema de fases definido por Easterday et al. (2018), pues se trata de uno de los esquemas más completo y actual.

### 3.2. ESCENARIO Y PARTICIPANTES

El escenario del caso donde se lleva a cabo la investigación es el I.E.S. La Marisma, instituto ubicado en el distrito V de Huelva. Esta situación le reporta la calificación de centro de compensatoria o centro de difícil desempeño. Dicho distrito está constituido por los siete barrios periféricos que se muestran en la figura 3:



Figura 3. Distrito V de Huelva (De Paz et al., 2005)

<sup>8</sup> Gross (2012) define las tres fases que se recogen en la tabla 10, aunque las fases 1 y 3 se componen de una serie de actividades. En la fase 1 se analizan las necesidades y el contexto, se revisa la literatura y se elabora el marco teórico. En la fase 3 se aplica el diseño y se refina en un sistema de 3 o 4 iteraciones para mejorar la propuesta.

La población de estos barrios se caracteriza por presentar, en términos generales, un nivel socio-educativo y cultural bajo con elevadas tasas de desempleo y altos índices de fracaso escolar. Estas circunstancias implican el abandono prematuro del sistema educativo, problemática que se acentúa significativamente en los barrios Alcalde Diego Sayago y Príncipe Felipe, seguidos en tercera posición por el barrio de La Hispanidad.

El centro educativo en el que implementamos nuestra investigación presenta la siguiente oferta educativa:

Educación Básica Especial	Educación especial unidad específica
Educación Secundaria Obligatoria	Primer y Segundo Curso
	Tercer y Cuarto Curso
Formación Profesional Básica	Agrojardinería y Composiciones Florales
Programa Específico de Formación Profesional Básica	Agrojardinería y Composiciones Florales (PEFPB)
	Jardinería y Floristería
Formación profesional Inicial de grado medio	Gestión Administrativa
	Sistemas Microinformáticos y Redes
Curso de Acceso a Ciclos Formativos de Grado Medio	
Bachillerato	Humanidades y Ciencias Sociales
	Ciencias
	Administración y Finanzas
	Paisajismo y Medio Rural
Formación Profesional Inicial de Grado Superior	Desarrollo de Aplicaciones Web
	Desarrollo de Aplicaciones Multiplataforma
	Administración de Sistemas Informáticos en Red

Tabla 11. Oferta educativa del I.E.S. La Marisma

La investigación se lleva a cabo durante tres cursos académicos, 2017/18, 2018/19 y 2019/20, correspondiendo cada uno de ellos con cada una de las implementaciones realizadas.

El rol del docente que imparte esta formación se conjuga con el rol del investigador durante la segunda y tercera implementación, cursos 2018/19 y 2019/20. De este modo, puedo reflejar la realidad que emerge de mi práctica profesional desde mi condición como investigador, analizando a los sujetos y compaginando la observación con la participación. Una vez que dispongo de una visión clara del caso, me alejo del mismo para llevar a cabo la construcción y cierre del informe de investigación. En todo momento presto especial cuidado con el anonimato de los participantes y el carácter confidencial de los datos, entendiendo que la investigación se construye a partir del componente moral y ético que supone garantizar mi integridad como investigador.

De acuerdo con las bases de la investigación basada en diseño, se ha fomentado una estrecha relación y un alto grado de comunicación entre el investigador y los distintos participantes en el estudio.

Con respecto al número de alumnos de 1º Bachillerato<sup>9</sup> que han participado en la experiencia, podemos contemplar en la siguiente tabla el reparto por modalidades y cursos académicos:

CURSO ACADÉMICO	MODALIDAD	ALUMNADO	
		Nº PARTICIPANTES POR MODALIDAD Y CURSO	Nº PARTICIPANTES POR CURSO
2017/18	Ciencias	12	12
2018/19	Ciencias	2	16
	Humanidades y CCSS	14	
2019/20	Ciencias	11	25
	Humanidades y CCSS	14	

Tabla 12. Alumnado participante en la evaluación entre iguales

El número total de participantes en la investigación asciende a 50 alumnos, pues repiten la experiencia tres alumnos al no promocionar al curso siguiente. Se trata de la alumna JLG, de la modalidad de Ciencias durante el curso 2018/19, y de los alumnos JSC y MSM, de la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales durante el curso 2019/20. El alumnado se identifica en esta memoria a través de las iniciales correspondientes a su nombre, primer apellido y segundo apellido con la finalidad de garantizar su anonimato.

### 3.3. DISEÑO DE LA EXPERIENCIA

---

En este apartado abordamos tanto el diseño de las fases e iteraciones que presenta nuestra investigación (3.3.1) como el diseño de las tareas de aprendizaje a las que se aplica la evaluación entre iguales (3.3.2).

#### 3.3.1. DISEÑO DE FASES E ITERACIONES

---

Tal y como se indica en el apartado 3.1.2, el esquema de fases que va a seguir nuestra investigación basada en el diseño corresponde al propuesto por Easterday et al. (2018). Se ha considerado dicho esquema en cada una de las tres implementaciones llevadas a cabo:

---

<sup>9</sup> Véase el Anexo 1 con el listado de alumnos por curso escolar y modalidad

		FASES						
		Enfoque	Comprensión	Definición	Concepción	Construcción	Prueba	Presentación de soluciones
1ª	implementación	1.A	1.B	1.C	1.D	1.E	1.F	-
2ª	1ª iteración	-	-	-	2.1.D	2.1.E	2.1.F	-
	2ª iteración	-	-	-	2.2.D	2.2.E	2.2.F	-
3ª	implementación	-	-	-	3.D	3.E	3.F	3.G

Tabla 13. Fases de nuestra investigación basada en el diseño, partiendo de Easterday et al. (2018)

## 1. Primera implementación

La primera implementación comienza en octubre de 2017 con la fase de enfoque (1.A), donde delimitamos el alcance del proyecto con la definición de nuestro problema de investigación: la falta de competencia matemática del alumnado de Educación Secundaria y su desafección hacia la asignatura. Este problema queda documentado tanto en el informe PIAAC 2013 como en los Informes PISA 2012, 2015 y 2018, donde España obtenía una puntuación inferior a la media de los países de la Unión Europea y de la OCDE<sup>10</sup>.

La fase de comprensión (1.B) requiere la reflexión en profundidad sobre el problema de investigación, o problemas similares que se encuentren relacionados con nuestro objeto de investigación, y sus posibles soluciones. Para ello resulta imprescindible una revisión de la literatura y su correspondiente análisis documental, con el propósito de determinar cómo dicho problema ha sido abordado con anterioridad. La primera revisión de la literatura se realiza en enero de 2018, obteniéndose los siguientes resultados:

TÉRMINOS DE BÚSQUEDA	REFERENCIAS
Peer assessment	23
Peer review	7
Rubric	12
Feedback (high school)	6
Mathematical attitudes	15

Tabla 14. Referencias bibliográficas extraídas de Web of Science en enero de 2018

Tras esta primera revisión se realizan otras dos, la segunda revisión se efectúa en octubre de 2018 y la tercera en marzo de 2021. Estas dos últimas revisiones no presentan la finalidad de comprender el problema de investigación abordado en la fase de comprensión, pues el problema ya se halla focalizado, definido y comprendido sino la de actualizar las referencias.

<sup>10</sup> Véanse las tablas 1 y 2 de la Sección 1.1

En la fase de definición (1.C) se delimita nuestro problema de investigación y la solución con la que se le pretende dar respuesta a partir de la formulación de nuestras dos preguntas de investigación y sus tres objetivos específicos<sup>11</sup>.

Durante la fase de concepción (1.D) se concretan cuatro puntos para que en la siguiente fase se materialice un diseño que permita dar respuesta a nuestro problema de investigación:

- La rúbrica debe ser específica para cada tarea y complementar un área de niveles de logro con un área de comentarios (Lu & Law, 2012) para fomentar retroalimentación de distinta naturaleza (Chen & Tsai, 2009).
- El contexto de investigación se centra en el alumnado de 1º Bachillerato de Ciencias del I.E.S. La Marisma (Huelva), centro educativo de compensatoria donde se acentúa el problema de investigación.
- Establecemos grupos de tres alumnos, siempre que sea posible, para realizar la evaluación entre iguales por las siguientes razones: a) la retroalimentación generada permite una mayor discusión entre los participantes; b) cada alumno recibe la retroalimentación generada por tres rúbricas, dos de ellas del proceso de evaluación entre iguales y una de su propia autoevaluación; y c) *“el número aconsejable de miembros por grupo es un máximo de cinco, siendo lo ideal entre tres y cuatro”* (Guitert et al., 2007, p. 5).
- El desarrollo de la actividad se llevará a cabo en sesiones presenciales, asistidas por las TIC en el aula ordinaria, y en sesiones en línea y asíncronas a través de la plataforma Moodle.

En la fase de construcción (1.E) se materializa la rúbrica y el diseño de una tarea basada en el concepto de derivada de una función y su cálculo, para que los 12 alumnos de 1º Bachillerato de Ciencias realicen durante una semana (4 horas lectivas) tanto la tarea como la evaluación de sus compañeros y compañeras a través de la correspondiente rúbrica.

Para la construcción y validación tanto de la rúbrica como de la tarea se procede según Lázaro-Cantabrana et al. (2019), quienes estiman necesaria la participación de expertos en la materia. Una vez que la rúbrica ha sido diseñada siguiendo las recomendaciones

---

<sup>11</sup> Véanse los Apartados 1.2.1 y 1.2.2 respectivamente

de los autores más relevantes encontrados en la literatura, se inicia un proceso de validación por jueces. En primer lugar, se procede a la validación por parte de mis directoras de tesis y, en segundo lugar, se solicita el asesoramiento del profesor de Matemáticas (LIG) que imparte clase en el grupo de alumnos en el que se realiza la primera implementación. Dicho profesor prescribe una serie de recomendaciones para contextualizar tanto la rúbrica como la tarea al grupo en el que se implementa.

En la fase de prueba (1.F) se lleva a cabo la evaluación entre iguales durante la semana del 11 al 15 de junio de 2018, para realizar posteriormente un análisis DAFO sobre las debilidades, amenazas, fortalezas y oportunidades detectadas. El análisis de los datos obtenidos<sup>12</sup> nos lleva a la realización de una segunda implementación.

## **2. Segunda implementación**

La segunda implementación consta de dos iteraciones, pues tras la realización de los grupos focales en enero de 2019 se deciden implementar algunos ajustes que corrijan las deficiencias detectadas. La primera iteración se desarrolla de septiembre de 2018 a enero de 2019, mientras que la segunda iteración abarca el periodo comprendido entre febrero de 2019 y agosto de 2019.

La primera iteración comienza con la fase de concepción (2.1.D), donde se contextualiza el diseño tecnopedagógico de acuerdo con el análisis DAFO efectuado tras la primera implementación. En esta iteración se toman las siguientes decisiones:

- La unificación del temario en aquellas unidades didácticas comunes a la modalidad de Ciencias y a la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales de 1º Bachillerato, dada la baja ratio de alumnos matriculados en cada modalidad<sup>13</sup>.
- Las tareas sobre las que se aplica la evaluación entre iguales corresponden a las competencias evaluadas en los 7 exámenes previstos para el curso escolar 2018/19.

---

<sup>12</sup> Véase el Apartado 4.1.1

<sup>13</sup> Véase la tabla 12 de la Sección 3.2



BLOQUE	TAREA	U.D.	TÍTULO	TEMPORALIZACIÓN
Álgebra	1	3	Polinomios	1 <sup>er</sup> trimestre
	2	4	Ecuaciones y sistemas de ecuaciones	
	3	6	Funciones reales de variable real	
Análisis	4	7	Límites y continuidad de funciones	2 <sup>o</sup> trimestre
	5	8	Derivada de una función	
	6	9	Representación de funciones	
Estadística	7	10	Estadística bidimensional	3 <sup>er</sup> trimestre

Tabla 15. Temporalización de las tareas propuestas para el curso 2018/19

- El incremento del número de horas lectivas destinadas a la realización de las tareas y sus rúbricas. Efectivamente, se ha comprobado durante la primera implementación que, para cada tarea, 4 sesiones lectivas de 1 hora resultan insuficientes para el desarrollo de la evaluación entre iguales. Por esta razón, tanto la tarea como las dos rúbricas se realizan durante 7 sesiones (9 como máximo) de 1 hora.
- El tipo de enunciado de las tareas, pues se trata de actividades formuladas a partir de problemas contextualizados en los que se trabajan conjuntamente distintos conceptos de cada unidad didáctica. Partiendo de la clasificación de los modelos pedagógicos realizada por Coomey y Stephenson (2001), se pretende que las tareas estén ubicadas en el cuadrante donde el docente controla los contenidos y las tareas y el alumnado controla el proceso:

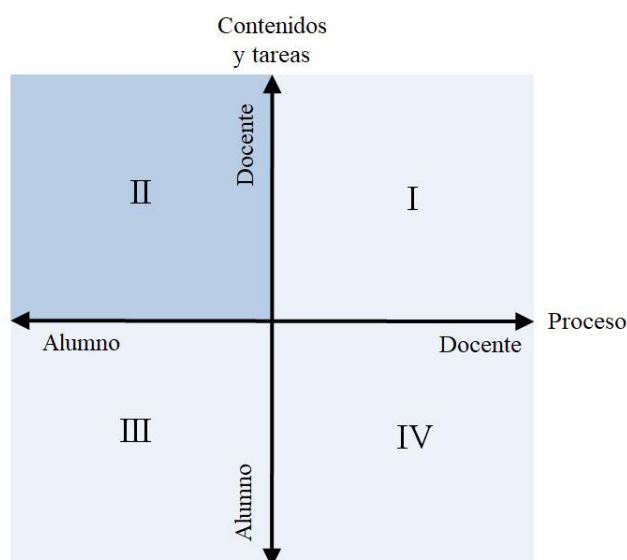


Figura 4. Ubicación de nuestro modelo pedagógico

Las tareas de aprendizaje y los objetivos didácticos están establecidos por el docente en este cuadrante, quien determina tanto la responsabilidad del

alumnado como los procedimientos generales a través de la rúbrica. El alumnado controla cómo trabajar dichas tareas con los recursos que tiene para su resolución. Entre los recursos disponibles se incorporan aplicaciones en línea, Wiris y Geogebra, que le permite obtener las soluciones correctas de las actividades propuestas. Para ello deben conocer su sintaxis y secuencia de comandos.

- La asignación aleatoria de rúbricas a través de la plataforma Moodle, permaneciendo en anonimato la identidad del alumno evaluador para evitar la presión detectada durante la primera implementación.
- La determinación de los distintos instrumentos que se van a utilizar en la recogida de datos: para evaluar el cambio en el dominio afectivo del alumnado se precisa de un cuestionario pretest y postest; para valorar individualmente la experiencia del alumnado se necesita un breve cuestionario tras las rúbricas de la primera y última tarea; para reflexionar grupalmente sobre el desarrollo de la evaluación entre iguales se requieren dos grupos focales; y para profundizar en determinados aspectos que emergen de dichos grupos focales se exige la realización de entrevistas a determinados perfiles del alumnado tras el segundo grupo focal.

La primera iteración se completa con la fase de construcción (2.1.E), donde se materializan los instrumentos citados en el párrafo anterior, y la fase de prueba (2.1.F) donde se implementan, además de las rúbricas de las tareas 1 y 2, el cuestionario pretest sobre dominio afectivo, el cuestionario de valoración de la experiencia tras las rúbricas de la primera tarea y el grupo focal inicial.

La segunda iteración arranca con la fase de concepción (2.2.D) donde se decide, en primer lugar, la implementación de un total de 5 tareas a lo largo del curso por motivos organizativos y temporales. Dado que las tareas 1 y 2 y sus correspondientes rúbricas ya se habían llevado a cabo, las modificaciones se efectúan en las 5 tareas restantes:

- Se unifican las tareas denominadas “*Funciones reales de variable real*” y “*Límites y continuidad de funciones*” en la nueva tarea 3.
- A la tarea denominada “*Derivada de una función*” se le añade el epígrafe “*Geometría y cónicas*” para abordar de un modo más razonado y reflexivo la derivada de funciones implícitas.

- Se suprime la tarea denominada “*Representación de funciones*”.

Estas modificaciones nos plantean la siguiente temporalización para las tareas del curso:

BLOQUE	TAREA	U.D.	TÍTULO	TEMPORALIZACIÓN
Álgebra	1	3	Polinomios	1 <sup>er</sup> trimestre
	2	2 y 4	Matemáticas Financieras. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones	
Análisis	3	6 y 7	Funciones reales de variable real. Límites y continuidad de funciones	2 <sup>o</sup> trimestre
	4	5 y 8	Geometría y cónicas. Derivada de una función.	
Estadística	5	10	Estadística	3 <sup>er</sup> trimestre

Tabla 16. Temporalización de tareas previstas para los cursos académicos 2018/19 y 2019/20

En segundo lugar, se rediseñan ciertos aspectos de la rúbrica y de su implementación en la plataforma Moodle. Por un lado, unificamos los dos apartados de la rúbrica que contienen la retroalimentación afectiva, “*Apoyo emocional al compañero*” y “*Respuesta emocional al trabajo*”, en el apartado denominado “*Respuesta emocional al trabajo realizado por el compañero*”. Con ello se evita cierta confusión y la duplicidad que se genera en la retroalimentación. Por otro lado, establecemos el sistema de corrección de doble ciego para la rúbrica en la plataforma Moodle, frente al que solamente mantenía en anonimato la identidad del alumnado evaluador. De este modo se evitan ciertos condicionantes de la evaluación entre iguales no detectados a priori que se han producido.

En la fase de construcción (2.2.E) se materializan las propuestas definidas en la fase anterior para las tareas, las rúbricas y la plataforma Moodle. Dichas mejoras se implementan en la siguiente fase (2.2.F), donde se realizan las tareas 3, 4 y 5, sus rúbricas, el cuestionario de valoración de la experiencia tras las rúbricas de la última tarea, el cuestionario posttest, los grupos focales finales y las entrevistas. Los resultados obtenidos nos obligan a plantearnos la necesidad de una tercera implementación durante el curso 2019/20.

### 3. Tercera implementación

La tercera implementación se desarrolla en dos periodos de tiempo claramente diferenciados. El primero transcurre desde el comienzo del curso, en septiembre de

2019, hasta el 14 de marzo de 2020, como consecuencia del decreto del Gobierno Español que impone el confinamiento a causa de la pandemia COVID-19. El segundo abarca desde el 15 de marzo al 21 de junio de 2020, periodo que corresponde íntegramente al confinamiento decretado y coincide con el resto del calendario escolar.

Durante el primer periodo se implementan las medidas necesarias para mejorar el diseño de la evaluación entre iguales a la luz de los resultados obtenidos en la fase de prueba (2.2.F) de la implementación anterior. Durante el segundo periodo se toman las medidas pertinentes para la migración de un modelo híbrido, que combinaba clases presenciales con trabajo en línea, a un modelo exclusivamente en línea.

El primer periodo de esta tercera implementación arranca con la fase de concepción (3.D) y se actúa siguiendo dos directrices:

- A. La modificación de la rúbrica, incorporando una clasificación de los criterios en el área de niveles de logro y adecuando la denominación de algunos apartados del área de comentarios al contexto cultural del alumnado.

Con respecto al área de niveles de logro, la incorporación de los “*dominios de resolución*” que define Villalonga (2017) nos permite clasificar los criterios que evalúa la rúbrica conforme al proceso de resolución del problema. En nuestro caso se ha adaptado su número y definición: planteamiento de la tarea, desarrollo de la tarea y revisión/comprobación de la tarea<sup>14</sup>.

Con respecto al área de comentarios, los apartados “*Reflexión*” y “*Contextualización*” pasan a denominarse “*Relación con contenidos matemáticos previos*” y “*Relación con contenidos de otras asignaturas*”, respectivamente. Con ello se evita la confusión generada en la retroalimentación otorgada durante el curso 2018/19.

- B. La creación de una nueva actividad que obligue al alumnado al análisis y estudio crítico de la evaluación y retroalimentación recibida en las rúbricas. El instrumento generado para ello es la denominada contra-rúbrica.

---

<sup>14</sup> Véase el Apartado 3.4.2

La estructura que presenta la contra-rúbrica<sup>15</sup> emana del modelo de la rúbrica, contemplando exclusivamente dos columnas para responder a los distintos apartados que componen la rúbrica. En la primera columna se muestra la conformidad o disconformidad con la evaluación y la retroalimentación recibida para explicar en la segunda columna el motivo de dicha disconformidad, si procede. La contra-rúbrica aborda los apartados correspondientes a la retroalimentación cognitiva, metacognitiva y afectiva que componen el cuerpo principal y la conclusión de la rúbrica.

El objetivo que se persigue con la integración de la contra-rúbrica en la evaluación entre iguales es doble. En primer lugar, se obliga al alumnado a realizar indirectamente la evaluación de su propia tarea a través de la evaluación y la retroalimentación recibida. Se recupera, en cierta medida, la autoevaluación considerada en la fase de concepción de la primera implementación, donde cada alumno recibía dos rúbricas del proceso de evaluación entre iguales y realizaba su autoevaluación. En segundo lugar, se fomenta que el alumnado evaluado otorgue valor a la retroalimentación recibida, debido a que se han detectado ciertas incidencias en el cuestionario de valoración de la experiencia realizado tras las rúbricas de la última tarea en la segunda iteración.

De este modo se consigue que nuestro diseño tecnopedagógico contemple los aspectos positivos descritos por Chen y Tsai (2009) al efectuar consecutivamente la evaluación entre iguales en diversas rondas.

En la fase de construcción (3.E) se procede a la materialización de las consideraciones realizadas en la fase anterior para la rúbrica y la contra-rúbrica.

En la fase de prueba (3.F) se implementan las nuevas decisiones y diseños adoptados a las tareas 1, 2 y 3 que se realizan desde septiembre de 2019 al 14 de marzo de 2020.

Del 15 de marzo al 21 de junio de 2021, como consecuencia del confinamiento decretado por el Gobierno, se desarrolla la docencia exclusivamente en línea. Se continúa impartiendo la programación de las unidades didácticas correspondientes a la tarea 4. Dicho cambio a un modelo en línea requiere una mayor dedicación horaria, que

---

<sup>15</sup> Véase el Apartado 3.4.2

se traduce tanto en un mayor número de sesiones para el desarrollo de los conceptos propios de la tarea 4 como la reducción de la programación didáctica y supresión de la tarea 5. Aunque el desarrollo de las unidades didácticas sobre las que se aplica la tarea 4 se ve obligado a experimentar variaciones significativas, dicha tarea, su rúbrica y contra-rúbrica no sufren variaciones significativas respecto al modelo híbrido de las tareas anteriores.

Esta última implementación culmina con la fase de presentación de resultados (3.G), cuyos resultados se exponen en la presente tesis doctoral.

### 3.3.2. DISEÑO DE LAS TAREAS DE APRENDIZAJE

El diseño de las tareas de aprendizaje persigue el desarrollo de la competencia matemática recogida en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

Debido a la baja ratio que presenta la modalidad de Ciencias en el I.E.S. La Marisma durante el curso 2018/19, incompatible con la implementación de la evaluación entre iguales, se decide unificar las dos modalidades de 1º Bachillerato en aquellos bloques de contenidos susceptibles al diseño conjunto de tareas de aprendizaje:

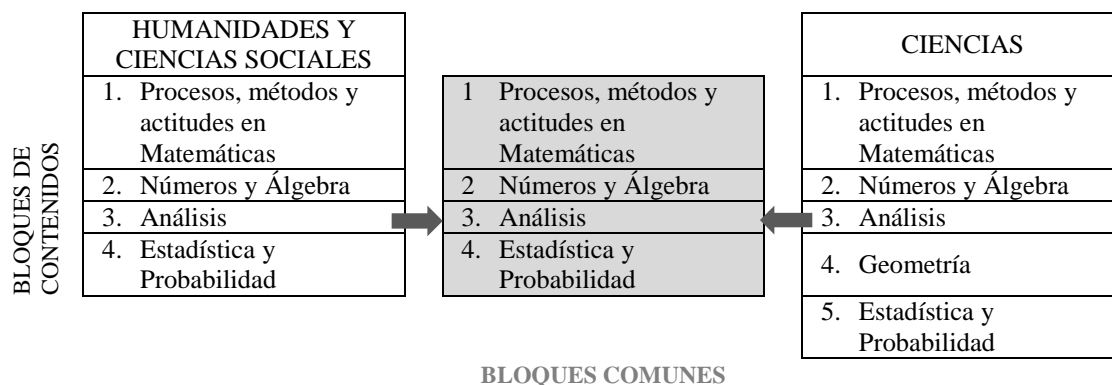


Figura 5. Bloques de contenidos comunes a la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales y a la modalidad de Ciencias

El bloque denominado “*Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas*”, común a ambas modalidades, se desarrolla de manera transversal. Este bloque contiene las actitudes que deben estar presentes en el alumnado y describe cómo deben articularse los procedimientos matemáticos. Las tareas implementadas pertenecen

fundamentalmente a los bloques de Números y Álgebra, Análisis y Estadística y Probabilidad.

El siguiente paso es determinar, dentro de cada uno de los bloques, cuáles son los contenidos que comparten ambas modalidades. El Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, establece una determinada secuencia de contenidos para cada modalidad que permite agruparlos en las siguientes unidades didácticas:

HUMANIDADES Y CIENCIAS SOCIALES			CIENCIAS		
BLOQUE	UD	DENOMINACIÓN	BLOQUE	UD	DENOMINACIÓN
NÚMEROS / ÁLGEBRA	1	Números reales	NÚM. / ÁLGEB.	1	Números reales
	2	Matemáticas financieras		2	Ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones
	3	Polinomios	ANÁLISIS	3	Funciones reales de variable real
	4	Ecuaciones y sistema de ecuaciones		4	Límites de funciones. Continuidad
ANÁLISIS	5	Funciones reales de variable real		5	Derivada de una función
	6	Límites de funciones. Continuidad		6	Representación de funciones
	7	Derivada de una función	GEOMET.	7	Trigonometría
8	Representación de funciones	8		Números complejos	
9	Estadística bidimensional	9		Geometría	
ESTAD. / PROB.	10	Probabilidad	10	Cónicas	
	11	Distribuciones discretas y continuas	ESTAD.	11	Estadística bidimensional

Tabla 17. Relación entre bloques y unidades didácticas de cada modalidad

Para solventar la dificultad de compatibilizar en el tiempo el tratamiento conjunto de ambas modalidades a través de las mismas tareas resulta imprescindible tomar una serie de decisiones que nos permitan adaptar las unidades didácticas<sup>16</sup>, respetando los contenidos establecidos en el decreto. En la siguiente tabla se establece la secuencia de unidades didácticas, su temporalización y las técnicas e instrumentos que se implementan para llevar a cabo la evaluación entre iguales:

<sup>16</sup> Véase el Anexo 2

FECHA	SESIONES	UD	TAREA/TÉCNICA/ INSTRUMENTO	DEFINICIÓN	CONTENIDOS	COMPETENCIA CLAVE MATEMÁTICA <sup>17</sup>
Octubre	1/2		Cuestionario pretest	Valoración del dominio afectivo del alumnado con carácter previo a la implementación de la evaluación entre iguales	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dimensión confianza</li> <li>Dimensión motivación</li> </ul>	
Noviembre	7 - 9	3	Tarea 1 (rúbrica y contra-rúbrica)	Operaciones algebraicas con polinomios	<ul style="list-style-type: none"> <li>Transcripción a lenguaje algebraico de situaciones pertenecientes a contextos reales</li> <li>Operaciones con expresiones algebraicas</li> <li>Valor numérico de un polinomio</li> <li>Factorización de polinomios utilizando el método más apropiado</li> <li>Interpretación gráfica de las soluciones obtenidas</li> </ul>	La cantidad: esta noción incorpora la cuantificación de los atributos de los objetos, las relaciones, las situaciones y las entidades del mundo, interpretando distintas representaciones de todas ellas y juzgando interpretaciones y argumentos. Participar en la cuantificación del mundo supone comprender las mediciones, los cálculos, las magnitudes, las unidades, los indicadores, el tamaño relativo y las tendencias y patrones numéricos.
	1/2		Cuestionario de valoración tras las rúbricas de la primera tarea	Valoración de la evaluación entre iguales tras la realización de la primera rúbrica	<ul style="list-style-type: none"> <li>Valoración, en términos de aprendizaje, de la retroalimentación otorgada</li> <li>Valoración, en términos de aprendizaje, de la retroalimentación recibida</li> <li>Calificación de la estrategia didáctica</li> </ul>	
Diciembre	7 - 9	2 y 4	Tarea 2 (rúbrica y contra-rúbrica)	Planteamiento, triangulación, discusión y resolución de un sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpretación de problemas y transcripción a lenguaje algebraico:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>Asignación de las tres incógnitas y realización de esquema previo</li> <li>Planteamiento de las tres ecuaciones que componen el sistema</li> </ul> </li> <li>Cálculo porcentual</li> <li>Método de Gauss:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>Operaciones con ecuaciones para obtener un sistema equivalente escalonado</li> <li>Discusión del sistema</li> <li>Comprobación de las soluciones obtenidas</li> </ul> </li> </ul>	La cantidad: esta noción incorpora la cuantificación de los atributos de los objetos, las relaciones, las situaciones y las entidades del mundo, interpretando distintas representaciones de todas ellas y juzgando interpretaciones y argumentos. Participar en la cuantificación del mundo supone comprender las mediciones, los cálculos, las magnitudes, las unidades, los indicadores, el tamaño relativo y las tendencias y patrones numéricos.
Enero	7 - 9		Grupos focales iniciales	Determinación de las necesidades, intereses, opiniones y preocupaciones del alumnado a través de la consideración conjunta de las distintas perspectivas del grupo	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reflexión y discusión sobre la estrategia didáctica basada en la evaluación entre iguales</li> <li>Identificación y análisis de los aspectos afectivos del alumnado</li> <li>Reflexión y propuesta de nuevos aspectos de orientación docente</li> </ul>	
Febrero / Marzo	7 - 9	6 y 7	Tarea 3 (rúbrica y contra-rúbrica)	Identificación y representación de funciones elementales. Cálculo de su dominio, continuidad y asíntotas	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificación de funciones elementales (polinómicas de primer y segundo grado y racionales) y definidas a trozos</li> <li>Obtención del dominio</li> <li>Clasificación de discontinuidades</li> <li>Cálculo de asíntotas (horizontal, vertical y oblicua) y posicionamiento de la gráfica respecto de ellas</li> <li>Representación de funciones</li> </ul>	El cambio y las relaciones: el mundo despliega multitud de relaciones temporales y permanentes entre los objetos y las circunstancias, donde los cambios se producen dentro de sistemas de objetos interrelacionados. Tener más conocimientos sobre el cambio y las relaciones supone comprender los tipos fundamentales de cambio y cuándo tienen lugar, con el fin de utilizar modelos matemáticos adecuados para describirlo y predecirlo.
Abril	7 - 9	5 y 8	Tarea 4 (rúbrica y contra-rúbrica)	Obtención de las rectas tangente y normal a una función en un punto	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ecuación de la circunferencia</li> <li>Derivada de la función en un punto y su interpretación geométrica</li> <li>Función derivada</li> <li>Continuidad y derivabilidad</li> <li>Reglas de derivación</li> <li>Ecuaciones de una recta: recta tangente y recta normal</li> </ul>	
Mayo	7 - 9	10	Tarea 5 (rúbrica y contra-rúbrica) <sup>18</sup>	Obtención de parámetros estadísticos	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificación de las diferentes posibilidades de muestreo</li> <li>Tabla de frecuencias</li> <li>Diagramas de barras y sectores</li> <li>Parámetros de centralización</li> <li>Parámetros de dispersión</li> <li>Parámetros de posición</li> </ul>	La incertidumbre y los datos: son un fenómeno central del análisis matemático presente en distintos momentos del proceso de resolución de problemas en el que resulta clave la presentación e interpretación de datos. Esta categoría incluye el reconocimiento del lugar de la variación en los procesos, la posesión de un sentido de cuantificación de esa variación, la admisión de incertidumbre y error en las mediciones y los conocimientos sobre el azar.
	1/2		Cuestionario de valoración tras las rúbricas de la última tarea	Valoración de la evaluación entre iguales tras la realización de la última rúbrica	<ul style="list-style-type: none"> <li>Valoración, en términos de aprendizaje, de la retroalimentación otorgada</li> <li>Valoración, en términos de aprendizaje, de la retroalimentación recibida</li> <li>Calificación de la estrategia didáctica</li> </ul>	
	1/2		Cuestionario posttest	Valoración del dominio afectivo del alumnado tras implementar la evaluación entre iguales	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dimensión confianza</li> <li>Dimensión motivación</li> </ul>	
Junio	1/2 + 1/2		Grupos focales finales	Determinación de las necesidades, intereses, opiniones y preocupaciones del alumnado a través de la consideración conjunta de las distintas perspectivas del grupo	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reflexión y discusión sobre la estrategia de enseñanza basada la evaluación entre iguales</li> <li>Identificación y análisis de los aspectos afectivos del alumnado</li> <li>Reflexión y propuesta de nuevos aspectos de orientación docente</li> </ul>	
	1/2+1/2+1/2		Entrevistas	Profundizar en aspectos que emergen de los grupos focales finales	<ul style="list-style-type: none"> <li>Contribución de la evaluación entre iguales a la mejora del proceso de aprendizaje</li> <li>Evolución del dominio afectivo del alumnado a través de la evaluación entre iguales</li> </ul>	

Tabla 18. Temporalización de las distintas tareas propuestas y de la implementación de las diferentes técnicas e instrumentos de investigación

<sup>17</sup> Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato (BOE-A-2015-738)

<sup>18</sup> La tarea 5, su rúbrica y contra-rúbrica se suprimieron en la tercera implementación



En el diseño de las tareas de aprendizaje propias de cada bloque de contenidos debemos recordar que el bloque denominado “*Procesos, métodos y actitudes en matemáticas*” se desarrolla transversalmente con los restantes bloques. Este bloque va a marcar ciertas pautas para la matematización y modelización del proceso de resolución de problemas adaptados a contextos reales y cotidianos en la vida del alumnado. A su vez, contribuye al desarrollo de actitudes que fomentan el trabajo científico y la utilización de los recursos tecnológicos que nos ofrecen las TIC.

Con la utilización de las TIC durante el proceso de aprendizaje, dicho bloque potencia la recogida ordenada de los datos; la elaboración de las representaciones gráficas correspondientes a datos numéricos, funcionales o estadísticos; la comprensión de las propiedades geométricas intrínsecas a determinados problemas no pertenecientes específicamente al bloque de geometría; la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico y el análisis de los resultados obtenidos comprobando la coherencia de las soluciones con el enunciado propuesto.

Las TIC que el alumnado utiliza principalmente durante el desarrollo de la experiencia son la plataforma Moodle; Geogebra<sup>19</sup>, programa de geometría dinámica con código abierto; y la calculadora de Wiris, denominada Calcme<sup>20</sup>, que se define como un sistema asistido por ordenador que se utiliza para la manipulación algebraica y la realización de cálculos matemáticos complejos.

Antes de pasar a la presentación de las tareas debemos citar el tema común que va a estar presente a modo de hilo conector: la bicicleta, el ciclismo y la práctica deportiva. Ello se debe a la participación del departamento de Tecnología del instituto en las jornadas Sustainable Urban Race, organizadas por la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de la Universidad de Huelva. Dicha participación había consistido en la construcción de una bicicleta impulsada por energía solar durante el curso escolar 2016/17 y un triciclo durante el curso 2017/18.

---

<sup>19</sup> Disponible en línea en <https://www.geogebra.org/classic>

<sup>20</sup> Disponible en línea en <https://www.calcme.com>

Teniendo presente las consideraciones realizadas, se procede a la presentación de las 5 tareas de aprendizaje<sup>21</sup> para la implementación de la evaluación entre iguales.

Se diseñan las tareas 1 y 2 pertenecientes al bloque de Álgebra, de modo que la primera de ellas aborda contenidos relacionados con los polinomios mediante la formulación de un problema vinculado a la economía empresarial. En dicha tarea 1 se contemplan conceptos como el beneficio y el coste de producción, se plantean las raíces del polinomio como puntos en los que se pasa de tener pérdidas a ganancias y se discrimina la parte de la representación gráfica que, siendo matemáticamente correcta, no corresponde a soluciones posibles en la vida real. El enunciado requiere la aplicación de Wiris y Geogebra para comprobar algunos de los resultados obtenidos en el cálculo manual con los polinomios. Este enfoque, caracterizado por la presentación de un problema contextualizado y el uso de herramientas tecnológicas que nos permiten comprobar las soluciones, va a ser el leitmotiv de las distintas tareas propuestas.

La tarea 2 supone la continuación secuencial de contenidos algebraicos iniciados en la tarea anterior. Plantea un problema cuya solución requiere el tratamiento conjunto de las Matemáticas financieras, con disminuciones porcentuales encadenadas, y la aplicación del método de Gauss, para discutir y resolver un sistema lineal heterogéneo de tres ecuaciones con tres incógnitas. El enunciado fomenta la realización de esquemas previos que ayudan al planteamiento posterior del sistema de ecuaciones y la comprobación de las soluciones obtenidas por medio de las herramientas tecnológicas anteriormente citadas.

Las tareas 3 y 4 pertenecen al bloque de Análisis. En ellas se abordan contenidos relacionados con el estudio y representación de funciones elementales, el cálculo de límites y la aplicación de las derivadas para la obtención de las rectas tangente y normal a una función en un punto. Tal y como se puede comprobar se va produciendo un aumento progresivo en la dificultad de las tareas a medida que avanza el curso.

La tarea 3 presenta un problema que describe el entrenamiento de un ciclista. En ella se establece como variable independiente el tiempo y como variable dependiente la sensación que provoca la necesidad de beber agua. Para ello suponemos que dicha

---

<sup>21</sup> Véase el Anexo 3, con los enunciados de las tareas de aprendizaje, y el Anexo 4, con la resolución de dichas tareas

sensación fuera susceptible de ser medida en una determinada escala por métodos objetivos. La tarea se plantea para determinar desde el dominio de la función hasta sus asíntotas, en un proceso razonado que comienza con el estudio de una función racional para complicarse posteriormente con una función definida a trozos. Se trata de un problema que contiene una amplia variedad de contenidos del bloque de Análisis: estudio y representación de funciones elementales, una hipérbola en nuestro caso; estudio y representación de funciones definidas a trozos; cálculo de asíntotas horizontal, vertical y oblicua; estudio y clasificación de discontinuidades; etc. El enunciado se completa con la comprobación de la representación de la función definida a trozos a través de los recursos tecnológicos anteriormente citados.

Con la tarea 4 finalizan las tareas destinadas a la enseñanza y aprendizaje del bloque de Análisis, abordando el estudio de las derivadas y su aplicación a situaciones reales basadas en conceptos relativos a rectas tangentes y perpendiculares a una curva. La riqueza de este problema radica en la combinación de conceptos propios del bloque de Análisis con conceptos del bloque de Geometría, aunque prioritariamente su clasificación corresponde al bloque de Análisis. Esta circunstancia posibilita su planteamiento y resolución a través de procedimientos propios de otras disciplinas como, por ejemplo, a través de conceptos relacionados con el arco capaz impartido en la asignatura de Dibujo Técnico. En de la disciplina matemática se puede resolver por medio de procedimientos geométricos y de procedimientos analíticos. Ello es debido a la gran versatilidad que muestra la tarea propuesta, la riqueza procedimental que alberga y la variedad de contenidos presentes en ella.

La tarea 5 se centra exclusivamente en el bloque de Estadística. Aunque el Real Decreto 1105, de 26 de diciembre, contempla la estadística bidimensional en 1º Bachillerato para ambas modalidades, concurren diversas circunstancias que nos obligan a comenzar con la estadística unidimensional. En primer lugar, la mayoría del alumnado participante en el curso 2018/19 no había aprendido dichos conceptos estadísticos durante el curso anterior cuando se hallaba matriculado en 4º de E.S.O. Esta situación no suele ser anómala, pues dicho bloque se suele impartir durante el tercer trimestre y, a veces, dichos contenidos se suelen sacrificar en pos de contenidos correspondientes a los bloques de Álgebra, Análisis y Geometría. En segundo lugar, no se puede comenzar directamente con la estadística bidimensional cuando el alumnado no domina conceptos relacionados con la construcción de tabla de frecuencias, diagramas de barras y sectores,

cálculo de parámetros estadísticos de centralización, dispersión y posición, etc. En tercer lugar, no se dispone de tiempo suficiente durante el curso 2018/19 para impartir la docencia tanto de la estadística unidimensional como bidimensional. Por estas razones, la tarea 5 aborda contenidos correspondientes a la estadística unidimensional, planteando en su enunciado la práctica deportiva de un grupo de alumnos. Con ello se da continuidad al tema que hemos trabajado transversalmente durante las cuatro tareas anteriores.

### 3.4. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

---

Esta sección presenta las distintas técnicas e instrumentos utilizados para el diseño, implementación y evaluación de la estrategia didáctica basada en la evaluación entre iguales a través de la plataforma Moodle<sup>22</sup>.

A continuación se relacionan las distintas técnicas e instrumentos utilizados para llevar a cabo la investigación, describiendo con qué propósito se implementan y a qué preguntas y objetivos de investigación se refieren los datos recogidos con ellos.

---

<sup>22</sup> Véase el Anexo 5

TÉCNICA	INSTRUMENTO	PROPÓSITO	PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	OBJETIVO DE INVESTIGACIÓN
Análisis documental	EndNote / Base de datos	Comprender el estado actual de nuestro problema de investigación	1	1.1
			2	1.2
	Rúbrica	Proporcionar y recibir la evaluación de la tarea y su retroalimentación	1	1.1
			2	1.2
	Contra-rúbrica	Indicar el grado de la conformidad con la evaluación y la retroalimentación recibidas	1	1.1
			2	1.2
Encuestas	Cuestionarios pretest y postest sobre el dominio afectivo	Evaluar el dominio afectivo del alumnado	2	2.1
	Cuestionarios de valoración de la experiencia tras las rúbricas de la primera y última tarea	Valorar tanto la experiencia como la evaluación y retroalimentación recibidas	1	1.1
Grupos focales	Guión para el grupo focal inicial y final	Reflexionar grupalmente y discutir sobre la evaluación entre iguales	1	1.1
			2	1.2
Entrevistas	Guión para la entrevista	Reflexionar individualmente sobre la evaluación entre iguales	1	1.1
			2	1.2
Observación	Diario de clase	Comprender los fenómenos desde nuestra perspectiva	1	1.1
			2	1.2

Tabla 19. Técnicas e instrumentos utilizados en la investigación

La descripción pormenorizada de cada una de las técnicas e instrumentos utilizados en la investigación se realiza de manera sistemática en los siguientes apartados.

### 3.4.1. ANÁLISIS DOCUMENTAL

El análisis documental es la técnica con la que arranca la investigación, pues lo primero que debe plantearse cualquier investigador es conocer cuáles han sido los antecedentes que se encuentran en la literatura sobre el problema de investigación al que pretende dar respuesta.

Tal y como describen Gómez-Luna et al. (2014) “*el trabajo de revisión bibliográfica constituye una etapa fundamental de todo proyecto de investigación y debe garantizar la obtención de la información más relevante en el campo de estudio, de un universo de documentos que puede ser muy extenso*” (p. 158).

**A. Objetivos que se pretenden conseguir con esta técnica**

Los principales objetivos que se pretenden conseguir con la utilización de esta técnica son la ubicación y análisis de las investigaciones previas que abordan nuestro problema de investigación, o problemas similares, y el conocimiento de su estado actual en el panorama científico internacional.

El objetivo secundario, que emana del anterior, es mantener actualizada la investigación para que no pierda su carácter de novedosa y vigente.

**B. Relación con el resto de técnicas e instrumentos**

El análisis documental mantiene una relación de complementariedad con el resto de técnicas e instrumentos por las dos razones que se exponen a continuación.

La primera razón reside en la finalidad con la que se implementan las distintas técnicas e instrumentos. El objetivo del análisis documental es la construcción del marco teórico a partir del cual se justifica la investigación, mientras que los datos obtenidos con las restantes técnicas e instrumentos permiten establecer relaciones con las investigaciones previas recogidas en dicho marco teórico.

La segunda razón radica en el origen de dichos datos. Los datos obtenidos con el análisis documental proceden de otras investigaciones (fuentes secundarias), mientras que los datos recogidos con el resto de técnicas e instrumentos proceden del contexto en el que implementamos la evaluación entre iguales (fuente primaria).

**C. Limitaciones y dificultades que presenta**

La principal limitación que caracteriza esta técnica es el alcance con el que se realiza la revisión bibliográfica. El volumen de documentos publicados sobre la evaluación entre iguales es elevado y, cuando hemos particularizado en determinados ámbitos, hemos observado un crecimiento casi exponencial. Un ejemplo se halla en el número de investigaciones que han estudiado los procesos de evaluación de los MOOC.

Con respecto a las dificultades detectadas, comenzamos señalando la necesidad de operar eficientemente con todo ese volumen de información. Para ello se han utilizado

dos instrumentos: el gestor bibliográfico EndNote<sup>23</sup> y una base de datos creada ad hoc con la aplicación informática Microsoft Access.

La determinación de la relevancia y originalidad de una referencia es otra dificultad que emerge con esta técnica. Para su valoración nos hemos auxiliado del número de veces que la referencia ha sido citada en la Colección principal de Web of Science, aunque dicho número no ha sido vinculante a la hora de incluir o descartar una referencia en nuestra investigación.

Una última dificultad está relacionada con el mantenimiento actualizado de la revisión bibliográfica, circunstancia que obliga a realizar de manera reiterada dicho proceso de revisión mientras la investigación se encuentre en curso.

#### **D. Clasificación y contenido del análisis documental**

La búsqueda de referencias que estudian la evaluación entre iguales se ha centrado en la colección de bases de datos sobre referencias bibliográficas y publicaciones periódicas Web of Science. El intervalo de tiempo fijado ha contemplado los últimos veinte años desde que realizamos la primera revisión de la literatura, es decir, se han considerado las publicaciones indexadas relacionadas con la evaluación entre iguales desde 1998.

La búsqueda de referencias sobre las actitudes hacia las Matemáticas ha requerido un intervalo de tiempo mayor. Ello nos ha permitido considerar las investigaciones sobre el dominio afectivo que realiza McLeod a finales del siglo XX y las escalas de medición de actitudes hacia las Matemáticas desarrolladas por diferentes autores durante la segunda mitad del siglo XX.

Se comienza la revisión de la literatura con la introducción de términos de búsqueda como “*peer assessment*”, “*peer review*”, “*rubric*”, “*feedback*” y “*mathematical attitude*”. Dado que el volumen de referencias halladas es ingente, se ha continuado con una segunda fase para organizar la documentación encontrada.

Para la determinación de las referencias que se encuentran vinculadas a nuestro problema de investigación, iniciamos un cribado automático centrándonos en “*nivel secundaria*”, “*disciplina matemática*” y “*estudios empíricos y aplicados*”. Tras este

---

<sup>23</sup> Véase el Anexo 6

primer cribado automático, utilizamos el gestor bibliográfico EndNote para recopilar y organizar temáticamente dichas referencias.

Una vez realizado este cribado automático, se recurre a un segundo cribado manual donde se examinan exhaustivamente cada una de las referencias. Las referencias que pasan este segundo cribado se registran en una base de datos de Microsoft Access creada con los siguientes metadatos: autor, fecha, título, publicación, disciplina, problema de investigación, paradigma metodológico, método de investigación, experiencia teórica/práctica, sistema de implementación, instrumentos de investigación, tamaño de la muestra y formación de los grupos.

El número de referencias consideradas tras este segundo cribado manual en cada una de las tres revisiones bibliográficas está recogido en la siguiente tabla:

	1ª REVISIÓN Enero 2018	2ª REVISIÓN Octubre 2018	3ª REVISIÓN Marzo 2021
Peer assessment	23	10	14
Peer review	7	5	9
Rubric	12	12	6
Feedback_high school	6	-	-
Mathematical attitude	15	-	-

Tabla 20. Registro de referencias en las tres revisiones bibliográficas

### 3.4.2. RÚBRICA Y CONTRA-RÚBRICA

La rúbrica constituye uno de los principales instrumentos con los que cuenta la evaluación entre iguales. En nuestra investigación es el instrumento más importante que implementamos, pues orienta al alumnado durante el proceso de enseñanza y aprendizaje y evalúa las competencias adquiridas durante dicho proceso. Esta evaluación de competencias supone tanto la asignación de una calificación del trabajo realizado en base a unos criterios previamente establecidos como el suministro de la correspondiente retroalimentación. Tal y como se ha indicado en el capítulo anterior, las rúbricas son definidas como *“herramientas de evaluación basadas en una escala cuantitativa y/o cualitativa asociada a unos criterios preestablecidos que miden las acciones del alumnado sobre los aspectos de la tarea o actividad que serán evaluados”* (Torres & Perera, 2010, citado en Calvo & Calvo, 2017, p. 92).

La contra-rúbrica, instrumento cuya estructura y cometido emana del anterior, se utiliza para que el alumnado muestre su grado de conformidad con la evaluación y



retroalimentación recibidas. Ketonen et al. (2020) manifiestan la necesidad de que el alumnado de Educación Secundaria reflexione de manera crítica sobre la retroalimentación que recibe de sus compañeros. Esta reflexión se materializa en una tabla similar a la rúbrica, donde evalúa los comentarios recibidos, decide si los acepta y determina cómo afectan a su evaluación (Wichmann et al., 2018).

#### **A. Objetivos que se pretenden conseguir con estos instrumentos**

Los principales objetivos que se persiguen con el uso de la rúbrica son la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje, el desarrollo de la competencia matemática y el progreso del dominio afectivo del alumnado hacia la disciplina matemática. De manera complementaria, la rúbrica fija diversos objetivos secundarios: por un lado, guía al alumnado durante el proceso de aprendizaje con el enunciado de los criterios y la descripción de sus niveles de logro y, por otro lado, permite el desarrollo de las capacidades para evaluar el trabajo de sus compañeros, proporcionar retroalimentación, ser críticos con la retroalimentación recibida y autoevaluar su trabajo.

El objetivo que se pretende con la utilización de la contra-rúbrica es la reflexión del alumnado sobre la evaluación y la retroalimentación recibidas, indicando su grado de conformidad. De este modo se completa el proceso de aprendizaje y se evita una finalización prematura e incompleta de la evaluación entre iguales.

#### **B. Relación con el resto de técnicas e instrumentos**

La investigación se desarrolla a través de dos tipos de instrumentos: un primer grupo estaría formado por la rúbrica y su contra-rúbrica, que constituyen los instrumentos centrales en torno a los cuales se desarrolla la evaluación entre iguales; y un segundo grupo destinado a determinar cómo se percibe la experiencia tanto desde la perspectiva del alumnado como desde la perspectiva del docente-investigador.

Los instrumentos que pertenecen a cada uno de los grupos anteriores se encuentran estrechamente vinculados con el resto de instrumentos con los que comparte grupo, pues persiguen objetivos comunes. De este modo, la relación de la rúbrica con la contra-rúbrica es íntima, hasta el punto que comparten la misma estructura y criterios para cada una de las tareas implementadas.

Su relación con los instrumentos que pertenecen al segundo grupo no resulta tan estrecha. La rúbrica y contra-rúbrica están destinadas a la implementación de la evaluación entre iguales mientras que las encuestas, grupos focales, entrevistas y la observación aportan información sobre la percepción de la evaluación entre iguales por parte del alumnado y del docente-investigador.

### **C. Limitaciones y dificultades que presentan**

Las limitaciones y dificultades que caracterizan a la rúbrica ya se han puesto de manifiesto en la tabla 7 del Capítulo 2, cuando se enumeraron las dificultades para implementar la evaluación entre iguales.

La principal limitación que presenta la rúbrica es que se trata de un instrumento que por sí mismo no puede resolver todos los problemas asociados al proceso de evaluación (Cano, 2015). Una vez que la rúbrica ha sido cumplimentada, las limitaciones y dificultades del instrumento se hallan dirigidas hacia la validez y fiabilidad de las calificaciones otorgadas (Bretones, 2008; Marín, 2009; McDonald, 2016) o hacia las emociones negativas que puede generar la retroalimentación recibida (Cartney, 2010; Panadero, 2016). Las limitaciones vinculadas a la retroalimentación recibida alcanzan su máximo cuando el alumnado evaluado la subestima sin llegar a completar su proceso de aprendizaje (Yakar, 2019). Precisamente para superar esa limitación surge la contra-rúbrica, instrumento con limitaciones y dificultades similares a las que presenta la rúbrica. A estas limitaciones hay que añadir en el caso de la contra-rúbrica aquellas que se derivan de que el sujeto de la evaluación es el propio alumno.

### **D. Clasificación y contenido de la rúbrica y la contra-rúbrica**

La clasificación y el contenido del modelo de rúbrica la hemos descrito previamente en Jiménez et al. (2018, 2020a, 2020b), clasificándola como de tipo específico, atendiendo a su grado de contextualización, y de tipo analítico, según su grado de análisis<sup>24</sup>.

La estructura de la rúbrica se compone de un encabezamiento, donde se ofrece la información necesaria para identificar tanto la rúbrica como la tarea sobre la que se aplica; un cuerpo principal que combina un área de niveles de logro, donde el alumnado evalúa cinco criterios en cada tarea, y un área de comentarios, donde se ofrece

---

<sup>24</sup> Véase el Anexo 7 con las distintas rúbricas implementadas

retroalimentación de distinta naturaleza; y, por último, una conclusión que asigna una calificación final a la tarea revisada.

El cuerpo principal concentra la información relativa a la retroalimentación que suministra el alumnado evaluador a través de sus cinco apartados:

1. Grado de desarrollo de los criterios. Cada rúbrica consta de cinco criterios con cuatro niveles de logro para cada uno de ellos.
2. Orientación. Retroalimentación que proporciona el alumnado en su papel como evaluador para guiar al compañero en la realización de la tarea.
3. Relación con contenidos matemáticos previos. Comentario que relaciona contenidos matemáticos de cursos anteriores con el contenido de la tarea.
4. Relación con contenidos de otras asignaturas. Razonamiento que vincula los contenidos de la tarea con contenidos de otras disciplinas o aspectos de la vida cotidiana.
5. Respuesta emocional al trabajo realizado por el compañero. Comentario que persigue fomentar la confianza y la motivación del alumnado evaluado.

El compromiso del alumnado evaluador con el aprendizaje de sus compañeros queda evidenciado en los cinco apartados anteriores, proporcionando tanto retroalimentación de distinta naturaleza (Chen & Tsai, 2009), cognitiva, metacognitiva y afectiva, como diferentes niveles de retroalimentación (Hattie & Timperley, 2007):

- El primer nivel, nivel de tarea, se refiere a si la solución dada es correcta y si se han utilizado apropiadamente los contenidos matemáticos para resolver la tarea. Se evidencia con el código de colores (verde, amarillo y rojo) y letras (A, B, C, D) que se utiliza para calificar los criterios del apartado 1.
- El segundo nivel, nivel de proceso, alude a si la retroalimentación contempla estrategias que resultan útiles para resolver tanto la tarea sobre la que se aplica la rúbrica como otras tareas similares.
- El tercer nivel, nivel de autorregulación, estimula a los estudiantes a reflexionar sobre su aprendizaje.
- El cuarto nivel, nivel propio, se utiliza con fines motivacionales.

Encabezado	TAREA			
	Nº	1	DEFINICIÓN	Resolución de probl
Cuerpo principal	UNIDAD DII			
	Nº	3	TÍTULO	Polinomios
	CATEGORIA			NIV
	1. GRADO DE DESARROLLO DE LOS CRITERIOS			A
	a) Planteamiento de la tarea	1.	Leer, escribir y comunicar por medio de lenguaje algebraico situaciones que corresponden a contextos reales	Indica correctamente la el coste de producción expresión
		2.	Operar con expresiones algebraicas	Reconoce la operación beneficio de la fábrica correctamente
	b) Desarrollo de la tarea	3.	Factorizar polinomios	Factoriza correctamente B(x) utilizando el método apropiado
		4.	Obtener el valor numérico de un polinomio	Obtiene correctamente numérico del polinomio x=100
	c) Revisión de la tarea	5.	Interpretar gráficamente las soluciones obtenidas	Interpreta correctamente dominio la función pol grado asociada al polin representa gráficamente punto de corte con el eje pertenece al dominio
	2. ORIENTACIÓN			COM
3. RELACION CON CONTENIDOS MATEMATICOS PREVIOS				
4. RELACION CON CONTENIDOS DE OTRAS ASIGNATURAS				
5. RESPUESTA EMOCIONAL AL TRABAJO REALIZADO POR EL COMPAÑERO				
Concl	EVALUACIÓN GLOBAL/PUNTUACIÓN FINAL			

Lu y Law (2012)	Chen y Tsai (2009)	Hattie y Timperley (2007)
--------------------	-----------------------	------------------------------

Figura 6. Modelo de rúbrica para la Tarea 1 del bloque de Álgebra (Jiménez et al., 2020a, 2020b)

La estructura de la contra-rúbrica es similar a la estructura de la rúbrica, con la excepción de que el alumnado evaluado solamente tiene que mostrar su conformidad con la calificación y retroalimentación recibidas y, en caso de que sea contraria, indicar el motivo que justifica dicha disconformidad<sup>25</sup>.

<sup>25</sup> Véase el Anexo 8 con las distintas contra-rúbricas implementadas

			<b>TAREA</b>	
Nº	1	TÍTULO	Resolución de problemas a través de operaciones algebraicas co	
			<b>UNIDAD DIDÁCTICA</b>	
Nº	3	DEFINICIÓN	Polinomios	
<b>CATEGORÍA</b>				
<b>1. GRADO DE DESARROLLO DE LOS CRITERIOS</b>			CONFORMIDAD	OBSERVACIONES
a)	Planteamiento de la tarea	1. Leer, escribir y comunicar por medio de lenguaje algebraico situaciones que corresponden a contextos reales		
		2. Operar con expresiones algebraicas		
b)	Desarrollo de la tarea	3. Factorizar polinomios utilizando el método más apropiado		
		4. Obtener el valor numérico de un polinomio		
c)	Revisión de la tarea	5. Interpretación gráfica de las soluciones obtenidas		
<b>2. ORIENTACIÓN</b>				
<b>3. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS PREVIOS</b>				
<b>4. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS DE OTRAS ASIGNATURAS</b>				
<b>5. RESPUESTA EMOCIONAL AL TRABAJO REALIZADO POR EL COMPAÑERO</b>				
<b>EVALUACIÓN GLOBAL / PUNTUACIÓN FINAL</b>				

Figura 7. Modelo de contra-rúbrica para las rúbricas de la Tarea 1 del bloque de Álgebra

### E. Perfil de los participantes

El alumnado bajo estudio pertenece a 1º Bachillerato y se caracteriza por presentar los diferentes niveles de competencia curricular agrupados en los siguientes intervalos:

- Nivel competencial alto: [B+, A]
- Nivel competencial medio: [C, B+]
- Nivel competencial bajo: [D, C]

El grado de participación ha sido elevado durante los siguientes cursos escolares:

CURSO ESCOLAR	TAREA	ALUMNADO	
		Nº PARTICIPANTES	AUSENCIAS
2018/19	1	16	
	2	16	
	3	15	BDO
	4	15	BDO
	5	15	BDO
2019/20	1	25	
	2	25	
	3	22	AMP, KM, MSM
	4	22	AJM, AMP, LRM

Tabla 21. Nº de participantes y alumnado ausente por tarea y curso escolar

## F. Duración

Se determina una dedicación comprendida entre 7 y 9 sesiones de 1 hora para la realización de las rúbricas y contra-rúbricas de cada una de las tareas implementadas en cada curso escolar.

### 3.4.3. ENCUESTAS

Esta técnica está destinada a la recogida de información a través de las respuestas que los individuos de una muestra o población deciden facilitarnos libremente para que, partiendo de respuestas que presuponen su reflexión y veracidad, podamos analizar posteriormente dichos datos y extraer conclusiones. Su instrumento, el cuestionario, *“está basado en el supuesto del interés por la respuesta -y la reflexión- individual, donde es la agregación de respuestas discretas e individuales las que caracterizan el conocimiento del objeto de estudio”* (Meneses & Rodríguez, 2011, p.8).

El cuestionario se presenta como un instrumento necesario para obtener información con preguntas tanto factuales (el alumnado nos informa sobre hechos y comportamientos concretos) como subjetivas (aquellas en las que la reflexión del alumnado nos proporciona una información que no puede ser contrastada de ninguna otra manera). La información obtenida con las preguntas factuales podía haberse conseguido a través de otros métodos, por ejemplo a través de la observación, mientras que este instrumento resulta imprescindible para extraer información correspondiente a las preguntas subjetivas.

### **A. Objetivos que se pretenden conseguir con esta técnica**

La evaluación entre iguales cuenta con dos tipos de cuestionarios diseñados cada uno para una finalidad concreta, tal y como se indica en las tablas 18 y 19.

Los cuestionarios pretest y posttest recogen información relativa al afecto del alumnado por las Matemáticas en dos momentos del proceso educativo, al inicio y al final de curso. Con ello se pretende determinar si la evaluación entre iguales ha mejorado el dominio afectivo del alumnado por la asignatura a través del análisis y estudio de dos dimensiones, la confianza en sí mismos y su grado de motivación.

Los cuestionarios de valoración de la experiencia contienen información relativa a cómo el alumnado percibe que la retroalimentación otorgada y recibida contribuye a su aprendizaje, así como su valoración general de la experiencia. Dichos cuestionarios se administran tras la realización de las rúbricas correspondientes a la primera y última tarea.

### **B. Limitaciones y dificultades que presentan**

La utilización de los cuestionarios responde a la necesidad de obtener medidas fiables y válidas que garanticen que estamos midiendo aquello que realmente queremos medir: el afecto del alumnado de 1º Bachillerato por las Matemáticas y su experiencia con la evaluación entre iguales.

Las principales limitaciones y dificultades encontradas derivan de la naturaleza del instrumento. En primer lugar, la limitación que supone su aplicación con los mismos ítems a todo el alumnado encuestado sin contemplar ni particularizar en las diferencias que presenta cada uno de ellos. En segundo lugar, la presunción de veracidad que se otorga a las respuestas del alumnado en aquellas preguntas de naturaleza subjetiva. En tercer lugar, una vez que el cuestionario está cumplimentado ya no hay vuelta atrás, solamente con el estudio de su fiabilidad determinaremos si su aplicación ha sido válida o tenemos que repetirlo.

### C. Clasificación y contenido de los cuestionarios

Los cuestionarios pretest y posttest<sup>26</sup> sobre el dominio afectivo constituyen el principal instrumento que hemos diseñado para la medición del dominio afectivo del alumnado participante en la investigación. Están formados por 30 preguntas organizadas en dos secciones correspondientes a las dimensiones *Confianza* y *Motivación*, presentando 15 preguntas cada sección. Se pretende trabajar equitativamente ambas secciones y establecer un número de preguntas adecuado para no cansar al alumnado entrevistado<sup>27</sup>.

Estos cuestionarios están basados en una escala cualitativa o no métrica de tipo ordinal, que permite diferenciar una respuesta de otra a través tanto de los principios de exhaustividad y exclusividad mutua como de su ordenación jerárquica en diferentes niveles. Por tanto, la totalidad de las preguntas son cerradas con alternativas de respuesta ordenada basada en una escala Likert de cinco niveles.

Exponemos dichos cuestionarios en el Anexo 9, indicando tanto los autores de referencia que originalmente redactaron dichos ítems en sus escalas de medición de actitudes hacia las Matemáticas como los autores que posteriormente las han reutilizado.

La otra tipología de cuestionarios considerados en nuestra investigación está destinada a valorar la experiencia tras realizar las rúbricas de la primera y última tarea<sup>28</sup>. Estos cuestionarios están formados por dos preguntas.

La primera de ellas aborda la medida en la que el alumnado valora la retroalimentación a través de dos ítems. Sus respuestas son cerradas con alternativas ordenadas basadas en una escala Likert de cinco niveles.

La segunda pregunta, formulada para presentar una respuesta abierta, aborda la percepción que tiene el alumnado sobre su experiencia basada en la evaluación entre iguales a través de la elección de tres adjetivos.

---

<sup>26</sup> Véase el Anexo 9

<sup>27</sup> El Centro de Investigaciones Sociológicas realizó una consulta entre sus encuestadores a finales de la década de 1980, donde concluyó que la media de preguntas que debía tener un cuestionario para no cansar al entrevistado y mantener su atención se establecía en 27 preguntas con una desviación típica de 10 (Díaz de Rada, 2005).

<sup>28</sup> Véase el Anexo 10



**D. Perfil de los participantes**

El alumnado encuestado de 1º Bachillerato se caracteriza por presentar cierta homogeneidad en determinados aspectos (barrio donde residen, centro educativo donde estudian, nivel educativo que cursan, etc) y cierta heterogeneidad en otros (nivel de competencia matemática que presentan, afición por la asignatura, perspectivas de futuro, etc). En la siguiente tabla se recoge el número de participantes y alumnado ausente por curso escolar:

CURSO ESCOLAR	CUESTIONARIO	ALUMNADO	
		Nº PARTICIPANTES	AUSENCIAS
2018/19	Pretest sobre el dominio afectivo	16	
	Valoración de la experiencia tras las rúbricas de 1ª tarea	16	
	Valoración de la experiencia tras las rúbricas de 5ª tarea	15	BDO
	Postest sobre el dominio afectivo	15	BDO
2019/20	Pretest sobre el dominio afectivo	25	
	Valoración de la experiencia tras las rúbricas de 1ª tarea	25	
	Valoración de la experiencia tras las rúbricas de 4ª tarea	22	AJM, AMP, LRM
	Postest sobre el dominio afectivo	20	AGB, AJM, AMP, LRM, MEB

Tabla 22. Nº de participantes y alumnado ausente por cuestionario y curso escolar

**F. Duración**

Se requiere una dedicación entre 10 y 15 minutos para la cumplimentación de los cuestionarios pretest y postest<sup>29</sup> sobre el dominio afectivo, mientras que para la realización de los cuestionarios de valoración de la experiencia tras las rúbricas de la primera y última tarea se prevé 5 minutos aproximadamente.

<sup>29</sup> La persona encuestada no suele responder con precisión a las preguntas debido al cansancio a partir de los 15 o 20 minutos (Díaz de Rada, 2005).

#### 3.4.4. GRUPOS FOCALES

---

Esta técnica se destina a la recogida de información a través de la discusión generada en el grupo, ofreciendo la oportunidad de comentar, explicar y comparar experiencias desde las diferentes perspectivas del alumnado participante. Interesa sobre todo conocer sus necesidades, percepciones, opiniones, actitudes, sentimientos o conductas en relación a su experiencia basada en la evaluación entre iguales.

Además pretendemos que no se quede solamente en la recogida de información como ocurre con las anteriores técnicas e instrumentos de investigación, sino que sea el propio alumnado quien le otorgue significado a los hechos (Riba, 2009). La interacción entre los miembros que constituyen el grupo resulta de suma importancia, pues el rasgo principal de esta técnica cualitativa es ser *“interactiva, en cuanto que la información generada surge de las dinámicas de grupo entre los participantes. Aquí es precisamente donde reside el mayor potencial de los grupos de discusión como instrumento de investigación.”* (Fàbregues et al., 2016, p. 162).

##### **A. Objetivo que se pretende conseguir con esta técnica**

El objetivo principal que se pretende conseguir es que el alumnado reflexione y discuta sobre la evaluación entre iguales, su implementación a través de la plataforma Moodle, el proceso de enseñanza-aprendizaje y evaluación centrado en la rúbrica, las ventajas y desventajas que ellos han detectado, los aspectos que sería conveniente cambiar... porque, como hemos citado anteriormente, es importante conocer las necesidades, percepciones, opiniones, actitudes, sentimientos o conductas del alumnado que participa en la investigación.

Un objetivo secundario que emana de este objetivo principal es complementar y/o modificar al resto de técnicas e instrumentos de investigación a la luz de los juicios y opiniones que emita el alumnado de manera grupal.

##### **B. Limitaciones y dificultades que presenta**

Las limitaciones y dificultades se pueden agrupar en torno a la labor del moderador y a las actuaciones e influencias ejercidas entre el alumnado.

La primera limitación se encuentra en el rol del moderador pues con su labor debe evitar desviaciones del tema central hacia temas irrelevantes, aunque su presencia en el grupo pueda parecer testimonial en un principio. El moderador posee un menor grado de control respecto al resto de instrumentos, no sólo en dirección del grupo sino en el análisis que hace de los resultados. Resultados que dependen en gran medida de los estilos de comunicación y del lenguaje no verbal del alumnado participante.

La segunda limitación que citamos es la influencia que el alumnado puede ejercerse mutuamente y le lleve a modificar o invertir sus posiciones tras el intercambio de opiniones.

### **C. Clasificación y contenido de los grupos focales**

Proponemos la constitución de grupos focales reales, presenciales y síncronos. El reparto de alumnos por grupo responde al orden alfabético en el que aparecen en lista.

Nos encontramos ante grupos reales de alumnos que se conocían previamente, viven en el mismo barrio, han estudiado en los mismos centros educativos desde el inicio de su escolarización y tienen un interés común en el tema que se va a tratar (Flick, 2004).

La presencialidad y la sincronía otorgan mayores oportunidades de interacción entre el alumnado, a la vez que facilitan la observación y la recogida de datos.

El protocolo seguido en los grupos focales<sup>30</sup> se inicia con un mensaje de presentación, continúa con la discusión de ocho ítems agrupados en torno a tres objetivos y termina con un mensaje de cierre.

### **D. Perfil de los participantes**

El perfil del alumnado se caracteriza por combinar cierta homogeneidad con cierta heterogeneidad, tal y como se indicó cuando describimos los cuestionarios. Aunque, en el caso concreto de los grupos focales, la heterogeneidad va a favorecer el proceso de comunicación, *“pues, el intercambio lingüístico sólo es posible desde la percepción de ciertas diferencias, que hacen tomarse el esfuerzo de presentarse al otro y de intentar persuadirlo”* (Callejo, 2001, p. 80).

---

<sup>30</sup> Véase el Anexo 11

El número medio de participantes por grupo debe hallarse entre 6 y 10 participantes, aunque también es posible disminuir esa cifra a 4 o incrementarla a 12 cuando la pregunta de investigación lo requiera (Litosseliti, 2003). En nuestro caso, el número de participantes por grupo se suele encontrar en la mitad de la horquilla que recomienda dicho autor y el hecho de conocerse previamente facilita la dinámica de la técnica.

Por otra parte, aunque un cierto número de autores consideran que el número ideal de grupos por estudio debe situarse entre 4 y 6 (Litosseliti, 2003; Stewart & Shamdasani, 2007), Hughes y DuMont (1993) establecen que, como mínimo, es necesario hacer 2 grupos por cada subsector de población estudiada para poder asegurar que los datos obtenidos no reflejan la idiosincrasia de un determinado grupo. Siempre que las circunstancias nos lo han permitido se ha dispuesto de un mínimo de 2 grupos de discusión, dejándonos en la mayoría de los casos dentro del límite establecido por estos últimos autores.

CURSO ESCOLAR	GRUPO FOCAL	ALUMNADO PARTICIPANTE		
		Nº	IDENTIDAD	
2018/19	Inicial	A	6	AGL, MMF, NDO, PDM, SGC, VCG
		B	8	BON, CPG, JSC, JTS, MME, MSC, MSM, PNV
	Final	8	BON, JLG, JSC, JTS, MME, MMF, NDO, PDM	
2019/20	Inicial	A	7	ADG, AGB, AJM, CNC, MAS, MEB, NGG
		B	7	CRA, DBP, JER, JGR, JSC, LSG, RGB
		C	7	ASG, FPG, GOB, JRM, KM, LRM, SMP
	Final	A	10	ASG, DBP, FPG, GOB, JER, JGR, JRM, KM, RGB, SMP
		B	10	ADG, CNC, CRA, DGA, MAS, MEB, MPR, NGG, JSC, LSG

Tabla 23. Alumnado participante en cada grupo focal y curso escolar

## E. Duración

Los grupos focales se realizan durante el tiempo destinado a recreo, de modo que no se exceden los 30 minutos que dura esta franja horaria para evitar el cansancio o fatiga de los participantes. Con ello se persigue que la asistencia al grupo focal no implique desplazamientos no habituales ni la alteración significativa del horario lectivo del alumnado.

### 3.4.5. ENTREVISTA

La entrevista se presenta como una de las principales técnicas de investigación cualitativa en el campo de investigación de las Ciencias Sociales. Según Corbeta (2003) se trata de una conversación que, basada en un esquema flexible y no estandarizado, se

halla guiada por el entrevistador y dirigida a un número de sujetos para conocer una realidad. Aunque esta definición no contempla la comprensión de la realidad desde la perspectiva del entrevistado, aspecto que debe estar presente en dicha técnica. En ese sentido, Brenner (2006) incorpora a la definición de la técnica su carácter comprensivo de la realidad.

En base a las distintas consideraciones expuestas en el párrafo anterior, hallamos la definición más completa y rigurosa en Fàbregues et al. (2016): *“la entrevista, en el marco de la investigación social, consiste en un intercambio oral entre dos o más personas con el propósito de alcanzar una mayor comprensión del objeto de estudio, desde la perspectiva de la/s persona/s entrevistada/s”* (p. 101). Consideramos que el propósito de la entrevista es la recogida de información a través de una conversación guiada y planificada sobre un determinado objeto de estudio, para conocer la interpretación de la realidad desde la perspectiva del entrevistado. La información obtenida por el entrevistador es contextual, situacional e interactiva, de modo que las explicaciones y argumentaciones dependen de la profundidad con la que se realice y de la complejidad de los datos (Meneses & Rodríguez, 2011).

#### **A. Objetivo que se pretende conseguir con esta técnica**

El objetivo principal que se persigue con la utilización de esta técnica es que el alumnado reflexione individualmente para transmitir de manera verbal su experiencia personal sobre la evaluación entre iguales y la evolución de su dominio afectivo hacia las Matemáticas.

Un objetivo secundario, que emana de este objetivo principal, es la obtención de información contextualizada para evaluar y profundizar en ciertos aspectos de alumnos concretos, destacando sus individualidades por los perfiles que han desarrollado dentro del grupo de alumnos.

#### **B. Limitaciones y dificultades que presenta**

La mayoría de las limitaciones y dificultades que Meneses y Rodríguez (2011) atribuyen a esta técnica han resultado irrelevantes en el transcurso de nuestra investigación. Las razones se hallan en que la información filtrada desde la perspectiva del alumnado complementa al resto de técnicas e instrumentos y el contexto no

condiciona sus respuestas, pues se desarrolla en su aula habitual y se conjugan en la misma persona los roles de entrevistador y docente.

La única dificultad destacable en el transcurso de la investigación es el consumo de tiempo que exige frente a otras técnicas e instrumentos, tanto en su desarrollo como en el posterior tratamiento de los datos.

### **C. Clasificación y contenido de la entrevista**

Entre las distintas posibilidades contempladas, hemos optado por la entrevista presencial, estructurada, de desarrollo, individual, focalizada, en profundidad y directiva.

De modo análogo a como sucede con los grupos focales, el protocolo seguido con la entrevista<sup>31</sup> se inicia con un mensaje de presentación, para pasar a la reflexión de los doce ítems estructurados en torno a dos objetivos y terminar con un mensaje de cierre.

### **D. Perfil de los participantes**

La selección de los entrevistados debe centrarse más en las diferentes posiciones que ocupan respecto al fenómeno observado que en el número de entrevistados (Callejo, 2002). Por esta razón, planteamos dos variables que resultan significativas para la selección del alumnado entrevistado: heterogeneidad y representatividad. A través de estas dos variables elegimos tres o cuatro alumnos que responden a tres realidades o situaciones distintas dentro del grupo:

- Alumno tipo 1, obtiene reiteradamente buenos resultados a lo largo del curso.
- Alumno tipo 2, combina buenos y malos resultados académicos aunque al final del curso alcanza los objetivos propuestos.
- Alumno tipo 3, presenta malos resultados de manera reiterada durante el curso.

---

<sup>31</sup> Véase el Anexo 12

CURSO ESCOLAR	ALUMNO		TRAYECTORIA DURANTE EL CURSO				
	Tipo	Identidad	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4	Tarea 5
2018/19	1	VCG	+	+	+	+	+
	2	JLG	-	+	+	-	+
	3	MSM	-	-	-	-	-
2019/20	1	JRM	+	+	+	+	
	2	JGR	-	+	-	-	
		MPR	-	+	+	+	
	3	LSG	-	-	-	-	

Tabla 24. Elección del alumnado para la realización de las entrevistas

### E. Duración

Las entrevistas requieren entre 20 y 30 minutos, llevándose a cabo en el mismo centro educativo durante las horas lectivas de clase. Con ello se minimiza el cansancio adicional o la fatiga de los entrevistados con respecto a otras condiciones que pudieran suponer una carga adicional de trabajo o tiempo.

### 3.4.6. OBSERVACIÓN

Esta técnica permite recoger información para la comprensión de los fenómenos, dando acceso directo al investigador a la experiencia vivida por el alumnado en el contexto real en el que se desarrolla la evaluación entre iguales.

Se caracteriza por un enfoque descriptivo que, en el seno de la investigación cualitativa, expone detalladamente todo lo que es percibido por el investigador en el aula durante el desarrollo habitual de las clases y las sesiones destinadas a la evaluación entre iguales. Ruiz (2007) define la observación como *“el proceso de contemplar sistemática y detenidamente cómo se desarrolla la vida social, sin manipularla ni modificarla, tal cual ella discurre por sí misma”* (p. 125).

La recogida de la información se realiza en el diario de clase por medio de notas sustantivas, redactadas brevemente para ser completadas posteriormente, y por notas metodológicas, vinculadas al proceso de observación y al rol que desempeña el investigador (Willig, 2008).

### A. Objetivo que se pretende conseguir con esta técnica

El principal objetivo que se persigue con esta técnica es la comprensión, desde la perspectiva del investigador, de todos los fenómenos relacionados con el diseño, implementación y evaluación de la estrategia didáctica basada en la evaluación entre

iguales. De este modo, la observación complementa los datos recogidos con la mayoría de técnicas e instrumentos que se centran en el significado de los fenómenos desde la perspectiva del alumnado.

#### **B. Limitaciones y dificultades que presenta**

Las principales limitaciones de esta técnica han sido recogidas por Ruiz (2007), quien afirma que muchos fenómenos no son observables directamente porque requieren técnicas que permitan un estudio a mayor profundidad o porque se encuentran dispersos y hay que unirlos. Asimismo, añade la limitación de que el investigador se involucre demasiado con el grupo observado, con lo que la validez de la investigación se puede ver amenazada por una sobreidentificación con la población estudiada.

De modo análogo a como sucede con la técnica, el instrumento elegido también presenta sus propias limitaciones. Las limitaciones encontradas en el diario de clase derivan de la realización de notas breves que han sido redactadas provisionalmente. El motivo lo encontramos en que el fenómeno observado no posibilita en determinados momentos una anotación más exhaustiva y cuando se completa con posterioridad se corre el riesgo de perder parte de la información.

#### **C. Clasificación de la observación**

Se decide que la observación sea participante y directa. La elección de una observación participante se debe a que los roles de investigador y docente se conjugan en la misma persona durante la segunda y tercera implementación. Esta circunstancia posiciona al investigador en la vida académica del alumnado durante largos periodos de tiempo. La clasificación termina con la selección de la modalidad directa, pues la información que se recoge de la experiencia del alumnado con la evaluación entre iguales se obtiene directamente en el aula.

#### **D. Duración**

La duración de la observación durante la primera implementación se circunscribe a la semana en la que se realiza la prueba piloto. Por el contrario, la duración de dicha técnica durante la segunda y tercera implementación corresponde a la integridad de los cursos escolares 2018/19 y 2019/20, respectivamente.



### 3.5. MÉTODOS PARA EL ANÁLISIS DE DATOS

Las técnicas e instrumentos anteriores recogen datos de naturaleza cuantitativa y cualitativa aunque, como se describe en la Sección 3.1, el paradigma de nuestra investigación es la IBD y este paradigma es predominantemente cualitativo. Que sea predominantemente cualitativo no significa que excluya la naturaleza cuantitativa. En esa línea encontramos a Easterday et al. (2018), quienes consideran la IBD como una meta-metodología que integra distintas naturalezas y no se postulan partidarios de trabajar con un único método para la recopilación de los datos y su análisis. Por esta razón, optamos por una estrategia mixta para la recogida de información y el análisis de los datos, integrando ambas naturalezas y proporcionando una aproximación holística que combina datos estadísticos con perspectivas contextualizadas. La combinación de naturalezas cuantitativa y cualitativa durante todo el proceso (Fetters et al., 2013; Fetters & Molina-Azorín, 2017) permite maximizar el valor de la propia investigación (Bazeley, 2017), llegándose a generar una cierta sinergia (Fetters & Freshwater, 2015).

La integración de ambas naturalezas se lleva a cabo de manera complementaria y no excluyente: los métodos cuantitativos miden, escalan y ajustan los datos a modelos matemáticos mientras que los cualitativos contextualizan, describen y clasifican. A través de los métodos cuantitativos se analizan las relaciones numéricas entre variables, mientras que con los métodos cualitativos se exploran las experiencias de los participantes analizando sus narraciones, textos o expresiones. Plano e Ivankova (2015) conceptualizan este enfoque mixto en el siguiente esquema:

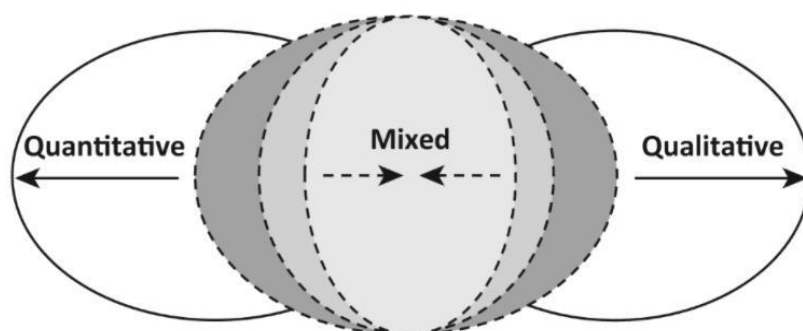


Figura 8. Conceptualización del enfoque mixto según Plano e Ivankova (2015, p. 10)

La aplicación del esquema anterior a nuestra investigación se caracteriza por una falta de simetría, que lo desplaza hacia una mayor predominancia del enfoque cualitativo. La razón de dicha tendencia es que nuestra investigación está orientada a comprender una situación particular de aprendizaje basada en la evaluación entre iguales en su contexto real, buscando los significados que el alumnado participante concede a los fenómenos que se recogen y analizan (Rodríguez & Valldeoriola, 2009).

Con respecto al análisis cuantitativo se miden y escalan los datos obtenidos de la evaluación entre iguales en términos relativos al diseño tecnopedagógico y a la mejora tanto del dominio competencial del alumnado como de su dominio afectivo hacia las Matemáticas.

Con respecto al análisis cualitativo se examinan los datos procedentes de la retroalimentación de las rúbricas; las opiniones individuales del alumnado, a través de las diferentes encuestas y entrevistas; sus opiniones grupales, a través de los distintos grupos focales; y la percepción del investigador por medio de la observación.

Atendiendo a la secuencialidad con la que se presentan los datos cuantitativos y cualitativos, nos hallamos ante un diseño convergente donde ambas naturalezas se desarrollan de manera conjunta durante la fase de implementación para converger en la fase de análisis. Ubicado el punto de integración en la fase de análisis, el tipo de integración se realiza mediante la fusión que figura en la siguiente tabla. En ella se detalla el elemento de análisis (evaluación entre iguales, dominio competencial y dominio afectivo), las variables consideradas, los valores que alcanzan, la naturaleza de dichas variables y la técnica e instrumento de análisis.

ANÁLISIS	DIMENSIONES	VARIABLES	VALORES (CÓDIGOS)	NATURALEZA DE LAS VARIABLES	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE ANÁLISIS <sup>32</sup>	
Evaluación entre iguales	Viabilidad	Desviaciones individuales	Exceso, Defecto	Cualitativa	Rúbricas	
		Desviaciones de las medias	0 ,  1 ,  2 ,  3	Cuantitativa		
		Ejecución	Afirmativa, Negativa	Cualitativa		
		Identificación	Afirmativa, Negativa	Cualitativa		
		Uso de las TIC en Matemáticas	Afirmativa, Negativa	Cualitativa		
	Diseño tecnopedagógico	Pertinencia		-	Cualitativa	DAFO
				Adjetivos 1, 2, 3	Cualitativa	Cuestionarios de valoración de la experiencia tras las rúbricas de la primera y última tarea (preguntas 1 y 2)
				-	Cualitativa	Grupos focales (preguntas 1, 2, 3, 4, 7, 8)
				-	Cualitativa	Entrevistas (preguntas 1, 2, 3, 4, 5)
				-	Cualitativa	
Dominio competencial	Conocimientos	Calificación recibida	A, B, C, D	Cuantitativa	Rúbricas	
		Desviaciones de la calificación otorgada	0 ,  1 ,  2 ,  3	Cuantitativa		
		Concepto	RC, RI, RE, NR <sup>33</sup>	Cualitativa		
		Representación matemática (fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas)	RC, RI, RE, NR	Cualitativa		
		Lenguaje matemático (cuantificación de los errores cometidos)	1, 2, 3...	Cuantitativa		
	Capacidades	Calificación recibida	A, B, C, D	Cuantitativa		
		Desviaciones de la calificación otorgada	0 ,  1 ,  2 ,  3	Cuantitativa		
		Procedimiento	RC, RI, RE, NR	Cualitativa		
		Uso de las TIC en Matemáticas	RC, RI, RE, NR	Cualitativa		
Actitudes	Calificación recibida	A, B, C, D	Cuantitativa			
	Desviaciones de la calificación otorgada	0 ,  1 ,  2 ,  3	Cuantitativa			
	Interpretación de resultados y análisis de soluciones	RC, RI, RE, NR	Cualitativa			
	Aplicación a distintos contextos	RC, RI, RE, NR	Cualitativa			
Dominio afectivo	Confianza	Habilidad para resolver problemas y ejercicios matemáticos	1, 2, 3, 4, 5	Cuantitativa	Cuestionarios pretest / postest sobre dominio afectivo (preguntas 1 – 6)	
			-	Cualitativa	Rúbricas	
			-	Cualitativa	Grupos focales (pregunta 5)	
			-	Cualitativa	Entrevistas (preguntas 6, 7, 8, 9, 12)	
			-	Cualitativa		
		Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	1, 2, 3, 4, 5	Cuantitativa	Cuestionarios pretest / postest sobre dominio afectivo (preguntas 7 – 10)	
			-	Cualitativa	Rúbricas	
			-	Cualitativa	Grupos focales (pregunta 5)	
			-	Cualitativa	Entrevistas (preguntas 6, 7, 8, 9, 12)	
			-	Cualitativa		
	Motivación	Uso de las TIC en Matemáticas	1, 2, 3, 4, 5	Cuantitativa	Cuestionarios pretest / postest sobre dominio afectivo (preguntas 11 – 15)	
			-	Cualitativa	Rúbricas	
			-	Cualitativa	Grupos focales (pregunta 5)	
			-	Cualitativa	Entrevistas (preguntas 6, 7, 8, 9, 12)	
			-	Cualitativa		
		Utilidad de las Matemáticas para el futuro personal y profesional	1, 2, 3, 4, 5	Cuantitativa	Cuestionarios pretest / postest sobre dominio afectivo (preguntas 16 – 18)	
			-	Cualitativa	Rúbricas	
			-	Cualitativa	Grupos focales (pregunta 6)	
			-	Cualitativa	Entrevistas (preguntas 7, 8, 9, 10, 11, 12)	
			-	Cualitativa		
Persistencia para superar las dificultades de la asignatura	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	1, 2, 3, 4, 5	Cuantitativa	Cuestionarios pretest / postest sobre dominio afectivo (preguntas 19 – 21)		
		-	Cualitativa	Rúbricas		
		-	Cualitativa	Grupos focales (pregunta 6)		
		-	Cualitativa	Entrevistas (preguntas 7, 8, 9, 10, 11, 12)		
		-	Cualitativa			
	Uso de las TIC en Matemáticas	1, 2, 3, 4, 5	Cuantitativa	Cuestionarios pretest / postest sobre dominio afectivo (preguntas 22 – 25)		
		-	Cualitativa	Rúbricas		
		-	Cualitativa	Grupos focales (pregunta 6)		
		-	Cualitativa	Entrevistas (preguntas 7, 8, 9, 10, 11, 12)		
		-	Cualitativa			
Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio	Uso de las TIC en Matemáticas	1, 2, 3, 4, 5	Cuantitativa	Cuestionarios pretest / postest sobre dominio afectivo (preguntas 26 – 30)		
		-	Cualitativa	Rúbricas		
		-	Cualitativa	Grupos focales (pregunta 6)		
		-	Cualitativa	Entrevistas (preguntas 7, 8, 9, 10, 11, 12)		
		-	Cualitativa			
	Tiempo	-	Cualitativa	Rúbricas		
		-	Cualitativa	Grupos focales (pregunta 6)		
		-	Cualitativa	Entrevistas (preguntas 7, 8, 9, 10, 11, 12)		
		-	Cualitativa			
		-	Cualitativa			

Tabla 25. Integración de las naturalezas cuantitativa y cualitativa

<sup>32</sup> Dos técnicas de naturaleza cualitativa que están presentes permanentemente en el análisis de los tres dominios, sus dimensiones y sus variables son el análisis documental y la observación. Por esta razón se han excluido estas dos técnicas de la tabla para hacer su lectura más sencilla.

<sup>33</sup> RC, realiza correctamente; RI, realiza incompletamente; RE, realiza con errores; NR, no realiza.

En relación a los métodos de análisis utilizados para cada una de las técnicas e instrumentos implementados comenzamos con el análisis documental, primera técnica utilizada en la investigación. Su desarrollo ha requerido tanto el cribado automático que ofrece Web of Science, a través de las restricciones incorporadas a los términos de búsqueda, como el cribado manual que posteriormente se realiza. Como se ha indicado anteriormente, tras el cribado automático empleamos el gestor bibliográfico EndNote y tras el cribado manual utilizamos una base de datos construida ad hoc con el software Access perteneciente al paquete Microsoft Office Professional Plus 2010.

Atendiendo a la tabla anterior se puede comprobar que el análisis de uso del principal instrumento de nuestra investigación, la rúbrica, combina métodos de naturaleza cuantitativa en el área de niveles de logro con métodos de naturaleza cualitativa en el área de comentarios, tal y como se describe a continuación.

Con respecto al análisis del área de niveles de logro, observamos que el sistema de calificación de Moodle 2.6.11+ (Build 20150619) presenta la calificación global de la tarea a partir de la media aritmética o ponderada de las calificaciones por criterio asignadas por el alumnado evaluador. Dada la finalidad de nuestra investigación, se estima oportuno no focalizar en la calificación global de la tarea sino en la media aritmética de las calificaciones otorgadas para cada uno de los criterios. Para ello debemos tener en cuenta las siguientes tres recomendaciones.

En primer lugar, nos resulta más interesante conocer la calificación que el alumnado recibe en cada uno de los criterios porque pretendemos comprender el contenido y el proceso a través del cual se aprende, es decir, interesa saber el qué y el cómo se aprende (Gros, 2012). El qué se aprende queda recogido en los criterios de la rúbrica, mientras que el cómo se aprende lo va marcando el desarrollo de la evaluación entre iguales.

En segundo lugar, Moodle no contempla la posibilidad de establecer una media aritmética o ponderada para cada criterio de las distintas rúbricas recibidas por el alumnado. Tal y como hemos señalado en el párrafo anterior, nos resulta más interesante determinar las calificaciones obtenidas por criterio a fin de establecer un análisis más acorde con el enfoque metodológico que planteamos.

En tercer lugar, corresponde al docente establecer el coeficiente de ponderación en función del perfil que presenta el alumnado evaluador, en el supuesto de que se optara

por una media ponderada para las calificaciones finales. Con esta manera de proceder se asumen los siguientes riesgos:

- a) Cómo cuantificar a priori la capacidad que presenta un alumno evaluador respecto a otro con un coeficiente de ponderación.
- b) El 93.8% del alumnado participante en la investigación durante el curso 2018/19 y el 92.0% del alumnado que participa durante el curso 2019/20 no había realizado anteriormente tareas de evaluación a través de rúbricas. Bajo estas circunstancias resulta muy difícil establecer unos coeficientes de ponderación de unos alumnos respecto a otros.
- c) No todo el alumnado presenta la misma capacidad para los distintos bloques de contenidos que componen el curso. Esto significa que los coeficientes de ponderación para cada uno de los alumnos considerados puede experimentar variaciones de un bloque de contenidos respecto a otro.
- d) Determinadas tareas presentan errores que dificultan su clasificación en un determinado nivel de logro. Esta sería otra variable a tener en cuenta y que se presenta de manera externa al perfil del alumnado evaluador.
- e) Se omiten otras variables como, por ejemplo, el tiempo dedicado a la realización de las rúbricas. El hecho de que un alumno presente una evaluación elevada en su competencia matemática no significa necesariamente que dedique el tiempo requerido en evaluar a sus compañeros.

Por las razones expuestas en los puntos anteriores, no pretendemos centrar nuestro análisis en la calificación global que el alumno recibe, sino en las calificaciones parciales que recibe para los distintos criterios que componen la rúbrica. Con este modo de proceder focalizamos nuestro trabajo, por un lado, en la metacalificación de las calificaciones por criterio otorgadas por el alumnado evaluador y, por otro lado, recuperamos de manera indirecta el concepto de autoevaluación al cumplimentar las contra-rúbricas. Aunque este proceso calificativo supone una carga adicional de trabajo respecto a la calificación automática de Moodle, dicha carga es asumible por el investigador al tratarse de grupos reducidos de alumnos.

Con respecto al análisis del área de comentarios de la rúbrica, se ha utilizado el software de análisis cualitativo MAXQDA Plus 2020. El procedimiento se inicia con la codificación de todos los comentarios que el alumnado evaluador realiza en cada uno de

los apartados que componen la rúbrica. El proceso termina cuantificando la frecuencia absoluta y relativa con la que aparecen cada uno de los códigos considerados para las variables analizadas a través de la matriz de códigos.

Los cuestionarios han sido sometidos a un análisis cuantitativo de tipo estadístico apoyado en hojas de cálculo del software Excel perteneciente al paquete Microsoft Office Professional Plus 2010.

Los métodos de análisis cualitativo utilizados en los grupos focales y las entrevistas han consistido en la realización de mapas conceptuales con el software CmapTools 6.03, que nos han permitido establecer relaciones entre las distintas variables consideradas y profundizar en el conocimiento de las mismas.

La última técnica que citamos es la observación realizada en clase, cuyo análisis cualitativo se ha destinado a complementar al resto de técnicas e instrumentos que hemos descrito en esta sección.

Con la definición de los distintos métodos de análisis utilizados en este enfoque mixto con predominancia cualitativa finaliza este capítulo destinado a detallar el diseño metodológico de nuestra investigación.

---

## 4. ANÁLISIS DE DATOS

El presente capítulo se inicia con el análisis de la primera implementación (4.1), que consiste en realizar una primera validación tanto de la metodología docente propuesta como de la rúbrica diseñada para alumnado de 1º Bachillerato. El capítulo continúa con el análisis de la segunda implementación (4.2) y finaliza con el análisis de la tercera (4.3). En estas dos últimas implementaciones se analiza la viabilidad y diseño de la evaluación entre iguales como estrategia para la enseñanza y el aprendizaje de Matemáticas, el desarrollo del dominio competencial del alumnado y la evolución de su dominio afectivo hacia la disciplina.

### 4.1. PRIMERA IMPLEMENTACIÓN: UNA PRUEBA PILOTO PARA VALIDAR LA RÚBRICA

---

Para la detección de los posibles riesgos y potencialidades que presenta la evaluación entre iguales y el uso de la rúbrica diseñada ad hoc para esta actividad se lleva a cabo un análisis DAFO. Los riesgos emergen de la acción combinada de las debilidades y las amenazas, mientras que las potencialidades aparecen con el estudio conjunto de las fortalezas y las oportunidades.

#### 4.1.1. EVALUACIÓN ENTRE IGUALES

---

La primera implementación consiste en una prueba piloto, a pequeña escala, en la que se pone en contacto por primera vez al alumnado de 1º Bachillerato del IES La Marisma con la evaluación entre iguales; con la rúbrica, su instrumento de evaluación y retroalimentación; con la plataforma Moodle; y con diversas aplicaciones en línea de apoyo al aprendizaje, como Wiris y Geogebra.

El análisis que se realiza en esta sección no pretende valorar si la evaluación entre iguales es eficaz para el desarrollo de la competencia matemática y la mejora del dominio afectivo del alumnado hacia la asignatura. Pretende determinar si es viable su

implementación, tanto para el curso actual como para los próximos cursos, con los recursos humanos, materiales, espaciales y temporales que disponemos.

A través del análisis DAFO se evalúan los riesgos y las potencialidades de implementar la investigación en el contexto seleccionado, tal y como se indica al comienzo de la sección.

ANÁLISIS INTERNO	ANÁLISIS EXTERNO
<p style="text-align: center;"><b>DEBILIDADES</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Exige al docente y al alumnado una dedicación adicional de tiempo y trabajo respecto a enfoques tradicionales de la enseñanza, circunstancia que puede causar cierta resistencia al cambio</li> <li>▪ Necesidad de un mayor número de horas lectivas para la realización de las rúbricas respecto a las contempladas en la primera implementación</li> <li>▪ Reticencia inicial de parte del alumnado a evaluar al compañero esgrimiendo argumentos de amistad, lástima, falta de competencia para ello, etc</li> <li>▪ Problemas de conectividad de algunos equipos que obligaron a que tres alumnas (JLG, MGG, MMA) tuvieran que evaluar al compañero una vez terminada la clase</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>AMENAZAS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Asignación del único grupo de 1º Bachillerato del IES La Marisma al docente-investigador durante los cursos 2018/19 y 2019/20</li> <li>▪ Disposición de equipos informáticos necesarios</li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b>FORTALEZAS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Entorno de aprendizaje atractivo para el alumnado, hecho que puede aumentar su motivación personal</li> <li>▪ Atención personalizada</li> <li>▪ Posibilidad de trabajar de manera síncrona, tanto dentro como fuera del horario lectivo, y de manera asíncrona</li> <li>▪ Se contemplan distintos ritmos de aprendizaje</li> <li>▪ Gran participación y asunción de responsabilidades, pues desde el principio el alumnado es consciente de que el aprendizaje del compañero depende de su evaluación y retroalimentación</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>OPORTUNIDADES</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Uso de la plataforma Moodle con alumnado de Educación Secundaria</li> <li>▪ Utilización de los ordenadores que dispone el centro para fines y estrategias didácticas no contempladas con anterioridad</li> <li>▪ Desarrollo transversal de otras competencias, tales como el trabajo en equipo y en entornos virtuales</li> </ul>

Tabla 26. Análisis DAFO realizado tras la primera implementación

Las debilidades y las amenazas suponen situaciones problemáticas, en mayor o menor medida según se trate de uno u otro tipo, para las implementaciones que se realizan durante los cursos 2018/19 y 2019/20.

Los efectos negativos asociados a las debilidades de la evaluación entre iguales se reducen significativamente con la integración de dicha metodología en el currículo del alumnado de 1º Bachillerato, de modo que la evaluación entre iguales sea considerada parte intrínseca del proceso de enseñanza y aprendizaje.



La manera de minimizar o neutralizar las amenazas que se ciernen sobre su puesta en marcha requiere del amparo y financiación de un proyecto de investigación educativa por parte de la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía. Con la aprobación del proyecto PIV013/18 para los cursos académicos 2018/19 y 2019/20 se eliminan las amenazas que citamos en la tabla anterior durante la segunda y tercera implementación.

Por el contrario, las fortalezas y oportunidades se postulan positivamente e identifican ciertos aspectos que avalan la implementación de la evaluación entre iguales para la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje y el enriquecimiento del alumnado.

#### **4.2. SEGUNDA IMPLEMENTACIÓN: LA VALIDACIÓN DE LA EVALUACIÓN ENTRE IGUALES SEÑALA UNA EVOLUCIÓN ASIMÉTRICA DE LA RETROALIMENTACIÓN**

---

En esta sección se aborda el análisis de la actividad de evaluación entre iguales realizada durante el curso 2018/19 (4.2.1), el desarrollo del dominio competencial del alumnado (4.2.2) y la evolución de su dominio afectivo hacia las Matemáticas (4.2.3).

Estos tres elementos de análisis aparecen citados en el mismo orden que los objetivos de investigación a los que hacen referencia, es decir, con el análisis de la evaluación entre iguales se pretende alcanzar el objetivo 1.1, con el desarrollo del dominio competencial se persigue lograr el objetivo 1.2 y con la evolución del dominio afectivo del alumnado se propone conseguir el objetivo 2.1.

Retomando el capítulo anterior y con el propósito de facilitar la comprensión del análisis realizado, presentamos la siguiente tabla, extraída de las tablas 19 y 25. En ella se vinculan distintos aspectos de la metodología de investigación con las preguntas formuladas:

PREGUNTAS	OBJETIVOS	ANÁLISIS	DIMENSIONES	VARIABLES	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE ANÁLISIS
1. ¿En qué medida la evaluación entre iguales es una estrategia didáctica adecuada para el desarrollo de la competencia matemática en el alumnado de 1º Bachillerato?	1.1 Diseñar la estrategia didáctica basada en la evaluación entre iguales y su proceso de implementación	Evaluación entre iguales	Viabilidad	Desviaciones individuales Desviaciones de las medias Ejecución Identificación Uso de las TIC en Matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis documental</li> <li>Rúbricas</li> <li>Observación</li> </ul>
			Diseño tecnopedagógico	Pertinencia	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis documental</li> <li>Cuestionarios de valoración de la experiencia tras las rúbricas de la primera y última tarea (preguntas 1 y 2)</li> <li>Grupos focales (preguntas 1, 2, 3, 4, 7, 8)</li> <li>Entrevistas (preguntas 1, 2, 3, 4, 5)</li> <li>Observación</li> </ul>
	1.2 Evaluar el desarrollo de la competencia matemática a través de la evaluación entre iguales en alumnado de 1º Bachillerato	Dominio competencial	Conocimientos	Calificación recibida Desviaciones individuales Concepto Representación matemática Lenguaje matemático (errores cometidos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis documental</li> <li>Rúbricas</li> <li>Observación</li> </ul>
			Capacidades	Calificación recibida Desviaciones individuales Procedimiento Uso de las TIC en Matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis documental</li> <li>Rúbricas</li> <li>Observación</li> </ul>
			Actitudes	Calificación recibida Desviaciones individuales Interpretación de resultados y análisis de soluciones Aplicación a distintos contextos	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis documental</li> <li>Rúbricas</li> <li>Observación</li> </ul>
			Confianza	Habilidad para resolver problemas y ejercicios matemáticos	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis documental</li> <li>Cuestionarios pretest / postest sobre dominio afectivo (preguntas 1 – 6)</li> <li>Rúbricas</li> <li>Grupos focales (pregunta 5)</li> <li>Entrevistas (preguntas 6, 7, 8, 9, 12)</li> <li>Observación</li> </ul>
				Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis documental</li> <li>Cuestionarios pretest / postest sobre dominio afectivo (preguntas 7 – 10)</li> <li>Rúbricas</li> <li>Grupos focales (pregunta 5)</li> <li>Entrevistas (preguntas 6, 7, 8, 9, 12)</li> <li>Observación</li> </ul>
				Uso de las TIC en Matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis documental</li> <li>Cuestionarios pretest / postest sobre dominio afectivo (preguntas 11 – 15)</li> <li>Rúbricas</li> <li>Grupos focales (pregunta 5)</li> <li>Entrevistas (preguntas 6, 7, 8, 9, 12)</li> <li>Observación</li> </ul>
	2. ¿Cómo contribuye la evaluación entre iguales a la mejora del dominio afectivo del alumnado hacia las Matemáticas?	2.1 Valorar la evolución del dominio afectivo del alumnado, centrado en las dimensiones confianza y motivación, a través de la evaluación entre iguales	Dominio afectivo	Utilidad de las Matemáticas para el futuro personal y profesional	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis documental</li> <li>Cuestionarios pretest / postest sobre dominio afectivo (preguntas 16 – 18)</li> <li>Rúbricas</li> <li>Grupos focales (pregunta 6)</li> <li>Entrevistas (preguntas 7, 8, 9, 10, 11, 12)</li> <li>Observación</li> </ul>
				Persistencia para superar las dificultades de la asignatura	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis documental</li> <li>Cuestionarios pretest / postest sobre dominio afectivo (preguntas 19 – 21)</li> <li>Rúbricas</li> <li>Grupos focales (pregunta 6)</li> <li>Entrevistas (preguntas 7, 8, 9, 10, 11, 12)</li> <li>Observación</li> </ul>
Motivación				Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis documental</li> <li>Cuestionarios pretest / postest sobre dominio afectivo (preguntas 22 – 25)</li> <li>Rúbricas</li> <li>Grupos focales (pregunta 6)</li> <li>Entrevistas (preguntas 7, 8, 9, 10, 11, 12)</li> <li>Observación</li> </ul>
				Uso de las TIC en Matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis documental</li> <li>Cuestionarios pretest / postest sobre dominio afectivo (preguntas 26 – 30)</li> <li>Rúbricas</li> <li>Grupos focales (pregunta 6)</li> <li>Entrevistas (preguntas 7, 8, 9, 10, 11, 12)</li> <li>Observación</li> </ul>
				Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis documental</li> <li>Rúbricas</li> <li>Grupos focales (pregunta 6)</li> <li>Entrevistas (preguntas 7, 8, 9, 10, 11, 12)</li> <li>Observación</li> </ul>
Tiempo				<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis documental</li> <li>Rúbricas</li> <li>Grupos focales (pregunta 6)</li> <li>Entrevistas (preguntas 7, 8, 9, 10, 11, 12)</li> <li>Observación</li> </ul>	

Tabla 27. Relación entre las preguntas de investigación, objetivos, elementos de análisis, dimensiones, variables e instrumentos

#### 4.2.1. EVALUACIÓN ENTRE IGUALES

---

El análisis de la evaluación entre iguales como estrategia para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas se basa en el análisis de las seis variables contempladas en la tabla anterior, de las cuales las cinco primeras hacen referencia a la rúbrica y la sexta al diseño tecnopedagógico.

La rúbrica, instrumento utilizado para aplicar la evaluación entre iguales en nuestra investigación, estructura y permite tanto otorgar como recibir retroalimentación (Panadero & Jonsson, 2013, 2020; Topping, 2009). El funcionamiento correcto de la rúbrica no garantiza el éxito de la evaluación entre iguales dado que en el proceso intervienen más variables que las aplicadas al instrumento, aunque es necesario para llevar a cabo la actividad. El análisis de la evaluación entre iguales se fragmenta en su viabilidad y el diseño tecnopedagógico.

##### **A. Viabilidad de la evaluación entre iguales**

Cualquiera de las investigaciones realizadas sobre la evaluación entre iguales pretenden asegurar la fiabilidad y validez de esta estrategia didáctica y evaluativa (Bretones, 2008; Marín, 2009; McDonald, 2016). Estos autores conciben la fiabilidad como la correspondencia existente entre la evaluación realizada por el alumnado y el producto o proceso evaluado, mientras que la validez es considerada como el grado de coincidencia entre la evaluación realizada por el alumnado y la realizada por el docente. Adaptando las definiciones de dichos autores a nuestra investigación, definimos el término fiabilidad como la coincidencia entre las calificaciones individuales otorgadas por el alumnado evaluador para cada criterio y la que corresponde exactamente a la tarea evaluada en cada criterio. Para determinar la calificación que corresponde a la tarea evaluada en cada criterio se toma como calificación de referencia la calificación asignada por el docente. Por su parte, la validez hace referencia a si la evaluación y retroalimentación recibidas permiten progresar al alumnado evaluado en su dominio competencial y afectivo. De este modo, mientras que la fiabilidad se refiere a las calificaciones otorgadas por el alumnado evaluador para cada criterio, la validez necesita una definición más amplia. Dicha definición debe contemplar tanto la calificación recibida por el alumnado evaluado para cada criterio como la calidad de la retroalimentación presente en el área de comentarios de la rúbrica.

La fiabilidad se analiza a través de la variable denominada *Desviaciones individuales*, mientras que la validez se analiza por medio de las variables denominadas *Desviaciones de las medias*, *Ejecución*, *Identificación* y *Uso de las TIC en Matemáticas*. La definición y objeto de estas variables se concretan a continuación:

- *Desviaciones individuales*, diferencia existente entre la calificación que otorga el alumnado evaluador para cada criterio y la calificación que asigna el docente, considerada esta última como calificación de referencia. Utilizando el modelo de calificación definido por las letras A, B, C y D<sup>34</sup>, se cuantifica la diferencia entre la calificación del alumnado evaluador y la que asigna el docente por el paso de una letra a otra. La desviación |1| supone el paso del intervalo de calificaciones correspondiente a una letra al intervalo correspondiente a la letra anterior o a la siguiente. De este modo, la desviación |1| consiste en el paso del intervalo correspondiente a la letra A al intervalo correspondiente a la letra B, de B a C, de C a D, o al revés. Análogamente se definen las desviaciones |2| y |3|.
- *Desviaciones de las medias*, diferencia existente entre la media de las dos calificaciones que otorgan los dos alumnos evaluadores para cada criterio y la calificación que asigna el docente. Dicha media constituye la calificación que recibe el alumnado evaluado para cada criterio. Las desviaciones se cuantifican de manera análoga a la variable anterior.
- *Ejecución*, indica si se han cumplimentado todos los apartados del área de comentarios de la rúbrica o, por el contrario, ha habido algún apartado que se ha dejado en blanco. Esta variable adquiere los valores Afirmativa/Negativa.
- *Identificación*, informa si la retroalimentación que aparece en un determinado apartado del área de comentarios de la rúbrica corresponde a la que cabría esperar o si confunde el tipo y naturaleza de la retroalimentación entre distintos apartados. De manera similar a la variable anterior, toma los valores Afirmativa/Negativa.
- *Uso de las TIC en Matemáticas*, señala si la retroalimentación ha venido acompañada de imágenes procedentes de aplicaciones digitales externas. La inclusión de las TIC permite al alumnado una interacción dinámica en la

---

<sup>34</sup> La letra A representa al intervalo de calificaciones relativas a sobresaliente, [9, 10]; la B al intervalo de calificaciones pertenecientes a notable, [7, 9); la C al intervalo correspondiente al aprobado, [5, 7); y la D al intervalo de calificaciones suspensas, [0,5).

disciplina matemática con creatividad e innovación durante la construcción de conocimientos, para obtener resultados que mejoren su aprendizaje y la calidad de la retroalimentación que transmite a sus compañeros. La mejora en la calidad de la retroalimentación contribuye a fomentar el aprendizaje del compañero. Esta variable presenta la misma naturaleza y valores que las dos variables anteriores (Afirmativa/Negativa).

Comenzamos el análisis de la fiabilidad recogiendo en la siguiente tabla las *Desviaciones individuales* del alumnado evaluador respecto a la calificación del docente en las tareas 1 y 2 del bloque de Álgebra, atendiendo al análisis cualitativo<sup>35</sup> y cuantitativo que vamos a considerar:

CRITERIO	TAREA 1					Total	TAREA 2					Total
	Cualitativo		Cuantitativo				Cualitativo		Cuantitativo			
	Exceso	Defecto	1	2	3		Exceso	Defecto	1	2	3	
1	0	2	2	0	0	2	8	3	3	<b>8</b>	0	<b>11</b>
2	1	1	1	1	0	2	6	4	6	3	<b>1</b>	<b>10</b>
3	4	3	4	1	<b>2</b>	<b>7</b>	3	3	4	1	<b>1</b>	6
4	4	2	5	1	0	<b>6</b>	3	5	6	2	0	8
5	2	2	1	<b>3</b>	0	4	5	2	3	<b>4</b>	0	7
Total	11	10	13	6	2	21	25	17	22	18	2	42

Tabla 28. *Desviaciones individuales* del alumnado evaluador en las tareas del bloque de Álgebra durante la segunda implementación

La tarea 1, titulada “*Resolución de problemas a través de operaciones algebraicas con polinomios*”, aborda los siguientes contenidos: transcripción a lenguaje algebraico de situaciones pertenecientes a contextos reales, operaciones con expresiones algebraicas, valor numérico de un polinomio, factorización de polinomios utilizando el método más apropiado e interpretación gráfica de las soluciones obtenidas. La mayor frecuencia de *Desviaciones individuales* se registra en los criterios 3 (factorizar polinomios) y 4 (obtener el valor numérico de un polinomio). A su vez se localiza en el criterio 3 el mayor número de desviaciones |3|. Estos criterios corresponden al desarrollo de la tarea realizada por el alumnado, lo que significa que el mayor número de desviaciones individuales y de mayor cuantía se produce en criterios relacionados con la capacidad del alumnado para realizar correctamente un procedimiento matemático.

<sup>35</sup> El análisis cualitativo de las desviaciones contempla las dos posiciones presentes en la literatura respecto a la calificación otorgada por el alumnado: algunos autores verifican en sus investigaciones que la calificación del alumnado es superior o por exceso a la que asigna el docente (Calvo & Calvo, 2017; García et al., 2011), mientras que otros autores muestran experiencias que reflejan una mayor exigencia por parte del alumnado que del docente (Sánchez et al., 2011).

La tarea 2, “*Resolución de problemas mediante el planteamiento, triangulación, discusión y resolución de un sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas*”, concluye el bloque de Álgebra contemplando los siguientes contenidos: la interpretación de problemas y su transcripción a lenguaje algebraico, el cálculo porcentual y el Método de Gauss. Los criterios que poseen la mayor frecuencia de *Desviaciones individuales* son los criterios 1 (realizar un esquema previo) y 2 (expresar cantidades en tanto por ciento y tanto por uno). Además, el criterio 1 presenta el mayor número de desviaciones |2|. Estos criterios corresponden al planteamiento de la tarea, es decir, a criterios relacionados con los conocimientos que posee el alumnado tanto en lo que respecta a los conceptos como a la representación matemática de fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas.

De modo análogo al bloque de Álgebra, se recogen en la siguiente tabla las *Desviaciones individuales* del alumnado evaluador respecto a la calificación del docente en las tareas 3 y 4 pertenecientes al bloque de Análisis:

CRITERIO	TAREA 3						TAREA 4					
	Cualitativo		Cuantitativo			Total	Cualitativo		Cuantitativo			Total
	Exceso	Defecto	1	2	3		Exceso	Defecto	1	2	3	
1	5	6	10	1	0	<b>11</b>	2	8	8	1	1	<b>10</b>
2	2	8	8	<b>2</b>	0	<b>10</b>	2	4	2	1	<b>3</b>	6
3	3	1	0	<b>3</b>	1	4	1	1	0	2	0	2
4	3	3	6	0	0	6	4	4	5	<b>3</b>	0	<b>8</b>
5	7	1	7	0	1	8	2	4	1	0	<b>5</b>	6
Total	20	19	31	6	2	39	11	21	16	7	9	32

Tabla 29. *Desviaciones individuales* del alumnado evaluador en las tareas del bloque de Análisis durante la segunda implementación

La tarea 3, “*Identificación y representación de funciones elementales. Cálculo de su dominio, continuidad y asíntotas*”, aborda los contenidos que se citan a continuación: la identificación de funciones polinómicas de primer y segundo grado, funciones racionales y funciones definidas a trozos; la obtención del dominio de definición; la clasificación de discontinuidades; el cálculo de asíntotas horizontal, vertical y oblicua; y la representación de funciones. La mayor frecuencia de *Desviaciones individuales* se registra en los criterios 1 (identificar funciones elementales y definidas a trozos) y 2 (obtener el dominio de una función), ocupando a su vez este último criterio la segunda posición en desviaciones |2|. La mayor presencia de desviaciones |2| se localiza en el criterio 3 (reconocer la existencia de una discontinuidad y clasificarla). Las desviaciones anteriores se ubican en criterios relacionados con los conocimientos que

posee el alumnado, tanto conceptuales como representaciones matemáticas, y con su capacidad para realizar correctamente un procedimiento matemático.

La tarea 4, “*Obtención de la recta tangente y normal de una función en un punto*”, concluye el bloque de Análisis trabajando contenidos relacionados con la determinación de la ecuación de la circunferencia, la derivada de una función en un punto y su interpretación geométrica, el cálculo de la recta tangente y normal y el estudio de la continuidad y derivabilidad. El criterio que posee la mayor frecuencia de desviaciones es el criterio 1 (realizar tanto representaciones gráficas como la determinación de conceptos geométricos básicos para el desarrollo posterior de problemas), seguido del criterio 4 (estudiar la continuidad de la función en un punto). Este criterio 4 ocupa la primera posición en desviaciones [2]. Asimismo, resulta necesario señalar que en el criterio 5 (estudiar la derivabilidad de la función en un punto) se localiza la mayor frecuencia de desviaciones [3]. Las desviaciones anteriores se ubican en criterios relacionados con los conocimientos que posee el alumnado, tanto conceptuales como representaciones matemáticas, y con sus actitudes a la hora de comprobar las soluciones obtenidas.

La siguiente tabla recoge las *Desviaciones individuales* en la tarea 5 del bloque de Estadística:

CRITERIO	TAREA 5					Total
	Cualitativo		Cuantitativo			
	Exceso	Defecto	[1]	[2]	[3]	
1	2	1	2	<b>1</b>	0	3
2	3	1	4	0	0	<b>4</b>
3	1	1	2	0	0	2
4	1	1	2	0	0	2
5	6	2	8	0	0	<b>8</b>
Total	13	6	18	1	0	19

Tabla 30. *Desviaciones individuales* del alumnado evaluador en la tarea del bloque de Estadística durante la segunda implementación

Estas *Desviaciones individuales* encuentran su máximo en el criterio 5 (calcular parámetros de posición), seguido del criterio 2 (realizar una tabla de frecuencias y un gráfico estadístico). En ambos casos se trata de criterios relacionados con los conocimientos que posee el alumnado sobre la representación matemática de fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas.

Con respecto a la validez de la evaluación entre iguales, comenzamos analizando la variable *Desviaciones de las medias* de las calificaciones recibidas por el alumnado evaluado respecto a la calificación de referencia que asigna el docente para cada uno de los criterios de las tareas del bloque de Álgebra:

DESVIACIÓN	TAREA 1			TAREA 2		
	$f_i$ <sup>36</sup>	%	% ac <sup>37</sup>	$f_i$	%	% ac
0	62	77.5	77.5	51	63.8	63.8
1/2	10	12.5	<b>90.0</b>	14	17.5	<b>81.3</b>
1	7	8.75	<b>98.8</b>	6	7.50	<b>88.8</b>
> 1	1	1.25	100	9	11.3	100

Tabla 31. *Desviaciones de las medias* de calificaciones recibidas por el alumnado evaluado en las tareas el bloque de Álgebra durante la segunda implementación

La lectura que se desprende de la tabla anterior subraya que el 98.8% de las medias de las calificaciones recibidas por el alumnado en la tarea 1 presenta una desviación inferior o igual a un intervalo de calificaciones respecto a la calificación asignada por el docente. Dicho porcentaje se reduce en la tarea 2 al 88.8%. Asimismo, más del 80% de las *Desviaciones de las medias* son inferiores o iguales a medio intervalo de calificaciones respecto a la calificación asignada por el docente.

Si procedemos del mismo modo con las tareas 3 y 4 del bloque de Análisis obtenemos los siguientes datos:

DESVIACIÓN	TAREA 3			TAREA 4		
	$f_i$	%	% ac	$f_i$	%	% ac
0	44	58.7	58.7	48	64.0	64.0
1/2	23	30.7	<b>89.4</b>	11	14.7	<b>78.7</b>
1	3	4.00	<b>93.4</b>	9	12.0	<b>90.7</b>
> 1	5	6.66	100	7	9.33	100

Tabla 32. *Desviaciones de las medias* de calificaciones recibidas por el alumnado evaluado en las tareas del bloque de Análisis durante la segunda implementación

Como puede comprobarse en la tabla anterior, porcentajes superiores al 90% de las *Desviaciones de las medias* respecto a la calificación asignada por el docente presentan desviaciones inferiores o iguales a un intervalo de calificaciones.

En la siguiente tabla exponemos las *Desviaciones de las medias* en la tarea 5 correspondiente al bloque de Estadística:

<sup>36</sup> Frecuencia absoluta con la que aparece cada desviación

<sup>37</sup> Porcentaje acumulado de las desviaciones



DESVIACIÓN	TAREA 5		
	f <sub>i</sub>	%	% ac
0	59	78.7	78.7
1/2	13	17.3	<b>96.0</b>
1	3	4.00	<b>100</b>
> 1	0	0.00	100

Tabla 33. *Desviaciones de las medias* de calificaciones recibidas por el alumnado evaluado en la tarea del bloque de Estadística durante la segunda implementación

El mejor resultado para la citada variable se obtiene en el bloque de Estadística, hallándose porcentajes del 100% para desviaciones inferiores o iguales a un intervalo de calificaciones y del 90% para desviaciones inferiores o iguales a medio intervalo, porcentaje que no se registraba desde la tarea 1.

El análisis se completa con el registro pormenorizado de las *Desviaciones de las medias* respecto a la calificación asignada por el docente para cada uno de los bloques considerados durante la segunda implementación:

DESV	ÁLGEBRA			ANÁLISIS			ESTADÍSTICA			CURSO 2018/19		
	f <sub>i</sub>	%	% ac	f <sub>i</sub>	%	% ac	f <sub>i</sub>	%	% ac	f <sub>i</sub>	%	% ac
0	113	70.6	70.6	92	61.3	61.3	59	78.7	78.7	264	68.6	68.6
1/2	24	15.0	<b>85.6</b>	34	22.7	<b>84.0</b>	13	17.3	<b>96.0</b>	71	18.4	<b>87.0</b>
1	13	8.13	<b>93.7</b>	12	8.00	<b>92.0</b>	3	4.00	<b>100</b>	28	7.27	<b>94.3</b>
> 1	10	6.24	100	12	8.00	100	0	0.00	100	22	5.72	100

Tabla 34. *Desviaciones de las medias* de calificaciones recibidas por el alumnado evaluado en cada uno de los bloques durante la segunda implementación

Los bloques de Álgebra y Análisis presentan porcentajes similares. Aproximadamente el 85% de las *Desviaciones de las medias* son inferiores o iguales a medio intervalo de calificaciones, superándose el 90% para desviaciones inferiores o iguales a un intervalo. El bloque de Estadística registra mejores datos, pues se alcanza el 100% para desviaciones inferiores o iguales a un intervalo de calificaciones.

El análisis sobre la validez de la evaluación entre iguales se completa con el análisis de las variables denominadas *Ejecución*, *Identificación* y *Uso de las TIC en Matemáticas*. Estas variables hacen referencia a la retroalimentación recibida por el alumnado evaluado en el área de comentarios de las 32 rúbricas realizadas en las tareas del bloque de Álgebra y de las 30 rúbricas realizadas en las tareas de los bloques de Análisis y Estadística. Este descenso en el número de rúbricas se debe a que la alumna BDO abandona el curso en enero de 2019.

La siguiente tabla presenta las frecuencias que alcanzan los valores correspondientes a las tres variables anteriormente citadas en las tareas 1 y 2:

	TAREA 1						TAREA 2					
	Ejecución		Identificación		Uso de las TIC en Matemáticas		Ejecución		Identificación		Uso de las TIC en Matemáticas	
	f <sub>i</sub>	%	f <sub>i</sub>	%	f <sub>i</sub>	%	f <sub>i</sub>	%	f <sub>i</sub>	%	f <sub>i</sub>	%
Afirmativa	26	81.3	15	46.9	0	0.00	22	68.8	9	28.1	0	0.00
Negativa	6	18.7	17	53.1	32	100	10	31.2	23	71.9	32	100

Tabla 35. Variables *Ejecución*, *Identificación* y *Uso de las TIC en Matemáticas* en el bloque de Álgebra durante la segunda implementación

De la tabla anterior se extraen dos lecturas significativas: en primer lugar, debemos analizar de manera más detallada aquellos apartados de la rúbrica en los que la retroalimentación suministrada por el alumnado evaluador no corresponde a la requerida por el apartado y, en segundo lugar, se plantea la necesidad de fomentar la integración de las TIC para mejorar la calidad de la retroalimentación.

En la siguiente tabla se recogen de manera exhaustiva las frecuencias con las que aparecen valores negativos en las variables *Ejecución* e *Identificación*, debido a la no cumplimentación de dichos apartados o la discrepancia entre la retroalimentación efectuada y la que se hubiera tenido que hacer:

APARTADO	TAREA 1		TAREA 2	
	<i>Ejecución</i>	<i>Identificación</i>	<i>Ejecución</i>	<i>Identificación</i>
2	0	7	0	12
3	1	8	0	12
4	1	2	0	2
5	1	14	0	20
6	1	14	0	17
PF	1	2	2	1
EG	6	2	10	2

Tabla 36. Frecuencias con las que aparecen valores negativos en las variables *Ejecución* e *Identificación* del bloque de Álgebra en la segunda implementación

El apartado que presenta más incidencias en cuanto a su falta de cumplimentación es el denominado *Evaluación Global*, mientras que la mayor frecuencia de errores de identificación se registra en los apartados 5 y 6, *Apoyo emocional al compañero* y *Respuesta emocional al trabajo*, seguidos de los apartados 2 y 3, *Orientación* y *Reflexión*.

A partir de los datos recogidos en las dos tablas anteriores se efectúan ciertos ajustes en el diseño de la rúbrica tras realizar la tarea 2. El principal ajuste consiste en la

unificación de los apartados 5 y 6 bajo la denominación *Respuesta emocional al trabajo realizado por el compañero*. De este modo, se pasa a la segunda iteración de esta segunda implementación.

La siguiente tabla presenta las frecuencias que alcanzan los valores de las variables *Ejecución, Identificación y Uso de las TIC en Matemáticas* en las tareas 3 y 4:

	TAREA 3						TAREA 4					
	<i>Ejecución</i>		<i>Identificación</i>		<i>Uso de las TIC en Matemáticas</i>		<i>Ejecución</i>		<i>Identificación</i>		<i>Uso de las TIC en Matemáticas</i>	
	$f_i$	%	$f_i$	%	$f_i$	%	$f_i$	%	$f_i$	%	$f_i$	%
Afirmativa	19	63.3	20	66.7	0	0.00	20	66.7	20	66.7	0	0.00
Negativa	11	36.7	10	33.3	30	100	10	33.3	10	33.3	30	100

Tabla 37. Variables *Ejecución, Identificación y Uso de las TIC en Matemáticas* en el bloque de Análisis durante la segunda implementación

Volvemos a registrar a continuación de manera exhaustiva las frecuencias con que las variables *Ejecución e Identificación* adoptan valores negativos:

APARTADO	TAREA 3		TAREA 4	
	<i>Ejecución</i>	<i>Identificación</i>	<i>Ejecución</i>	<i>Identificación</i>
2	1	6	0	2
3	1	10	2	8
4	1	3	2	4
5	1	4	0	4
PF	2	0	0	2
EG	11	0	8	0

Tabla 38. Frecuencias con las que aparecen valores negativos en las variables *Ejecución e Identificación* del bloque de Análisis en la segunda implementación

El apartado *Evaluación Global* vuelve a contabilizar de manera sistemática el mayor número de errores de ejecución en las tareas 3 y 4. Con respecto a los errores de identificación, se ha registrado una notable disminución tras la realización de los ajustes respecto al bloque de Álgebra. De todos modos, el apartado denominado *Reflexión* sigue presentando una mayor incidencia en dichos errores, seguido de los apartados 2, 5 y 4. Esto significa que todavía se deben introducir nuevos ajustes en la designación de los apartados del área de comentarios de la rúbrica para facilitar al alumnado su identificación y ejecución.

Análogamente analizamos los datos correspondientes al bloque de Estadística:

	TAREA 5					
	<i>Ejecución</i>		<i>Identificación</i>		<i>Uso de las TIC en Matemáticas</i>	
	$f_i$	%	$f_i$	%	$f_i$	%
Afirmativa	20	66.7	21	70.0	5	16.7
Negativa	10	33.3	9	30.0	25	83.3

Tabla 39. Variables *Ejecución*, *Identificación* y *Uso de las TIC en Matemáticas* en el bloque de Estadística durante la segunda implementación

Detallando por apartados las incidencias registradas para las variables *Ejecución* e *Identificación* de la tarea 5 obtenemos los siguientes datos:

APARTADO	TAREA 5	
	<i>Ejecución</i>	<i>Identificación</i>
2	0	1
3	0	9
4	0	6
5	0	2
PF	0	1
EG	10	0

Tabla 40. Variables *Ejecución* e *Identificación* por apartados del área de comentarios en el bloque de Estadística de la segunda implementación

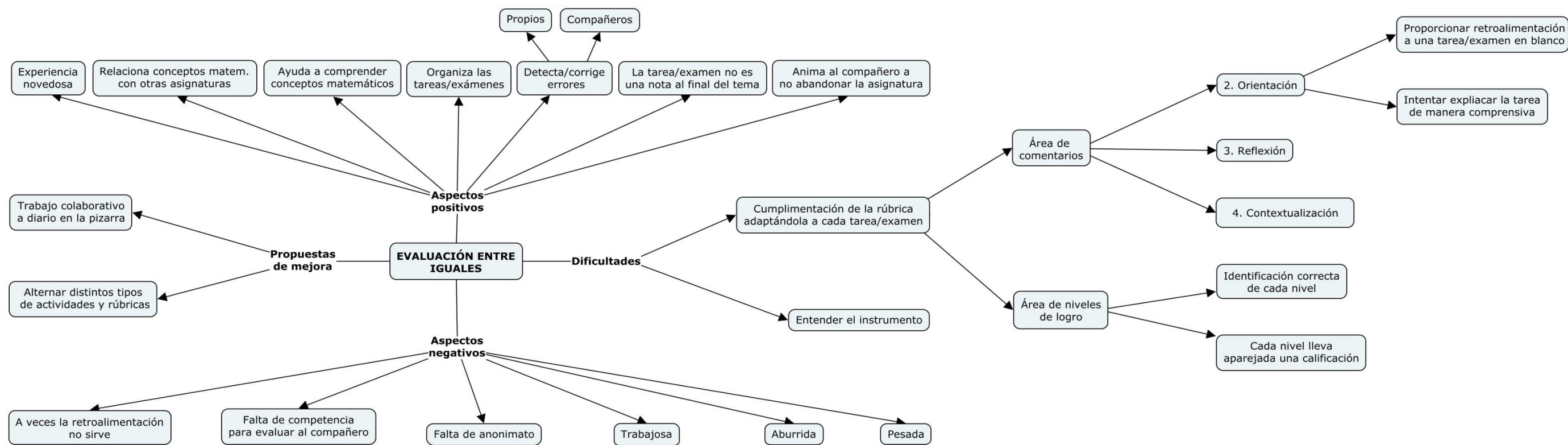
Los errores de ejecución e identificación son coherentes con los registrados en el bloque de Análisis, acentuándose la presencia del error de identificación en el apartado 3, *Reflexión*, seguido del apartado 4, *Contextualización*.

## B. Diseño tecnopedagógico

Este análisis se basa en los datos recogidos en los cuestionarios de valoración de la experiencia realizados tras las rúbricas de la primera y última tarea, los grupos focales inicial y final, las entrevistas y la observación.

Los siguientes esquemas estructuran la percepción que tiene el alumnado sobre el diseño tecnopedagógico en base a los aspectos positivos y negativos que presenta la evaluación entre iguales, las dificultades encontradas y las propuestas de mejora que estiman necesarias incluir. A partir de dichos esquemas se profundiza en el análisis de los aspectos positivos y negativos considerados por el alumnado, en la percepción que determinados alumnos con un perfil concreto dentro del grupo tienen sobre la experiencia y en la valoración de la retroalimentación otorgada y recibida.

TRAS EL USO DE LAS RÚBRICAS DE LAS DOS PRIMERAS TAREAS



AL FINALIZAR EL CURSO

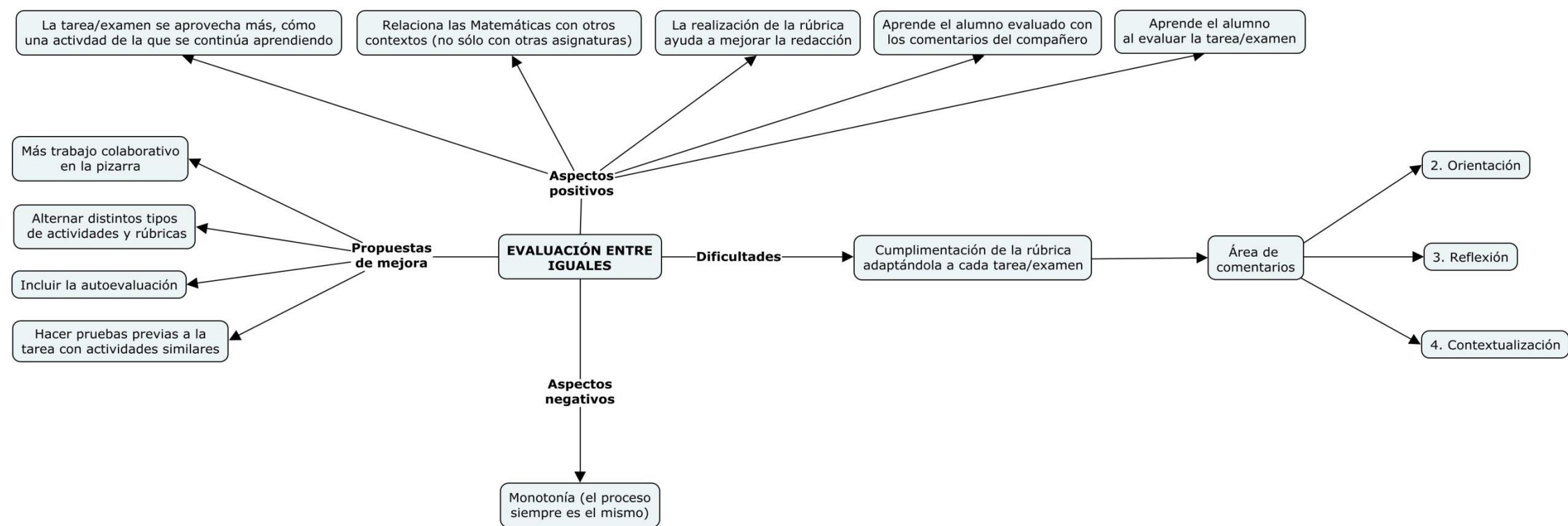


Figura 9. Valoración grupal de la evaluación entre iguales durante la segunda implementación: aspectos positivos y negativos, dificultades y propuestas de mejora

La valoración grupal de la evaluación entre iguales mantiene los aspectos positivos que avalan su utilización como estrategia de enseñanza y aprendizaje durante toda la implementación. Por el contrario, los aspectos negativos se reducen significativamente conforme se desarrolla la experiencia. El único aspecto negativo que el alumnado indica al finalizar el curso es la monotonía que presenta el proceso de evaluar al compañero. Asimismo, las dificultades se reducen de manera paulatina, manteniéndose la cumplimentación de la rúbrica para proporcionar retroalimentación en los apartados *Orientación*, *Reflexión* y *Contextualización*. Entre las propuestas de mejora, estimamos oportuno subrayar la petición que realiza el alumnado de incluir la autoevaluación en la experiencia.

Como complemento a los aspectos positivos y negativos que el alumnado apunta en relación a la evaluación entre iguales, se recogen a continuación los adjetivos que emplea para describirla<sup>38</sup>:

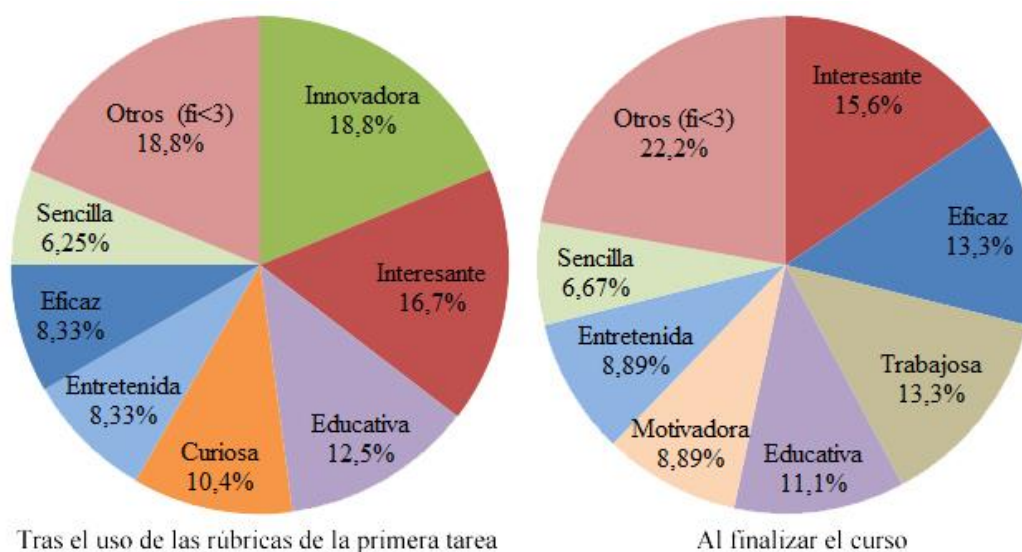


Figura 10. Adjetivos que describen la percepción que tiene el alumnado sobre la evaluación entre iguales durante la segunda implementación

El alumnado la califica con una mayor frecuencia tras el uso de la primera rúbrica como *innovadora*, *interesante* y *educativa*, mientras que al finalizar el curso dicha calificación evoluciona a *interesante*, *eficaz* y *trabajosa*. Los adjetivos *educativa*, *entretenida* y *fácil* mantienen porcentajes similares durante todo el curso y el adjetivo *eficaz* progresa positivamente. Esto significa que la evaluación entre iguales pasa de ser algo innovador

<sup>38</sup> Véase el Anexo 13

a convertirse en una experiencia que le resulta familiar, experiencia que no deja de ser interesante, educativa y eficaz durante toda la implementación.

Analizada la percepción grupal de la evaluación entre iguales y determinada la calificación que individualmente le otorga el alumnado, pasamos a la percepción que determinados alumnos con un perfil concreto dentro del grupo manifiestan. Para ello se va a considerar, en la segunda implementación, un alumno con perfil competencial alto (VCG), una alumna con perfil competencial medio (JLG) y un alumno con perfil competencial bajo (MSM).

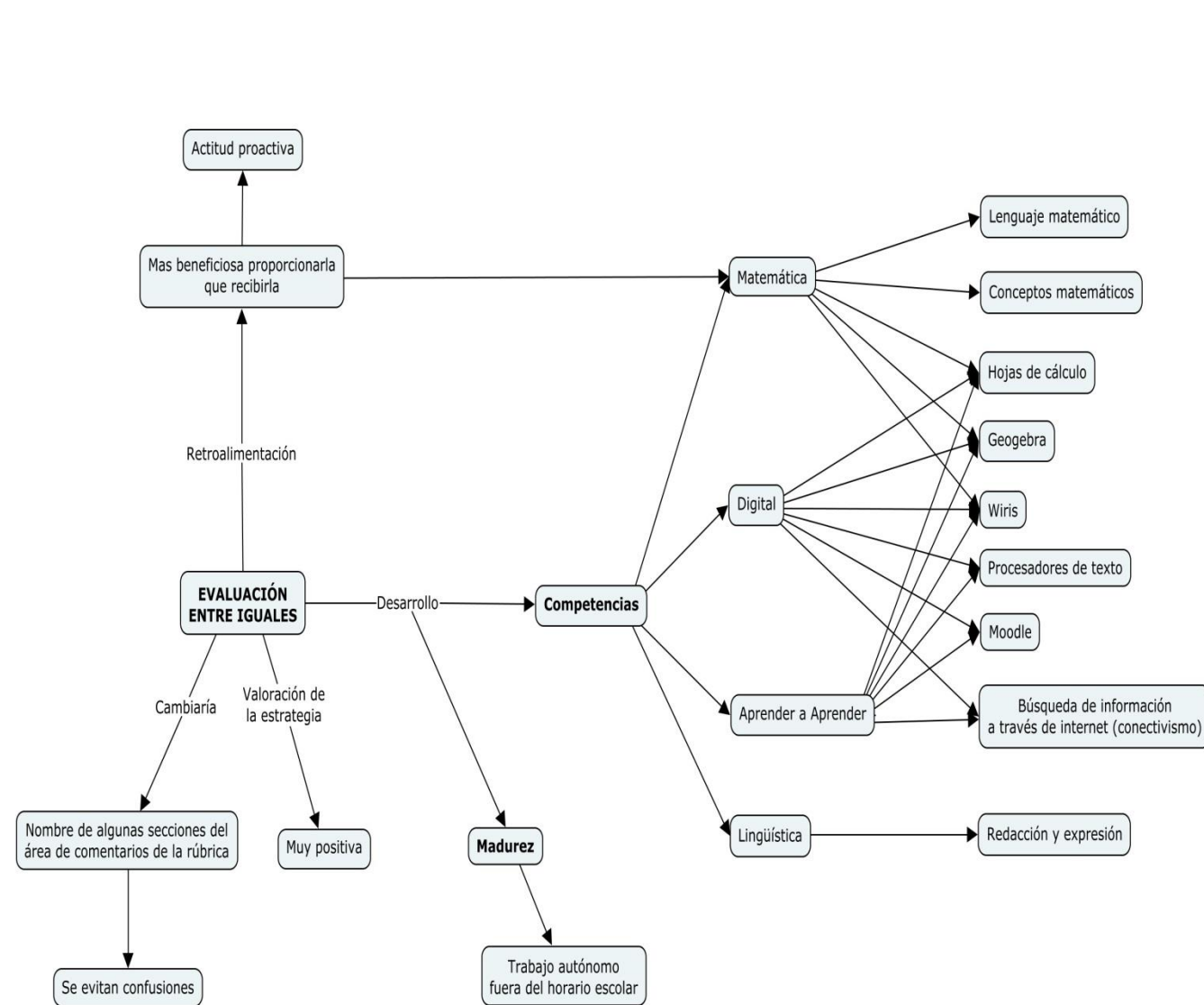


Figura 11. Percepción de la evaluación entre iguales durante la segunda implementación por un alumno con nivel competencial alto (VCG)

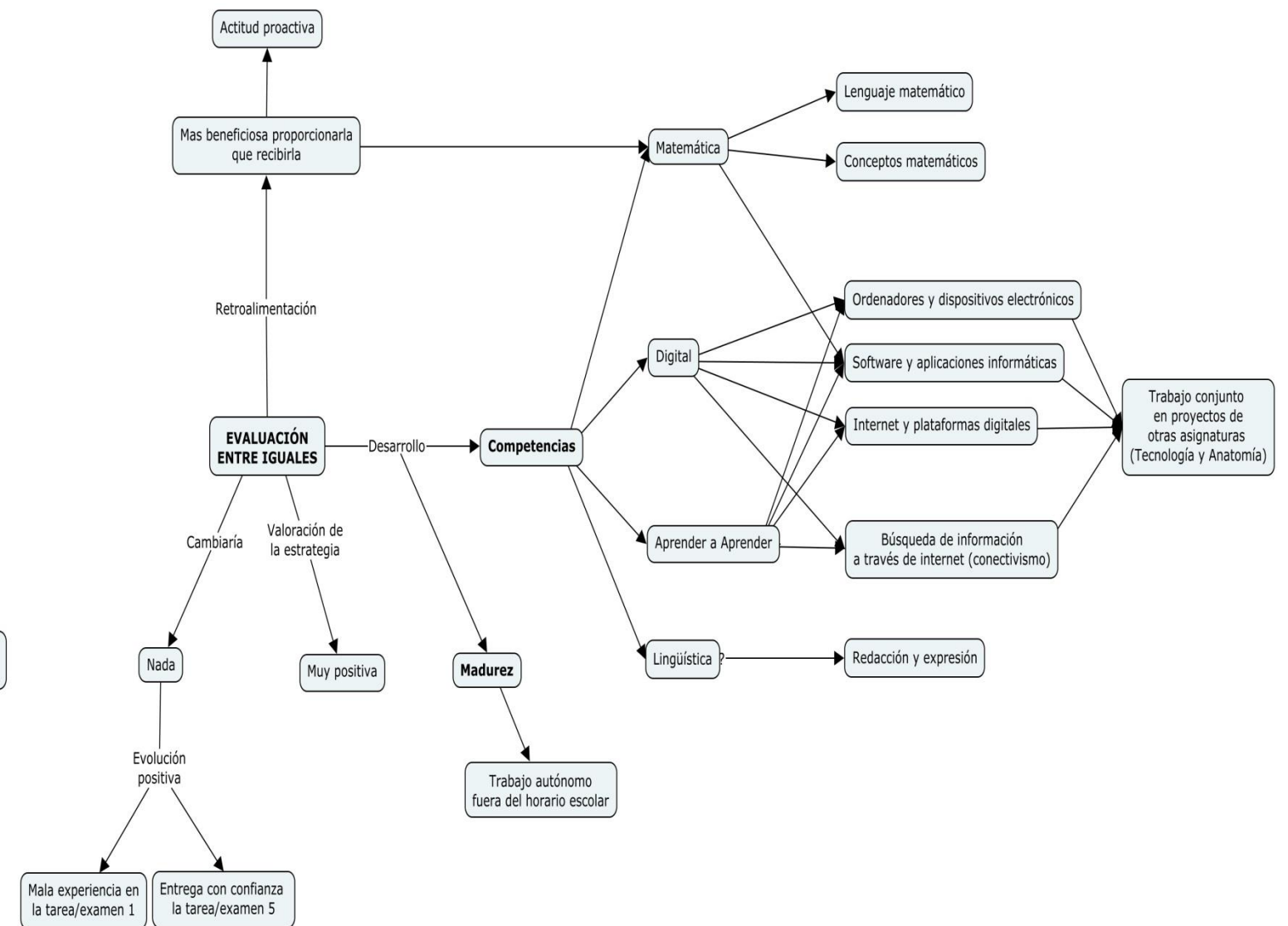


Figura 12. Percepción de la evaluación entre iguales durante la segunda implementación por una alumna con nivel competencial medio (JLG)



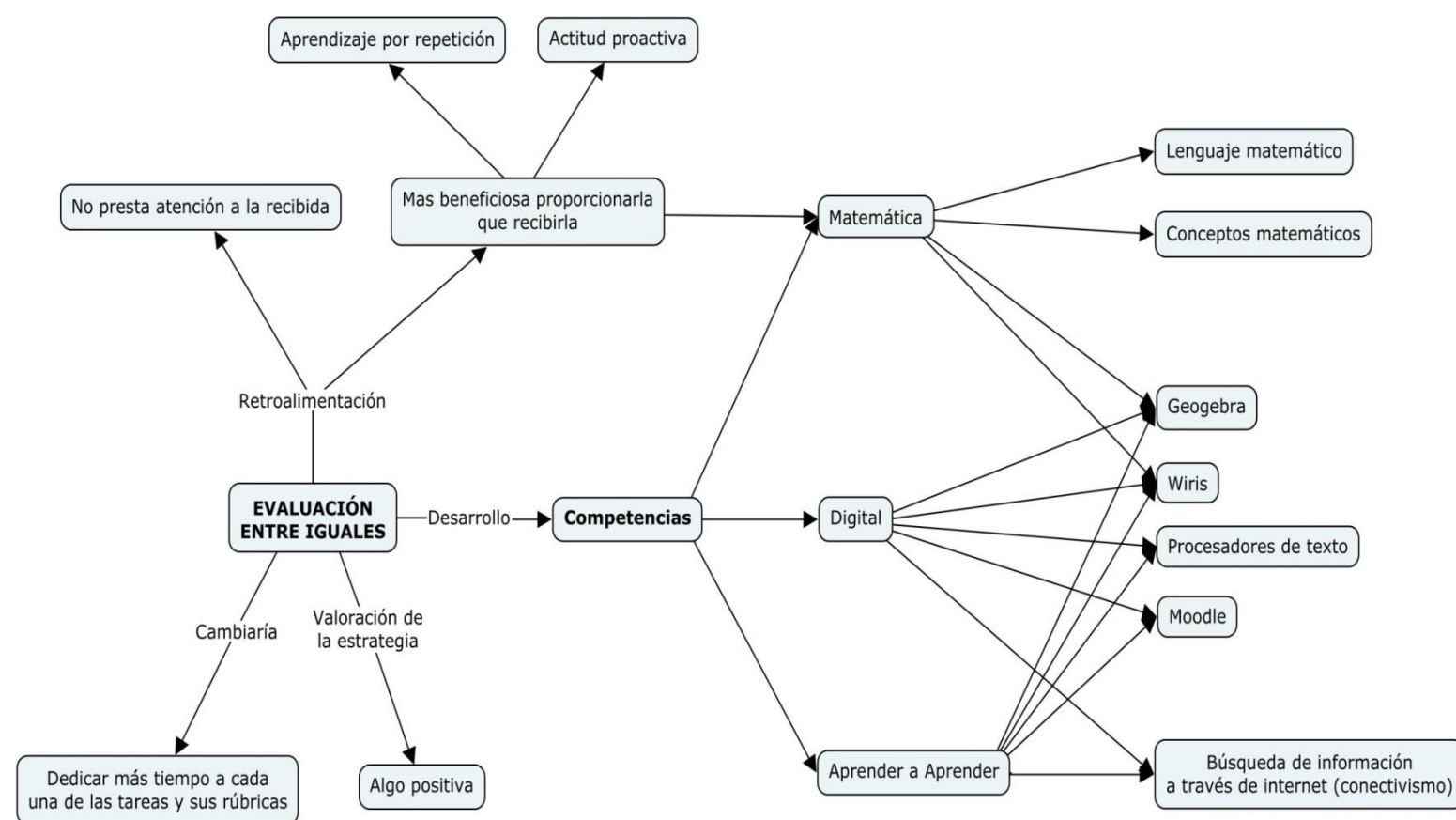


Figura 13. Percepción de la evaluación entre iguales durante la segunda implementación por un alumno con nivel competencial bajo (MSM)

Con independencia del nivel competencial del alumnado, la implementación de la evaluación entre iguales resulta positiva o muy positiva para el desarrollo de la madurez y de las competencias matemática, digital y aprender a aprender. El desarrollo de la competencia lingüística presenta una valoración desigual entre el alumnado con menor nivel competencial.

El alumnado de nivel competencial alto indica la necesidad de cambiar la designación de los apartados del área de comentarios de la rúbrica para evitar confusiones. Esta petición es coherente con las dificultades detectadas a nivel grupal y que se han citado anteriormente.

Con respecto a la retroalimentación, el alumnado considera más beneficiosa proporcionarla que recibirla, dándose el caso de un alumno de nivel competencial bajo que no tiene en cuenta la retroalimentación recibida. Esta circunstancia es coherente con los datos que se recogen a continuación y cuantifican, en una escala Likert de cinco niveles, su valoración en términos de aprendizaje:

	RETROALIMENTACIÓN	
	OTORGADA	RECIBIDA
Tras las rúbricas de la primera tarea	3.75	3.94
Al finalizar el curso	4.47	3.88

Tabla 41. Valoración de las retroalimentaciones otorgadas y recibidas por el alumnado en la segunda implementación

Se produce una evolución asimétrica entre las retroalimentaciones otorgada y recibida. Mientras que la primera evoluciona positivamente, la segunda lo hace en sentido inverso. El retroceso en la valoración de la retroalimentación recibida indica que la rúbrica no está cumpliendo íntegramente la función para la que fue diseñada, pues el alumnado valora menos dicha retroalimentación al finalizar el curso que al comienzo del mismo. Entre las causas que se atribuyen a este hecho, compruebo desde mi perspectiva como investigador que una parte del alumnado no reflexiona sobre la retroalimentación recibida y da por concluido el proceso una vez que proporciona retroalimentación a sus compañeros. Para solventar esta situación requiero la incorporación de otros instrumentos que obliguen al alumnado a reflexionar sobre dicha retroalimentación. Al reflexionar sobre la retroalimentación recibida y la aplicación de la rúbrica a la propia tarea se recupera la idea de autoevaluación. Idea que también sale a la luz entre las propuestas de mejora que indica el alumnado a nivel grupal.

## 4.2.2. DOMINIO COMPETENCIA MATEMÁTICA

En este apartado se relaciona el dominio competencial del alumnado con la calidad que presenta la evaluación y retroalimentación de las rúbricas que realiza. Aunque se hubiera podido efectuar un análisis basado en otras variables, hemos optado por un estudio basado en los niveles competenciales del alumnado para dar respuesta a nuestro problema de investigación.

El dominio competencial del alumnado se determina a través de la variable *Calificación recibida*, calificación que le otorga el docente en cada una de las tareas. Dicha variable nos permite agrupar al alumnado según su nivel competencial.

Para el tratamiento de los niveles competenciales del alumnado se consideran tres categorías: alumnado con nivel competencial alto, [B+, A]; alumnado con nivel competencial medio, [C, B+); y alumnado con nivel competencial bajo que no ha alcanzado el nivel competencial mínimo, [D, C). El alumnado de los niveles competenciales medio y alto constituye el alumnado que obtiene evaluación positiva.

ÁLGEBRA							
TAREA 1				TAREA 2			
Nivel competencial	Alumnos		Calificación	Nivel competencial	Alumnos		Calificación
	Nº	Identidad			Nº	Identidad	
[B+, A]	3	PDM	A	[B+, A]	3	VCG	A-
		MMF	B+			PDM	A-
		JTS	B+			JTS	B+
[C, B+)	6	CPG	C+	[C, B+)	7	JLG	C+
		VCG	C+			AGL	B-
		SGC	B			MMF	B
		BON	B			PNV	C
		JSC	C			BON	B
		MSC	B-			JSC	B
[D, C)	7	JLG	D+	[D, C)	6	MSM	C
		BDO	D+			CPG	C-
		NDO	D+			BDO	D
		AGL	D+			NDO	C-
		MME	D			SGC	D+
		PNV	D+			MME	D+
		MSM	D			MSC	D

Tabla 42. Agrupación del alumnado por niveles competenciales dentro del bloque de Álgebra en la segunda implementación

La evaluación positiva oscila desde el desde 56.3% en la tarea 1 hasta el 62.5% en la tarea 2. A su vez, el 18.8% del alumnado alcanza el nivel competencial alto en ambas tareas.

ANÁLISIS							
TAREA 3				TAREA 4			
Nivel competencial	Alumnos		Calificación	Nivel competencial	Alumnos		Calificación
	Nº	Identidad			Nº	Identidad	
[B+, A]	1	VCG	B+			VCG	A
		JLG	C			PDM	A
[C, B+)	4	PDM	B	[B+, A]	5	NDO	B+
		MMF	C			MMF	B+
		JTS	B			BON	A
		CPG	C-			CPG	C+
[D, C)	10	NDO	C-	[C, B+)	4	SGC	B
		AGL	D			JSC	C+
		SGC	D+			JTS	B-
		MME	D			JLG	D+
		PNV	D+			AGL	D
		BON	D+			MME	D
		JSC	D			PNV	D
		MSC	D			MSC	D
		MSM	D+			MSM	D

Tabla 43. Agrupación del alumnado por niveles competenciales dentro del bloque de Análisis en la segunda implementación

Los datos correspondientes al bloque de Análisis registran porcentajes desiguales en relación al nivel competencial del alumnado para cada una de las tareas. Mientras que en la tarea 3 solamente obtiene evaluación positiva el 33.3% del alumnado, en la tarea 4 se alcanza un porcentaje similar al obtenido en las tareas del bloque de Álgebra, concretamente un 60%.

ESTADÍSTICA			
TAREA 5			
Nivel competencial	Alumnos		Calificación
	Nº	Identidad	
[B+, A]	4	VCG	B+
		PDM	A-
		NDO	B+
		MSC	B+
[C, B+)	6	JLG	C
		CPG	C+
		SGC	B
		MMF	B
		JSC	B-
		JTS	C+
[D, C)	5	AGL	D+
		MME	D
		PNV	D
		BON	D
		MSM	D

Tabla 44. Agrupación del alumnado por niveles competenciales dentro del bloque de Estadística en la segunda implementación

La tarea 5, perteneciente al bloque de Estadística, muestra los mejores datos en cuanto a nivel competencial del alumnado. El porcentaje que en ella obtiene evaluación positiva

llega al 66.7%. Si agrupamos el porcentaje de alumnado por niveles competenciales en cada uno de los bloques de contenidos obtenemos los siguientes datos:

	ÁLGEBRA	ANÁLISIS	ESTADÍSTICA	CURSO 2018/19
[B+, A]	18.8	20.0	26.7	20.8
[C, B+)	40.6	26.7	40.0	35.1
[D, C)	40.6	53.3	33.3	44.1

Tabla 45. Porcentaje del alumnado por niveles competenciales en cada bloque de contenidos y durante el curso 2018/19

El único bloque de contenidos en el que la evaluación positiva no supera el 50% es en el bloque de Análisis. En el resto de bloques de contenidos y en el balance del curso 2018/19 se obtienen cifras que señalan un predominio de la evaluación positiva.

Una vez analizados los niveles competenciales, el siguiente paso es analizar la calidad de la evaluación y retroalimentación que proporciona el alumnado evaluador. Dicha calidad se mide en la precisión a la hora de calificar los criterios del área de niveles de logro y en la adecuación de los comentarios realizados en el área de comentarios. La precisión en la calificación otorgada se efectúa contabilizando el número de *Desviaciones individuales*, mientras que la adecuación de los comentarios se determina a partir de las siguientes dimensiones y variables<sup>39</sup>:

<sup>39</sup> Los documentos consultados para el establecimiento las dimensiones y variables que determinan el análisis de la competencia matemática en el área de comentarios de las rúbricas son:

- Unión Europea
  - *Recomendación del Parlamento Europeo y del Consejo de 18 de diciembre de 2006 sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente (2006/962/CE).*
  - *Recomendación del Consejo de 22 de mayo de 2018 relativa a las competencias clave para el aprendizaje permanente (2018/C 189/01).*
- Gobierno Español
  - *Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato (BOE-A-2015-738).*
  - *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (BOE-A-2015-37).*
- Junta de Andalucía
  - *Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente al Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado (BOJA/2016/145/52).*

DOMINIO	DIMENSIONES	VARIABLES <sup>40</sup>
Competencia Matemática	Conocimientos	Concepto
		Representación matemática (fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas)
		Lenguaje matemático
	Capacidades	Procedimiento
		Uso de las TIC en Matemáticas
		Interpretación de resultados y análisis de soluciones
	Actitudes	Aplicación a distintos contextos (personales, sociales, profesionales...)

Tabla 46. Dimensiones y variables consideradas para el dominio competencial en el área de comentarios de las rúbricas

La variable denominada *Desviaciones individuales* sigue un análisis cuantitativo de tipo estadístico, mientras que las variables *Concepto*, *Representación matemática*, *Lenguaje matemático*, *Procedimiento*, *Uso de las TIC en Matemáticas*, *Interpretación de resultados y análisis de soluciones* y *Aplicaciones a distintos contextos* son analizadas cualitativamente con el software MAXQDA<sup>41</sup>.

Tal y como se indicó en el capítulo anterior, el análisis cualitativo se inicia con la codificación de los comentarios que el alumnado evaluador realiza en el área de comentarios de la rúbrica. Los códigos RC (realiza correctamente), RI (realiza incompletamente), RE (realiza con errores) y NR (no realiza) se cuantifican utilizando el comando *herramientas visuales / matriz de códigos*. Dicha cuantificación posibilita su posterior análisis estadístico.

Las tablas que se exponen a continuación contienen las frecuencias absolutas y relativas de los valores (códigos) con los que aparecen las variables relativas a la competencia matemática en los distintos bloques de contenidos y en la totalidad del curso escolar 2018/19.

<sup>40</sup> Véase el Anexo 14

<sup>41</sup> Véase el Anexo 15

		ÁLGEBRA							
		[B+, A]		[C, B+)		[D, C)			
		$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$		
Desviaciones individuales	0	54	.900	103	.792	100	.769		
	1	1	.017	16	.123	18	.139		
	2	5	.083	9	.069	10	.077		
	3	0	.000	2	.016	2	.015		
Conocimientos	Concepto	RC	10	.833	21	.808	21	.808	
		RI	1	.083	1	.038	0	.000	
		RE	1	.083	0	.000	4	.154	
		NR	0	.000	4	.154	1	.038	
	Representación matemática	RC	11	.611	24	.600	22	.578	
		RI	4	.222	5	.125	4	.105	
		RE	0	.000	4	.100	0	.000	
		NR	3	.167	7	.175	12	.316	
	Lenguaje matemático	Nº errores	13	-	17	-	18	-	
	Capacidades	Procedimiento	RC	17	.708	25	.500	26	.481
			RI	4	.167	14	.280	10	.185
			RE	0	.000	0	.000	1	.019
NR			3	.125	11	.220	17	.315	
Uso de las TIC en Matemáticas		RC	18	.750	36	.692	26	.500	
		RI	0	.000	0	.000	1	.019	
		RE	0	.000	5	.096	6	.115	
		NR	6	.250	11	.212	19	.366	
Actitudes		Interpretación de resultados y análisis de soluciones	RC	6	.333	10	.250	4	.105
			RI	1	.056	1	.025	5	.132
			RE	2	.111	0	.000	5	.132
			NR	9	.500	29	.725	24	.631
	Aplicación a distintos contextos	RC	20	.833	43	.827	34	.654	
		RI	3	.125	1	.019	1	.019	
		RE	1	.042	7	.135	13	.250	
		NR	0	.000	1	.019	4	.077	

Tabla 47. Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables competenciales agrupadas por niveles de competencia matemática en el bloque de Álgebra durante la segunda implementación

La tabla anterior señala una correspondencia entre el nivel competencial del alumnado y la calidad de su evaluación y retroalimentación. Se comprueba que las calificaciones que otorga el alumnado evaluador, aplicando los criterios de las rúbricas, presentan una elevada precisión. Las variables sobre la retroalimentación otorgada, a excepción de dos de ellas, muestran porcentajes de desarrollo competencial correctos en todos los niveles competenciales. La variable *Procedimiento*, para el alumnado de nivel competencial bajo, y la variable *Interpretación de resultados y análisis de soluciones*, para todo el alumnado, son las únicas que registran porcentajes de retroalimentación correcta inferiores al 50% en el bloque de Álgebra.

		ANÁLISIS							
		[B+, A]		[C, B+)		[D, C)			
		$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$		
Desviaciones individuales	0	54	.900	66	.824	109	.681		
	1	5	.083	9	.113	33	.206		
	2	1	.017	1	.013	11	.069		
	3	0	.000	4	.050	7	.044		
Conocimientos	Concepto	RC	25	.961	30	.750	53	.631	
		RI	0	.000	2	.050	8	.095	
		RE	1	.039	2	.050	11	.131	
		NR	0	.000	6	.150	12	.143	
	Representación matemática	RC	15	.682	9	.375	7	.159	
		RI	3	.136	2	.083	8	.182	
		RE	1	.046	1	.042	3	.068	
		NR	3	.136	12	.500	26	.591	
	Lenguaje matemático	Nº errores	10	-	14	-	10	-	
	Capacidades	Procedimiento	RC	29	.691	42	.583	90	.577
			RI	9	.214	3	.042	13	.083
			RE	0	.000	3	.042	12	.077
NR			4	.095	24	.333	41	.283	
Uso de las TIC en Matemáticas		RC	16	.667	12	.375	33	.516	
		RI	0	.000	0	.000	0	.000	
		RE	0	.000	0	.000	0	.000	
		NR	8	.333	20	.625	31	.484	
Actitudes		Interpretación de resultados y análisis de soluciones	RC	7	.583	8	.500	14	.438
			RI	2	.167	1	.062	0	.000
			RE	0	.000	1	.062	1	.031
			NR	3	.250	6	.375	17	.531
	Aplicación a distintos contextos	RC	20	.833	23	.719	43	.672	
		RI	0	.000	0	.000	2	.031	
		RE	4	.167	6	.187	15	.234	
		NR	0	.000	3	.094	4	.063	

Tabla 48. Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables competenciales agrupadas por niveles de competencia matemática en el bloque de Análisis durante la segunda implementación

Los datos correspondientes al bloque de Análisis vuelven a mostrar, en líneas generales, una correspondencia entre el nivel competencial del alumnado y la calidad de su evaluación y retroalimentación. Las calificaciones que otorga el alumnado vuelven a presentar una precisión elevada. La mitad de las variables relativas a la retroalimentación otorgada (*Concepto*, *Procedimiento* y *Aplicación a distintos contextos*) muestran porcentajes de desarrollo competencial correctos en todos los niveles competenciales. Por el contrario, las variables *Representación matemática*, en los niveles competenciales medio y bajo, *Uso de las TIC en Matemáticas*, en el nivel medio, y la variable *Interpretación de resultados y análisis de soluciones*, en el nivel bajo, registran porcentajes de retroalimentación correcta inferiores al 50%.



		ESTADÍSTICA							
		[B+, A]		[C, B+)		[D, C)			
		$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$		
Desviaciones individuales	0	35	.875	54	.900	42	.840		
	1	5	.125	6	.100	7	.140		
	2	0	.000	0	.000	1	.020		
	3	0	.000	0	.000	0	.000		
Conocimientos	Concepto	RC	8	1.00	11	.917	6	.600	
		RI	0	.000	0	.000	1	.100	
		RE	0	.000	0	.000	2	.200	
		NR	0	.000	1	.083	1	.100	
	Representación matemática	RC	18	.750	26	.722	15	.500	
		RI	1	.042	7	.195	2	.067	
		RE	0	.000	0	.000	4	.133	
		NR	5	.208	3	.083	9	.300	
	Lenguaje matemático	Nº errores	2	-	0	-	1	-	
	Capacidades	Procedimiento	RC	7	.875	9	.750	5	.500
			RI	0	.000	0	.000	1	.100
			RE	0	.000	0	.000	1	.100
NR			1	.125	3	.250	3	.300	
Uso de las TIC en Matemáticas		RC	12	.750	11	.458	14	.700	
		RI	0	.000	0	.000	0	.000	
		RE	0	.000	2	.084	0	.000	
		NR	4	.250	11	.458	6	.300	
Actitudes		Aplicación a distintos contextos	RC	16	1.00	20	.833	14	.700
			RI	0	.000	0	.000	3	.150
			RE	0	.000	0	.000	3	.150
			NR	0	.000	4	.167	0	.000

Tabla 49. Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables competenciales agrupadas por niveles de competencia matemática en el bloque de Estadística durante la segunda implementación

Los datos del bloque de Estadística aportan los mejores porcentajes respecto a los bloques de Álgebra y Análisis en cuanto a la exactitud de las calificaciones otorgadas y a las variables del área de comentarios de la rúbrica. Dichas variables presentan porcentajes de retroalimentación correcta superiores al 50%, excepto para el alumnado de nivel competencial medio en la variable *Uso de las TIC en Matemáticas*. Se vuelve a verificar una correspondencia entre el nivel competencial del alumnado y la calidad de su evaluación y retroalimentación.

		CURSO 2018/19							
		[B+, A]		[C, B+)		[D, C)			
		$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$		
Desviaciones individuales	0	143	.894	223	.826	251	.738		
	1	11	.069	31	.115	58	.171		
	2	6	.037	10	.037	22	.065		
	3	0	.000	6	.222	9	.026		
Conocimientos	Concepto	RC	43	.934	62	.795	80	.667	
		RI	1	.022	3	.038	9	.075	
		RE	2	.044	2	.026	17	.141	
		NR	0	.000	11	.141	14	.117	
	Representación matemática	RC	44	.687	59	.590	44	.393	
		RI	8	.125	14	.140	14	.125	
		RE	1	.016	5	.050	7	.062	
		NR	11	.172	22	.220	47	.420	
	Lenguaje matemático	Nº errores	25	-	31	-	29	-	
	Capacidades	Procedimiento	RC	53	.716	76	.567	121	.550
			RI	13	.176	17	.127	24	.109
			RE	0	.000	3	.022	14	.064
NR			8	.108	38	.284	61	.277	
Uso de las TIC en Matemáticas		RC	46	.719	59	.546	73	.537	
		RI	0	.000	0	.000	1	.007	
		RE	0	.000	7	.065	6	.044	
		NR	18	.281	42	.389	56	.412	
Actitudes		Interpretación de resultados y análisis de soluciones	RC	13	.433	18	.321	18	.257
			RI	3	.100	2	.036	5	.071
			RE	2	.067	1	.018	6	.086
			NR	12	.400	35	.625	41	.586
	Aplicación a distintos contextos	RC	56	.875	86	.796	91	.669	
		RI	3	.047	1	.009	6	.044	
		RE	5	.078	13	.121	31	.228	
		NR	0	.000	8	.074	8	.059	

Tabla 50. Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables competenciales agrupadas por niveles de competencia matemática durante el curso 2018/19

El análisis sobre el desarrollo competencial del alumnado a través de los datos recogidos durante el curso 2018/19 manifiesta tres aspectos significativos. En primer lugar, existe una correspondencia entre el nivel competencial del alumnado y la calidad de su evaluación y retroalimentación. En segundo lugar, las calificaciones otorgadas y la retroalimentación suministrada arrojan porcentajes superiores al 50% en cuanto a su exactitud y corrección, excepto en dos variables. Dichas variables son *Representación Matemática*, para el alumnado de nivel competencial bajo, e *Interpretación de resultados y análisis de soluciones*, para todo el alumnado.

### 4.2.3. DOMINIO AFECTIVO

---

El dominio afectivo del alumnado es evaluado en distintos momentos del periodo académico para analizar su evolución con la puesta en marcha de la evaluación entre iguales. Dichos momentos corresponden al inicio de curso, con el cuestionario pretest; tras la realización de las rúbricas de las dos primeras tareas, con el grupo focal inicial; y al finalizar el curso, con el cuestionario posttest, el grupo focal final y las entrevistas. A su vez se analiza cómo la retroalimentación afectiva modifica el dominio afectivo del alumnado hacia la disciplina matemática. Este análisis se complementa con el análisis documental y la observación directa en el aula.

Un requisito previo al análisis del dominio afectivo es el estudio de la consistencia interna del cuestionario pretest y la homogeneidad de sus medias. Medimos la consistencia interna a través del coeficiente Alfa de Cronbach (Mateus & Hernández, 2019) y obtenemos valores buenos, próximos a excelentes.

N	K	$\Sigma\sigma_i$	$\sigma_t$	$\alpha$
16	30	34.1	258	<b>.898</b>

Tabla 51. Coeficiente alfa de Cronbach para el cuestionario pretest en la segunda implementación

Analizada la consistencia interna se pasa al estudio de la homogeneidad de las medias obtenidas en dicha escala a través del coeficiente de variación.

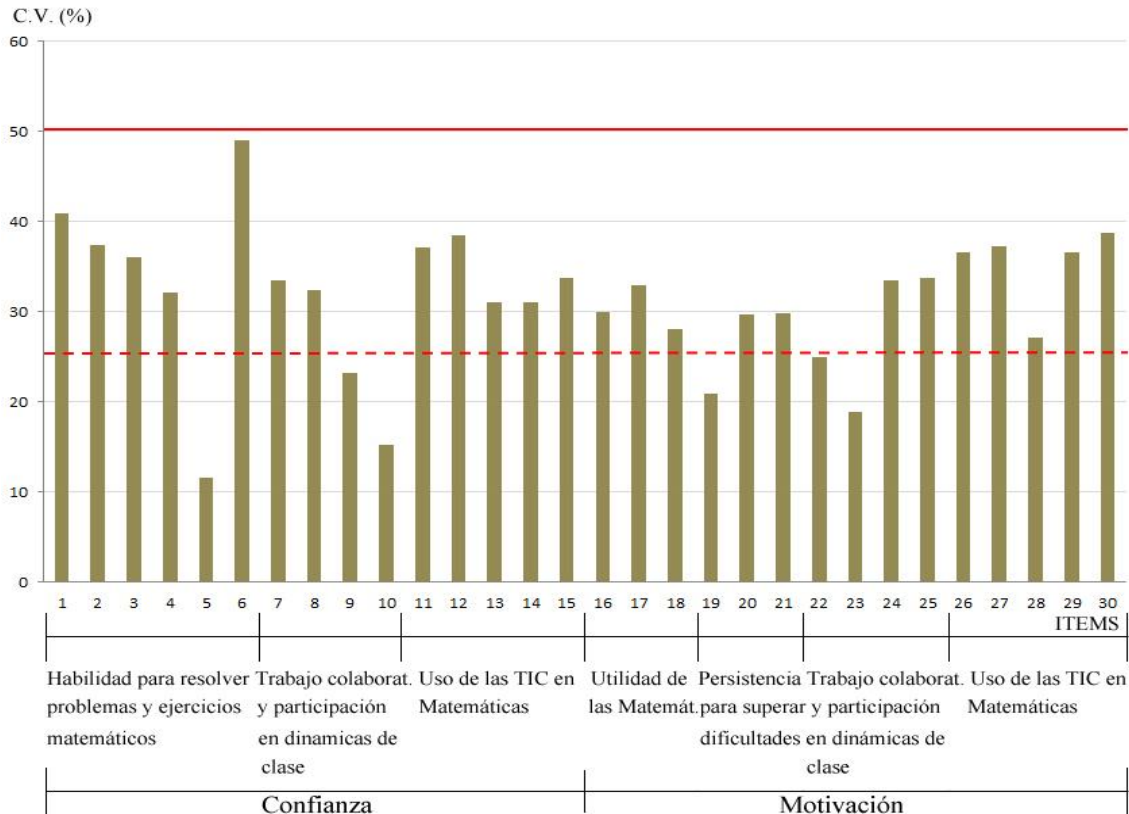


Figura 14. Coeficiente de variación de los ítems del cuestionario pretest en la segunda implementación

El coeficiente de variación para los ítems de las distintas variables no supera el 50%, circunstancia que significa que sus medias son moderadamente representativas. La mitad de los ítems de las variables *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase*, tanto en la dimensión *Confianza* como en la dimensión *Motivación*, registran una mayor homogeneidad con medias muy representativas y con poca dispersión (C.V. < 25%).

El análisis del dominio afectivo se resume gráficamente en los siguientes diagramas de caja realizados para los ítems de las distintas variables:

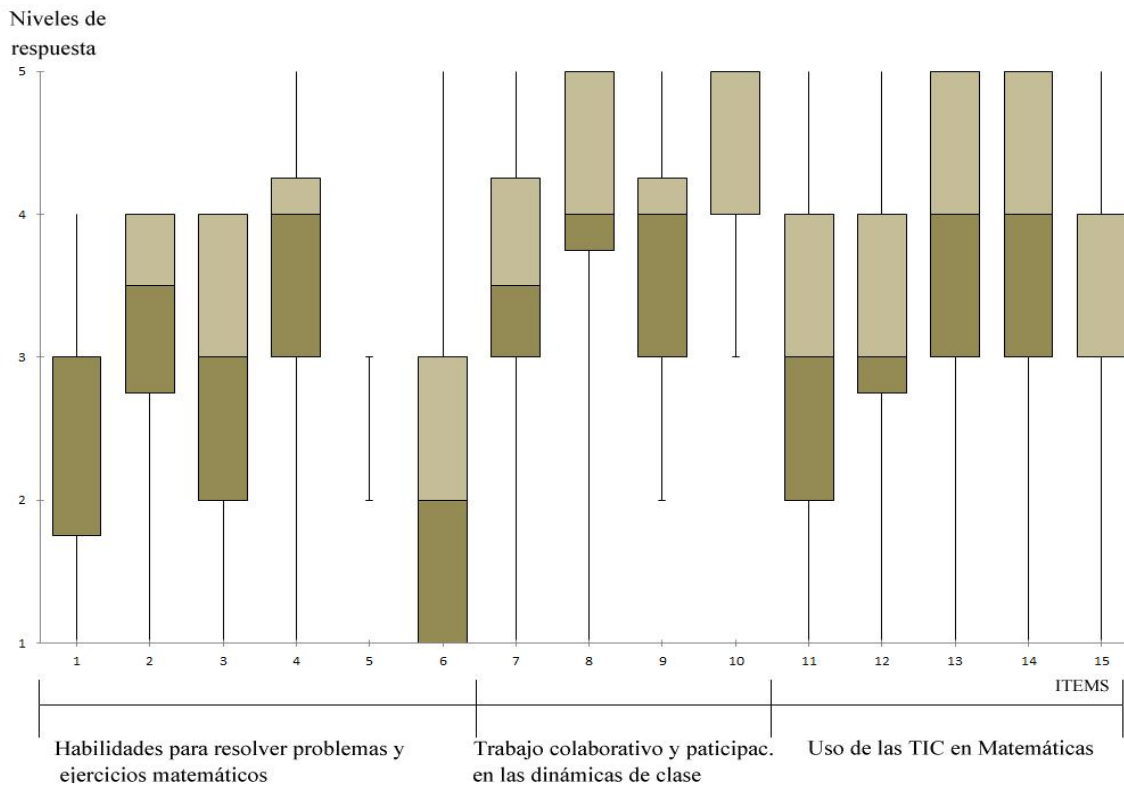


Figura 15. Diagrama de caja para los ítems de las variables pertenecientes a la dimensión *Confianza* del cuestionario pretest en la segunda implementación

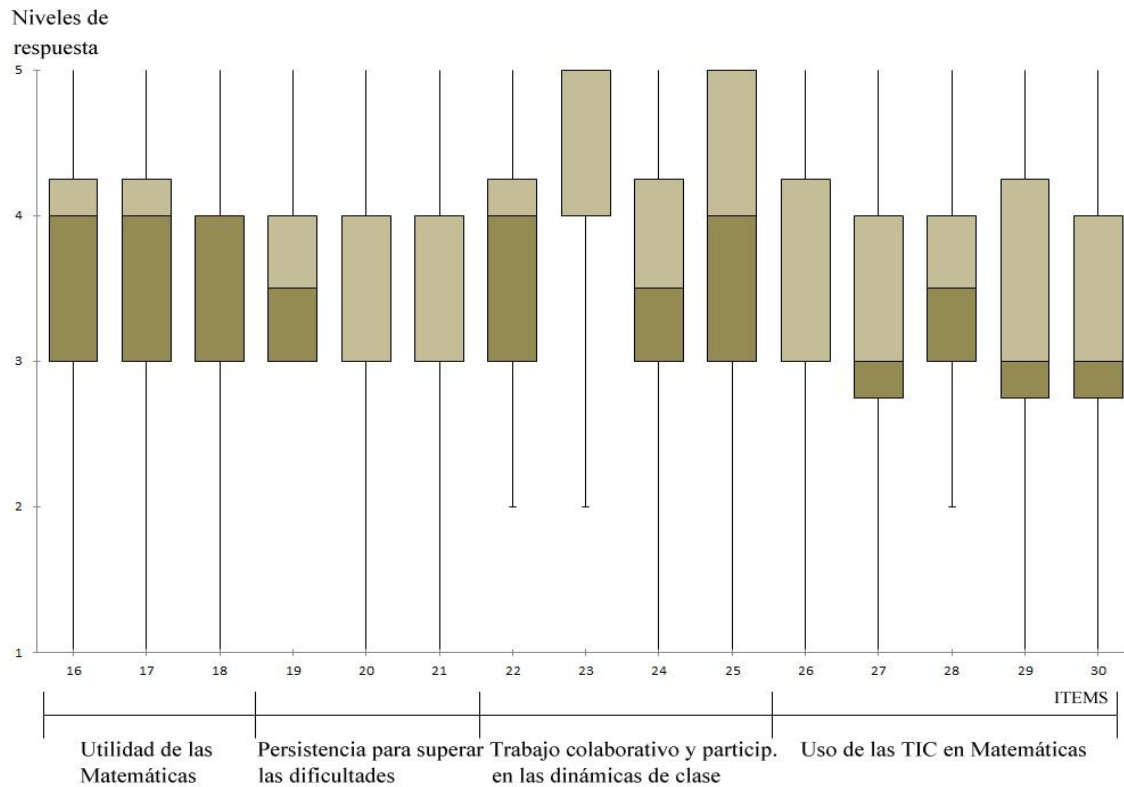


Figura 16. Diagrama de caja para los ítems de las variables pertenecientes a la dimensión *Motivación* del cuestionario pretest en la segunda implementación

Se observa que las puntuaciones que el alumnado otorga a los ítems la dimensión *Confianza* presentan una mayor dispersión respecto a los ítems de la dimensión *Motivación*. Sus medias se hallan comprendidas entre los valores 3 y 4, en una escala Likert de cinco niveles. Solamente la variable *Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos*, perteneciente a la dimensión *Confianza*, registra medias inferiores a 3. Las únicas medias que se hallan por encima de 4 corresponden a los ítems 10 y 23 de la variable *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase* en las dimensiones *Confianza* y *Motivación*.

El siguiente momento del periodo académico en el que nos detenemos para analizar el dominio afectivo corresponde a la finalización de las rúbricas de la segunda tarea, pues coincide dicho momento con el grupo focal inicial y obtenemos datos relativos a la percepción del alumnado a nivel grupal. No se pretende la cuantificación de las variables sino el establecimiento de relaciones a través del siguiente mapa conceptual.

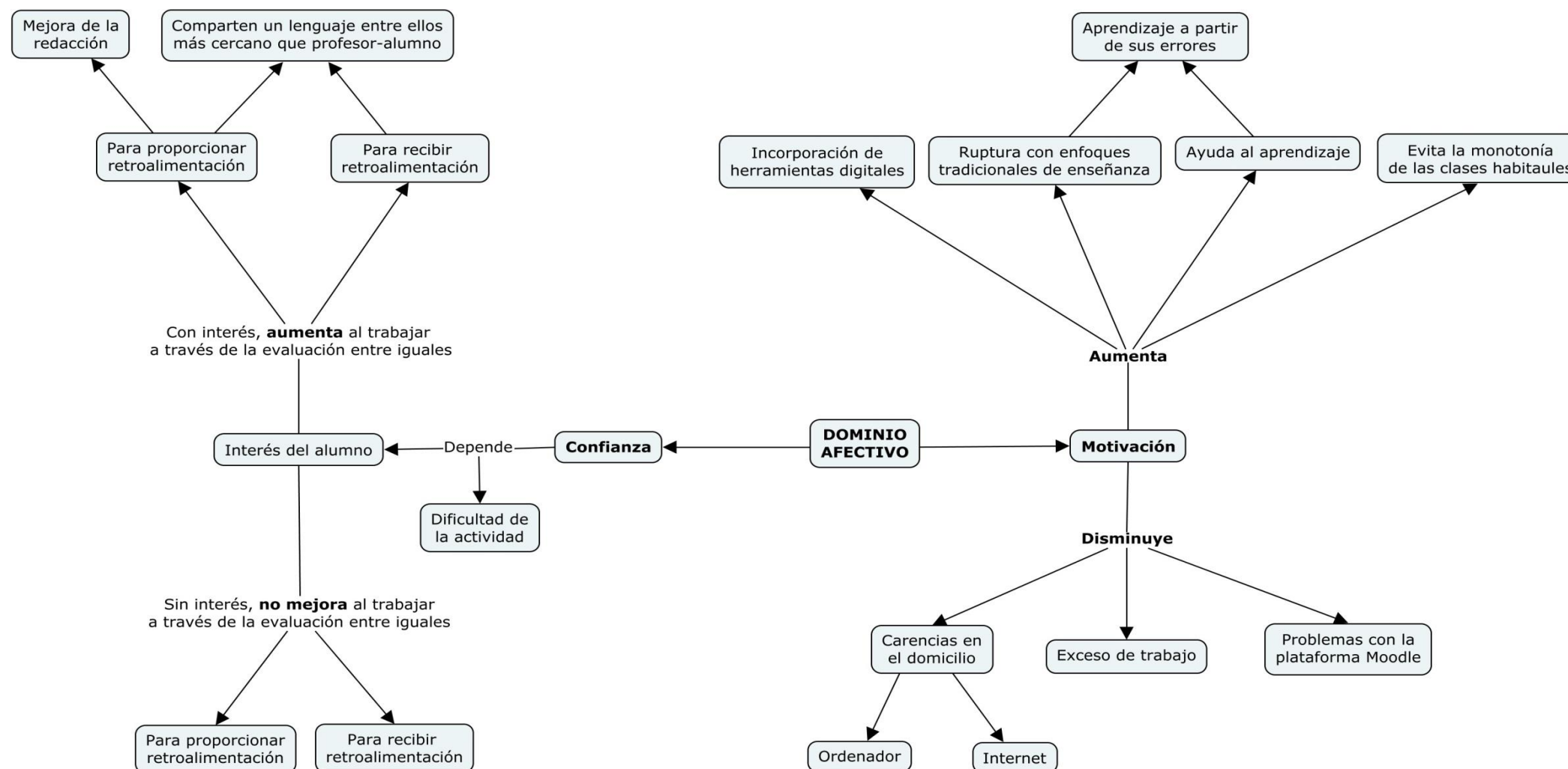


Figura 17. Mapa conceptual sobre el dominio afectivo extraído del grupo focal inicial en la segunda implementación

La confianza del alumnado depende tanto de factores intrínsecos como extrínsecos. El factor intrínseco se manifiesta a través del interés que muestra por las Matemáticas. Se puede relacionar dicho interés con la variable *Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos*, pues el interés por la asignatura puede deberse a sus habilidades a la hora de resolver ejercicios matemáticos. El factor extrínseco lo vincula a la dificultad de la tarea que debe realizar.

El alumnado considera un recurso importante la utilización de las TIC para incrementar su motivación hacia el aprendizaje, aunque dicha utilización se convierte en un arma de doble filo. En primer lugar, por los problemas que surgen con su utilización habitual, hecho que llega a constituir una causa de desmotivación. En segundo lugar, porque su utilización requiere de unos recursos materiales de los que no dispone todo el alumnado.

Al finalizar el curso se debe examinar nuevamente la consistencia interna del cuestionario postest y la homogeneidad de sus medias, como requisito previo al análisis del dominio afectivo.

La consistencia interna vuelve a alcanzar valores buenos, próximos a excelentes:

N	K	$\Sigma\sigma_i$	$\sigma_t$	$\alpha$
15	30	25.9	143	<b>.847</b>

Tabla 52. Coeficiente alfa de Cronbach para el cuestionario postest en la segunda implementación

La homogeneidad de las medias obtenidas mejora significativamente respecto al cuestionario pretest, como se observa a continuación. La mayoría de las variables no supera el 25%, excepto las variables *Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos* y *Trabajo colaborativo y participación en dinámicas de clase* de la dimensión *Confianza*. Esto significa que la mayoría de sus ítems registran medias muy representativas y con poca dispersión, a excepción de los ítems correspondientes a las variables que acabamos de citar cuya representatividad es moderada.

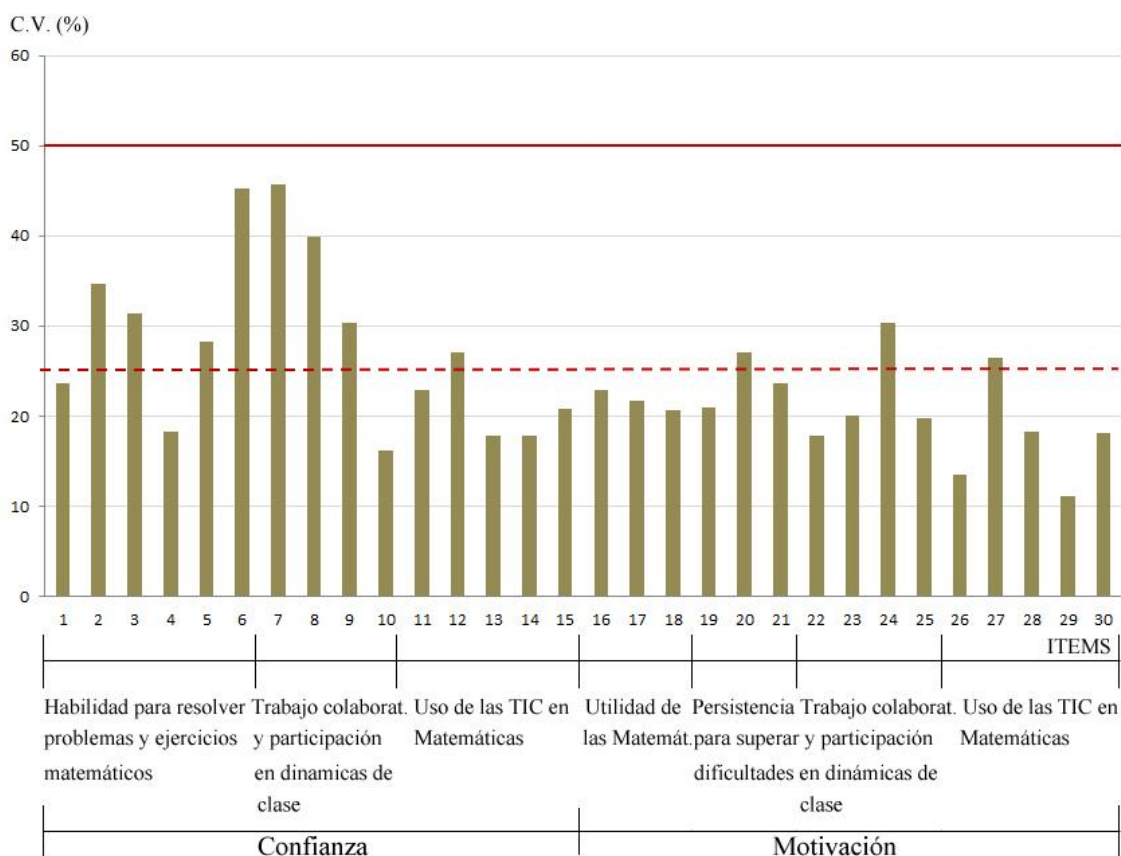


Figura 18. Coeficiente de variación de los ítems del cuestionario postest en la segunda implementación

A continuación resumimos gráficamente el análisis del dominio afectivo en los siguientes diagramas de caja realizados para los ítems de las distintas variables:

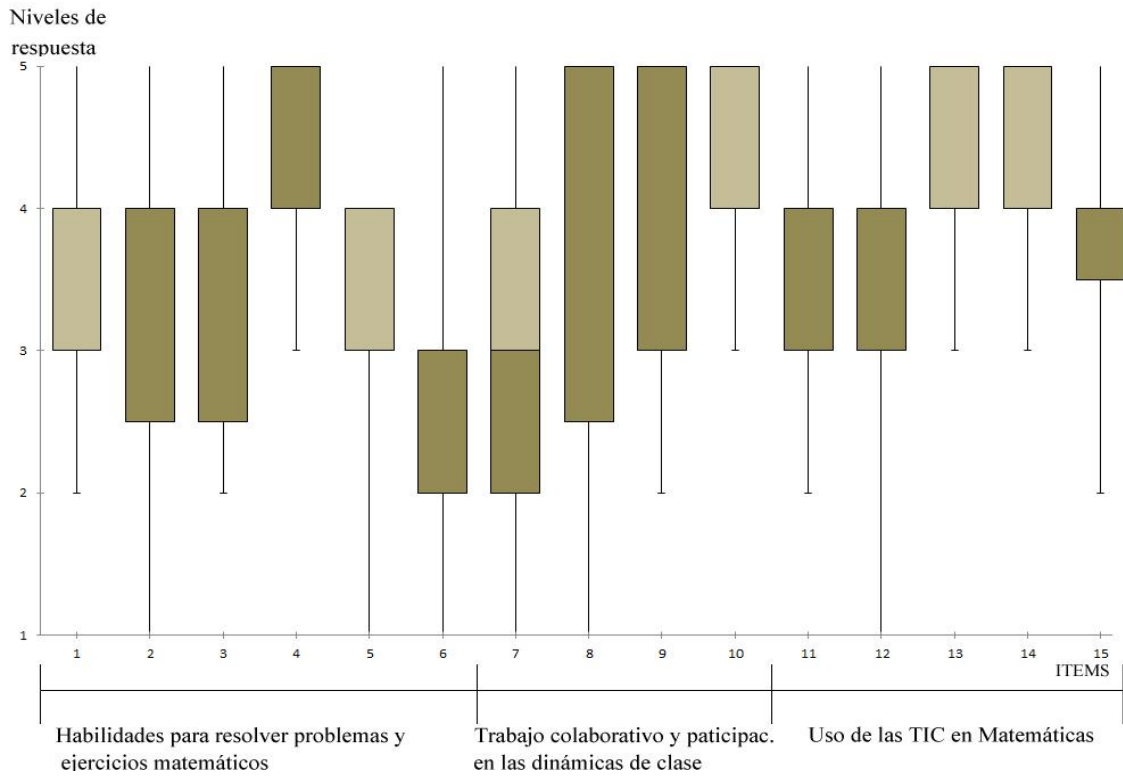


Figura 19. Diagrama de caja para los ítems de las variables de la dimensión *Confianza* del cuestionario postest en la segunda implementación

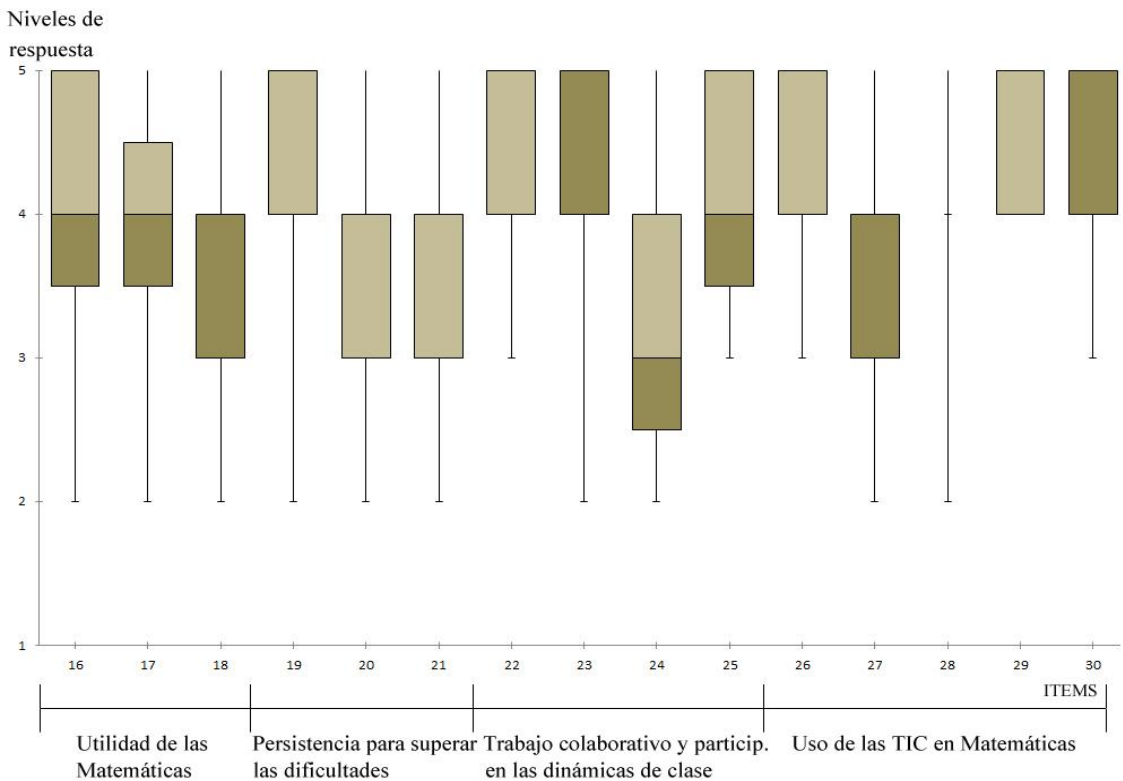


Figura 20. Diagrama de caja para los ítems de las variables de la dimensión *Motivación* del cuestionario postest en la segunda implementación



Los datos registrados al final del curso muestran puntuaciones más elevadas en relación al comienzo del mismo. Un mayor número de variables presentan ítems con medias superiores al valor 4, en una escala Likert de cinco niveles. Queremos destacar entre ellas a la variable *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase* y la variable *Uso de las TIC en Matemáticas* en las dimensiones *Confianza* y *Motivación*.

El siguiente mapa conceptual muestra las relaciones que el alumnado establece de manera grupal entre las distintas variables que afectan al dominio afectivo al final del proceso educativo.

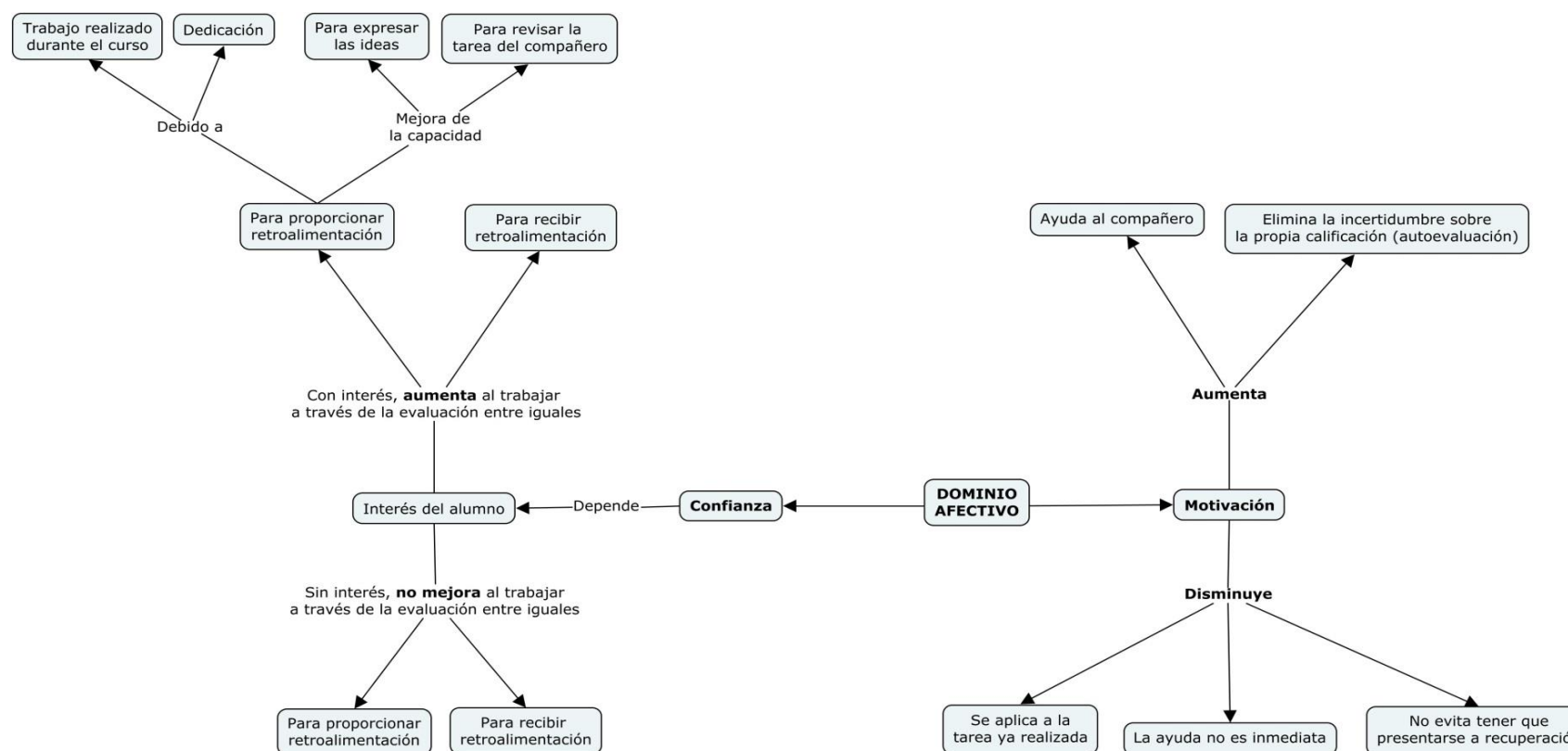


Figura 21. Mapa conceptual sobre el dominio afectivo extraído del grupo focal final en la segunda implementación

La variable *Uso de las TIC en Matemáticas* pierde protagonismo a la hora de evaluar la dimensión *Motivación*, mientras que la dimensión *Confianza* pasa a depender directamente de factores intrínsecos al alumnado. Si profundizamos en el dominio afectivo observamos un incremento en el número de mejoras tras haber implementado la evaluación entre iguales y en sus antecedentes, conforme mayor sea su nivel competencial:

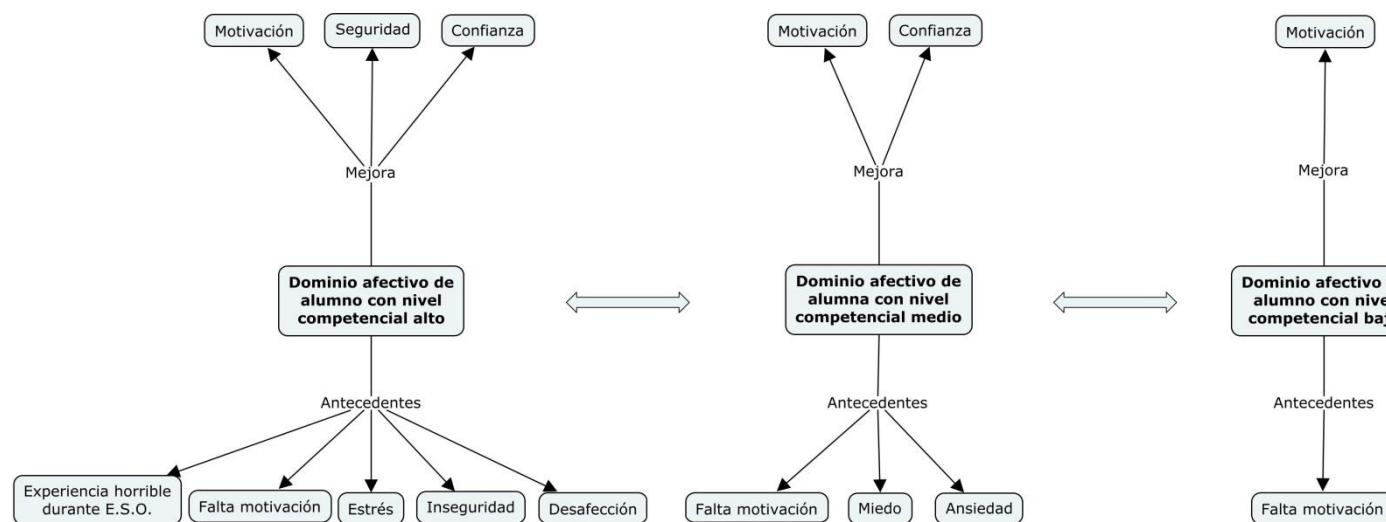


Figura 22. Evolución del dominio afectivo del alumnado, según sus niveles competenciales, durante la segunda implementación

La dimensión *Motivación* está presente entre las mejoras del dominio afectivo que cita el alumnado, con independencia de su nivel competencial, mientras que la dimensión *Confianza* solamente se halla entre los que obtienen evaluación positiva.

Una vez analizado el dominio afectivo en distintos momentos del periodo académico, debemos pasar al análisis sobre cómo la retroalimentación afectiva presente en las rúbricas ha condicionado esta evolución.

	[B+, A]			[C, B+)			[D, C)		
	Álgebra	Análisis	Estadíst	Álgebra	Análisis	Estadíst	Álgebra	Análisis	Estadíst
Confianza	.241	.136	.091	.235	.152	.188	.163	.200	.154
Motivación	.759	.864	.909	.765	.848	.812	.837	.800	.846

Tabla 53. Porcentajes en tanto por uno de retroalimentación afectiva para cada dimensión y nivel competencial en cada uno de los bloques de la segunda implementación

La retroalimentación afectiva que fomenta la confianza del alumnado en sí mismo es significativamente inferior a la retroalimentación que busca motivarlo para alcanzar los objetivos planteados y obtener evaluación positiva. Nos movemos en una horquilla de valores que van desde el triple hasta casi diez veces más la retroalimentación que fomenta la dimensión *Motivación* respecto a la *Confianza*.

En el bloque de Álgebra, el alumnado de nivel competencial bajo ofrece un porcentaje menor de retroalimentación afectiva relacionada con la dimensión *Confianza* que el alumnado de niveles competenciales medio y alto. En el bloque de Análisis se invierte esta situación, siendo el alumnado de nivel competencial bajo quien ofrece un porcentaje mayor de retroalimentación afectiva relacionada con la *Confianza*. El bloque de Estadística mantiene la tendencia iniciada en el bloque de Análisis.

La siguiente tabla presenta los valores obtenidos para la totalidad del curso 2018/19:

	[B+, A]	[C, B+)	[D, C)
Confianza	.177	.222	.179
Motivación	.823	.778	.821

Tabla 54. Porcentajes en tanto por uno de retroalimentación afectiva para cada dimensión y nivel competencial durante el curso 2018/19

Las diferencias existentes entre los niveles competenciales se suavizan ligeramente cuando se compara la retroalimentación relativa a ambas dimensiones para la totalidad del curso 2018/19. De todos modos, la retroalimentación de la dimensión *Motivación*

supera en 4.59 veces a la de la dimensión *Confianza* en los niveles competenciales alto y bajo, descendiendo a 3.50 veces para el nivel competencial medio.

A continuación realizamos un análisis exhaustivo de cada una de las variables que intervienen en la retroalimentación afectiva presente en las rúbricas.

		ÁLGEBRA					
		[B+, A]		[C, B+)		[D, C)	
		$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$
Confianza	Inexistente	5	.417	14	.538	18	.692
	Incorrecta	0	.000	0	.000	0	.000
	Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos	7	.583	12	.462	7	.269
	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	0	.000	0	.000	1	.039
	Uso de las TIC en Matemáticas	0	.000	0	.000	0	.000
Motivación	Inexistente	0	.000	1	.025	0	.000
	Incorrecta	0	.000	1	.025	1	.025
	Utilidad de las Matemáticas	0	.000	0	.000	0	.000
	Persistencia para superar las dificultades de la asignatura	3	.136	6	.150	6	.146
	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	4	.182	2	.050	2	.049
	Uso de las TIC en Matemáticas	0	.000	0	.000	0	.000
	Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio	12	.546	25	.625	26	.634
Tiempo	3	.136	5	.125	6	.146	

Tabla 55. Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables de la dimensión afectiva agrupadas niveles de competencia matemática en el bloque de Álgebra durante la segunda implementación

Con respecto a la dimensión *Confianza*, la variable considerada mayoritariamente por el alumnado es la denominada *Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos*. El resto de variables no aparecen en la retroalimentación, a excepción de un alumno de nivel competencial bajo que aporta retroalimentación sobre *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase*.

Con respecto a la dimensión *Motivación*, destaca en primer lugar el *Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio*, con porcentajes ligeramente superiores en los niveles medio y bajo; en segundo y tercer lugar se encuentran las variables *Persistencia para superar las dificultades de la asignatura* y *Tiempo*, con porcentajes muy parecidos entre los tres niveles competenciales; y, por último, se halla la variable *Trabajo colaborativo y*

*participación en las dinámicas de clase*, donde el alumnado de nivel alto triplica su porcentaje de retroalimentación respecto al resto de niveles.

		ANÁLISIS					
		[B+, A]		[C, B+)		[D, C)	
		$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$
Confianza	Inexistente	9	.750	11	.687	21	.656
	Incorrecta	0	.000	0	.000	0	.000
	Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos	3	.250	5	.313	11	.344
	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	0	.000	0	.000	0	.000
	Uso de las TIC en Matemáticas	0	.000	0	.000	0	.000
Motivación	Inexistente	1	.050	1	.035	5	.102
	Incorrecta	0	.000	0	.000	0	.000
	Utilidad de las Matemáticas	0	.000	0	.000	0	.000
	Persistencia para superar las dificultades de la asignatura	2	.100	7	.241	9	.184
	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	4	.200	4	.138	5	.102
	Uso de las TIC en Matemáticas	0	.000	0	.000	0	.000
	Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio	10	.500	13	.448	24	.490
Tiempo	3	.150	4	.138	6	.122	

Tabla 56. Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables de la dimensión afectiva agrupadas niveles de competencia matemática en el bloque de Análisis durante la segunda implementación

La única variable de la dimensión *Confianza* considerada por el alumnado es la denominada *Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos*. Se observa un incremento progresivo en la retroalimentación cuanto menor es su nivel competencial. Dicha variable está presente 1.10 y 1.38 veces más en la retroalimentación del alumnado de nivel competencial bajo que en la de sus compañeros de los niveles medio y alto, respectivamente.

La variable de la dimensión *Motivación* que aparece con mayor frecuencia es *Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio*, presentando porcentajes similares en los diferentes niveles competenciales. La variable *Persistencia para superar las dificultades de la asignatura* ocupa la segunda posición. Se observa que el alumnado de mayor nivel competencial es quien menos la cita en su retroalimentación, con porcentajes que oscilan alrededor del 50% respecto a sus compañeros de otros niveles competenciales. La tercera posición es compartida por la variable *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase* y la variable *Tiempo*. Mientras que en la variable *Trabajo*

*colaborativo y participación en las dinámicas de clase* el porcentaje de retroalimentación correspondiente al alumnado de nivel competencial alto duplica al de nivel competencial bajo, la variable *Tiempo* muestra porcentajes similares entre los diferentes niveles competenciales.

		ESTADÍSTICA					
		[B+, A]		[C, B+)		[D, C)	
		$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$
Confianza	Inexistente	7	.875	9	.750	8	.800
	Incorrecta	0	.000	0	.000	0	.000
	Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos	1	.125	3	.250	1	.100
	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	0	.000	0	.000	1	.100
	Uso de las TIC en Matemáticas	0	.000	0	.000	0	.000
Motivación	Inexistente	0	.000	2	.133	1	.083
	Incorrecta	0	.000	0	.000	1	.083
	Utilidad de las Matemáticas	0	.000	0	.000	0	.000
	Persistencia para superar las dificultades de la asignatura	3	.300	3	.200	0	.000
	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	0	.000	2	.133	0	.000
	Uso de las TIC en Matemáticas	0	.000	0	.000	0	.000
	Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio	6	.600	8	.534	8	.667
	Tiempo	1	.100	0	.000	2	.167

Tabla 57. Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables de la dimensión afectiva agrupadas por niveles de competencia matemática en el bloque de Estadística durante la segunda implementación

Con respecto a la dimensión *Confianza*, se vuelve a registrar una situación similar a la del bloque de Álgebra. La variable considerada mayoritariamente por el alumnado es la denominada *Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos*. El resto de variables no aparecen en la retroalimentación, a excepción de un alumno de nivel competencial bajo que aporta retroalimentación sobre *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase*.

Con respecto a la dimensión *Motivación*, destacamos los datos registrados en dos variables: en primer lugar, *Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio*, con porcentajes similares entre los tres niveles competenciales; y, en segundo lugar, la variable *Persistencia para superar las dificultades de la asignatura*, solamente contemplada por el alumnado de los niveles competenciales medio y alto. El resto de variables registran datos de presencia en la retroalimentación con porcentajes muy bajos.

		CURSO 2018/19					
		[B+, A]		[C, B+)		[D, C)	
		$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$
Confianza	Inexistente	21	.656	34	.630	47	.691
	Incorrecta	0	.000	0	.000	0	.000
	Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos	11	.344	20	.370	19	.280
	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	0	.000	0	.000	2	.029
	Uso de las TIC en Matemáticas	0	.000	0	.000	0	.000
Motivación	Inexistente	1	.019	4	.048	6	.059
	Incorrecta	0	.000	1	.012	2	.020
	Utilidad de las Matemáticas	0	.000	0	.000	0	.000
	Persistencia para superar las dificultades de la asignatura	8	.154	16	.190	15	.147
	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	8	.154	8	.095	7	.069
	Uso de las TIC en Matemáticas	0	.000	0	.000	0	.000
	Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio	28	.538	46	.548	58	.568
	Tiempo	7	.135	9	.107	14	.137

Tabla 58. Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables de la dimensión afectiva agrupadas por niveles de competencia matemática durante el curso 2018/19

La única variable de la dimensión *Confianza* en la que debemos centrar nuestro análisis para la totalidad del curso 2018/19 es *Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos*, con porcentajes similares entre los niveles competenciales medio y alto. Dichos porcentajes superan 1.32 y 1.23 veces, respectivamente, los datos recogidos para el nivel bajo.

La variable de la dimensión *Motivación* que aparece con mayor frecuencia es *Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio*, presentando porcentajes similares en los diferentes niveles competenciales. La variable *Persistencia para superar las dificultades de la asignatura* ocupa la segunda posición, siendo más citada en la retroalimentación que proporciona el alumnado de nivel competencial medio. En la tercera posición se localiza la variable *Tiempo*, con porcentajes similares entre los diferentes niveles competenciales. En última posición citamos a la variable *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase*, caracterizada por una disminución progresiva de su frecuencia cuanto menor es el nivel competencial del alumnado. Se observa que el alumnado de nivel competencial alto duplica su porcentaje de retroalimentación respecto al alumnado de nivel bajo.

### 4.3. TERCERA IMPLEMENTACIÓN: VALIDACIÓN DE LA EVALUACIÓN ENTRE IGUALES EN LÍNEA

---

En esta sección se aborda íntegramente el análisis de la actividad de evaluación entre iguales (4.3.1), el desarrollo del dominio competencial del alumnado (4.3.2) y la evolución experimentada por su dominio afectivo hacia las Matemáticas (4.3.3) durante la tercera implementación.

Esta implementación se caracteriza por presentar dos iteraciones. En la primera se toman decisiones encaminadas a corregir las deficiencias detectadas durante la segunda implementación, como son la modificación de la rúbrica y la creación de una nueva actividad que obliga al análisis y estudio de la retroalimentación recibida. En la segunda iteración se adapta de manera urgente el diseño tecnopedagógico a un modelo en línea debido al confinamiento decretado por COVID-19.

#### 4.3.1. EVALUACIÓN ENTRE IGUALES

---

El análisis de la tercera implementación se estructura del mismo modo que el análisis desarrollado durante la segunda implementación, con la excepción de que solamente se analizan las tareas correspondientes a los bloques de Álgebra y Análisis. El bloque de Estadística no se puede impartir debido a la falta de tiempo que ocasiona la migración al modelo en línea de aquellas unidades didácticas que hacen referencia a la tarea 4, es decir, al cálculo de derivadas, estudio y representación de curvas cónicas, obtención de la recta tangente y normal a una función y determinación de la continuidad y derivabilidad de una función en un punto.

De acuerdo con este esquema, volvemos a analizar su viabilidad y el diseño tecnopedagógico a partir de los datos obtenidos.

#### A. Viabilidad de la evaluación entre iguales

Se determina nuevamente la viabilidad de la evaluación entre iguales a través de su fiabilidad y su validez. Comenzamos el análisis de la fiabilidad recogiendo en la siguiente tabla las *Desviaciones individuales* del alumnado evaluador respecto a la calificación del docente en las tareas 1 y 2 correspondientes al bloque de Álgebra:

CRITERIO	TAREA 1					Total	TAREA 2					Total
	Cualitativo		Cuantitativo				Cualitativo		Cuantitativo			
	Exceso	Defecto	1	2	3		Exceso	Defecto	1	2	3	
1	7	5	11	0	1	12	16	1	4	<b>13</b>	0	<b>17</b>
2	2	1	2	1	0	3	14	1	8	2	<b>5</b>	<b>15</b>
3	9	7	9	4	<b>3</b>	<b>16</b>	6	5	9	2	0	11
4	2	3	3	2	0	5	2	3	3	2	0	5
5	11	4	7	<b>7</b>	1	<b>15</b>	11	4	7	7	1	<b>15</b>
Total	31	20	32	14	5	51	49	14	31	26	6	63

Tabla 59. *Desviaciones individuales* del alumnado evaluador en las tareas del bloque de Álgebra durante la tercera implementación

En la tarea 1, “*Resolución de problemas a través de operaciones algebraicas con polinomios*”, las *Desviaciones individuales* del alumnado evaluador se registran mayoritariamente en los criterios 3 (factorizar polinomios) y 5 (representar funciones). A su vez, el criterio 3 posee la mayor frecuencia de desviaciones |3| y el criterio 5 de desviaciones |2|. El análisis de dichos datos señala que las desviaciones se localizan principalmente en criterios relacionados con la capacidad del alumnado para realizar procedimientos matemáticos y con su actitud para comprobar las soluciones obtenidas.

La tarea 2, “*Resolución de problemas mediante el planteamiento, triangulación, discusión y resolución de un sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas*”, presenta en primer lugar al criterio 1 (realizar un esquema previo) y en segundo lugar a los criterios 2 y 5 (expresar cantidades porcentuales y discutir / comprobar las soluciones, respectivamente) como los que registran la mayor frecuencia de *Desviaciones individuales*. A su vez, el criterio 1 posee la mayor frecuencia de desviaciones |2| y el criterio 2 de desviaciones |3|. Se observa que dichas desviaciones corresponden al planteamiento y revisión de la tarea, es decir, tanto a conocimientos relacionados con conceptos y representaciones matemáticas como a actitudes a la hora de comprobar las soluciones obtenidas.

A continuación se recoge de manera análoga las *Desviaciones individuales* del alumnado evaluador en las tareas 3 y 4 pertenecientes al bloque de Análisis:

CRITERIO	TAREA 3					Total	TAREA 4					Total
	Cualitativo		Cuantitativo				Cualitativo		Cuantitativo			
	Exceso	Defecto	1	2	3		Exceso	Defecto	1	2	3	
1	16	3	9	<b>9</b>	1	<b>19</b>	3	6	5	3	1	<b>9</b>
2	16	3	19	0	0	<b>19</b>	7	4	3	5	<b>3</b>	<b>11</b>
3	5	4	3	4	2	9	2	6	5	3	0	8
4	19	1	7	5	<b>8</b>	<b>20</b>	6	3	4	3	2	<b>9</b>
5	11	2	7	3	3	13	6	5	6	3	2	<b>11</b>
Total	67	13	43	21	14	80	24	24	23	17	8	48

Tabla 60. *Desviaciones individuales* del alumnado evaluador en las tareas del bloque de Análisis durante la tercera implementación



Tal y como se puede observar en la tarea 3, “*Identificación y representación de funciones elementales. Cálculo de su dominio, continuidad y asíntotas*”, el criterio 4 (calcular asíntotas y posicionar la función respecto a ellas), el criterio 1 (identificar funciones elementales y definidas a trozos) y el criterio 2 (obtener el dominio de una función) son los que poseen la mayor frecuencia de desviaciones, con datos similares entre ellos. A su vez, la mayor frecuencia de desviaciones  $|2|$  se localiza en el criterio 1 y de desviaciones  $|3|$  en el criterio 4. Esta tarea contabiliza más desviaciones que el resto de tareas, hallándose dichas desviaciones en el planteamiento, desarrollo y revisión de la misma.

En la tarea 4, “*Obtención de la recta tangente y normal de una función en un punto*”, se observa que los criterios 2 y 5 registran simultáneamente el mayor número de desviaciones y, en el caso del criterio 2, la mayor frecuencia de desviaciones  $|3|$ . Estos dos criterios, calcular la derivada de una función y estudiar la derivabilidad de una función en un punto, se aplican a los contenidos específicos de la unidad didáctica en la que se centra la tarea 4. Con datos ligeramente inferiores y similares se encuentran los criterios 1 (realizar tanto representaciones gráficas como la determinación de conceptos geométricos básicos para el desarrollo posterior de problemas) y 4 (estudiar la continuidad de la función en un punto).

Con respecto a la validez de la estrategia didáctica, comenzamos por el análisis de la variable denominada *Desviaciones de las medias*. La siguiente tabla recopila los datos relativos a dicha variable en el bloque de Álgebra:

DESVIACIÓN	TAREA 1			TAREA 2		
	$f_i$	%	% ac	$f_i$	%	% ac
0	87	69.6	69.6	83	66.4	66.4
1/2	23	18.4	<b>88.0</b>	15	12.0	<b>78.4</b>
1	9	7.20	<b>95.2</b>	10	8.00	<b>86.4</b>
> 1	6	4.80	100	17	13.6	100

Tabla 61. *Desviaciones de las medias* de calificaciones recibidas por el alumnado evaluado en las tareas el bloque de Álgebra durante la tercera implementación

Se observa que el 95.2% de las medias de las calificaciones recibidas por el alumnado evaluado en la tarea 1 presenta una desviación inferior o igual a un intervalo de calificaciones respecto a la calificación asignada por el docente, mientras que en la tarea 2 dicho porcentaje desciende al 86.4%. Las medias de las calificaciones recibidas no experimentan una variación sensible respecto a la calificación asignada por el docente en un 88.0% para la tarea 1 y un 78.4% para la tarea 2.

Si procedemos del mismo modo con las tareas 3 y 4 del boque de Análisis obtenemos los siguientes datos:

DESVIACIÓN	TAREA 3			TAREA 4		
	$f_i$	%	% ac	$f_i$	%	% ac
0	64	53.3	53.3	68	61.8	61.8
1/2	25	20.8	<b>74.1</b>	21	19.1	<b>80.9</b>
1	16	13.4	<b>87.5</b>	11	10.0	<b>90.9</b>
> 1	15	12.5	100	10	9.09	100

Tabla 62. *Desviaciones de las medias* de calificaciones recibidas por el alumnado evaluado en las tareas del bloque de Análisis durante la tercera implementación

Porcentajes superiores al 87% indican que las medias de las calificaciones recibidas por el alumnado evaluado experimentan una desviación inferior o igual a un intervalo de calificaciones respecto a la calificación del docente. Además, entre el 74.1% y el 80.9% indica la inexistencia de una variación significativa entre las medias de las calificaciones recibidas y la calificación que asigna el docente.

El análisis se completa con el registro pormenorizado de las *Desviaciones de las medias* respecto a la calificación de referencia asignada por el docente para cada uno de los bloques de contenidos y para el curso completo:

DESVIACIÓN	ÁLGEBRA			ANÁLISIS			CURSO 2018/19		
	$f_i$	%	% ac	$f_i$	%	% ac	$f_i$	%	% ac
0	170	68.0	68.0	132	57.4	57.4	302	62.9	62.9
1/2	38	15.2	<b>83.2</b>	46	20.0	<b>77.4</b>	84	17.5	<b>80.4</b>
1	19	7.60	<b>90.8</b>	27	11.7	<b>89.1</b>	46	9.68	<b>90.0</b>
> 1	23	9.20	100	25	10.9	100	48	10.0	100

Tabla 63. *Desviaciones de las medias* de calificaciones recibidas por el alumnado evaluado en cada uno de los bloques durante la tercera implementación.

El bloque de Análisis arroja cifras sensiblemente inferiores respecto al bloque de Álgebra. En torno al 80% de las medias de las calificaciones de ambos bloques coinciden con la calificación asignada por el docente. Dicho porcentaje aumenta, aproximándose al 90%, para desviaciones de las medias inferiores o iguales a un intervalo de calificaciones.

La validez de la estrategia didáctica se completa con el análisis de las variables *Ejecución, Identificación y Uso de las TIC en Matemáticas*. Estas variables, aplicadas al área de comentarios de la rúbrica, contemplan las 50 rúbricas realizadas por 25 alumnos en cada una de las tareas del bloque de Álgebra y un número menor de rúbricas en el bloque de Análisis. Este ligero descenso en el seguimiento de las tareas del bloque de Análisis es debido a que el alumno KM estuvo ausente en la tarea 3 por motivos

familiares y las alumnas AJM, AMP y LRM abandonaron la asignatura en la tarea 4 por diversas razones, entre las que se encuentra la situación generada por el COVID-19.

La siguiente tabla presenta las frecuencias que alcanzan los valores correspondientes a las tres variables anteriormente citadas en las tareas 1 y 2:

	TAREA 1						TAREA 2					
	<i>Ejecución</i>		<i>Identificación</i>		<i>Uso de las TIC en Matemáticas</i>		<i>Ejecución</i>		<i>Identificación</i>		<i>Uso de las TIC en Matemáticas</i>	
	$f_i$	%	$f_i$	%	$f_i$	%	$f_i$	%	$f_i$	%	$f_i$	%
Afirmativa	44	88.0	47	94.0	29	58.0	46	92.0	41	82.0	34	68.0
Negativa	6	12.0	3	6.00	21	42.0	4	8.00	9	18.0	16	32.0

Tabla 64. Variables *Ejecución*, *Identificación* y *Uso de las TIC en Matemáticas* en el bloque de Álgebra durante la tercera implementación

En la tabla anterior se observa una mejora significativa en el número de rúbricas con respuesta afirmativa para las variables consideradas respecto a la implementación anterior. Esto significa que los alumnos han cumplimentado e identificado con mayor corrección cada uno de los apartados que componen la rúbrica y han incorporado las TIC para enriquecer la retroalimentación otorgada.

En la siguiente tabla se recoge de manera exhaustiva la frecuencia que las variables *Ejecución* e *Identificación* adoptan valores negativos debido a la no cumplimentación de dichos apartados o la discrepancia entre la retroalimentación efectuada y la que se hubiera tenido que hacer:

APARTADO	TAREA 1		TAREA 2	
	<i>Ejecución</i>	<i>Identificación</i>	<i>Ejecución</i>	<i>Identificación</i>
2	1	1	0	1
3	5	3	0	5
4	3	3	0	4
5	2	2	0	0
EG/PF	3	1	4	0

Tabla 65. Frecuencias con las que aparecen valores negativos en las variables *Ejecución* e *Identificación* del bloque de Álgebra en la tercera implementación

De la tabla anterior se infiere que los apartados que registran mayores problemas en la ejecución de la rúbrica son los apartados 3, 4 y EG/PF (evaluación global/puntuación final). Asimismo, los apartados 3 y 4 presentan con mayor frecuencia una retroalimentación que no corresponde a la requerida. De todos modos, se observa una notable mejora en los datos obtenidos respecto a la implementación anterior.

La siguiente tabla contiene las frecuencias de los valores correspondientes a las variables *Ejecución*, *Identificación* y *Uso de las TIC en Matemáticas* en las tareas 3 y 4:

	TAREA 3						TAREA 4					
	<i>Ejecución</i>		<i>Identificación</i>		<i>Uso de las TIC en Matemáticas</i>		<i>Ejecución</i>		<i>Identificación</i>		<i>Uso de las TIC en Matemáticas</i>	
	$f_i$	%	$f_i$	%	$f_i$	%	$f_i$	%	$f_i$	%	$f_i$	%
Afirmativa	38	79.2	41	85.4	32	66.7	40	90.9	33	75.0	19	43.2
Negativa	10	20.8	7	14.6	16	33.3	4	9.09	11	25.0	25	56.8

Tabla 66. Variables *Ejecución*, *Identificación* y *Uso de las TIC en Matemáticas* en el bloque de Análisis durante la tercera implementación

Volvemos a registrar en la siguiente tabla la frecuencia con la que las variables *Ejecución* e *Identificación* adoptan valores negativos:

APARTADO	TAREA 3		TAREA 4	
	<i>Ejecución</i>	<i>Identificación</i>	<i>Ejecución</i>	<i>Identificación</i>
2	5	0	2	0
3	5	2	2	9
4	5	0	2	6
5	5	0	2	0
EG/PF	10	0	4	0

Tabla 67. Frecuencias con las que aparecen valores negativos en las variables *Ejecución* e *Identificación* del bloque de Análisis en la tercera implementación

Los datos recogidos en el bloque de Análisis que vuelven a registrar una mayor frecuencia de valores negativos corresponden a los apartados 3, 4 y EG, de manera análoga al bloque de Álgebra.

## B. Diseño tecnopedagógico

Este análisis se basa en los datos recogidos con los cuestionarios de valoración de la experiencia realizados tras las rúbricas de la primera y última tarea, los grupos focales inicial y final, las entrevistas y la observación.

Los esquemas con los que se inicia el análisis sobre el diseño tecnopedagógico se estructuran en los siguientes cuatro elementos: los aspectos positivos que presenta la evaluación entre iguales, los aspectos negativos de su implementación, las dificultades encontradas para llevar a cabo su cometido y las propuestas de mejora que estiman necesarias incluir. A partir de dichos esquemas se profundiza en el análisis de los aspectos positivos y negativos considerados por el alumnado, en la percepción que determinados alumnos con un perfil concreto dentro del grupo tienen sobre la experiencia y en la valoración de la retroalimentación otorgada y recibida.

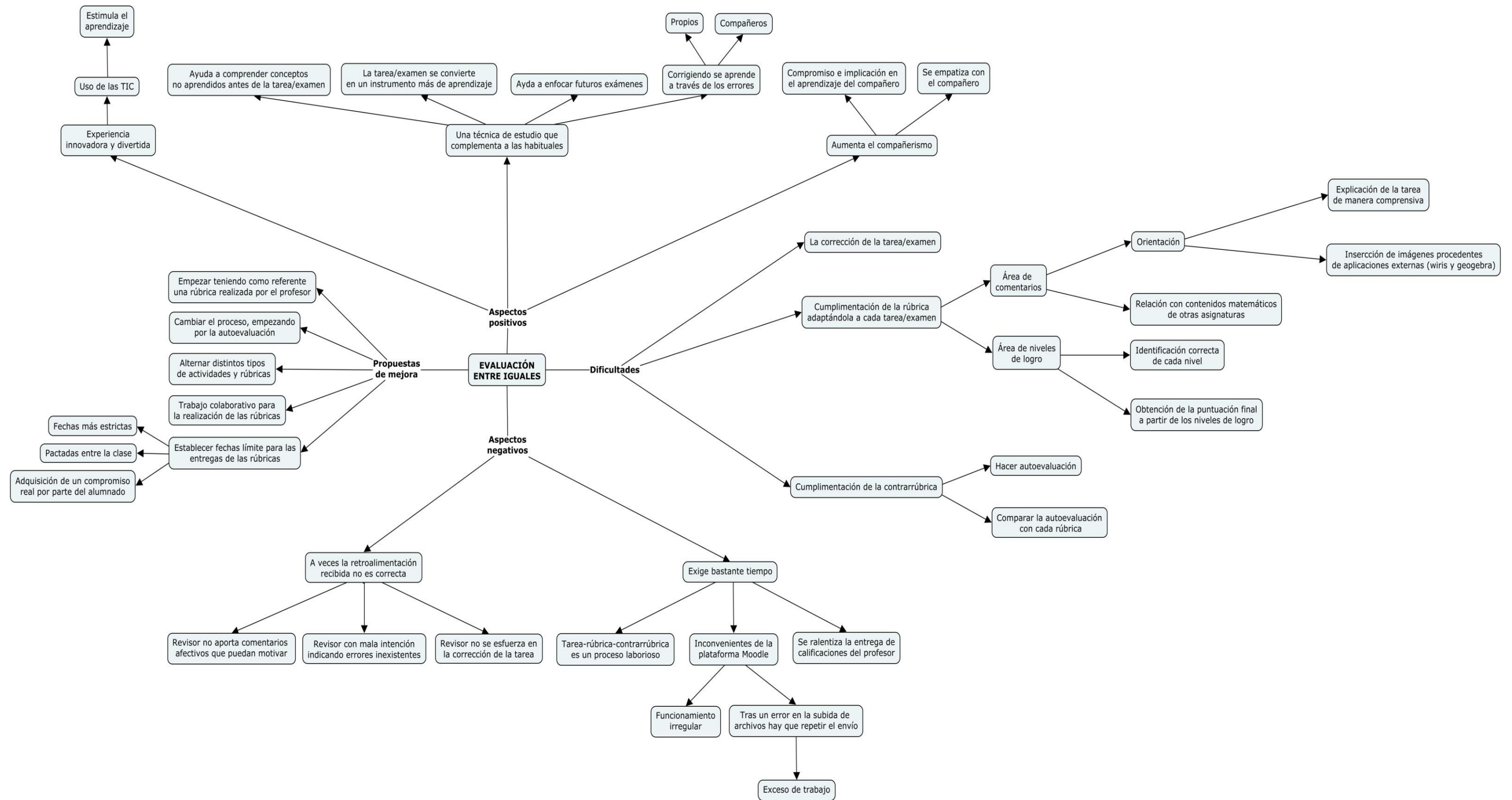


Figura 23. Valoración grupal de la evaluación entre iguales tras realizar las rúbricas correspondientes a las dos primeras tareas durante la tercera implementación: aspectos positivos y negativos, dificultades y propuestas de mejora

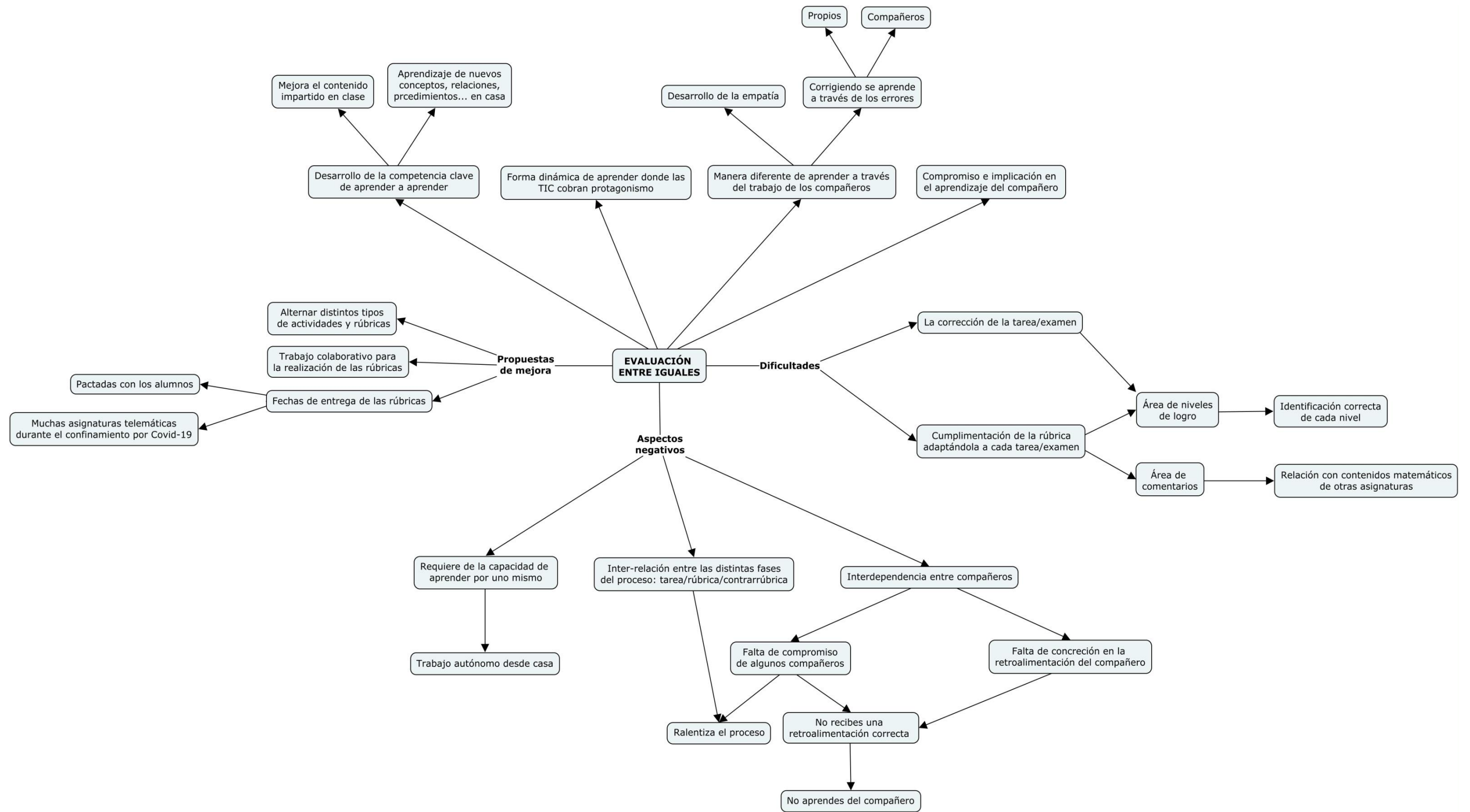


Figura 24. Valoración grupal de la evaluación entre iguales al finalizar la tercera implementación: aspectos positivos y negativos, dificultades y propuestas de mejora

La valoración grupal de la evaluación entre iguales mantiene los aspectos positivos que avalan su utilización como estrategia de enseñanza y aprendizaje para las Matemáticas, aunque evolucionan durante la implementación. Al principio de curso, el alumnado la considera una experiencia novedosa que complementa a las técnicas de estudio habituales. Al finalizar el curso, la experiencia pierde el carácter de novedosa para convertirse en una manera diferente de aprender del trabajo y errores del compañero, donde las TIC adquieren especial protagonismo. Asimismo, manifiesta que la evaluación entre iguales desarrolla la competencia de aprender a aprender.

La competencia de aprender a aprender también se halla presente entre los aspectos negativos de la experiencia, pues supone un esfuerzo añadido el desarrollo de la capacidad de aprender por sí mismo. Del mismo modo se cita la inter-relación que existe entre los diferentes momentos que atraviesa la experiencia: tarea/rúbrica/contrarúbrica. La incorporación de una actividad más respecto a la implementación anterior, la autoevaluación a través de la contrarúbrica, supone que el proceso se dilata y ralentiza debido a la falta de compromiso de algunos alumnos en los plazos de entrega. Por esta razón, el alumnado indica el establecimiento de plazos de entrega con fechas límite, propuesta de mejora que se encuentra presente desde el principio de la experiencia hasta el final de la misma.

Entre las dificultades detectadas se hallan la asignación de los niveles de logro de las rúbricas a cada tarea concreta y el establecimiento de relaciones con contenidos matemáticos de otras asignaturas. La dificultad relacionada con la autoevaluación desaparece paulatinamente conforme avanza el curso.

Como complemento a los aspectos positivos y negativos que el alumnado apunta en relación a la evaluación entre iguales, se recogen a continuación los adjetivos que emplea para describirla<sup>42</sup>:

---

<sup>42</sup> Véase el Anexo 12

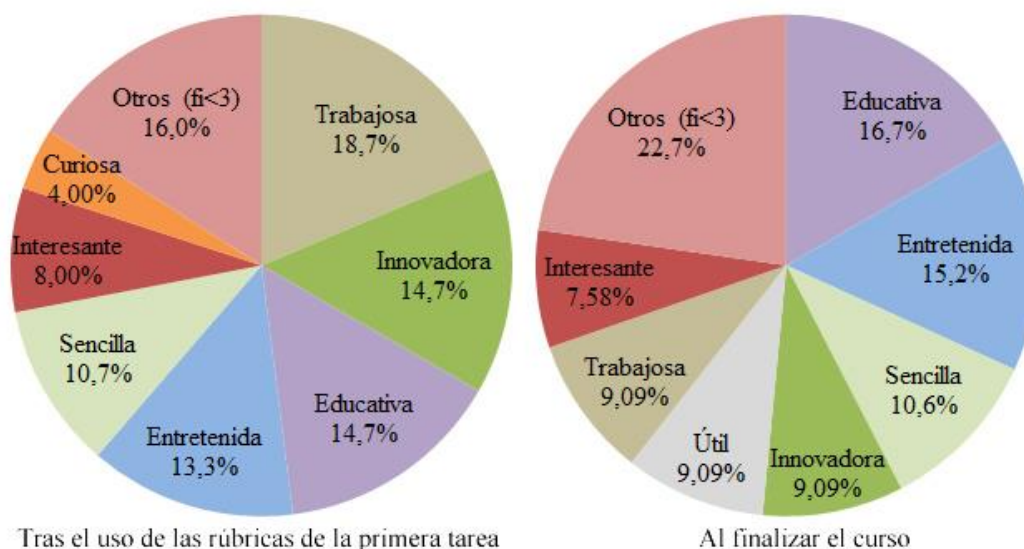


Figura 25. Adjetivos que describen la percepción que tiene el alumnado sobre la evaluación entre iguales durante la tercera implementación

Los tres adjetivos que aparecen con mayor frecuencia en el cuestionario de valoración de la experiencia realizado tras las rúbricas de la primera tarea son *trabajosa*, *innovadora* y *educativa*. El adjetivo *trabajosa* pasa a la sexta posición en dicho cuestionario al finalizar el curso con un porcentaje de uso que se reduce a la mitad (del 18.7% al 9.09%). Los tres adjetivos que presentan mayor frecuencia en el cuestionario de valoración de la experiencia realizado al finalizar el curso son *educativa*, *entretenida* y *sencilla*, manteniendo porcentajes similares a los del primer cuestionario.

Analizada la percepción grupal de la evaluación entre iguales y determinada la calificación que individualmente le otorga el alumnado, analizamos la percepción que determinados alumnos con un perfil concreto dentro del grupo manifiestan. Para ello se consideran, en la tercera implementación, un alumno de nivel competencial alto (JRM), una alumna (MPR) y un alumno (JGR) de nivel competencial medio y una alumna de nivel competencial bajo (LSG). Los alumnos que poseen un nivel competencial medio se caracterizan porque presentan trayectorias completamente diferentes durante el curso.



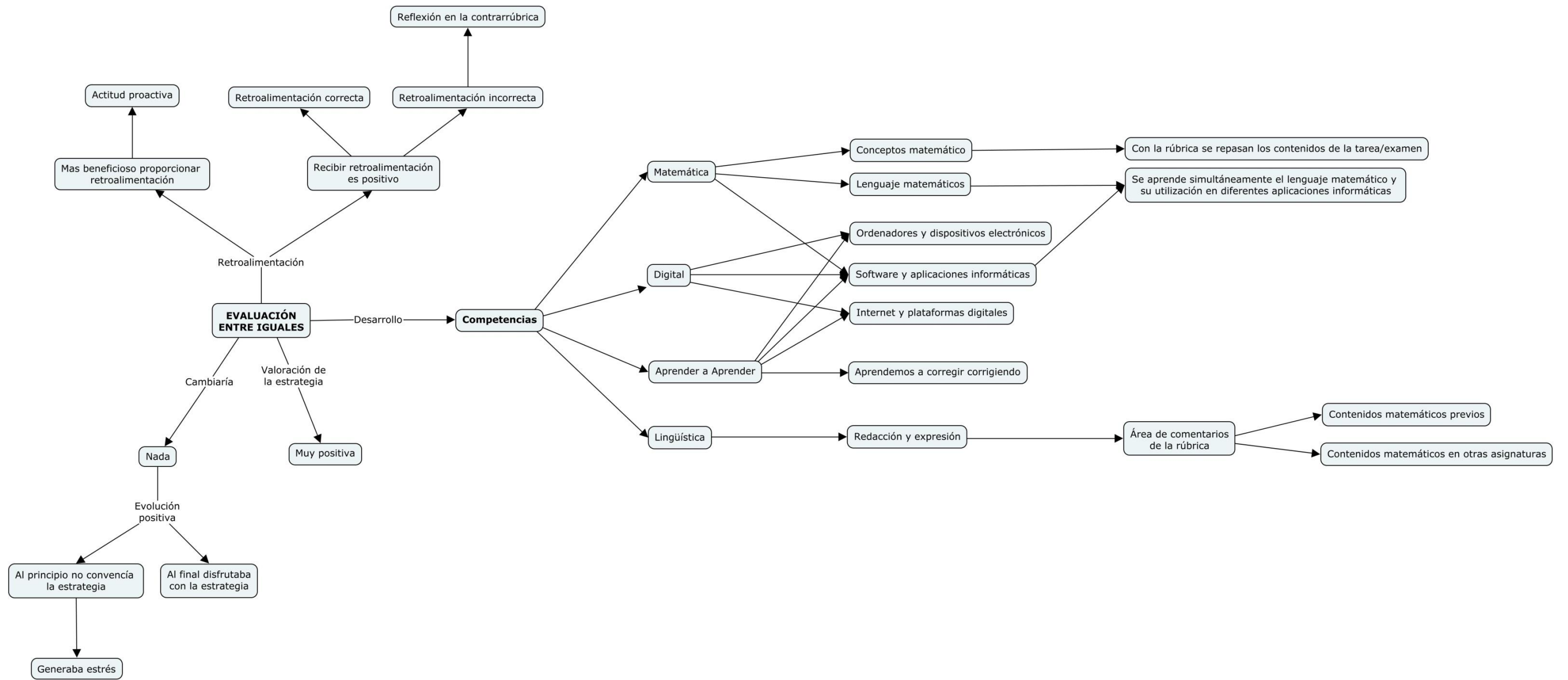


Figura 26. Percepción de la evaluación entre iguales durante la tercera implementación por un alumno con nivel competencial alto (JRM)

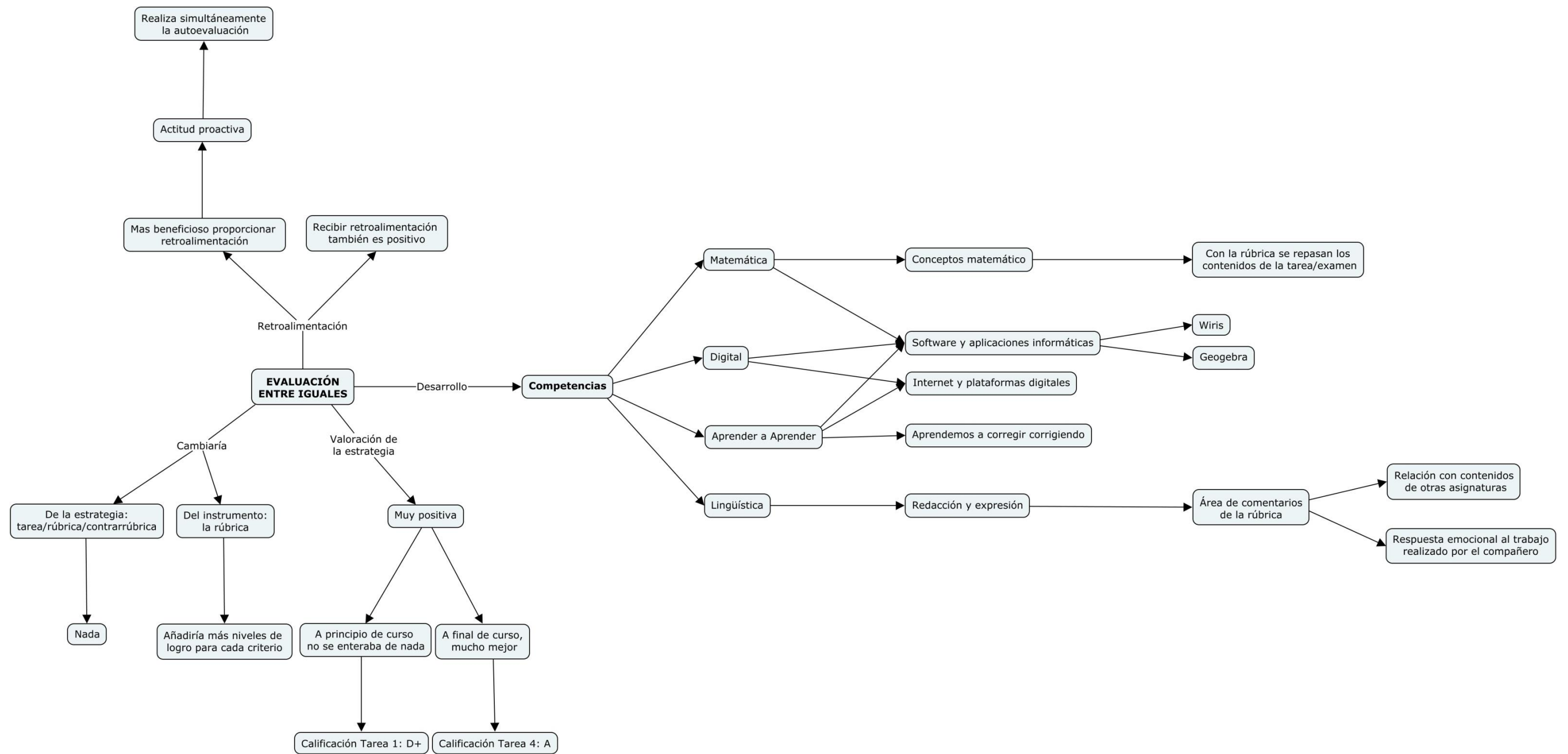


Figura 27. Percepción de la evaluación entre iguales durante la tercera implementación por una alumna con nivel competencial medio (MPR)

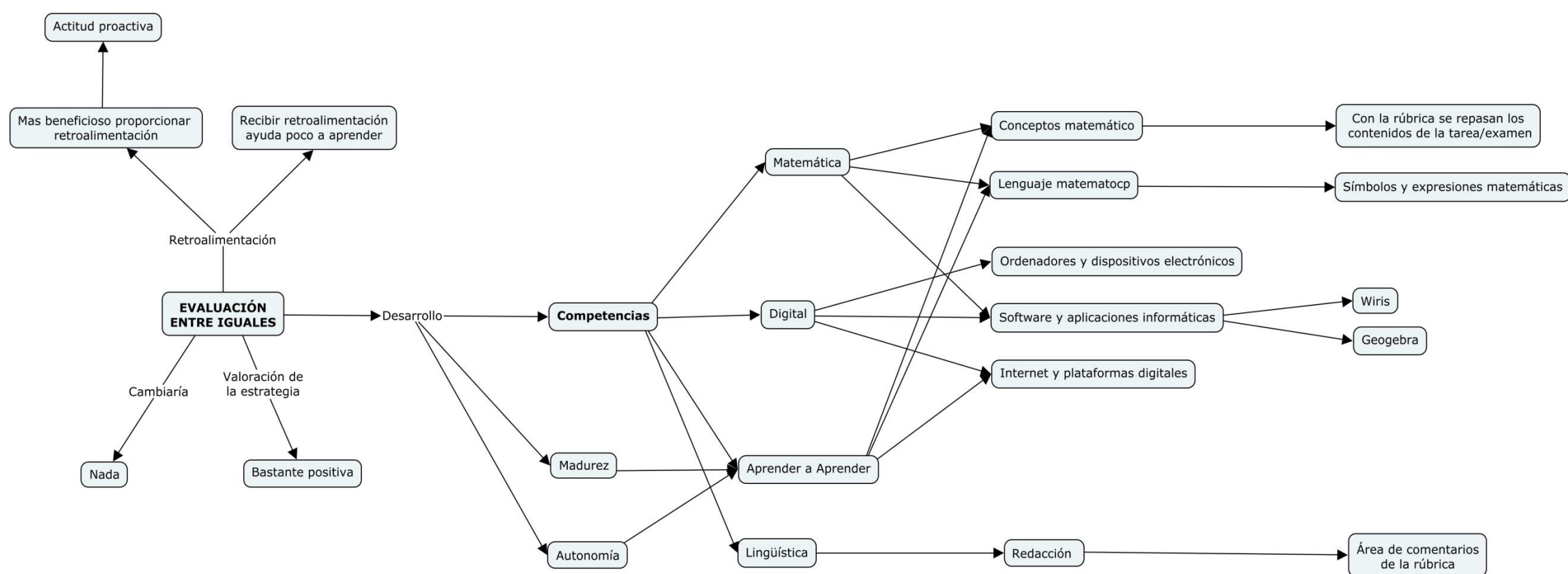


Figura 28. Percepción de la evaluación entre iguales durante la tercera implementación por un alumno con nivel competencial medio (JGR)

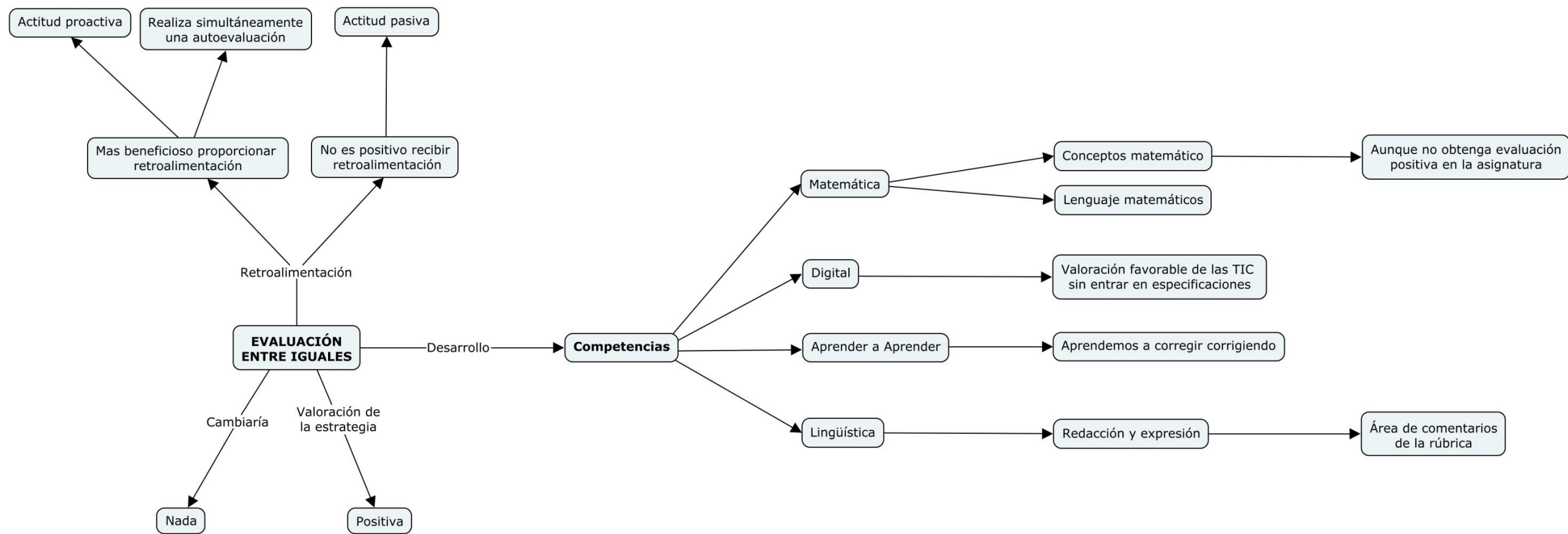


Figura 29. Percepción de la evaluación entre iguales durante la tercera implementación por una alumna con nivel competencial bajo (LSG)

La evaluación entre iguales resulta positiva o muy positiva, en función del nivel competencial del alumnado, para el desarrollo de la madurez y de las competencias matemática, digital, aprender a aprender y lingüística. Concretamente, el alumno de nivel competencial medio, repetidor y procedente de otro centro educativo, indica que el desarrollo de la madurez y la autonomía fomentadas por la evaluación entre iguales mejoran el desarrollo de la competencia de aprender a aprender. Asimismo, el alumnado manifiesta su unanimidad en relación a la contribución de la rúbrica al desarrollo de la competencia lingüística, independientemente del nivel competencial que posea.

Con respecto a la retroalimentación, considera más beneficiosa proporcionarla que recibirla. Prefiere otorgar la retroalimentación porque estima que una actitud proactiva resulta más beneficiosa para el aprendizaje. A excepción de la alumna de nivel competencial bajo, la retroalimentación recibida es valorada positivamente. El alumnado de niveles competenciales medio y alto considera que recibirla también es beneficioso porque ayuda a reflexionar sobre la propia tarea y a realizar el proceso de autoevaluación. Esta apreciación tiene su reflejo en la valoración de la retroalimentación que realiza en los cuestionarios de valoración de la experiencia y se cuantifica en la siguiente tabla a partir de las medias obtenidas en una escala Likert de cinco niveles:

	RETROALIMENTACIÓN	
	OTORGADA	RECIBIDA
Tras las rúbricas de la primera tarea	3.88	3.32
Al finalizar el curso	4.18	3.59

Tabla 68. Valoración de las retroalimentaciones otorgadas y recibidas por el alumnado en la tercera implementación

La valoración que le merece la retroalimentación otorgada y recibida evoluciona favorablemente, circunstancia que pone de manifiesto que la rúbrica y su contra-rúbrica están cumpliendo las funciones para las que han sido diseñadas.

#### 4.3.2. DOMINIO COMPETENCIA MATEMÁTICA

El dominio competencial se halla vinculado a la realización de las cuatro tareas realizadas durante la tercera implementación, pues fue necesaria la supresión de la tarea 5 correspondiente al bloque de Estadística por una cuestión de tiempo tras decretarse el confinamiento por COVID-19.

Comenzamos el análisis sobre el dominio de la competencia matemática con el análisis de la variable denominada *Calificación recibida*, pues nos permite clasificar al alumnado por niveles competenciales.

ÁLGEBRA									
TAREA 1				TAREA 2					
Nivel competencial	Alumnos		Calificación	Nivel competencial	Alumnos		Calificación		
	Nº	Identidad			Nº	Identidad			
[B+, A]	4	KM	B+	[B+, A]	9	DBP	B+		
		JRM	A			JGR	B+		
		ASG	A			KM	A-		
		CRA	B+			LRM	B+		
[C, B+)	12	DBP	C+			ADG	A-		
		RCB	C+			CNC	A-		
		JER	B			CRA	B+		
		SMP	B			JSC	A-		
		GOB	B-			MSM	A-		
		FPG	C			SMP	B-		
		LRM	C			GOB	B		
		MAS	B			FPG	C		
		ADG	B	JRM	B				
		DGA	B	ASG	B				
		JSC	C+	MEB	C				
		MSM	B	DGA	C+				
[D, C)	9	JGR	D+	AGB	C+				
		MEB	D	MPR	B-				
		AGB	D+	RCB	C-				
		NGG	D	JER	D+				
		AJM	D	MAS	D+				
		AMP	D	NGG	D+				
		CNC	C-	AJM	D				
		MPR	D+	AMP	C-				
		LSG	D	LSG	D				
		[D, C)	7						

Tabla 69. Agrupación del alumnado por niveles competenciales dentro del bloque de Álgebra en la tercera implementación

Los datos recogidos en el bloque de Álgebra muestran los mejores porcentajes de la tercera implementación. Dentro de dicho bloque se observa un progreso en el desarrollo de la competencia matemática, medida a través de la variable *Calificación recibida*. De hecho, el porcentaje de alumnado que obtiene evaluación positiva parte del 64% en la primera tarea para alcanzar el 72%, en la segunda tarea. A su vez, se duplica el porcentaje del alumnado de nivel competencial alto en el paso de la tarea 1 a la 2, concretamente del 16% al 36%.

ANÁLISIS							
TAREA 3				TAREA 4			
Nivel competencial	Alumnos		Calificación	Nivel competencial	Alumnos		Calificación
	Nº	Identidad			Nº	Identidad	
[B+, A]	2	JRM	B+	[B+, A]	4	SMP	A
		ASG	A-			JRM	A
RCB	C+	ASG	A				
SMP	B	MPR	A				
[C, B+)	8	GOB	C	[C, B+)	9	DBP	B-
		FPG	C+			JER	C
		MAS	C+			KM	B
		ADG	B-			GOB	C+
		CNC	C			FPG	C+
		MPR	C			MAS	B-
		DBP	C-			ADG	B
		JER	C-			DGA	B
[D, C)	14	JGR	C-	[D, C)	9	NGG	C
		LRM	D			RCB	D
		MEB	D+			JGR	C-
		DGA	C-			MEB	D
		AGB	D			AGB	D
		NGG	C-			CNC	D+
		AJM	D			CRA	D
		AMP	D			JSC	D
		CRA	D+			MSM	D
		JSC	C-			LSG	D
MSM	D						
LSG	D+						

Tabla 70. Agrupación del alumnado por niveles competenciales dentro del bloque de Análisis en la tercera implementación

Los datos correspondientes al bloque de Análisis arrojan porcentajes desiguales en relación al alumnado que obtiene evaluación positiva. Registrándose datos análogos a los de la segunda implementación, solamente obtienen evaluación positiva en la tarea 3 el 41.7% del alumnado, de los cuales el 8.33% alcanza el nivel competencial alto. Esta tarea es la única en la que el alumnado que obtiene evaluación negativa supera a la mitad del alumnado participante en la actividad. La tarea 4 presenta mejores datos para la variable *Calificación recibida*, pues el 18.2% del alumnado alcanza nivel competencial alto y el 40.9% nivel competencial medio. Aun así, esta última tarea no llega a registrar datos similares a los obtenidos en cada una de las dos tareas del bloque de Álgebra.

Si analizamos el porcentaje de alumnado por niveles competenciales en cada uno de los bloques de contenidos obtenemos los siguientes datos:

	ÁLGEBRA	ANÁLISIS	CURSO 2019/20
[B+, A]	26.0	13.0	19.8
[C, B+)	42.0	37.0	39.6
[D, C)	32.0	50.0	40.6

Tabla 71. Porcentaje del alumnado por niveles competenciales en cada bloque de contenidos y durante el curso 2019/20

Se observa que el bloque de contenidos con menor de desarrollo competencial corresponde al de Análisis. Aunque a diferencia de la anterior implementación, el porcentaje de alumnado que obtiene evaluación positiva es igual al que obtiene evaluación negativa.

A continuación cuantificamos la calidad de la evaluación y retroalimentación que suministra el alumnado evaluador, de modo similar a la implementación anterior. Para ello, volvemos a analizar las variables *Desviaciones individuales*, *Concepto*, *Representación matemática*, *Lenguaje matemático*, *Procedimiento*, *Uso de las TIC en Matemáticas*, *Interpretación de resultados y análisis de soluciones* y *Aplicaciones a distintos contextos*.

Las siguientes tablas contienen las frecuencias absolutas y relativas de los valores (códigos) con los que aparecen las citadas variables competenciales en los distintos bloques de contenidos que componen el curso.



		ÁLGEBRA							
		[B+, A]		[C, B+)		[D, C)			
		$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$		
Desviaciones individuales	0	93	.715	164	.781	125	.781		
	1	17	.131	27	.129	17	.106		
	2	11	.085	15	.071	14	.088		
	3	9	.069	4	.019	4	.025		
Conocimientos	Concepto	RC	24	.923	35	.833	26	.813	
		RI	0	.000	1	.024	0	.000	
		RE	0	.000	1	.024	1	.031	
		NR	2	.077	5	.119	5	.156	
	Representación matemática	RC	38	.864	45	.750	34	.739	
		RI	2	.045	5	.083	4	.087	
		RE	0	.000	3	.050	2	.044	
		NR	4	.091	7	.117	6	.130	
	Lenguaje matemático	Nº errores	16	-	25	-	14	-	
	Capacidades	Procedimiento	RC	39	.928	78	.866	54	.794
			RI	1	.024	5	.056	2	.029
			RE	2	.048	5	.056	4	.059
NR			0	.000	2	.022	8	.118	
Uso de las TIC en Matemáticas		RC	40	.769	53	.630	31	.484	
		RI	0	.000	5	.060	4	.063	
		RE	2	.039	5	.060	8	.125	
		NR	10	.192	21	.250	21	.328	
Actitudes		Interpretación de resultados y análisis de soluciones	RC	28	.636	31	.517	17	.370
			RI	11	.250	8	.133	6	.130
			RE	0	.000	0	.000	0	.000
			NR	5	.114	21	.350	23	.500
	Aplicación a distintos contextos	RC	47	.904	76	.904	55	.859	
		RI	0	.000	1	.012	1	.016	
		RE	3	.058	5	.060	2	.031	
		NR	2	.038	2	.024	6	.094	

Tabla 72. Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables competenciales agrupadas por niveles de competencia matemática en el bloque de Álgebra durante la tercera implementación

Se observa que no existe una correspondencia entre las calificaciones que otorga el alumnado evaluador y su nivel competencial en este bloque de contenidos. De todos modos, se comprueba que las calificaciones otorgadas presentan una precisión bastante buena en todos los niveles competenciales tras aplicar los criterios de las rúbricas.

Por el contrario, los datos recogidos apuntan hacia una correspondencia entre el nivel competencial del alumnado y la calidad de la retroalimentación otorgada. Dichas variables muestran porcentajes correctos en el desarrollo de la competencia matemática para todos los niveles competenciales del alumnado, a excepción de dos de ellas. Estas dos variables, *Uso de las TIC en Matemáticas* e *Interpretación de resultados y análisis de soluciones*, registran porcentajes de retroalimentación correcta inferiores al 50% para

el alumnado de nivel competencial bajo. Si bien es cierto que la primera de ellas contabiliza datos de retroalimentación correcta próximos al 50%.

		ANÁLISIS							
		[B+, A]		[C, B+)		[D, C)			
		$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$		
Desviaciones individuales	0	46	.767	121	.712	140	.683		
	1	11	.183	24	.141	33	.161		
	2	2	.033	15	.088	21	.102		
	3	1	.017	10	.059	11	.054		
Conocimientos	Concepto	RC	23	.822	67	.797	77	.642	
		RI	0	.000	5	.060	1	.008	
		RE	3	.107	7	.083	7	.058	
		NR	2	.071	5	.060	35	.292	
	Representación matemática	RC	18	.900	35	.673	20	.313	
		RI	1	.050	6	.115	7	.109	
		RE	0	.000	2	.038	9	.140	
		NR	1	.050	9	.173	28	.438	
	Lenguaje matemático	Nº errores	0	-	4	-	13	-	
	Capacidades	Procedimiento	RC	44	.916	117	.780	113	.509
			RI	2	.042	13	.087	6	.027
			RE	1	.021	5	.033	18	.081
NR			1	.021	15	.100	85	.383	
Uso de las TIC en Matemáticas		RC	21	.875	58	.853	47	.511	
		RI	1	.042	4	.059	5	.054	
		RE	2	.083	2	.029	2	.022	
		NR	0	.000	4	.059	38	.413	
Actitudes		Interpretación de resultados y análisis de soluciones	RC	11	.917	22	.647	16	.348
			RI	0	.000	0	.000	0	.000
			RE	0	.000	2	.059	3	.065
			NR	1	.083	10	.294	27	.587
	Aplicación a distintos contextos	RC	24	1	56	.824	65	.706	
		RI	0	.000	0	.000	0	.000	
		RE	0	.000	10	.147	11	.120	
		NR	0	.000	2	.029	16	.174	

Tabla 73. Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables competenciales agrupadas por niveles de competencia matemática en el bloque de Análisis durante la tercera implementación

Los datos correspondientes al bloque de Análisis evidencian una correspondencia entre el nivel competencial del alumnado y la calidad de la evaluación y retroalimentación otorgada. Las calificaciones del alumnado evaluador vuelven a presentar una precisión bastante buena, aunque inferior a la que se contabiliza en el bloque de Álgebra. Más de la mitad de las variables relativas a la retroalimentación otorgada (*Concepto*, *Procedimiento*, *Uso de las TIC en Matemáticas* y *Aplicación a distintos contextos*) muestran porcentajes de desarrollo competencial correctos en todos los niveles competenciales. Por el contrario, las variables *Representación matemática* e

*Interpretación de resultados y análisis de soluciones*, en el nivel competencial bajo, registran porcentajes de retroalimentación correcta inferiores al 50%.

		CURSO 2019/20						
		[B+, A]		[C, B+)		[D, C)		
		$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	
Desviaciones individuales	0	139	.732	285	.750	265	.726	
	1	28	.147	51	.134	50	.137	
	2	13	.068	30	.079	35	.096	
	3	10	.053	14	.037	15	.041	
Conocimientos	Concepto	RC	47	.870	102	.810	103	.678
		RI	0	.000	6	.048	1	.006
		RE	3	.056	8	.063	8	.053
		NR	4	.074	10	.079	40	.263
	Representación matemática	RC	56	.875	80	.714	54	.491
		RI	3	.047	11	.098	11	.100
		RE	0	.000	5	.045	11	.100
		NR	5	.078	16	.143	34	.309
Lenguaje matemático	Nº errores	16	-	29	-	27	-	
Capacidades	Procedimiento	RC	83	.923	195	.812	167	.576
		RI	3	.033	18	.075	8	.027
		RE	3	.033	10	.042	22	.076
		NR	1	.011	17	.071	93	.321
	Uso de las TIC en Matemáticas	RC	61	.803	111	.730	78	.500
		RI	1	.013	9	.059	9	.058
		RE	4	.053	7	.046	10	.064
		NR	10	.131	25	.165	59	.378
Actitudes	Interpretación de resultados y análisis de soluciones	RC	39	.697	53	.564	33	.359
		RI	11	.196	8	.085	6	.065
		RE	0	.000	2	.021	3	.033
		NR	6	.107	31	.330	50	.543
	Aplicación a distintos contextos	RC	71	.934	132	.868	120	.769
		RI	0	.000	1	.007	1	.007
		RE	3	.040	15	.099	13	.083
		NR	2	.026	4	.026	22	.141

Tabla 74. Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables competenciales agrupadas por niveles de competencia matemática durante el curso 2019/20

Al analizar el curso 2019/20 se verifica que no llega a existir una correspondencia entre las calificaciones que otorga el alumnado evaluador y su nivel competencial, pues los datos que aporta el bloque de Análisis no consiguen compensar los del bloque de Álgebra. De todos modos, se comprueba nuevamente que las calificaciones otorgadas presentan una precisión bastante buena en todos los niveles competenciales tras aplicar los criterios de las rúbricas.

Las variables que estudian la retroalimentación otorgada manifiestan una correspondencia entre su porcentaje de retroalimentación correcta y el nivel competencial del alumnado. Dichas variables cuantifican un desarrollo correcto de

competencia matemática para todos los niveles competenciales del alumnado, a excepción de dos de ellas. Estas dos variables, *Representación Matemática* e *Interpretación de resultados y análisis de soluciones*, registran porcentajes de retroalimentación correcta inferiores al 50% para el alumnado de nivel competencial bajo. Si bien es cierto que la primera de ellas contabiliza datos de retroalimentación correcta próximos al 50%.

#### 4.3.3. DOMINIO AFECTIVO

---

Volvemos a analizar el dominio afectivo del alumnado en diferentes momentos del periodo académico, de manera similar a la segunda implementación.

Un requisito previo al análisis del dominio afectivo del alumnado vuelve a ser el estudio de la consistencia interna del cuestionario pretest y la homogeneidad de sus medias. Volvemos a medir la consistencia interna a través del coeficiente Alfa de Cronbach (Mateus & Hernández, 2019) y obtenemos valores buenos, próximos a excelentes.

N	K	$\Sigma\sigma_i$	$\sigma_t$	<b><math>\alpha</math></b>
25	30	28.0	152	<b>.844</b>

Tabla 75. Coeficiente alfa de Cronbach para el cuestionario pretest en la tercera implementación

Con respecto a la homogeneidad de las medias obtenidas en dicha escala, presentamos en el siguiente gráfico los valores alcanzados por el coeficiente de variación.

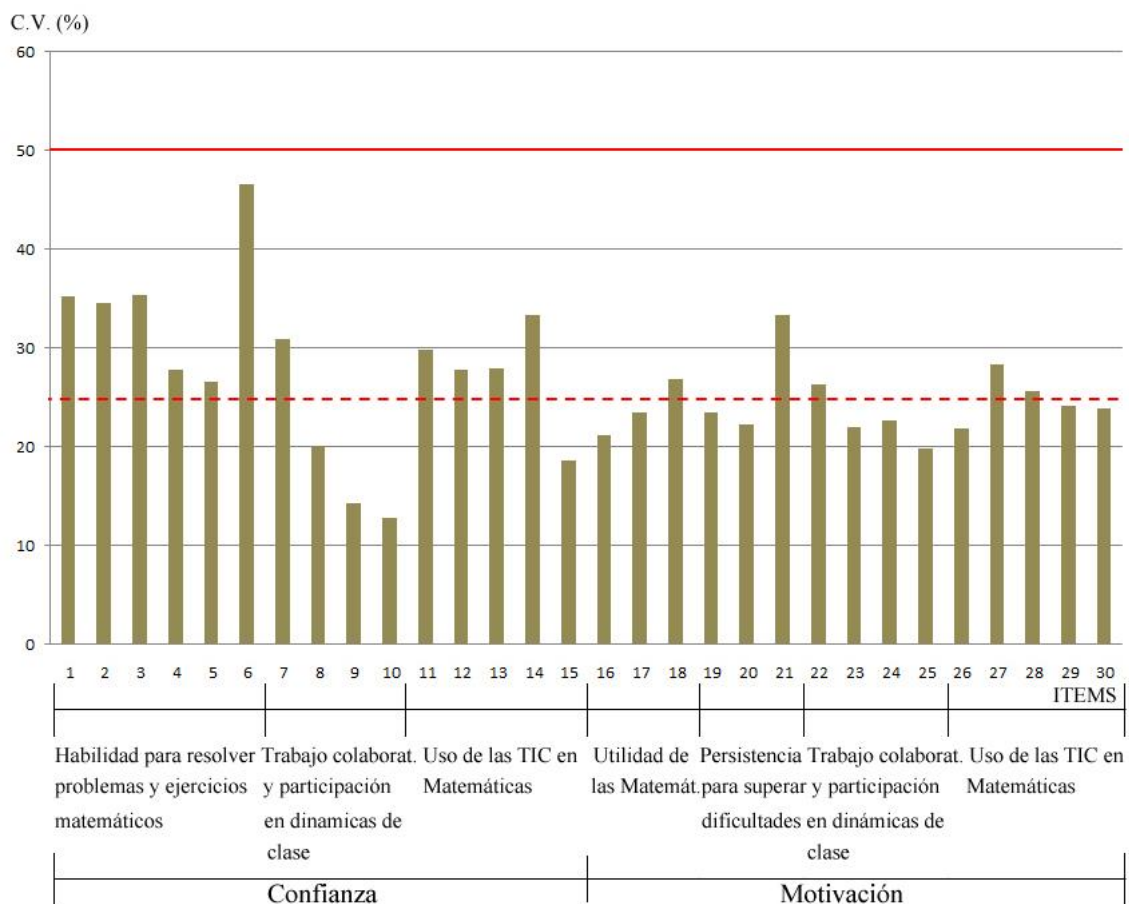


Figura 30. Coeficiente de variación de los ítems del cuestionario pretest en la tercera implementación

El coeficiente de variación de los ítems no supera el 50%, circunstancia que significa que sus medias son moderadamente representativas en el peor de los casos. Más de la mitad de los ítems de las variables *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase*, tanto en la dimensión *Confianza* como en la dimensión *Motivación*, y de las variables *Utilidad de las Matemáticas para el futuro personal y profesional* y *Persistencia para superar las dificultades de la asignatura* registran una homogeneidad mayor con medias muy representativas (C.V. < 25%).

Una vez comprobada la homogeneidad de las medias obtenidas, pasamos a la representación en diagrama de cajas de los anteriores ítems:

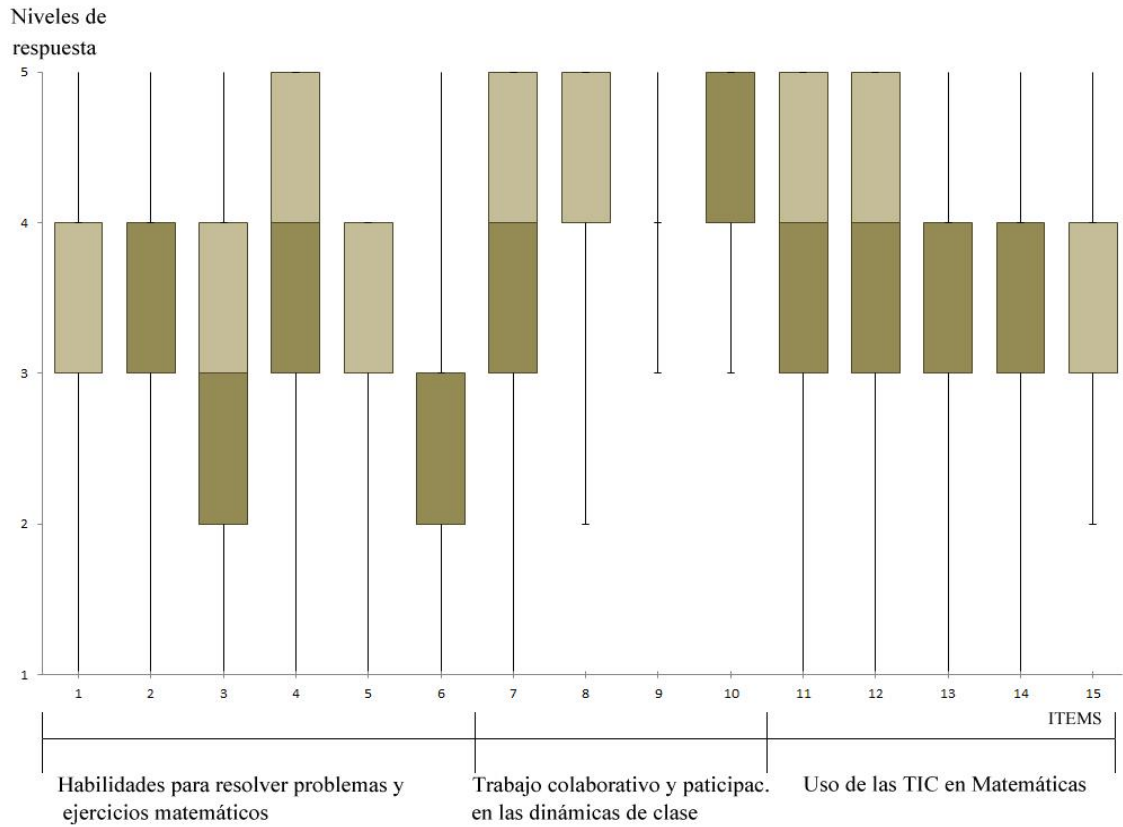


Figura 31. Diagrama de caja para los ítems de las variables de la dimensión *Confianza* del cuestionario pretest en la tercera implementación

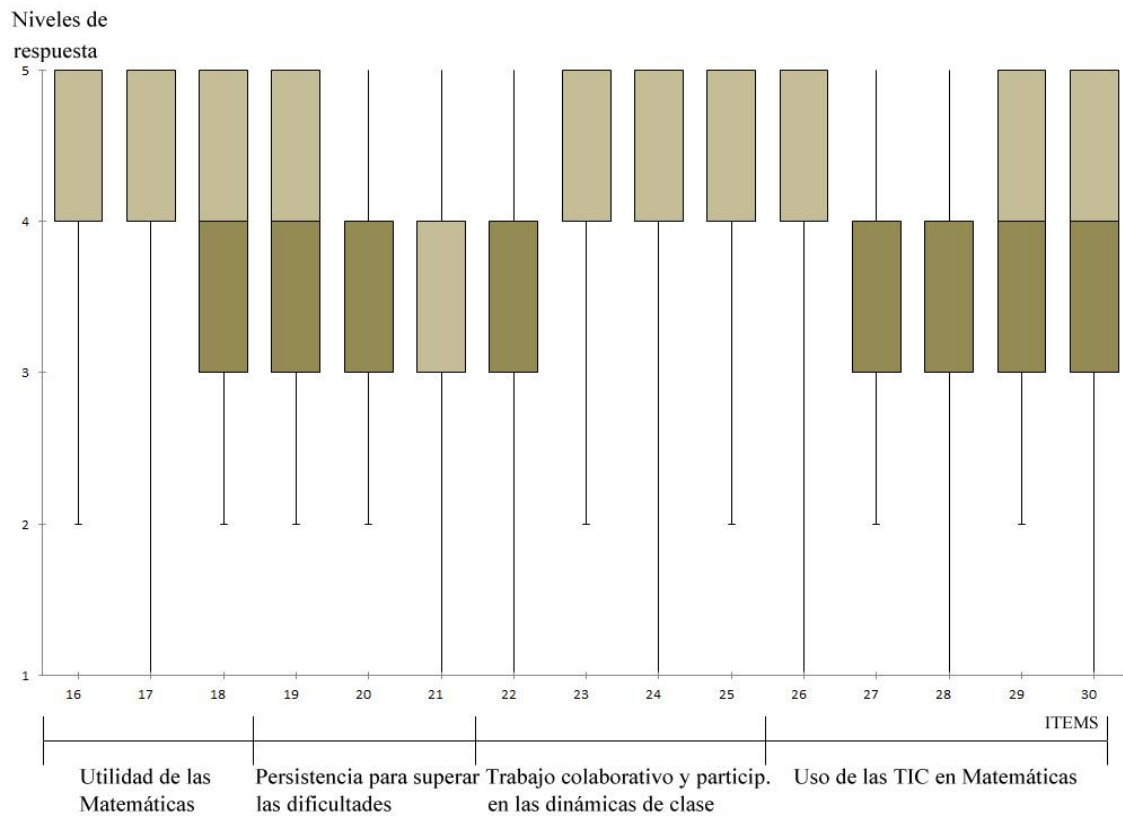


Figura 32. Diagrama de caja para los ítems de las variables de la dimensión *Motivación* del cuestionario pretest en la tercera implementación

Las medias de los distintos ítems que componen cada variable del dominio afectivo se hallan comprendidas entre los valores 3 y 4 en una escala Likert de cinco niveles. Solamente un ítem de la variable *Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos*, de la dimensión *Confianza*, presenta una media inferior a 3. Las variables *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase*, de las dimensiones *Confianza* y *Motivación*, registran medias por encima de 4 en la mitad de sus ítems.

El siguiente momento del periodo académico en el que se analiza el dominio afectivo es tras la realización de las rúbricas correspondientes a las dos primeras tareas y se efectúa desde la perspectiva grupal del alumnado. No se pretende la cuantificación de las variables sino el establecimiento de relaciones a través del siguiente mapa conceptual.

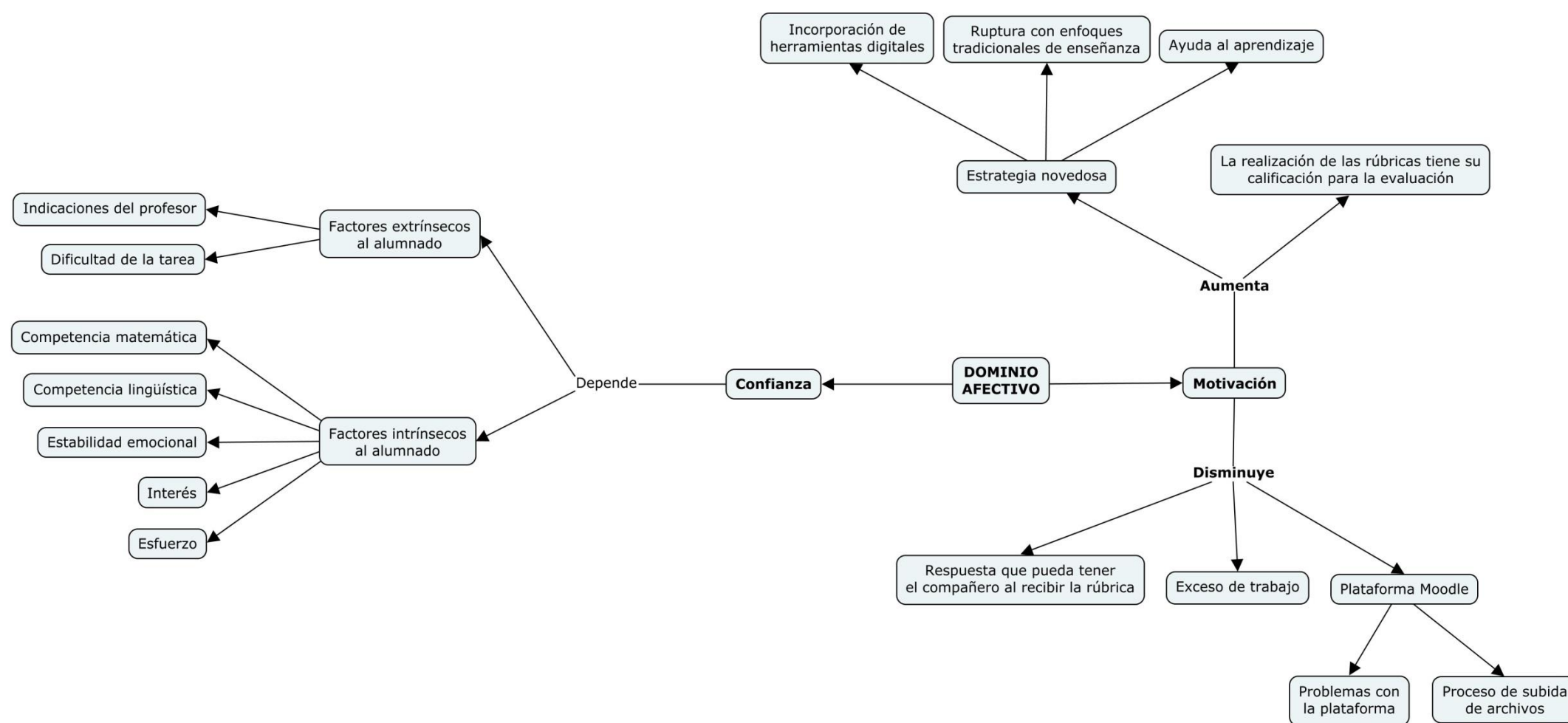


Figura 33. Mapa conceptual sobre el dominio afectivo extraído del grupo focal inicial en la tercera implementación

La dimensión *Confianza* depende tanto de factores intrínsecos como extrínsecos. Los factores intrínsecos se manifiestan a través del interés mostrado por el alumnado, su esfuerzo, estabilidad emocional y competencia. El interés del alumnado puede relacionarse con la variable *Habilidad para resolver problemas y ejercicios matemáticos*, pues el interés mostrado por la asignatura se vincula a sus habilidades a la hora de resolver problemas matemáticos. El esfuerzo se halla relacionado con la variable definida por el alumnado y que denominamos *Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio*. Los factores extrínsecos se asocian a la dificultad que presenta la tarea y a la labor del docente, relacionada esta última con la variable *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase* de la dimensión *Motivación*.

El alumnado considera un recurso importante la utilización de las TIC para incrementar su motivación hacia el aprendizaje, aunque dicha utilización se convierte en un arma de doble filo. Ello es debido a los problemas que surgen con el uso de la plataforma Moodle, hecho que constituye una causa de desmotivación.

Al finalizar el curso se estudia nuevamente la consistencia interna del cuestionario postest y la homogeneidad de sus medias, como requisito previo al análisis del dominio afectivo.

La consistencia interna vuelve a alcanzar valores buenos, próximos a excelentes:

N	K	$\Sigma\sigma_i$	$\sigma_t$	$\alpha$
20	30	25.0	175	<b>.887</b>

Tabla 76. Coeficiente alfa de Cronbach para el cuestionario postest en la tercera implementación

La homogeneidad de las medias obtenidas mejora significativamente respecto al cuestionario pretest, como se observa a continuación. El coeficiente de variación en la mayoría de los ítems de cada una de las variables no supera el 25%, excepto en la variable denominada *Habilidad para resolver problemas y ejercicios matemáticos*. El 83.3% de sus ítems presenta un C.V. >25%. Asimismo, la variable denominada *Trabajo colaborativo y participación en dinámicas de clase*, de la dimensión *Confianza*, posee el mayor coeficiente de variación de todo el cuestionario. Los datos más favorables se localizan en variable *Trabajo colaborativo y participación en dinámicas de clase* de la dimensión *Motivación*.

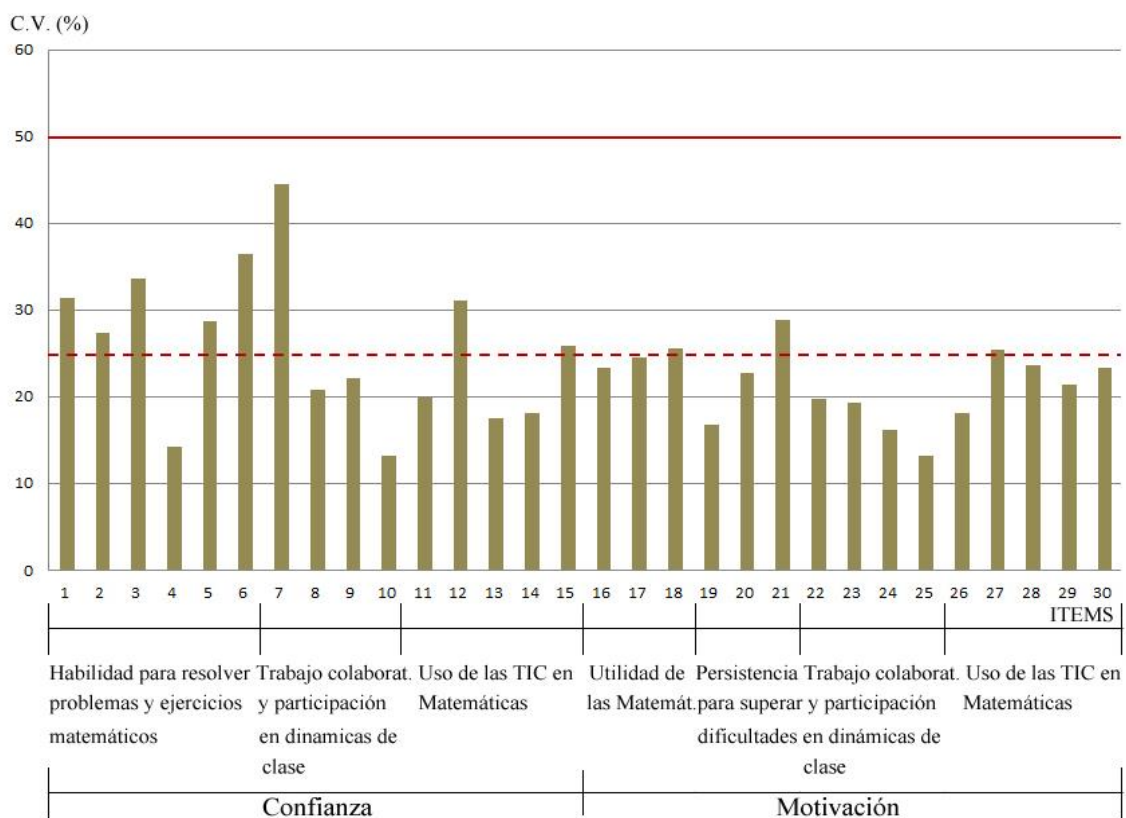


Figura 34. Coeficiente de variación de los ítems del cuestionario postest en la tercera implementación



Una vez comprobada la homogeneidad de las medias obtenidas, pasamos a la representación en diagrama de cajas de los anteriores ítems:

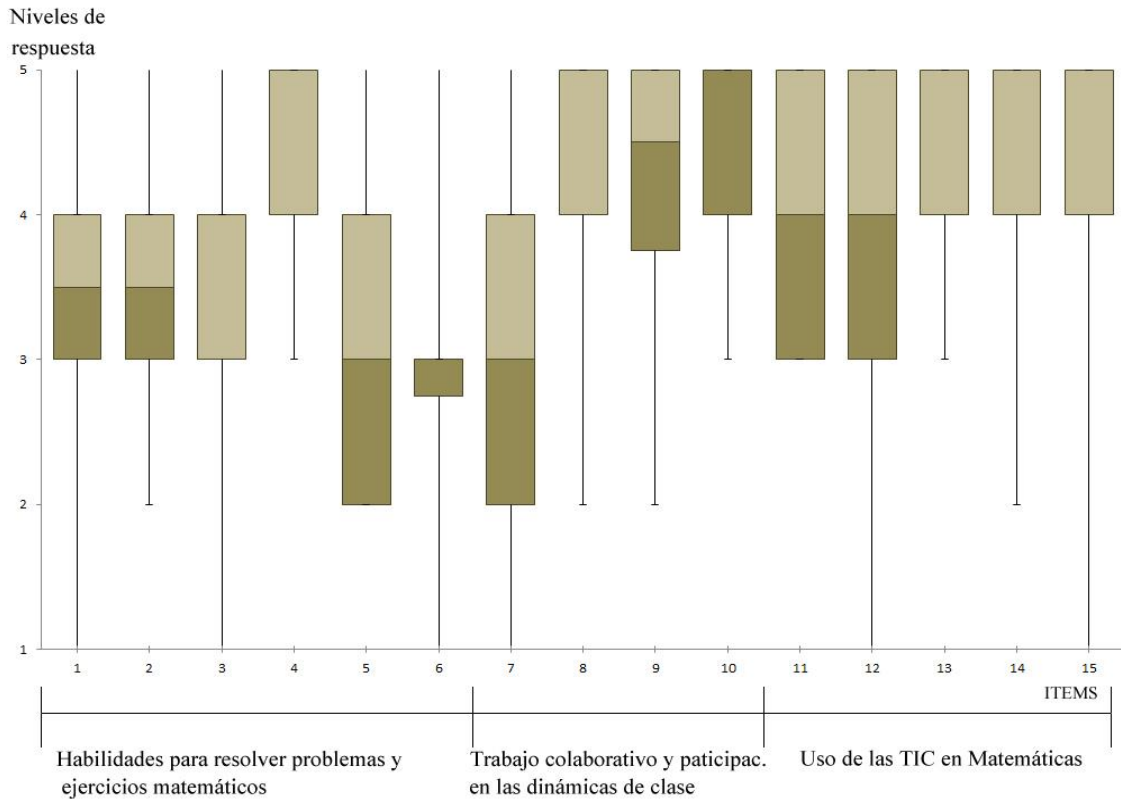


Figura 35. Diagrama de caja para los ítems de las variables de la dimensión *Confianza* del cuestionario postest en la tercera implementación

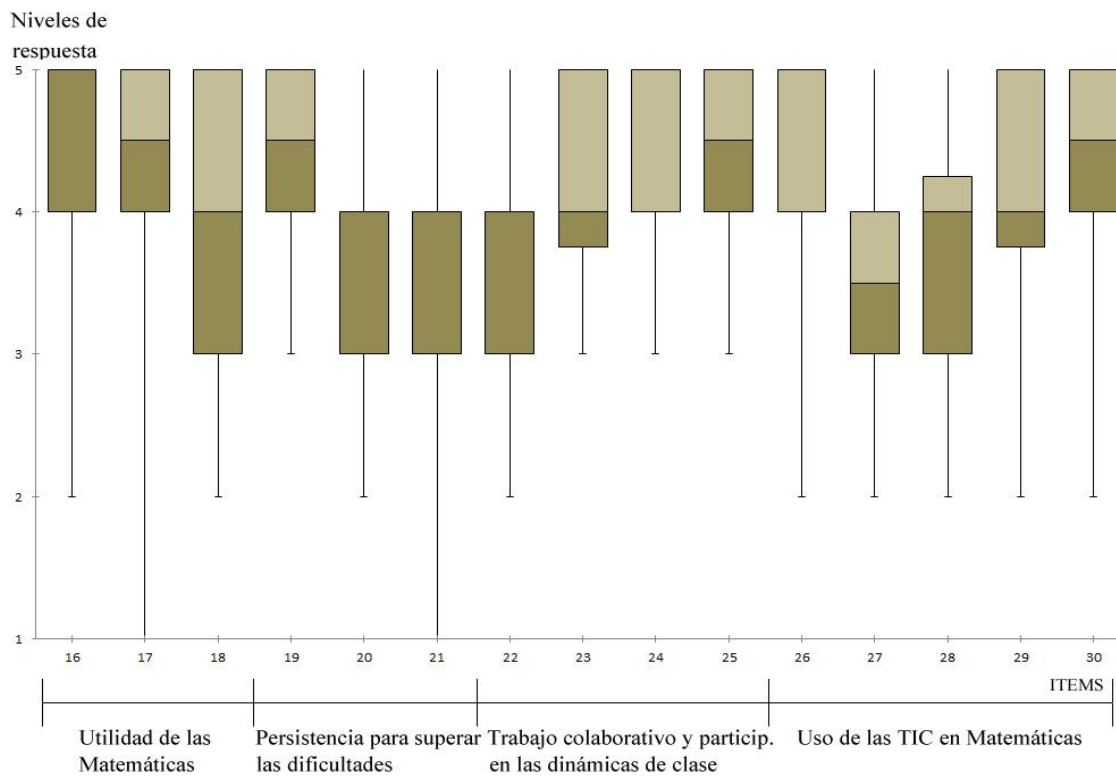


Figura 36. Diagrama de caja para los ítems de las variables de la dimensión *Motivación* del cuestionario postest en la tercera implementación

Se observa una evolución ascendente de las medias de los ítems respecto al comienzo de curso. No se halla ningún ítem con una media inferior a 3 al final de la implementación. Con medias superiores a 4 se encuentran más del 50% de los ítems pertenecientes a las variables *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase* y *Uso de las TIC en Matemáticas*, de las dimensiones *Confianza* y *Motivación*, y *Persistencia para superar las dificultades de la asignatura*, de la dimensión *Motivación*.

A continuación se esquematizan las relaciones, que el alumnado establece de manera grupal, entre las distintas variables que afectan al dominio afectivo al finalizar el proceso educativo.

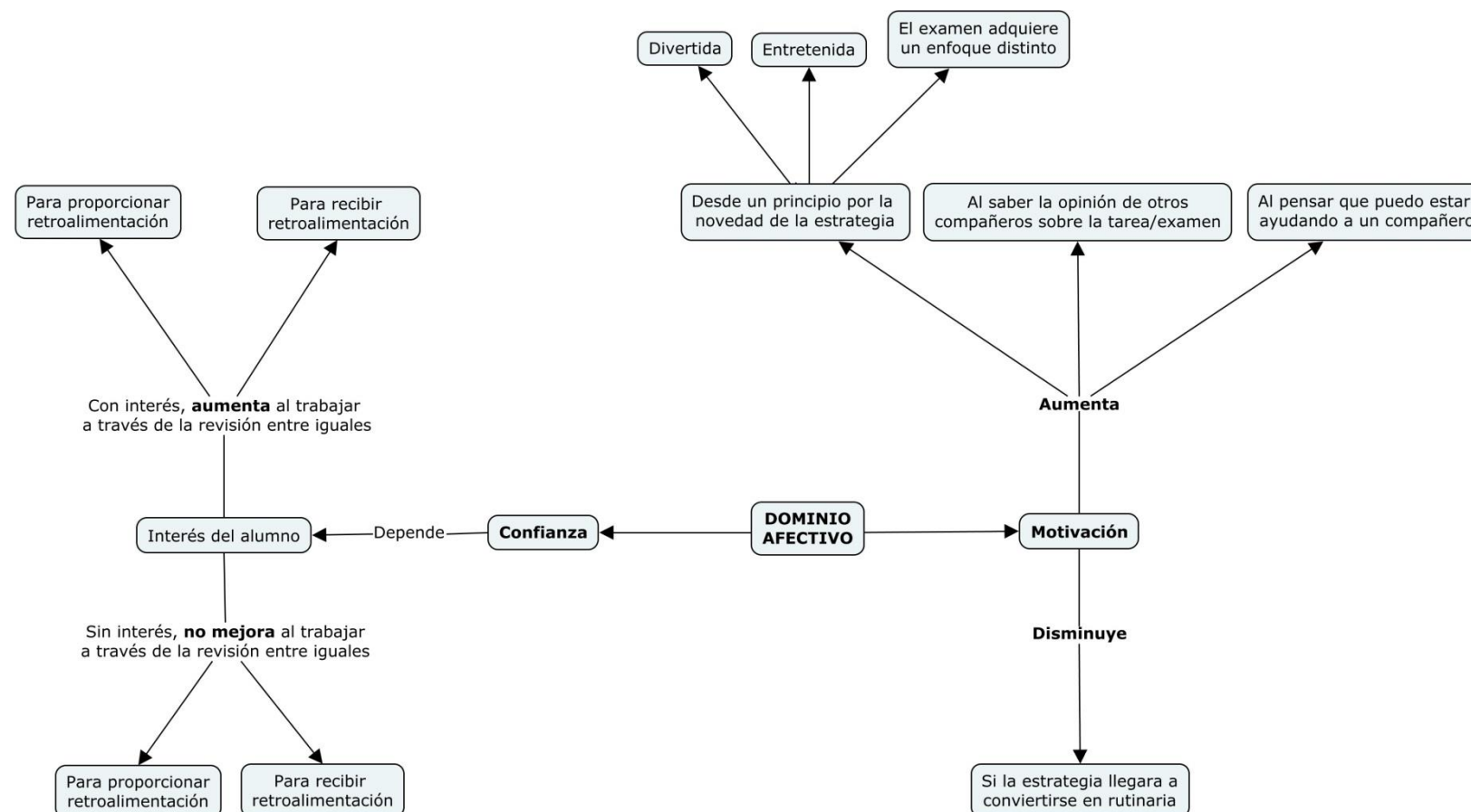


Figura 37. Mapa conceptual sobre el dominio afectivo extraído del grupo focal final en la tercera implementación

La variable denominada *Uso de las TIC en Matemáticas* pierde protagonismo a la hora de evaluar la dimensión *Motivación*, destacando el carácter lúdico que presenta la evaluación entre iguales y el cambio de rol que adquiere el examen. La dimensión *Confianza* pasa a depender directamente de factores intrínsecos al alumnado.

Si profundizamos en el dominio afectivo, según los niveles competenciales del alumnado, obtenemos los siguientes datos:

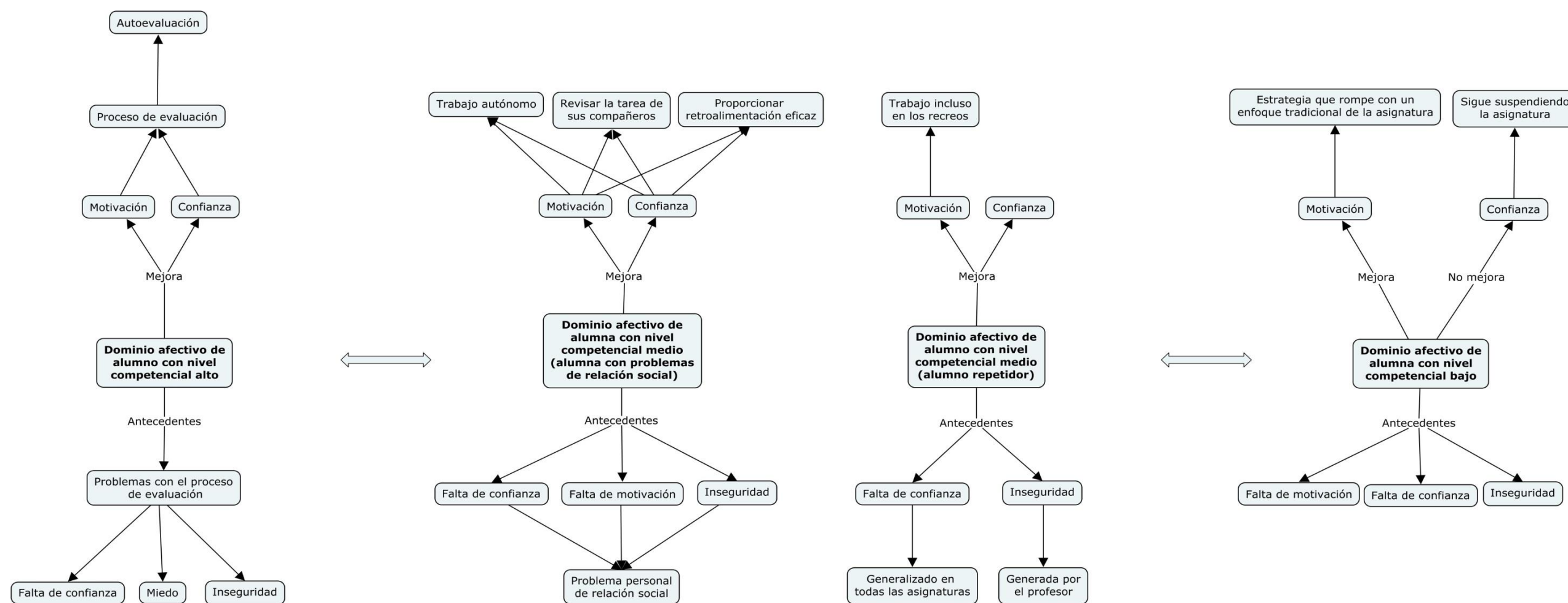


Figura 38. Evolución del dominio afectivo del alumnado, según sus niveles competenciales, durante la tercera implementación

La dimensión *Motivación* está presente entre las mejoras del dominio afectivo que resalta el alumnado, con independencia de su nivel competencial, mientras que la *Confianza* solamente se halla presente en aquellos alumnos que han obtenido evaluación positiva.

Con respecto a las dos dimensiones que forman parte del dominio afectivo, el alumnado evaluado recibe una retroalimentación basada, en mayor medida, en la dimensión *Motivación* respecto a la dimensión *Confianza*.

	[B+, A]		[C, B+)		[D, C)	
	Álgebra	Análisis	Álgebra	Análisis	Álgebra	Análisis
Confianza	.317	.314	.359	.351	.340	.382
Motivación	.683	.686	.641	.649	.660	.618

Tabla 77. Porcentajes en tanto por uno de retroalimentación afectiva para cada dimensión y nivel competencial en cada uno de los bloques de la tercera implementación

De la tabla anterior se desprende que, de manera aproximada y a grandes rasgos, la tercera parte de los comentarios efectuados por el alumnado evaluador fomentan la *Confianza*, mientras que la *Motivación* está presente en las dos terceras partes de la retroalimentación afectiva.

En el bloque de Álgebra, el alumnado de nivel competencial medio ofrece un porcentaje ligeramente mayor de retroalimentación afectiva relacionada con la *Confianza* que el alumnado de los niveles alto y bajo, concretamente 1.13 y 1.05 veces respectivamente. En el bloque de Análisis es el alumnado de nivel competencial bajo quien ofrece un porcentaje mayor de retroalimentación afectiva relacionada con la *Confianza*, concretamente 1.09 y 1.22 veces respecto a sus compañeros de los niveles medio y alto.

Si analizamos globalmente los datos obtenidos en la tercera implementación, comprobamos que los comentarios afectivos que se centran en la *Confianza* experimentan un crecimiento porcentual sensiblemente superior conforme disminuye el nivel competencial del alumnado evaluador:

	[B+, A]	[C, B+)	[D, C)
Confianza	.316	.355	.365
Motivación	.684	.645	.635

Tabla 78. Porcentajes en tanto por uno de retroalimentación afectiva para cada dimensión y nivel competencial durante el curso 2019/20

A continuación realizamos un análisis exhaustivo de cada una de las variables que intervienen en la retroalimentación afectiva presente en las rúbricas.

		ÁLGEBRA					
		[B+, A]		[C, B+)		[D, C)	
		$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$
Confianza	Inexistente	14	.519	19	.452	15	.469
	Incorrecta	0	.000	0	.000	2	.062
	Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos	12	.444	22	.524	15	.469
	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	1	.037	1	.024	0	.000
	Uso de las TIC en Matemáticas	0	.000	0	.000	0	.000
Motivación	Inexistente	5	.152	6	.128	3	.083
	Incorrecta	0	.000	0	.000	3	.083
	Utilidad de las Matemáticas	1	.030	0	.000	0	.000
	Persistencia para superar las dificultades de la asignatura	4	.121	1	.021	4	.111
	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	3	.091	2	.043	1	.028
	Uso de las TIC en Matemáticas	0	.000	0	.000	0	.000
	Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio	17	.515	33	.702	24	.667
Tiempo	3	.091	5	.106	1	.028	

Tabla 79. Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables de la dimensión afectiva agrupadas por niveles de competencia matemática en el bloque de Álgebra durante la tercera implementación

Con respecto a la dimensión *Confianza*, la variable considerada mayoritariamente por el alumnado es la denominada *Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos*. El resto de variables no aparecen en la retroalimentación, a excepción de un alumno de nivel competencial medio y otro de nivel alto que aportan retroalimentación sobre *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase*.

Con respecto a la dimensión *Motivación*, podemos destacar en primera posición al *Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio*, con porcentajes superiores en los niveles medio y bajo; la segunda posición es compartida por las variables *Persistencia para superar las dificultades de la asignatura* y *Tiempo*; y en última posición la variable *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase*, donde el alumnado de nivel competencial alto duplica y triplica el porcentaje de dicha retroalimentación respecto a los niveles medio y bajo respectivamente.

		ANÁLISIS					
		[B+, A]		[C, B+)		[D, C)	
		$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$
Confianza	Inexistente	1	.083	7	.206	17	.370
	Incorrecta	0	.000	0	.000	0	.000
	Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos	11	.917	27	.794	29	.630
	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	0	.000	0	.000	0	.000
	Uso de las TIC en Matemáticas	0	.000	0	.000	0	.000
Motivación	Inexistente	0	.000	1	.020	10	.175
	Incorrecta	0	.000	0	.000	0	.000
	Utilidad de las Matemáticas	1	.042	0	.000	0	.000
	Persistencia para superar las dificultades de la asignatura	4	.166	9	.177	7	.123
	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	3	.125	7	.137	5	.088
	Uso de las TIC en Matemáticas	1	.042	0	.000	0	.000
	Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio	12	.500	27	.529	32	.561
Tiempo	3	.125	7	.137	3	.053	

Tabla 80. Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables de la dimensión afectiva agrupadas por niveles de competencia matemática en el bloque de Análisis durante la tercera implementación

La única variable de la dimensión *Confianza* considerada por el alumnado en el bloque de Análisis es la denominada *Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos*, produciéndose una progresiva disminución de su frecuencia cuanto menor es el nivel competencial del alumnado. A diferencia de la implementación anterior, el alumnado de nivel competencial alto proporciona un mayor porcentaje de retroalimentación con dicha variable. A excepción de una de las rúbricas de una alumna (SMP), todas las rúbricas del alumnado de dicho nivel la contemplan en su retroalimentación afectiva.

La variable de la dimensión *Motivación* que aparece con mayor frecuencia es *Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio*, produciéndose un progresivo aumento en su frecuencia cuanto menor es el nivel competencial del alumnado. El alumnado de nivel competencial bajo proporciona un porcentaje mayor de retroalimentación que se cifra entre 1.06 y 1.12 respecto a los niveles medio y alto, respectivamente. La variable *Persistencia para superar las dificultades de la asignatura* ocupa la segunda posición. Se observa que el alumnado de nivel competencial medio es quien más la cita en su

retroalimentación, 1.43 veces respecto a sus compañeros de nivel competencial bajo. En la tercera posición se halla la variable *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase*, donde nuevamente el alumnado de nivel competencial medio aporta mayor retroalimentación. En la última posición se encuentra la variable *Tiempo*, donde señalamos su escasa presencia entre el alumnado de nivel competencial bajo.

A continuación, agrupamos los datos y realizamos un análisis similar para la totalidad del curso 2019/20:

		CURSO 2019/20					
		[B+, A]		[C, B+)		[D, C)	
		$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$	$f_i$	$\frac{f_i}{\sum f_i}$
Confianza	Inexistente	15	.385	26	.342	32	.410
	Incorrecta	0	.000	0	.000	2	.026
	Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos	23	.589	49	.645	44	.564
	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	1	.026	1	.013	0	.000
	Uso de las TIC en Matemáticas	0	.000	0	.000	0	.000
Motivación	Inexistente	5	.088	7	.071	13	.140
	Incorrecta	0	.000	0	.000	3	.032
	Utilidad de las Matemáticas	2	.035	0	.000	0	.000
	Persistencia para superar las dificultades de la asignatura	8	.140	10	.103	11	.118
	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	6	.105	9	.092	6	.065
	Uso de las TIC en Matemáticas	1	.018	0	.000	0	.000
	Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio	29	.509	60	.612	56	.602
	Tiempo	6	.105	12	.122	4	.043

Tabla 81. Frecuencias absolutas y relativas, en tanto por uno, de los valores que alcanzan las variables de la dimensión afectiva agrupadas por niveles de competencia matemática durante el curso 2019/20

La única variable de la dimensión *Confianza* en la que debemos centrar nuestro análisis para el curso completo es *Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos*, con predominio entre el alumnado de nivel competencial medio.

La variable de la dimensión *Motivación* que aparece con mayor frecuencia es *Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio*, con porcentajes similares en los niveles medio y bajo. En segundo lugar se encuentra la variable *Persistencia para superar las dificultades de la asignatura*, con un claro predominio entre el alumnado de nivel competencial alto. La tercera posición se halla prácticamente compartida por la variable *Tiempo* y la variable

*Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase*, con frecuencias casi similares.

Con el análisis de las variables que intervienen en la retroalimentación afectiva de las rúbricas finaliza el apartado destinado al análisis del dominio afectivo en la tercera implementación y, con dicho apartado, el capítulo dedicado al análisis de datos.



---

## 5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En el presente capítulo se discuten los resultados de la investigación a partir del análisis efectuado en el capítulo anterior, con la finalidad de dar respuesta a las preguntas de investigación que se formularon al comienzo de esta tesis.

Este capítulo se organiza en tres secciones, cada una de las cuales se halla vinculada a uno de los objetivos de la investigación. En la primera sección se discuten los resultados relativos a la evaluación entre iguales (5.1), para continuar en la segunda sección con los resultados sobre el desarrollo de la competencia matemática del alumnado (5.2) y concluir en la tercera sección con la discusión sobre la evolución del dominio afectivo (5.3).

### 5.1. EVALUACIÓN ENTRE IGUALES

---

Esta sección se estructura de acuerdo con los resultados relativos a la viabilidad de implementar la evaluación entre iguales (5.1.1) y los relativos al diseño tecnopedagógico implementado (5.1.2).

En el primer apartado se discute si la estrategia didáctica basada en la evaluación entre iguales es adecuada para el desarrollo de la competencia matemática del alumnado y la mejora del dominio afectivo, teniendo presente tanto el nivel educativo como la disciplina en la que se implementa.

En el segundo apartado se discute si el diseño tecnopedagógico implementado es pertinente para mejorar los resultados relativos a la viabilidad de la evaluación entre iguales, es decir, cómo aspectos o elementos del diseño contemplados en el segundo apartado afectan o repercuten en el primero.

#### 5.1.1. VIABILIDAD DE LA EVALUACIÓN ENTRE IGUALES

---

Los resultados sobre la viabilidad de la evaluación entre iguales se discuten en términos de fiabilidad y validez. Basándonos en las definiciones de los autores citados en el capítulo anterior (Bretones, 2008; Marín, 2009; McDonald, 2016), definimos la

fiabilidad como la coincidencia entre las calificaciones individuales otorgadas por el alumnado evaluador para cada criterio y las que asigna el docente. Análogamente, definimos la validez como la correcta evaluación y retroalimentación recibidas por el alumnado evaluado para fomentar el progreso de su dominio competencial y afectivo.

Con respecto a la fiabilidad de la evaluación entre iguales se expone en la siguiente tabla el porcentaje en el que coinciden las calificaciones individuales otorgadas por el alumnado evaluador para cada criterio y la que asigna el docente. Se contemplan tres valores: exceso, cuando la calificación que otorga el alumnado evaluador es superior a la que asigna el docente; exacta, cuando ambas calificaciones son iguales; y defecto, cuando la calificación que otorga el alumnado evaluador es inferior a la que asigna el docente.

	SEGUNDA IMPLEMENTACIÓN				TERCERA IMPLEMENTACIÓN		
	Álgebra	Análisis	Estadística	Curso 2018/19	Álgebra	Análisis	Curso 2019/20
Exceso	11.2	10.3	8.67	10.4	16.0	19.8	17.8
Exacta	80.3	76.3	87.3	80.1	77.2	72.2	74.8
Defecto	8.44	13.3	4.00	9.48	6.80	8.00	7.40

Tabla 82. Porcentajes de coincidencia entre las calificaciones individuales otorgadas por el alumnado evaluador para cada criterio y la asignada por el docente

La fiabilidad de la evaluación entre iguales se sitúa, en la mayoría de los casos, en porcentajes superiores al 75%, excepto en el bloque de Análisis de la tercera implementación. Este bloque es el responsable de que el porcentaje correspondiente al curso 2019/20 se ubique sensiblemente por debajo del 75%. Otro resultado que es necesario subrayar, por la similitud que presenta en ambas implementaciones, es la disminución del porcentaje en el que coinciden las calificaciones individuales otorgadas por el alumnado evaluador y la que asigna el docente en el bloque de Análisis respecto al bloque de Álgebra. Este descenso generalizado se cifra entre cuatro y cinco puntos porcentuales, alineándose con la investigación de Strijbos y Wichmann (2018) donde se pone de manifiesto que la dificultad del contenido presente en la tarea es una de las tres fuentes principales que influyen en los resultados de la evaluación entre iguales.

La mayor dificultad que supone al alumnado el bloque de Análisis respecto al bloque de Álgebra radica en el grado de exigencia requerido al alumnado en cuanto a los niveles previos de su competencia matemática. Centrándonos en dos de las tres dimensiones consideradas (*Conocimientos* y *Capacidades*) en el bloque de Análisis, identificamos los siguientes aspectos:

- a) Presenta una mayor variedad, complejidad y grado de abstracción en sus conceptos. Conceptos como infinito, límite, indeterminación, derivada, asíntota, etc, exigen al alumnado un esfuerzo de abstracción que no requiere conceptos como polinomios, ecuaciones o sistemas de ecuaciones.
- b) Las representaciones matemáticas obligan a trabajar simultáneamente con un mayor número de conceptos, que a su vez son más complejos y abstractos tal y como se ha indicado en el punto anterior. La representación gráfica de una función con su dominio, continuidad, asíntotas, monotonía, curvatura, etc, presenta una dificultad mayor que la expresión matemática de un sistema de ecuaciones lineales.
- c) El lenguaje matemático se complica con la utilización de un mayor número de símbolos y reglas respecto al lenguaje utilizado en el bloque de Álgebra.
- d) Los procedimientos no suelen ser tan mecánicos ni operativamente tan sencillos como en el bloque de Álgebra.
- e) El alumnado tiene acceso a contenidos propios del bloque de Análisis a partir de la Educación Secundaria, en líneas generales. Desde que inicia su escolarización tiene un contacto mayor y a edades más tempranas con contenidos del bloque de Álgebra. Esa circunstancia lo posiciona con una actitud más positiva hacia el aprendizaje de contenidos del bloque de Álgebra que de Análisis. Tal y como se ha indicado en el Marco Teórico, la evolución natural de la actitud hacia las Matemáticas se va haciendo menos favorable al avanzar la edad (Hidalgo et al., 2008; Mato et al., 2014).

El bloque de Estadística arroja resultados más favorables respecto al resto de bloques durante la segunda implementación, no pudiéndose verificar dichos resultados en la tercera implementación debido a los ajustes en la programación que hubo que realizar debido al confinamiento por la pandemia COVID-19.

Entre las calificaciones que presentan desviaciones, se observa un predominio generalizado de las calificaciones que otorga el alumnado evaluador por exceso, llegándose a alcanzar un máximo de 11.8% de diferencia entre las desviaciones por exceso y defecto. Este resultado es coherente con las experiencias previas de diversos autores (Calvo & Calvo, 2017; García et al., 2011), quienes sostienen que el alumnado califica con bondad a su compañero y le otorga una calificación superior a la que le

asigna el docente. Aunque también se encuentran en la literatura experiencias en las que el alumnado es más exigente que el docente en la calificación otorgada (Sánchez et al., 2011).

A pesar de que se dedican varias sesiones a la explicación de los criterios y el funcionamiento de la rúbrica al comienzo de las unidades didácticas que son objeto de evaluación entre iguales, el alumnado no toma consciencia de su uso hasta que la aplica a una tarea concreta. La rúbrica necesita de cierta práctica (Calvo & Calvo, 2017) y no puede resolver todas las dificultades asociadas a los procesos de evaluación entre iguales (Cano, 2015). En ese sentido resulta imprescindible que el alumnado conozca exhaustivamente los criterios de la rúbrica (Boztunç et al., 2019), pues su falta de conocimiento y la existencia de predisposiciones subjetivas, amistad o temor a represalias (Carvalho, 2013; Montero-Fleta, 2006), fomentan las desviaciones por exceso citadas en el párrafo anterior.

Con respecto a la validez de la evaluación entre iguales se expone en la siguiente tabla el porcentaje en el que las medias de las calificaciones recibidas por el alumnado evaluado para cada uno de los criterios son inferiores o iguales a medio intervalo de calificaciones respecto a la calificación asignada por el docente. De esta manera, las cifras recogidas muestran el porcentaje en el que coinciden las medias de las calificaciones recibidas y la calificación del docente durante la segunda y tercera implementación:

	SEGUNDA IMPLEMENTACIÓN				TERCERA IMPLEMENTACIÓN		
	Álgebra	Análisis	Estadística	Curso 2018/19	Álgebra	Análisis	Curso 2019/20
$D \leq  1/2 $	85.6	84.0	96.0	87.0	83.2	77.4	80.4

Tabla 83. Porcentajes de coincidencia entre las medias de las calificaciones recibidas por el alumnado evaluado para cada criterio y la asignada por el docente durante la segunda y tercera implementación

Los resultados obtenidos con las medias de las calificaciones recibidas vinculadas a la validez son más favorables que los resultados obtenidos con las calificaciones individuales otorgadas para la fiabilidad. La razón se halla en que las calificaciones utilizadas para la validez emergen de la media aritmética de dos calificaciones otorgadas por el alumnado evaluador. Por tanto, las desviaciones producidas en cada criterio respecto a la calificación del docente se reducen significativamente. Este incremento porcentual de la validez respecto a la fiabilidad se cifra en una horquilla de valores que

van desde el 5.22% en el bloque de Análisis de la tercera implementación hasta el 8.67% en el bloque de Estadística de la segunda implementación.

La validez de la evaluación entre iguales se completa con la discusión de los resultados relativos a la retroalimentación que recibe el alumnado evaluado en el área de comentarios de la rúbrica:

	SEGUNDA IMPLEMENTACIÓN			TERCERA IMPLEMENTACIÓN	
	Álgebra	Análisis	Estadística	Álgebra	Análisis
Ejecución	<b>75.0</b>	<b>65.0</b>	<b>66.7</b>	<b>90.0</b>	<b>84.8</b>
Identificación	37.5	<b>66.7</b>	<b>70.0</b>	<b>88.0</b>	<b>80.4</b>
Uso de las TIC en Matemáticas	0.00	0.00	16.7	<b>63.0</b>	<b>55.4</b>

Tabla 84. Porcentaje de retroalimentación correcta en el área de comentarios de la rúbrica durante la segunda y tercera implementación

Se observa que los porcentajes de retroalimentación correcta para las tres variables consideradas se hallan entre el 55.4% y el 90.0% en la tercera implementación, cifras que garantizan la viabilidad del área de comentarios de la rúbrica. Las diferentes modificaciones introducidas en el diseño de la rúbrica elevan los porcentajes de retroalimentación correcta a cifras que superan el 50% durante la tercera implementación.

La ejecución de los apartados de la rúbrica ha presentado siempre porcentajes de retroalimentación correcta por encima del 65%, hecho que indica una adecuada cumplimentación de los diferentes apartados que componen el área de comentarios. Asimismo, se observan en esta variable mejores resultados en el bloque de Álgebra que en el de Análisis de ambas implementaciones.

La identificación de la retroalimentación no es correcta solamente en las tareas 1 y 2 del bloque de Álgebra de la segunda implementación, con un porcentaje de retroalimentación correcta del 37.5%. Este dato motiva un cambio significativo de la rúbrica desde la segunda iteración de la segunda implementación. Con la unificación de los apartados “*Apoyo emocional al compañero*” y “*Respuesta emocional al trabajo*” por “*Respuesta emocional al trabajo realizado por el compañero*” se observa que la variable *Identificación* mejora significativamente, pasando su porcentaje de retroalimentación correcta del 37.5% al 66.7%. Dicha unificación evita la confusión y duplicidad existente en la retroalimentación y consolida su resultado en la rúbrica perteneciente al bloque de Estadística (70.0%). Aun así, el alumno VCG, con un nivel

competencial alto, manifiesta en las entrevistas realizadas al finalizar la segunda implementación la necesidad de cambiar la designación de otros apartados de la rúbrica para evitar otra serie de confusiones: “...no sé si no se expresa bien la rúbrica en sí o somos nosotros los que no la comprendemos. Creo que debería ponerlo en un lenguaje más vulgar o más colectivo para que lo entienda más la gente, muchos compañeros se liaban cuando tenían que escribir el apartado de Reflexión. No sé si no lo comprendían o era la rúbrica la que los liaba”. A partir de este momento se introduce una segunda modificación en el área de comentarios de la rúbrica. Se cambia la designación “Reflexión” por “Relación con contenidos matemáticos previos” y “Contextualización” por “Relación con contenidos de otras asignaturas” para la tercera implementación.

El desarrollo de la tercera implementación presenta características similares a la anterior, en líneas generales, si bien es cierto que con las nuevas medidas adoptadas se eliminan algunas de las deficiencias observadas anteriormente y otras se reducen significativamente. Un ejemplo de ello se detecta en el descenso del número de protestas en relación a la falta de preguntas conceptuales de la tarea 1. Efectivamente, en la tercera implementación, se han propuesto actividades en el día a día con un uso intensivo de las TIC, que son del mismo tipo que las que se evalúan. Este uso generalizado de las TIC desde el comienzo de la tercera implementación motiva que el alumnado emplee de manera sistemática las aplicaciones informáticas, Wiris y Geogebra entre otras, tanto en su quehacer diario como en las rúbricas. Concretamente, el alumno JRM utiliza desde el principio de la tercera implementación las fórmulas de Wiris en el apartado *Orientación* de la rúbrica, porque le resulta más fácil que introducirlas con el editor de ecuaciones del procesador de textos. A su vez, los alumnos SMP y DBP ayudan a sus compañeros explicándoles cómo efectuar capturas de pantalla en las rúbricas de la tarea 2, explicación a la que se unió LRM añadiendo que, antes de insertarlas en las rúbricas, prefería editar las imágenes capturadas con la aplicación Paint de Windows. Estas circunstancias tienen su reflejo en una evolución positiva de la variable *Uso de las TIC en Matemáticas* en el paso de la segunda a la tercera implementación.

Terminamos la discusión de este apartado afirmando que, a partir de los resultados obtenidos sobre la fiabilidad y validez, la evaluación entre iguales es viable en la disciplina matemática y en el nivel educativo considerado.

### 5.1.2. DISEÑO TECNOPEDAGÓGICO: REFINAMIENTO Y MEJORA DE LA EVALUACIÓN ENTRE IGUALES

La discusión sobre el diseño tecnopedagógico llevado a cabo en las diferentes implementaciones sigue el orden cronológico en el que se han efectuado sus modificaciones, pues algunos de los resultados obtenidos se han utilizado para el refinamiento y mejora de la evaluación entre iguales en la siguiente implementación. La tabla que se expone a continuación resume la lista de motivos que promueven la toma de decisiones en cada una de las implementaciones:

Implementación	Iteración	Motivos para replantear el diseño de la implementación	Decisiones para la mejora del diseño en la siguiente implementación
Primera		Mayor exigencia de tiempo	Diseño curricular que integre la evaluación entre iguales (7 tareas/curso con 7-9 sesiones/tarea)
		Reticencias del alumnado a evaluar al compañero	Asignación aleatoria en Moodle Anonimato de la identidad del alumnado evaluador
		Disponibilidad de equipos informáticos adecuados	Explicación detallada de la rúbrica
		Asignación de 1º Bachillerato al profesor-investigador Negativa de padres o alumnos a participar en la investigación	Proyecto de investigación PIV-013/18, Consejería de Educación de la Junta de Andalucía
Segunda	Primera	Las tareas para evaluación entre iguales corresponden a los exámenes	Aumentar el entrenamiento en la realización de tareas similares
		Identidad del alumnado revisor	Sistema de doble ciego
	Segunda	El diseño curricular no permite el desarrollo completo de 7 tareas/curso	Se unifica “ <i>Funciones reales de variable real</i> ” con “ <i>Límites y continuidad de funciones</i> ” y “ <i>Derivada de una función</i> ” con “ <i>Geometría y cónicas</i> ”
	Segunda	Alumnado que no presta atención a la retroalimentación recibida.	Construcción e implementación de una contra-rúbrica
Tercera		Se decreta el confinamiento por COVID-19	Migración íntegra al modelo en línea de las unidades didácticas, tarea 4, sus rúbricas y contra-rúbricas

Tabla 85. Motivos y decisiones tomadas en cada implementación para el refinamiento y mejora de la evaluación entre iguales

#### A. Primera implementación

La discusión de resultados sobre el diseño tecnopedagógico de la primera implementación toma como punto de partida el análisis DAFO utilizado para detectar las posibles contingencias que presenta la evaluación entre iguales, pues resulta novedosa en este ámbito y nivel educativo.

Las debilidades encontradas en dicho análisis hacen referencia a la demanda adicional de tiempo y esfuerzo requerido por la evaluación entre iguales, tanto para el alumnado como para el docente<sup>43</sup> encargado de su implementación, y a la reticencia inicial de ciertos alumnos a evaluar al compañero.

Esa dedicación adicional de tiempo para evaluar al compañero, en el caso del alumnado, y para diseñar e implementar la evaluación entre iguales, en el caso del docente, puede ser una de las causas subyacentes al rechazo inicial protagonizado por parte del alumnado y el que pudiera presentar cualquier docente.

Estos resultados, relativos a la dedicación adicional de tiempo y esfuerzo, se hallan presentes en diversas investigaciones previas: Okhremtchouk et al. (2009), advierten de la cantidad de tiempo requerida para el profesorado y el alumnado; Boztunç et al. (2019), indican el desafío que supone para el profesorado la creación de un entorno apropiado para la implementación de la evaluación entre iguales; Liu y Carless (2006), evidencian que tanto el alumnado como el profesorado suelen mostrar reticencias para participar o promover actividades basadas en la evaluación entre iguales; e Ibarra-Saiz y Rodríguez-Gómez (2014), amplían la afirmación anterior añadiendo que esta negativa se halla a pesar de que la mayoría del alumnado no había participado anteriormente en ninguna experiencia basada en la evaluación entre iguales. Otra debilidad que se ha detectado y está asociada a una demanda adicional de tiempo y esfuerzo es el problema surgido con la conectividad de algunos equipos portátiles, que obliga a tres alumnas (JLG, MGG y MMA) a evaluar a sus compañeros fuera del horario lectivo.

Con respecto a la reticencia inicial que ha manifestado la tercera parte del alumnado durante la primera implementación, con argumentos que aluden al compañerismo (ARM) o a la falta de experiencia y competencia (DGL, JLG y AK), encontramos en la literatura diversos autores que informan sobre la posibilidad de encontrar dichas reticencias (Alqassab et al., 2018; Carvalho, 2013; Ibarra-Sáiz et al., 2012; Montero-Fleta, 2006).

---

<sup>43</sup> Los roles de docente e investigador se conjugan en la misma persona. Resulta necesario destacar las dificultades encontradas como docente durante las implementaciones, pues dichas dificultades habrían sido encontradas o se encontrarán en un futuro aquellos docentes que decidan implementar la evaluación entre iguales.



La búsqueda de soluciones a la reticencia del alumnado a evaluar la tarea del compañero ha contado con dos líneas de actuación. En primer lugar, se ha decidido seleccionar la modalidad aleatoria en la asignación de rúbricas, restringiendo los permisos del alumnado en la plataforma Moodle para que permanezca en anonimato la identidad del alumnado evaluador. En segundo lugar, se ha superado el bloqueo inicial de algunos alumnos con la explicación detallada de la rúbrica, pues la falta de comprensión de los criterios es una dificultad añadida (Boztunç et al., 2019) y causa subyacente a la falta de confianza del alumnado en la evaluación entre iguales. Las creencias del alumnado sobre la utilidad de la retroalimentación y su confianza para proporcionarla han cambiado positivamente tras la realización de la actividad, convergiendo con los resultados de la investigación realizada por Rotsaert et al. (2017).

Otros resultados que han amenazado la posibilidad de implementar la evaluación entre iguales son la asignación del grupo de 1º Bachillerato al docente-investigador en el reparto de asignaturas que se realiza al comienzo de cada curso académico, la posible negativa de los padres o los alumnos a participar en la investigación y la disposición de los equipos informáticos necesarios para su implementación.

Tanto las amenazas como alguna de las debilidades se han superado con la concesión del proyecto de investigación educativa PIV-013/18 por la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía. De este modo, el proyecto otorga prioridad al docente-investigador en la asignación de 1º Bachillerato durante los cursos académicos que corresponden a la segunda y tercera implementación, respalda la participación del alumnado en la actividad y permite la adquisición de 10 equipos informáticos nuevos con su dotación económica.

El análisis DAFO también ha mostrado fortalezas significativas y algunas oportunidades que conviene señalar en la discusión de resultados. La principal fortaleza se halla en la creación de un entorno de trabajo atractivo para el alumnado que fomenta su motivación personal hacia el aprendizaje (Hsia et al., 2016), su participación y colaboración (Mutwarasibo, 2016) y la asunción de responsabilidades en su aprendizaje y en el de sus compañeros (Ashraf & Mahdinezhad, 2015). Ejemplo de ello lo observamos en la actitud adoptada por diversos alumnos de nivel competencial bajo, que muestran su interés por la actividad desde el principio. El alumno DGL, con el menor nivel competencial dentro del grupo, asegura al principio de la actividad que “...soy nulo

*para las Matemáticas*”. Este alumno se encuentra muy interesado en las TIC, circunstancia que fomenta su participación y le permite ser el primero en encontrar tanto la expresión general de la circunferencia con centro en cualquier punto (aunque la interpretación correcta de sus elementos la realiza la alumna NLC de nivel competencial alto) como la relación existente entre las pendientes de las rectas tangente y normal. El alumno AK, también de nivel competencial bajo, realiza un razonamiento al más alto nivel de retroalimentación, la autorregulación (Hattie & Timperley, 2007), aplicando el Teorema de Pitágoras para la obtención de la ecuación de la circunferencia centrada en el origen de coordenadas. La razón se encuentra en que la asignatura se plantea de un modo diferente a como habitualmente la habíamos impartido los distintos docentes en cursos anteriores. La alumna JLG, con características similares a los dos anteriores y que no promociona al finalizar el curso 2017/18, asiste a todas las sesiones en las que se desarrolla la evaluación entre iguales. Conviene prestar atención a esta circunstancia pues las sesiones destinadas a implementar la evaluación entre iguales coinciden con días en los que se realizan exámenes de diferentes asignaturas y a la semana siguiente están fijados los exámenes de la convocatoria ordinaria. Aun así y teniendo presente que la participación del alumnado es voluntaria, el índice de asistencia a todas las sesiones resulta elevado (75%). Solamente faltan a la última sesión los alumnos DGL, AK y GMA.

Otras fortalezas detectadas en el DAFO son la atención personalizada que proporciona al alumnado, tanto de manera síncrona como asíncrona, y que favorece distintas situaciones de aprendizaje (Kim, 2009; Ratminingsih et al., 2017).

La primera implementación aporta resultados que validan la rúbrica como instrumento de evaluación y retroalimentación para el nivel educativo y la disciplina elegida, de modo que se vislumbran posibilidades emergentes para su implementación.

## **B. Segunda implementación**

La segunda implementación persigue validar la evaluación entre iguales como estrategia didáctica y evaluativa, circunstancia que exige la elaboración de un diseño tecnopedagógico para 1º de Bachillerato en el que la evaluación entre iguales forme parte del desarrollo de la propia asignatura.

Una de las primeras decisiones que se toman durante la primera iteración de la segunda implementación es la integración de la evaluación entre iguales en el currículo de 1º de Bachillerato. Para ello se diseñan siete tareas que sustituyen a los siete exámenes previstos para la evaluación del curso escolar 2018/19: 2 tareas en la 1ª y en la 3ª evaluación y 3 tareas en la 2ª evaluación. El enunciado de dichas tareas, que comprenden distintos contenidos trabajados conjuntamente a través de diferentes unidades didácticas, está adaptado a contextos reales que resultan familiares al alumnado. La tarea y su proceso de evaluación están entrelazados con este planteamiento, permitiéndose la creación de nuevas oportunidades de aprendizaje (Reinholz, 2016), tanto para el desarrollo de la competencia matemática como para la mejora en las habilidades de retroalimentación (Deiglmayr, 2018).

Este nuevo enfoque produce la objeción del alumnado, debido a que habían estado acostumbrados durante toda la Educación Secundaria Obligatoria a preguntas inmediatas que versaban sobre el concepto. Con este nuevo planteamiento se les hace pensar y reflexionar sobre los conceptos explicados en clase. Las preguntas ya no son inmediatas (factoriza el polinomio, determina sus raíces, halla su valor numérico para un valor de  $x$ , etc) sino que están formuladas conforme a lo que el alumnado denomina “*problemas*”. Tras cierto bloqueo inicial al presentarles la tarea 1, tanto para alumnado de nivel competencial bajo (BDO, MME, PNV y MSM), como medio (SGC, JLG y CPG) y alto (PDM), ellos mismos se dan cuenta de cómo tienen que aplicar los conceptos estudiados a lo que les requiere el enunciado de la tarea. La idea subyacente a la propuesta docente es que esta dificultad inicial sobre el planteamiento de la tarea desaparece con el entrenamiento, de modo paralelo a la mejora que experimenta el desarrollo de la evaluación entre iguales. Solamente se entrega un examen en blanco (MME) y otro escasamente resuelto (MSM).

En las sesiones correspondientes a la realización de las rúbricas de la primera tarea durante la segunda implementación se observa cómo las alumnas PDM y SGC se quejan del esfuerzo que supone proporcionar retroalimentación, a nivel de proceso, para el examen en blanco de MME. Esta circunstancia no constituye un hecho aislado, pues el alumno AGL también se lamenta en el grupo focal inicial del esfuerzo realizado para proporcionar retroalimentación a la tarea 1 del alumno MSM: “... *me dieron un examen en blanco y yo pensé que esa persona no se merece que le vuelvas a escribir el examen*”

*entero diciéndole lo que tiene que hacer, cuando esa persona ni ha estudiado ni nada. Bajo mi punto de vista, si tú no haces nada y no has venido a clase, yo no me voy a poner a escribirte el examen para que tú lo leas...".* La alumna CPG reclama simultáneamente, en el otro grupo focal inicial y sin ser consciente del argumento del alumno AGL, la falta de anonimato al afirmar “*yo lo que veo negativo es que los exámenes no sean anónimos y veamos el nombre de los compañeros. A mí me da igual pero a lo mejor a otra persona no le da igual*”. El alumnado manifiesta ciertos problemas derivados de la naturaleza interactiva de la evaluación entre iguales, pues su participación en ella les genera estrés y/o ansiedad. Basándonos en las investigaciones realizadas por Panadero (2016) y Boztunç et al. (2019), donde se encuentran problemas similares, se decide que la evaluación entre iguales se base en el sistema de doble ciego a partir de la tercera rúbrica de la segunda implementación y durante toda la tercera implementación.

El número de sesiones requeridas para un desarrollo adecuado de cada una de las tareas y sus rúbricas, entre siete y nueve sesiones de una hora, exigen una reducción en el número de tareas diseñadas inicialmente. Para ello, se unifica “*Funciones reales de variable real*” con “*Límites y continuidad de funciones*” en la tarea 3 y “*Derivada de una función*” con “*Geometría y cónicas*” en la tarea 4. La representación de funciones se estudia conjuntamente con las tareas anteriores.

En esta primera iteración de la segunda implementación se vuelven a manifestar las fortalezas y oportunidades encontradas durante la primera implementación. La posibilidad de trabajar asincrónicamente permite a los alumnos BDO, NDO, PNV, BON, JSC Y MSM realizar las rúbricas de la tarea 1, a pesar de las diferentes dificultades surgidas a cada uno de ellos. En la tarea 2 son los alumnos BDO, MME y CPG los que pueden presentar las rúbricas gracias a las posibilidades asíncronas que presenta la evaluación entre iguales.

La motivación y compromiso del alumnado con la actividad y el aprendizaje de sus compañeros quedan patentes con ejemplos como el de la alumna PNV, quien realizó las rúbricas 1 y 2 desde su móvil, dado que su ordenador portátil no funcionaba. Este hecho le supuso un esfuerzo añadido por la dificultad de interactuar con la interfaz gráfica de un dispositivo móvil que opera con el sistema Android. La motivación personal hacia el aprendizaje mostrado por la alumna PNV se alinea con el estudio realizado por Hsia et

al. (2016), de la misma forma que el compromiso adquirido con el aprendizaje de sus compañeros es coherente con la investigación llevada a cabo por Ashraf y Mahdinezhad (2015).

La segunda iteración se inicia con la presentación del bloque de Análisis, donde se llevan a la práctica las modificaciones propuestas en la anterior iteración: integración de la evaluación entre iguales en el diseño curricular de la asignatura, implantación del sistema de doble ciego y reducción en el número de tareas. Dichas modificaciones solucionan los problemas detectados y contribuyen a la mejora de la implementación. Aunque al comparar los resultados obtenidos en los cuestionarios de valoración de la experiencia realizados tras las rúbricas de la primera y última tarea se pone de manifiesto la necesidad de continuar realizando acciones que mejoren el diseño tecnopedagógico. En estos instrumentos se aprecia un retroceso en la valoración de la retroalimentación recibida<sup>44</sup>, pasando su valoración media de 3.94 a 3.88 en una escala Likert de 5 niveles.

Este retroceso en las medias de las puntuaciones que otorga el alumnado a la retroalimentación recibida, complementado con los resultados obtenidos en las entrevistas, determina que no todo el alumnado procesa adecuadamente la retroalimentación recibida. Por lo general se trata de alumnado con bajo nivel competencial, como es el caso del alumno MSM. En ese sentido, hallamos en la literatura investigaciones que sostienen que los efectos de recibir retroalimentación formativa entre iguales no dependen exclusivamente de la calidad de los comentarios recibidos (Nelson & Schunn, 2009; van der Pol et al., 2008). Depende en gran medida del grado de procesamiento que realice el alumno evaluado de la retroalimentación recibida (Berndt et al., 2018; Wichmann et al., 2018), llegándose a situaciones extremas de que el alumnado subestima la retroalimentación recibida (Yakar, 2019).

Para obligar al alumnado a procesar adecuadamente la retroalimentación recibida se plantea la incorporación de una contra-rúbrica desde el comienzo de la tercera implementación. Con este nuevo instrumento se recupera, en cierta medida, el concepto de autoevaluación que se había contemplado en el diseño inicial de la experiencia y se

---

<sup>44</sup> Véase la tabla 41

incluye la propuesta de mejora que la alumna PDM indica en el grupo focal final de esta implementación: *“algunas veces podríamos corregir nuestro propio examen”*.

Durante el desarrollo de las dos iteraciones de la segunda implementación, los alumnos se muestran cada vez más familiarizados e involucrados con la evaluación entre iguales. Se produce la mejora gradual de la actitud del alumnado respecto al proceso de evaluación, hecho que habían contemplado recientemente los investigadores Ratminingsih et al. (2017). Con respecto a la comprensión de la rúbrica, podemos citar al alumno JSC, de nivel competencial medio, quien pone de manifiesto que sabe discriminar perfectamente la diferencia entre un fallo numérico y un fallo conceptual durante el desarrollo de la rúbrica de la tarea 3. Con respecto al compromiso adquirido con el aprendizaje de los compañeros, podemos destacar como los alumnos MME, PNV y MSM realizan las rúbricas de todas las tareas, a pesar de haber suspendido todas o casi todas las tareas y haberse encontrado en situaciones cercanas al abandono de la asignatura. Un caso extremo que merece ser citado en cuanto al compromiso adquirido por el alumnado es JTS, quien continúa asincrónicamente el desarrollo del bloque de Análisis tras ausentarse temporalmente del instituto por la enfermedad y fallecimiento de su madre. Este alumno termina consiguiendo evaluación positiva al finalizar el curso. Solamente tenemos que citar el abandono prematuro de la alumna BDO tras el bloque de Álgebra, alumna que abandona el Bachillerato. No se ha dado el caso de ningún alumno que abandonara única y exclusivamente la asignatura de Matemáticas durante la segunda implementación.

La adquisición de competencias y el compromiso asumido con la evaluación entre iguales vienen acompañados de una evolución en las opiniones y creencias del alumnado desde el principio hasta el final de la implementación. De este modo, se aprecia como en los grupos focales iniciales aparecen diversos aspectos negativos relacionados con la experiencia: es laboriosa, la falta de competencia para revisar la tarea del compañero, la falta de anonimato, la retroalimentación recibida a veces no sirve, etc. Estos aspectos negativos se reducen de manera gradual hasta que en el grupo focal final solamente se cita la monotonía de la experiencia, pues el protocolo seguido siempre ha sido el mismo. Análogamente sucede con los adjetivos utilizados por el alumnado para describir la evaluación entre iguales en los cuestionarios de valoración de la experiencia. Los tres adjetivos más utilizados tras aplicar las rúbricas de la primera

tarea son *innovadora*, *interesante* y *educativa*, mientras que tras aplicar las rúbricas de la última tarea evolucionan a *interesante*, *eficaz* (que progresa de la sexta posición a la segunda) y *trabajosa*. El adjetivo *educativa* alcanza a la cuarta posición, pero mantiene una frecuencia con similar porcentaje respecto al cuestionario realizado tras aplicar las rúbricas de la primera tarea.

Los principales aspectos positivos de esta segunda iteración se resumen en la adquisición de habilidades para efectuar la evaluación entre iguales, el compromiso adquirido con el aprendizaje del compañero y la valoración positiva de la experiencia por parte del alumnado. El principal aspecto negativo de esta segunda iteración se concreta en el retroceso de la valoración que el alumnado otorga a la retroalimentación recibida. Este hecho nos obliga a implementar una contra-rúbrica en cada una de las rúbricas que se realizan durante la tercera implementación.

### **C. Tercera implementación**

La tercera implementación se compone de dos periodos de tiempo, tal y como se ha descrito en el Capítulo 3 correspondiente a la metodología. El primero de ellos, comprendido desde el comienzo del curso hasta el confinamiento, incorpora la contra-rúbrica como novedad en el diseño de la experiencia. La utilización de este instrumento encuentra sus antecedentes en investigaciones desarrolladas en otros ámbitos y niveles educativos. En primer lugar, Wichmann et al. (2018) implementan una tabla donde el alumnado evalúa la retroalimentación recibida, siendo valorada positivamente por el grupo experimental en el que se aplica. En nuestro caso, comprobamos como las alumnas de nivel competencial bajo AJM y LSG, en la tarea 1, AJM y AMP, en la tarea 3, y AGB, en la tarea 4, ni observan la retroalimentación recibida en dichas tareas ni cumplimentan las contra-rúbricas. Además, se pone de manifiesto en las entrevistas realizadas al finalizar la tercera implementación que determinados alumnos con un nivel competencial medio-bajo (JGR) y bajo (LSG) otorgan escaso valor a la retroalimentación recibida. En segundo lugar, hallamos autores que indican que la autoevaluación puede llegar a ser tan efectiva como la evaluación entre iguales utilizando los mismos criterios (Meusen-Beekman et al., 2016), o incluso puede llegar a ser más efectiva para fomentar un aprendizaje conceptual (Sadler & Good, 2006). En línea con estos autores, comprobamos en los grupos focales iniciales de la tercera implementación que los alumnos prefieren empezar por la autoevaluación. Esta

afirmación se vuelve a repetir en las entrevistas realizadas al alumnado de nivel competencial alto (JRM) y medio-alto (MPR) al finalizar la tercera implementación. Estos alumnos señalan la importancia que ha tenido en su proceso formativo la autoevaluación realizada con la contra-rúbrica.

El alumnado no presenta las reticencias mostradas en la implementación anterior tras la realización de la tarea 1 de esta tercera implementación. Nadie utiliza argumentos que hacen referencia a un falso espíritu de compañerismo o a la falta de anonimato, pues el sistema empleado es de doble ciego. Solamente el alumno FPG se muestra contrario a observar la corrección de la tarea y a evaluar la de otros compañeros antes de conocer la calificación de su tarea. FPG canaliza rápidamente su estrés y, del mismo modo que hacen otros compañeros, toma la iniciativa de comenzar aplicando la rúbrica a su tarea. Con este modo de proceder consigue, en primer lugar, practicar la rúbrica con una tarea que ya conoce y, en segundo lugar, adelanta trabajo para cuando tenga que realizar las contra-rúbricas.

La motivación y compromiso del alumnado con la actividad y el aprendizaje de sus compañeros vuelven a quedar patentes en innumerables situaciones durante esta tercera implementación cuando:

- a) Un nutrido grupo de alumnos se quedan sistemáticamente en los recreos para adelantar su trabajo con las rúbricas, dado que una realización exhaustiva les exige mucho tiempo fuera del horario lectivo (JGR, KM, MAS, ADG, DGA, AMP, JSC, MSM, entre otros).
- b) El alumno inmigrante KM, con escasos recursos económicos, tiene que realizar las rúbricas en el ordenador de un locutorio por las tardes.
- c) La alumna MPR, que comenzó presentando un escaso nivel competencial, realiza rúbricas de la talla de alumnas con mayor nivel competencial (SMP y ASG).
- d) Los alumnos repetidores JSC y MSM muestran un enorme interés por la asignatura a diferencia del curso pasado, hasta el extremo que JSC califica con 5 puntos la retroalimentación efectuada y recibida en el cuestionario de valoración de la experiencia. Asimismo, el alumno MSM realiza un ejercicio de honestidad indicando que en una de las contra-rúbricas de la tarea 1 le correspondía una calificación menor a la que se le otorgaba.



- e) La alumna AMP, de nivel competencial bajo y que termina abandonando la asignatura, califica la evaluación entre iguales como *novedosa, interesante y educativa*.

Con respecto a las posibilidades de trabajo asíncrono que permite la plataforma Moodle cabe citar, en esta implementación, el caso del alumno inmigrante KM. Dicho alumno tiene que acompañar a su madre a Marruecos el 18 de febrero, debido a que su padre y su hermano habían sufrido un accidente. Esta es la razón por la que no participa ni en la tarea 3 ni en sus rúbricas. Cuando el alumno pretende volver a España se produce el cierre de fronteras a causa de la pandemia COVID-19. Dicho alumno puede continuar su proceso de aprendizaje desde Marruecos a través de la plataforma Moodle, realizando la tarea 4, sus rúbricas, contra-rúbricas y el examen de suficiencia de junio, donde aprueba los contenidos evaluados en la tarea 3 que no había realizado.

Con respecto al número de abandonos prematuros que se producen durante la tercera implementación, cabe destacar a las tres alumnas que no terminan la experiencia. Representan el 12% del alumnado bajo estudio durante la tercera implementación. Si tenemos en cuenta las causas, nos encontramos ante dos situaciones. La primera de ellas se puede atribuir a la pandemia y se cifra en un 4%. Corresponde a la alumna LRM, quien abandona las distintas asignaturas que componen el curso cuando se decreta el confinamiento. La segunda causa, atribuible a las alumnas AJM y AMP con un porcentaje del 8%, es debida a la desafección hacia la asignatura o la falta de competencia matemática. Se comprueba que este porcentaje resulta muy próximo al 6.25% de la implementación anterior cuando abandona la alumna BDO.

Entre los abandonos por causas ajenas al COVID-19, resulta especialmente llamativo el caso de la alumna AJM. Dicha alumna presenta desde el comienzo de curso un comportamiento disruptivo y una falta generalizada de atención e interés por la asignatura. No trabaja, no se esfuerza y continuamente pone excusas para justificar su deficiente trabajo. Sus tareas se presentan en blanco y las rúbricas de la tarea 1 no siempre proporcionan a sus compañeros una retroalimentación adecuada. Tras reunirme el 10 de diciembre de 2019 con la citada alumna, decide realizar las rúbricas de la segunda tarea con una mayor dedicación. Aun así, en enero de 2020 vuelve a protagonizar diversos episodios con cierta dosis de violencia tanto hacia sus compañeros (CNC y GOB), a raíz de la retroalimentación recibida a su tarea 2, como

hacia mí. En la retroalimentación afectiva que realiza su compañera CNC le indica *“Para los próximos exámenes deberías esforzarte más y así poder superar tus dificultades. Con un poco más de práctica y estudio estoy segura de que lo haces genial y te irá bien. Ánimo”*. La respuesta de AJM resulta desproporcionada en la contrarúbrica: *“Estoy harta de que me digan cosas como: superar mis dificultades. No tengo ningún problema y menos mental. No se me dan bien las Matemáticas”*. De modo análogo, ante la retroalimentación afectiva de su compañero GOB *“El examen está bastante flojo, hay mucha falta de estudio y de práctica. No te preocupes, todavía te quedan dos trimestres por delante y confío en que puedas remontar. ¡¡¡Mucho ánimo y a seguir trabajando!!!!”*, su respuesta es *“No hace falta que me digan que no practico. Porque si no sé, qué voy a practicar”*. Esta alumna es un claro ejemplo de que la retroalimentación recibida puede generar emociones negativas (Cartney, 2010; Panadero, 2016) que le llevan a mantener posturas defensivas (Anker-Hansen & André, 2019; Ketonen et al., 2020; Tasker & Herrenkohl, 2016). El día 20 de febrero, tras otro episodio disruptivo, su madre me comunica que lo mejor es que su hija abandone la asignatura de Matemáticas, cuyo desafecto empezó a gestarse en la Educación Secundaria Obligatoria. El aprendizaje de esta alumna no mejora, entre otras causas, debido a la actitud escéptica que mantiene hacia la evaluación entre iguales, encontrándose en la literatura diversas investigaciones que apuntan en esa línea (Kaufman & Schunn, 2010; Mulder et al., 2014).

Las circunstancias que sobrevienen con el periodo de confinamiento no afectan significativamente a la evaluación entre iguales. Durante dicho periodo se desarrolla curricularmente la segunda mitad del bloque de Análisis a través de la plataforma Moodle, hecho que requiere un mayor número de sesiones. Por este motivo, en la tercera implementación no se puede abordar el bloque de Estadística, pues se habría necesitado más tiempo.

Resulta necesario destacar la evolución experimentada por el alumnado a la hora de describir la evaluación entre iguales. Por un lado, considera de manera grupal el potencial que presentan los errores, tanto propios como ajenos, que en vez de concebirlos como fracaso se conciben como oportunidades de aprendizaje si se aplica correctamente la evaluación entre iguales. Este resultado, obtenido de manera más acentuada en el grupo focal final de la tercera implementación, se hallaba previamente

en los postulados de Sanmartí (2007, 2010). Por otro lado, con los adjetivos que utiliza el alumnado para describir la evaluación entre iguales en los cuestionarios de valoración de la experiencia. Los tres adjetivos que aparecen con mayor frecuencia tras aplicar las rúbricas de la tarea 1 son *trabajosa*, *innovadora* y *educativa*, mientras que tras aplicar las rúbricas de la última tarea son *educativa*, *entretenida* y *sencilla*. La valoración de la actividad evoluciona hacia posiciones que combinan el carácter pedagógico con el lúdico, rompiendo con los esquemas tradicionales a través de los que se imparte habitualmente la asignatura.

## 5.2. DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA DEL ALUMNADO

---

El alumnado participante en nuestra investigación cursa 1º Bachillerato, con lo que se ubica en un rango de edades próximo al alumnado que participa en los informes PISA y PIAAC. Esta circunstancia, unida al tipo de actividades realizadas, nos permite comparar nuestros resultados con los resultados de dichos informes. El informe PISA 2018 analiza la competencia matemática del curso inmediatamente anterior al que nos centramos en esta tesis y el informe PIAAC 2013 estudia un intervalo de edades cuyo extremo inferior es la del alumnado participante en nuestra investigación.

La discusión de resultados sobre el desarrollo competencial comienza con el porcentaje de alumnado que pertenece a cada uno de los niveles competenciales, en relación con el grado de dificultad que presentan las tareas. Las cinco tareas consideradas para la evaluación entre iguales alcanzan un grado de dificultad ubicado entre los niveles 3 y 4 del informe PIAAC 2013 y entre los niveles 4 y 5 del informe PISA 2018. Las medias que alcanza España en ambos informes se localizan dentro del nivel 2, entre los cinco niveles del informe PIAAC 2013 y los seis del informe PISA 2018.

Las actividades del nivel 3 en el Informe PIAAC 2013 se caracterizan porque presentan un enunciado matemático con cierta complejidad y no siempre organizado de manera explícita, implicando estrategias de resolución en varios pasos. Las actividades del nivel 4 aumentan su grado de complejidad porque obligan a elegir entre diferentes estrategias que requieren múltiples pasos, debiendo el alumnado responder con explicaciones fundamentadas. En lo que respecta al informe PISA 2018, las tareas del nivel 4 permiten trabajar al alumnado con modelos explícitos en situaciones complejas con restricciones;

mientras que en el nivel 5 se le obliga a seleccionar y evaluar las estrategias adecuadas, a desarrollar la capacidad de reflexionar sobre su trabajo y a comunicar sus conclusiones.

SEGUNDA IMPLEMENTACIÓN					TERCERA IMPLEMENTACIÓN				PIAAC 2013 ≥ Nivel 3	PISA 2018 ≥ Nivel 4
Álgebra		Análisis			Álgebra		Análisis			
T. 1	T. 2	T. 3	T. 4	T. 5	T. 1	T. 2	T. 3	T. 4		
56.3	62.5	33.3	60.0	66.7	64.0	72.0	41.7	59.1	29.1	24.8 <sup>45</sup>

Tabla 86. Porcentaje de alumnado que supera los niveles indicados en las tareas propuestas

Los resultados que obtenemos en la segunda y tercera implementación muestran porcentajes superiores a los que recogen los informes PIAAC 2013 y PISA 2018 para niveles de competencia matemática mayores o iguales a 3 y 4, respectivamente. La tarea 3, tanto en la segunda como en la tercera implementación, es la única tarea en la que se obtiene un porcentaje inferior al 50% respecto a los citados niveles. Asimismo, dicho porcentaje continúa siendo ligeramente superior a los obtenidos en el informe PIAAC 2013 con una diferencia de 4 y 12 puntos porcentuales respecto a la segunda y tercera implementación, respectivamente. No se localiza ninguna tarea en las dos implementaciones que registre un porcentaje de alumnado con competencia matemática inferior a los publicados en dichos informes para los citados niveles. Si realizamos una discusión más exhaustiva para los niveles competenciales que establecemos en cada implementación obtenemos los siguientes resultados:

	SEGUNDA IMPLEMENTACIÓN					TERCERA IMPLEMENTACIÓN				PIAAC 2013 ≥ Nivel 3	PISA 2018 ≥ Nivel 4
	Álgebra		Análisis			Álgebra		Análisis			
	T. 1	T. 2	T. 3	T. 4	T. 5	T. 1	T. 2	T. 3	T. 4		
[B+, A]	18.8	18.8	6.7	<b>33.3</b>	<b>26.7</b>	16.0	<b>36.0</b>	8.3	18.2	29.1	24.8
[C, B+)	37.5	43.8	26.7	26.7	40.0	48.0	36.0	33.3	40.9		

Tabla 87. Porcentaje de alumnado por grupos competenciales que superan los niveles 3 y 4 de los informes PIAAC 2013 y PISA 2018, respectivamente

El desarrollo competencial alcanza cotas tales que, considerando solamente al alumnado de nivel competencial alto, obtenemos porcentajes superiores a los recogidos en el informe PISA 2018 para las tareas 4 y 5 de la segunda implementación y la tarea 2 de la tercera implementación.

La discusión sobre el desarrollo de la competencia matemática nos lleva a profundizar en la evolución de determinados alumnos. De este modo, en la segunda implementación

<sup>45</sup> El porcentaje se reduce 4 puntos porcentuales, aproximándose al 20%, en Andalucía

destacamos cuatro casos que merecen ser citados. El alumno VCG, que había tenido desafección hacia las Matemáticas y había presentado nivel competencial medio en la Educación Secundaria Obligatoria, comienza la experiencia obteniendo en la tarea 1 el mismo resultado que en cursos anteriores. Su desarrollo competencial alcanza niveles altos a partir de la tarea 2, siendo el único alumno que consigue nivel competencial alto en la tarea 3. La alumna PDM, de nivel competencial medio en la Educación Secundaria Obligatoria y que experimenta cierta ansiedad durante la realización de la tarea 1, obtiene niveles competenciales altos en cuatro de las cinco tareas. El alumno JTS, con nivel competencial medio durante la Educación Secundaria Obligatoria, inicia la experiencia obteniendo resultados muy buenos. A partir de la tarea 3, momento en el que se agrava la situación familiar descrita en la sección anterior, descienden sus calificaciones de manera ligera y paulatina. Aun así, las cinco tareas realizadas por el alumno obtienen evaluación positiva. El último alumno que citamos de esta implementación es NDO por su trayectoria ascendente, partiendo de una calificación D+ en la tarea 1 para alcanzar B+ en las tareas 4 y 5.

Con respecto a la tercera implementación, resulta necesario destacar los casos correspondientes a los alumnos JRM, KM y MPR. El alumno JRM no había tenido buenas experiencias con la asignatura de Matemáticas desde 3º E.S.O. Comienza el curso y desarrolla una trayectoria académica similar a la experimentada por el alumno VCG durante el curso anterior. En tarea 1, obtiene una calificación correspondiente a un nivel competencial medio, pero a partir de la segunda tarea sus calificaciones corresponden al nivel competencial alto. El alumno KM, procedente de Marruecos, alcanza un nivel competencial alto en las tareas 1 y 2. Durante la tarea 3 regresa a Marruecos, por las razones descritas en la sección anterior, y cuando se incorpora nuevamente a la plataforma Moodle obtiene evaluación positiva en la tarea 4. En último lugar citamos a la alumna MPR, por ser un caso que requiere una mención especial. Esta alumna presentaba desde 1º E.S.O. cierta apatía hacia cualquier asignatura, en general, y hacia las Matemáticas, en particular. Esa apatía estaba motivada, en parte, por trastornos psicológicos derivados de su fobia social. En la primera tarea muestra un nivel competencial bajo, desarrollando desde ese momento una trayectoria similar a la experimentada durante el curso anterior por el alumno NDO. En las tareas 2 y 3 alcanza un nivel competencial medio y termina el curso consiguiendo un nivel competencial alto en la tarea 4. El desarrollo íntegro de los contenidos evaluados en la tarea 4 a través de

la plataforma Moodle, con motivo del confinamiento por COVID-19, y el proceso de evaluación entre iguales fomentan que la alumna desarrolle al máximo su potencial y obtenga una calificación sin precedentes para ella. No podemos garantizar que, en el caso de esta alumna, la evaluación entre iguales mejore significativamente sus habilidades sociales, tal y como sostienen Ching y Hsu (2016), aunque sí podemos asegurar que fomenta positivamente la comunicación entre ella y sus compañeros, tal y como afirma Gravells (2014).

El desarrollo de la competencia matemática del alumnado, analizado con los niveles de logro, se completa con la discusión sobre si las calificaciones que el alumnado otorga al trabajo de sus compañeros son correctas dentro de cada nivel competencial. Con ello se pone de manifiesto si el alumnado ha comprendido los criterios considerados en cada rúbrica y los ha sabido aplicar correctamente en la tarea que evalúa. Los resultados obtenidos en la segunda y tercera implementación son los que figuran a continuación:

	SEGUNDA IMPLEMENTACIÓN			TERCERA IMPLEMENTACIÓN			
	Álgebra	Análisis	Estadística	Curso 2018/19	Álgebra	Análisis	Curso 2019/20
[B+, A]	90.0	90.0	87.5	89.4	71.5	76.7	73.2
[C, B+)	79.2	82.4	90.0	82.6	78.1	71.2	75.0
[D, C)	76.9	68.1	84.0	73.8	78.1	68.3	72.6

Tabla 88. Porcentajes de calificaciones otorgadas correctas por nivel competencial en la segunda y tercera implementación

De acuerdo con la tabla anterior, el alumnado de nivel competencial bajo alcanza buenos porcentajes en la asignación de calificaciones correctas a sus compañeros. Este hecho denota que incluso este alumnado desarrolla la suficiente competencia matemática para comprender y aplicar correctamente los criterios de las rúbricas en las tareas que evalúa. Otro aspecto destacable es que el porcentaje de calificaciones otorgadas correctas aumenta cuanto mayor es el nivel competencial del alumnado, dado que el conocimiento del dominio es un requisito previo para evaluar el trabajo del compañero (Mutwarasibo, 2016; Patchan & Schunn, 2015; van Zundert et al., 2012).

Las excepciones encontradas a la afirmación con la que termina el párrafo anterior se encuentran en los niveles medio y alto tanto del bloque de Estadística de la segunda implementación como del bloque de Álgebra de la tercera implementación. De todos modos, estas excepciones no influyen significativamente en la valoración global por curso. La explicación a los resultados del bloque de Álgebra se halla en que las rúbricas

de este bloque fueron las primeras rúbricas realizadas por el alumnado. De acuerdo con Alqassab et al. (2018), la calidad de la calificación y/o retroalimentación proporcionada aumenta después del entrenamiento. Asimismo, considero desde mi perspectiva como investigador que el conocimiento del dominio es condición necesaria pero no suficiente para proporcionar una evaluación correcta. Comparto la afirmación de que el conocimiento del dominio es un requisito previo (Mutwarasibo, 2016; Patchan & Schunn, 2015; van Zundert et al., 2012), pero detecto que en la evaluación intervienen otros condicionantes ajenos al conocimiento del dominio y al nivel competencial del alumnado evaluador:

- a) La complejidad de la tarea realizada, pues su grado de dificultad puede condicionar significativamente la evaluación.
- b) El desarrollo seguido en la resolución del problema y cómo se haya explicitado dicho desarrollo.
- c) El tipo y naturaleza del error cometido, pues a veces resulta complejo determinar si un error responde a consideraciones de tipo conceptual o procedimental.
- d) Los límites establecidos entre un nivel de logro y el siguiente para un mismo criterio de la rúbrica.

Una vez discutido el desarrollo de la competencia matemática respecto a la calificación otorgada en el área de niveles de logro, pasamos a discutir el desarrollo de dicha competencia respecto a la retroalimentación del área de comentarios. En esta área se discuten las dimensiones *Conocimientos*, *Capacidades* y *Actitudes* a partir de las variables contempladas en cada una de ellas.

En la siguiente tabla se recoge el porcentaje de retroalimentación correcta relativa a dos de las tres variables de la dimensión *Conocimientos*:

		SEGUNDA IMPLEMENTACIÓN				TERCERA IMPLEMENTACIÓN		
		Álgebra	Análisis	Estadística	Curso 2018/19	Álgebra	Análisis	Curso 2019/20
Concepto	[B+, A]	83.3	96.1	100	93.4	92.3	82.2	87.0
	[C, B+)	80.8	75.0	91.7	79.5	83.3	79.7	81.0
	[D, C)	80.8	63.1	60.0	66.7	81.3	64.2	67.8
Represent. Matemát.	[B+, A]	61.1	68.2	75.0	68.7	86.4	90.0	87.5
	[C, B+)	60.0	<b>37.5</b>	72.2	59.0	75.0	67.3	71.4
	[D, C)	57.8	<b>15.9</b>	50.0	<b>39.3</b>	73.9	<b>31.3</b>	<b>49.1</b>

Tabla 89. Porcentajes de retroalimentación correcta por nivel competencial para las variables *Concepto* y *Representación matemática*

Se comprueba que el porcentaje de retroalimentación correcta para la variable *Concepto* alcanza sus valores extremos en el bloque de Estadística, moviéndose en un intervalo con extremo inferior en el valor 60%, para el nivel competencial bajo, y extremo superior en 100%, para el nivel competencial alto. Además se observa coherencia entre dichos porcentajes y el nivel competencial del alumnado. La variable *Representación matemática* registra valores de retroalimentación correcta inferiores al 50% en el bloque de Análisis de ambas implementaciones, agravándose dicho registro en la segunda implementación. De todos modos, se vuelve a observar una correspondencia entre el porcentaje de retroalimentación correcta y el nivel competencial del alumnado en los distintos bloques de contenidos de cada implementación.

De los resultados anteriores podemos hacer una doble lectura. En primer lugar, nuestra investigación no se alinea con las conclusiones del Informe PIAAC 2013, donde se indica que el 30.9% de la población adulta española tiene problemas para realizar tareas numéricas que impliquen varios pasos y extraer información matemática representada de diferentes formas. Nuestros resultados muestran que el porcentaje global por curso más desfavorable, localizado en el alumnado de nivel competencial bajo durante la segunda implementación, supera en casi 9 puntos porcentuales al que recoge dicho informe. En segundo lugar, se vuelve a verificar que la evaluación entre iguales está condicionada por el conocimiento del dominio (Patchan & Schunn, 2015; van Zundert et al., 2012), a mayor nivel competencial se produce un mayor porcentaje de retroalimentación correcta.

Dos alumnos que ilustran con gran riqueza visual la retroalimentación correspondiente a la variable *Representación matemática* son el alumno JGR, con nivel competencial bajo en la tarea 1 y alto en la tarea 2, y la alumna MPR, con nivel competencial medio en las tareas 2 y 3.



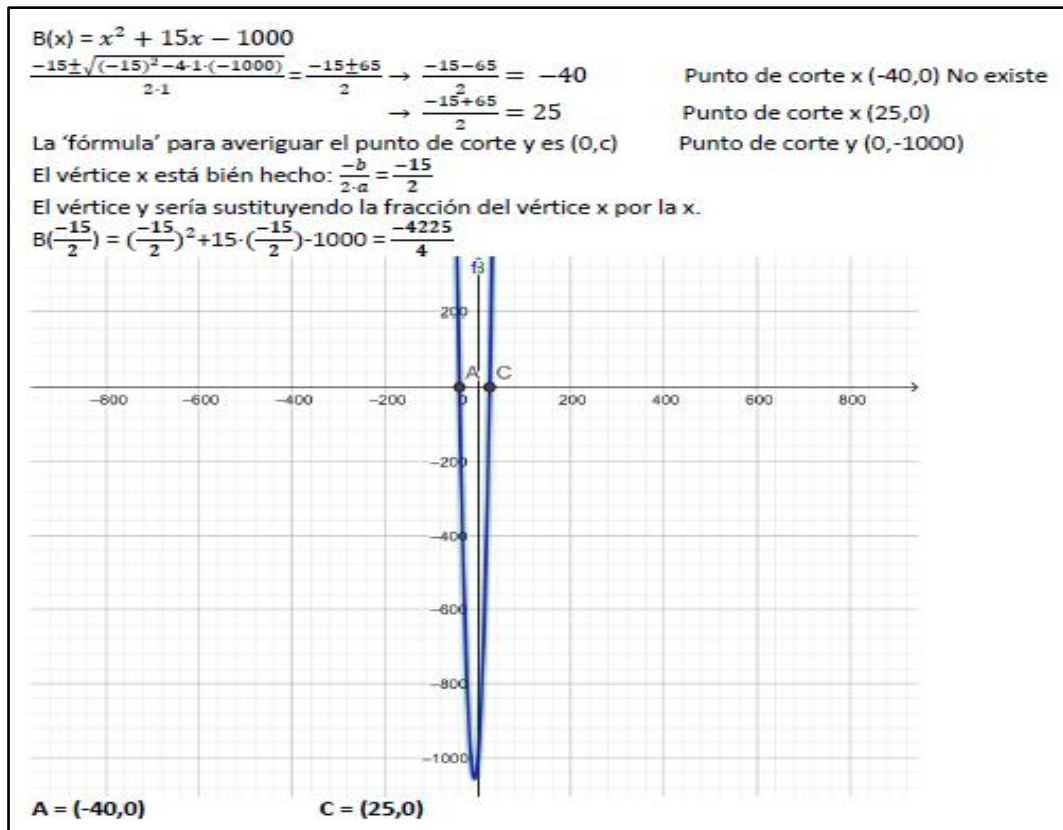


Figura 39. Retroalimentación de JGR a LSG correspondiente a la variable *Representación matemática* en la tarea 1

En la figura anterior se observa que JGR focaliza la representación gráfica en el cálculo de cuatro puntos: los puntos de corte con el eje de abscisas, el punto de corte con el eje de ordenada y las coordenadas del vértice. Se detectan dos aspectos que hubieran sido mejorables en la retroalimentación que proporciona. En primer lugar, debería indicar la curvatura de la parábola en función del signo que tiene el coeficiente del monomio de mayor grado y, en segundo lugar, explicar que no se consideran los valores negativos del eje de abscisas dado el problema real al que se aplica dicha función. De todos modos, la retroalimentación de la variable *Representación Matemática* en esta rúbrica se considera correcta en líneas generales.

Bicicleta	Diciembre	Enero		Febrero	
	Precio original	Descuento	Precio rebajado 1	Descuento	Precio rebajado 2
Paseo	x	0,05·x	0,95·x	0,10·x	0,90·x
Montaña	y	0,10·y	0,90·y	0,15·y	0,85·y
Carrera	z	0,10·z	0,90·z	0,20·z	0,80·z

Figura 40. Retroalimentación de JGR a JER correspondiente a la variable *Representación matemática* en la tarea 2

La mejora en el nivel competencial del alumno JGR en la tarea 2 también tiene su reflejo en la retroalimentación que otorga en sus rúbricas. Entre los objetivos que se persiguen se hallan el cálculo de disminuciones porcentuales encadenadas y la identificación de conceptos como porcentaje, cantidad inicial, cantidad final, etc. La tarea solicita el precio original de tres tipos de bicicletas que se venden en tres meses consecutivos a distintos precios. El alumno manifiesta su dominio conceptual cuando realiza una tabla donde se recoge el precio original que tenían las bicicletas y las sucesivas ofertas de enero y febrero. A su vez, aporta color y utiliza un trazo más grueso para delimitar las celdas que su compañero debe utilizar en el planteamiento de las tres ecuaciones: la primera ecuación se plantea con el precio original; la segunda ecuación utiliza la columna del descuento, porque el enunciado indica el importe que se ahorra el comprador; y para la tercera ecuación se emplea el precio rebajado, pues el enunciado nos indica lo que se paga por las bicicletas.

La alumna MPR proporciona retroalimentación adecuada sobre la variable *Representación matemática* a la alumna RCB en la tarea 2 y a la alumna AGB en la tarea 3:

Planteamiento de las ecuaciones

$$\begin{cases} 1x + 2y + 2z = 2400 \quad \checkmark \\ 2 \cdot 0,05x + 3 \cdot 0,1y + 3 \cdot 0,1z = 350 \quad \checkmark \\ 4 \cdot 0,1x + 1 \cdot 0,15y + 2 \cdot 0,2z = 2105 \end{cases}$$

En la última ecuación tienes errores conceptuales, ya que en vez de usar los porcentajes del descuento deberías haber usado los del abono (lo que paga)

Sería así  $4 \cdot 0,9x + 0,85y + 2 \cdot 0,8z = 2105$

Figura 41. Retroalimentación de MPR a RCB correspondiente a la variable *Representación matemática* en la tarea 2

Con dos tics verdes señala que ha planteado correctamente las dos primeras ecuaciones, pero que los coeficientes de la tercera ecuación no son correctos. Indica tanto la causa del error cometido como el planteamiento correcto para esta última ecuación.

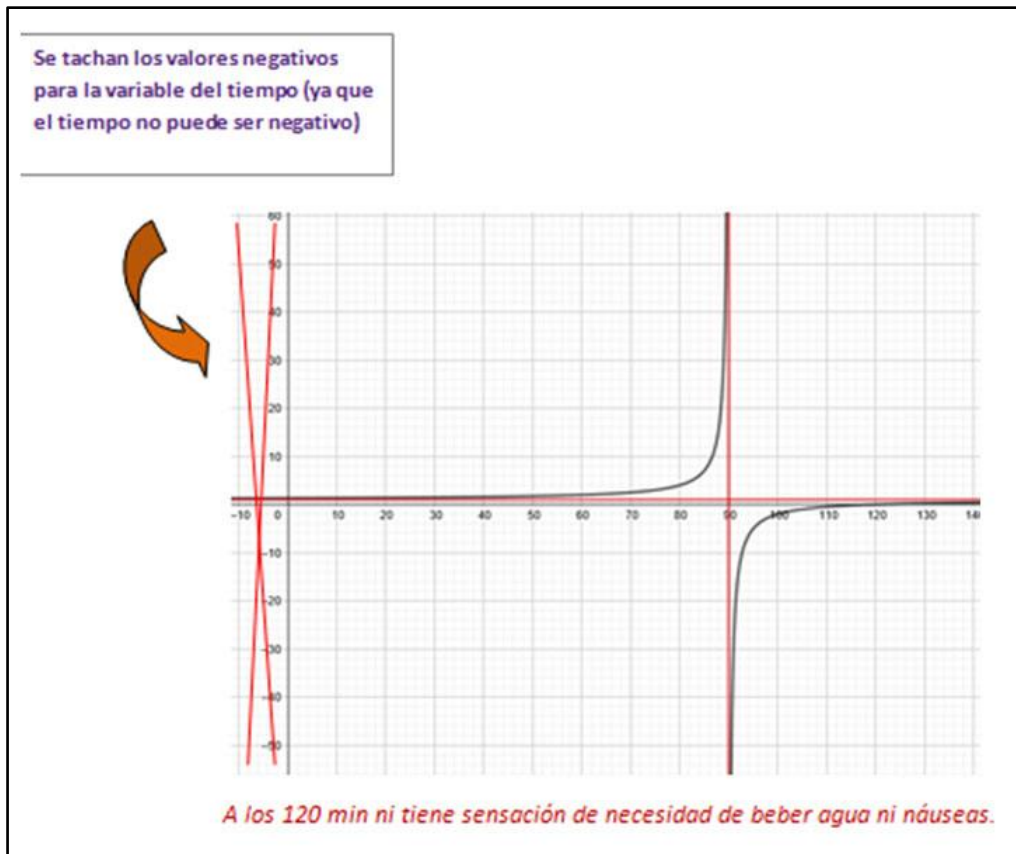


Figura 42. Retroalimentación de MPR a AGB correspondiente a la variable *Representación matemática* en la tarea 3

La alumna representa correctamente la hipérbola que corresponde a la función del enunciado, indicando la necesidad de eliminar los valores negativos del eje de abscisas pues la variable física tiempo no puede contemplar valores negativos. Además, identifica correctamente el punto de corte con el eje de abscisas (120, 0) con el significado físico que corresponde al enunciado.

Con respecto a la tercera variable de la dimensión *Conocimientos*, se ha construido la siguiente tabla donde se recoge el promedio del número de errores por rúbrica para cada nivel competencial:

		SEGUNDA IMPLEMENTACIÓN				TERCERA IMPLEMENTACIÓN		
		Álgebra	Análisis	Estadística	Curso 2018/19	Álgebra	Análisis	Curso 2019/20
Lenguaje matemát.	[B+, A]	1.08	0.83	0.25	<b>0.78</b>	0.65	0.00	<b>0.42</b>
	[C, B+)	0.65	0.87	0.00	<b>0.57</b>	0.59	0.12	<b>0.38</b>
	[D, C)	0.69	0.31	0.10	<b>0.43</b>	0.44	0.28	<b>0.35</b>

Tabla 90. Promedio del número de errores de lenguaje matemático por rúbrica en cada nivel competencial

No se encuentran patrones de comportamiento claros en los diferentes bloques de contenidos. Aun así, si observamos el comportamiento de dicha variable para el curso

completo, se aprecia que el mayor promedio por rúbrica se localiza en el alumnado de nivel competencial alto, decreciendo paulatinamente conforme disminuye su nivel competencial. La razón se halla en que el alumnado de mayor nivel competencial proporciona una retroalimentación con mayor desarrollo de lenguaje matemático en el apartado *Orientación*, incrementándose las posibilidades de cometer dichos errores. Por el contrario, el alumno de menor nivel competencial proporciona mayores porcentajes de retroalimentación no realizada o realizada de manera incompleta.

La segunda dimensión que se contempla en el área de comentarios es la denominada *Capacidades*, recogiendo en la siguiente tabla el porcentaje de retroalimentación correcta para sus variables.

		SEGUNDA IMPLEMENTACIÓN				TERCERA IMPLEMENTACIÓN		
		Álgebra	Análisis	Estadística	Curso 2018/19	Álgebra	Análisis	Curso 2019/20
Procedim	[B+, A]	70.8	69.1	87.5	71.6	92.8	91.6	92.3
	[C, B+)	50.0	58.3	75.0	56.7	86.6	78.0	81.2
	[D, C)	<b>48.1</b>	57.7	50.0	55.0	79.4	50.9	57.6
Uso de las TIC en Matemát	[B+, A]	75.0	66.7	75.0	71.9	76.9	87.5	80.3
	[C, B+)	69.2	<b>37.5</b>	<b>45.8</b>	54.6	63.0	85.3	73.0
	[D, C)	50.0	51.6	70.0	53.7	<b>48.4</b>	51.1	50.0

Tabla 91. Porcentajes de retroalimentación correcta por nivel competencial para las variables de la dimensión *Capacidades*


El comportamiento que presentan estas variables es similar al de las variables *Concepto* y *Representación matemática* de la dimensión anterior, aunque con valores ligeramente inferiores. Resulta necesario señalar que la variable *Procedimiento* registra solamente porcentajes inferiores al 50% en el bloque de Álgebra de la segunda implementación con el alumnado de nivel competencial bajo. Asimismo, la variable *Uso de las TIC en Matemáticas* presenta cifras inferiores al 50% en los bloques de Análisis y Estadística de la segunda implementación con alumnado de nivel competencial medio y en el bloque de Álgebra de la tercera implementación con alumnado de nivel competencial bajo. Exceptuando esta última variable en los bloques citados de la segunda implementación, se vuelve a verificar una correspondencia entre el porcentaje de retroalimentación correcta y el nivel competencial del alumnado.

La discusión de la variable *Uso de las TIC en Matemáticas* nos exige comparar nuestros resultados con los del Informe PIAAC 2013, donde se concluye que el 14% de adultos en la OCDE, el 15% en la UE y el 23% en España carecen de destreza en el uso de las

TIC o presentan una destreza muy limitada. La evaluación entre iguales, a través de la plataforma Moodle, ha propiciado en el alumnado que el porcentaje de retroalimentación correcta por curso en cada implementación arroje cifras superiores al 50% para todos los niveles competenciales.

Para ilustrar la retroalimentación de estas variables se eligen dos alumnas (MPR y CNC) de nivel competencial medio en las tareas seleccionadas para la variable *Procedimiento* y cuatro alumnos (MPR, AMP, LRM y JGR) de nivel competencial bajo en las tareas seleccionadas para la variable *Uso de las TIC en Matemáticas*. La elección de alumnado con nivel competencial medio para la variable *Procedimiento* se debe a que dispone de una mejor relación entre su nivel competencial y su margen de mejora para el desarrollo competencial si percibe los beneficios de la evaluación entre iguales (Alqassab et al., 2018). Para la variable *Uso de las TIC en Matemáticas* se da un paso más, eligiendo alumnado de nivel competencial bajo en dichas tareas pero con evolución distinta: desde una mejora progresiva del dominio hasta alcanzar el nivel competencial alto al finalizar el curso (MPR) hasta el abandono de la asignatura (AMP). Con ello se pretende argumentar, mediante casos concretos de nuestra investigación, como nuestros resultados divergen de los publicados en el Informe PIAAC 2013 aun considerando a nuestro alumnado de nivel competencial bajo.

La retroalimentación que suministra la alumna MPR a la alumna RCB para la variable *Procedimiento* en la rúbrica de la tarea 2 presenta el siguiente desarrollo:



Partiendo de:

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 2400 \\ 0,1x + 0,3y + 0,3z = 350 \\ 3,6x + 0,85y + 1,6z = 2105 \end{cases}$$

(Ya que al resolver las ecuaciones quedarían así)

Sería:

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 2400 \\ x + 3y + 3z = 3500 \\ 360x + 85y + 160z = 210500 \end{cases}$$

$E_2 \cdot 10$   
 $E_3 \cdot 100$

b)  $\begin{cases} x + 2y + 2z = 2400 \\ 10x + 30y + 30z = 35000 & (\text{multiplicada } \times 100) \\ 40x + 16y + 40z = 210500 & (\text{multiplicada } \times 100) \end{cases}$

Es cierto que si la 2<sup>a</sup> la multiplicas por 100 da lo mismo que si la multiplicas por 10, al fin y al cabo te darían las soluciones, pero yo voy a seguir multiplicándola por 10, ya que así se opera con números más pequeños y es mas "sencillo"

Puedes simplificar la 3<sup>a</sup> ecuación dividiéndola por 5 para operar con números más pequeños, pero este paso no hace falta si no quieres. Yo voy a seguir sin simplificar.

Triangulamos el sistema:

Siempre empezamos restándoles la ecuación 1 a las demás  $\rightarrow E_2 - E_1, E_3 - E_1$   
(Con sus respectivos coeficientes):  $E_3 - 360E_1$

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 2400 \\ -10y - 10z = -11000 \\ 105y + 30z = -20500 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} E_2 - E_1 \\ E_3 - 360E_1 \end{matrix} \begin{cases} x + 2y + 2z = 2400 \\ 0 + y + z = 1100 \\ 0 - 635y - 560z = 653500 \end{cases}$$

Antes también te ha pasado lo mismo, lo has hecho al contrario, o lo has indicado al contrario, ten en cuenta que se debe indicar siempre primero la ecuación con el "subíndice más grande", por así decirlo, que en este caso es la  $E_3$  más/menos por la que se quiere sumar/restar, en este caso sería la  $E_2$ . Tal que así  $E_3 + 635E_2$

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 2400 \\ -10y - 10z = -11000 \\ -250z = -186000 \end{cases}$$

$$E_3 + 635E_2 \begin{cases} x + 2y + 2z = 2400 \\ 0 + y + z = 1100 \\ 0 + 0 + 75z = 45000 \end{cases}$$

Figura 43. Retroalimentación de MPR a RCB correspondiente a la variable *Procedimiento* en la tarea 2

La retroalimentación corrige los errores cometidos y añade el proceso correcto para resolver un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas por el método de Gauss, indicando tanto las transformaciones elementales realizadas para triangular el sistema como los coeficientes aplicados en dichas transformaciones.

En el caso que acabamos de exponer para la variable *Procedimiento*, la alumna MPR presenta un nivel competencial superior respecto a la alumna que recibe su retroalimentación. Dado el carácter procedimental que presenta la asignatura de Matemáticas se estima necesario ilustrar esta variable con el caso opuesto, es decir, un alumno que proporcione retroalimentación a un compañero de nivel competencial

superior. Este caso corresponde a la alumna CNC con calificación C en la tarea 3, que otorga retroalimentación a la alumna SMP con calificación B:

• Tienes un error en el cálculo de la asíntota en:  $\frac{x^2-120}{x-90}$

• Esto es lo que has puesto tú:

• Asíntota oblicua

$$\left. \begin{array}{l} x^2 - 120 \overline{) x - 90} \\ \underline{-90x + 810} \\ 90x + 180 \\ \underline{680} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{680}{x-90} = + \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{680^2 - 120}{x-90} = 0^+ \end{array}$$

• Esto es lo que deberías de haber calculado:

$x^2$	$-120$	$x-90$
$-x^2 + 90x$		$x + 90$
$+90x - 120$		
$-90x + 8100$		
$+7980$		

• La asíntota oblicua es  $Y=x+90$ .

$y = x + 90$  }  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{680^2 - 120}{x-90} = 0^+$

Posición de la gráfica respecto a las asíntotas es:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{+7980}{x-90} = \frac{+7980}{+\infty} = 0^+$$

Figura 44. Retroalimentación de CNC a SMP correspondiente a la variable Procedimiento en la tarea 3

La alumna SMP comete errores en el procedimiento desarrollado para el cálculo de la asíntota oblicua y en el posicionamiento de la función respecto a ella, aunque dichos errores no afecten al resultado final. Aun así, la alumna CNC encuentra y discrimina los errores cometidos, error en el resto de la división y en el numerador de la fracción algebraica a la que se le calcula el límite. A su vez indica cómo se debería haber resuelto correctamente.

En relación a la variable *Uso de las TIC en Matemáticas*, comenzamos exponiendo la retroalimentación de la alumna MPR al alumno ADG en la tarea 1 donde se indica la respuesta correcta de manera paralela a los errores cometidos:

<p>- En Wiris: faltan algunos comandos e indicar el polinomio que quieres manejar.</p>	
<p>g) Wiris</p> <p><a href="http://www.calcme.com">www.calcme.com</a></p> <p>Introducimos el polinomio <input type="text"/></p> <p>Seleccionamos la opción de polinomio:</p> <p><del>insertar</del></p> <p>factorizar <input type="text"/></p>	<p>Wiris:</p> <p><a href="http://www.calcme.com">www.calcme.com</a></p> <p>Introducimos el polinomio <math>B(x) = x^2 + 15x - 1000</math></p> <p>Seleccionamos opción polinomios:</p> <p>-factorizar (<math>B(X)</math>)</p> <p>-raíces (<math>B(X)</math>)</p> <p>-Escribimos evaluar (<math>B(x), 100</math>)</p>
<p>- En Geogebra: URL incompleta, faltan algunos comandos e indicar el polinomio.</p>	
<p>geogebra</p> <p><a href="http://www.geogebra.org">www.geogebra.org</a> <input type="text"/></p> <p>Introducimos el polinomio <input type="text"/></p> <p><del>seleccionamos la opción de polinomio:</del></p> <p><del>insertar</del></p> <p><del>factorizar</del></p>	<p>Geogebra:</p> <p><a href="http://www.geogebra.org/classic">www.geogebra.org/classic</a></p> <p>Introducimos el polinomio <math>B(x) = x^2 + 15x - 1000</math></p> <p>(No hay opción de polinomios, en Geogebra lo tienes que escribir manualmente)</p> <p>Escribimos:</p> <p>-Factoriza (<math>B(X)</math>)</p> <p>-Raíz (<math>B(X)</math>)</p> <p>- <math>B(100)</math></p>

Figura 45. Retroalimentación de MPR a ADG correspondiente a la variable *Uso de las TIC en Matemáticas* en la tarea 1

Para ilustrar la retroalimentación de dicha variable en la tarea 2 seleccionamos la retroalimentación de la alumna AMP al alumno ADG, donde se comienza con la explicación de los comandos de la aplicación Geogebra para terminar con una captura de pantalla:



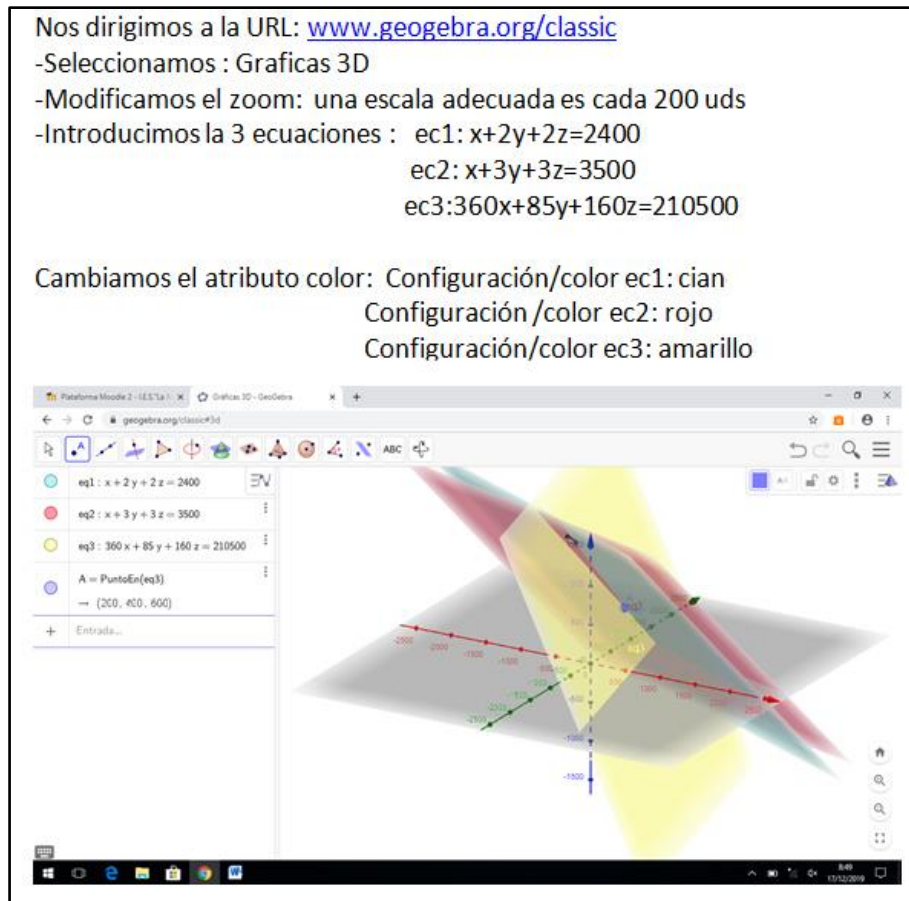



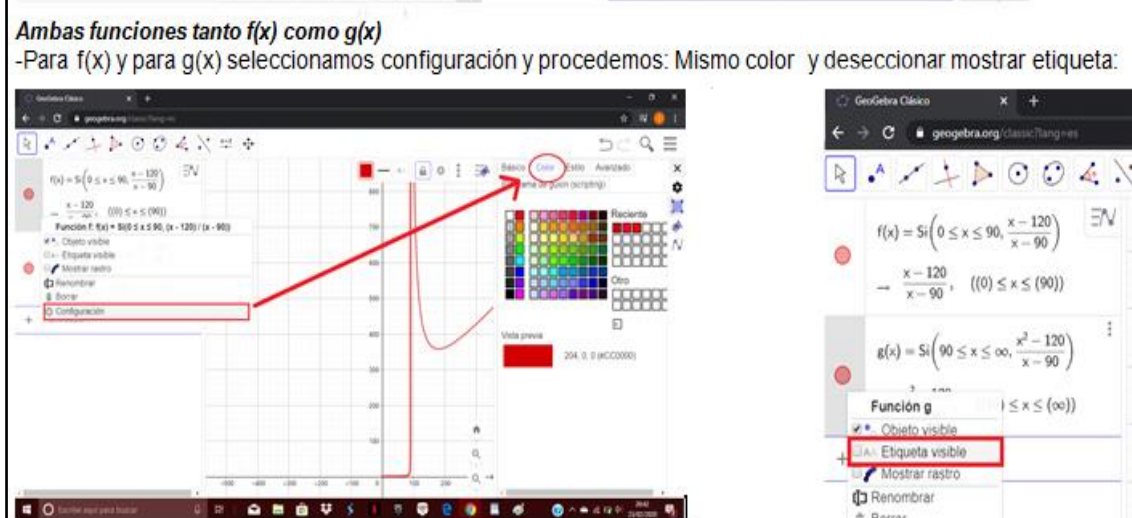
Figura 46. Retroalimentación de AMP a ADG correspondiente a la variable *Uso de las TIC en Matemáticas* en la tarea 2

Para ilustrar el *Uso de las TIC en Matemáticas* en la tarea 3 elegimos la rúbrica que realiza la alumna LRM para evaluar el trabajo del alumno GOB. En dicha rúbrica se explica de manera pormenorizada la secuencia de comandos que se deben seleccionar para representar la función definida a trozos en Geogebra. Se aborda desde la introducción de cada una de las funciones hasta la determinación de un zoom adecuado para su correcta visualización, pasando por el cambio de propiedades de cada una de las ramas.

-Seleccionamos el comando Función (<Función>, <Valor inicial>, <Valor final>) y lo adaptamos a nuestra función:



**Ambas funciones tanto f(x) como g(x)**  
 -Para f(x) y para g(x) seleccionamos configuración y procedemos: Mismo color y deseccionar mostrar etiqueta:



-Por ultimo modificamos el zoom (aquí la escala adecuada es 100 uds) y así debe quedar:




Figura 47. Retroalimentación de LRM a GOB correspondiente a la variable *Uso de las TIC en Matemáticas* en la tarea 3

Para la retroalimentación de la tarea 4 se ha seleccionado la rúbrica que realiza el alumno JGR al alumno MAS, exponiendo de manera concisa a través de dos capturas de pantalla cómo se debería haber resuelto por Wiris y por Geogebra:

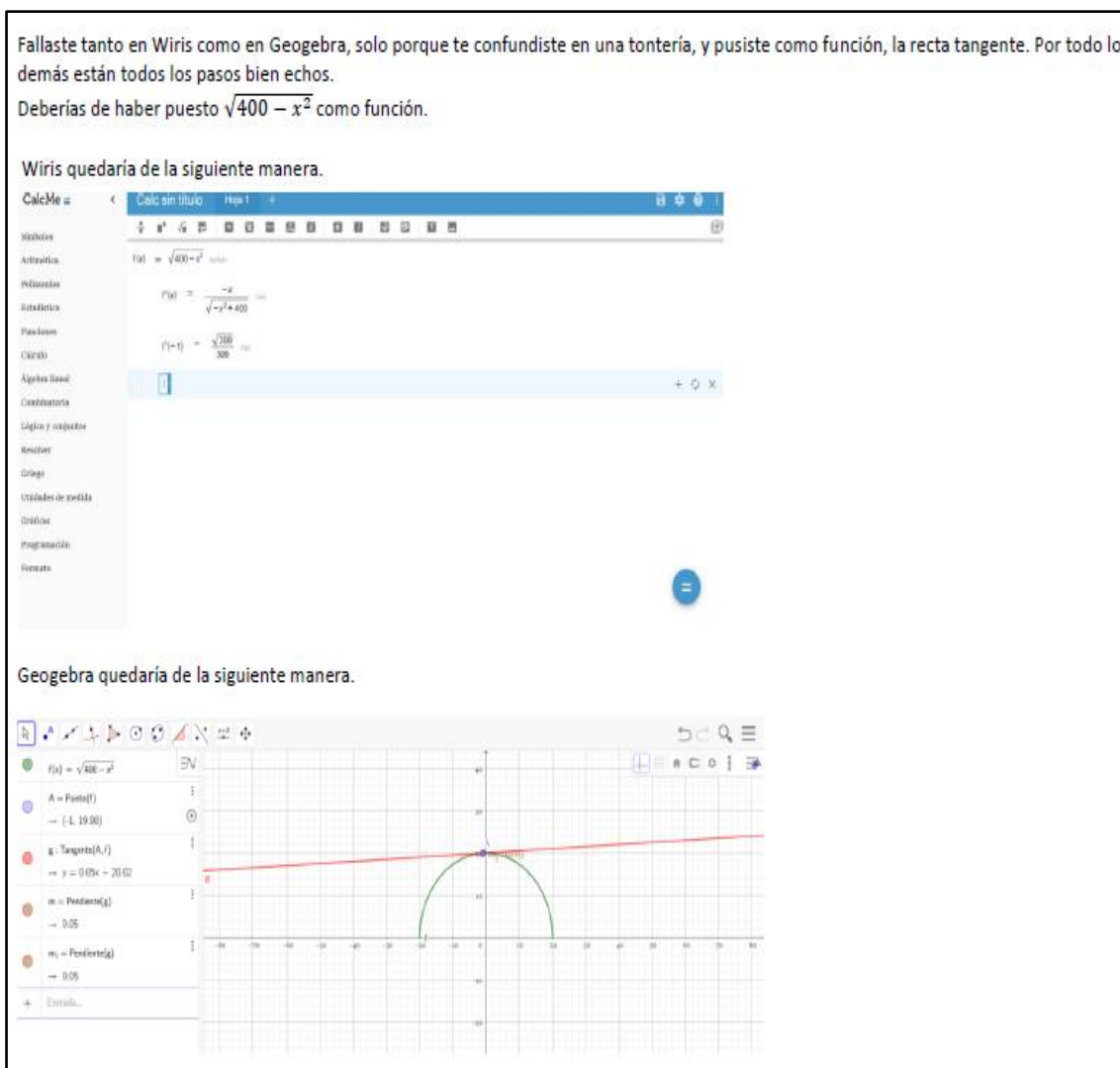


Figura 48. Retroalimentación de JGR a MAS correspondiente a la variable *Uso de las TIC en Matemáticas* en la tarea 4

Discutida la utilización de las TIC por parte del alumnado que presenta nivel competencial bajo como respuesta a las conclusiones del Informe PIAAC 2013, se pasa a discutir la tercera dimensión, denominada *Actitudes*. La siguiente tabla recoge el porcentaje de retroalimentación correcta de sus variables:

		SEGUNDA IMPLEMENTACIÓN				TERCERA IMPLEMENTACIÓN		
		Álgebra	Análisis	Estadística	Curso 2018/19	Álgebra	Análisis	Curso 2019/20
Interpret. resultados y análisis soluciones	[B+, A]	33.3	58.3	-	<b>43.3</b>	63.6	91.7	69.7
	[C, B+)	25.0	50.0	-	<b>32.1</b>	51.7	64.7	56.4
	[D, C)	10.5	43.8	-	<b>25.7</b>	<b>37.0</b>	<b>34.8</b>	<b>35.9</b>
Aplicación distintos contextos	[B+, A]	83.3	83.3	100	87.5	90.4	100	93.4
	[C, B+)	82.7	71.9	83.3	79.6	90.4	82.4	86.8
	[D, C)	65.4	67.2	70.0	66.9	85.9	70.6	76.9

Tabla 92. Porcentajes de retroalimentación correcta por nivel competencial para las variables de la dimensión *Actitudes*

La variable *Interpretación de resultados y análisis de soluciones* es la que presenta porcentajes inferiores de retroalimentación correcta de todas las variables contempladas en el área de comentarios de la rúbrica. Los resultados obtenidos en la segunda implementación son muy bajos, en líneas generales, pues ninguno de los niveles competenciales supera el 50% de retroalimentación correcta para el curso completo. Durante la tercera implementación se experimenta una acusada mejoría, ubicándose exclusivamente por debajo del umbral del 50% de retroalimentación correcta el alumnado de nivel competencial bajo.

Desde mi perspectiva como investigador determino que estos porcentajes obedecen a diversas cuestiones que actúan de manera aislada y terminan confluyendo. En primer lugar, la interpretación de resultados y el análisis de soluciones no son considerados por el alumnado como parte del propio proceso resolutivo del problema sino como un hecho adicional que se realiza al final del mismo. En segundo lugar, el alumnado suele llegar cansado del proceso resolutivo al último paso que es la interpretación de los resultados y el análisis de soluciones. Por último, constituye una retroalimentación que puede ubicarse tanto en el nivel 2, nivel de proceso, como en el nivel 3, nivel de autorregulación, en función de la tarea de que se trate. Se encontraría entre estos dos niveles, cuyos límites podrían desdibujarse dependiendo del sentido que se le otorgue en el enunciado de la tarea.

Los resultados obtenidos para la variable *Interpretación de resultados y análisis de soluciones* durante la tercera implementación avalan la investigación de Alqassab et al. (2018). Dichos autores sostienen que el aumento de retroalimentación al nivel de la autorregulación está indicado solamente para el alumnado de niveles competenciales medio y alto, mientras que resulta ser un desafío para el alumnado de nivel competencial bajo.

A continuación se expone la retroalimentación de tres rúbricas, dos de la tarea 1 y una de la tarea 2. El primer caso corresponde al alumno FPG, de nivel competencial medio, quien evalúa la tarea 1 de la alumna AGB proporcionando la siguiente retroalimentación:

se estudian los dos intervalos situados a la derecha e izquierda de  $x=25$  y obtenemos :

- $X \in [0,25)$   $b(x) < 0$  = pérdidas
- $X=25$   $b(25) = 0$  ni ganancias ni pérdidas
- $X \in (25, +\infty)$   $b(x) > 0$  por lo tanto hay ganancias

Figura 49. Retroalimentación de FPG a AGB correspondiente a la variable *Interpretación de resultados y análisis de soluciones* en la tarea 1

La retroalimentación indica correctamente los intervalos en los que la función beneficio, que corresponde a una parábola, obtiene pérdidas o ganancias en función del número de bicicletas producidas. Denota que sabe discriminar aquellos valores negativos, pues valores negativos para la variable independiente carecen de sentido en el enunciado propuesto. Aun así, la retroalimentación adolece de errores en el lenguaje matemático. Como se puede observar, no corresponde el uso del signo igual para indicar la pertenencia a los intervalos.

El siguiente caso contempla la retroalimentación realizada por el alumno CRA, de nivel competencial alto en la tarea 1, y se puede comprobar que no aparecen los errores de lenguaje cometidos en el caso anterior.

$x \in [0,25) \rightarrow B(x) < 0 \rightarrow$  Pérdidas  
 $x \in (25, +\infty) \rightarrow B(x) > 0 \rightarrow$  Ganancias  
 $X=25 \rightarrow B(25)=0 \rightarrow$  Ni ganancias ni pérdidas

Figura 50. Retroalimentación de CRA a LRM correspondiente a la variable *Interpretación de resultados y análisis de soluciones* en la tarea 1

El tercer caso con el que ilustramos la discusión de esta variable lo encontramos en la rúbrica realizada por el alumno DBP, de nivel competencial alto en la tarea 2. En ella suministra retroalimentación sobre la discusión del sistema de ecuaciones y la comprobación de soluciones:

Lo único que está mal es que ni has comprobado las soluciones, ni has discutido el sistema.  
 Discutir el sistema:  
 Es un sistema lineal heterogéneo compatible determinado  
 Comprobar las soluciones  
 $X=200, Y=500, Z=600$   
**1ª ecuación**  
 $200+2(500)+2(600)=2400$   
 $200+1000+1200=2400$   
 $2400=2400$   
**2ª ecuación**  
 $200+3(500)+3(600)=3500$   
 $200+1500+1800=3500$   
 $3500=3500$   
**3ª ecuación**  
 $360(200)+85(500)+160(600)=210500$   
 $72000+42500+96000=210500$   
 $210500=210500$

Figura 51. Retroalimentación de DBP a JRM correspondiente a la variable *Interpretación de resultados y análisis de soluciones* en la tarea 2

La última variable que discutimos de la dimensión *Capacidades* es la que se denomina *Aplicación a distintos contextos*. Esta variable se caracteriza por cuantificar en qué medida la retroalimentación supone una reflexión para el alumno evaluador sobre su aprendizaje y los conocimientos adquiridos durante el desarrollo de la actividad. Reflexión que persigue la contextualización de dichos conocimientos con contenidos matemáticos previos, contenidos de otras disciplinas y ámbitos de la vida cotidiana. Esta retroalimentación se localiza, de manera conjunta con la variable *Interpretación de resultados y análisis de soluciones* y en determinados casos, en el tercer nivel de retroalimentación, la autorregulación.

El porcentaje de retroalimentación correcta para esta última variable es significativamente superior al de la variable anterior. Supera el umbral del 50% para el alumnado de nivel competencial bajo y verifica la correspondencia existente entre el porcentaje de retroalimentación correcta y el nivel competencial del alumnado evaluador.

A continuación se ejemplifica la retroalimentación suministrada en relación a la variable *Aplicación a distintos contextos* con alumnado de nivel competencial medio:

<p>3. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS PREVIOS</p>	<p>Conforme a los contenidos matemáticos previos, los porcentajes se empiezan a tratar incluso antes de secundaria, específicamente se empieza a ver en quinto y sexto de primaria, realizando aquí los cálculos más básicos y directos como por ejemplo, el 10% de 40.</p> <p>Las ecuaciones se empiezan a tratar ya en secundaria donde en primero de la E.S.O te explican lo básico de una ecuación de primer grado y llegando en segundo a tratar los diferentes sistemas de ecuaciones y sus métodos de resolución (igualación, sustitución y reducción).</p> <p>El método de Gauss adquirido en este curso consiste en utilizar el método de reducción de manera que en cada ecuación tengamos una incógnita menos que en la ecuación precedente.</p>
<p>4. RELACIÓN CON CONTENIDOS DE OTRAS ASIGNATURAS</p>	<p>Los porcentajes los podemos encontrar en asignaturas como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Física y química, por ejemplo, para calcular el % de pureza o de rendimiento de una disolución o de un compuesto.</li> <li>▪ En ciencias sociales, por ejemplo, para calcular el tipo de población de un país o continente, igualmente para saber cuántas mujeres u hombres hay, natalidad, mortalidad, para saber cuál es la situación de un estado, país, región... conforme a si hay más pobreza o menos...</li> <li>▪ Economía y matemáticas financieras: para hacer los cálculos de los productos, ganancias, pérdidas... de una empresa o la economía de un Estado.</li> <li>▪ Biología: para calcular la población de flora o fauna que hay en un ecosistema o hábitat concreto.</li> </ul>

Figura 52. Retroalimentación de SMP a ASG correspondiente a la variable *Aplicación a distintos contextos* en la tarea 2

<p>3. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS PREVIOS</p>	<p>El concepto de función empieza a ser tratada en 1º de E.S.O, aquí aprendemos a identificar el dominio, recorrido y puntos de corte, además de aprender a representar gráficamente una función, en este periodo solo se tratan funciones polinómicas rectas.</p> <p>Los objetivos aquí son:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Representar y localizar puntos en el eje de coordenadas.</li> <li>2. Relacionar e interpretar tablas y pares de valores ordenados.</li> <li>3. Interpretar gráficas.</li> </ol> <p>Conforme transcurre el periodo de la secundaria, aprendemos a representar gráficas polinómicas más complejas como las parábolas, aprendiendo a calcular los vértices y los puntos auxiliares.</p> <p>En 3º y 4º de E.S.O aprendemos a representar y calcular funciones a trozos y es aquí cuando vemos las funciones racionales.</p> <p>Una vez llegado a bachiller aprendemos el cálculo de límites con sus respectivas asíntotas (vertical, horizontal y oblicua si existieran) y la representación de cada tipo de función.</p>
<p>4. RELACIÓN CON CONTENIDOS DE OTRAS ASIGNATURAS</p>	<p>Las funciones nos sirven y son de gran ayuda para comprender y describir fenómenos físicos, económicos, biológicos o simplemente para comprender cuestiones matemáticas, además son aplicables a la vida cotidiana ya que con ellas podemos interpretar situaciones y representarlas, para darle así otro punto de vista a una circunstancia o como se presente a esta.</p>

Figura 53. Retroalimentación de SMP a JGR correspondiente a la variable *Aplicación a distintos contextos* en la tarea 3

3. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS PREVIOS	Según algunos libros las cónicas se comienzan a dar en 4º de la ESO, pero la geometría la comenzamos a dar desde chicos y en 1º de la ESO es cuando los profesores se suelen empezar a centra profundamente en ellas. Las derivadas se comienzan a dar en primero de bachiller.
4. RELACIÓN CON CONTENIDOS DE OTRAS ASIGNATURAS	<p>Las cónicas, curvas que se obtienen como intersección de un plano con una superficie cónica son importantes por su presencia en la vida cotidiana, ejemplos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La trayectoria que describe un móvil que es lanzado con una cierta velocidad inicial es una parábola.</li> <li>• Si se recibe luz de una fuente lejana en un espejo parabólico, la luz reflejada por el espejo se concentra en el foco de la parábola. Esta propiedad se usa para el diseño de radares y antenas parabólicas.</li> <li>• La proyección en perspectiva caballera de una circunferencia sobre el plano OZY es una elipse.</li> </ul> <p>Parece pues lógico que el estudio de este tipo de curvas tenga sitio reservado en la enseñanza secundaria y el bachillerato. Los programas oficiales incluyen conceptos o uso de cónicas al menos en las asignaturas de Matemáticas, Dibujo y Física. Si bien el tratamiento, los métodos y la utilización de estas curvas es bien diferente en cada una de estas asignaturas, hay una pretensión común: que los estudiantes adquieran la capacidad de resolver problemas y entiendan la idea de lugar geométrico.</p>

Figura 54. Retroalimentación de FPG a CNC correspondiente a la variable *Aplicación a distintos contextos* en la tarea 4

Terminamos esta sección indicando que la retroalimentación correspondiente a los niveles 2 y 3, niveles de proceso y autorregulación (Hattie & Timperley, 2007), resulta más favorable para mejorar los resultados de aprendizaje (Zheng et al., 2016), estimular un aprendizaje profundo en lugar de superficial (Karaca, 2009) y fomentar el pensamiento crítico (Cabello & Topping, 2020) y de orden superior (Topping, 2017). Los resultados hallados en nuestra investigación avalan la capacidad del alumnado para proporcionar retroalimentación de calidad en el nivel 2, nivel de proceso. Para ello debe contar con la debida instrucción y con un diseño tecnopedagógico que utilice la rúbrica como instrumento de orientación y evaluación. Este resultado encuentra sus referentes en las investigaciones previas realizadas por Gielen et al. (2010) y Gan y Hattie (2014). A su vez, Gan y Hattie (2014) y Harris et al. (2015) sostienen que el alumnado obtiene mejores resultados al suministrar retroalimentación correspondiente al nivel 3, resultado que compartimos parcialmente pues solamente se verifica para la variable *Aplicación a distintos contextos*.

### 5.3. EVOLUCIÓN DEL DOMINIO AFECTIVO DEL ALUMNADO HACIA LAS MATEMÁTICAS

El dominio afectivo del alumnado se discute a partir de la evolución de las dimensiones *Confianza y Motivación*, comparando la evolución que experimentan sus variables.



	SEGUNDA IMPLEMENTACIÓN			TERCERA IMPLEMENTACIÓN		
	Variable	Dimensión	$\bar{x}$	Variable	Dimensión	$\bar{x}$
INICIO DE CURSO	1° Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	Confianza	3.83	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	Confianza	4.10
	2° Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	Motivación	3.81	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	Motivación	3.97
	3° Utilidad de las Matemáticas	Motivación	3.60	Utilidad de las Matemáticas	Motivación	3.91
	4° Uso de las TIC	Confianza	3.44	Uso de las TIC	Motivación	3.82
	5° Persistencia	Motivación	3.35	Persistencia	Motivación	3.67
	6° Uso de las TIC	Motivación	3.28	Uso de las TIC	Confianza	3.62
	7° Habilidades	Confianza	2.83	Habilidades	Confianza	3.21
FINAL DE CURSO	1° Uso de las TIC	Motivación	4.13	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	Motivación	4.16
	2° Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	Motivación	4.02	Utilidad de las Matemáticas	Motivación	4.13
	3° Utilidad de las Matemáticas	Motivación	3.91	Uso de las TIC	Confianza	4.06
	4° Uso de las TIC	Confianza	3.90	Uso de las TIC	Motivación	4.00
	5° Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	Confianza	3.78	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	Confianza	3.99
	6° Persistencia	Motivación	3.64	Persistencia	Motivación	3.87
	7° Habilidades	Confianza	3.41	Habilidades	Confianza	3.40

Tabla 93. Ordenación de las variables del dominio afectivo a partir de la media obtenida en una escala Likert de 5 niveles al inicio y final de la segunda y tercera implementación

En la tabla anterior se observa que las variables presentan una ordenación similar al inicio de las dos implementaciones, siendo destacable que las tres primeras posiciones corresponden a *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase*, tanto de la dimensiones *Confianza* como *Motivación*, y *Utilidad de las Matemáticas para el futuro personal y profesional*.

Al final de las implementaciones se constata que las primeras posiciones son ocupadas por variables de la dimensión *Motivación*. Este hecho denota que la evaluación entre iguales ha fomentado principalmente la motivación en el alumnado, aunque la dimensión *Confianza* también haya experimentado una evolución positiva. En las dos

implementaciones se verifica que la variable que posee la media más pequeña se encuentra en la confianza del alumnado en sus propias habilidades, aunque en ambas implementaciones evolucione positivamente desde el inicio al final de cada curso. Tal y como se observa en los diagramas de caja donde se analiza la segunda implementación (figuras 15, 16, 19 y 20), la tercera (figuras 31, 32, 35 y 36) y en la tabla anterior, la mayoría de las medias obtenidas para cada uno de los ítems se ubican entre los valores 3 y 4. Por esta razón, el intervalo [3, 4) debemos fragmentarlo en dos intervalos que nos permitan una discusión más exhaustiva sobre la evolución que experimenta el dominio afectivo del alumnado. La siguiente tabla recoge tanto los porcentajes de las medias de las variables en las dimensiones *Confianza* y *Motivación* como los ítems que presentan una media mayor dentro de cada variable:

IMPLEMENTACIONES	UBICACIÓN	DIMENSIONES	VARIABLES	PORCENTAJES DE MEDIAS POR INTERVALO				Nº ITEMS CON MAYOR $\bar{x}$	REPRESENTATIVIDAD (C.V.)	ITEMS
				[1, 3)	[3, 3.5)	[3.5, 4)	[4, 5]			
SEGUNDA (2018/19)	Inicio de curso	Confianza	Habilidades	66.6	16.7	16.7	0.00	4	Moderada	▪ No me conformo con dar un buen resultado, quiero estar seguro de que lo doy bien y por qué lo hago
			Trab. colab	0.00	0.00	75.0	25.0	10	Alta	▪ Acepto las sugerencias que me proponen mis compañeros
			Uso de TIC	0.00	60.0	40.0	0.00	13, 14	Moderada	▪ Disponer de las TIC para hacer el trabajo diario me permite probar diferentes métodos y enfoques matemáticos ▪ Las TIC me ayudan a relacionar el conocimiento, por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones
		Motivación	Utilidad	0.00	0.00	100	0.00	16	Moderada	▪ Las matemáticas sirven para la vida diaria
			Persistencia	0.00	66.7	33.3	0.00	19	Alta	▪ Prefiero encontrar la solución de un problema por mí mismo a que me la den
			Trab. colab	0.00	0.00	75.0	25.0	23	Alta	▪ El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las Matemáticas
	Final de curso	Confianza	Uso de TIC	0.00	100	0.00	0.00	28	Moderada	▪ Vale la pena el esfuerzo adicional que supone el uso del ordenador en Matemáticas
			Habilidades	16.7	66.6	0.00	16.7	4	Alta	▪ No me conformo con dar un buen resultado, quiero estar seguro de que lo doy bien y por qué lo hago
			Trab. colab	25.0	0.00	25.0	50.0	10	Alta	▪ Acepto las sugerencias que me proponen mis compañeros ▪ Disponer de las TIC para hacer el trabajo diario me permite probar diferentes métodos y enfoques matemáticos ▪ Las TIC me ayudan a relacionar el conocimiento, por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones
		Motivación	Uso de TIC	0.00	0.00	60.0	40.0	13, 14	Alta	▪ Las matemáticas sirven para la vida diaria
			Utilidad	0.00	0.00	66.7	33.3	16	Alta	▪ Prefiero encontrar la solución de un problema por mí mismo a que me la den
			Persistencia	0.00	33.3	33.3	33.3	19	Alta	▪ El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las Matemáticas
TERCERA (2019/20)	Inicio de curso	Confianza	Trab. colab	0.00	25.0	0.00	75.0	23	Alta	▪ El no tener que preocuparme por los cálculos hace que me concentre mejor en las ideas más importantes ▪ La revisión de la tarea por ordenador me ayuda a repasar los conceptos matemáticos
			Uso de TIC	0.00	0.00	20.0	80.0	29, 30	Alta	▪ Las Matemáticas son una asignatura donde mis esfuerzos se reflejan en las calificaciones
			Habilidades	16.7	66.6	16.7	0.00	2	Moderada	▪ Acepto las sugerencias que me proponen mis compañeros
		Motivación	Trab. colab	0.00	0.00	25.0	75.0	10	Alta	▪ Tengo mucha confianza en mí mismo al usar las TIC ▪ Las TIC facilitan explorar las ideas matemáticas
			Uso de TIC	0.00	40.0	60.0	0.00	11, 12	Moderada	▪ Las matemáticas sirven para la vida diaria ▪ Los conocimientos matemáticos son importantes para los estudios que realicemos en un futuro.
			Utilidad	0.00	0.00	33.3	66.7	16, 17	Alta	▪ Prefiero encontrar la solución de un problema por mí mismo a que me la den
	Final de curso	Confianza	Persistencia	0.00	33.3	33.3	33.3	19	Alta	▪ Estimula mi aprendizaje el hecho de intercambiar ideas con mis compañeros de equipo
			Trab. colab	0.00	0.00	50.0	50.0	25	Alta	▪ Las tecnologías digitales me ayudan a aprender mejor los conceptos matemáticos proporcionándome al instante muchos ejemplos de manera interactiva
			Uso de TIC	0.00	20.0	60.0	20.0	26	Alta	▪ No me conformo con dar un buen resultado, quiero estar seguro de que lo doy bien y por qué lo hago
		Motivación	Trab. colab	0.00	0.00	0.00	80.0	10	Alta	▪ Acepto las sugerencias que me proponen mis compañeros
			Uso de TIC	0.00	0.00	40.0	60.0	14	Alta	▪ Las TIC me ayudan a relacionar el conocimiento, por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones
			Utilidad	0.00	0.00	33.3	66.7	16	Alta	▪ Las matemáticas sirven para la vida diaria
Motivación	Persistencia	0.00	0.00	66.7	33.3	19	Alta	▪ Prefiero encontrar la solución de un problema por mí mismo a que me la den		
	Trab. colab	0.00	0.00	25.0	75.0	25	Alta	▪ Estimula mi aprendizaje el hecho de intercambiar ideas con mis compañeros de equipo		
	Uso de TIC	0.00	0.00	40.0	60.0	26	Alta	▪ Las tecnologías digitales me ayudan a aprender mejor los conceptos matemáticos proporcionándome al instante muchos ejemplos de manera interactiva		

Tabla 94. Porcentajes con las medias de las variables de las dimensiones *Confianza* y *Motivación* e ítems con mayor media dentro de cada variable

Al inicio de la experiencia, el alumnado de la tercera implementación presenta medias más altas en las variables del dominio afectivo que el alumnado de la segunda implementación. Desde mi perspectiva como investigador constato la relación que existe entre el nivel competencial del alumnado y su dominio afectivo hacia las Matemáticas, pues el alumnado de la tercera implementación posee un mayor nivel competencial. Al finalizar la experiencia se reduce la diferencia existente entre las medias de ambas implementaciones. El significado que atribuyo a este hecho es que el dominio afectivo del alumnado de la segunda implementación experimenta una evolución superior, aunque la evolución de ambas implementaciones haya sido favorable. Estos resultados me permiten afirmar que la evaluación entre iguales ha contribuido significativamente a la mejora del dominio afectivo del alumnado con menor nivel competencial.

Se comprueba que el alumnado otorga una mayor puntuación a los ítems al final de cada implementación, a excepción de la variable *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase* de la dimensión *Confianza* que experimenta un sensible retroceso en cada implementación. Esto se debe a la falta de confianza que presenta el alumnado en sus propias posibilidades a la hora de salir a la pizarra y defender sus ideas en público.

Dado que la mayoría de los ítems evolucionan favorablemente, pasamos a discutir los ítems que ostentan una media mayor dentro de cada una de las variables consideradas. La dimensión *Confianza* comienza con la variable denominada *Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos*, cuyo ítem 4 presenta la mayor media en tres de los cuatro momentos analizados, tal y como se puede comprobar en la tabla anterior. Esta puntuación indica que el alumnado aspira a alcanzar un nivel competencial que garantice la corrección de sus respuestas. Asimismo, se observa una mayor representatividad de la media obtenida con la evolución de su dominio afectivo durante cada implementación, es decir, el número de alumnos que otorgan una puntuación cercana a dicha media es cada vez mayor.

La variable *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase*, de la dimensión *Confianza*, alcanza la mayor media en el ítem 10. Esta circunstancia se repite al inicio y al final de cada implementación, evidenciando la disponibilidad del alumnado a recibir y procesar la retroalimentación que le otorgan sus compañeros.

La dimensión *Confianza* termina con la variable *Uso de las TIC en Matemáticas*. Sus ítems 13 y 14 poseen la mayor media durante la segunda implementación, evolucionando también su representatividad de manera positiva durante el desarrollo de la misma. Solamente el ítem 14 se vuelve a repetir al final de la tercera implementación, hecho que denota las posibilidades que ofrecen las TIC para el alumnado a la hora de establecer relaciones entre contenidos matemáticos.

La dimensión *Motivación* comienza con la variable denominada *Utilidad de las Matemáticas para el futuro personal y profesional*, donde el alumnado subraya la importancia del conocimiento matemático en la vida cotidiana. La representatividad de este ítem 16 es alta al finalizar ambas implementaciones. Esta circunstancia se debe al descubrimiento realizado por el alumnado en la retroalimentación a nivel de autorregulación, donde ha establecido relaciones entre el conocimiento adquirido y otras disciplinas o ámbitos de la vida cotidiana. Nuestro resultado encuentra sus antecedentes en la investigación desarrollada por Asghar (2009) sobre autorregulación y autoconciencia.

La variable *Persistencia del alumnado para superar las dificultades de la asignatura* alcanza su mayor media en el ítem 19. Tanto su media como su alta representatividad se manifiestan en ambas implementaciones y nos indican la actitud proactiva del alumnado a querer encontrar las soluciones por sí mismo. Este hecho tiene su reflejo en la valoración que realiza sobre la retroalimentación, pues el alumnado concede mayor valor a proporcionar retroalimentación que a recibirla.

La variable *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase* de la dimensión *Motivación* presenta la mayor media y con alta representatividad en los ítems 23 y 25, en función de la implementación que se considere. En la segunda implementación se hace hincapié en la labor del profesor a la hora de resolver las dudas que tiene el alumnado, mientras que en la tercera implementación se pone el acento en la riqueza generada cuando el alumnado intercambia información con sus compañeros. De este modo, la retroalimentación otorgada y su intercambio a través de la evaluación entre iguales vuelve a adquirir protagonismo entre el alumnado de mayor nivel competencial durante la tercera implementación.

La variable *Uso de las TIC en Matemáticas* de la dimensión *Motivación* evoluciona durante la segunda implementación desde posiciones que valoran positivamente el esfuerzo de implementar el uso del ordenador en la asignatura hasta posiciones en las que se focaliza en las ventajas de dicho uso. El ítem que presenta mayor media en la tercera implementación es el número 26, donde se valora nuevamente las posibilidades que ofrecen las TIC para el desarrollo de la competencia matemática.

Una vez efectuada la discusión en términos cuantitativos sobre la evolución del dominio afectivo durante el desarrollo de la evaluación entre iguales, pasamos a la discusión cualitativa de dicha evolución. Al comienzo de la actividad, el alumnado percibe que las causas que influyen en la dimensión *Confianza* dependen tanto de factores extrínsecos como intrínsecos. Mientras que el alumnado cita entre los factores extrínsecos la dificultad de la tarea y la labor del profesor, señala entre los factores intrínsecos su competencia matemática y lingüística, su estabilidad emocional, su interés y el esfuerzo realizado. Tras su experiencia con la evaluación entre iguales, las causas que influyen en la dimensión *Confianza* se atribuyen exclusivamente a factores intrínsecos, concretamente se particulariza en el interés que haya mostrado durante el desarrollo de las actividades.

Con respecto a la dimensión *Motivación*, el alumnado percibe que su evolución depende exclusivamente de factores extrínsecos, aunque dichos factores evolucionan desde el inicio al final de cada implementación. Al inicio de la segunda y tercera implementación, el alumnado considera que su motivación aumenta por tratarse de una experiencia novedosa y por la utilización de las TIC. Al final de estas implementaciones, el aumento de motivación se halla en las virtudes de la experiencia, como son la ayuda que supone para el compañero y la eliminación de la incertidumbre respecto a la calificación recibida con la autoevaluación. Por el contrario, los factores que causan una disminución de la motivación al inicio de las implementaciones son el exceso de trabajo que supone la evaluación entre iguales, los problemas derivados de la plataforma Moodle y la disponibilidad tanto de equipos informáticos como de acceso a internet desde casa. Al finalizar las implementaciones, los factores responsables de la disminución de la motivación del alumnado convergen en este sentido: la evaluación entre iguales se aplica a la tarea ya realizada y la ayuda proporcionada a través de la retroalimentación es a posteriori.

Esta evolución del dominio afectivo se debe al protagonismo que asume el alumnado en la evaluación entre iguales, como modelo de evaluación significativa (Topping, 2017), y al papel jugado por una retroalimentación que resulta efectiva para el alumnado (Topping, 2009). Por tanto, debemos discutir la presencia de las dimensiones *Confianza* y *Motivación* en la retroalimentación realizada por el alumnado, para dar paso a continuación a una discusión más exhaustiva de las variables que las definen.

En la siguiente tabla se recoge la relación porcentual con la que aparecen las dimensiones *Confianza* y *Motivación* en la retroalimentación realizada por el alumnado en el/los apartado/s afectivo/s de la rúbrica:

	SEGUNDA IMPLEMENTACIÓN			TERCERA IMPLEMENTACIÓN		
	[B+, A]	[C, B+)	[D, C)	[B+, A]	[C, B+)	[D, C)
Confianza	17.7	22.2	17.9	31.6	35.5	36.5
Motivación	82.3	77.8	82.1	68.4	64.5	63.5

Tabla 95. Porcentajes de retroalimentación afectiva para cada dimensión y nivel competencial

En la retroalimentación afectiva predomina la presencia de comentarios que fomentan la *Motivación* respecto a la *Confianza*, aunque la diferencia entre ellas se acorta de la segunda a la tercera implementación. Además se observa, en líneas generales y de manera más acentuada durante la tercera implementación, que el alumnado de mayor nivel competencial es el que presenta un porcentaje sensiblemente menor de retroalimentación relativa a la dimensión *Confianza*. Este alumnado prefiere fomentar algo más la motivación que sus compañeros de menor nivel competencial, pues no le otorga tanta importancia a confiar en sus propias posibilidades. De todos modos y a la luz de los resultados en los distintos niveles competenciales, la confianza se presenta como un motivo interno incontrolable por el alumnado y difícilmente modificable por el sujeto, guardando cierto paralelismo con el gusto por las Matemáticas definido por Gómez-Chacón (2000b).

Antes de pasar a una discusión más exhaustiva de las variables que conforman la retroalimentación afectiva presente en las rúbricas, presentamos la siguiente tabla donde se recoge porcentualmente la presencia de dichas variables:

		SEGUNDA IMPLEMENTACIÓN			TERCERA IMPLEMENTACIÓN		
		[B+, A]	[C, B+)	[D, C)	[B+, A]	[C, B+)	[D, C)
Confianza	Inexistente	65.6	63.0	69.1	38.5	34.2	41.0
	Incorrecto	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2.60
	Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos	34.4	37.0	28.0	58.9	64.5	56.4
	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	0.00	0.00	2.90	2.60	1.30	0.00
	Uso de las TIC en Matemáticas	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Motivación	Inexistente	1.90	4.80	5.90	8.80	7.10	14.0
	Incorrecto	0.00	1.20	2.00	0.00	0.00	3.20
	Utilidad de las Matemáticas para el futuro personal y profesional	0.00	0.00	0.00	3.50	0.00	0.00
	Persistencia para superar las dificultades de la asignatura	15.4	19.0	14.7	14.0	10.3	11.8
	Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase	15.4	9.50	6.90	10.5	9.20	6.50
	Uso de las TIC en Matemáticas	0.00	0.00	0.00	1.80	0.00	0.00
	Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio	53.8	54.8	56.8	50.9	61.2	60.2
Tiempo	13.5	10.7	13.7	10.5	12.2	4.30	

Tabla 96. Porcentaje para las variables de las dimensiones *Confianza* y *Motivación* por niveles competenciales

Como se desprende de la lectura de la tabla anterior, la retroalimentación que otorga el alumnado en relación a la dimensión *Confianza* depende casi exclusivamente de la variable *Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos*. El resto de variables no están presentes en la retroalimentación o aparecen con porcentajes ínfimos.

Con respecto a las variables de la dimensión *Motivación*, la única que se manifiesta con un porcentaje superior al 50% es la denominada *Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio*, seguida en segundo lugar por la variable *Persistencia para superar las dificultades de la asignatura*, en tercer lugar por la variable *Tiempo* y en cuarto lugar *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase*. Estos resultados guardan relación con el estudio realizado por Gómez-Chacón (2000b), quien sostiene que el alumnado indica la necesidad de trabajar, prestar atención, participar en clase y



organizarse el tiempo de estudio cuando se refiere al éxito escolar, como resultado de motivos controlables. La quinta posición corresponde a la variable *Utilidad de las Matemáticas para el futuro personal y profesional*. Aunque el alumnado no manifiesta explícitamente la utilidad de las Matemáticas con efecto motivador en la retroalimentación afectiva, sí indica en el apartado “*Relación con contenidos de otras asignaturas*” la utilidad de las Matemáticas para la vida cotidiana y/o el futuro profesional. Este resultado es compartido nuevamente por Gómez-Chacón (2000b), quien señala la trascendencia que tiene, desde la perspectiva del alumnado, la disciplina matemática a la hora de conseguir trabajo en el futuro.

En nuestra investigación se hace patente la relevancia que tiene la retroalimentación afectiva, nivel 4 (Hattie & Timperley, 2007), tanto para conseguir una mayor implicación del alumnado en la evaluación entre iguales como para fomentar la mejora en las dimensiones *Confianza y Motivación*. Nuestros resultados confirman los resultados de diversas investigaciones previas, pues la retroalimentación afectiva en línea contribuye significativamente al aprendizaje del alumnado de secundaria (Tseng & Tsai, 2007) y puede ayudar a aumentar tanto su motivación e interés como su rendimiento académico (Lu & Law, 2012).

---

---

## 6. CONCLUSIONES Y APORTACIONES DE LA INVESTIGACIÓN

Como eje de este último capítulo se presentan las conclusiones de la investigación. Asimismo se exponen sus implicaciones didácticas, las limitaciones encontradas, las perspectivas de futuro y la difusión de la investigación entre la comunidad educativa. El capítulo se estructura en las cuatro secciones que describimos brevemente a continuación.

La primera sección contiene las conclusiones que dan respuesta a las dos preguntas de investigación con las que arranca esta tesis (6.1), indicando el grado de consecución de los tres objetivos que emanan de dichas preguntas.

La segunda sección comprende las implicaciones didácticas que se derivan de la investigación (6.2), pues son consecuencias de las conclusiones que se exponen en la sección anterior. Se trata de una serie de recomendaciones para los docentes que decidan implementar la evaluación entre iguales, sin llegar a constituir cada una de ellas un objetivo directo de la investigación.

La tercera sección contempla las limitaciones del estudio que aquí se presenta y las propuestas de investigaciones futuras que emergen de dichas limitaciones (6.3).

Finalmente, la cuarta sección aporta la difusión de la investigación entre la comunidad educativa a través de las ponencias realizadas en diferentes congresos y las publicaciones correspondientes (6.4).

### 6.1. CONCLUSIONES RELATIVAS A LAS PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

---

Esta sección da respuesta a las dos preguntas con las que se aborda nuestro problema de investigación relativo a la falta de competencia matemática del alumnado de Bachillerato y a su desafección hacia la asignatura.

El trabajo realizado nos permite afirmar que la evaluación entre iguales, tal y como la hemos planteado con alumnado de 1º Bachillerato, es viable y posibilita el desarrollo de la competencia matemática de forma muy satisfactoria. Organizaremos la presentación de las conclusiones del trabajo de acuerdo con los objetivos fijados.

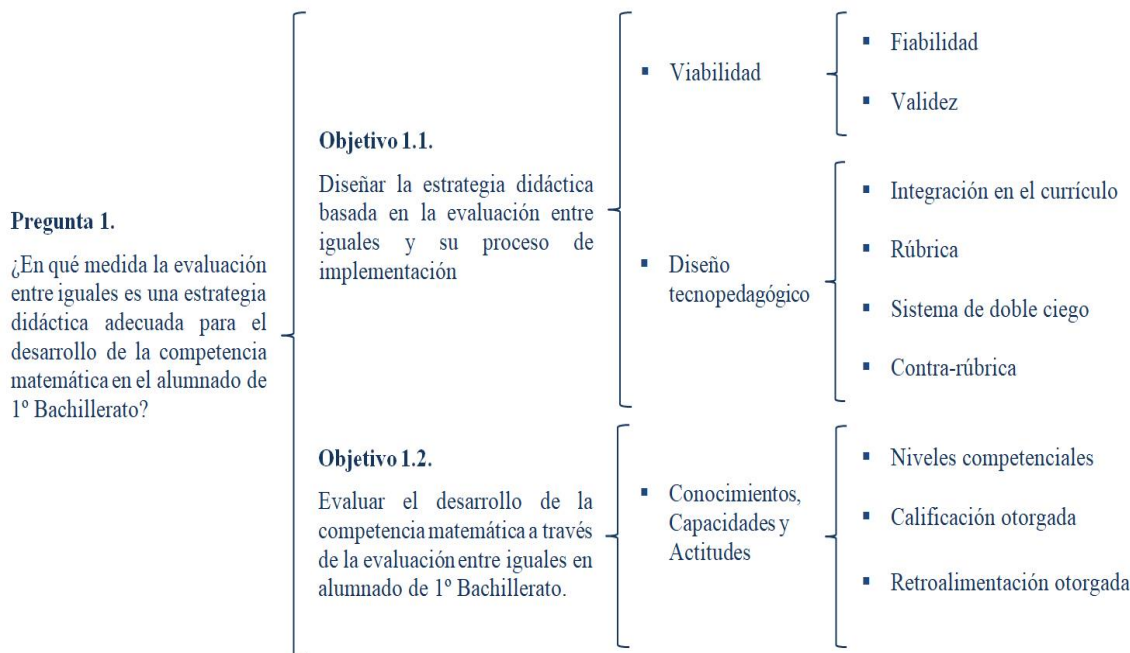


Figura 55. Relación entre las conclusiones y los objetivos correspondientes a la primera pregunta de investigación

Comenzamos exponiendo las conclusiones sobre la viabilidad de la evaluación entre iguales en el contexto en el que se ha implementado. Tal y como se indica en la figura anterior, dicha viabilidad está referida a la fiabilidad con la que el alumnado evalúa a sus compañeros y a la validez con la que la evaluación y retroalimentación recibidas permiten progresar al alumnado evaluado en su proceso de aprendizaje.

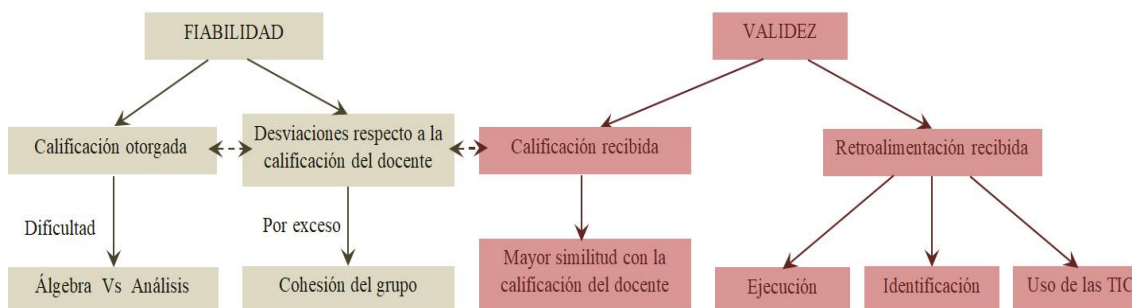


Figura 56. Conclusiones relativas a la viabilidad de la evaluación entre iguales

La fiabilidad con la que el alumnado de 1º Bachillerato evalúa a sus compañeros resulta notablemente alta en la disciplina matemática. La coincidencia entre las calificaciones

otorgadas por el alumnado y las calificaciones asignadas por el docente alcanza cifras superiores al 74% en los resultados globales por curso. Se verifica que la dificultad de la tarea condiciona el porcentaje de evaluaciones correctas pues se registran resultados inferiores en el bloque de Análisis, habitualmente más complicado para el alumnado. Este hecho es coherente con diversos autores consultados y citados durante la elaboración de la tesis (Strijbos & Wichmann, 2018), quienes sostienen que la dificultad del contenido presente en la tarea es una de las tres fuentes principales que influyen en los resultados de la evaluación entre iguales.

En este punto merece la pena profundizar en la dificultad del contenido del bloque de Análisis en relación a los restantes bloques. Nuestra investigación ha proporcionado evidencias de por qué el contenido del bloque de Análisis suele presentar una mayor dificultad para el alumnado que el contenido del bloque de Álgebra. Centrándonos en dos de las tres dimensiones estudiadas para la competencia matemática, *Conocimientos* y *Capacidades*, hemos hallado elementos que apuntan a una mayor dificultad de un bloque respecto a otro en cuatro de las cinco variables consideradas para dichas dimensiones. En cuanto a la dimensión *Conocimientos*, el bloque de Análisis presenta a nivel de conceptos una mayor variedad, complejidad y grado de abstracción. Del mismo modo, sus representaciones matemáticas y su lenguaje se complican significativamente. En cuanto a la dimensión *Capacidades*, los procedimientos no suelen ser tan mecánicos ni operativamente tan sencillos como en el bloque de Álgebra.

Asimismo, identificamos otra causa subyacente a esa dificultad localizada en los contenidos de las tareas de un bloque respecto a otro y que no guarda relación con las dimensiones y variables consideradas en la investigación. La situación coyuntural desarrollada durante la redacción de esta tesis me ha permitido la comparación entre el sistema educativo español y el sistema educativo norteamericano. Desde mi labor como profesor de Matemáticas en el estado de Connecticut verifico el cambio de enfoque de un sistema educativo respecto a otro. El alumnado escolarizado en el sistema educativo español tiene acceso a los contenidos del bloque de Análisis a partir de la Educación Secundaria Obligatoria, en líneas generales. Este acceso a los contenidos de dicho bloque se realiza a posteriori y utilizando conceptos y procedimientos previos aprendidos en el bloque de Álgebra. Por el contrario, en el sistema educativo norteamericano se accede a los contenidos del bloque de Álgebra a través de

procedimientos gráficos propios del bloque de Análisis, difuminándose las fronteras entre dichos bloques. De este modo, el alumnado accede antes a los contenidos del bloque de Análisis, mejora su predisposición hacia ellos y obtiene resultados más favorables. Esta dificultad por asimilar nuevos conceptos matemáticos con la edad es coherente con las investigaciones realizadas por Hidalgo et al. (2008) y Mato et al. (2014). Dichos autores sostienen que la evolución natural de la actitud hacia las Matemáticas se va haciendo menos favorable al avanzar la edad, especialmente durante la Educación Secundaria.

Otra conclusión que resulta conveniente citar en relación a la fiabilidad de la evaluación entre iguales es el predominio generalizado de las desviaciones por exceso entre las calificaciones otorgadas por el alumnado y la que asigna el docente. En caso de duda, el alumnado que ha formado parte de la investigación prefiere optar, en términos generales, por una calificación que beneficie a sus compañeros. Esta desviación por exceso se ha presentado con mayor frecuencia cuanto mayor ha sido la cohesión del grupo.

La validez de las evaluaciones recibidas por el alumnado muestra porcentajes de coincidencia con la evaluación del docente aún más favorables que los porcentajes obtenidos para la fiabilidad de las evaluaciones realizadas por el alumnado. Ello es debido a que las calificaciones recibidas corresponden a la media aritmética de las calificaciones otorgadas por dos alumnos. Dicha media lleva aparejada que se reduzca la diferencia existente entre una calificación desviada y la de referencia que asigna el docente. Por esta razón, las calificaciones recibidas por el alumnado presentan una coincidencia mayor con la que asigna el docente, cifrándose por encima del 80% el porcentaje de coincidencia para cada curso completo. Concluimos afirmando que se consigue una mayor similitud con la evaluación del docente cuanto mayor es el número de evaluaciones que un alumno recibe de sus compañeros.

La validez de la retroalimentación recibida por el alumnado, tras los diferentes ajustes efectuados en el diseño tecnopedagógico, muestra porcentajes muy buenos en la cumplimentación de la rúbrica y en la retroalimentación proporcionada. Se alcanzan porcentajes del 90% en la ejecución del área de comentarios de las rúbricas y del 88% en la idoneidad de la retroalimentación proporcionada. Asimismo, las TIC se incorporan satisfactoriamente en la retroalimentación para potenciar y complementar la explicación

que otorga el alumnado tanto a nivel de proceso como a nivel de autorregulación. A nivel de proceso, el alumnado agrega capturas de pantalla de las aplicaciones informáticas Wiris y Geogebra para explicar la secuencia de comandos que se deben introducir a la hora de resolver el problema planteado. A nivel de autorregulación, la retroalimentación contiene enlaces a páginas web y capturas de pantalla donde se pone de manifiesto la relación de los contenidos matemáticos de la tarea con contenidos matemáticos previos, de otras disciplinas y ámbitos de la vida cotidiana. Esta incorporación de las TIC en la retroalimentación del área de comentarios de las rúbricas supera el 55%, llegándose a alcanzar el 63%. Pero su incorporación en el trabajo diario del alumnado ha requerido de cierto entrenamiento, de modo que la utilización de aplicaciones informáticas como Wiris y Geogebra sea considerada parte inherente al desarrollo habitual de la disciplina matemática.

Para un correcto diseño e implementación de la evaluación entre iguales, utilizada como estrategia didáctica para el desarrollo de la competencia matemática del alumnado de Bachillerato y el fomento de su afectividad hacia la disciplina, es necesario tener en cuenta distintos aspectos.



Figura 57. Conclusiones relativas al diseño tecnopedagógico de la evaluación entre iguales

El diseño tecnopedagógico exige que la evaluación entre iguales se halle perfectamente integrada en el currículo de la asignatura, de modo que el alumnado la perciba como parte esencial de la misma y no como un elemento accesorio. Por consiguiente, las tareas sobre las que se aplica tienen que ser objeto de calificación y deben hallarse planificadas paralelamente y con el mismo rigor que el resto de la asignatura. La demanda de trabajo y tiempo requerida al alumnado para dicha actividad exige no superar el número de 1 o 2 tareas por trimestre, pues supone una considerable carga de trabajo. Un incremento de tareas por encima de las indicadas puede resultar contraproducente y el alumnado puede perder el interés tanto por suministrar una retroalimentación de calidad como de prestar la conveniente atención a la retroalimentación recibida.

Las rúbricas y las tareas deben hallarse perfectamente contextualizadas y en un lenguaje próximo al que utiliza el alumnado. Una terminología, por muy correcta que sea, puede contribuir al fracaso de la experiencia si no se adecua al vocabulario habitual del alumnado. De este modo, resulta imprescindible su participación en la elaboración de los textos presentes en las rúbricas y en los enunciados de los ejercicios.

La comprensión de los criterios presentes en las rúbricas por parte del alumnado es condición necesaria, pero no suficiente, para garantizar el éxito de evaluación entre iguales. Su comprensión constituye el andamiaje que sostiene los conocimientos que el alumnado debe adquirir como resultado del proceso de enseñanza y aprendizaje. Por tanto, resulta imprescindible que el alumnado conozca exhaustivamente los criterios de la rúbrica (Boztunç et al., 2019), pues su falta de comprensión y asimilación genera confusión.

La investigación que hemos realizado respalda la idea de que la rúbrica se debe entregar al alumnado antes de iniciar el proceso de instrucción sobre el que se aplica. Una vez que el alumnado conoce los criterios a través de un instrumento que maneja un lenguaje cercano para él, la rúbrica posee un doble cometido previo a su aplicación. Por un lado, actúa como contrato entre el docente y el alumnado, siendo donde se explicita lo que se espera que el alumnado aprenda como resultado del proceso enseñanza (Cebrián de la Serna, 2018; Cebrián de la Serna & Cebrián-Robles, 2018). De este modo, la rúbrica otorga transparencia al proceso de instrucción y evaluación. Por otro lado, se convierte en una brújula que guía al alumnado durante su proceso de aprendizaje, mostrándole los



criterios que van a evaluarse y los niveles que se espera que el alumnado alcance para obtener una evaluación lo más positiva posible.

Nuestra principal aportación a la rúbrica es la creación de un modelo en el que se conjugan las aportaciones previas de diversos autores (Chen & Tsai, 2009; Hattie & Timperley, 2007; Lu & Law, 2012; Villalonga, 2017). Se articula en un encabezamiento, donde se ofrece la información necesaria para identificar tanto la rúbrica como la tarea sobre la que se aplica; un cuerpo principal, que combina tanto un espacio para la realización de la evaluación conforme a unos criterios y sus estándares como un espacio para suministrar retroalimentación de distinta naturaleza; y, por último, una evaluación global de la tarea. El área de niveles de logro clasifica a su vez los criterios de la rúbrica conforme al proceso de resolución del problema: planteamiento, desarrollo y revisión/comprobación. El área de comentarios permite suministrar retroalimentación cognitiva, metacognitiva y afectiva.

El proceso de evaluar al compañero debe garantizar el anonimato tanto del alumnado evaluador como del alumnado evaluado, con la finalidad de evitar predisposiciones subjetivas (Carvalho, 2013; Montero-Fleta, 2006) y problemas derivados de su naturaleza interactiva (Boztunç et al., 2019; Panadero, 2016). Hemos llegado a esta conclusión tras haber incrementado progresivamente el nivel de anonimato en cada una de las implementaciones efectuadas. Aun así, como hemos comprobado en relación a la fiabilidad del método, existe cierta tendencia a una desviación por exceso de las calificaciones otorgadas por el alumnado evaluador respecto a la calificación asignada por el docente. Esta desviación se acentúa cuanto más cohesionado sea el grupo.

La evaluación entre iguales debe finalizar con la reflexión sobre la retroalimentación recibida y esta reflexión no siempre se efectúa si no se dispone de los mecanismos necesarios, sobre todo por parte del alumnado con menor nivel competencial. Este alumnado, quien más necesita dicha retroalimentación para progresar favorablemente en su proceso de aprendizaje, es quien menos la procesa. Por esta razón se debe implementar una contra-rúbrica que, complementando el proceso iniciado con la rúbrica, le obligue a reflexionar sobre la retroalimentación recibida y sobre su propia tarea. El modelo de la contra-rúbrica es similar al de la rúbrica de la que surge y, por lo tanto, tiene la misma estructura. El alumnado debe manifestar en ella su conformidad o disconformidad con la evaluación y retroalimentación recibidas, así como los

argumentos que justifican su disconformidad. De este modo, concluimos que la evaluación entre iguales debe complementarse con la autoevaluación, pues ambas evaluaciones constituyen las dos caras de una misma moneda: aprender de los errores mientras se asume el rol de evaluador.

El diseño implementado de la evaluación entre iguales presenta un rasgo distintivo que resulta conveniente señalar aquí. Se trata de un diseño que recoge la experiencia docente del investigador durante más de 15 años como profesor de enseñanza secundaria en diversas comunidades autónomas, diferentes provincias de Andalucía y distintos centros docentes con desiguales contextos socioeconómicos y culturales. En ese sentido, los roles de docente e investigador se conjugan en la misma persona. Esta circunstancia ha facilitado la introducción de esta estrategia de forma natural en el aula habitual en el que se lleva a cabo la docencia. Este valor añadido otorga un carácter pragmático a la investigación porque ni nace ni se realiza con fines teóricos, sino que surgiendo de la propia práctica docente mejora la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en el quehacer diario de docentes y alumnado.

En base a todo lo que hemos expuesto podemos concluir que, en el marco de esta investigación, es viable la implementación de la evaluación entre iguales con alumnado de 1º Bachillerato en la disciplina matemática. Ello supone que el alumnado participante en nuestra investigación ha mostrado la suficiente capacidad para evaluar al compañero con la ayuda de la rúbrica a través del diseño tecnopedagógico que hemos implementado.

El siguiente paso nos lleva a establecer las conclusiones sobre desarrollo competencial alcanzado por el alumnado con la evaluación entre iguales. Dichas conclusiones se establecen en base al nivel de competencia matemática adquirida en cada una de las tareas, la aplicación de los criterios para evaluar la tarea del compañero y la calidad de la retroalimentación suministrada.

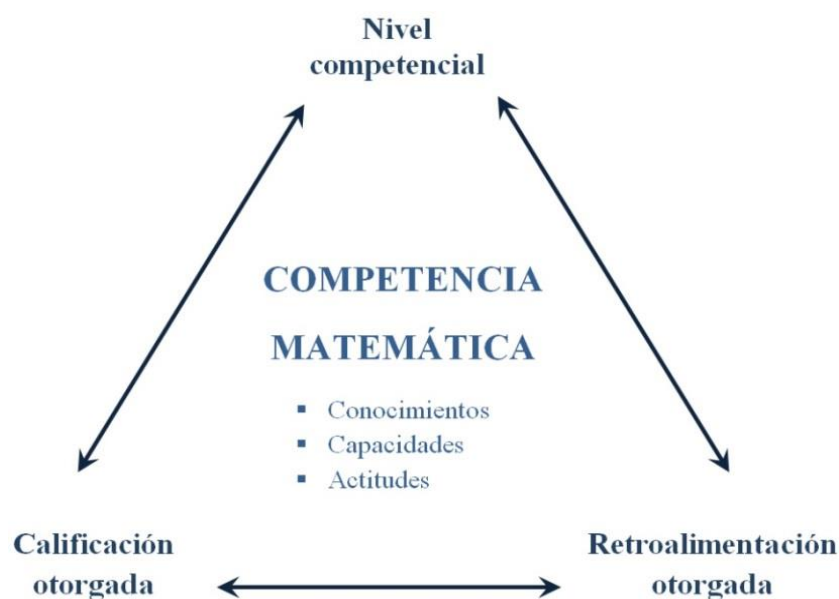


Figura 58. Conclusiones relativas al desarrollo de la competencia matemática

Los informes PIAAC 2013 y PISA 2018 han fijado el estándar de referencia para el nivel de competencia matemática de este trabajo. Las tareas realizadas en esta investigación se ubican en el nivel 3 del informe PIAAC 2013 y el nivel 4 del informe PISA 2018. El proceso de instrucción y el andamiaje de conocimientos que facilita la rúbrica durante la evaluación entre iguales han contribuido a que el alumnado alcance porcentajes de calificación positiva superiores a los contemplados en dichos informes. El 50% del alumnado que ha participado en esta investigación obtiene calificación positiva en dichas tareas, excepto en una de las tareas del bloque de Análisis. Aun así, los resultados en esta tarea son mejores que los recogidos en los citados informes, superando en más de 4 puntos porcentuales al informe PIAAC 2013 y 8 puntos porcentuales al informe PISA 2018. La explicación de los criterios de la rúbrica antes de comenzar el proceso de aprendizaje y su utilización como instrumento que guía al alumnado durante todo el proceso contribuyen positivamente al desarrollo de la competencia matemática.

La asimilación de estos criterios, previa al proceso de enseñanza y aprendizaje, tiene su reflejo tanto en la mejora del nivel de competencia matemática alcanzada por el alumnado en cada tarea como en la asignación de calificaciones a sus compañeros. Los porcentajes de coincidencia entre la calificación otorgada por el alumnado y la calificación asignada por el docente son notablemente altos en el balance global por curso, ubicándose en una horquilla comprendida entre el 72.5% y el 89.5%. De este modo, se comprueba que incluso el alumnado de nivel competencial bajo llega a

alcanzar buenos porcentajes en la asignación correcta de calificaciones. Este tipo de alumnado consigue desarrollar la suficiente competencia matemática para comprender y aplicar correctamente los criterios de las rúbricas en las tareas evaluadas.

Asimismo, identificamos la relación que existe entre el nivel competencial del alumnado y el porcentaje de calificaciones otorgadas correctas, pues el conocimiento del dominio es un requisito previo para evaluar el trabajo del compañero. Esta conclusión encuentra sus antecedentes en las investigaciones realizadas por Mutwarasibo (2016), Patchan y Schunn (2015) y van Zundert et al. (2012) y que han sido consultadas durante el desarrollo de nuestra investigación. De todos modos, afirmamos que el conocimiento del dominio es condición necesaria pero no suficiente para proporcionar una calificación correcta, pues intervienen de manera conjunta otros condicionantes en la asignación de calificaciones. La complejidad de la tarea realizada, el desarrollo seguido en la resolución del problema, la naturaleza del error cometido y los límites establecidos entre los niveles de logro para un mismo criterio de la rúbrica son algunos de ellos.

La calidad de la retroalimentación que suministra el alumnado evaluador a nivel de proceso y autorregulación es un indicador del desarrollo de la competencia matemática. El alumnado alcanza el mayor desarrollo competencial, con carácter general, en dos de las tres dimensiones consideradas: *Conocimientos* y *Capacidades*. Dentro de la dimensión *Conocimientos* se registra un elevado desarrollo competencial en la variable *Concepto*, descendiendo dicha competencia cuando estudiamos la variable *Representación matemática*. De hecho se observa que el alumnado de nivel competencial bajo presenta dificultades para otorgar una retroalimentación correcta cuando tiene que aplicar fórmulas y realizar tanto gráficos como diagramas. Cuando pasamos a las variables de la dimensión *Capacidades* se obtienen resultados similares, presentando un mayor desarrollo competencial la variable *Procedimiento* que la variable *Uso de las TIC en Matemáticas*.

En relación a esta última variable, *Uso de las TIC en Matemáticas*, podemos citar el Informe PIAAC 2013, donde se recoge que el 14% de adultos en la OCDE, el 15% en la UE y el 23% en España carecen de destreza en el uso de las TIC o presentan una destreza muy limitada. Tras la investigación realizada podemos concluir que la evaluación entre iguales, a través de la plataforma Moodle, ha propiciado en el

alumnado de 1º Bachillerato el desarrollo de la competencia digital de manera transversal a la competencia matemática. La retroalimentación suministrada presenta un uso correcto de las TIC con porcentajes superiores al 50% para todos los niveles competenciales.

Esta presencia generalizada de las TIC en la retroalimentación que proporciona el alumnado evaluador a nivel de proceso durante la tercera implementación también se refleja en su trabajo diario con las Matemáticas. Utiliza de manera sistemática las aplicaciones Wiris y Geogebra para verificar el procedimiento aplicado en las actividades y para efectuar representaciones gráficas y diagramas. Dado que trabaja con las TIC de forma habitual en la asignatura, también lo hace a la hora de evaluar a sus compañeros y proporcionarles retroalimentación. El alumnado es consciente de que su riqueza visual ayuda a la explicación presente en la retroalimentación a nivel de proceso tanto para el alumnado que la proporciona como para el alumnado que la recibe. Asimismo, la utilización de las TIC fomenta las relaciones entre compañeros a través del diálogo y la colaboración, estableciéndose canales de ayuda mutua para compartir sus experiencias durante el estudio de las Matemáticas. De este modo, se incorpora una variedad más amplia de actividades mentales al proceso de aprendizaje, ofreciendo las TIC múltiples posibilidades para lograr aprendizajes significativos.

En la dimensión *Actitudes* se registran los peores niveles de desarrollo competencial en lo que respecta a la variable *Interpretación de resultados y análisis de soluciones*. Aunque durante la tercera implementación se produce cierta mejora en los niveles competenciales medio y alto, no se consigue el desarrollo alcanzado en las dimensiones anteriores. Comprobamos que la retroalimentación a nivel de la autorregulación está indicada solamente para el alumnado de niveles competenciales medio y alto, cuando tiene que interpretar y analizar los resultados obtenidos, mientras que resulta ser un desafío para el que posee un nivel competencial bajo. Con respecto a la variable *Aplicación a distintos contextos*, el alumnado sí identifica correctamente los ámbitos en los que puede ser de aplicación directa la competencia matemática adquirida, con independencia de su nivel competencial. Por tanto, nuestra investigación converge parcialmente con las investigaciones previas realizadas por Gan y Hattie (2014) y Harris et al. (2015), quienes señalan que el alumnado obtiene mejores resultados al suministrar retroalimentación correspondiente a nivel de autorregulación.

En resumen y dando respuesta a la primera pregunta de investigación concluimos que, en el marco de esta investigación, la evaluación entre iguales es una estrategia didáctica adecuada para que el alumnado de 1º Bachillerato sea parte activa en el desarrollo de su competencia matemática. El hecho de que la evaluación de la tarea del compañero registre elevados porcentajes de coincidencia con la evaluación realizada por el docente y que la retroalimentación suministrada en los niveles de proceso y autorregulación sea correcta avalan la pertinencia de su diseño tecnopedagógico. Asimismo, el desarrollo de la competencia matemática adquiere cotas que superan las conclusiones de los informes PIAAC 2013 y PISA 2018, utilizados para fijar el estándar de referencia competencial de esta investigación. El desarrollo competencial se ha manifestado en la realización de las tareas, en la aplicación de los criterios presentes en las rúbricas para evaluar al compañero y en la retroalimentación suministrada en los niveles de proceso y autorregulación.

Con respecto a la segunda pregunta de investigación, podemos afirmar que la evaluación entre iguales ha contribuido a una mejora significativa del dominio afectivo del alumnado participante. Aunque antes de abordar las conclusiones sobre la evolución del dominio afectivo, debemos presentar las conclusiones relativas tanto a la determinación y definición de las dimensiones a considerar como a la construcción de la escala que permite su cuantificación.

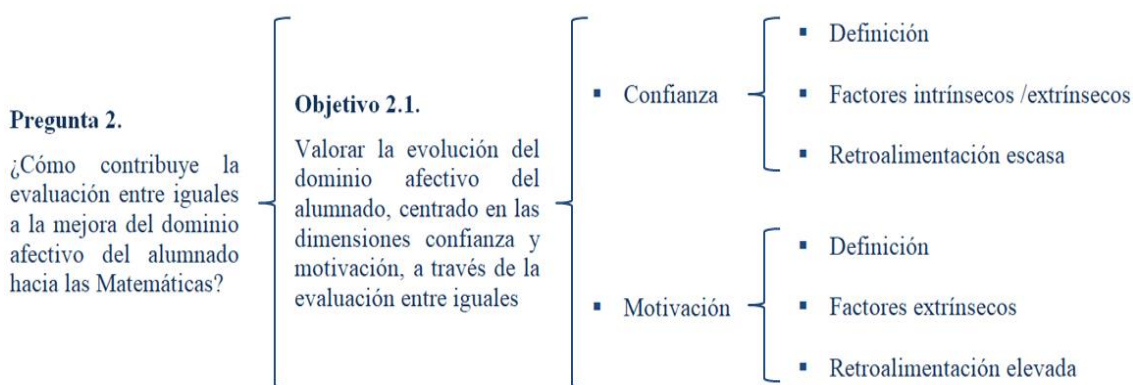


Figura 59. Relación entre las conclusiones y el objetivo correspondiente a la segunda pregunta de investigación

El estudio que realizamos sobre el dominio afectivo es bidimensional y las dos dimensiones que consideramos, *Confianza* y *Motivación*, permiten valorar adecuadamente el dominio afectivo del alumnado en distintos momentos del periodo académico.

Nuestra investigación supera el planteamiento de las escalas unidimensionales halladas en la literatura que hemos consultado durante el desarrollo de esta tesis. Estas escalas cuantifican la ansiedad que genera la disciplina matemática en el alumnado. Tras haberlas estudiado llegamos a la conclusión de que la ansiedad guarda una correlación extremadamente alta con la confianza. Esta conclusión es coherente con las afirmaciones de Galbraith y Haines (2000), tal y como se recoge en el Capítulo 2 de esta tesis.

De manera análoga, concluimos que las dimensiones contempladas en las escalas multidimensionales utilizadas por los diferentes autores consultados se derivan de la acción simple o combinada de las dos dimensiones presentes en nuestra investigación. Tres investigaciones previas han influido significativamente en la construcción de nuestra escala para evaluar el dominio afectivo del alumnado de Bachillerato hacia las Matemáticas: Auzmendi (1992), Galbraith y Haines (1998, 2000) y Gómez-Chacón (2010).

Las dimensiones agrado y utilidad definidas por Auzmendi (1992) pueden evaluarse desde las dos dimensiones que plantea nuestra investigación: el agrado desde la *Confianza* y la utilidad desde la *Motivación*. Asimismo, hemos descartado la dimensión ansiedad que contempla esta autora por las razones expuestas anteriormente con las escalas unidimensionales.

Nuestro estudio no contempla dimensiones específicas sobre la interacción de las TIC y las Matemáticas (Galbraith & Haines, 1998, 2000; Gómez-Chacón, 2010). Ello es debido a que dada la penetración y adopción de las TIC en los diferentes ámbitos de la vida cotidiana carece de sentido disociar el aprendizaje de las Matemáticas de la utilización de las TIC. También descartamos la dimensión compromiso (Galbraith & Haines, 1998, 2000) porque surge de la acción combinada de las dimensiones *Confianza* y la *Motivación*. Nadie puede asumir responsablemente un compromiso en una materia si, por un lado, no se tiene la suficiente capacidad para afrontarla y, por otro lado, carece de valor y/o utilidad la materia u objeto del que nace el compromiso.

Una vez concluidas las dimensiones que estimamos necesarias y suficientes para realizar un estudio adecuado sobre el dominio afectivo del alumnado hacia las Matemáticas, nuestra siguiente contribución es su definición en términos matemáticos.

Definimos la confianza como la seguridad que presenta el alumnado en su capacidad de aprender nuevos conceptos y procedimientos matemáticos para aplicarlos a la resolución de problemas contextualizados. Asimismo, la motivación es el estado de ánimo en el que el alumnado se encuentra cuando pone todo su interés, concentración y persistencia en el aprendizaje de nuevos conceptos y procedimientos matemáticos para aplicarlos a la resolución de problemas contextualizados, consciente de la importancia de la disciplina matemática para la vida cotidiana y su futuro personal y profesional.

Estas dos dimensiones se cuantifican en una escala creada ad hoc para esta investigación. La creación de esta escala es una de las principales contribuciones de la investigación a la evaluación del dominio afectivo, pues en ellas se recogen las principales aportaciones de los estudios más relevantes en este ámbito. Esta escala de medición constituye los cuestionarios pretest y postest<sup>46</sup> que se han suministrado al alumnado al inicio y al final de la experiencia.

Las conclusiones relativas a la evolución del dominio afectivo del alumnado participante requieren contemplar las dos dimensiones consideradas en diferentes momentos del proceso educativo: al inicio, durante y al final de cada implementación. Se trata de observar dicha evolución teniendo en cuenta el tipo de tareas que han realizado durante el periodo, principalmente, las relativas a la evaluación entre iguales.

---

<sup>46</sup> Véase el Apartado 3.4.3. y el Anexo 9



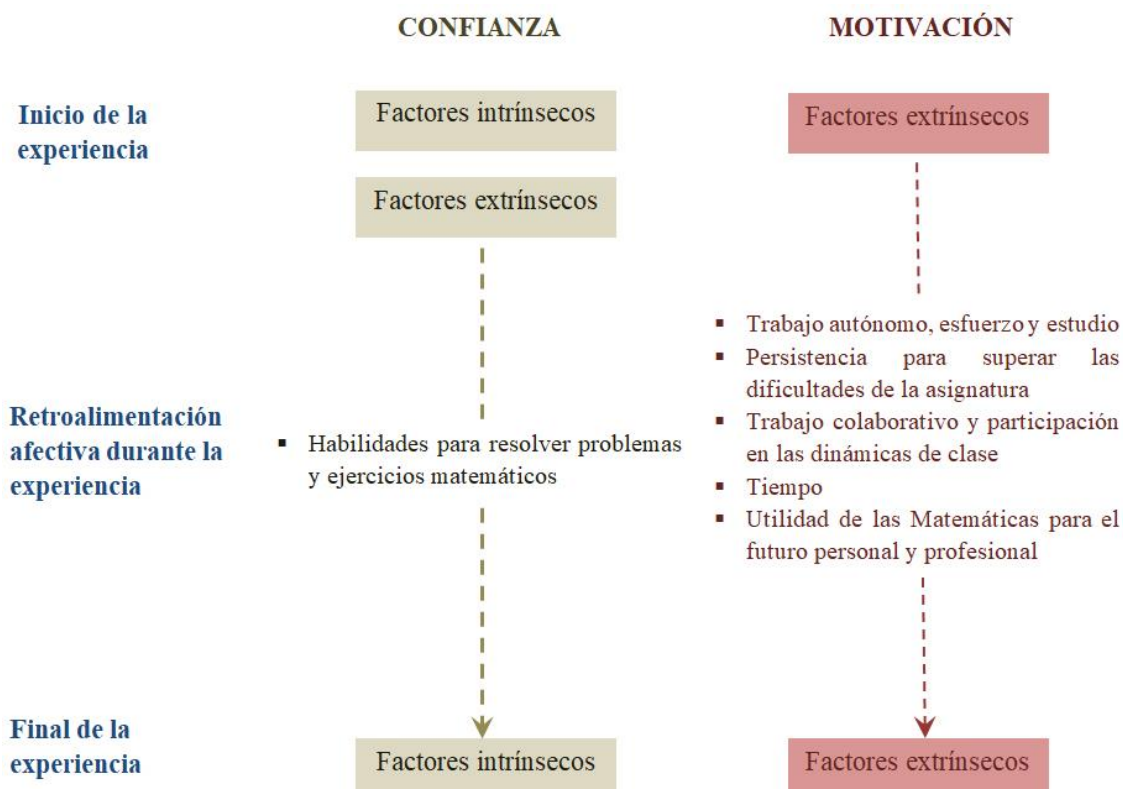


Figura 60. Conclusiones relativas a las dimensiones *Confianza* y *Motivación* en diferentes momentos del proceso educativo

Al inicio de la experiencia, el alumnado considera relevante tanto el trabajo colaborativo y la participación en clase como la utilidad que tienen las Matemáticas para su futuro personal y profesional. Valora significativamente trabajar de manera colaborativa con sus compañeros y mantener una actitud proactiva en clase como estrategias que fomentan positivamente tanto su confianza como su motivación en el aprendizaje de las Matemáticas. Le otorga al uso de las TIC una relevancia relativa en la mejora de su dominio afectivo cuando tiene que afrontar el estudio de la disciplina, dado que en los cursos anteriores había aprendido la asignatura bajo enfoques tradicionales que omitían dicho uso. Asimismo, manifiesta que confía poco en sus habilidades a la hora de enfrentarse a la resolución de problemas y ejercicios matemáticos.

El alumnado estima que ambas dimensiones tienen una relevancia similar para lograr el éxito en la asignatura. Manifiesta que las causas que influyen en su confianza dependen tanto de factores extrínsecos como intrínsecos, mientras que las causas que influyen en su motivación dependen exclusivamente de factores extrínsecos.

Los factores extrínsecos que condicionan la confianza del alumnado en sí mismo son la labor del profesor dentro del aula y la dificultad del contenido presente en las tareas. En relación a los factores intrínsecos señala su competencia matemática y lingüística, su estabilidad emocional, su interés y el esfuerzo realizado.

En lo que respecta a su motivación, que depende únicamente de factores extrínsecos, se hallan la novedad de la experiencia basada en la evaluación entre iguales y la utilización habitual de las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje. La ruptura con los enfoques tradicionales de enseñanza de las Matemáticas y la ayuda que supone al alumnado el hecho de aprender de los errores, propios y ajenos, fomentan significativamente su motivación. Asimismo la incorporación de las TIC, que poseen un entorno de trabajo más atractivo para el alumnado, evita la monotonía presente en dichos enfoques tradicionales de enseñanza. Aunque el uso de las TIC se manifiesta como un arma de doble filo, pues las adversidades vinculadas a ellas pueden ser causa de desmotivación. El alumnado cita, entre dichas adversidades, los problemas con el uso de la Plataforma Moodle, la carencia de equipos informáticos y conexión a internet en algunos hogares y el exceso de trabajo que supone trabajar con entornos digitales.

Al final de la experiencia, el dominio afectivo del alumnado evoluciona positivamente, fomentando la confianza del alumnado en sí mismo y, sobre todo, su motivación. Motivación que experimenta una mejora significativa respecto al inicio de la experiencia. De hecho, la evaluación entre iguales ha fomentado fundamentalmente la motivación en el alumnado, como veremos cuando establezcamos las conclusiones relativas al papel que ha jugado la retroalimentación.

El alumnado considera fundamental el trabajo colaborativo y la participación activa en clase, la utilización de las TIC y la persistencia para superar las dificultades de la asignatura. El trabajo colaborativo y la participación activa en clase, que se halla presente tanto en la dimensión *Confianza* como en la dimensión *Motivación*, experimenta una situación que pudiera resultar paradójica. Por un lado, motiva al alumnado en el aprendizaje de las Matemáticas pero, por otro lado, este enfoque participativo provoca en el alumnado cierta falta de confianza en sí mismo cuando tiene que defender sus ideas delante de sus compañeros.

Con respecto a la dimensión *Confianza*, estima que depende exclusivamente de factores intrínsecos, concretándose en el interés mostrado durante el desarrollo de la experiencia. El alumnado posee, en términos generales, una escasa confianza en sus propias habilidades a la hora de enfrentarse a las Matemáticas en su trabajo diario, cuando tiene que salir a la pizarra y cuando tiene que defender sus ideas en público. Desea alcanzar un nivel competencial que garantice la corrección de sus respuestas y le permita confiar en sus habilidades. Para ello se muestra receptivo, en líneas generales, a procesar la retroalimentación que le otorgan sus compañeros y a utilizar las posibilidades que ofrecen las TIC para establecer relaciones entre contenidos matemáticos.

Con respecto a la dimensión *Motivación*, percibe que su evolución depende exclusivamente de factores extrínsecos, destacando que el aumento de motivación se encuentra principalmente en las virtudes de la evaluación entre iguales y las posibilidades que ofrecen las TIC en el desarrollo de la competencia matemática. Asimismo, manifiesta la importancia de las Matemáticas en su vida diaria y para su futuro personal y profesional, en términos de motivación. Por esta razón, mantiene una actitud proactiva a la hora de querer encontrar las soluciones por sí mismo, aunque considera necesaria la labor del profesor y el intercambio de información con sus compañeros a la hora de resolver sus dudas.

Estas dos dimensiones afectivas experimentan una evolución diferente cuando consideramos los distintos niveles competenciales del alumnado. Mientras que la evaluación entre iguales ha conseguido motivar al alumnado participante, con independencia de su nivel competencial, sólo ha conseguido fomentar la confianza del alumnado que ha obtenido evaluación positiva. De este modo, concluimos que el dominio afectivo del alumnado se halla parcialmente condicionado por su dominio competencial, pues afecta solamente a su confianza pero no a su motivación.

El cambio de opinión mostrado por el alumnado desde el inicio de la experiencia al final de la misma ha estado condicionado por el papel que ha jugado la retroalimentación. En la retroalimentación afectiva predomina la presencia de comentarios que fomentan la dimensión *Motivación* respecto a la dimensión *Confianza*. De este modo, nuestras conclusiones son coherentes con las conclusiones que se extraen de la investigación realizada por Lu y Law (2012), quienes sostienen que la retroalimentación afectiva puede ayudar a aumentar tanto la motivación y el interés como el rendimiento

académico. Además se manifiesta, en líneas generales, que el alumnado con mayor nivel competencial es el que presenta un porcentaje sensiblemente menor de retroalimentación relativa a la dimensión *Confianza*. El significado que le atribuimos a este hecho reside en que el alumnado con mayor nivel competencial prefiere fomentar algo más la motivación que sus compañeros con menor nivel competencial, pues no le otorga tanta importancia a confiar en sus propias habilidades. De este modo, la confianza se presenta como un motivo interno que no puede ser controlado por el propio alumnado, guardando cierto paralelismo con el gusto por las Matemáticas definido por Gómez-Chacón (2000b).

La retroalimentación afectiva relativa a la *Confianza* se centra exclusivamente en el fomento de *Habilidades para resolver problemas y ejercicios matemáticos*. Por el contrario, la retroalimentación relativa a la *Motivación* contempla una mayor diversidad de variables. Citadas, según su frecuencia de uso, encontramos el *Trabajo autónomo, esfuerzo y estudio*; la *Persistencia para superar las dificultades de la asignatura*; el *Tiempo*; el *Trabajo colaborativo y participación en las dinámicas de clase*; y la *Utilidad de las Matemáticas para el futuro personal y profesional*.

En resumen y dando respuesta a la segunda pregunta de investigación concluimos que, en el marco de esta investigación, la evaluación entre iguales mejora el dominio afectivo del alumnado de 1º Bachillerato hacia la competencia matemática. Las causas de dicha mejora no se atribuyen de manera equitativa a las dos dimensiones consideradas, pues se observa un predominio generalizado de la retroalimentación afectiva que fomenta la motivación. Esto significa que el alumnado otorga mayor valor a la motivación generada por la realización de una experiencia novedosa que los sitúa en el centro de su aprendizaje. De todos modos, ambas dimensiones evolucionan positivamente y contribuyen a una mejora significativa del dominio afectivo del alumnado de 1º Bachillerato hacia las Matemáticas.

## 6.2. IMPLICACIONES DIDÁCTICAS DE LA INVESTIGACIÓN

---

Dedicamos esta sección a recoger algunas implicaciones didácticas que han surgido de la presente investigación. Se trata de una serie de recomendaciones que deberían tener en cuenta los docentes que decidan implementar la evaluación entre iguales con alumnado de Bachillerato.

Las recomendaciones que se exponen a continuación están vinculadas con los aspectos organizativos de la asignatura y con las relaciones personales que se establecen a través de la evaluación entre iguales.

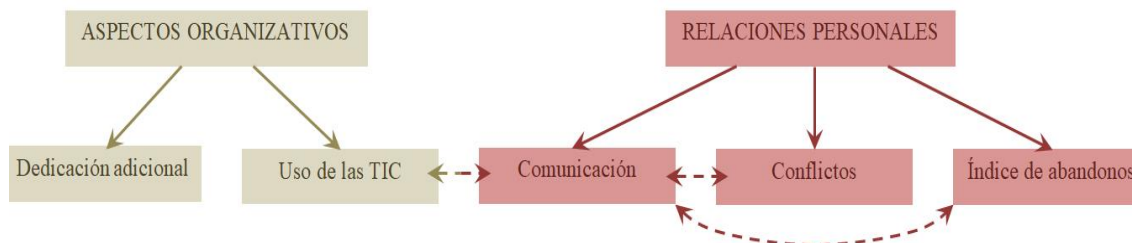


Figura 61. Implicaciones didácticas de la investigación

Tal y como se recoge en la figura anterior, comenzamos con las implicaciones relativas a los aspectos organizativos de la asignatura y desarrollamos a continuación las siguientes dos recomendaciones: dedicación adicional y uso de las TIC.

La primera recomendación consiste en la correcta planificación de las tareas que se pretenden realizar, pues la implementación de la evaluación entre iguales requiere una dedicación adicional del alumnado hacia la asignatura. Aunque ya se ha abordado en las conclusiones relativas al primer objetivo de investigación, su implementación con otro alumnado o en otros niveles educativos conlleva una estimación de trabajo y tiempo que debe ser previamente calibrada por el docente. Se debe garantizar el equilibrio entre los beneficios que se obtienen y las exigencias de su implementación, porque se pueden obtener resultados contraproducentes. Una demanda excesiva de trabajo y tiempo puede generar el abandono del alumnado con menor nivel competencial, cuando a su vez es quien más necesita la evaluación entre iguales en su proceso formativo.

La segunda recomendación está relacionada con el desarrollo de la disciplina matemática a través del uso intensivo de las TIC pues, tal y como se desprende de la investigación, se obtienen resultados más favorables. El hecho de incluir las TIC en el trabajo diario de la asignatura nos obliga también a recordar la necesidad de planificar cómo el alumnado las utiliza. Ello exige disponer de equipos informáticos adecuados tanto dentro del aula como fuera de la misma y dicha exigencia no siempre es posible. Para la implementación de la evaluación entre iguales hemos dispuesto del proyecto PIV013/18 aprobado por la Dirección General de Innovación y Formación del Profesorado de la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía. A través de la dotación económica se adquirieron los equipos informáticos que permiten su desarrollo

en el horario lectivo y no lectivo del alumnado. Si el docente no contempla esta consideración, de manera análoga a la anterior, puede dejar fuera de la evaluación entre iguales al alumnado más vulnerable. En este otro caso, se trataría de aquel con niveles socioeconómicos más bajos.

Continuamos con las implicaciones relativas a las relaciones personales que se establecen a través de la evaluación entre iguales y que desarrollamos en tres aspectos: comunicación, conflictos e índice de abandono.

En primer lugar, señalamos el incremento de comunicación que se produce entre el alumnado. Este aumento de comunicación a través del lenguaje matemático favorece tanto el desarrollo competencial como el desarrollo de las habilidades sociales. Como resultado de ello el alumnado adquiere un sentimiento de pertenencia al grupo marcado por la asunción de responsabilidades, pues es consciente de que el progreso del compañero depende también de su trabajo. Este sentimiento de pertenencia resulta positivo siempre que no se pierda la ética y la objetividad durante el proceso evaluador. Hacemos hincapié en este hecho porque hemos observado cierta tendencia a evaluar al compañero por exceso, tendencia que se incrementa cuanto mayor es la cohesión del grupo.

En segundo lugar, la propia naturaleza de la actividad puede generar determinados conflictos entre el alumnado. Un ejemplo de ello lo vivimos, aunque se tratara de un hecho aislado, cuando una alumna no supo aceptar la retroalimentación recibida y actuó con cierta violencia. El docente debe estar atento a cualquier conflicto que se pueda generar en el aula y fuera de ella para poder reaccionar y actuar a tiempo. De hecho, rara vez el docente puede anticiparse al conflicto y su actuación sólo es posible para reconducirlo.

Por último, ese incremento de comunicación y de relaciones personales favorece el desarrollo de un sentimiento de pertenencia al grupo. Ese sentimiento de pertenencia puede reducir el índice de abandonos en la asignatura. Aunque para ello es fundamental que el docente cree un ambiente de trabajo adecuado, con una planificación correcta de las tareas y de los tiempos, con un uso adecuado de la tecnología, la utilización del sistema de doble ciego en las evaluaciones, la flexibilidad para adaptar la temporalización a las situaciones que se puedan generar, etc.

Somos conscientes de que las recomendaciones realizadas suponen una dedicación considerable para cualquier docente que desee utilizar la evaluación entre iguales para el desarrollo de la competencia matemática. Se trata de buscar el punto adecuado en el que converge la dedicación de docentes y alumnado con el beneficio que aporta su implementación.

### 6.3. LIMITACIONES Y PERSPECTIVAS DE FUTURO

En esta sección describimos las limitaciones del estudio, tanto las iniciales como las que se han detectado durante el desarrollo de la investigación. Dichas limitaciones pueden constituir el punto de partida para futuras líneas de investigación.

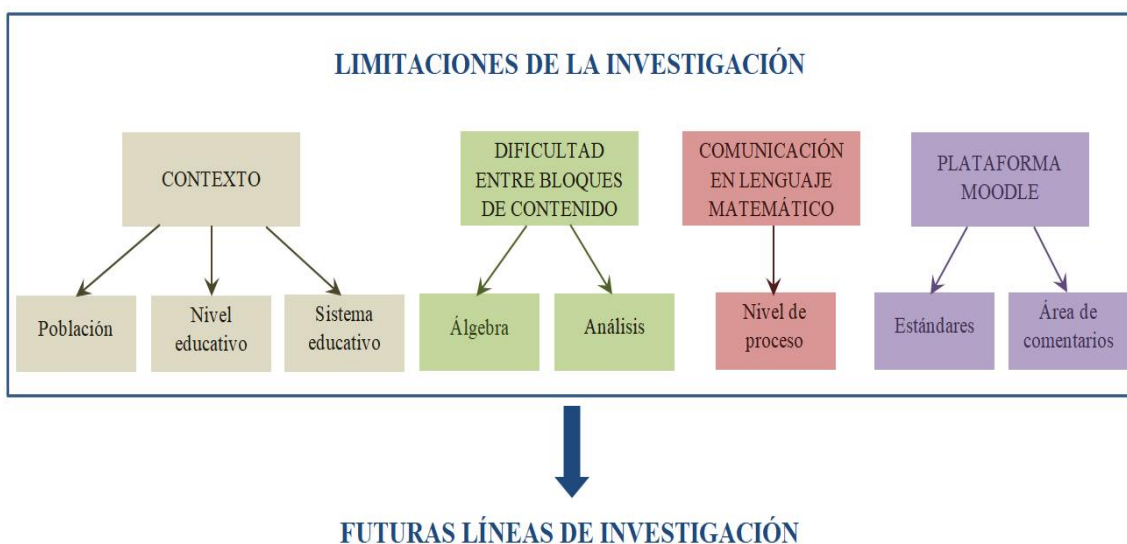


Figura 62. Limitaciones de la investigación

La primera limitación se halla vinculada al contexto de investigación, pues debemos tener presente el tamaño de la población objeto de estudio, sus características, el nivel educativo en el que se ha focalizado y el sistema educativo al que pertenece.

Como se ha indicado de manera reiterada en esta memoria, nuestro contexto de investigación es el alumnado de 1º Bachillerato del IES La Marisma en Huelva. Centro docente calificado por la Consejería de Educación y Deporte de la Junta de Andalucía como centro de especial dificultad o difícil desempeño. Es un caso particular que probablemente no representa a toda la población que cursa dicho nivel educativo en España. Así pues, aunque permite explicar la idoneidad de la evaluación entre iguales en un contexto particular, no podemos generalizar los resultados a toda la población escolarizada en el sistema educativo español. Sería necesario desarrollar una

investigación a gran escala con alumnado perteneciente a diferentes comunidades autónomas y distintos contextos socioeconómicos y culturales que permita confrontar los resultados obtenidos. Incluso planteamos la conveniencia de desarrollar la investigación en otros sistemas educativos distintos al sistema educativo español.

Un sistema educativo especialmente reseñable, por la diferencia que presenta en su enfoque pedagógico respecto al sistema educativo español, es el sistema educativo norteamericano. Aunque ambos sistemas obtienen semejantes resultados en competencia matemática en el Informe PISA 2018<sup>47</sup>, presentan notables diferencias. El sistema educativo norteamericano focaliza su enseñanza en el aprendizaje del concepto por descubrimiento y desarrolla el procedimiento de manera escrupulosa, sin llegar a situaciones con desarrollos procedimentales complicados. Dado que trabajo como profesor de Matemáticas en el estado de Connecticut mientras redacto la presente memoria, me parece interesante la implementación de la evaluación entre iguales en el sistema educativo de EEUU. Efectivamente, puede resultar interesante por tratarse del sistema educativo de uno de los países del G7, con enfoque distinto del proceso de enseñanza y aprendizaje respecto al sistema educativo español y con una educación marcada por la utilización habitual de las TIC y el trabajo colaborativo.

La segunda limitación que encontramos en nuestra investigación y que hemos citado anteriormente entre las conclusiones relativas a la viabilidad de la evaluación entre iguales es la dificultad intrínseca de los contenidos de algunos bloques. Diversos autores consultados y citados en el transcurso de esta memoria (Strijbos & Wichmann, 2018) apuntan a la dificultad del contenido presente en la tarea como una de las tres causas principales que influyen en los resultados de la evaluación entre iguales. En nuestra investigación hemos identificado que el bloque de Análisis registra los resultados menos favorables de los tres bloques implementados, tal y como hemos abordado en el Apartado 5.1.1. Entre las distintas causas citadas para justificar dicha dificultad, queremos centrarnos en la causa subyacente a nuestro sistema educativo. Nuestro alumnado accede, en líneas generales, a los contenidos del bloque de Análisis en la Educación Secundaria Obligatoria utilizando los contenidos propios del bloque de Álgebra. Por el contrario, en el sistema educativo norteamericano se accede a los

---

<sup>47</sup> Las puntuaciones obtenidas en competencia matemática son 481 para España y 478 para EEUU, mientras que la media de la OCDE es 489.



contenidos del bloque de Álgebra utilizando procedimientos gráficos propios del bloque de Análisis. De este modo, se difuminan las fronteras entre dichos bloques y el alumnado accede antes a los contenidos del bloque de Análisis, mejora su predisposición hacia ellos y obtiene resultados equitativos entre dichos bloques. Sería conveniente para el desarrollo de la competencia matemática plantear futuras investigaciones que trabajen de manera conjunta los bloques de contenidos de Álgebra y Análisis, rompiendo los esquemas habituales contemplados en nuestras programaciones didácticas.

La tercera limitación está relacionada con la comunicación en lenguaje matemático. El hecho de que las Matemáticas posean su propio lenguaje, a través del cual se suministra la retroalimentación a nivel de proceso, lleva asociado una dificultad añadida por la complejidad y nivel de abstracción que requiere. Esta dificultad ha supuesto que el alumnado de mayor nivel competencial haya sido el que ha registrado un mayor número de errores en lenguaje matemático. La razón es que su retroalimentación ha sido más extensa y las posibilidades de cometer algún error de lenguaje son mayores. Se puede dar continuidad a esta investigación en las posibilidades y dificultades que presenta la comunicación matemática.

La última limitación del estudio que se ha detectado está relacionada con la plataforma Moodle, pues posee una configuración propia para el formato de la rúbrica. Aunque su módulo Taller presenta numerosas posibilidades (número de rúbricas por alumno, incorporación de la autoevaluación, asignación manual/aleatoria de las tareas a evaluar, sistema de doble ciego/ciego/sin anonimato, etc), hallamos ciertas carencias. En primer lugar, Moodle no permite la ordenación decreciente de los estándares de cada criterio en sus rúbricas, ni la asignación de códigos de colores a dichos estándares. En segundo lugar, la retroalimentación correspondiente al área de comentarios se introduce en un cuadro de diálogo adicional. En dicho cuadro es donde el alumnado realiza la tabla correspondiente a nuestra rúbrica con retroalimentación de naturaleza cognitiva, metacognitiva y afectiva. Pero Moodle no contempla en su interfaz gráfica cuadros de diálogo que incorporen específicamente y de manera diferenciada cada tipo de retroalimentación, como contiene nuestra rúbrica. Dado que dicha plataforma presenta un diseño modular con código abierto, sería conveniente desarrollar futuras

investigaciones que permitan adaptar la interfaz gráfica de Moodle a nuevos formatos de rúbrica y evaluar su viabilidad en términos de aprendizaje.

Estas cuatro limitaciones, de distinta naturaleza (contexto de investigación, enfoque y temporalización de los bloques de contenidos en el sistema educativo español, posibilidades y dificultades de la comunicación en lenguaje matemático y plataforma Moodle), constituyen el punto de partida para futuras líneas de investigación:

- Análisis de la implementación de la evaluación entre iguales para el desarrollo de la competencia matemática en distintos niveles educativos. Por ejemplo, se podría explorar su eficacia en asignaturas de Matemáticas de los grados de Ingeniería de la Universitat Oberta de Catalunya.
- Análisis de la implementación de la evaluación entre iguales para el desarrollo de la competencia matemática en diferentes sistemas educativos. Por ejemplo, se podría hacer un estudio de caso en un centro educativo norteamericano.
- Diseño, implementación y análisis de una estrategia didáctica que fomente el aprendizaje simultáneo de Álgebra y Análisis en el currículo de la Educación Secundaria.
- Diseño, implementación y análisis de estrategias para mejorar la calidad de la comunicación matemática.
- Diseño, implementación y análisis de nuevos formatos de rúbrica en el módulo Taller de Moodle para el desarrollo de la competencia matemática.

#### 6.4. DIFUSIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

---

##### **PUBLICACIONES**

Durante el proceso de investigación llevado a cabo en esta tesis se han realizado las siguientes publicaciones:

Jiménez, R., Sancho-Vinuesa, T., & Romeu, T. (2018). Exploring a methodology based on peer review for the development of mathematical competence in high school. In L. Gómez, A. López, & I. Candel (Eds.), *11<sup>th</sup> Annual International Conference of Education, Research and Innovation* (pp. 9838-9846). IATED.  
<https://doi.org/10.21125/iceri.2018>

Jiménez, R., Sancho-Vinuesa, T., & Romeu, T. (2020a). La revisión entre iguales para Matemáticas en Educación Secundaria. En E. Colomo-Magaña, E. Sánchez-Rivas, J. Ruiz-Palmero, & J. Sánchez-Rodríguez (Eds.), *La tecnología como eje del cambio metodológico* (pp. 586-590). Universidad de Málaga.

Jiménez, R., Sancho-Vinuesa T., & Romeu, T. (2020b). La revisión entre iguales para el desarrollo de la competencia matemática en Bachillerato a través de la plataforma Moodle. En E. Colomo-Magaña, E. Sánchez-Rivas, J. Ruiz-Palmero, & J. Sánchez-Rodríguez (Eds.), *Tecnologías educativas y estrategias didácticas* (pp. 285-295). Universidad de Málaga.

## CONGRESOS

Jiménez, R., Sancho-Vinuesa, T., & Romeu, T. (2018, November 12 – 14). *Exploring a methodology based on peer review for the development of mathematical competence in high school* [Conference presentation]. 11<sup>th</sup> Annual International Conference of Education, Research and Innovation, Seville, Spain.

Jiménez, R., Sancho-Vinuesa, T., & Romeu, T. (2020, Octubre 27 – 30). *La revisión entre iguales para Matemáticas en Educación Secundaria* [Conference presentation]. XXIII Congreso Internacional Educación y Tecnología EDUTECH 2020, Málaga, España.

Jiménez, R. (2020, November 17 – 18). *La revisión entre iguales para Matemáticas en Educación Secundaria* [Conference presentation]. 12<sup>th</sup> International Workshop on Mathematical e-Learning (e-math 2020), Barcelona, Spain.

## PROYECTO

Diseño, implementación y evaluación de una metodología basada en la revisión entre iguales para el desarrollo de la competencia matemática en Bachillerato (PIV-013/18), 2018/19 y 2019/20. Consejería de Educación. Junta de Andalucía.

[https://www.juntadeandalucia.es/boja/2018/144/BOJA18-144-00040-12878-01\\_00140198.pdf](https://www.juntadeandalucia.es/boja/2018/144/BOJA18-144-00040-12878-01_00140198.pdf)

---

---

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ajjawi, R., & Boud, D. (2017). Researching feedback dialogue: an interactional analysis approach. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 42(2), 252–265. <https://doi.org/10.1080/02602938.2015.1102863>
- Ajjawi, R., & Boud, D. (2018). Examining the nature and effects of feedback dialogue. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 43(7), 1106–1119. <https://doi.org/10.1080/02602938.2018.1434128>
- Akpinar, M., & Kranda, S. (2016). Opinions of social studies teacher candidates on peer assessment. *Journal of Dicle University Ziya Gökalp Faculty of Education*, 29, 342-356.
- Alqassab, M., Strijbos, J. W., & Ufer, S. (2018). Training peer-feedback skills on geometric construction tasks: Role of domain knowledge and peer-feedback levels. *European Journal of Psychology of Education*, 33(1), 11-30. <https://doi.org/10.1007/s10212-017-0342-0>
- Alsina, Á. (2018). La evaluación de la competencia matemática: ideas clave y recursos para el aula. *Épsilon – Revista de Educación Matemática*, 98, 7-23.
- Alsina, Á., Abarca, M., & Grabulosa, I. (2020). Evaluando la competencia matemática: construcción y validación de una rúbrica. *Números - Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 105, 119-139.
- Alzaid, J. M. (2017). The effect of peer assessment on the evaluation process of students. *International Education Studies*, 10(6), 159–173. <https://doi.org/10.5539/ies.v10n6p159>
- Amiel, T., & Reeves, T. C. (2008). Design-Based Research and Educational Technology: Rethinking Technology and the Research Agenda. *Journal of Educational Technology & Society*, 11(4), 29–40.

- Andersen, L. E. (2017). On the nature and role of peer review in mathematics. *Accountability in Research*, 24(3), 177-192.  
<https://doi.org/10.1080/08989621.2016.1274885>
- Anderson, T. (2005). Design-based research and its application to a call center innovation in distance education. *Canadian Journal of Learning and Technology*, 31(2), 69-84.
- Anker-Hansen, J., & Andrée, M. (2019). Using and rejecting peer feedback in the science classroom: A study of students' negotiations on how to use peer feedback when designing experiments. *Research in Science & Technological Education*, 37(3), 346–365. <https://doi.org/10.1080/02635143.2018.1557628>
- Arce-Fariña, E., Miguez, J. L., Granada, E., & Miguez-Alvarez, C. (2013). Tools for self-directed learning: learning pills and rubric. *Proceedings of 6th International Conference of Education, Research and Innovation ICERI2013* (pp. 6817-6822). IATED.
- Asghar, A. (2009). Reciprocal peer coaching and its use as a formative assessment strategy for first-year students. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 35(4), 403-417. <https://doi.org/10.1080/02602930902862834>
- Ashraf, H., & Mahdinezhad, M. (2015). The role of peer-assessment versus self-assessment in promoting autonomy in language use: A case of EFL learners. *Iranian Journal of Language Testing*, 5(2), 110–120.
- Auzmendi, E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática-estadística en las enseñanzas media y universitaria*. Mensajero.
- Bazeley, P. (2017). *Integrating analyses in mixed methods research*. Sage.
- Belando-Montoro, M. R. (2017). Aprendizaje a lo largo de la vida: Concepto y componentes. *Revista iberoamericana de educación*, 75, 219-234.
- Berenguel, E., Gil, F., Montoro, A. B., & Moreno, M. F. (2015). Influencia de la autoconfianza y el perfil motivacional en el “flujo” en matemáticas. En C.

- Fernández, M. Molina & N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 173-181). SEIEM.
- Berndt, M., Strijbos, J. W., & Fischer, F. (2018). Effects of written peer-feedback content and sender's competence on perceptions, performance, and mindful cognitive processing. *European Journal of Psychology of Education* 33, 31–49. <https://doi.org/10.1007/s10212-017-0343-z>
- Berry, R. (2008). *Assessment for learning*. Hong Kong University Press.
- Black, P., & Wiliam, D. (2018). Classroom assessment and pedagogy. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice* 25(6), 551–575. <https://doi.org/10.1080/0969594X.2018.1441807>
- Blanco, L. J., Guerrero, E., & Caballero, A. (2013). Cognition and Affect in Mathematics Problem Solving with Prospective Teachers. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 335-364. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1270>
- Boud, D., Ajjawi, R., Dawson, P., & Tai, J. (2018a). *Developing evaluative judgement in higher education. Assessment for knowing and producing quality work*. Routledge.
- Boud, D., Dawson, P., Tai, J., & Ajjawi, R. (2018b). Creating an agenda for developing students' evaluative judgement. In D. Boud, R. Ajjawi, P. Dawson, & J. Tai (Eds.), *Developing evaluative judgement in higher education: assessment for knowing and producing quality work* (pp. 186–195). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315109251-20>
- Boud, D., & Molloy, E. (2013). *Feedback in higher and professional education*. Routledge.
- Boud, D., & Soler, R. (2016). Sustainable assessment revisited. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 41(3), 400–413. <https://doi.org/10.1080/02602938.2015.1018133>

- Bozkurt, F. (2020). Teacher Candidates' Views On Self And Peer Assessment As A Tool For Student Development. *Australian Journal of Teacher Education*, 45(1). <http://dx.doi.org/10.14221/ajte.2020v45n1.4>
- Boztunç, N., Şahin M. G., & İlhan, M. (2019). An analysis of scoring via analytic rubric and general impression in peer assessment. *Turkish Journal of Education*, 8(4), 258–275. <https://doi.org/10.19128/turje.609073>
- Brakke, D. F., & Halpern, L. C. (2014). Improving success of students in introductory mathematics and statistics courses. *Peer Review*, 16(3).
- Brenner, M. E. (2006). Interviewing in Educational Research. In J. L. Green, G. Camilli, & P. B. Elmore (Eds.), *Handbook of Complementary Methods in Education Research* (pp 357-369). Lawrence Erlbaum Associates.
- Bretones, A. (2008). Participación del alumnado de Educación Superior en su evaluación. *Revista de Educación*, 347, 181-202.
- Brookhart, S. M., & Chen, F. (2015). The quality and effectiveness of descriptive rubrics. *Educational Review*, 67(3), 343-368. <https://doi.org/10.1080/00131911.2014.929565>
- Brown, G. T. L. (2018). *Assessment of student achievement*. Routledge.
- Burkhardt, H., & Schoenfeld, A. (2003). Improving education research: Towards a more useful, more influential and better funded enterprise. *Educational Research*, 32(9), 3-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X032009003>
- Caballero, A., Blanco, L. J., & Guerrero, E. (2007). Las actitudes y emociones ante las Matemáticas de los estudiantes para Maestros de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura. *Actas del XI SEIEM: Simposio de Investigación y Educación Matemática*. Universidad de La Laguna.
- Cabello, V. M. & Topping, K. J. (2018) Making scientific concepts explicit through explanations: Simulations of a high-leverage practice in teacher education. *International Journal of Cognitive Research in Science, Engineering and Education*, 6(3), 35-47. <https://doi.org/10.5937/ijcrsee1803035C>



- Cabello, V. M., & Topping, K. J. (2020). Peer assessment of teacher performance. What works in teacher education? *International Journal of Cognitive Research in Science, Engineering and Education*, 8(2), 121-132. <https://doi.org/10.5937/IJCRSEE2002121C>
- Callejo, J. (2001). *El grupo de discusión: Introducción a una práctica de investigación*. Ariel.
- Callejo, J. (2002). Observación, entrevista y grupo de discusión: el silencio de tres prácticas de investigación. *Revista Española de Salud Pública*, 76, 409-422.
- Calvo, I., & Calvo, S. (2017). Diseño de una rúbrica para evaluar la comunicación oral en ingeniería. *International Journal of Educational Research and Innovation*, 7, 91-102.
- Cano, E. (2015). Las rúbricas como instrumento de evaluación de competencias en educación superior: ¿uso o abuso? *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 19(2), 265-280.
- Carless, D. (2007) Learning-oriented assessment: conceptual bases and practical implications. *Innovations in Education and Teaching International*, 44(1), 57-66. <https://doi.org/10.1080/14703290601081332>
- Carless, D. (2009). Trust, distrust and their impact on assessment reform. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 34(1), 79–89. <https://doi.org/10.1080/02602930801895786>
- Carless, D. (2013). Trust and its role in facilitating dialogic feedback. In D. Boud & E. Molloy (Eds.), *Feedback in higher and professional education* (pp. 90–103). Routledge.
- Carless, D. (2015). Exploring learning-oriented assessment processes. *Higher Education*, 69(6), 963–976. <https://doi.org/10.1007/s10734-014-9816-z>.
- Carless, D., & Boud, D. (2018). The development of student feedback literacy: enabling uptake of feedback. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 43(8), 1315-1325. <https://doi.org/10.1080/02602938.2018.1463354>

- Carless, D., Bridges, S. M., Chan, C. K. Y., & Glofcheski, R. (2017). *Scaling up assessment for learning in higher education*. Springer.
- Cartney, P. (2010). Exploring the use of peer assessment as a vehicle for closing the gap between feedback given and feedback used. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 35(5), 551–564.  
<https://doi.org/10.1080/02602931003632381>
- Carvalho, A. (2013). Students' perceptions of fairness in peer assessment: Evidence from a problem-based learning course. *Teaching in Higher Education*, 18(5), 491–505. <https://doi.org/10.1080/13562517.2012.753051>
- Castelló, M. (2008). Usos estratégicos de la lengua en la universidad: tácticas de regulación de la escritura académica en estudiantes de doctorado. In *Miradas y voces: investigación sobre la educación lingüística y literaria en entornos plurilingües* (pp. 75-89). Graó.
- Castoldi, M. (2012). *Valutare a scuola. Dagli apprendimenti alla valutazione di sistema*. Carocci.
- Cebrián de la Serna, M. (2018). Modelo de evaluación colaborativa de los aprendizajes en el prácticum mediante Corubric. *Revista Prácticum*, 3(1), 62-79.  
<https://doi.org/10.24310/RevPracticumrep.v3i1.8275>
- Cebrián de la Serna, M., & Cebrián-Robles, D. (2018). *Evaluación de los aprendizajes con el PLEportafolios: Anotaciones multimedia y las rúbricas*. Universidad de Málaga.
- Chen, Y., & Tsai, C. (2009). An educational research course facilitated by online peer assessment. *Innovations in Education and Teaching International*, 46(1), 105-117. <https://doi.org/10.1080/14703290802646297>
- Ching, Y. H., & Hsu, Y. C. (2016). Learners' interpersonal beliefs and generated feedback in an online role-playing peer-feedback activity: An exploratory study. *International Review of Research in Open and Distributed Learning*, 17(2), 105–122. <https://doi.org/10.19173/irrodl.v17i2.2221>

- Comer, D. K., & White, E. M. (2016). Adventuring into MOOC Writing Assessment: Challenges, Results, and Possibilities. *College Composition y Communication*, 67(3), 318–359.
- Conde, A. y Pozuelos, F. (2007). Las plantillas de evaluación (rúbrica) como instrumento para la evaluación. Un estudio de caso en el marco de la reforma de la enseñanza universitaria en el EEES. *Investigación en la Escuela*, 63, 77-90.
- Consejería de Educación. (2016). *Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente al Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado* (BOJA/2016/145/52). Consejería de Educación, Junta de Andalucía.
- Consejería de la Presidencia. (2003). *Decreto 72/2003, de 18 de marzo, de Medidas de Impulso de la Sociedad del Conocimiento en Andalucía* (BOJA/2003/55). Consejería de la Presidencia, Junta de Andalucía.
- Consejo de la Unión Europea. (2018). *Recomendación del Consejo de 22 de mayo de 2018 relativa a las competencias clave para el aprendizaje permanente* (2018/C 189/01). Consejo de la Unión Europea.
- Coomey, M., & Stephenson, J. (2001). Online learning: it is all about dialogue, involvement, support and control-according to the research. *Teaching and learning online: Pedagogies for new technologies*, 37-52.
- Corbetta, P. (2003). *Metodología y técnicas de investigación social*. McGraw-Hill.
- Corke, P., Greener, E., & Philip, R. (2016). An Innovative Educational Change: Massive Open Online Courses in Robotics and Robotic Vision. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 23(2), 81–89.  
<https://doi.org/10.1109/MRA.2016.2548779>
- Dann, R. (2014). Assessment as learning: blurring the boundaries of assessment and learning for theory, policy and practice. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 21(2), 149–166.  
<https://doi.org/10.1080/0969594X.2014.898128>

- Dawson, P. (2017). Assessment rubrics: towards clearer and more replicable design, research and practice. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 42, 347-360. <https://doi.org/10.1080/02602938.2015.1111294>
- Daza, V., Makriyannis, N., & Rovira, C. (2013). MOOC Attack: Closing the Gap between Pre-University and University Mathematics. *Open Learning*, 28(3), 227-238.
- De Benito, B., & Salinas, J. M. (2016). La investigación basada en diseño en Tecnología Educativa. *Revista Interuniversitaria de Investigación en Tecnología Educativa*, 0, 44-59. <https://doi.org/10.6018/riite2016/260631>
- De Paz, M. A., Asensio, M. J., & Franco, M. I. (2005). *Plan integral distrito V de Huelva 2000-2003*. Universidad de Huelva.
- Deiglmayr, A. (2018). Instructional scaffolds for learning from formative peer assessment: effects of core task, peer feedback, and dialogue. *European Journal of Psychology of Education*, 33(1), 185-198. <https://doi.org/10.1007/s10212-017-0355-8>
- Díaz de Rada, V. (2005). El cuestionario, “guía” de la entrevista. En *Manual de trabajo de campo en la encuesta* (pp. 99-129). Centro de Investigaciones Sociológicas (CIS).
- Drake, J. R., O’Hara, M., & Seeman, E. (2015). Five Principles for MOOC Design: With a Case Study. *Journal of Information Technology Education: Innovations in Practice*, 14(14), 125–143.
- Duran, D., & Monereo, C. (2008). The Impact of Peer Tutoring on the Improvement of Linguistic Competence, Self- Concept as a Writer and Pedagogical Satisfaction. *School Psychology International*, 29, 481-499. <https://doi.org/10.1177/0143034308096437>
- Easterday, M. W., Rees Lewis, D. G., & Gerber, E. M. (2018). The logic of design research. *Learning: Research and Practice*, 4(2), 131-160. <https://doi.org/10.1080/23735082.2017.1286367>

- Estévez-Ayres, I., Crespo-García, R. M., Fisteus, J. A., & Kloos, C. D. (2013). An Algorithm for Peer Review Matching in Massive Courses for Minimising Students' Frustration. *Journal of Universal Computer Science*, 19(5), 2173–2197. <https://doi.org/10.3217/jucs-019-15-2173>
- Fàbregues, S., Meneses, J., Rodríguez-Gómez, D. & Paré, M. (2016). *Técnicas de investigación social y educativa*. Universitat Oberta de Catalunya.
- Fetters, M. D., Curry, L. A., & Creswell, J. W. (2013). Achieving integration in mixed methods designs-principles and practices. *Health Services Research*, 48(6), 2134-2156. <https://doi.org/10.1111/1475-6773.12117>
- Fetters, M. D., & Freshwater, D. (2015). The integration challenge. *Journal of Mixed Methods Research*, 9(2), 115-117.
- Fetters, M. D., & Molina-Azorín, J. F. (2017). The Journal of Mixed Methods Research starts a new decade: The mixed methods research integration trilogy and its dimensions. *Journal of Mixed Methods Research*, 11(3), 291-307. <https://doi.org/10.1177/1558689817714066>
- Flick, U. (2004). *Introducción a la metodología cualitativa*. Morata.
- Fogarty, G., Cretchley, P., Harman, C., Ellerton, N., & Konki, N. (2001). Validation of a questionnaire to measure mathematics confidence, computer confidence, and attitudes towards the use of technology for learning mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 13, 154-160.
- Fu, Q. K., Lin, C. J., & Hwang, G. J. (2019). Research trends and applications of technology-supported peer assessment: a review of selected journal publications from 2007 to 2016. *Journal of Computers in Education*, 6, 191–213. <https://doi.org/10.1007/s40692-019-00131-x>
- Galbraith, P., & Haines, C. (1998). Disentangling the nexus: attitudes to mathematics and technology in a computer learning environment. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 275-290.

- Galbraith, P., & Haines, C. (2000). *Mathematics-computing Attitudes Scales*. Department of Continuing Education, City University.
- Gamboa, R., & Moreira-Mora, T. E. (2016). Un modelo explicativo de las creencias y actitudes hacia las Matemáticas: Un análisis basado en modelos de ecuaciones estructurales. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 10, 27 – 51.
- Gan, M. J., & Hattie, J. (2014). Prompting secondary students' use of criteria, feedback specificity and feedback levels during an investigative task. *Instructional Science*, 42(6), 861-878. <https://doi.org/doi:10.1007/s11251-014-9319-4>
- García, M., Ortells, J. S., de la Calle, F. M., & de la Sen, M. L. (2011). La rúbrica de evaluación como herramienta de evaluación formativa y sumativa. En M. T. Tortosa, J. D. Álvarez, & N. Pellín (Eds.), *IX Jornades de xarxes d'investigació en docència universitària: Disseny de bones practiques docents en el context actual*. Universidad de Alicante.
- García-Jiménez, E. (2015). La evaluación del aprendizaje: de la retroalimentación a la autorregulación. El papel de las tecnologías. *RELIEVE*, 21(2). <http://dx.doi.org/10.7203/relieve.21.2.7546>
- García-Santillán, A., Escalera-Chávez, M., Cordova-Rangel, A., & Lopez-Morales, J. (2013). Attitude And Behavioral Among Students, Computers And Mathematics: A Case Study In Public University. *British Journal of Education*, 1(1), 14-32.
- Garello, M, Rinaudo, M., & Donolo, D. (2011). Valoración de los Estudios de diseño como metodología innovadora en una investigación acerca de la construcción del conocimiento en la universidad. RED-DUSC. *Revista de Educación a Distancia-Docencia Universitaria en la Sociedad del Conocimiento*, 5, 1-34.
- Geist, C., Löwe, B., & Kerkhove, B. V. (2010). Peer review and knowledge by testimony in mathematics. In B. Löwe, & Thomas Müller (Eds.), *Philosophy of Mathematics: Sociological Aspects and Mathematical Practice. Research Results of the Scientific Network PhiMSAMP* (pp. 155-178). College Publications.

- Gersten, R., Chard, D. & Jayanthi, M. (2009). Mathematics Instruction for Students With Learning Disabilities: A Meta-Analysis of Instructional Components. *Review of Educational Research*, 79, 1202-1242.
- Ghalib, T. K., & Al-Hattami, A. A. (2015). Holistic versus analytic evaluation of EFL writing: A case study. *English Language Teaching*, 8(7), 225–236. <https://doi.org/10.5539/elt.v8n7p225>
- Gibelli, T. (2014). La investigación basada en diseño para el estudio de una innovación en educación superior que promueve la autorregulación del aprendizaje utilizando TIC. En *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación* (pp. 1-16).
- Gielen, S., Peeters, E., Dochy, F., Onghena, P., & Struyven, K. (2010). Improving the effectiveness of peer feedback for learning. *Learning and Instruction*, 20(4), 304-315. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2009.08.007>
- Gómez-Chacón, I. M. (1997a). La alfabetización emocional en educación matemática: actitudes, emociones y creencias. *Revista de Didáctica de las Matemáticas UNO*, 13, 7-22.
- Gómez-Chacón, I. M. (1998a). Creencias y contexto social en matemáticas. *Revista de Didáctica de las Matemáticas UNO*, 17, 83-104.
- Gómez-Chacón, I. M. (1998b). Dimensión afectiva e identidad social en matemáticas. En M. L. Oliveras (Eds.), *Etnomatemáticas y Educación Matemática. Construyendo un futuro equitativo*.
- Gómez-Chacón, I. M. (1998c). Una metodología cualitativa para el estudio de las influencias afectivas en el conocimiento de las matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas*, 16(3), 431-450.
- Gómez-Chacón, I. M. (1999). Procesos de aprendizaje en matemáticas con poblaciones de fracaso escolar en contexto de exclusión social. Las influencias afectivas en el conocimiento de las matemáticas. En MEC (Eds.), *Premios Nacionales de Investigación e Innovación Educativa* (pp. 333-358). Ministerio de Educación y Cultura.

- Gómez-Chacón, I. M. (1999a). Toma de conciencia de la actividad emocional en el aprendizaje de la matemática. Una perspectiva para el tratamiento de la diversidad. *Revista de Didáctica de las Matemáticas UNO*, 21, 29-46.
- Gómez-Chacón, I. M. (2000a). Affective influences in the knowledge of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 43(2), 149-168.
- Gómez-Chacón, I. M. (2000b). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea.
- Gómez-Chacón, I. M. (2010). Actitudes de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática con tecnología. *Enseñanza de las ciencias*, 28(2), 227-244.
- Gómez-Chacón, I. M., Figueiras L., & Marín, M. (2001). *Matemáticas en la red. Internet en el aula de Secundaria*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte y Editorial Narcea.
- Gómez-Chacón, I. M., & Haines, C. (2008). Students' attitudes to mathematics and technology. Comparative study between the United Kingdom and Spain. *Proceedings of 11th International Congress on Mathematical Education*. México.
- Gómez-Luna, E., Fernando-Navas, D., Aponte-Mayor, G., & Betancourt-Buitrago, L. A. (2014). Literature review methodology for scientific and information management, through its structuring and systematization. *DYNA*, 81(184), 158-163. <https://doi.org/10.15446/dyna.v81n184.37066>
- Guitert, M., Ornellas, A., Rodríguez, G., Pérez-Mateo, M., Romero, M., & Romeu, T. (2015). *El docente en línea: Aprender colaborando en la red*. Editorial UOC.
- Guitert, M., & Pérez-Mateo, M. (2013). La colaboración en la red: hacia una definición de aprendizaje colaborativo en entornos virtuales. *Teoría de la Educación: Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, 14(1), 10-31.
- Guitert, M., & Romeu, T. (2006). Collaborative learning in virtual environments: Group work competence assessment. *Proceedings of EDEN 2006 Annual Conference in WebCT* (pp. 537-544).



- Guitert, M., & Romeu, T. (2011). La formación en línea: un reto para el docente. *Cuadernos de pedagogía*, 418, 77-81.
- Guitert, M., Romeu, T., & Pérez-Mateo, M. (2007). Competencias TIC y trabajo en equipo en entornos virtuales. RUSC. *Universities and Knowledge Society Journal*, 4(1), 1-12.
- Guitert, M., Romeu, T., & Romero, M. (2020). Elementos clave para un modelo de aprendizaje basado en proyectos colaborativos online (ABPCL) en la Educación Superior. *American Journal of Distance Education* 34(3), 241-253. <https://doi.org/10.1080/08923647.2020.1805225>
- Gravells, A. (2014). *The award in education and training*. Learning Matters.
- Gros, B. (2012). Retos y tendencias sobre el futuro de la investigación acerca del aprendizaje con tecnologías digitales. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, 32, 1-13.
- Han, Y., & Xu, Y. (2019b). The development of student feedback literacy: The influences of teacher feedback on peer feedback. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 45(5), 680–696. <https://doi.org/10.1080/02602938.2019.1689545>
- Harris, L. R., Brown, G. T. L., & Harnett, J. (2015). Analysis of New Zealand primary and secondary student peer and self-assessment comments: applying Hattie & Timperley's feedback model. *Assessment in Education: Principles, Policy and Practice*, 22(2), 265–281. <https://doi.org/10.1080/0969594X.2014.976541>
- Hattie, J. A., & Gan, M. (2011). Instruction based on feedback. In R. E. Mayer & P. A. Alexander (Eds.), *Handbook of research on learning and instruction* (pp. 249–271). New York: Routledge.
- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81–112.

- Hawe, E., & Dixon, H. (2017). Assessment for learning: a catalyst for student self-regulation. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 42(8), 1181-1192. <http://dx.doi.org/10.1080/02602938.2016.1236360>
- Hidalgo, S., Maroto, A., Ortega T., & Palacios, A. (2008). Estatus afectivo-emocional y rendimiento escolar en matemáticas. *UNO: revista de didáctica de las matemáticas*, 49, 9-28.
- Hidalgo, S., Maroto, A., & Palacios, A. (2004). ¿Por qué se rechazan las matemáticas? Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. *Revista de Educación*, 334, 75-95.
- Hoadley, C. (2002). Creating context: Design-based research in creating and understanding CSCL. En G. Stahl (Ed.), *Computer support for collaborative learning* (pp. 453–462). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Hsia, L. H., Huang, I., & Hwang, G. J. (2016). Effects of different online peer-feedback approaches on students' performance skills, motivation, and self-efficacy in a dance course. *Computers & Education*, 96, 55–71. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2016.02.004>
- Hughes, D., & DuMont, K. (1993). Using focus groups to facilitate culturally anchored research. *American Journal of Community Psychology*, 21(6), 775-806.
- Ibarra-Saiz, M. S., & Rodríguez-Gómez, G. (2014). Modalidades participativas de evaluación: Un análisis de la percepción del profesorado y de los estudiantes universitarios. *Revista de Investigación Educativa*, 32(2), 339-361. <http://dx.doi.org/10.6018/rie.32.2.172941>
- Ibarra-Sáiz, M. S, Rodríguez-Gómez, G., & Boud, D. (2020). Developing student competence through peer assessment: the role of feedback, self-regulation and evaluative judgement. *Higher Education*, 80(1), 137-156. <https://doi.org/10.1007/s10734-019-00469-2>
- Ibarra-Sáiz, M. S., Rodríguez-Gómez, G., & Gómez-Ruiz, M. Á. (2012). La evaluación entre iguales: beneficios y estrategias para su práctica en la universidad. *Revista de educación*, 359. <https://doi.org/10.4438/1988-592X-RE-2011-359-092>

- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2013). *PIAAC. Programa Internacional para la evaluación de las competencias de la población adulta. 2013. Informe Español. Volumen I*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2014). *PISA 2012. Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos. Informe español. Resultados y contexto*. Secretaría General Técnica, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2016). *PISA 2015. Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos. Informe español*. Secretaría General Técnica, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2019). *PISA 2018. Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes. Informe español*. Secretaría General Técnica, Ministerio de Educación y Formación Profesional.
- Jefatura de Estado. (2006). *Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación* (BOE-A-2006-7899). Jefatura del Estado.
- Jefatura de Estado. (2013). *Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa* (BOE-A-2013-12886). Jefatura del Estado.
- Jönsson, A., & Balan, A. (2018). Analytic or holistic: A study of agreement between different grading models. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 23(12), 1–11. <https://doi.org/10.7275/mg59-xq60>
- Karaca, E. (2009). An evaluation of teacher trainees' opinions of the peer assessment in terms of some variables. *World Applied Sciences Journal*, 6(1), 123–128.
- Kaufman, J. H., & Schunn, C. D. (2010). Students' perceptions about peer assessment for writing: Their origin and impact on revision work. *Instructional Science*, 39(3), 387- 406. <https://doi.org/10.1007/s11251-010-9133-6>
- Ketonen, L., Nieminen, P., & Hähkiöniemi, M. (2020). The development of secondary students' feedback literacy: Peer assessment as an intervention. *The Journal of Educational Research*, 113(6), 407-417.

<https://doi.org/10.1080/00220671.2020.1835794>

Kim, M. (2009). The impact of an elaborated assessee's role in peer assessment. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 34(1), 105-114.

<https://doi.org/10.1080/02602930801955960>

Lázaro-Cantabrana, J., Usart-Rodríguez, M., & Gisbert-Cervera, M. (2019). Assessing teacher digital competence: The construction of an instrument for measuring the knowledge of pre-service teachers. *Journal of New Approaches in Educational Research (NAER Journal)*, 8(1), 73-78.

Litosseliti, L. (2003). *Using focus groups in research*. Continuum.

Liu, N. F. & Carless, D. (2006) Peer feedback: the learning element of peer assessment. *Teaching in Higher Education*, 11(3), 279-290.

<https://doi.org/10.1080/13562510600680582>

Liu, X., Li, L., & Zhang, Z. (2017). Small group discussion as a key component in online assessment training for enhanced student learning in web-based peer assessment. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 43(2), 207-222.

<https://doi.org/10.1080/02602938.2017.1324018>

López, R., Castro, E., Molina, M., & Moreno, L. (2010). Elaboración y validación de un cuestionario de actitudes hacia el uso de la tecnología para el aprendizaje de las Matemáticas. *Actas del Primer Encuentro Internacional TIC en Educación*, Portugal, 1-6.

Lu, J., & Law, N. (2012). Online peer assessment: Effects of cognitive and affective feedback. *Instructional Science*, 40(2), 257-275. [https://doi.org/10.1007/s11251-](https://doi.org/10.1007/s11251-011-9177-2)

[011-9177-2](https://doi.org/10.1007/s11251-011-9177-2)

Marín-García, J. A. (2009). Los alumnos y los profesores como evaluadores. Aplicación a la calificación de presentaciones orales. *Revista española de pedagogía*, 242, 9-98.

- Mateus, J. C., & Hernández, W. (2019). Design, Validation, and Application of a Questionnaire on Media Education for Teachers in Training. *Journal of New Approaches in Educational Research*, 8(1), 34-41.  
<https://doi.org/10.7821/naer.2019.1.329>
- Mato, M. D., Espiñeira, E., & Chao, R. C. (2014). Dimensión afectiva hacia la matemática: resultados de un análisis en educación primaria. *Revista de Investigación Educativa*, 32(1), 57-72. <https://doi.org/10.6018/rie.32.1.164921>
- McDonald, B. (2016). *Peer assessment that works: A guide for teachers*. Rowman & Littlefield.
- McLeod, D. B. (1988). Affective issues in mathematical problem solving: Some theoretical considerations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 134-141.
- McLeod, D. B. (1989a). The role of affect in mathematical problem solving. In D.B. McLeod & V.M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (pp. 20-36). Springer-Verlang.
- McLeod, D. B. (1989b). Beliefs, attitudes, and emotions: new view of affect in mathematics education. In D.B. McLeod & V.M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (pp. 245-258). Springer-Verlang.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on mathematics Teaching and Learning* (pp.575-598). Macmillan.
- McLeod, D. B. (1994). Research on affect and mathematics learning in the JRME: 1970 to the present. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 637-647.
- Meneses, J., & Rodríguez-Gómez, D. (2011). *El cuestionario y la entrevista*. Universitat Oberta de Catalunya.
- Meusen-Beekman, K. D., Joosten-ten Brinke, D., & Boshuizen, H. P. (2016). Effects of formative assessments to develop self-regulation among sixth grade students:

- Results from a randomized controlled intervention. *Studies in Educational Evaluation*, 51, 126-136.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (2015). *Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato* (BOE-A-2015-738). Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (2015). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato* (BOE-A-2015-37). Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J. L., & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 29(1), 75-88.
- Montero-Fleta, B. (2006). Investigación cualitativa y cuantitativa en la coevaluación: correlación profesor-alumno. En F. Watts & A. García-Carbonell (Eds.), *La evaluación compartida: investigación multidisciplinar* (pp. 31-46). Universidad Politécnica de Valencia.
- Moya, J., del Rincón, D., Valcárcel, M., Escudero, T., & Benito, M. (2005). Formación de profesores y gestores para la armonización europea en educación superior: Aportaciones de la investigación a la innovación. *Actas del XII Congreso Nacional de Modelos de Investigación Educativa: investigación e innovación educativa* (pp. 119-138). Universidad de la Laguna, Servicio de Publicaciones
- Mulder, R. A., Pierce, J. M., & Baik, C. (2014). Peer review in higher education: Student perceptions before and after participation. *Active Learning in Higher Education*, 15(2), 157-171. <https://doi.org/10.1177/1469787414527391>
- Muñoz, J. M., & Mato, M. D. (2006). Diseño y validación de un cuestionario para medir las actitudes hacia las matemáticas de los alumnos de ESO. *Revista Galego Portuguesa de Psicología e Educación*, 13(11-12), 413-424.

- Muñoz, J. M., & Mato, M. D. (2008). Análisis de las actitudes respecto a las Matemáticas en alumnos de ESO. *Revista de Investigación Educativa*, 26(1), 209-226.
- Mutwarasibo, F. (2016). University students' attitudes towards peer assessment and reactions to peer feedback on group writing. *Rwanda Journal, Series A: Arts and Humanities*, 1(1), 32–48. <https://doi.org/10.4314/rj.v1i1.4A>
- Najafi, H., Evans, R., & Federico, C. (2014). MOOC integration into secondary school courses. *The International Review of Research in Open and Distributed Learning*, 15(5). <https://doi.org/10.19173/irrodl.v15i5.1861>
- Navarro, J. P., Ortells, M. J., & Martí, M. (2009). Las “Rúbricas de Evaluación” como instrumento de aprendizaje entre pares. *Actas de la IX Jornada sobre Aprendizaje Cooperativo y II Jornada sobre Innovación Docente*.
- Ndoye, A. (2017). Peer/Self Assessment and Student Learning. *International Journal of Teaching and Learning in Higher Education*, 29(2), 255-269.
- Nelson, M. M., & Schunn, C. D. (2009). The nature of feedback: how different types of peer feedback affect writing performance. *Instructional Science*, 37, 375-401. <https://doi.org/10.1007/s11251-008-9053-x>
- Ng, O. L., Ting, F., Lam, W. H., & Liu, M. (2020). Active Learning in Undergraduate Mathematics Tutorials Via Cooperative Problem-Based Learning and Peer Assessment with Interactive Online Whiteboards. *The Asia-Pacific Education Researcher*, 29, 285–294. <https://doi.org/10.1007/s40299-019-00481-1>
- Nguyen, D., & Kulm, G. (2005). Using Web-based practice to enhance Mathematics learning and achievement. *Journal of Interactive Online Learning*, 3(3), 1-7.
- Nguyen, T. T. H., & Walker, M. (2016). Sustainable assessment for lifelong learning. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 41(1), 97–111. <https://doi.org/10.1080/02602938.2014.985632>
- Nikolic, S., Stirling, D., & Ros, M. (2018). Formative assessment to develop oral communication competency using YouTube: self-and peer assessment in

- engineering. *European Journal of Engineering Education*, 43(4), 538-551.  
<https://doi.org/10.1080/03043797.2017.1298569>
- Nishimura, K., & Honda, C. (2019). Task design to foster the competence in social decision making on mathematics education. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 15, 57-73. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i15.261>
- Niss, M., & Højgaard, T. (2011). *Competencies and Mathematical Learning. Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Department of Science, Systems and Models, Roskilde University.
- O'Donovan, B. (2017). How student beliefs about knowledge and knowing influence their satisfaction with assessment and feedback. *Higher Education*, 74(4), 617–633. <https://doi.org/10.1007/s10734-016-0068-y>
- Olanda, R., Cobos, M., & Moreno, P. (2012). Evaluación por compañeros de exposiciones orales. *Actas de las XVIII Jornadas de Enseñanza de la Informática* (pp. 161-168) Universidad de Castilla la Mancha.
- Okhremtchouk, I., Seiki, S., Gilliland, B., Atch, C., Wallace, M., & Kato, A. (2009). Voices of pre-service teachers: Perspectives on the Performance Assessment for California Teachers (PACT). *Issues in Teacher Education*, 18(1), 39-62.
- Panadero, E. (2016). Is it safe? Social, interpersonal, and human effects of peer assessment: a review and future directions. In G. T. L. Brown & L. R. Harris (Eds.), *Handbook of social and human conditions in assessment* (pp. 247–266). Routledge.
- Panadero, E., & Jonsson, A. (2013). The use of scoring rubrics for formative assessment purposes revisited: A review. *Educational research review*, 9, 129-144.  
<https://doi.org/10.1016/j.edurev.2013.01.002>
- Panadero, E., & Jonsson, A. (2020). A critical review of the arguments against the use of rubrics. *Educational Research Review*, 30.  
<https://doi.org/10.1016/j.edurev.2020.100329>



- Panadero, E., Jonsson, A., & Botella, J. (2017). Effects of self-assessment on self-regulated learning and self-efficacy: four meta-analyses. *Educational Research Review*, 22, 74–98. : <http://dx.doi.org/10.1016/j.edurev.2017.08.004>
- Panadero, E., Romero, M., & Strijbos, J. W. (2013). The impact of a rubric and friendship on peer assessment: Effects on construct validity, performance, and perceptions of fairness and comfort. *Studies in Educational Evaluation*, 39(4), 195–203. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2013.10.005>
- Paredes, H. D. H., Gutiérrez, E. A. M., López, J., & Giraldo, L. E. P. (2015). Aprendizaje basado en problemas como potencializador del pensamiento matemático. *Plumilla Educativa*, 15(1), 299-312.
- Parlamento Europeo & Consejo de la Unión Europea. (2006). *Recomendación del Parlamento Europeo y del Consejo de 18 de diciembre de 2006 sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente (2006/962/CE)*. Parlamento Europeo y Consejo de la Unión Europea.
- Patchan, M. M., & Schunn, C. D. (2015). Understanding the benefits of providing peer feedback: how students respond to peers' texts of varying quality. *Instructional Science*, 43(5), 591-614. <https://doi.org/10.1007/s11251-015-9353-x>
- Patchan, M. M., Schunn, C. D., & Clark, R. J. (2018). Accountability in peer assessment: Examining the effects of reviewing grades on peer ratings and peer feedback. *Studies in Higher Education*, 43(12), 2263-2278. <https://doi.org/10.1080/03075079.2017.1320374>
- Pérez-Mateo, M., Romero, M., & Romeu, T. (2014). La docencia en línea: de la teoría a la práctica. *El docente en línea aprender colaborativamente en la red*, 38-56.
- Pierce, R., Stacey, K., & Barkatsas, A. (2007). A scale for monitoring students' attitudes to learning mathematics with technology. *Computers & Education*, 48(2), 285-300. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2005.01.006>
- Plano, V. L., & Ivankova, N. V. (2015). *Mixed methods research: A guide to the field (Vol. 3)*. Sage publications.

- Pons, R. M., González-Herrero, M. E., & Serrano, J. M. (2008). Aprendizaje cooperativo en matemáticas: un estudio intracontenido. *Anales de Psicología*, 24(2), 253-261.
- Ponte, J. P. (2007). Investigations and explorations in the mathematics classroom. *ZDM*, 39(5), 419–430.
- Prada-Núñez, R., Gamboa-Suárez, A., & Avendaño-Castro, W. (2020). Caracterización del dominio afectivo hacia las matemáticas en estudiantes que ingresan a la educación superior. *Espacios*, 41(23), 360-372.
- Prada-Núñez, R., Hernández-Suárez, C. A., & Fernández-César, R. (2021). Determinantes afectivos, procedimentales y pedagógicos del rendimiento académico en matemáticas. Aproximación a una escala de valoración. *Boletín Redipe* 10(3), 202-224.
- Prins, F. J., Sluijsmans, D. M. A., Kirschner, P. A., & Strijbos, J. W. (2005). Formative peer assessment in CSCL environment: a case study. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 30(4), 417–444.  
<https://doi.org/10.1080/02602930500099219>
- Ratminingsih, N. M., Artini, L. P., & Padmadewi, N. N. (2017). Incorporating Self and Peer Assessment in Reflective Teaching Practices. *International Journal of Instruction*, 10(4), 165-184. <https://doi.org/10.12973/iji.2017.10410a>
- Reeves, T. C. (2000). Enhancing the worth of instructional technology research through “design experiments” and other development research strategies. *International perspectives on instructional technology research for the 21st century*, 27, 1-15.
- Reeves, T., Herrington, J., & Oliver, R. (2005). Design research: A socially responsible approach to instructional technology research in higher education. *Journal of Computing in Higher Education*, 16(2), 97–116.  
<https://doi.org/10.1007/BF02961476>
- Reinholz, D. (2016). The assessment cycle: a model for learning through peer assessment. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 41(2), 301–315.  
<https://doi.org/10.1080/02602938.2015.1008982>

- Riba, C. (2009). *Método de investigación cualitativa*. Universitat Oberta de Catalunya.
- Rico, L., & Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Alianza Editorial.
- Rinaudo, M. C., & Donolo, D. (2010). Estudios de diseño. Una perspectiva prometedora en la investigación educativa. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, 22, 1-29.
- Robinson, A. C., & Nelson, J. K. (2015). Evaluating Maps in a Massive Open Online Course. *Cartographic Perspectives*, 80, 6–17.  
<https://doi.org/10.14714/CP80.1299>
- Rodríguez, D., & Valldeoriola, J. (2009). *Métodos de investigación*. Universitat Oberta de Catalunya
- Rodríguez-Gómez, G. & Ibarra-Sáiz, M. S. (2015). Assessment as Learning and Empowerment: Beyond Sustainable Learning in Higher Education. In M. Peris-Ortiz, & J. M. Merigó Lindahl (Eds.), *Sustainable learning in higher education, innovation, technology, and knowledge management* (pp. 1-20). Springer-Verlag. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-10804-9\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-10804-9_1)
- Rodríguez-Gómez, G., Ibarra-Sáiz, M., & García-Jiménez, E. (2013). Autoevaluación, evaluación entre iguales y coevaluación: conceptualización y práctica en las universidades españolas. *Revista de Investigación en Educación*, 11(2), 198-210.
- Rotsaert, T., Panadero, E., Estrada, E., & Schellens, T. (2017). How do students perceive the educational value of peer assessment in relation to its social nature? A survey study in Flanders. *Studies in Educational Evaluation*, 53, 29–40.  
<https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2017.02.003>
- Ruiz, J. I. (2007). *Metodología de la investigación cualitativa*. Universidad de Deusto.
- Sadler, D. R. (2016). Three in-course assessment reforms to improve higher education learning outcomes. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 41(7), 1081–1099. <https://doi.org/10.1080/02602938.2015.1064858>

- Sadler, P. M., & Good, E. (2006). The impact of self-and peer-grading on student learning. *Educational assessment*, 11(1), 1-31.
- Sáenz, C., & Bruno, G. (2018). Calibración, autoconcepto y competencia matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 14, 1-14. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i14.178>
- Salinas, J. (2012). La investigación ante los desafíos de los escenarios de aprendizaje futuros. *RED, Revista de Educación a Distancia*. Número 32, 1-23.
- Sánchez, J., Ruiz, J., & Sánchez, E. (2011). Análisis comparativo de evaluación entre pares con la del profesorado. Un caso práctico. *Revista Docencia e Investigación*, 21, 11-24
- Sánchez-Vera, M. M., González-Calatayud, V., & Prendes-Espinosa, M. P. (2017). Los MOOC y la evaluación del alumnado: revisión sistemática (2012-2016). @tic. *revista d'innovació educative*, 18, 65-73. <http://doi.org/10.7203/attic.18.10013>
- Sánchez-Vera, M. M., & Prendes-Espinosa, M. P. (2015). Beyond objective testing and peer assessment: alternative ways of assessment in MOOCs. *Universities y Knowledge Society Journal*, 12(1), 119. <https://doi.org/10.7238/rusc.v12i1.2262>
- Sancho, T., & Escudero, N. (2012). A Proposal for Formative Assessment with Automatic Feedback on an Online Mathematics Subject. *Universities and Knowledge Society Journal (RUSC)*, 9(2), 240-260 UOC. <http://dx.doi.org/10.7238/rusc.v9i2.1285>
- Sancho, T., Escudero, N., & Masià, R. (2013). Continuous activity with immediate feedback: a good strategy to guarantee student engagement with the course. *Open Learning: The Journal of Open, Distance and e-Learning* 28, 51-66. <https://doi.org/10.1080/02680513.2013.776479>
- Sanmartí, N. (2007). *Evaluar para aprender. 10 ideas clave*. Graó.
- Sanmartí, N. (2010). *Avaluar per aprendre. L'avaluació per millorar els aprenentatges de l'alumnat en el marc del currículum per competències*.

- Sarasvati, A., & Sriyati, S. (2019). Implementation analysis of formative self and peer assessment towards critical thinking skill in junior high school. *Proceedings of Journal of Physics: Conference Series*, 1157(2). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/2/022042>
- Schoenfeld, A. H. (2013). Reflections on problem solving theory and practice. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 9–34. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1258>
- Seman, L. O., Hausmann, R., & Bezerra, E. A. (2018). On the students' perceptions of the knowledge formation when submitted to a Project-Based Learning environment using web applications. *Computers & Education*, 117, 16-30. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2017.10.001>
- Shute, V. (2008). Focus on formative feedback. *Review of Educational Research*, 78(1), 153-189. <https://doi.org/10.3102/0034654307313795>
- Stewart, D. W., & Shamdasani, P. N. (2007). *Focus groups: Theory and practice*. Sage.
- Swan, K., Shen, J., & Hiltz, S. R. (2006). Assessment and collaboration in online learning. *Journal of asynchronous learning networks*, 10(1), 45-62.
- Tan, Ş. (2015). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme KPSS el kitabı*. Pegem.
- Tasker, T. Q., & Herrenkohl, L. R. (2016). Using Peer Feedback to Improve Students' Scientific Inquiry. *Journal of Science Teacher Education* 27, 35–59. <https://doi.org/10.1007/s10972-016-9454-7>
- To, J., & Panadero, E. (2019). Peer assessment effects on the self-assessment process of first-year undergraduates. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 44(6), 920–932. <https://doi.org/10.1080/02602938.2018.1548559>
- Topping, K. J. (2009). Peer assessment. *Theory into Practice*, 48(1), 20-27. <https://doi.org/10.1080/00405840802577569>
- Topping, K. J. (2017). Peer assessment: Learning by judging and discussing the work of other learners. *Interdisciplinary Education and Psychology*, 1(1), 1–17. <https://doi.org/10.31532/InterdiscipEducPsychol.1.1.007>

- Topping, K. J., Campbell, J., Douglas, W., & Smith, A. (2003). Cross-age peer tutoring in mathematics with seven and eleven years old: influence on mathematical vocabulary, strategic dialogue and self-concept. *Educational Research*, 45(3), 287-308. <https://doi.org/10.1080/0013188032000137274>
- Torres, J. J. & Perera, V. H. (2010). La rúbrica como instrumento pedagógico para la tutorización y evaluación de los aprendizajes en el foro online en educación superior. *Revista de Medios y Educación*, 36, 141-149.
- Tseng, S. C., & Tsai, C. C. (2007). On-line peer assessment and the role of the peer feedback: A study of high school computer course. *Computers & Education*, 49(4), 1161–1174. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2006.01.007>
- Tsivitanidou, O. E., Zacharia, Z. C., & Hovardas, T. (2011). Investigating secondary school students' unmediated peer assessment skills. *Learning and Instruction*, 21(4), 506-519. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2010.08.002>
- Tsivitanidou, O. E., Zacharia, Z. C., Hovardas, T., & Nicolaou, A. (2012). Peer assessment among secondary school students: Introducing a peer feedback tool in the context of a computer supported inquiry learning environment in science. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 31(4), 433-465.
- Ursini, S., Sánchez, G., & Orendain, M. (2004). Validación y confiabilidad de una escala de actitudes hacia las matemáticas y hacia las matemáticas enseñadas con computadora. *Educación Matemática*, 16(3), 59-78.
- Vallejo, G., & Escudero, J. R. (1999). Cuestionario para evaluar las actitudes de los estudiantes de E.S.O. hacia las matemáticas. *Aula Abierta*, 74, 1-17.
- Van der Pol, J., van den Berg, B. A. M., Admiraal, W. F., & Simons, P. R. J. (2008). The nature, reception, and use of online peer feedback in higher education. *Computers & Education*, 51(4), 1804-1817. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2008.06.001>

- Van Popta, E., Kral, M., Camp, G., Martens, R. L., & Simons, P. R. J. (2017). Exploring the value of peer feedback in online learning for the provider. *Educational Research Review*, 20, 24-34.  
<https://doi.org/10.1016/j.edurev.2016.10.003>
- Van Zundert, M. J., Sluijsmans, D. M., Könings, K. D., & van Merriënboer, J. J. (2012). The differential effects of task complexity on domain-specific and peer assessment skills. *Educational Psychology*, 32(1), 127-145.  
<https://doi.org/10.1080/01443410.2011.626122>
- Vila, A., & Callejo, M. L. (2004a). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Narcea.
- Vila, A., & Callejo, M. L. (2004b). Identificación y representación de sistemas de creencias sobre la resolución de problemas. Estudio de un caso. *La Gaceta de la RSME*, 7(2), 469—488.
- Villalonga, J. M. (2017). *La competencia matemática. Caracterización de actividades de aprendizaje y de evaluación en la resolución de problemas en la enseñanza obligatoria* [Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona]. Tesis Doctorals en Xarxa.
- Wanner, T., & Palmer, E. (2018). Formative self-and peer assessment for improved student learning: the crucial factors of design, teacher participation and feedback. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 43(7), 1032-1047.  
<https://doi.org/10.1080/02602938.2018.1427698>
- Wichmann, A., Funk, A., & Rummel, N. (2018). Leveraging the potential of peer feedback in an academic writing activity through sense-making support. *European Journal of Psychology of Education* 33, 165–184.  
<https://doi.org/10.1007/s10212-017-0348-7>
- Willig, C. (2008). *Introducing qualitative research in psychology (2.ª ed.)*. Open University Press.

- Wiseman, C. S. (2012). A comparison of the performance of analytic vs. holistic scoring rubrics to assess L2 writing. *International Journal of Language Testing*, 2(1), 59-92.
- Wong, K. Y., & Chen, Q. (2012). Nature of an Attitude toward Learning Mathematics Questionnaire. *Proceedings of the 35th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 793-800).
- Yakar, L. (2019). Tamamlayıcı ölçme ve değerlendirme teknikleri III [Complementary measurement and evaluation techniques]. In N. Doğan (Eds.), *Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme* [Measurement and Evaluation in Education] (pp. 245–270). Pegem.
- Yara, P. O. (2010). Students' self-concept and mathematics achievement in some secondary schools in southwestern Nigeria. *European Journal of Social Sciences*, 13(1), 127-132.
- Zheng, L., Chen, N. S., Cui, P., & Zhang, X. (2019). A Systematic Review of Technology-Supported Peer Assessment Research: An Activity Theory Approach. *The International Review of Research in Open and Distributed Learning*, 20(5), 168-191. <https://doi.org/10.19173/irrodl.v20i5.4333>
- Zheng, L., Chen, N. S., Li, X., & Huang, R. (2016). The impact of a two-round, mobile peer assessment on learning achievements, critical thinking skills, and meta-cognitive awareness. *International Journal of Mobile Learning and Organisation*, 10(4), 292–306. <https://doi.org/10.1504/IJMLO.2016.079503>



## A1. ALUMNADO PARTICIPANTE EN LA INVESTIGACIÓN

MODALIDAD	CURSO ACADÉMICO		
	2017/2018	2018/19	2019/20
CIENCIAS	FC	JLG	DBP
	AGG	CPG	RCB
	MGG		JER
	DGL		JGR
	SGM		KM
	AK		SMP
	NLC		GOB
	JLG		FPG
	MMA		LRM
	GMA		JRM
	ARM		ASG
	MSG		
	HUMANIDADES Y CIENCIAS SOCIALES		VCG
		PDM	ADG
		BDO	MEB
		NDO	DGA
		AGL	AGB
		SGC	NGG
		MMF	AJM
		MME	AMP
		PNV	CNC
		BON	MPR
		JSC	CRA
		MSC	JSC
		MSM	MSM
		JTS	LSG

Tabla A1.1. Alumnado participante en la investigación clasificado por cursos académicos y modalidad de Bachillerato

## A2. UNIDADES DIDÁCTICAS

Las unidades didácticas de la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales se han articulado como se recoge en la siguiente tabla para posibilitar el tratamiento conjunto de ambas modalidades:

U.D. que recogen secuencialmente los contenidos propuestos en el Real Decreto 1105, de 26 de diciembre	Propuesta de secuencia de U.D. para poder trabajar conjuntamente los contenidos establecidos con la modalidad de Ciencias
U.D. 1. NÚMEROS REALES	U.D. 1. NÚMEROS REALES
Números racionales e irracionales. El número real. Representación en la recta real. Intervalos. Aproximación decimal de un número real. Estimación, redondeo y errores. Operaciones con números reales. Potencias y radicales. La notación científica.	Números racionales e irracionales. El número real. Representación en la recta real. Intervalos. Aproximación decimal de un número real. Estimación, redondeo y errores. Operaciones con números reales. Potencias y radicales. La notación científica.
U.D. 2. MATEMÁTICAS FINANCIERAS	U.D. 2. MATEMÁTICAS FINANCIERAS
Operaciones con capitales financieros. Aumentos y disminuciones porcentuales. Tasas e intereses bancarios. Capitalización y amortización simple y compuesta. Utilización de recursos tecnológicos para la realización de cálculos financieros y mercantiles.	Operaciones con capitales financieros. Aumentos y disminuciones porcentuales. Tasas e intereses bancarios. Capitalización y amortización simple y compuesta. Utilización de recursos tecnológicos para la realización de cálculos financieros y mercantiles.
U.D. 3. POLINOMIOS	U.D. 3. POLINOMIOS
Polinomios. Operaciones. Descomposición en factores.	Polinomios. Operaciones. Descomposición en factores.
U.D. 4. ECUACIONES Y SIST. DE ECUACIONES	U.D. 4. ECUACIONES Y SIST. DE ECUACIONES
Ecuaciones lineales, cuadráticas y reducibles a ellas, exponenciales y logarítmicas. Aplicaciones. Sistemas de ecuaciones de primer y segundo grado con dos incógnitas. Clasificación. Aplicaciones. Interpretación geométrica. Sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas: método de Gauss.	Ecuaciones lineales, cuadráticas y reducibles a ellas, exponenciales y logarítmicas. Aplicaciones. Sistemas de ecuaciones de primer y segundo grado con dos incógnitas. Clasificación. Aplicaciones. Interpretación geométrica. Sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas: método de Gauss.
U.D. 5. FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL	U.D. 5. GEOMETRÍA
Resolución de problemas e interpretación de fenómenos sociales y económicos mediante funciones. Funciones reales de variable real. Expresión de una función en forma algebraica, por medio de tablas o de gráficas. Características de una función. Interpolación y extrapolación lineal y cuadrática. Aplicación a problemas reales.	Cónicas. Circunferencia y elipse. Ecuación.
U.D. 6. LÍMITES DE FUNCIONES. CONTINUIDAD	U.D. 6. FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL
Idea intuitiva de límite de una función en un punto. Cálculo de límites sencillos. El límite como herramienta para el estudio de la continuidad de una función. Aplicación al estudio de las asíntotas.	Resolución de problemas e interpretación de fenómenos sociales y económicos mediante funciones. Funciones reales de variable real. Expresión de una función en forma algebraica, por medio de tablas o de gráficas. Características de una función. Interpolación y extrapolación lineal y cuadrática. Aplicación a problemas reales.
U.D. 7. DERIVADA DE UNA FUNCIÓN	U.D. 7. LÍMITES DE FUNCIONES. CONTINUIDAD
Tasa de variación media y tasa de variación instantánea. Aplicación al estudio de fenómenos económicos y sociales. Derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica. Recta tangente a una función en un punto. Función derivada. Reglas de derivación de funciones elementales sencillas que sean suma, producto, cociente y composición de funciones polinómicas, exponenciales y logarítmicas.	Idea intuitiva de límite de una función en un punto. Cálculo de límites sencillos. El límite como herramienta para el estudio de la continuidad de una función. Aplicación al estudio de las asíntotas.
U.D. 8. ESTUDIO Y REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES	U.D. 8. DERIVADA DE UNA FUNCIÓN
Identificación de la expresión analítica y gráfica de las funciones reales de variable real: polinómicas, exponencial y logarítmica, valor absoluto, parte entera, y racionales e irracionales sencillas a partir de sus características. Las funciones definidas a trozos.	Tasa de variación media y tasa de variación instantánea. Aplicación al estudio de fenómenos económicos y sociales. Derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica. Recta tangente a una función en un punto. Función derivada. Reglas de derivación de funciones elementales sencillas que sean suma, producto, cociente y composición de funciones polinómicas, exponenciales y logarítmicas.
U.D. 9. ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL	U.D. 9. ESTUDIO Y REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES
Estadística descriptiva bidimensional: Tablas de contingencia. Distribución conjunta y distribuciones marginales. Distribuciones condicionadas. Medias y desviaciones típicas marginales y condicionadas. Independencia de variables estadísticas. Dependencia de dos variables estadísticas. Representación gráfica: Nube de puntos. Dependencia lineal de dos variables estadísticas. Covarianza y correlación: Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal. Regresión lineal. Predicciones estadísticas y fiabilidad de las mismas. Coeficiente de determinación	Identificación de la expresión analítica y gráfica de las funciones reales de variable real: polinómicas, exponencial y logarítmica, valor absoluto, parte entera, y racionales e irracionales sencillas a partir de sus características. Las funciones definidas a trozos.
U.D. 10. PROBABILIDAD	U.D. 10. ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL
Sucesos. Asignación de probabilidades a sucesos mediante la regla de Laplace y a partir de su frecuencia relativa. Axiomática de Kolmogorov. Aplicación de la combinatoria al cálculo de probabilidades. Experimentos simples y compuestos. Probabilidad condicionada. Dependencia e independencia de sucesos. Variables aleatorias discretas. Distribución de probabilidad. Media, varianza y desviación típica.	Estadística descriptiva bidimensional: Tablas de contingencia. Distribución conjunta y distribuciones marginales. Distribuciones condicionadas. Medias y desviaciones típicas marginales y condicionadas. Independencia de variables estadísticas. Dependencia de dos variables estadísticas. Representación gráfica: Nube de puntos. Dependencia lineal de dos variables estadísticas. Covarianza y correlación: Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal. Regresión lineal. Predicciones estadísticas y fiabilidad de las mismas. Coeficiente de determinación.
U.D. 11. DISTRIBUCIONES DISCRETAS Y CONTINUAS	U.D. 11. PROBABILIDAD
Distribución binomial. Caracterización e identificación del modelo. Cálculo de probabilidades. Variables aleatorias continuas. Función de densidad y de distribución. Interpretación de la media, varianza y desviación típica. Distribución normal. Tipificación de la distribución normal. Asignación de probabilidades en una distribución normal. Cálculo de probabilidades por aproximación de la distribución binomial a normal.	Sucesos. Asignación de probabilidades a sucesos mediante la regla de Laplace y a partir de su frecuencia relativa. Axiomática de Kolmogorov. Aplicación de la combinatoria al cálculo de probabilidades. Experimentos simples y compuestos. Probabilidad condicionada. Dependencia e independencia de sucesos. Variables aleatorias discretas. Distribución de probabilidad. Media, varianza y desviación típica.
	U.D. 12. DISTRIBUCIONES DISCRETAS Y CONTINUAS
	Distribución binomial. Caracterización e identificación del modelo. Cálculo de probabilidades. Variables aleatorias continuas. Función de densidad y de distribución. Interpretación de la media, varianza y desviación típica. Distribución normal. Tipificación de la distribución normal. Asignación de probabilidades en una distribución normal. Cálculo de probabilidades por aproximación de la distribución binomial a normal.

<span style="color: #ADD8E6;">■</span> Tarea 1	<span style="color: #FFDAB9;">■</span> Tarea 2
<span style="color: #90EE90;">■</span> Tarea 3	<span style="color: #8B4513;">■</span> Tarea 4
<span style="color: #A9A9A9;">■</span> Tarea 5	

Tabla A2.1. Adecuación de las U.D. de la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales para ser trabajadas conjuntamente con la modalidad de Ciencias

Organizamos la asignatura de Matemáticas Aplicadas I como se indica en la figura anterior, donde se añade la unidad didáctica 5 titulada “*Geometría*” por las razones que se exponen a continuación:

- Supone el repaso y ampliación de los contenidos impartidos en el bloque de Geometría de 4º de la E.S.O. opción enseñanzas académicas. Esta opción tiene que ser elegida por el alumnado que pretende cursar Bachillerato, tal y como se recomienda en el artículo 14 del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre.
- Se ubica antes de la unidad didáctica 6 titulada “*Funciones reales de variable real*” para que se puedan citar la circunferencia y la elipse como ejemplos de expresiones y gráficas que no corresponden a funciones.
- Los conceptos “*cono de revolución*” y “*ecuaciones de la circunferencia y la elipse*” permiten la contextualización de las derivadas de funciones implícitas, así como el cálculo de sus rectas tangente y normal en un punto.
- Posibilita el trabajo conjunto de la tarea 4 para ambas modalidades de Bachillerato.

De manera análoga, se adaptan las unidades didácticas de 1º Bachillerato de la modalidad de Ciencias para hallar puntos de encuentro con la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales. Para ello se articulan las unidades didácticas como se muestra en la siguiente tabla:

U.D. que recogen secuencialmente los contenidos propuestos en el Real Decreto 1105, de 26 de diciembre	Propuesta de secuencia de U.D. para poder trabajar conjuntamente los contenidos establecidos con la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales
U.D. 1. NÚMEROS REALES	U.D. 1. NÚMEROS REALES
Números reales: necesidad de su estudio para la comprensión de la realidad. Valor absoluto. Desigualdades. Distancias en la recta real. Intervalos y entornos. Aproximación y errores. Notación científica. Sucesiones numéricas: término general, monotonía y acotación. El número e. Logaritmos decimales y neperianos.	Números reales: necesidad de su estudio para la comprensión de la realidad. Valor absoluto. Desigualdades. Distancias en la recta real. Intervalos y entornos. Aproximación y errores. Notación científica. Sucesiones numéricas: término general, monotonía y acotación. El número e. Logaritmos decimales y neperianos.
U.D. 2. ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES	U.D. 2. MATEMÁTICAS FINANCIERAS
Ecuaciones logarítmicas y exponenciales. Planteamiento y resolución de problemas de la vida cotidiana mediante ecuaciones e inecuaciones. Interpretación gráfica. Resolución de ecuaciones no algebraicas sencillas. Método de Gauss para la resolución e interpretación de sistemas de ecuaciones lineales.	Porcentajes. Aumentos y disminuciones porcentuales.
U.D. 3. FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL	U.D. 3. POLINOMIOS
Funciones reales de variable real. Funciones básicas: polinómicas, racionales sencillas, valor absoluto, raíz, trigonométricas y sus inversas, exponenciales, logarítmicas y funciones definidas a trozos. Operaciones y composición de funciones. Función inversa. Funciones de oferta y demanda.	Polinomios. Operaciones. Descomposición en factores.
U.D. 4. LÍMITES DE FUNCIONES. CONTINUIDAD	U.D. 4. ECUACIONES Y SIST. DE ECUACIONES
Concepto de límite de una función en un punto y en el infinito. Cálculo de límites. Límites laterales. Indeterminaciones. Continuidad de una función. Estudio de discontinuidades.	Ecuaciones logarítmicas y exponenciales. Planteamiento y resolución de problemas de la vida cotidiana mediante ecuaciones e inecuaciones. Interpretación gráfica. Resolución de ecuaciones no algebraicas sencillas. Método de Gauss para la resolución e interpretación de sistemas de ecuaciones lineales.
U.D. 5. DERIVADA DE UNA FUNCIÓN	U.D. 5. CÓNICAS
Derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica de la derivada de la función en un punto. Recta tangente y normal. Función derivada. Cálculo de derivadas. Regla de la cadena.	Lugares geométricos del plano. Cónicas. Circunferencia, elipse, hipérbola y parábola. Ecuación y elementos.
U.D. 6. REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES	U.D. 6. FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL
Representación gráfica de funciones.	Funciones reales de variable real. Funciones básicas: polinómicas, racionales sencillas, valor absoluto, raíz, trigonométricas y sus inversas, exponenciales, logarítmicas y funciones definidas a trozos. Operaciones y composición de funciones. Función inversa. Funciones de oferta y demanda.
U.D. 7. TRIGONOMETRÍA	U.D. 7. LÍMITES DE FUNCIONES. CONTINUIDAD
Medida de un ángulo en radianes. Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera. Razones trigonométricas de los ángulos suma, diferencia de otros dos, doble y mitad. Fórmulas de transformaciones trigonométricas. Teoremas. Resolución de ecuaciones trigonométricas sencillas. Resolución de triángulos. Resolución de problemas geométricos diversos.	Concepto de límite de una función en un punto y en el infinito. Cálculo de límites. Límites laterales. Indeterminaciones. Continuidad de una función. Estudio de discontinuidades.
U.D. 8. NÚMEROS COMPLEJOS	U.D. 8. DERIVADA DE UNA FUNCIÓN
Números complejos. Forma binómica y polar. Representaciones gráficas. Operaciones elementales. Fórmula de Moivre.	Derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica de la derivada de la función en un punto. Recta tangente y normal. Función derivada. Cálculo de derivadas. Regla de la cadena.
U.D. 9. GEOMETRÍA	U.D. 9. REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES
Vectores libres en el plano. Operaciones geométricas. Producto escalar. Módulo de un vector. Ángulo de dos vectores. Bases ortogonales y ortonormales. Geometría métrica plana. Ecuaciones de la recta. Posiciones relativas de rectas. Distancias y ángulos. Resolución de problemas.	Representación gráfica de funciones.
U.D. 10. CÓNICAS	U.D. 10. ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL
Lugares geométricos del plano. Cónicas. Circunferencia, elipse, hipérbola y parábola. Ecuación y elementos.	Estadística descriptiva bidimensional: Tablas de contingencia. Distribución conjunta y distribuciones marginales. Medias y desviaciones típicas marginales. Distribuciones condicionadas. Independencia de variables estadísticas. Estudio de la dependencia de dos variables estadísticas. Representación gráfica: Nube de puntos. Dependencia lineal de dos variables estadísticas. Covarianza y correlación: Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal. Regresión lineal. Estimación. Predicciones estadísticas y fiabilidad de las mismas.
U.D. 11. ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL	U.D. 11. TRIGONOMETRÍA
Estadística descriptiva bidimensional: Tablas de contingencia. Distribución conjunta y distribuciones marginales. Medias y desviaciones típicas marginales. Distribuciones condicionadas. Independencia de variables estadísticas. Estudio de la dependencia de dos variables estadísticas. Representación gráfica: Nube de puntos. Dependencia lineal de dos variables estadísticas. Covarianza y correlación: Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal. Regresión lineal. Estimación. Predicciones estadísticas y fiabilidad de las mismas.	Medida de un ángulo en radianes. Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera. Razones trigonométricas de los ángulos suma, diferencia de otros dos, doble y mitad. Fórmulas de transformaciones trigonométricas. Teoremas. Resolución de ecuaciones trigonométricas sencillas. Resolución de triángulos. Resolución de problemas geométricos diversos.
	U.D. 12. NÚMEROS COMPLEJOS
	Números complejos. Forma binómica y polar. Representaciones gráficas. Operaciones elementales. Fórmula de Moivre.
	U.D. 13. GEOMETRÍA
	Vectores libres en el plano. Operaciones geométricas. Producto escalar. Módulo de un vector. Ángulo de dos vectores. Bases ortogonales y ortonormales. Geometría métrica plana. Ecuaciones de la recta. Posiciones relativas de rectas. Distancias y ángulos. Resolución de problemas.

- Tarea 1      ■ Tarea 2  
■ Tarea 3      ■ Tarea 4  
■ Tarea 5

Tabla A2.2. Adecuación de las U.D. de la modalidad de Ciencias para ser trabajadas conjuntamente con la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales

Se han introducido dos nuevas unidades didácticas en la asignatura de Matemáticas I, una sobre matemática financiera y otra sobre polinomios, por las razones que a continuación exponemos:

- Ambas unidades didácticas presentan contenidos que están recogidos en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, para el curso 4º de la E.S.O. opción enseñanzas académicas. Este hecho significa que no se imparten contenidos nuevos, simplemente supone el repaso y actualización de contenidos impartidos en cursos anteriores.
- Aunque el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, no concreta específicamente las operaciones con polinomios y su descomposición factorial, es necesario la utilización de estos conceptos para un tratamiento adecuado de contenidos que posteriormente aborda el alumnado en los bloques de Álgebra y Análisis: planteamiento y resolución de problemas de la vida cotidiana mediante ecuaciones, para el estudio de las funciones polinómicas y sus puntos de corte con el eje de abscisas, para la resolución de ciertas indeterminaciones que surgen en el cálculo de límites de fracciones algebraicas, etc.

**A3. ENUNCIADOS DE LAS TAREAS DE APRENDIZAJE<sup>48</sup>**

---

**TAREA 1. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS A TRAVÉS DE OPERACIONES ALGEBRAICAS CON POLINOMIOS**

Una fábrica se dedica a la producción y venta de bicicletas de montaña. El coste de la producción viene dado por el polinomio  $C(x) = x^2 + 5x + 400$ , mientras que los ingresos responden al polinomio  $I(x) = 2x^2 + 20x - 600$ . Suponiendo que el número de bicicletas producidas coincide con el número de bicicletas vendidas y que  $x$  representa el número de dichas bicicletas, se pide:

- a) Indicar si el coste de la producción de bicicletas depende del número de unidades producidas y, en caso de que así sea, explicar cómo varía.
- b) Escribir el polinomio que corresponde al beneficio de la fábrica  $B(x)$  en función del número de bicicletas producidas.
- c) Obtener el número de bicicletas que es necesario producir para que la fábrica no tenga ni pérdidas ni ganancias (entre los distintos procedimientos aplicables se valorará positivamente la utilización del método que reduzca el número de operaciones). ¿Para qué números de bicicletas la fábrica tiene pérdidas? ¿Para qué números de bicicletas la fábrica tiene ganancias?
- d) Calcular el beneficio obtenido si se producen 100 unidades.
- e) Esbozar la gráfica correspondiente a la función beneficio de la fábrica.
- f) Escribir la secuencia de comandos se deben utilizar para calcular por Wiris y Geogebra:
  - La factorización del polinomio correspondiente al beneficio de la fábrica  $B(x)$ .
  - Las raíces de dicho polinomio.
  - El valor numérico del polinomio  $B(x)$  para  $x = 100$ .

---

<sup>48</sup> Versión corregida tras su implementación.

**TAREA 2. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE EL PLANTEAMIENTO, TRIANGULACIÓN, DISCUSIÓN Y RESOLUCIÓN DE UN SISTEMA LINEAL DE TRES ECUACIONES CON TRES INCÓGNITAS**

Una asociación de ciclistas compra en el mes de diciembre 1 bicicleta de paseo, 2 bicicletas de montaña y 2 bicicletas de carretera por 2400 €. En el mes de enero, la superficie comercial hace una rebaja del 5% para las bicicletas de paseo y del 10% para las de montaña y carretera. La asociación adquiere entonces 2 bicicletas de paseo, 3 de montaña y 3 de carretera, ahorrándose 350 € respecto a lo que se hubiera pagado en diciembre. En el mes de febrero, se hacen unas segundas rebajas del 10%, 15% y 20% respecto a su precio original en diciembre para las bicicletas de paseo, montaña y carretera, respectivamente. Si la asociación paga 2105 € en el mes de febrero por 4 bicicletas de paseo, 1 de montaña y 2 de carretera, se pide:

- a) Realizar un esquema con los distintos descuentos que va a tener cada bicicleta y plantear el sistema de ecuaciones para encontrar el precio de cada tipo de bicicleta.
- b) Calcular el precio original en diciembre de cada tipo de bicicleta mediante el método de Gauss, discutir el sistema y comprobar las soluciones. Explicar todos los pasos.
- c) Escribir la secuencia de comandos que se deben utilizar en Wiris y Geogebra para calcular las soluciones del sistema de ecuaciones planteado en el apartado a).

**TAREA 3. IDENTIFICACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES ELEMENTALES. CÁLCULO DE SU DOMINIO, CONTINUIDAD Y ASÍNTOTAS**

Un ciclista decide someterse a una prueba en un centro de alto rendimiento para evaluar en una determinada escala la sensación que provoca la necesidad de beber agua. El deportista comienza la prueba en una bicicleta estática, sin parar y sin beber agua hasta casi los 90 minutos. Para, bebe agua y continúa pedaleando. La función que relaciona la sensación que provoca la necesidad de beber agua y el tiempo de ejercicio transcurrido viene dada por  $y = \frac{x-120}{x-90}$ , donde  $x$  representa el tiempo en minutos e  $y$  la sensación que provoca la necesidad agua en una determinada escala (los valores positivos muestran la necesidad de beber agua y los negativos indican las náuseas por su ingesta). Se pide:

- Identificar el tipo de función y su dominio.
- Determinar las posibles discontinuidades y clasificarlas.
- Calcular sus asíntotas y la posición de la función respecto a ellas.
- Representar gráficamente la función e indicar qué ocurre a los 120 minutos.
- Si se hubiera decidido realizar otra prueba al mismo ciclista en otras condiciones ambientales, la sensación de necesitar agua en función del tiempo transcurrido hubiera venido dada por la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-120}{x-90}, & 0 \leq x < 90 \\ \frac{x^2-120}{x-90}, & x > 90 \end{cases}$$

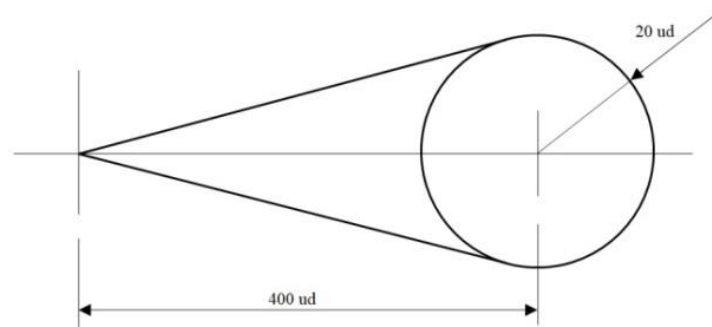
Calcular hacia dónde tiende la sensación de necesitar agua para un valor de tiempo muy elevado ( $x \rightarrow +\infty$ ).

- Escribir los comandos de Wiris y Geogebra que se deben utilizar para representar la función definida a trozos en el apartado e).

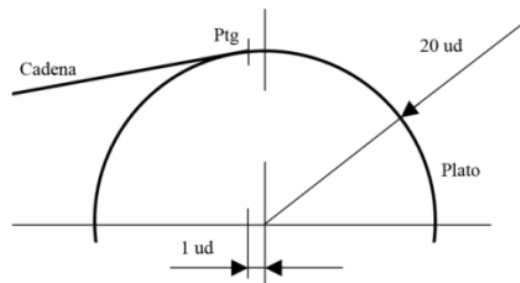


#### TAREA 4. OBTENCIÓN DE LA RECTA TANGENTE Y NORMAL DE UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO

Dado el esquema que se muestra a continuación del mecanismo plato, cadena y piñón de una bicicleta (simplificando el piñón a un punto para hacer el problema más sencillo), se plantean los siguientes apartados:



- a) Centrándonos en la parte del mecanismo cadena-plato (como se indica en la siguiente figura) de modo que consideremos solamente la parte positiva del eje de ordenadas (eje Y), se pide:



- Representar gráficamente la figura anterior con sus datos en un sistema cartesiano con origen de coordenadas en el centro de la circunferencia que constituye el plato, indicando la ecuación de la circunferencia y las coordenadas del punto de tangencia.
- Calcular la ecuación de la cadena (recta tangente) y la ecuación del radio del plato que pasa por el punto de tangencia indicado en la figura (recta normal).

- Escribir la función a trozos que corresponde a la parte de la cadena (recta tangente) y del plato (circunferencia centrada en el origen y radio 20 unidades):

$$f(x) = \begin{cases} \text{recta tangente} & , \quad \text{si } x \leq -1 \\ \text{circunferencia} & , \quad \text{si } x > -1 \end{cases}$$

- Demostrar si la función anterior es continua y derivable en el punto de tangencia ( $x = -1$ )
- b) Describir, sin realizar ningún cálculo para ello, el procedimiento para obtener la recta tangente si no nos dieran el punto de tangencia como sucede en el apartado anterior.
- c) Escribir los comandos necesarios en Wiris y Geogebra para obtener la pendiente de la recta tangente a la circunferencia del apartado a) en  $x = -1$ .

## **TAREA 5. REALIZACIÓN DE TABLAS DE FRECUENCIAS Y DIAGRAMAS DE SECTORES. OBTENCIÓN DE PARÁMETROS ESTADÍSTICOS**

La dirección de un Instituto de Educación Secundaria pretende realizar un estudio estadístico sobre el número de horas semanales que los estudiantes de Bachillerato dedican a la práctica de cualquier deporte fuera del horario escolar.

Se eligen a 15 alumnos de una población total de 80 alumnos que componen los distintos cursos y modalidades de Bachillerato. Para seleccionar esta muestra se introducen 80 bolas en un bombo, cuya numeración corresponde a cada miembro de la población, se hace girar y se sacan sucesivamente 15 bolas.

Elegida la muestra de 15 alumnos se les formula la siguiente pregunta: ¿cuántas horas semanales dedicas a la práctica de cualquier deporte fuera del horario escolar?

Las respuestas fueron 2, 0, 3, 5, 2, 7, 6, 5, 2, 0, 4, 5, 3, 5, 4. Se pide:

- a) Indicar el tipo de muestreo elegido para la selección de la muestra. Enunciar y describir las distintas posibilidades de muestreo.
- b) Realizar una tabla con las frecuencias absolutas, absolutas acumuladas, relativas y relativas acumuladas, así como un diagrama de sectores.
- c) Calcular los tres parámetros de centralización (media aritmética, mediana y moda).
- d) Calcular los tres parámetros de dispersión (varianza, desviación típica y coeficiente de variación).
- e) Calcular el cuartil  $Q_1$ , el decil  $D_6$  y el percentil  $P_{88}$ .
- f) Escribir los comandos necesarios en Wiris y Geogebra para obtener la media, desviación típica y los tres cuartiles.

#### A4. RESOLUCIÓN PROPUESTA PARA LAS TAREAS DE APRENDIZAJE

##### TAREA 1. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS A TRAVÉS DE OPERACIONES ALGEBRAICAS CON POLINOMIOS

Una fábrica se dedica a la producción y venta de bicicletas de montaña. El coste de la producción viene dado por el polinomio  $C(x) = x^2 + 5x + 400$ , mientras que los ingresos responden al polinomio  $I(x) = 2x^2 + 20x - 600$ . Suponiendo que el número de bicicletas producidas coincide con el número de bicicletas vendidas y que  $x$  representa el número de dichas bicicletas, se pide:

- a) Indicar si el coste de la producción de bicicletas depende del número de unidades producidas y, en caso de que así sea, explicar cómo varía.

RESPUESTA

Varía según una función polinómica de segundo grado, es decir, la variación sigue la representación gráfica de una parábola.

Recordar que la representación gráfica de la función polinómica de primer grado (función lineal y afín) es una recta, mientras que la representación gráfica de la función polinómica de segundo grado es una parábola.

- b) Escribir el polinomio que corresponde al beneficio de la fábrica  $B(x)$  en función del número de bicicletas producidas.

RESPUESTA:

$$\begin{aligned} B(x) &= I(x) - C(x) = \\ &= 2x^2 + 20x - 600 - (x^2 + 5x + 400) = \\ &= 2x^2 + 20x - 600 - x^2 - 5x - 400 = \\ &= x^2 + 15x - 1000 \end{aligned}$$

Cuidado al suprimir el paréntesis precedido de signo menos, pues el cambio de signo afecta a todos sus monomios.

- c) Obtener el número de bicicletas que es necesario producir para que la fábrica no tenga ni pérdidas ni ganancias (entre los distintos procedimientos aplicables se valorará positivamente la utilización del método que reduzca el número de operaciones). ¿Para qué números de bicicletas la fábrica tiene pérdidas? ¿Para qué números de bicicletas la fábrica tiene ganancias?

## RESPUESTA

Método 1

Resolviendo la ecuación de 2º grado que se obtiene al igualar el polinomio a cero:

$$B(x) = 0 \rightarrow x^2 + 15x - 1000 = 0$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 1 \cdot (1000)}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{-15 \pm 65}{2} = \begin{cases} 25 \rightarrow (25,0) \\ \text{---}40 \text{---} \rightarrow \text{---}(40,0) \end{cases}$$

Cuidado, es preciso desechar una solución matemática pues no corresponde con una solución real del ejercicio. La producción de la fábrica tiene que ser necesariamente  $x \geq 0$ .

Se estudian los dos intervalos situados a la izquierda y derecha de  $x = 25$  y obtenemos:

- $x \in [0,25) \rightarrow B(x) < 0 \rightarrow$  Pérdidas
- $x = 25 \rightarrow B(25) = 0 \rightarrow$  Ni ganancias ni pérdidas
- $x \in (25, +\infty) \rightarrow B(x) > 0 \rightarrow$  Ganancias

Método 2

Mediante el estudio y representación de la función  $f(x) = x^2 + 15x - 1000$  (véase apartado e).

Dado que la función es una parábola, su dominio de definición para esta tarea es  $Dom f(x): x \in [0, +\infty)$  y el punto de corte con el eje de abscisas es  $(25,0)$ , la fábrica necesita producir 25 bicicletas para no tener ni ganancias ni pérdidas. Los intervalos de beneficio quedan como se indica a continuación:

- $x \in [0,25) \rightarrow B(x) < 0 \rightarrow$  Pérdidas
- $x = 25 \rightarrow B(25) = 0 \rightarrow$  Ni ganancias ni pérdidas
- $x \in (25, +\infty) \rightarrow B(x) > 0 \rightarrow$  Ganancias

Si se opta por este método, a partir de él se podrían contestar simultáneamente los apartados c) y e).

Método 3

Factorizar  $B(x) = x^2 + 15x - 1000$  por Ruffini podría no considerarse como el método más apropiado respecto a los anteriores porque se trata de un polinomio de segundo grado que presenta un término independiente con múltiples divisores:

	1	15	-1000
25		25	1000
-40	1	40	0
		-40	
	1	0	

Los divisores del término independiente son  $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 8, \pm 10, \pm 20, \pm 25, \pm 40, \pm 50, \pm 100, \pm 125, \pm 200, \pm 250, \pm 500, \pm 1000$ . Esto nos obliga a realizar múltiples iteraciones para encontrar las raíces del polinomio tanto si se comienza en orden ascendente como descendente.

Se descarta la raíz  $-40$  por no ser solución real del problema y se estudian los dos intervalos situados a la izquierda y derecha de 25:

- $x \in [0, 25) \rightarrow B(x) < 0 \rightarrow$  Pérdidas
- $x = 25 \rightarrow B(25) = 0 \rightarrow$  Ni ganancias ni pérdidas
- $x \in (25, +\infty) \rightarrow B(x) > 0 \rightarrow$  Ganancias

d) Calcular el beneficio obtenido si se producen 100 unidades.

RESPUESTA:

$$B(100) = 100^2 + 15 \cdot 100 - 1000 = 10500$$

El beneficio obtenido con la producción de 100 bicicletas es 10500 €.

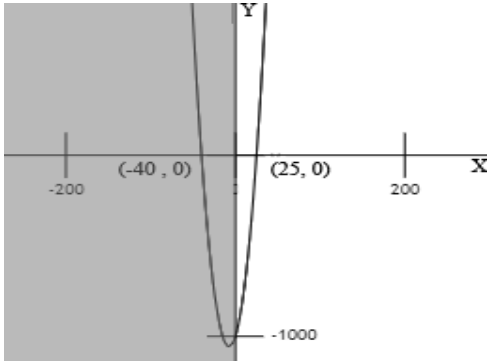
e) Esbozar la gráfica correspondiente a la función beneficio de la fábrica.

RESPUESTA

$$f(x) = x^2 + 15x - 1000$$

- $Dom f(x): x \in [0, +\infty)$
- $Puntos de corte eje X: y = 0 \rightarrow \{(25, 0), (-40, 0)\}$
- $Punto de corte eje Y: x = 0 \rightarrow (0, -1000)$

$$\text{Vértice: } \begin{cases} x_v = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-15}{2} \\ y_v = \left(\frac{-15}{2}\right)^2 + 15 \cdot \left(\frac{-15}{2}\right) - 1000 = \frac{-4225}{4} \end{cases}$$



No consideramos la parte de la función situada en el semieje negativo de abscisas pues no pertenece al dominio de definición.

- f) Escribir la secuencia de comandos se deben utilizar para calcular por Wiris y Geogebra:
- La factorización del polinomio correspondiente al beneficio de la fábrica  $B(x)$
  - Las raíces de dicho polinomio
  - El valor numérico de  $B(x)$  para  $x = 100$

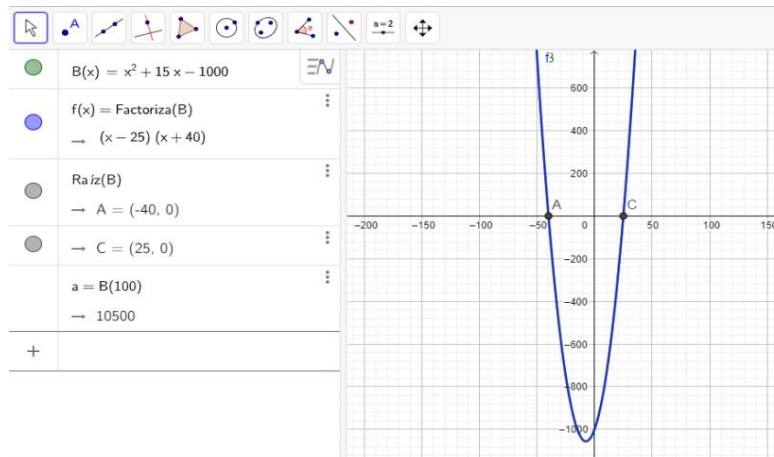
## RESPUESTA

### Wiris

- Nos dirigimos a la URL:  
[www.calcme.com](http://www.calcme.com)
- Introducimos el polinomio:  
 $B(x) = x^2 + 15x - 1000$
- Escribimos/seleccionamos los siguientes comandos:  
 $factorizar(B(x))$   
 $raices(B(x))$   
 $evaluar(B(x), 100)$

## Geogebra

- Nos dirigimos a la URL:  
[www.geogebra.org/classic](http://www.geogebra.org/classic)
- Introducimos el polinomio:  
 $B(x) = x^2 + 15x - 1000$
- Escribimos los siguientes comandos:  
 $Factoriza(B(x))$   
 $Raíz(B(x))$   
 $B(100)$





## TAREA 2. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE EL PLANTEAMIENTO, TRIANGULACIÓN, DISCUSIÓN Y RESOLUCIÓN DE UN SISTEMA LINEAL DE TRES ECUACIONES CON TRES INCÓGNITAS

Una asociación de ciclistas compra en el mes de diciembre 1 bicicleta de paseo, 2 bicicletas de montaña y 2 bicicletas de carretera por 2400 €. En el mes de enero, la superficie comercial hace una rebaja del 5% para las bicicletas de paseo y del 10% para las de montaña y carretera. La asociación adquiere entonces 2 bicicletas de paseo, 3 de montaña y 3 de carretera, ahorrándose 350 € respecto a lo que se hubiera pagado en diciembre. En el mes de febrero, se hacen a unas segundas rebajas del 10%, 15% y 20% respecto a su precio original en diciembre para las bicicletas de paseo, montaña y carretera, respectivamente. Si la asociación paga 2105 € en el mes de febrero por 4 bicicletas de paseo, 1 de montaña y 2 de carretera, se pide:

- a) Realizar un esquema con los distintos descuentos que va a tener cada bicicleta y plantear el sistema de ecuaciones para encontrar el precio de cada tipo de bicicleta.

### RESPUESTA

Precio de bicicleta de paseo:  $x$   
 Precio de bicicleta de montaña:  $y$   
 Precio de bicicleta de carretera:  $z$

Precio Dic.	Precio Enero	Precio Febr.
----------------	-----------------	-----------------

$x$	$\xrightarrow{5\% \text{ dto}=0.05 \cdot x} 0.95 \cdot x$	$\xrightarrow{10\% \text{ dto}=0.1 \cdot x} 0.9 \cdot x$
$y$	$\xrightarrow{10\% \text{ dto}=0.1 \cdot y} 0.9 \cdot y$	$\xrightarrow{15\% \text{ dto}=0.15 \cdot y} 0.85 \cdot y$
$z$	$\xrightarrow{10\% \text{ dto}=0.1 \cdot z} 0.9 \cdot z$	$\xrightarrow{20\% \text{ dto}=0.2 \cdot z} 0.8 \cdot z$

Se podía haber construido también una tabla:

Bicicleta	Diciem		Enero		Febrero	
	Precio original	1 <sup>er</sup> D <sup>o</sup>	Precio rebaj. 1	2 <sup>o</sup> D <sup>o</sup>	Precio rebaj. 2	
Paseo	$x$	$0.05 \cdot x$	$0.95 \cdot x$	$0.1 \cdot x$	$0.9 \cdot x$	
Montaña	$y$	$0.1 \cdot y$	$0.9 \cdot y$	$0.15 \cdot y$	$0.85 \cdot y$	
Carrera	$z$	$0.1 \cdot z$	$0.9 \cdot z$	$0.2 \cdot z$	$0.8 \cdot z$	

Columnas que debemos considerar para plantear el sistema de ecuaciones.

Planteamos el sistema lineal de 3 ecuaciones

con 3 incógnitas:

$$\begin{cases} x + 2 \cdot y + 2 \cdot z = 2400 \\ 2 \cdot 0.05 \cdot x + 3 \cdot 0.1 \cdot y + 3 \cdot 0.1 \cdot z = 350 \\ 4 \cdot 0.9 \cdot x + 1 \cdot 0.85 \cdot y + 2 \cdot 0.8 \cdot z = 2105 \end{cases}$$

Obsérvese la diferencia entre plantear la segunda y la tercera ecuación (diferencia entre porcentaje descontado y porcentaje a pagar).

- b) Calcular el precio original en diciembre de cada tipo de bicicleta mediante el método de Gauss, discutir el sistema y comprobar las soluciones. Explicar todos los pasos.

RESPUESTA

$$\begin{cases} x + 2 \cdot y + 2 \cdot z = 2400 \\ 2 \cdot 0.05 \cdot x + 3 \cdot 0.1 \cdot y + 3 \cdot 0.1 \cdot z = 350 \rightarrow \\ 4 \cdot 0.9 \cdot x + 1 \cdot 0.85 \cdot y + 2 \cdot 0.8 \cdot z = 2105 \end{cases}$$

$$\xrightarrow[100 \cdot E_3]{10 \cdot E_2} \begin{cases} x + 2y + 2z = 2400 \\ x + 3y + 3z = 3500 \rightarrow \\ 360x + 85y + 160z = 210500 \end{cases}$$

Multiplicar cada ecuación por los factores necesarios para convertir los coeficientes decimales en enteros.

$$\xrightarrow[E_3]{E_3} \begin{cases} x + 2y + 2z = 2400 \\ x + 3y + 3z = 3500 \\ 72x + 17y + 32z = 42100 \end{cases}$$

Resulta conveniente simplificar los coeficientes de la 3ª ecuación dividiéndola entre el M.C.D. de los coeficientes.

Triangulamos el sistema por el método de

Gauss:

$$\xrightarrow[E_3 - 72E_1]{E_2 - E_1} \begin{cases} x + 2y + 2z = 2400 \\ + y + z = 1100 \\ -127y - 112z = -130700 \end{cases}$$

$$\xrightarrow[E_3 + 127E_2]{E_3 + 127E_2} \begin{cases} x + 2y + 2z = 2400 \\ + y + z = 1100 \\ + 15z = 9000 \end{cases}$$

Discutimos el sistema triangulado:

**Sistema lineal heterogéneo compatible determinado**

Despejamos las incógnitas:

$$\begin{cases} x = 2400 - 2 \cdot 500 - 2 \cdot 600 = 200 \\ y = 1100 - 600 = 500 \\ z = \frac{9000}{15} = 600 \end{cases}$$

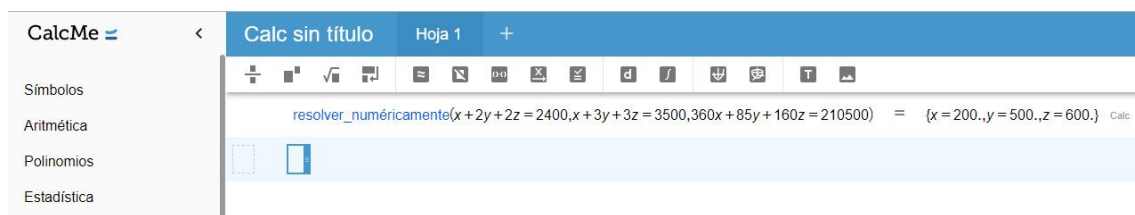
Comprobar el valor obtenido para cada incógnita en las tres ecuaciones del sistema de partida.

- c) Escribir la secuencia de comandos que se deben utilizar en Wiris y Geogebra para calcular las soluciones del sistema de ecuaciones planteado en el apartado a).

## RESPUESTA

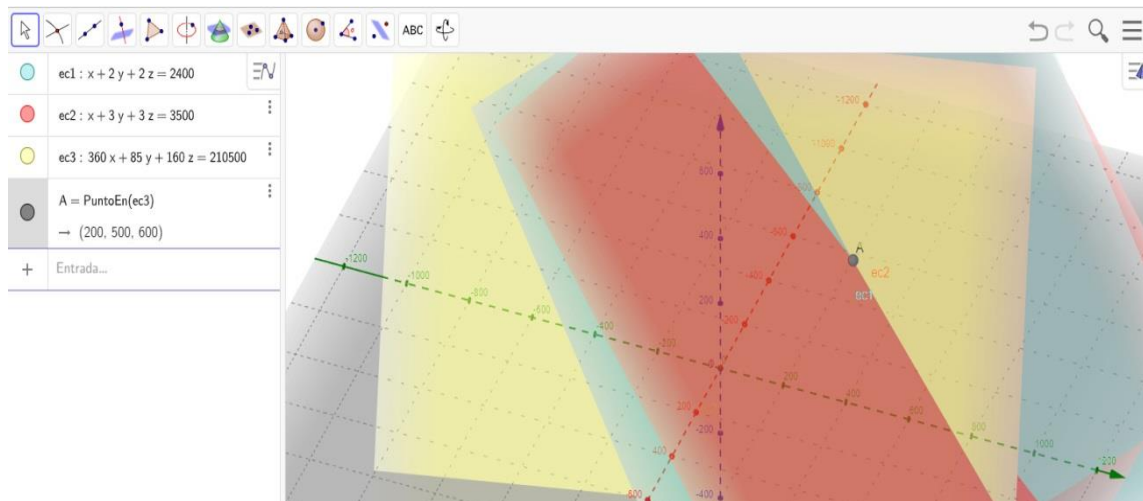
## Wiris

- Nos dirigimos a la URL: [www.calcme.com](http://www.calcme.com)
- Seleccionamos: Resolver
- Elegimos: resolver\_numéricamente ( $x+2y+2z = 2400$ ,  $x+3y+3z = 3500$ ,  $360x+85y+160z = 210500$ )



## Geogebra

- Nos dirigimos a la URL: [www.geogebra.org/classic](http://www.geogebra.org/classic)
- Seleccionamos: Gráficas 3D
- Modificamos el zoom: Una escala adecuada es cada 200 unidades
- Introducimos las 3 ecuaciones:
  - ec1:  $x+2y+2z = 2400$
  - ec2:  $x+3y+3z = 3500$
  - ec3:  $360x+85y+160z = 210500$
- Cambiamos el atributo color:
  - Configuración/color ec1: cian
  - Configuración/color ec2: rojo
  - Configuración/color ec3: amarillo
- Seleccionamos el punto intersección: A(200, 500, 600)



### TAREA 3. IDENTIFICACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES ELEMENTALES. CÁLCULO DE SU DOMINIO, CONTINUIDAD Y ASÍNTOTAS

Un ciclista decide someterse a una prueba en un centro de alto rendimiento para evaluar en una determinada escala la sensación que provoca la necesidad de beber agua. El deportista comienza la prueba en una bicicleta estática, sin parar y sin beber agua hasta casi los 90 minutos. Para, bebe agua y continúa pedaleando. La función que relaciona la sensación que provoca la necesidad de beber agua y el tiempo de ejercicio transcurrido viene dada por  $y = \frac{x-120}{x-90}$ , donde  $x$  representa el tiempo en minutos e  $y$  la sensación que provoca la necesidad de agua en una determinada escala (los valores positivos muestran la necesidad de beber agua y los negativos indican las náuseas por su ingesta). Se pide:

- a) Identificar el tipo de función y su dominio.

RESPUESTA

Función racional: hipérbola

$$\text{Dom}(f) = x \in [0, 90) \cup (90, +\infty)$$

- b) Determinar las posibles discontinuidades y clasificarlas.

RESPUESTA

La única discontinuidad que presenta la función es en el único valor que no pertenece al dominio:  $x = 90$ . Por tanto, calculamos sus límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow 90^-} \frac{x-120}{x-90} = \frac{-30}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 90^+} \frac{x-120}{x-90} = \frac{-30}{0^+} = -\infty$$

Cuidado al operar con los signos para obtener  $+\infty$  y  $-\infty$ .

Discontinuidad inevitable de primera especie de salto infinito.

La descripción de la discontinuidad debe ser completa.

- c) Calcular sus asíntotas y la posición de la función respecto a ellas.

## RESPUESTA

La función presenta dos asíntotas, una horizontal y otra vertical.

El cálculo de la asíntota vertical y la posición de la función respecto a ella se ha realizado en los apartados anteriores:

$$x = 90 \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 90^-} \frac{x - 120}{x - 90} = \frac{-30}{0^-} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 90^+} \frac{x - 120}{x - 90} = \frac{-30}{0^+} = -\infty \end{cases}$$

Cuidado al operar con los signos para obtener  $+\infty$  y  $-\infty$ .

Para calcular la asíntota horizontal:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x - 120}{x - 90} = 1 \rightarrow \text{Asínt. horiz. } y = 1$$

Para determinar la posición de la función respecto a la asíntota horizontal:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 120}{x - 90} - 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-30}{x - 90} = 0^+ \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 120}{x - 90} - 1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-30}{x - 90} = 0^- \end{cases}$$

La función queda por encima de la asíntota  $y = 1$  cuando  $x \rightarrow -\infty$  y por debajo de dicha asíntota cuando  $x \rightarrow +\infty$ .

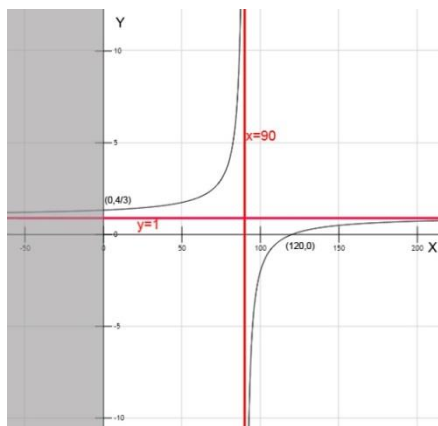
Por tratarse de una función racional se podía haber calculado la asíntota horizontal dividiendo el numerador entre el denominador:

$x - 120 = (x - 90) \cdot c(x) + r(x)$ , donde:

- $y = c(x)$  es la asíntota horizontal.
- $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{r(x)}{x - 90} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{r(x)}{x - 90} \end{cases}$ , determinan la posición de la función respecto a la asíntota.

d) Representar gráficamente la función e indicar qué ocurre a los 120 minutos.

## RESPUESTA



Contemplar solamente la parte de la función que corresponde al dominio (eliminar los valores negativos para la variable tiempo).

A los 120 minutos ni tiene la sensación de necesitar agua ni tiene náuseas por su ingesta.

- e) Si se hubiera decidido realizar otra prueba al mismo ciclista en otras condiciones ambientales, la sensación de necesitar agua en función del tiempo transcurrido hubiera venido dada por la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-120}{x-90}, & 0 \leq x < 90 \\ \frac{x^2-120}{x-90}, & x > 90 \end{cases}$$

Calcular hacia dónde tiende la sensación de necesitar agua para un valor de tiempo muy elevado ( $x \rightarrow +\infty$ ).

#### RESPUESTA

Para valores de tiempo muy elevados,  $x \rightarrow +\infty$ , la función tiende a  $+\infty$ :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 120}{x - 90} \cong \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

Como la función tiende a  $+\infty$  para valores de  $x \rightarrow +\infty$  y el grado del numerador menos el grado del denominador es igual a 1, entonces existe asíntota oblicua para  $x \rightarrow +\infty$ . Dado que se trata de una función racional, podemos calcular la asíntota y su posición respecto a ella a partir de la siguiente división:

$$\begin{array}{r} x^2 \quad \quad \quad - 120 \\ -x^2 \quad + 90x \\ \hline \quad \quad + 90x \quad - 120 \\ \quad \quad - 90x \quad + 8100 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad + 7980 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x-90 \\ \hline x+90 \end{array} \right.$$

La asíntota oblicua es  $y = x + 90$ . La posición de la función respecto a la asíntota es:

El procedimiento para calcular la asíntota oblicua por el método general resulta más complejo:

- $y = m \cdot x + n$
- $m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
- $n = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - m(x)]$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{+7980}{x-90} = \frac{+7980}{+\infty} = 0^+$$

La función queda por encima de la asíntota.

- f) Escribir los comandos de Wiris y Geogebra que se deben utilizar para representar la función definida a trozos en el apartado e).

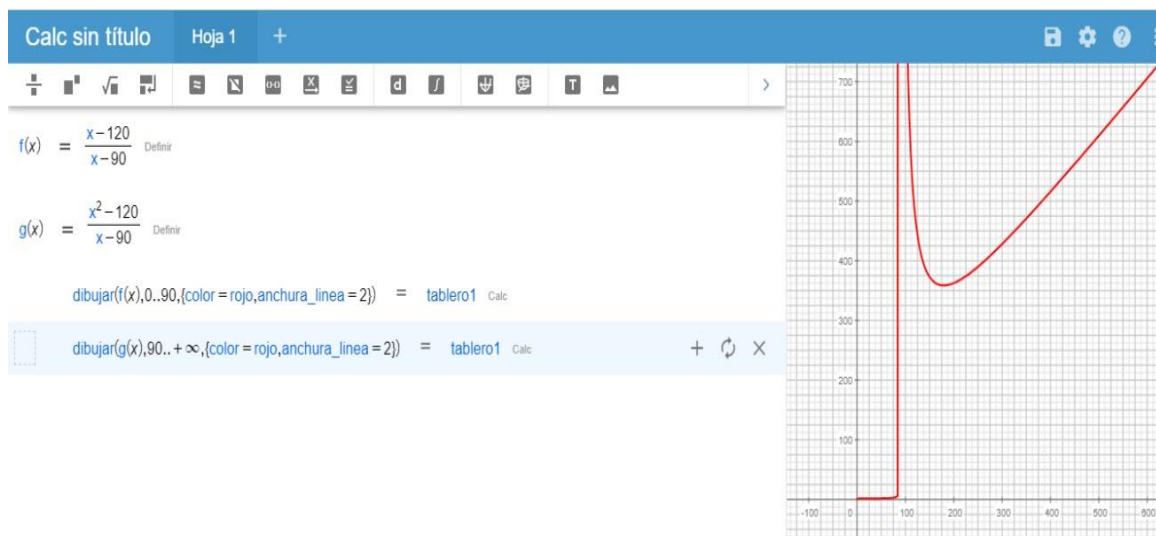
## RESPUESTA

### Wiris

- Nos dirigimos a la URL: [www.calcme.com](http://www.calcme.com)
- Escribimos las funciones:
 
$$f(x) = \frac{x-120}{x-90}$$

$$g(x) = \frac{x^2-120}{x-90}$$
- Representamos las funciones:
 
$$\text{dibujar}(f(x), 0..90, \{\text{color}=\text{rojo}, \text{anchura\_linea}=2\})$$

$$\text{dibujar}(g(x), 90..+\infty, \{\text{color}=\text{rojo}, \text{anchura\_linea}=2\})$$
- Modificamos el zoom: Una escala adecuada es cada 100 unidades



### Geogebra

- Nos dirigimos a la URL: [www.geogebra.org/classic](http://www.geogebra.org/classic)
- Seleccionamos el comando Función (<Función>, <Valor inicial>, <Valor final>) y escribimos nuestra función:

$$\text{Función} \left( \frac{x-120}{x-90}, 0, 90 \right)$$

$$\text{Función} \left( \frac{x^2-120}{x-90}, 90, +\infty \right)$$

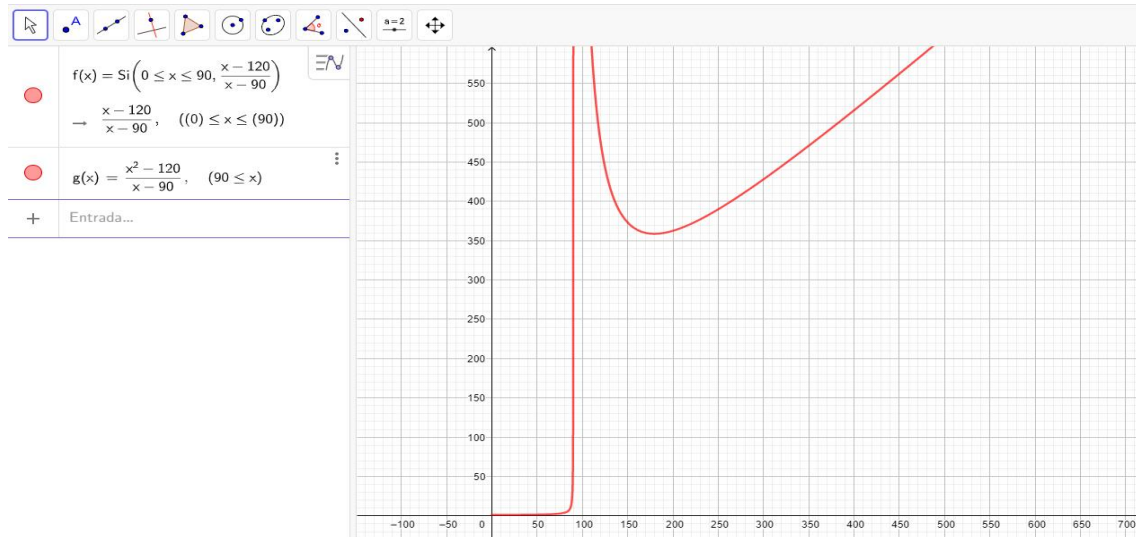
- Tanto para la primera función,  $f(x)$ , como para la segunda,  $g(x)$ , seleccionamos configuración y procedemos:

Estableciendo el mismo color para ambas

Deseleccionando Mostrar etiqueta

- Modificamos el zoom:

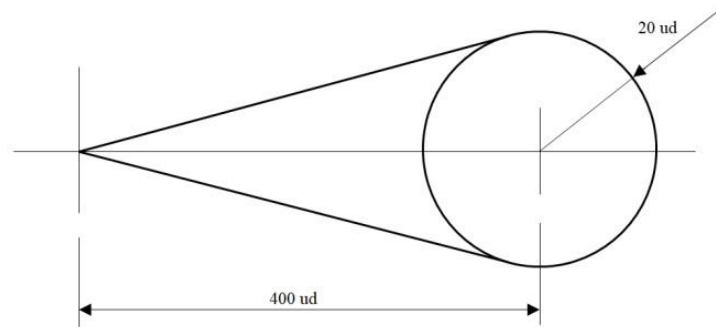
Una escala adecuada es cada 100 unidades



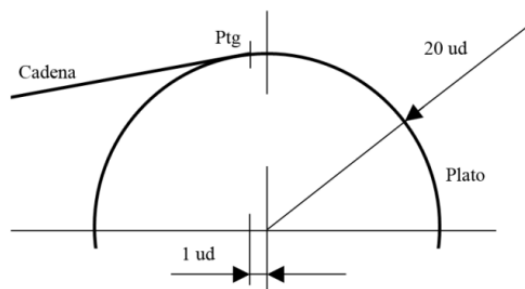


#### TAREA 4. OBTENCIÓN DE LA RECTA TANGENTE Y NORMAL DE UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO

Dado el esquema que se muestra a continuación del mecanismo plato, cadena y piñón de una bicicleta (simplificando el piñón a un punto para hacer el problema más sencillo), se plantean los siguientes apartados:

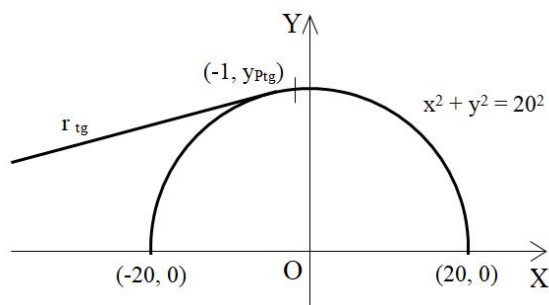


- a) Centrándonos en la parte del mecanismo cadena-plato (como se indica en la siguiente figura) de modo que consideremos solamente la parte positiva del eje de ordenadas (eje Y), se pide:



- Representar gráficamente la figura anterior con sus datos en un sistema cartesiano con origen de coordenadas en el centro de la circunferencia que constituye el plato, indicando la ecuación de la circunferencia y las coordenadas del punto de tangencia.

RESPUESTA



La ecuación de una circunferencia centrada en el origen de coordenadas y radio 20 unidades es:

$$x^2 + y^2 = 20^2 \rightarrow x^2 + y^2 = 400$$

La ordenada del punto de tangencia se obtiene al sustituir  $x = -1$  en la ecuación de la circunferencia:

$$(-1)^2 + y^2 = 400 \rightarrow y^2 = 399 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \begin{cases} +\sqrt{399} \rightarrow (-1, +\sqrt{399}) \\ -\sqrt{399} \rightarrow (-1, -\sqrt{399}) \end{cases}$$

No debemos considerar la solución negativa para la ordenada pues solamente se contempla en el enunciado la parte positiva del eje de ordenadas.

- Calcular la ecuación de la cadena (recta tangente) y la ecuación del radio del plato que pasa por el punto de tangencia indicado en la figura (recta normal).

#### RESPUESTA

La pendiente de la recta tangente se calcula con la derivada primera de la función implícita  $x^2 + y^2 = 400$  en  $x = -1$

$$2x + 2yy' = 0 \rightarrow y' = \frac{-x}{y} \rightarrow y' = \frac{-x}{\sqrt{400 - x^2}}$$

$$y'(-1) = \frac{1}{\sqrt{399}}$$

Solamente consideramos la raíz cuadrada positiva al despejar la  $y$ .

También se podía haber despejado la  $y$  para después derivar:

$$y = \sqrt{400 - x^2} \rightarrow y' = \frac{-2x}{2\sqrt{400 - x^2}}$$

La ecuación de la recta tangente dada la pendiente y un punto es:

$$t \equiv y - \sqrt{399} = \frac{1}{\sqrt{399}}[x - (-1)]$$

$$t \equiv y = \frac{\sqrt{399}}{399}x + \frac{400 \cdot \sqrt{399}}{399}$$

Resulta conveniente racionalizar para eliminar las raíces del denominador.

La pendiente de la recta normal se calcula a partir de la pendiente de la recta tangente:

$$y'_n = \frac{-1}{y'} = -\sqrt{399}$$

La ecuación de la recta normal en dicho punto

es:

$$n \equiv y - \sqrt{399} = -\sqrt{399}[x - (-1)]$$

$$n \equiv y = -\sqrt{399}x$$

- Escribir la función a trozos que corresponde a la parte de la cadena (recta tangente) y del plato (circunferencia centrada en el origen y radio 20 unidades):

$$f(x) = \begin{cases} \text{recta tangente} & , \text{ si } x \leq -1 \\ \text{circunferencia} & , \text{ si } x > -1 \end{cases}$$

RESPUESTA

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{399}}{399}x + \frac{400 \cdot \sqrt{399}}{399} & , \text{ si } x \leq -1 \\ \sqrt{400 - x^2} & , \text{ si } x > -1 \end{cases}$$

- Demostrar si la función anterior es continua y derivable en el punto de tangencia ( $x = -1$ )

RESPUESTA

### Continuidad

- 1ª condición

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{\sqrt{399}}{399}x + \frac{400 \cdot \sqrt{399}}{399} = \sqrt{399}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \sqrt{400 - x^2} = \sqrt{399}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \rightarrow \exists \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \sqrt{399}$$

- 2ª condición

$$\exists f(-1) = \frac{\sqrt{399}}{399}(-1) + \frac{400 \cdot \sqrt{399}}{399} = \sqrt{399}$$

- 3ª condición

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)$$

La función es continua en  $x = -1$

Derivabilidad

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{399}}{399} & , \text{ si } x < -1 \\ \frac{-x}{\sqrt{400-x^2}} & , \text{ si } x > -1 \end{cases}$$

$$f'(-1^-) = \frac{\sqrt{399}}{399}$$

$$f'(-1^+) = \frac{1}{\sqrt{399}} = \frac{\sqrt{399}}{399}$$

La función es derivable en  $x = -1$

La función es continua y derivable en  $x = -1$

- b) Describir, sin realizar ningún cálculo para ello, el procedimiento para obtener la recta tangente si no nos dieran el punto de tangencia como sucede en el apartado anterior.

## RESPUESTA

Se debería considerar un punto genérico de la circunferencia que designaremos por  $P(x_0, y_0)$ , es decir,  $P(x_0, \sqrt{400-x_0^2})$ . Construiría la ecuación de la recta tangente que pasara por ese punto:

$$t \equiv y - \sqrt{400-x_0^2} = \frac{-x_0}{\sqrt{400-x_0^2}} (x - x_0)$$

Obligaría a dicha recta a pasar por las coordenadas del piñón,  $Q(-400, 0)$ , para obtener  $x_0$ . Con ese valor conseguiría las coordenadas del punto de tangencia y la ecuación de la recta tangente.

Existe otro procedimiento geométrico basado en la utilización del arco capaz que podían haber utilizado los alumnos que hubieran cursado asignaturas relacionadas con el trazado geométrico y el dibujo técnico.

- c) Escribir los comandos necesarios en Wiris y Geogebra para obtener la pendiente de la recta tangente a la circunferencia del apartado a) en  $x = -1$ .

## RESPUESTA

## Wiris

- Nos dirigimos a la URL: [www.calcme.com](http://www.calcme.com)
- Introducimos la función:  $f(x) = \sqrt{400 - x^2}$
- Si escribimos  $f'$  (INTRO), nos da la derivada de la función y, si escribimos  $f'(-1)$  (INTRO), Wiris nos indica el valor de la derivada en  $x = -1$ .

CalcMe Calc sin título Hoja 1 +

Símbolos

Aritmética

Polinomios

Estadística

Funciones

Cálculo

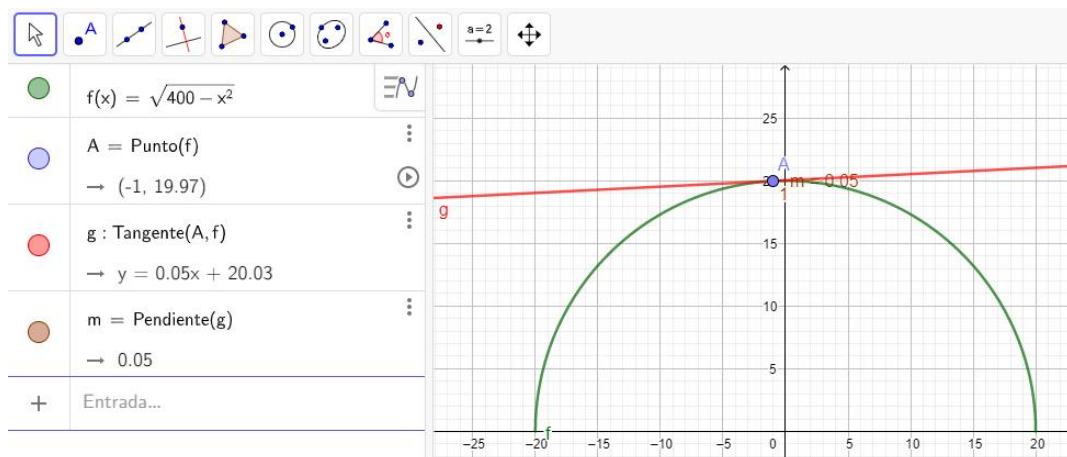
$f(x) = \sqrt{400 - x^2}$  Definir

$f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{-x^2 + 400}}$  Calc

$f'(-1) = \frac{\sqrt{399}}{399}$  Calc

## Geogebra

- Nos dirigimos a la URL: [www.geogebra.org/classic](http://www.geogebra.org/classic)
- Introducimos la función:  $f(x) = \sqrt{400 - x^2}$
- Seleccionamos la opción: Punto en objeto
- Elegimos en la función  $f(x)$  el punto cuya  $x = -1$
- Seleccionamos la opción: Tangente
- Pinchamos sobre el punto  $A(-1, \sqrt{399})$  y a continuación sobre la función  $f(x)$
- Seleccionamos la opción: Pendiente
- Pinchamos en la recta tangente y Geogebra nos indica cuál es el valor de la pendiente (que coincide con el valor de la derivada de la función en el punto elegido)



## **TAREA 5. REALIZACIÓN DE TABLAS DE FRECUENCIAS Y DIAGRAMAS DE SECTORES. OBTENCIÓN DE PARÁMETROS ESTADÍSTICOS**

La dirección de un Instituto de Educación Secundaria pretende realizar un estudio estadístico sobre el número de horas semanales que los estudiantes de Bachillerato dedican a la práctica de cualquier deporte fuera del horario escolar.

Se eligen a 15 alumnos de una población total de 80 alumnos que componen los distintos cursos y modalidades de Bachillerato. Para seleccionar esta muestra se introducen 80 bolas en un bombo, cuya numeración corresponde a cada miembro de la población, se hace girar y se sacan sucesivamente 15 bolas.

Elegida la muestra de 15 alumnos se les formula la siguiente pregunta: ¿cuántas horas semanales dedicas a la práctica de cualquier deporte fuera del horario escolar?

Las respuestas fueron 2, 0, 3, 5, 2, 7, 6, 5, 2, 0, 4, 5, 3, 5, 4. Se pide:

- a) Indicar el tipo de muestreo elegido para la selección de la muestra. Enunciar y describir las distintas posibilidades de muestreo.

### RESPUESTA

El tipo de muestreo elegido es aleatorio simple porque los individuos seleccionados han sido escogidos al azar, de modo que todos tienen la misma probabilidad de ser elegidos.

Otros tipos de muestreo son:

- Muestreo sistemático, donde una vez elegido el primer individuo de la muestra al azar, el resto se encuentran igualmente espaciados en la lista.
- Muestreo estratificado, se eligen los individuos de cada grupo o estrato de forma proporcional al modo en el que el grupo o estrato representa a la población.

- Muestreo por conglomerados, cuando la población está dividida de manera natural en grupos o conglomerados que representan la característica a estudiar. En este caso, es suficiente con seleccionar alguno de estos grupos o conglomerados para la realización del estudio.
- b) Realizar una tabla con las frecuencias absolutas, absolutas acumuladas, relativas y relativas acumuladas, así como un diagrama de sectores.

### RESPUESTA

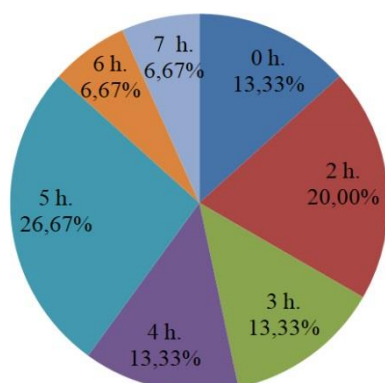
Comenzamos ordenando las respuestas de los alumnos:

0, 0, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 7

Construimos la tabla de frecuencias:

	Frecuencias absolutas	Frecuencias absolutas acumuladas	Frecuencias relativas	Frecuencias relativas acumuladas
$x_i$	$n_i$	$N_i$	$f_i$	$F_i$
0	2	2	0.13	0.13
2	3	5	0.20	0.33
3	2	7	0.13	0.46
4	2	9	0.13	0.59
5	4	13	0.27	0.86
6	1	14	0.07	0.93
7	1	15	0.07	1

Realizamos el diagrama de sectores:



Es importante ordenar de manera creciente las respuestas de los alumnos para el cálculo posterior tanto de la mediana como de los parámetros de posición.

El ángulo de cada sector del diagrama se obtiene multiplicando las frecuencias relativas por  $360^\circ$  (no confundir con otra columna de la tabla).

- c) Calcular los tres parámetros de centralización (media aritmética, mediana y moda).

RESPUESTA

- $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^7 x_i \cdot n_i}{N} = 3.53$
- El valor de la muestra que ocupa la posición  $\frac{N+1}{2} = \frac{15+1}{2} = 8$  es la mediana:  $M_e = 4$
- $M_o = 5$

Para el cálculo de la mediana debemos tener en cuenta que el número de datos es impar.

- d) Calcular los tres parámetros de dispersión (varianza, desviación típica y coeficiente de variación).

RESPUESTA

- $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{N-1} = 4.27$
- $S = \sqrt{4.267} = 2.07$
- $CV = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{2.07}{3.53} = 0.59$

Debemos tener presente que realizamos el cálculo de la varianza a una muestra y no a la población completa, razón por la que no debemos aplicar la expresión:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{N}$$

- e) Calcular el cuartil  $Q_1$ , el decil  $D_6$  y el percentil  $P_{88}$ .

RESPUESTA

- $Q_1: \frac{i \cdot N}{4} = \frac{1 \cdot 15}{4} = 3.75 \rightarrow$   
posición 4  $\rightarrow Q_1 = 2$
- $D_6: \frac{i \cdot N}{10} = \frac{6 \cdot 15}{10} = 9 \rightarrow$   
posición 10  $\rightarrow D_6 = 5$
- $P_{88}: \frac{i \cdot N}{100} = \frac{88 \cdot 15}{100} = 13.2 \rightarrow$   
posición 14  $\rightarrow P_{88} = 6$

Para el cálculo de los parámetros de posición debemos acudir a la lista ordenada con las respuestas de los alumnos.

- f) Escribir los comandos necesarios en Wiris y Geogebra para obtener la media, desviación típica y los tres cuartiles.



## RESPUESTA

## Wiris

- Nos dirigimos a la URL: [www.calcme.com](http://www.calcme.com)
- Elegimos “Estadística”
- Introducimos los datos con la opción lista  $\{\}$  como  $x=\{0,0,2,2,2,3,3,4,4,5,5,5,5,6,7\}$
- Seleccionamos los comandos  $\text{media}(x)$ ,  $\text{desviación\_estándar}(x)$  y  $\text{cuartil}(x)$

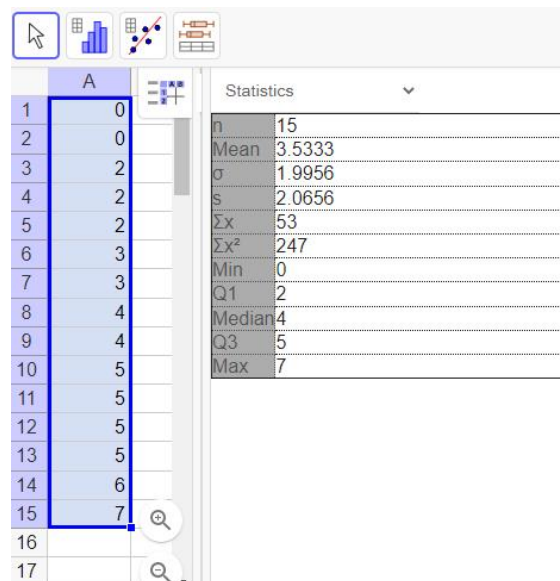


The screenshot shows the CalcMe website interface. The main area displays the following calculations:

```
X = {0,0,2,2,2,3,3,4,4,5,5,5,5,6,7} Definir  
media(X) = 3.5333 Calc  
desviación_estándar(X) = 2.0656 Calc  
cuartil(X) = [2.,4.,5.] Calc
```

## Geogebra

- Nos dirigimos a la URL: [www.geogebra.org/classic](http://www.geogebra.org/classic)
- Elegimos “Hoja de Cálculo”
- Escribimos los datos en la primera columna
- Seleccionamos los datos introducidos en la primera columna
- Elegimos “Análisis de una variable”
- Seleccionamos “Mostrar estadísticas”



The screenshot shows the Geogebra Hoja de Cálculo interface. The data set is entered in column A, and the statistics are displayed in the Statistics panel.

Statistics	
n	15
Mean	3.5333
$\sigma$	1.9956
s	2.0656
$\Sigma x$	53
$\Sigma x^2$	247
Min	0
Q1	2
Median	4
Q3	5
Max	7

## A5. PLATAFORMA MOODLE

Usted se ha identificado como [Ricardo Manuel Jimenez Bezares](#) (Salir)

# Matemáticas I – Matemáticas Aplicadas I

Página Principal ▶ Mis cursos ▶ LaMarisma ▶ Bachillerato ▶ 1º Bach ▶ Curso1819 Activar edición

**Novedades**

**CUESTIONARIO PRETEST**

- CUESTIONARIO PRETEST
- ENTREGA DEL CUESTIONARIO

**TAREA 1. POLINOMIOS**

- TAREA 1: Resolución de problemas a través de operaciones algebraicas con polinomios
- ENCUESTA SOBRE TAREA 1

**TAREA 2. ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES**

- TAREA 2: Resolución de problemas mediante el planteamiento, triangulación, discusión y resolución de un sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas

**TAREA 3. FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL. LÍMITES Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES**

- TAREA 3. Identificación y representación de funciones elementales. Cálculo de su dominio, continuidad y asíntotas

**TAREA 4. GEOMETRÍA Y CÓNICAS. DERIVADA DE UNA FUNCIÓN**

- TAREA 4. Obtención de la recta tangente y normal de una función en un punto

**TAREA 5. ESTADÍSTICA**

- TAREA 5. Obtención de parámetros estadísticos sobre la práctica deportiva de un centro educativo
- ENCUESTA SOBRE TAREA 5

**CUESTIONARIO POSTEST**

- CUESTIONARIO POSTEST
- ENTREGA DEL CUESTIONARIO

**Buscar en los foros**

 Ir  
 Búsqueda avanzada 

**Últimas noticias**

Añadir un nuevo tema...  
(Sin novedades aún)

**Eventos próximos**

No hay eventos próximos

[Ir al calendario...](#)  
[Nuevo evento...](#)

**Navegación**

- [Página Principal](#)
- ▾ [Área personal](#)
- ▶ [Páginas del sitio](#)
- ▶ [Mi perfil](#)
- ▼ [Curso actual](#)
  - ▼ [MACSI](#)
    - ▶ [Participantes](#)
    - ▶ [Insignias](#)
    - ▶ [General](#)
    - ▶ [CUESTIONARIO PRETEST](#)
    - ▶ [TAREA 1. POLINOMIOS](#)
    - ▶ [TAREA 2. ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES](#)
    - ▶ [TAREA 3. FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL. LÍMITE...](#)
    - ▶ [TAREA 4. GEOMETRÍA Y CÓNICAS. DERIVADA DE UNA FUNCIÓN](#)

Figura A5.1. Presentación de las distintas actividades realizadas en la plataforma Moodle durante la segunda implementación

Usted se ha identificado como Ricardo Manuel Jimnez Bezares (Salir)

# Matemáticas I – Matemáticas Aplicadas I

Página Principal ▶ Mis cursos ▶ LaMarisma ▶ Bachillerato ▶ 1º Bach ▶ Curso1920 Activar edición

**CUESTIONARIO PRETEST**

- CUESTIONARIO PRETEST
- ENTREGA DEL CUESTIONARIO

**TAREA 1. POLINOMIOS**

- Tarea 1.- Resolución de problemas a través de operaciones algebraicas con polinomios
- RESPUESTA A LAS RÚBRICAS DE LA TAREA 1
- ENTREGA DE LA RESPUESTA A LAS RÚBRICAS DE LA TAREA 1
- ENCUESTA SOBRE LA TAREA 1

**TAREA 2. MATEMÁTICAS FINANCIERAS. ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES.**

- Tarea 2. Resolución de problemas mediante el planteamiento, triangulación, discusión y resolución de un sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas
- RESPUESTA A LAS RÚBRICAS DE LA TAREA 2
- ENTREGA DE LA RESPUESTA A LA RÚBRICA DE LA TAREA 2

**TAREA 3. FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL. LÍMITES Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES.**

- Identificación y representación de funciones elementales. Cálculo de su dominio, continuidad y asíntotas.
- RESPUESTA A LAS RÚBRICAS DE LA TAREA 3
- ENTREGA DE LA RESPUESTA A LAS RÚBRICAS DE LA TAREA 3

**APARTADO MIENTRAS DURE LA SUPRESIÓN DE CLASES POR COVID-19**

- DERIVADAS DE FUNCIONES IMPLÍCITAS
- VÍDEO CON LA EXPLICACIÓN DE LAS DERIVADAS DE FUNCIONES IMPLÍCITAS
- ENTREGA DE LAS ACTIVIDADES SOBRE DERIVADAS DE FUNCIONES IMPLÍCITAS
- SOLUCIÓN A LAS ACTIVIDADES SOBRE DERIVADAS DE FUNCIONES IMPLÍCITAS
- ESTUDIO DE LA CONTINUIDAD Y DERIVABILIDAD DE FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS
- VÍDEO CON LA EXPLICACIÓN DE LA CONTINUIDAD Y DERIVABILIDAD DE FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS
- ENTREGA DE LAS ACTIVIDADES SOBRE CONTINUIDAD Y DERIVABILIDAD DE FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS
- SOLUCIÓN A LAS ACTIVIDADES ENTREGADAS SOBRE CONTINUIDAD Y DERIVABILIDAD DE FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS
- TEORÍA SOBRE LA APLICACIÓN DE WIRIS Y GEOGEBRA PARA EL CÁLCULO DE DERIVADAS
- VÍDEO CON LA APLICACIÓN DE WIRIS Y GEOGEBRA PARA EL CÁLCULO DE DERIVADAS
- ACTIVIDADES DE REPASO SOBRE EL CÁLCULO DE RECTA TG
- ENTREGA DE ACTIVIDADES DE REPASO SOBRE EL CÁLCULO DE RECTA TG
- SOLUCIÓN A LAS ACTIVIDADES SOBRE EL CÁLCULO DE RECTA TG
- ACTIVIDAD FINAL 1
- ENTREGA ACTIVIDAD FINAL 1
- SOLUCIÓN ACTIVIDAD FINAL 1
- ACTIVIDAD FINAL 2
- ENTREGA ACTIVIDAD FINAL 2
- SOLUCIÓN ACTIVIDAD FINAL 2
- ACTIVIDAD FINAL 3
- ENTREGA ACTIVIDAD FINAL 3
- SOLUCIÓN ACTIVIDAD FINAL 3

**TAREA 4. GEOMETRÍA Y CÓNICAS. DERIVADA DE UNA FUNCIÓN**

- TAREA 4. Obtención de la recta tangente y normal de una función en un punto
- RESPUESTA A LAS RÚBRICAS DE LA TAREA 4
- ENTREGA DE LA RESPUESTA A LAS RÚBRICAS DE LA TAREA 4
- ENCUESTA SOBRE LAS CUATRO TAREAS REALIZADAS Y SUS RÚBRICAS

**CUESTIONARIO POSTEST**

- CUESTIONARIO POSTEST
- ENTREGA DEL CUESTIONARIO

**Buscar en los foros**

 Ir  
Búsqueda avanzada ?

**Últimas noticias**

Añadir un nuevo tema...  
(Sin novedades aún)

**Eventos próximos**

No hay eventos próximos

[Ir al calendario...](#)  
[Nuevo evento...](#)

**Navegación**

- [Página Principal](#)
- ▀ [Área personal](#)
- ▶ [Páginas del sitio](#)
- ▶ [Mi perfil](#)
- ▶ [Curso actual](#)

Figura A5.2. Presentación de las distintas actividades realizadas en la plataforma Moodle durante la tercera implementación

## A6. ENDNOTE

Clarivate Analytics | EndNote

My References Collect **Organize** Format Match Options Downloads

Manage My Groups Others' Groups Find Duplicates Manage Attachments

### Manage My Groups

My Groups↑	Number of References	Share		
01. Peer assessment (enero 2018)	23	<input type="checkbox"/>	Manage Sharing	Rename Delete
02. Peer review (enero 2018)	7	<input type="checkbox"/>	Manage Sharing	Rename Delete
03. Rubric (enero 2018)	12	<input type="checkbox"/>	Manage Sharing	Rename Delete
04. Feedback_high school (enero 2018)	6	<input type="checkbox"/>	Manage Sharing	Rename Delete
05. Mathematical attitude (enero 2018)	15	<input type="checkbox"/>	Manage Sharing	Rename Delete
06. Peer assessment (octubre 2018)	10	<input type="checkbox"/>	Manage Sharing	Rename Delete
07. Peer review (octubre 2018)	5	<input type="checkbox"/>	Manage Sharing	Rename Delete
08. Rubric (octubre 2018)	12	<input type="checkbox"/>	Manage Sharing	Rename Delete
09. Peer assessment (marzo 2021)	14	<input type="checkbox"/>	Manage Sharing	Rename Delete
10. Peer review (marzo 2021)	9	<input type="checkbox"/>	Manage Sharing	Rename Delete
11. Rubric (marzo 2021)	6	<input type="checkbox"/>	Manage Sharing	Rename Delete

New group

View in 简体中文 繁体中文 English Deutsch 日本語 한국어 Português Español

Figura A6.1. Organización de la bibliografía por grupos con EndNote

Clarivate Analytics | EndNote

My References Collect Organize Format Match Options Downloads

Show Getting Started Guide

Quick Search

Search for

in [Unfiled]

Search

My References

All My References (119)

[Unfiled] (0)

Quick List (0)

Trash (0)

My Groups

- Peer assessment (enero 20... (23)
- Peer review (enero 2018) (7)
- Rubric (enero 2018) (12)
- Feedback\_high school (ene... (6)
- Mathematical attitude (en... (15)
- Peer assessment (octubre ... (10)
- Peer review (octubre 2018... (5)
- Rubric (octubre 2018) (12)
- Peer assessment (marzo 20... (14)
- Peer review (marzo 2021) (9)
- Rubric (marzo 2021) (6)

All My References

Show 50 per page

Page 1 of 3 Go

Sort by: First Author -- A to Z

<input type="checkbox"/> All <input type="checkbox"/> Page	Author	Year	Title
<input type="checkbox"/>	Adams, P. E.	1999	Stimulating constructivist teaching styles through use of an observation rubric Journal of Research in Science Teaching Added to Library: 27 Feb 2018 Last Updated: 27 Feb 2018 View in Web of Science Source Record, Related Records, Times Cited: 10
<input type="checkbox"/>	Alqassab, M.	2018	Training peer-feedback skills on geometric construction tasks: role of domain knowledge and peer-feedback levels European Journal of Psychology of Education Added to Library: 01 Feb 2018 Last Updated: 15 Feb 2018 View in Web of Science Source Record, Related Records, Times Cited: 19
<input type="checkbox"/>	Arce-Farina, E.	2013	ASSESSMENT AND CO-ASSESSMENT OF THE MASTER'S THESIS IN THE MASTER OF THERMAL ENGINEERING AT UNIVERSITY OF VIGO THROUGH THE DESIGN OF A RUBRIC 6th International Conference of Education, Research and Innovation Added to Library: 24 Oct 2019 Last Updated: 27 May 2022 View in Web of Science Source Record, Related Records, Times Cited: 0
<input type="checkbox"/>	Arce-Farina, E.	2013	TOOLS FOR SELF-DIRECTED LEARNING: LEARNING PILLS AND RUBRIC 6th International Conference of Education, Research and Innovation Added to Library: 03 Feb 2018 Last Updated: 17 Feb 2018 View in Web of Science Source Record, Related Records, Times Cited: 1
<input type="checkbox"/>	Ayalon, M.		Investigating peer-assessment strategies for mathematics pre-service teacher learning on formative assessment Journal of Mathematics Teacher Education Added to Library: 13 Mar 2021 Last Updated: 13 Mar 2021 View in Web of Science Source Record, Related Records, Times Cited: 0
<input type="checkbox"/>	Azmat, G.	2010	The importance of relative performance feedback information: Evidence from a natural experiment using high school students Journal of Public Economics Added to Library: 18 Feb 2018 Last Updated: 18 Feb 2018 View in Web of Science Source Record, Related Records, Times Cited: 137
<input type="checkbox"/>	Baya'a, Nimer	2009	A rubric for evaluating web-based learning environments British Journal of Educational Technology Added to Library: 03 Feb 2018 Last Updated: 17 Feb 2018 View in Web of Science Source Record, Related Records, Times Cited: 5
<input type="checkbox"/>	Bearman, M.	2021	Can a rubric do more than be transparent? Invitation as a new metaphor for assessment criteria Studies in Higher Education Added to Library: 13 Mar 2021 Last Updated: 13 Mar 2021 View in Web of Science Source Record, Related Records, Times Cited: 8
<input type="checkbox"/>	Berkova, A. J.	2017	COMPUTER-AIDED ASSESSMENT IN MATHEMATICS (PROS AND CONS FROM FOCUS GROUP) 10th International Conference of Education, Research and Innovation Added to Library: 26 Nov 2018 Last Updated: 27 May 2022 View in Web of Science Source Record, Related Records, Times Cited: 3

Want a modern interface, group sharing and one-click access to full text? Try EndNote 20.

Figura A6.2. Interfaz gráfica de EndNote presentando la bibliografía

## A7. RÚBRICAS

TAREA					
Nº	1	DEFINICIÓN	Resolución de problemas a través de operaciones algebraicas con polinomios		
UNIDAD DIDÁCTICA					
Nº	3	TÍTULO	Polinomios		
CATEGORÍA		NIVEL CONSEGUIDO			
1. GRADO DE DESARROLLO DE LOS CRITERIOS		A	B	C	D
a) Planteamiento de la tarea	1. Leer, escribir y comunicar por medio de lenguaje algebraico situaciones que corresponden a contextos reales	Indica correctamente la variación para el coste de producción e identifica su expresión	Indica correctamente la variación para el coste de producción pero comete errores en la identificación de su expresión	Indica correctamente la variación para el coste de producción pero no identifica su expresión	Ni indica correctamente la variación para el coste de producción ni identifica su expresión
	2. Operar con expresiones algebraicas	Reconoce la operación para calcular el beneficio de la fábrica y la realiza correctamente	Reconoce la operación para calcular el beneficio de la fábrica pero comete errores numéricos	Reconoce la operación para calcular el beneficio de la fábrica pero comete errores conceptuales o no la realiza completamente	No reconoce la operación para calcular el beneficio de la fábrica
b) Desarrollo de la tarea	3. Factorizar polinomios	Factoriza correctamente el polinomio B(x) utilizando el método más apropiado	Factoriza correctamente el polinomio B(x) aunque no utilice el método más apropiado	Comete algún error numérico en la factorización del polinomio B(x)	No realiza o comete algún error conceptual en la factorización del polinomio B(x)
	4. Obtener el valor numérico de un polinomio	Obtiene correctamente el valor numérico del polinomio B(x) para x=100	Obtiene el valor numérico del polinomio B(x) para x=100 con algún error numérico	Obtiene el valor numérico del polinomio B(x) para x=100 con algún error conceptual	No obtiene el valor numérico del polinomio B(x) para x=100
c) Revisión de la tarea	5. Interpretar gráficamente las soluciones obtenidas	Interpreta correctamente cuál debe ser el dominio la función polinómica de 2º grado asociada al polinomio, la representa gráficamente e indica el punto de corte con el eje de abscisas que pertenece al dominio	Interpreta correctamente cuál debe ser el dominio la función polinómica de 2º grado asociada al polinomio y la representa gráficamente, pero no indica el punto de corte con el eje de abscisas que pertenece al dominio	Representa gráficamente la función polinómica de 2º grado asociada al polinomio sin indicar su dominio de definición para el enunciado planteado	Comete errores en la representación o no representa gráficamente la función polinómica de 2º grado asociada al polinomio
2. ORIENTACIÓN		COMENTARIOS DE AYUDA AL APRENDIZAJE			
3. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS PREVIOS					
4. RELACIÓN CON CONTENIDOS DE OTRAS ASIGNATURAS					
5. RESPUESTA EMOCIONAL AL TRABAJO REALIZADO POR EL COMPAÑERO					
EVALUACIÓN GLOBAL / PUNTUACIÓN FINAL					

Figura A7.1. Rúbrica 1

TAREA					
Nº	2	DEFINICIÓN	Resolución de problemas mediante el planteamiento, triangulación, discusión y resolución de un sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas		
UNIDAD DIDÁCTICA					
Nº	2 y 4	TÍTULO	Matemáticas financieras. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones		
CATEGORÍA		NIVEL CONSEGUIDO			
1. GRADO DE DESARROLLO DE LOS CRITERIOS		A	B	C	D
a) Planteamiento de la tarea	1. Realizar esquema previo al planteamiento del sistema que recoja las distintas variaciones porcentuales de precio	Realiza un esquema previo que recoge correctamente las distintas variaciones porcentuales del precio de cada bicicleta en los dos momentos de rebajas	Realiza un esquema previo que recoge las distintas variaciones porcentuales del precio de cada bicicleta en los dos momentos de rebajas con algún error numérico	Realiza un esquema previo que recoge las distintas variaciones porcentuales del precio de cada bicicleta en los dos momentos de rebajas con algún error conceptual	No realiza un esquema previo que recoja las distintas variaciones porcentuales del precio de cada bicicleta
	2. Expresar cantidades porcentuales	Expresa correctamente la disminución porcentual en tanto por uno y sabe diferenciar entre el porcentaje que se abona y el que corresponde al descuento	Expresa correctamente la disminución porcentual en tanto por uno, aunque se confunde entre el porcentaje que se abona y el que corresponde al descuento	Expresa con algún error la disminución porcentual, aunque sabe diferenciar entre el porcentaje que se abona y el que corresponde al descuento	Expresa con algún error la disminución porcentual y también se confunde entre el porcentaje que se abona y el que corresponde al descuento
	3. Plantear el sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas	Plantea correctamente el sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas	Plantea el sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas con algún error numérico que permita resolverlo por Gauss de manera similar	Plantea el sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas con algún error conceptual que permita resolverlo por Gauss de manera similar	No plantea completamente el sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas o dicho planteamiento contiene errores conceptuales con los que pierde sentido aplicar Gauss
b) Desarrollo de la tarea	4. Resolver el sistema lineal	Aplica correctamente el método de Gauss para triangular el sistema	Aplica el método de Gauss con errores numéricos y llega a triangular el sistema	Aplica el método de Gauss aunque no llega a triangular el sistema	Aplica el método de Gauss con errores conceptuales o no lo aplica
c) Revisión de la tarea	5. Discutir / comprobar las soluciones	Discute correctamente el sistema y comprueba sus soluciones	Discute correctamente el sistema pero no comprueba sus soluciones	Comprueba sus soluciones pero no discute el sistema	Ni discute ni comprueba sus soluciones
2. ORIENTACIÓN		COMENTARIOS DE AYUDA AL APRENDIZAJE			
3. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS PREVIOS					
4. RELACIÓN CON CONTENIDOS DE OTRAS ASIGNATURAS					
5. RESPUESTA EMOCIONAL AL TRABAJO REALIZADO POR EL COMPAÑERO					
EVALUACIÓN GLOBAL / PUNTUACIÓN FINAL					

Figura A7.2. Rúbrica 2

TAREA					
N°	3	DEFINICIÓN	Identificación y representación de funciones elementales. Cálculo de su dominio, continuidad y asíntotas		
UNIDAD DIDÁCTICA					
N°	6 y 7	TÍTULO	Funciones reales de variable real. Límites y continuidad de funciones		
CATEGORÍA		NIVEL CONSEGUIDO			
1. GRADO DE DESARROLLO DE LOS CRITERIOS		A	B	C	D
a) Planteamiento de la tarea	1. Identificar funciones elementales (polinómicas de primer y segundo grado y racionales) y definidas a trozos	Identifica correctamente funciones elementales y reconoce una función definida a trozos	Identifica correctamente funciones elementales y reconoce con algún error una función definida a trozos	Identifica correctamente funciones elementales pero no reconoce una función definida a trozos	Ni identifica correctamente funciones elementales ni reconoce una función definida a trozos
b) Desarrollo de la tarea	2. Obtener el dominio de una función	Calcula y expresa correctamente el dominio de la función	Calcula correctamente pero comete algún error en la expresión del dominio de la función	Calcula correctamente pero no expresa el dominio de la función	Ni calcula ni expresa correctamente el dominio de la función
	3. Reconocer la existencia de una discontinuidad y clasificarla	Identifica la existencia de una discontinuidad en $x=90$ y la clasifica correctamente	Identifica la existencia de una discontinuidad en $x=90$ y hace una clasificación correcta aunque incompleta de dicha discontinuidad	Identifica la existencia de una discontinuidad para otro valor de abscisas y la clasifica correctamente	Ni identifica ni clasifica correctamente la discontinuidad
c) Revisión de la tarea	4. Calcular asíntotas (horizontal, vertical y oblicua) y posicionar la gráfica respecto a ellas	Calcula y posiciona correctamente las tres asíntotas y la gráfica respecto a ellas	Calcula correctamente las tres asíntotas pero no posiciona correctamente la gráfica respecto a ellas	Calcula y posiciona correctamente dos de las tres asíntotas y la gráfica respecto a ellas	Calcula correctamente una asíntota o no calcula ninguna
	5. Representar funciones elementales (polinómicas de primer y segundo grado y racionales) y definidas a trozos	Representa correctamente la función racional, sus asíntotas y los puntos de corte con los ejes coordenados	Representa correctamente la función racional y sus asíntotas, pero no indica los puntos de corte con los ejes coordenados	Representa correctamente una función racional a partir del cálculo erróneo en el apartado anterior de las asíntotas horizontal y vertical	No representa la función racional o no lo hace correctamente
2. ORIENTACIÓN		<b>COMENTARIOS DE AYUDA AL APRENDIZAJE</b>			
3. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS PREVIOS					
4. RELACIÓN CON CONTENIDOS DE OTRAS ASIGNATURAS					
5. RESPUESTA EMOCIONAL AL TRABAJO REALIZADO POR EL COMPAÑERO					
EVALUACIÓN GLOBAL / PUNTUACIÓN FINAL					

Figura A7.3. Rúbrica 3



TAREA					
Nº	4	DEFINICIÓN	Obtención de la recta tangente y normal de una función en un punto		
UNIDAD DIDÁCTICA					
Nº	5 y 8	TÍTULO	Geometría y cónicas. Derivada de una función		
CATEGORÍA		NIVEL CONSEGUIDO			
1. GRADO DE DESARROLLO DE LOS CRITERIOS		A	B	C	D
a) Planteamiento de la tarea	1. Realizar tanto representaciones gráficas como la determinación de conceptos geométricos básicos para el desarrollo posterior de problemas	Representa correctamente los conceptos geométricos en un sistema cartesiano y determina correctamente la ecuación de la circunferencia y las coordenadas del punto de tangencia	Representa correctamente los conceptos geométricos en un sistema cartesiano y determina correctamente la ecuación de la circunferencia pero no las coordenadas del punto de tangencia	Representa correctamente los conceptos geométricos en un sistema cartesiano y determina con errores la ecuación de la circunferencia	Representa los conceptos geométricos en un sistema cartesiano o no realiza nada
b) Desarrollo de la tarea	2. Calcular la derivada de una función utilizando el método más adecuado	Calcula correctamente la derivada de la función utilizando el método más adecuado	Calcula la derivada de la función utilizando el método más adecuado pero con algún error numérico	Calcula la derivada de la función con algún error conceptual	Ni identifica el método más adecuado ni calcula la derivada de la función
	3. Obtener las ecuaciones de las rectas tangente y normal de la función en un punto	Obtiene correctamente las ecuaciones de las rectas tangente y normal de la función en un punto	Obtiene las ecuaciones de las rectas tangente y normal de la función en un punto aunque con algún error numérico	Solamente obtiene las pendientes de las rectas tangentes y normal	Obtiene correctamente la pendiente de la recta tangente pero no la pendiente de la recta normal
c) Revisión de la tarea	4. Estudiar la continuidad de la función en un punto	Estudia correctamente la continuidad de la función en un punto	Plantea correctamente el estudio de la continuidad de la función en un punto aunque comete algún error numérico en su desarrollo	Plantea correctamente el estudio de la continuidad de la función en un punto aunque comete algún error conceptual en su desarrollo	No estudia adecuadamente las condiciones de continuidad de la función en un punto
	5. Estudiar la derivabilidad de la función en un punto	Estudia correctamente la derivabilidad de la función en un punto	Plantea correctamente el estudio de la derivabilidad de la función en un punto aunque comete algún error numérico en su desarrollo	Plantea correctamente el estudio de la derivabilidad de la función en un punto aunque comete algún error al derivar	No estudia adecuadamente la condición de derivabilidad de la función en un punto
2. ORIENTACIÓN		COMENTARIOS DE AYUDA AL APRENDIZAJE			
3. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS PREVIOS					
4. RELACIÓN CON CONTENIDOS DE OTRAS ASIGNATURAS					
5. RESPUESTA EMOCIONAL AL TRABAJO REALIZADO POR EL COMPAÑERO					
EVALUACIÓN GLOBAL / PUNTUACIÓN FINAL					

Figura A7.4. Rúbrica 4

TAREA					
Nº	5	DEFINICIÓN	Realización de tablas de frecuencias y diagrama de sectores. Obtención de parámetros estadísticos		
UNIDAD DIDÁCTICA					
Nº	10	TÍTULO	Estadística		
CATEGORÍA		NIVEL CONSEGUIDO			
		A	B	C	D
1. GRADO DE DESARROLLO DE LOS CRITERIOS	1. Identificar y describir las distintas posibilidades de muestreo	Identifica correctamente el tipo de muestreo seleccionado y enuncia y describe correctamente los cuatro tipos de muestreo	Identifica correctamente el tipo de muestreo seleccionado y enuncia y describe correctamente dos o más de dos tipos de muestreo	Dos posibilidades: <ul style="list-style-type: none"> <li>Solamente identifica correctamente el tipo de muestreo seleccionado</li> <li>Solamente enuncia y describe correctamente los cuatro tipos de muestreo</li> </ul>	No identifica el tipo de muestreo seleccionado ni enuncia los cuatro tipos de muestreo
	2. Realizar una tabla de frecuencias y un gráfico estadístico	Realiza correctamente la tabla de frecuencias y su diagrama de sectores a partir de las frecuencias relativas	Realiza la tabla de frecuencias con algún error numérico y su diagrama de sectores a partir de la tabla anterior	Solamente realiza la tabla de frecuencias (se permite algún error numérico)	No realiza la tabla de frecuencias ni su diagrama de sectores
	3. Calcular los parámetros de centralización	Calcula correctamente los tres parámetros de centralización	Comete algún error numérico al calcular la media pero obtiene correctamente la mediana y la moda	Calcula correctamente dos de los tres parámetros de centralización	Calcula solamente un parámetro o no calcula ninguno
	4. Calcular los parámetros de dispersión	Calcula correctamente los tres parámetros de dispersión	Comete algún error numérico al calcular la varianza pero obtiene correctamente a partir de ella la desviación típica y el coeficiente de variación	Solamente calcula la varianza (se permite algún error numérico)	No calcula correctamente ningún parámetro de dispersión o comete errores conceptuales en su cálculo
	5. Calcular los parámetros de posición	Calcula correctamente los tres parámetros de posición	Calcula correctamente dos de los tres parámetros de posición	Calcula correctamente uno de los tres parámetros de posición y comete errores numéricos en otro	No calcula correctamente ningún parámetro de posición
2. ORIENTACIÓN		COMENTARIOS DE AYUDA AL APRENDIZAJE			
3. REFLEXIÓN					
4. CONTEXTUALIZACIÓN					
5. RESPUESTA EMOCIONAL AL TRABAJO REALIZADO POR EL COMPAÑERO					
EVALUACIÓN GLOBAL					
PUNTUACIÓN FINAL					

Figura A7.5. Rúbrica 5

## A8. CONTRA-RÚBRICAS

TAREA			
Nº	1	DEFINICIÓN	Resolución de problemas a través de operaciones algebraicas con polinomios
UNIDAD DIDÁCTICA			
Nº	3	TÍTULO	Polinomios
CATEGORÍA			
1. GRADO DE DESARROLLO DE LOS CRITERIOS		CONFORMIDAD	OBSERVACIONES
a) Planteamiento de la tarea	1. Leer, escribir y comunicar por medio de lenguaje algebraico situaciones que corresponden a contextos reales		
	2. Operar con expresiones algebraicas		
b) Desarrollo de la tarea	3. Factorizar polinomios utilizando el método más apropiado		
	4. Obtener el valor numérico de un polinomio		
c) Revisión de la tarea	5. Interpretación gráfica de las soluciones obtenidas		
2. ORIENTACIÓN			
3. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS PREVIOS			
4. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS DE OTRAS ASIGNATURAS			
5. RESPUESTA EMOCIONAL AL TRABAJO REALIZADO POR EL COMPAÑERO			
EVALUACIÓN GLOBAL / PUNTUACIÓN FINAL			

Figura A8.1. Contra-rúbrica 1

TAREA			
Nº	2	DEFINICIÓN	Resolución de problemas mediante el planteamiento, triangulación, discusión y resolución de un sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas
UNIDAD DIDÁCTICA			
Nº	2 y 4	TÍTULO	Matemáticas financieras. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones
CATEGORÍA			
1. GRADO DE DESARROLLO DE LOS CRITERIOS		CONFORMIDAD	OBSERVACIONES
a) Planteamiento de la tarea	1. Realizar esquema previo al planteamiento del sistema que recoja las distintas variaciones porcentuales de precio		
	2. Expresar cantidades porcentuales		
	3. Plantear el sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas		
b) Desarrollo de la tarea	4. Resolución del sistema lineal		
c) Revisión de la tarea	5. Discusión y comprobación de soluciones		
2. ORIENTACIÓN			
3. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS PREVIOS			
4. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS DE OTRAS ASIGNATURAS			
5. RESPUESTA EMOCIONAL AL TRABAJO REALIZADO POR EL COMPAÑERO			
EVALUACIÓN GLOBAL / PUNTUACIÓN FINAL			

Figura A8.2. Contra-rúbrica 2

TAREA			
Nº	3	DEFINICIÓN	Identificación y representación de funciones elementales. Cálculo de su dominio, continuidad y asíntotas
UNIDAD DIDÁCTICA			
Nº	6 y 7	TÍTULO	Funciones reales de variable real. Límites y continuidad de funciones
CATEGORÍA			
1. GRADO DE DESARROLLO DE LOS CRITERIOS		CONFORMIDAD	OBSERVACIONES
a) Planteamiento de la tarea	1. Identificar funciones elementales (polinómicas de primer y segundo grado y racionales) y definidas a trozos		
b) Desarrollo de la tarea	2. Obtener el dominio de una función		
	3. Reconocer la existencia de una discontinuidad y clasificarla		
	4. Calcular asíntotas (horizontal, vertical y oblicua) y posicionar la gráfica respecto a ellas		
c) Revisión de la tarea	5. Representar funciones elementales (polinómicas de primer y segundo grado y racionales) y definidas a trozos		
2. ORIENTACIÓN			
3. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS PREVIOS			
4. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS DE OTRAS ASIGNATURAS			
5. RESPUESTA EMOCIONAL AL TRABAJO REALIZADO POR EL COMPAÑERO			
EVALUACIÓN GLOBAL / PUNTUACIÓN FINAL			

Figura A8.3. Contra-rúbrica 3

<b>TAREA</b>			
Nº	4	DEFINICIÓN	Obtención de la recta tangente y normal de una función en un punto
<b>UNIDAD DIDÁCTICA</b>			
Nº	5 y 8	TÍTULO	Geometría y cónicas. Derivada de una función
<b>CATEGORÍA</b>			
<b>1. GRADO DE DESARROLLO DE LOS CRITERIOS</b>		CONFORMIDAD	OBSERVACIONES
a) Planteamiento de la tarea	1. Realizar tanto representaciones gráficas como la determinación de conceptos geométricos básicos para el desarrollo posterior de problemas		
b) Desarrollo de la tarea	2. Calcular la derivada de una función utilizando el método más adecuado		
	3. Obtener las ecuaciones de las rectas tangente y normal de la función en un punto		
c) Revisión de la tarea	4. Estudiar la continuidad de la función en un punto		
	5. Estudiar la derivabilidad de la función en un punto		
<b>2. ORIENTACIÓN</b>			
<b>3. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS PREVIOS</b>			
<b>4. RELACIÓN CON CONTENIDOS MATEMÁTICOS DE OTRAS ASIGNATURAS</b>			
<b>5. RESPUESTA EMOCIONAL AL TRABAJO REALIZADO POR EL COMPAÑERO</b>			
<b>EVALUACIÓN GLOBAL / PUNTUACIÓN FINAL</b>			

Figura A8.4. Contra-rúbrica 4

## A9. CUESTIONARIOS PRETEST Y POSTEST SOBRE EL DOMINIO AFECTIVO

CONFIANZA						
Nº	Ítem	Totalmente de acuerdo	De acuerdo	Indeciso	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
1	Tengo mucha confianza cuando se me presenta un problema matemático					
2	Las Matemáticas son una asignatura donde mis esfuerzos se reflejan en las calificaciones					
3	Encuentro muchos problemas matemáticos interesantes y desafiantes					
4	No me conformo con dar un buen resultado, quiero estar seguro de que lo doy bien y por qué lo hago					
5	Comprendo los ejercicios que el profesor propone para resolver en casa					
6	Me lleva menos tiempo entender las Matemáticas que a la media de mis compañeros					
7	Salgo voluntario a hacer algún ejercicio a la pizarra si tengo la oportunidad					
8	Cuando compruebo que he resuelto correctamente un problema de Matemáticas, me ofrezco a explicárselo a mis compañeros					
9	Cuando trabajamos en equipo, defiendo de manera justificada mis ideas					
10	Acepto las sugerencias que me proponen mis compañeros					
11	Tengo mucha confianza en mí mismo al usar las TIC					
12	Las TIC facilitan explorar las ideas matemáticas					
13	Disponer de las TIC para hacer el trabajo diario me permite probar diferentes métodos y enfoques matemáticos					
14	Las TIC me ayudan a relacionar el conocimiento, por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones					
15	La retroalimentación inmediata que proporcionan las TIC es útil para resolver problemas de matemáticas					

Figura A9.1. Ítems del cuestionario pretest/posttest para el estudio de la dimensión *Confianza*

MOTIVACIÓN						
Nº	Ítem	Totalmente de acuerdo	De acuerdo	Indeciso	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
16	Las matemáticas sirven para la vida diaria					
17	Los conocimientos matemáticos son importantes para los estudios que realicemos en un futuro.					
18	Tener buenos conocimientos matemáticos incrementará mis posibilidades de trabajo					
19	Prefiero encontrar la solución de un problema por mí mismo a que me la den					
20	Busco diferentes formas de resolver un problema					
21	No me doy por vencido fácilmente cuando estoy resolviendo un problema difícil					
22	El profesor me aconseja cómo debo estudiar y aplicar los conceptos matemáticos					
23	El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las Matemáticas					
24	Me gusta cuando en el equipo discutimos cómo resolver un problema de Matemáticas					
25	Estimula mi aprendizaje el hecho de intercambiar ideas con mis compañeros de equipo					
26	Las tecnologías digitales me ayudan a aprender mejor los conceptos matemáticos proporcionándome al instante muchos ejemplos de manera interactiva					
27	Me estimula pensar en nuevas ideas y ejemplos para probarlos en un ordenador					
28	Vale la pena el esfuerzo adicional que supone el uso del ordenador en Matemáticas					
29	El no tener que preocuparme por los cálculos hace que me concentre mejor en las ideas más importantes					
30	La revisión de la tarea por ordenador me ayuda a repasar los conceptos matemáticos					

Figura A9.2. Ítems del cuestionario pretest/postest para el estudio de la dimensión *Motivación*



CONFIANZA				
Nº	Ítem	Referencia		
		Enunciado original de la pregunta	Autor/es	Otros investigadores que utilizan ese ítem
1	Tengo mucha confianza cuando se me presenta un problema matemático	I have a lot of confidence when it comes to mathematics	Galbraith & Haines (1998)	
2	Las Matemáticas son una asignatura donde mis esfuerzos se reflejan en las calificaciones	Mathematics is a subject in which I get value for effort	Galbraith & Haines (1998, 2000)	Gómez-Chacón (2001)
				García-Santillán et al. (2013)
3	Encuentro muchos problemas matemáticos interesantes y desafiantes	I find many mathematics problems interesting and challenging	Fogarty et al. (2001)	
4	No me conformo con dar un buen resultado, quiero estar seguro de que lo doy bien y por qué lo hago	No me conformo con dar un buen resultado, quiero estar seguro de que lo doy bien y por qué lo hago así	Vallejo & Escudero (1999)	
5	Comprendo los ejercicios que el profesor propone para resolver en casa	Entiendo los ejercicios que me manda el profesor para resolver en casa	Muñoz & Mato (2006)	
6	Me lleva menos tiempo entender las Matemáticas que a la media de mis compañeros	(NEG) It takes me longer to understand mathematics than the average person	Fogarty et al. (2001)	
7	Salgo voluntario a hacer algún ejercicio a la pizarra si tengo la oportunidad	Salgo voluntario a hacer algún ejercicio al encerado si tengo oportunidad de hacerlo	Vallejo & Escudero (1999)	
8	Cuando compruebo que he resuelto correctamente un problema de Matemáticas, me ofrezco a explicárselo a mis compañeros	Cuando compruebo que un problema de Matemáticas está bien resuelto, le ayudo a mis compañeros a comprenderlo	Vallejo & Escudero (1999)	
9	Cuando trabajamos en equipo, defiendo de manera justificada mis ideas	En el equipo defiendo mis ideas	Ursini et al. (2004)	
10	Acepto las sugerencias que me proponen mis compañeros		Jiménez et al. (2018)	
11	Tengo mucha confianza en mí mismo al usar las TIC	I have a lot of self-confidence in using computers	Galbraith & Haines (2000)	García-Santillán et al. (2013)
12	Las TIC facilitan explorar las ideas matemáticas	Computing power makes it easier to explore mathematical ideas	Fogarty et al. (2001)	López et al. (2010)
13	Disponer de las TIC para hacer el trabajo diario me permite probar diferentes métodos y enfoques matemáticos	Having technology to do routine work makes me more likely to try different methods and approaches	Fogarty et al. (2001)	
14	Las TIC me ayudan a relacionar el conocimiento, por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones	Computers help me to link knowledge e.g. the shapes of graphs and their equations	Galbraith & Haines (2000)	López et al. (2010)
15	La retroalimentación inmediata que proporcionan las TIC es útil para resolver problemas de matemáticas	Computer immediate feedback is useful for mathematics problem solving	Nguyen & Kulm (2005)	López et al. (2010)

Figura A9.3. Referencias utilizadas para la construcción de los ítems de la dimensión *Confianza*

MOTIVACIÓN				
Nº	Ítem	Referencia		
		Enunciado original de la pregunta	Autor/es	Otros investigadores que utilizan ese ítem
16	Las matemáticas sirven para la vida diaria	Las matemáticas sirven para algo en la vida diaria	Vallejo & Escudero (1999)	
17	Los conocimientos matemáticos son importantes para los estudios que realicemos en un futuro.	Las Matemáticas pueden ser útiles para el que decida realizar una carrera de ciencias, pero no para el resto de estudiante	Auzmendi (1992)	
18	Tener buenos conocimientos matemáticos incrementará mis posibilidades de trabajo	Tener buenos conocimiento de Matemáticas incrementará mis posibilidades de trabajo	Auzmendi (1992)	
19	Prefiero encontrar la solución de un problema por mí mismo a que me la den	(NEG) If something about mathematics puzzles me, I would rather be given the answer than have to work it out myself.	Galbraith & Haines (2000)	Gómez-Chacón (2001)
20	Busco diferentes formas de resolver un problema	Busco diferentes formas de resolver un problema	Gómez-Chacón (2001)	
21	No me doy por vencido fácilmente cuando estoy resolviendo un problema difícil	(NEG) Me doy por vencido fácilmente cuando el problema es difícil	Gómez-Chacón (2001)	
22	El profesor me aconseja cómo debo estudiar y aplicar los conceptos matemáticos	El profesor me aconseja y me enseña a estudiar	Muñoz & Mato (2006)	
23	El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las Matemáticas	El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las Matemáticas	Muñoz & Mato (2006)	
24	Me gusta cuando en el equipo discutimos cómo resolver un problema de Matemáticas	Me gusta cuando en el equipo discutimos cómo resolver un problema de Matemáticas	Ursini et al. (2004)	
25	Estimula mi aprendizaje el hecho de intercambiar ideas con mis compañeros de equipo		Jiménez et al. (2018)	
26	Las tecnologías digitales me ayudan a aprender mejor los conceptos matemáticos proporcionándome al instante muchos ejemplos de manera interactiva	Computers help me to learn better by providing many examples to work through	Galbraith & Haines (2000)	López et al. (2010)
27	Me estimula pensar en nuevas ideas y ejemplos para probarlos en un ordenador	I enjoy thinking up new ideas and examples to try out on a computer	Galbraith & Haines (2000)	López et al. (2010)
28	Vale la pena el esfuerzo adicional que supone el uso del ordenador en Matemáticas	Using graphics calculators in mathematics is worth the extra effort	Pierce et al. (2007)	López et al. (2010)
29	El no tener que preocuparme por los cálculos hace que me concentre mejor en las ideas más importantes	By looking after messy calculations, computers make it easier to learn essential ideas	Galbraith & Haines (2000)	López et al. (2010)
30	La revisión de la tarea por ordenador me ayuda a repasar los conceptos matemáticos	The lesson review on the computer-based homework helps me to review mathematics concepts	Nguyen & Kulm (2005)	López et al. (2010)

Figura A9.4. Referencias utilizadas para la construcción de los ítems de la dimensión *Motivación*

## A10. CUESTIONARIOS DE VALORACIÓN DE LA EXPERIENCIA TRAS LAS RÚBRICAS DE LA PRIMERA Y ÚLTIMA TAREA

**1** \* Valora la práctica puntuando del 1 al 5 las siguientes preguntas, donde:

1. Nada
2. Poco
3. Regular
4. Bastante
5. Mucho

a) ¿Consideras que corregir y evaluar el trabajo de dos compañeros tuyos te ha ayudado a aprender?

b) ¿Piensas que los comentarios que has recibido de tus dos compañeros te han ayudado en tu proceso de aprendizaje?

	1	2	3	4	5
a) ¿Consideras que corregir y evaluar el trabajo de dos compañeros tuyos te ha ayudado a aprender?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b) ¿Piensas que los comentarios que has recibido de tus dos compañeros te han ayudado en tu proceso de aprendizaje?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**2** \* Indica tres adjetivos que te sugiera la práctica

Rich text editor toolbar: **Párrafo**, **B**, **I**, **☰**, **☰**, **🔗**, **🔗**, **🔗**, **🖼️**, **🎥**

Ruta: p

Figura A10.1. Cuestionario de valoración de la experiencia tras las rúbricas de la primera y última tarea

## A11. GRUPOS FOCALES

---

### **MENSAJE DE PRESENTACIÓN**

Hola a todos.

Aprovechando que hemos terminado las rúbricas de la primera/última tarea basada en la evaluación entre iguales, vamos a realizar un grupo focal durante este recreo y deseo que cada uno de vosotros sea lo más sincero posible.

La finalidad que persigo con este grupo focal es que reflexionéis y discutáis sobre la estrategia didáctica que estamos desarrollando/ que hemos desarrollado, su implementación a través de la plataforma Moodle, el proceso de evaluación centrado en la rúbrica, las ventajas y desventajas que habéis detectado, los aspectos que sería conveniente cambiar... porque es importante conocer vuestras necesidades, intereses, opiniones y preocupaciones. Analizaré la aplicación de esta estrategia didáctica en el marco del proyecto de investigación PIV-013/18 aprobado por la Consejería de Educación de Andalucía en la Resolución de 20 de julio de 2018. Los datos que se recojan no serán utilizados para otro propósito que el académico, por esta razón, os ruego nuevamente que seáis sinceros y participéis activamente en esta actividad.

Podréis hablar siempre que hayáis pedido la palabra previamente. Si alguien se siente aludido por algún comentario, puede responder al mismo pidiendo previamente la palabra.

Reitero que en todo momento os podéis manifestar libremente y que no se trata de evaluar ni a vosotros ni a vuestras opiniones, solamente se trata de obtener información que pueda ayudar a mejorar esta estrategia de enseñanza-aprendizaje. Además, toda la información, datos y juicios de valor serán anónimos.

Si no tenéis ninguna duda, podemos empezar.

Muchas gracias.

## PREGUNTAS

<b>IDENTIFICACIÓN DEL GRUPO FOCAL</b>	<b>FECHA:</b>	<b>DURACIÓN:</b>
<b>Sección</b>	<b>Objetivos de la sección</b>	Observaciones
Evaluación entre iguales	Reflexionar y discutir sobre la estrategia didáctica	
Tras haber realizado las rúbricas de la primera tarea / última tarea, ¿qué aspectos positivos destacaríais?		
Y ¿qué aspectos negativos creéis que es necesario señalar?		
¿En qué medida consideraríais que ha ayudado a vuestro aprendizaje corregir al compañero y recibir la corrección de este?		
¿Qué es lo que más trabajo os ha costado y por qué?		
<b>Afección del alumnado</b>	<b>Identificar y analizar los aspectos afectivos que emergen</b>	Observaciones
Tras haber realizado las rúbricas de la primera tarea / última tarea, ¿creéis que un alumno puede tener la suficiente capacidad para corregir al compañero y que este pueda aprender de él?		
¿Cómo de motivador ha sido la experiencia basada en la evaluación entre iguales través de la plataforma Moodle?		
¿Qué cambiarías de la experiencia basada en la evaluación entre iguales para que mejoraran vuestros sentimientos hacia la asignatura?		
<b>Labor del profesor</b>	<b>Reflexionar y proponer nuevos aspectos de orientación docente</b>	Observaciones
¿Qué aspectos del trabajo del profesor estimáis que sería conveniente cambiar para fomentar vuestro aprendizaje?		

Tabla A11.1. Guión de los grupos focales

## **MENSAJE DE CIERRE**

Después de este interesante grupo focal, os vuelvo a recordar que toda la información, datos y juicios de valor serán anónimos.

Espero y deseo que os haya resultado agradable esta actividad. Solamente me queda agradecer nuevamente vuestra participación.

Muchas gracias.

## A12. ENTREVISTAS

---

### **MENSAJE DE PRESENTACIÓN**

Hola.

Aprovechando que ya ha concluido la estrategia didáctica basada en la evaluación entre iguales, voy a hacerte unas preguntas y te ruego que seas lo más sincero/a posible en tus respuestas.

La finalidad que persigo con esta entrevista es que reflexiones sobre la estrategia didáctica, su implementación a través de la plataforma Moodle, el proceso de evaluación centrado en la rúbrica, las ventajas y desventajas detectadas y qué aspectos afectivos y emocionales han surgido durante todo el proceso. Tengo interés en profundizar en aspectos concretos desde tu perspectiva individual como alumno/a.

Preveo una duración estimada entre 20 y 30 minutos aunque, dado que no tenemos ninguna limitación horaria, tómate el tiempo que necesites para contestar las preguntas. Si no entiendes suficientemente el enunciado de alguna pregunta, házmelo saber y te explicaré todo aquello que sea necesario.

Analizaré la experiencia en el marco del proyecto de investigación PIV-013/18 aprobado por la Consejería de Educación de Andalucía en la Resolución de 20 de julio de 2018. Los datos que se recojan no serán utilizados para otro propósito que el académico, por esta razón, te ruego nuevamente que seas lo más sincero/a posible y participes activamente en la entrevista.

Reitero que en todo momento te puedes manifestar libremente y que no se trata de evaluar ni a ti ni a tus opiniones, solamente se trata de obtener información que pueda ayudar a mejorar la estrategia didáctica. Además, toda la información, datos y juicios de valor serán anónimos.

Si no tienes ninguna duda, podemos empezar.

Muchas gracias.

## PREGUNTAS

### Contribución de la evaluación entre iguales a la mejora del proceso de aprendizaje

1. ¿Piensas que evaluar el trabajo de tus compañeros a través de la rúbrica te ha podido ayudar a mejorar en las siguientes cuatro competencias clave?
  - a) En tu competencia matemática, contribuyendo al aprendizaje de la unidad didáctica
  - b) En tu competencia digital, considerando tanto el uso de las TIC en las distintas prácticas como el trabajo a través de la plataforma Moodle
  - c) En tu competencia lingüística
  - d) En tu competencia de aprender a aprender
    - En caso de respuesta afirmativa a cada una de las competencias anteriores:
      - 1.1. ¿Cómo y en qué medida?
    - En caso de respuesta negativa a cada una de las competencias anteriores:
      - 1.2. ¿Por qué?
2. ¿La expresión de tu lenguaje matemático ha mejorado con la utilización de las rúbricas?
  - En caso de respuesta afirmativa a la pregunta 2:
    - 2.1. ¿Cómo y en qué medida?
  - En caso de respuesta negativa a la pregunta 2:
    - 2.2. ¿Por qué?
3. ¿Obtener la evaluación de tus compañeros a través de la rúbrica te ha ayudado a aprender?
  - En caso de respuesta afirmativa a la pregunta 3:
    - 3.1. ¿Cómo y en qué medida?
  - En caso de respuesta negativa a la pregunta 3:
    - 3.2. ¿Por qué?
4. ¿Qué te ha resultado más beneficioso para aprender: evaluar la tarea de tus compañeros a través de la rúbrica o leer las rúbricas que tus compañeros han realizado a tu tarea? ¿Por qué?



5. ¿Qué cambiarías del método de enseñanza que hemos seguido en la clase de Matemáticas, en general, y de la rúbrica, en particular?
6. Tras haber aplicado durante todo el curso esta estrategia didáctica donde se ha dado protagonismo al alumno utilizando las TIC, ¿crees que puedes trabajar tú solo/a, sin ayuda, en la plataforma Moodle?
  - En caso de respuesta afirmativa a la pregunta 6:
    - 6.1. ¿Hace un año tu respuesta hubiera sido la misma?
      - En caso de respuesta afirmativa a la pregunta 6.1:
        - Pasar a la pregunta 6.2
      - En caso de respuesta negativa a la pregunta 6.1:
        - 6.1.1. ¿Qué ha ocurrido este año para ese cambio de opinión?
    - En caso de respuesta negativa a la pregunta 6:
      - 6.2. ¿Por qué?

### **Evolución de las dimensiones afectivas del alumnado a través de esta metodología**

7. Durante la Educación Secundaria Obligatoria, ¿cuál ha sido tu experiencia con las Matemáticas?
  - 7.1. ¿La asignatura te generaba miedos e inseguridades?
    - En caso de respuesta afirmativa a la pregunta 7.1:
      - 7.1.1 ¿A qué crees que podía deberse?
    - En caso de respuesta negativa a la pregunta 7.1:
      - Pasar a la pregunta 7.2
  - 7.2. ¿Te faltaba motivación para trabajarla a diario?
    - En caso de respuesta afirmativa a la pregunta 7.2:
      - 7.2.1 ¿Por qué?
    - En caso de respuesta negativa a la pregunta 7.2:
      - Pasar a la pregunta 8
8. Antes de empezar el curso, ¿tenías alguna idea preconcebida respecto a la asignatura?
  - En caso de respuesta afirmativa a la pregunta 8:
    - 8.1. ¿Cuál?

- En caso de respuesta negativa a la pregunta 8:
    - Pasar a la pregunta 9
9. ¿Cómo creías que sería la asignatura de Matemáticas durante este curso dado que empezabas la primera etapa no obligatoria: el Bachillerato?
10. ¿El método que hemos seguido en la clase de Matemáticas ha mejorado tu motivación hacia la asignatura?
- En caso de respuesta afirmativa a la pregunta 10:
    - 10.1 ¿Cómo y en qué medida?
  - En caso de respuesta negativa a la pregunta 10:
    - Pasar a la pregunta 11
11. ¿Te ha ayudado también este método a superar los posibles miedos que la asignatura pudiera generar?
- En caso de respuesta afirmativa a la pregunta 11:
    - 11.1. ¿Cómo y en qué medida?
  - En caso de respuesta negativa a la pregunta 11:
    - Pasar a la pregunta 12
12. Para terminar, háblame de cómo te has sentido este año en clase de Matemáticas y qué aspectos afectivos y emocionales destacarías.

### **MENSAJE DE CIERRE**

Concluida la entrevista, te vuelvo a recordar que toda la información, datos y juicios de valor serán anónimos.

Espero y deseo que te haya resultado agradable realizar esta actividad. Solamente me queda agradecer nuevamente tu participación.

Muchas gracias.

### A13. ADJETIVOS QUE DESCRIBEN LA PERCEPCIÓN DEL ALUMNADO HACIA LA EVALUACIÓN ENTRE IGUALES

#### SEGUNDA IMPLEMENTACIÓN

La siguiente tabla recoge las respuestas del alumnado a la pregunta 2 de los cuestionarios de valoración de la experiencia durante la segunda implementación:

ALUMN	TRAS LAS RÚBRICAS DE LA PRIMERA TAREA			AL FINALIZAR EL CURSO		
	Adjetivo 1	Adjetivo 2	Adjetivo 3	Adjetivo 1	Adjetivo 2	Adjetivo 3
JLG	Útil	Novedosa	Entretenida	Adecuada	Eficaz	Emprendedora
CPG	Útil	Divertida	Fácil	Fácil	Útil	Motivadora
VCG	Innovadora	Educativa	Interesante	Educativa	Original	Práctica
PDM	Novedosa	Trabajosa	Interesante	Trabajosa	Útil	Interesante
BDO	Buena	Trabajosa	Didáctica	-	-	-
NDO	Interesante	Curiosa	Educativa	Interesante	Estresante	Complicada
AGL	Interesante	Curiosa	Novedosa	Motivadora	Eficiente	Interesante
SCG	Novedosa	Fácil	Interesante	Didáctica	Difícil	Aburrida
MMF	Curiosa	Intensa	Favorecedora	Dinámica	Sencilla	Entretenida
MME	Eficaz	Adaptable	Sencilla	Intensa	Complicada	Comunicativa
PNV	Intensa	Didáctica	Interesante	Didáctica	Dinámica	Interesante
BON	Novedosa	Útil	Curiosa	Eficiente	Didáctica	Motivadora
JSC	Educativa	Interesante	Curiosa	Interesante	Trabajosa	Amena
MSC	Novedosa	Entretenida	Aceptable	Interesante	Didáctica	Amena
MSM	Interesante	Novedosa	Divertida	Entretenida	Interesante	Sencilla
JTS	Novedosa	Favorecedora	Educativa	Innovadora	Reflexiva	Motivadora

Tabla A13.1. Adjetivos que describen la percepción del alumnado hacia la evaluación entre iguales durante la segunda implementación

Agrupando los adjetivos anteriores según su significado y eligiendo uno de cada grupo como adjetivo de referencia obtenemos la siguiente tabla:

ADJETIVO DE REFERENCIA	GRUPO DE ADJETIVOS CON SIMILAR SIGNIFICADO
Curiosa	Peculiar
Educativa	Didáctica
Entretenida	Divertida, amena
Innovadora	Novedosa, diferente, original
Interesante	-
Motivadora	-
Trabajosa	Laboriosa, complicada, difícil, larga, extensa, agobiante, estresante
Útil	Eficiente, eficaz, práctica, productiva, positiva, ventajosa, rentable
Sencilla	Fácil, llevadera, factible

Tabla A13.2. Adjetivos de referencia

Una vez establecidos los adjetivos de referencia, los ordenamos por frecuencias de aparición en cada uno de los momentos del proceso educativo considerado. Asimismo, aglutinamos bajo la designación “*Otros*” aquellos adjetivos que presentan una frecuencia inferior o igual a 2:

TRAS LAS RÚBRICAS DE LA PRIMERA TAREA			AL FINALIZAR EL CURSO		
Adjetivo	fi	%	Adjetivo	fi	%
Innovadora	9	18.8	Interesante	7	15.6
Interesante	8	16.7	Eficaz	6	13.3
Educativa	6	12.5	Trabajosa	6	13.3
Curiosa	5	10.4	Educativa	5	11.1
Entretenida	4	8.33	Motivadora	4	8.89
Eficaz	4	8.33	Entretenida	4	8.89
Sencilla	3	6.25	Sencilla	3	6.67
Otros ( $f_i \leq 2$ )	9	18.8	Otros ( $f_i \leq 2$ )	10	22.2

Tabla A13.3. Frecuencia y porcentaje de los adjetivos que describen la percepción del alumnado hacia la evaluación entre iguales durante la segunda implementación

### TERCERA IMPLEMENTACIÓN

A continuación se exponen las respuestas del alumnado a la pregunta 2 de los cuestionarios de valoración de la experiencia durante la tercera implementación:

ALUM	TRAS LA PRIMERA RÚBRICA			AL FINALIZAR EL CURSO		
	Adjetivo 1	Adjetivo 2	Adjetivo 3	Adjetivo 1	Adjetivo 2	Adjetivo 3
DBP	Fácil	Novedosa	Didáctica	Desaprovechada	Inútil	Aislada
RCB	Novedosa	Trabajosa	Interesante	Didáctica	Entretenida	Positiva
JER	Seria	Trabajosa	Objetiva	Didáctica	Entretenida	Complicada
JGR	Llevadera	Práctica	Entretenida	Segura	Objetiva	Trabajosa
KM	Rigurosa	Divertida	Constante	Interesante	Didáctica	Divertida
SMP	Entretenida	Trabajosa	Didáctica	Laboriosa	Entretenida	Diferente
GOB	Innovadora	Peculiar	Interesante	Útil	Sencilla	Educativa
FPG	Novedosa	Extensa	Difícil	Amena	Divertida	Nueva
LRM	Didáctica	Novedosa	Trabajosa	-	-	-
JRM	Enriquecedora	Sencilla	Innovadora	Interesante	Diferente	Educativa
ASG	Trabajosa	Intensa	Práctica	Elaborada	Trabajosa	Didáctica
MAS	Constante	Liosa	Diferente	Nueva	Constante	Diferente
ADG	Innovadora	Didáctica	Factible	Didáctica	Sencilla	Comprensible
MEB	Divertida	Entretenida	Didáctica	Divertida	Entretenida	Didáctica
DGA	Didáctica	Divertida	Complicada	Extraordinaria	Productiva	Divertida
AGB	Complicada	Curiosa	Divertida	Aburrida	Lenta	Inútil
NGG	Dinámica	Didáctica	Favorable	Incomprensible	Difícil	Ventajosa
AJM	Extensa	Didáctica	Complicada	-	-	-
AMP	Interesante	Novedosa	Educativa	-	-	-
CNC	Didáctica	Interesante	Fácil	Fácil	Sencilla	Educativa
MPR	Llevadera	Sencilla	Nueva	Práctica	Didáctica	Útil
CRA	Entretenida	Didáctica	Fácil	Interesante	Fácil	Paciente
JSC	Interesante	Curiosa	Objetiva	Interesante	Atractiva	Original
MSM	Divertida	Novedosa	Interesante	Entretenida	Interesante	Sencilla
LSG	Entretenida	Complicada	Beneficiosa	Agobiante	Educativa	Rentable

Tabla A13.4. Adjetivos que describen la percepción del alumnado hacia la evaluación entre iguales durante la tercera implementación

Si procedemos de modo análogo a la segunda implementación, obtenemos la siguiente tabla:

TRAS LA PRIMERA RÚBRICA			AL FINALIZAR EL CURSO		
Adjetivo	f <sub>i</sub>	%	Adjetivo	f <sub>i</sub>	%
Trabajosa	14	18.7	Educativa	11	16.7
Innovadora	11	14.7	Entretenida	10	15.2
Educativa	11	14.7	Sencilla	7	10.6
Entretenida	10	13.3	Innovadora	6	9.09
Sencilla	8	10.6	Útil	6	9.09
Interesante	6	8.00	Trabajosa	6	9.09
Curiosa	3	4.00	Interesante	5	7.58
Otros (f <sub>i</sub> ≤ 2)	12	16.0	Otros (f <sub>i</sub> ≤ 2)	15	22.7

Tabla A13.5. Frecuencia y porcentaje de los adjetivos que describen la percepción del alumnado hacia la evaluación entre iguales durante la tercera implementación

#### A14. VARIABLES RELATIVAS A LA RETROALIMENTACIÓN OTORGADA EN CADA UNA DE LAS TAREAS DE APRENDIZAJE

Si particularizamos las variables de la tabla 46, relativas a la retroalimentación otorgada, en cada una de las tareas de aprendizaje obtenemos la siguiente tabla:

DIMENSIONES	VARIABLES	ÁLGEBRA		ANÁLISIS		ESTADÍSTICA
		TAREA 1	TAREA 2	TAREA 3	TAREA 4	TAREA 5
CONOCIMIENTOS	CONCEPTO	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificación de funciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Aumentos y disminuciones porcentuales</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificación de funciones elementales</li> <li>Determinación del dominio de una función</li> <li>Identificación de discontinuidades</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificación de ecuac cónica</li> <li>Determinación de las rectas tangente y normal</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificación de la selección muestral</li> </ul>
	REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA	<ul style="list-style-type: none"> <li>Representación de funciones elementales</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realización de esquema</li> <li>Planteamiento del sistema de ecuaciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estudio y representación gráfica de funciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Representación en diagrama cartesiano</li> <li>Escritura de funciones definidas a trozos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realización de tabla frecuencias</li> <li>Representación en diagrama de sectores</li> <li>Cálculo de parámetros estadísticos</li> </ul>
	Lenguaje Matemático	<ul style="list-style-type: none"> <li>Error en la terminología</li> <li>Error en la escritura de monomios</li> <li>Error en los operadores matemáticos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>No escribe como sistema de ecuaciones</li> <li>Faltan llaves en el sistema de ecuaciones</li> <li>Falta indica las incógnitas</li> <li>Error al escribir escalonadamente el sistema</li> <li>Error en los operadores matemáticos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Error con operadores y símbolos matemáticos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Error con operadores y símbolos matemáticos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Error con operadores y símbolos matemáticos</li> </ul>
	PROCEDIMIENTO	<ul style="list-style-type: none"> <li>Operación con polinomios</li> <li>Factorización de polinomios</li> <li>Valor numérico de un polinomio</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Aplicación del método de Gauss</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cálculo de asíntota vertical</li> <li>Determinación de la posición <math>f(x)</math> respecto a la asíntota vertical</li> <li>Cálculo de asíntota horizontal</li> <li>Determinación de la posición <math>f(x)</math> respecto a la asíntota horizontal</li> <li>Cálculo de asíntota oblicua</li> <li>Determinación de la posición <math>f(x)</math> respecto a la asíntota oblicua</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Derivación de funciones implícitas</li> <li>Determinación de la continuidad y derivabilidad</li> <li>Reflexión sobre el cálculo de las rectas tangentes y normal sin conocer el punto de tangencia</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cálculo del ángulo de cada sector</li> </ul>
CAPACIDADES	USO DE LAS TIC EN MATEMÁTICAS	<ul style="list-style-type: none"> <li>Wiris</li> <li>Geogebra</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Wiris</li> <li>Geogebra</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Wiris</li> <li>Geogebra</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Wiris</li> <li>Geogebra</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Wiris</li> <li>Geogebra</li> </ul>
	INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS Y ANÁLISIS DE SOLUCIONES	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpretación de resultados y análisis de soluciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Discusión del sistema de ecuaciones</li> <li>Comprobación de soluciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpretación representación gráfica para <math>x=120</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpretación de las condiciones de continuidad y derivabilidad de una función</li> </ul>	
	APLICACIÓN A DISTINTOS CONTEXTOS	<ul style="list-style-type: none"> <li>Contenidos matemáticos previos</li> <li>Contenidos matemáticos en otras disciplinas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Contenidos matemáticos previos</li> <li>Contenidos matemáticos en otras disciplinas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Contenidos matemáticos previos</li> <li>Contenidos matemáticos en otras disciplinas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Contenidos matemáticos previos</li> <li>Contenidos matemáticos en otras disciplinas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Contenidos matemáticos previos</li> <li>Contenidos matemáticos en otras disciplinas</li> </ul>

Tabla A14.1. Dimensiones y variables en cada una de las tareas.

## A15. MAXQDA

C:\Users\ricar\OneDrive\Documentos\Curso 2018-19.mx20 - MAXQDA 2020 Reader (Release 20.4.0)

Inicio Variables Análisis Informes

Nuevo proyecto  
Abrir proyecto

Sistema de documentos  
Sistema de códigos  
Visor de documento

Segmentos recuperados

Diario

Trabajo en equipo  
Fusionar proyectos

Archivos externos  
Archivar datos

**Sistema de documentos**

Elemento	Cantidad
Documentos	2252
TAREA 1	449
TAREA 2	443
TAREA 3	581
TAREA 4	439
TAREA 5	340
Conjuntos	0

**Sistema de códigos**

Elemento	Cantidad
Sistema de códigos	2252
COMPETENCIA MATEMÁTICA	0
CONOCIMIENTOS	0
CONCEPTO	242
REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA	273
LENGUAJE MATEMÁTICO	85
CAPACIDADES	0
PROCEDIMIENTO	423
INCORPORACIÓN DE HERRAMIENTAS DIGITALES	307
ACTITUDES	0
INTERPRET. RESULTADOS/ANÁLISIS SOLUCIONES	154
APLICACIÓN EN DISTINTOS CONTEXTOS	432
AFECTIVO	0
CONFIANZA	65
MOTIVACIÓN	271
Conjuntos	0

Búsqueda sencilla de codificaciones (códigos combinados por 'O')

Figura A15.1. Relación entre las tareas, el sistema de códigos y los segmentos codificados para el análisis cualitativo en MAXQDA durante la segunda implementación

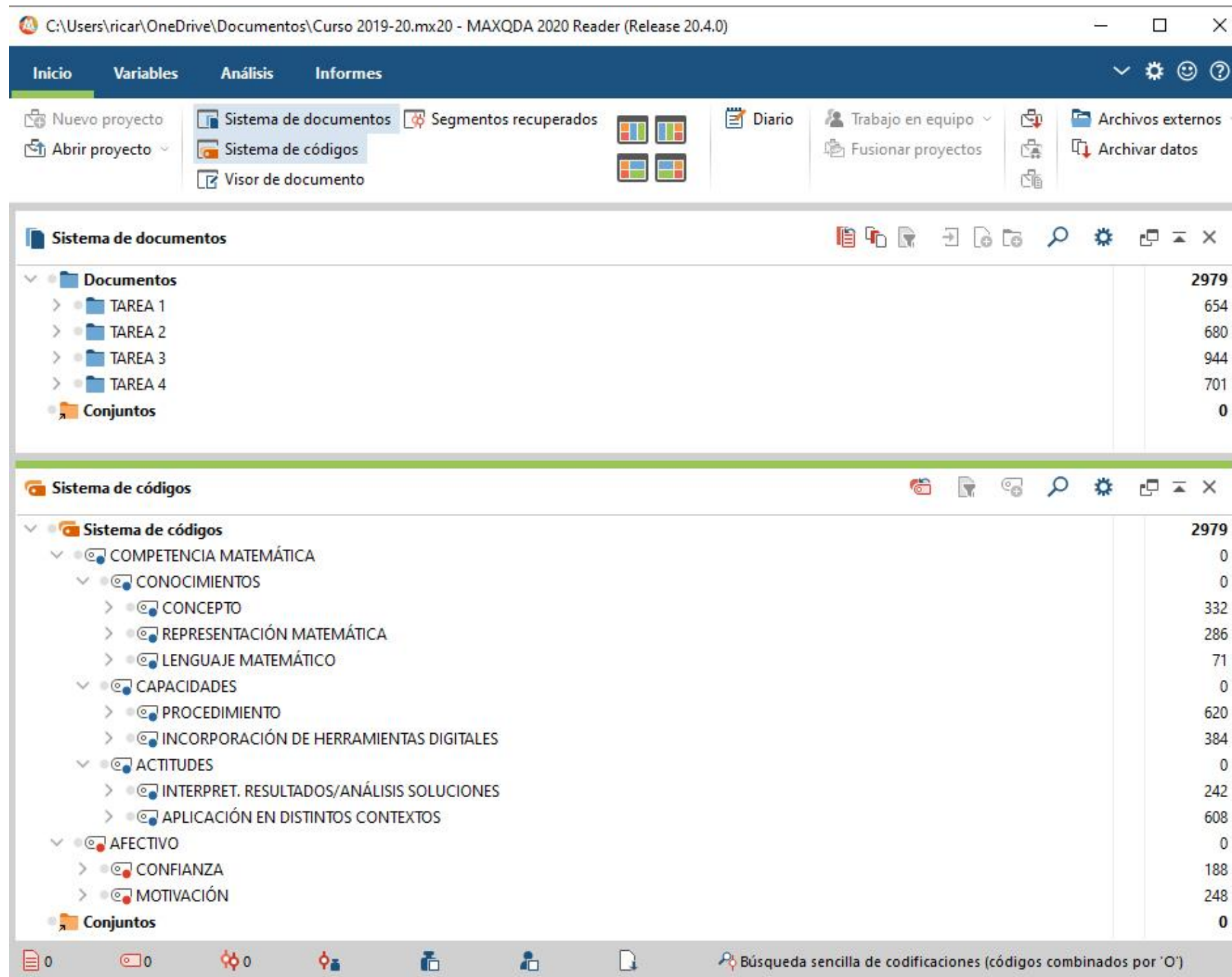


Figura A15.2. Relación entre las tareas, el sistema de códigos y los segmentos codificados para el análisis cualitativo en MAXQDA durante la tercera implementación



**Sistema de documentos**

- CS\_01 RÚBRICA A MAS\_CNC 13
- CS\_01 RÚBRICA A MAS\_DBP 13
- CS\_02 RÚBRICA A ADG\_AGB 12
- CS\_02 RÚBRICA A ADG\_MPR 13
- CS\_03 RÚBRICA A MEB\_ADG 13
- CS\_03 RÚBRICA A MEB\_JER 14**
- CS\_04 RÚBRICA A DGA\_CRA 13
- CS\_04 RÚBRICA A DGA\_GOB 12
- CS\_05 RÚBRICA A AGB\_FPG 12
- CS\_05 RÚBRICA A AGB\_JER 12

**Sistema de códigos**

- Sistema de códigos 2979
  - COMPETENCIA MATEMÁTICA 0
    - CONOCIMIENTOS 0
      - CONCEPTO 0
        - AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES 50
        - IDENTIFICACIÓN DE FUNCIONES ELEMENTALES 98
        - DETERMINACION DEL DOMINIO DE UNA FUNCIÓN 48
        - IDENTIFICACIÓN DE DISCONTINUIDADES 48
        - ECUACIÓN DE LA CÓNICA (CIRCUNFERENCIA) 44
        - ECUACIÓN DE LAS RECTAS TG Y NORMAL 44
        - REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA 0
          - ESTUDIO Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA 142
          - REALIZACIÓN DE ESQUEMA 50
          - PLANTEAMIENTO DEL SISTEMA DE ECUACIONES 50
          - ESCRITURA FUNCIÓN A TROZOS 44
        - LENGUAJE MATEMÁTICO 0
          - ERRORES EN BLOQUE DE ÁLGEBRA 54
          - ERRORES EN BLOQUE DE ANÁLISIS 17
        - CAPACIDADES 0

**Visor de documento: CS\_03 RÚBRICA A MEB\_JER (Página 1/3)**

COMPETENCIA MATEMÁTICA

**ÁREA DE COMENTARIOS**

- Indicar el coste de la producción de las bicicletas depende del número de unidades producidas y, en caso de que así sea i, explicar cómo varía:  
Varía según una función polinómica de segundo grado, es decir, la variación sigue la gráfica de la parábola.
- Escribir la expresión matemática que corresponde al beneficio de la fábrica B(x) en función del número de bicicletas producidas.  

$$2x^2 + 20x - 600 - (x^2 + 5x + 400) =$$

$$x^2 + 15x - 1000$$
- ¿Para qué número de bicicletas la fábrica tiene pérdidas? ¿Para qué número de bicicletas la fábrica tiene ganancias?  

$$B(x)=0 \rightarrow x^2 + 15x - 1000 = 0$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1000)}}{2 \cdot 1} = \frac{-15 \pm 65}{2} = \{25, -40\}$$
- Calcular el beneficio obtenido si se venden 100 unidades.  

$$B(100) = 100^2 + 15 \cdot 100 - 1000 = 10500$$

Búsqueda sencilla de codificaciones (códigos combinados por 'O')

Figura A15.3. Análisis cualitativo en MAXQDA de la rúbrica que realiza el alumno JER a la tarea 1 del alumno MEB durante la tercera implementación

**Sistema de documentos**

- CS\_14 RÚBRICA A LSG\_JGR 16
- TAREA 2 680
  - CC\_01 RÚBRICA A DBP\_AGB 12
  - CC\_01 RÚBRICA A DBP\_FPG 12
  - CC\_02 RÚBRICA A RCB\_MEB 12
  - CC\_02 RÚBRICA A RCB\_MPR 14
  - CC\_03 RÚBRICA A JER\_JGR 12**
  - CC\_03 RÚBRICA A JER\_KM 16
  - CC\_04 RÚBRICA A JGR\_CNC 13
  - CC\_04 RÚBRICA A JGR\_NGG 12

**Sistema de códigos**

- Sistema de códigos 2979
  - COMPETENCIA MATEMÁTICA 0
    - CONOCIMIENTOS 0
      - CONCEPTO 0
        - AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES 50
        - IDENTIFICACIÓN DE FUNCIONES ELEMENTALES 98
        - DETERMINACIÓN DEL DOMINIO DE UNA FUNCIÓN 48
        - IDENTIFICACIÓN DE DISCONTINUIDADES 48
        - ECUACIÓN DE LA CÓNICA (CIRCUNFERENCIA) 44
        - ECUACIÓN DE LAS RECTAS TG Y NORMAL 44
        - REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA 0
          - ESTUDIO Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA 142
          - REALIZACIÓN DE ESQUEMA 50
          - PLANTEAMIENTO DEL SISTEMA DE ECUACIONES 50
          - ESCRITURA FUNCIÓN A TROZOS 44
        - LENGUAJE MATEMÁTICO 0
          - ERRORES EN BLOQUE DE ÁLGEBRA 54
          - ERRORES EN BLOQUE DE ANÁLISIS 17
        - CAPACIDADES 0

**Visor de documento: CC\_03 RÚBRICA A JER\_JGR (Página 1/4)**

COMPETENCIA MATEMÁTICA

**ÁREA DE COMENTARIOS**

A) Has organizado correctamente la tabla, están bien planteados los datos, aunque te ha faltado especificar que incógnitas corresponden a cada descuento y paga, pero por todo lo demás está bien.

Bicicleta	Diciembre	Enero		Febrero	
	Precio original	Descuento	Precio rebajado 1	Descuento	Precio rebajado 2
Paseo	x	0,05·x	0,95·x	0,10·x	0,90·x
Montaña	y	0,10·y	0,90·y	0,15·y	0,85·y
Carrera	z	0,10·z	0,90·z	0,20·z	0,80·z

B) Has sabido diferenciar dentro de cada rebaja los descuentos y lo que abona, y por tanto lo tienes bien.

C) Has planteado bien la primera ecuación, en la cual has asignado bien cada incógnita a cada bicicleta, junto con el precio que corresponde al número de bicicletas de cada tipo con su respectiva incógnita. Pero en la segunda has malinterpretado el dinero que se descuenta con el que abona, cuando te dice el enunciado que ese dinero se descuenta o se ahorra, solo se cogen los valores del descuento.

$$2 \cdot 0,05 \cdot x + 3 \cdot 0,10 \cdot y + 3 \cdot 0,10 \cdot z = 350$$

$$2 \cdot 0,05 \cdot x + 3 \cdot 0,10 \cdot y + 3 \cdot 0,10 \cdot z = 2050 \text{ (NO)}$$

Luego en la tercera ecuación te has confundido al utilizar los valores apropiados para conseguir dicha ecuación. Lo que tienes que utilizar no son los valores del descuento de la segunda rebaja, sino lo que paga de la segunda rebaja ya que el enunciado te dice que 2105 es lo que paga.

$$4 \cdot 0,90 \cdot x + 1 \cdot 0,85 \cdot y + 2 \cdot 0,80 \cdot z = 2105$$

$$4 \cdot 0,10 \cdot x + 1 \cdot 0,15 \cdot y + 2 \cdot 0,20 \cdot z = 2105 \text{ (NO)}$$

D) Has triangulado el sistema de ecuaciones y lo has hecho ordenadamente y sabes hacer el procedimiento, aunque, no son los valores que se han de utilizar para triangular este sistema. Todo viene derivado a partir de tu error de la segunda y tercera ecuación ya que todo está relacionado.

Búsqueda sencilla de codificaciones (códigos combinados por 'O')

Figura A15.4. Análisis cualitativo en MAXQDA de la rúbrica que realiza el alumno JGR a la tarea 2 del alumno JER durante la tercera implementación

Inicio Variables Análisis Informes

Nuevo proyecto Abrir proyecto Sistema de documentos Sistema de códigos Visor de documento Segmentos recuperados Diario Trabajo en equipo Fusionar proyectos Guardar proyecto como Guardar y anonimizar proyecto Proyecto desde documentos activados Archivos externos Archivar datos

Sistema de documentos

- CS\_01 RÚBRICA A MAS\_JER 20
- CS\_02 RÚBRICA A ADG\_JER 20
- CS\_02 RÚBRICA A ADG\_JGR 19
- CS\_03 RÚBRICA A MEB\_AMP 17
- CS\_03 RÚBRICA A MEB\_RCB 22
- CS\_04 RÚBRICA A DGA\_JRM 21**
- CS\_04 RÚBRICA A DGA\_MSM 17
- CS\_05 RÚBRICA A AGB\_JSC 18
- CS\_05 RÚBRICA A AGB\_MPR 25
- CS\_06 RÚBRICA A NGG\_AMP 17

Sistema de códigos

- Sistema de códigos 2979
  - COMPETENCIA MATEMÁTICA 0
    - CONOCIMIENTOS 0
      - CONCEPTO 0
        - AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES 50
        - IDENTIFICACIÓN DE FUNCIONES ELEMENTALES 98
        - DETERMINACION DEL DOMINIO DE UNA FUNCIÓN 48
        - IDENTIFICACIÓN DE DISCONTINUIDADES 48
        - ECUACIÓN DE LA CÓNICA (CIRCUNFERENCIA) 44
        - ECUACIÓN DE LAS RECTAS TG Y NORMAL 44
        - REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA 0
          - ESTUDIO Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA 142
          - REALIZACIÓN DE ESQUEMA 50
          - PLANTEAMIENTO DEL SISTEMA DE ECUACIONES 50
          - ESCRITURA FUNCIÓN A TROZOS 44
        - LENGUAJE MATEMÁTICO 0
          - ERRORES EN BLOQUE DE ÁLGEBRA 54
          - ERRORES EN BLOQUE DE ANÁLISIS 17
        - CAPACIDADES 0

Visor de documento: CS\_04 RÚBRICA A DGA\_JRM (Página 2/4)

COMPETENCIA MATEMÁTICA

Los valores negativos no se tomarían en cuenta.  
A los 120 minutos ni tiene necesidad de beber agua ni le daría fatiga beberla.

Puntos de corte ejes  
 $x = 0 \rightarrow y = \frac{0-120}{0-90} = \frac{-120}{-90} = \frac{4}{3} \quad (0, \frac{4}{3})$   
 $y = 0 \rightarrow 0 = \frac{x-120}{x-90}; x-120 = 0; x = 120 \quad (120, 0)$

e) En este apartado había que elegir la parte de una función definida a trozos que era adecuada para el enunciado que se nos presentaba. Tenía que corresponder a valores muy elevados ( $x \rightarrow +\infty$ )  
Era:  
 $(\frac{x^2-120}{x-90}), x > 90$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 - 120}{x - 90} \right) \cong \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

Para calcular la asíntota realizamos la división del numerador entre el denominador:

$$\begin{array}{r} x^2 \qquad \qquad - 120 \qquad | \quad x - 90 \\ -x^2 \qquad +90x \qquad \qquad \qquad | \quad x + 90 \\ \hline \qquad \qquad +90x \qquad - 120 \qquad \qquad \qquad \\ \qquad \qquad \qquad -90x \qquad +8100 \qquad \qquad \qquad \\ \hline \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad +7980 \end{array}$$

La asíntota oblicua es  $y=x+90$   
La posición respecto a la gráfica de la asíntota es:  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{7980}{x-90} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{7980}{+\infty} \right) = 0 +$

La gráfica queda por encima.

Búsqueda sencilla de codificaciones (códigos combinados por 'O')

Figura A15.5. Análisis cualitativo en MAXQDA de la rúbrica que realiza el alumno JRM a la tarea 3 del alumno DGA durante la tercera implementación

Inicio Variables Análisis Informes

Nuevo proyecto Abrir proyecto Sistema de documentos Sistema de códigos Visor de documento Segmentos recuperados Diario Trabajo en equipo Fusionar proyectos Guardar proyecto como Guardar y anonimizar proyecto Proyecto desde documentos activados Archivos externos Archivar datos

Sistema de documentos

TAREA 4

- CC\_01 RÚBRICA A DBP\_JGR 16
- CC\_01 RÚBRICA A DBP\_JRM 17
- CC\_02 RÚBRICA A RCB\_AGB 15
- CC\_02 RÚBRICA A RCB\_MSM 14
- CC\_03 RÚBRICA A JER\_LSG 18
- CC\_03 RÚBRICA A JER\_MPR 22
- CC\_04 RÚBRICA A JGR\_CNC 15**
- CC\_04 RÚBRICA A JGR\_DGA 15
- CC\_05 RÚBRICA A KM\_GOB 16

Sistema de códigos

Sistema de códigos 2979

COMPETENCIA MATEMÁTICA

- CONOCIMIENTOS
  - CONCEPTO
    - AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES 50
    - IDENTIFICACIÓN DE FUNCIONES ELEMENTALES 98
    - DETERMINACION DEL DOMINIO DE UNA FUNCIÓN 48
    - IDENTIFICACIÓN DE DISCONTINUIDADES 48
    - ECUACIÓN DE LA CÓNICA (CIRCUNFERENCIA) 44
    - ECUACIÓN DE LAS RECTAS TG Y NORMAL 44
  - REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA
    - ESTUDIO Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA 142
    - REALIZACIÓN DE ESQUEMA 50
    - PLANTEAMIENTO DEL SISTEMA DE ECUACIONES 50
    - ESCRITURA FUNCIÓN A TROZOS 44
  - LENGUAJE MATEMÁTICO
    - ERRORES EN BLOQUE DE ÁLGEBRA 54
    - ERRORES EN BLOQUE DE ANÁLISIS 17
  - CAPACIDADES 0

Figura A15.6. Análisis cualitativo en MAXQDA de la rúbrica que realiza la alumna CNC a la tarea 4 del alumno JGR durante la tercera implementación

Inicio Variables Análisis Informes

Nuevo proyecto Abrir proyecto Sistema de documentos Sistema de códigos Visor de documento Segmentos recuperados Diario Trabajo en equipo Fusionar proyectos Guardar proyecto como Guardar y anonimizar proyecto Proyecto desde documentos activados Archivos externos Archivar datos

Sistema de documentos

- CS\_02 RÚBRICA A PDM\_MME 16
- CS\_02 RÚBRICA A PDM\_SGC 10
- CS\_04 RÚBRICA A NDO\_AGL 10
- CS\_04 RÚBRICA A NDO\_JSC 9
- CS\_05 RÚBRICA A AGL\_PDM 13
- CS\_05 RÚBRICA A AGL\_VCG 11
- CS\_06 RÚBRICA A SGC\_PDM 13
- CS\_06 RÚBRICA A SGC\_PNV 10
- CS\_07 RÚBRICA A MMF\_JLG 11
- CS\_07 RÚBRICA A MMF\_MME 14**

Sistema de códigos

COMPETENCIA MATEMÁTICA 2252

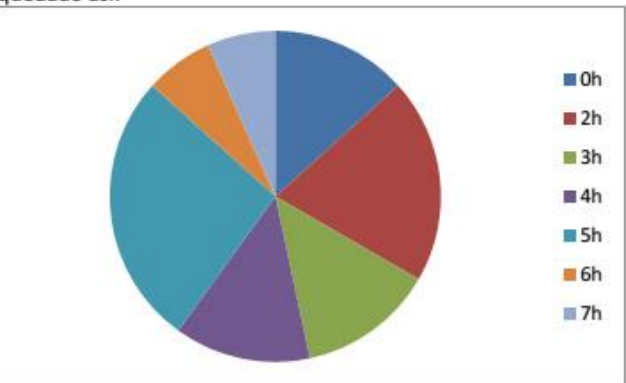
- CONOCIMIENTOS
  - CONCEPTO
    - AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES 33
    - IDENTIFICACIÓN DE FUNCIONES ELEMENTALES
      - FUNC - INEXISTENTE 1
      - FUNC - INCORRECTO 4
      - FUNC - DEFICIENTE 0
      - FUNC - CORRECTO 55
    - DETERMIANCIÓN DEL DOMINIO DE UNA FUNCIÓN 29
    - IDENTIFICACIÓN DE DISCONTINUIDADES 29
    - ECUACIÓN DE LA CÓNICA (CIRCUNFERENCIA) 0
      - CIRCUNF - INEXISTENTE 4
      - CIRCUNF - INCORRECTO 3
      - CIRCUNF - DEFICIENTE 0
      - CIRCUNF - CORRECTO 23
    - ECUACIÓN DE LAS RECTAS TG Y NORMAL 0
      - RECT - INEXISTENTE 5

Visor de documento: CS\_07 RÚBRICA A MMF\_MME (Página 1/2)

ITENIDOS MATEM. EN OTRAS ASIGNATURAS\TIC

ÁREA DE COMENTARIOS

En la primera actividad solamente identifica correctamente el tipo de muestreo de la actividad, pero no has puesto los otros tres tipos de muestreo que son el muestreo sistemático, donde una vez elegido el primer individuo de la muestra al azar, el resto se encuentran igualmente espaciados, en la lista. El siguiente muestreo es el muestreo estratificado, se eligen los individuos de cada grupo o estrato de forma proporcional al modo en el que el grupo o estrato representa a la población. En el último muestreo por conglomerado, cuando la población está dividida de manera natural en grupos o conglomerados que representan las características a estudiar, entonces bastará seleccionar alguno de estos o conglomerados para la realización del estudio. En la segunda actividad hace la tabla de frecuencias bien pero el diagrama no lo hace correctamente, tendría que haber quedado así.



La tercera actividad calcula correctamente los tres parámetros de centralización. En la cuarta actividad calcula correctamente los tres parámetros de dispersión. En la quinta actividad calcula dos de las tres parámetros de posición, el que te falta es el primero que es  $Q_1: \frac{1-N}{4} = \frac{1-15}{4} = 3.75 \rightarrow$  posición 4  $\rightarrow Q_1 = 2$ .

Búsqueda sencilla de codificaciones (códigos combinados por 'O')

Figura A15.7. Análisis cualitativo en MAXQDA de la rúbrica que realiza la alumna MME a la tarea 5 del alumno MMF durante la segunda implementación