Jocs en forma extensiva

PID_00268969

Ignacio Sánchez-Cuenca

Temps mínim de dedicació recomanat: 2 hores

Universitat Oberta de Catalunya

Ignacio Sánchez-Cuenca

L'encàrrec i la creació d'aquest recurs d'aprenentatge UOC han estat coordinats pel professor: Albert Batlle (2019)

Segona edició: setembre 2019

Av. Tibidabo, 39-43, 08035 Barcelona
Realització editorial: FUOC

Índex

Introducció

Els jocs en forma extensiva permeten de representar una seqüència de jugades. Són molt més generals que els jocs en forma normal, ja que es pot demostrar fàcilment que aquests darrers només són un cas especial dels primers. Però no és solament que es pugui representar el desenvolupament de les jugades al llarg del temps; a més, en aquests jocs podem especificar la informació que tenen els jugadors en cada etapa i s'hi poden incorporar esdeveniments exògens que influeixen sobre les estratègies. Per exemple, si en el joc de la transició a la democràcia l'oposició decideix organitzar una revolució, el seu èxit serà probabilístic: aquest èxit és un esdeveniment exogen, en la mesura que no està enterament a les mans de l'oposició determinar si la revolució triomfa o no. A causa d'aquestes raons, els jocs en forma extensiva són molt flexibles a l'hora d'elaborar models. Permeten de representar multitud de situacions estratègiques diferents.

L'anàlisi dels equilibris en els jocs en forma extensiva és una mica més complexa que en els jocs en forma normal. De fet, de seguida veurem que la noció d'equilibri de Nash es queda curta: hi ha equilibris de Nash en aquests jocs que no tenen gaire sentit, és a dir, hi ha equilibris de Nash que no coincidirien mai amb el que els jugadors considerarien com la manera raonable de jugar el joc. Llavors cal proposar formes d'equilibri una mica més exigents, que filtrin els equilibris de Nash raonables dels que no ho són.

Concretament, els equilibris que es manejaran per als jocs en forma extensiva són els que no es basen en promeses o amenaces increïbles. Una promesa o una amenaça resulta increïble si, quan arriba el moment de complir-la, l'agent està millor no complint-la que fent-ho. Com veurem a continuació, hi ha equilibris de Nash que depenen de promeses o amenaces increïbles. Els equilibris que passen la prova de la credibilitat són els anomenats *equilibris de perfecció en el subjoc*.

Una qüestió que també s'examina en aquest mòdul, i que està molt relacionada amb l'assumpte de la credibilitat, és la possibilitat que els jugadors modifiquin l'estructura del joc amb compromisos que fan creïbles promeses o amenaces que en absència del compromís resultarien increïbles. Els compromisos que es coneixen millor, tot i que no són els únics, són els que lliguen de mans els agents que els adopten.

Objectius

En aquest mòdul, hauríeu d'aprendre a analitzar jocs en forma extensiva i a ser capaços de representar-hi situacions polítiques reals. Al final del mòdul hauríeu de poder fer el següent:

1. Caracteritzar un joc en forma extensiva.

2. Reduir un joc en forma extensiva a un joc en forma normal.

3. Si és un joc d'informació perfecta, calcular l'equilibri mitjançant retroinducció i, si és un joc d'informació imperfecta, trobar els equilibris de perfecció en el subjoc.

4. Entendre el problema de la credibilitat com es planteja en la teoria de jocs.

1. Caracterització d'un joc en forma extensiva

En els jocs en forma normal, es considera que els jugadors trien les seves estratègies simultàniament, és a dir, que cada jugador tria la seva estratègia sense saber quina ha escollit el rival. Això és una limitació important, ja que en moltes situacions reals s'aprecia una seqüència de jugades, de manera que els jugadors prenen decisions a mesura que avança el joc.

> La representació d'un joc en forma extensiva permet de modelitzar tant la seqüència de jugades com la informació de què disposen els jugadors en cada una.

Això representa un avenç fonamental respecte als jocs en forma normal i fa que la teoria de jocs es torni més realista i més atenta als detalls de cada situació estratègica.

En un joc en forma extensiva la idea d'estratègia és una mica més rica:

- En un joc en forma normal, una estratègia és un pla complet d'acció que s'estableix una vegada per sempre, i no pot ser d'una altra manera, ja que no s'aprecia l'estratègia del contrari.

- En un joc en forma extensiva, una estratègia és un pla d'acció contingent, que especifica què farà el jugador davant de cada possible moviment del rival.

Els jocs en forma extensiva més simples es poden representar amb un **arbre de decisió**. L'arbre es compon de **nodes i branques**. De cada node poden sortir diferents branques que es dirigeixen a altres nodes. Els arbres de decisió, com veurem a continuació, faciliten notablement la comprensió del joc. Però és important subratllar des del principi que la representació arbòria del joc no sempre és possible en els jocs en forma extensiva.

Arbre de decisió

Un arbre, com s'ha dit abans, és un conjunt de nodes connectats amb branques que representen una relació de precedència temporal. Si un node està sota d'un altre (o a la dreta d'un altre, si l'arbre es dibuixa «tombat», d'esquerra a dreta), això significa que el que està sota intervé després del que està a dalt. La regla fonamental de construcció de l'arbre és que *cada node només pot tenir un predecessor*, és a dir, de dos nodes no en poden sortir branques que acabin en el mateix node. A més, s'ha de tenir en compte que hi ha nodes terminals, dels quals no surt cap branca perquè assenyalen el final del joc. És als nodes terminals on s'inclouen els pagaments dels jugadors.

En la figura 1 hi ha un primer exemple d'arbre de decisió. Es tracta d'un arbre molt senzill, amb tres jugades o moviments i quatre nodes terminals. Com s'indica al costat de cada node no terminal, hi ha dos jugadors: *J*1 intervé en la primera i en la tercera jugada i *J*2 mou en la segona jugada. De cada node no terminal surten dues branques, la qual cosa significa que en aquest exemple tan senzill cada jugador té dos cursos d'acció possibles en cada jugada. En els nodes terminals s'han inclòs uns pagaments arbitraris. El primer número és el pagament de *J*1 i el segon, el pagament de *J*2.

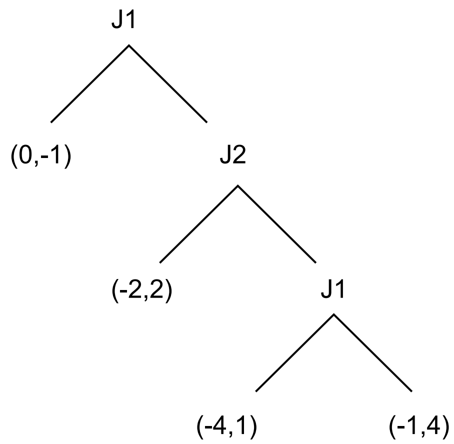


Figura 1. Un exemple d'un arbre en un joc en forma extensiva

Per exemple, si les estratègies del jugador no són discretes, sinó que són contínues, l'arbre no pot donar compte de l'estructura del joc. Suposeu que s'analitza un joc de negociació en què un jugador ha de fer una oferta que se situï entre 0 i 1 euros. El conjunt total d'ofertes no es pot representar discretament amb branques.

En realitat, el que és essencial d'un joc en forma extensiva no és l'arbre, sinó l'especificació del següent:

- la seqüència de jugades o ordre de moviments,
- les estratègies possibles dels jugadors,
- la informació que tenen els jugadors en cada moviment i
- els pagaments que reben els jugadors per a cada combinació d'estratègies possible.

L'especificació d'aquests quatre elements es pot fer amb un arbre o sense. Potser la millor manera d'introduir-los és amb un cas simple, en què sí que podem recórrer a l'arbre.

1.1. Els conjunts d'informació

Què succeeix amb la informació de què disposen els jugadors? Aquest és l'element més complicat del joc. En cada fase en què intervé un jugador, té un **conjunt d'informació** (***information set***).

El conjunt d'informació pot cobrir un o diferents nodes. (Tècnicament, es diu que el conjunt d'informació fa una «partició» dels nodes.) Si un conjunt d'informació té un únic node, en anglès s'anomena ***singleton***. En la mesura que un node conté una descripció completa de tot el que ha succeït fins ara, podem dir que si el conjunt d'informació és un *singleton*, llavors el jugador, en aquest punt del joc, coneix tota la història anterior. Tanmateix, si el conjunt d'informació cobreix diferents nodes, és que el jugador no sap del cert en quina part de l'arbre es troba, és a dir, no sap quina jugada ha fet el seu rival en el moviment anterior.

Conjunt d'informació

Quan el conjunt d'informació cobreix més d'un node, el representem gràficament amb una línia discontínua que uneix els nodes que el componen.

En la figura 2 tenim dos exemples. En l'exemple de l'esquerra, comença jugant *J*1, que té tres accions possibles, *I*, *C* o *D*. A continuació intervé *J*2. Però fixeu-vos que els nodes de *J*2 estan connectats per una línia discontínua (el conjunt d'informació cobreix els tres nodes). Això significa que, quan li toca jugar a *J*2, no sap què ha fet *J*1, si ha fet *I*, *C* o *D*. En el fragment d'arbre de la dreta tenim un joc molt semblant, només que ara *J*2 té dos conjunts d'informació. El primer cobreix els nodes corresponents a les accions *I* i *C*, el segon és un *singleton* format pel node corresponent a l'acció anterior *D*. Ara *J*2, quan li toca jugar, sap si *J*1 ha jugat *D* o si no ho ha fet. Però si *J*1 no ha jugat *D*, *J*2 no és capaç de distingir si *J*1 ha jugat *I* o *C*.

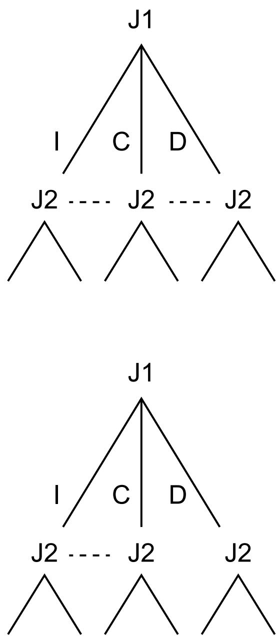


Figura 2. Arbres amb informació imperfecta

Amb la representació dels conjunts d'informació dels jugadors, podem especificar què sap cada jugador en cada fase del joc. Quan el conjunt d'informació cobreix més d'un node cal, a més, especificar quines són les **creences del jugador**.

Les creences només intervenen si no tots els conjunts d'informació són *singletons*. Podem establir la distinció següent:

- Direm que un joc en què *tots* els conjunts d'informació són *singletons* és un joc d'**informació perfecta**.
- En canvi, un joc en què hi ha conjunts d'informació que cobreixen més d'un node és un joc d'**informació imperfecta**.

Com s'explica amb més calma en la secció següent, tot joc en forma normal és un joc d'informació imperfecta. Els jocs en forma extensiva poden ser d'informació perfecta o imperfecta.

Figura 2

Per exemple, en el fragment d'arbre a la part esquerra de la figura 2, el jugador tindrà creences sobre si es troba en el node esquerre, central o dret. Aquestes creences es modelitzen amb una distribució de probabilitat. Per exemple, les creences d'estar en els nodes esquerre, central i dret podrien ser 1/5, 1/5 i 3/5 respectivament. Òbviament, en una distribució de probabilitat, la suma de les probabilitats ha de donar 1.

1.2. Els esdeveniments exògens

Finalment, és important descriure una altra potencialitat que tenen els jocs en forma extensiva i que els fa més rics que els jocs en forma normal: la inclusió d'esdeveniments exògens en el joc, és a dir, els que poden alterar els pagaments dels jugadors, però que no tenen res a veure amb les accions o eleccions que fan els mateixos jugadors. Aquests esdeveniments exògens es poden donar en qualsevol moment del joc i s'atribueixen a un jugador fictici que sol rebre el nom de Naturalesa o Atzar.

Joc entre un govern i els electors

Suposem un joc entre un govern i els electors. El govern duu a terme una política i els electors, observant els resultats de la política, han de decidir si tornen a votar el govern o voten l'oposició. El problema és que els resultats de les polítiques no depenen solament del que faci el govern, sinó també de les condicions objectives en què es troba el país, que, per a simplificar, direm que poden ser bones o dolentes. Per molt bé que ho faci el govern, els resultats poden ser pobres si les condicions objectives són negatives, i a la inversa. Per a incloure en el joc l'esdeveniment exogen que les condicions són bones o dolentes, podríem considerar que la primera jugada correspon al jugador Naturalesa, que pot decidir si les condicions són bones o dolentes. Cada tipus de condició correspon a una branca diferent que surt del node inicial de Naturalesa.

2. La relació entre jocs en forma normal i en forma extensiva

Els jocs en forma extensiva es poden reduir a jocs en forma normal. L'interès d'estudiar aquesta reducció és que ajuda a entendre millor què és una estratègia en cada tipus de joc i, a més, prepara el terreny per a introduir la idea d'equilibri de perfecció en el subjoc que s'explica en l'apartat «Equilibri de perfecció en el subjoc». La principal diferència entre tots dos tipus de joc, com s'ha apuntat abans, consisteix en el fet que, mentre que en un joc en forma extensiva els jugadors decideixen què fan segons el que fan els rivals, en un joc en forma normal les estratègies han de cobrir des del començament totes les contingències possibles.

El joc en forma extensiva que apareix en la figura 3 és un joc d'informació perfecta, ja que tots els conjunts d'informació són *singletons*. Aquest joc es pot representar en forma normal com apareix en el quadre 1. Atès que l'acció de *J*2 de moure cap a l'esquerra no és la mateixa quan *J*1 ha jugat *U* que quan *J*1 ha jugat *D*, les hem de distingir amb noms diferents, en aquest cas s'anomenen *l* i *l'*. El mateix passa amb l'acció de moure a la dreta, *r* i *r'*. Això significa que *J*2 té quatre estratègies diferents en el joc en forma extensiva, que s'han de poder representar en el joc en forma normal. *J*1 té dues estratègies possibles, *U* o *D*. L'encreuament de les quatre estratègies possibles de *J*2 amb les dues de *J*1 dóna lloc a vuit resultats diferents. Tanmateix, en el joc en forma extensiva només apareixen quatre resultats, només hi ha quatre nodes terminals. D'on treiem els altres quatre?

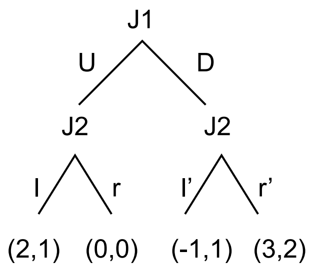


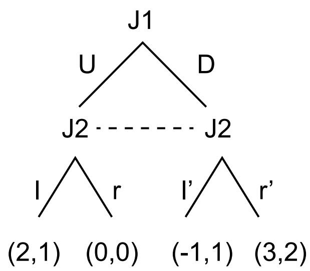
Figura 3. Un joc en forma extensiva

Quadre 1

El joc del quadre 3 en forma normal					
		***J*2**			
		l, l'	***l, r'***	***r, l'***	***r, r'***
***J*1**	***U***	2, 1	2, 1	0, 0	0, 0
	D	–1, 1	3, 2	–1, 1	3, 2

Com es pot veure en el quadre 1, els pagaments estan, per dir-ho així, duplicats, ja que les estratègies en un joc en forma normal són plans d'acció complets, que han de cobrir totes les possibilitats, de manera que, per exemple, l'estratègia de *J*2 *l*, *l′* significa: si *J*1 juga *U*, *J*2 fa *l*; si *J*1 fa *D*, *J*2 juga *l′*. La duplicació dels pagaments es produeix llavors perquè, encara que el resultat final pugui ser el mateix, les estratègies no són iguals: és evident que si *J*1 juga *U*, el resultat és el mateix amb les estratègies (*l*, *l′*) i (*l*, *r′*), ja que la part dreta del joc no s'arriba a desenvolupar.

La reducció és molt més senzilla si es tracta d'un joc d'informació imperfecta. En la figura 4 tenim dos jocs, l'un en forma extensiva i l'altre en forma normal. El joc en forma extensiva es caracteritza pel fet que els nodes de *J*2 estan inclosos en un mateix conjunt d'informació, és a dir, perquè *J*2 desconeix la jugada anterior de *J*1. Com que no té informació sobre el que ha passat, la seva decisió de moure cap a l'esquerra (acció *l*) és la mateixa tant si està en el node esquerre com en el dret, i per això no distingim l'estratègia *l* i *l′*, sinó que les representem totes dues amb un únic nom. I, per això, els quatre resultats possibles en el joc en forma extensiva es corresponen amb els quatre resultats possibles del joc en forma normal.



		J2	
		l	r
J1	U	2,1	0,0
	D	-1,1	3,2

Figura 4. Un joc en forma extensiva i en forma normal

3. Equilibri per retroinducció

En els jocs en forma extensiva amb informació perfecta, sempre hi ha un equilibri de Nash amb estratègies pures.

Això és el que es coneix en la literatura tècnica com el **teorema de Zermelo-Kuhn**. La manera de calcular l'equilibri és molt senzilla. Consisteix a aplicar un procediment o algoritme conegut com a «**retroinducció**» (*backwards induction*). Es comença per qualsevol node anterior a un node terminal i es retrocedeix cap a l'origen del joc mitjançant eliminació de totes les estratègies que estiguin fortament dominades. Si en començar pel node seleccionat no s'arriba fins a la primera jugada, s'ha de tornar a començar per un altre node similar, que precedeixi un node terminal, fins a aconseguir en algun moment arribar al node inicial. Quan s'arriba fins al node inicial, s'ha configurat el que s'anomena una **ruta d'equilibri** (*equilibrium path*). Això no obstant, l'equilibri de Nash en un joc en forma extensiva no està format únicament per la ruta d'equilibri. En realitat, en l'equilibri intervenen totes les millors respostes de cada jugador a cada possible jugada del rival.

El càlcul per retroinducció es pot entendre molt millor amb un exemple

A partir del joc d'informació perfecta que apareix en la figura 5, agafem el node final, en què intervé per segona vegada *J*1. *J*1 té dues accions possibles, *L* o *R*. Si tria *L*, el pagament és –1 i, si escull *R*, el pagament és 0. Evidentment, *R* domina *L*. Per tant, *J*1 escollirà *R*. Resumim aquest raonament en una fletxa que parteix del segon node de *J*1 cap a *R*. Ara retrocedim fins al node esquerre de *J*2. *J*2, sabent pel raonament anterior que, si *J*1 torna a tenir oportunitat de jugar, jugarà *R*, compara els pagaments de les seves dues estratègies possibles, *u* i *d*. Si juga *u*, el joc acaba aquí i *J*2 rep 4. Si juga *d*, sap que després *J*1 jugarà *R* i, per tant, *J*2 obtindrà 2. Com que 4 és millor que 2 (atès que *u* domina *d*), *J*2 jugarà *u*. Per això, tracem la fletxa corresponent. Si *J*2 és en el seu node dret, és fàcil adonar-se que escollirà *l* en lloc de *r*, ja que amb *l* obté 6 i amb *r*, 4. Llavors la fletxa va paral·lela a *l*. I ara retrocedim fins al primer node, el primer node de *J*1. *J*1 ha d'escollir en primera instància entre *U* i *D*. Si escull *D*, sap que *J*2 després escollirà *l* i el resultat és –2. Si escull *U*, sap que després *J*2, sabent *J*2 que si tria *dJ*1 jugarà *R* en el seu segon moviment, jugarà *u*, amb un resultat per a *J*1 de 2. Com 2 és millor que –2, *J*1 tria *U*.

Ara ja tenim una ruta d'equilibri: *U*, *u*. *J*1 juga *U* i *J*2 juga *u* i aquí acaba el joc. Però aquesta ruta d'equilibri no representa una especificació completa de l'equilibri, ja que aquesta és la ruta d'equilibri perquè *J*1 anticipa que, si el joc evolucionés per una altra ruta, *J*2 faria una cosa diferent. L'equilibri està format per totes les eleccions que tenen una fletxa marcada, és a dir, per totes les respostes òptimes. En aquest exemple, l'equilibri es formularia especificant primer totes les eleccions d'equilibri de *J*1 i després totes les de *J*2. Concretament, l'equilibri de Nash calculat per retroinducció seria el següent:

$$(U, R; u, l)$$

Fixeu-vos que tot i que *J*1 mai no té l'oportunitat de jugar *R* ni *J*2 de jugar *l*, la ruta d'equilibri se sosté sobre les expectatives que, si el joc avancés per una ruta diferent en què *J*1 tingués una segona oportunitat de moure, o *J*2 es trobés en el seu node dret, llavors *J*1 jugaria *R* i *J*2 *l*.

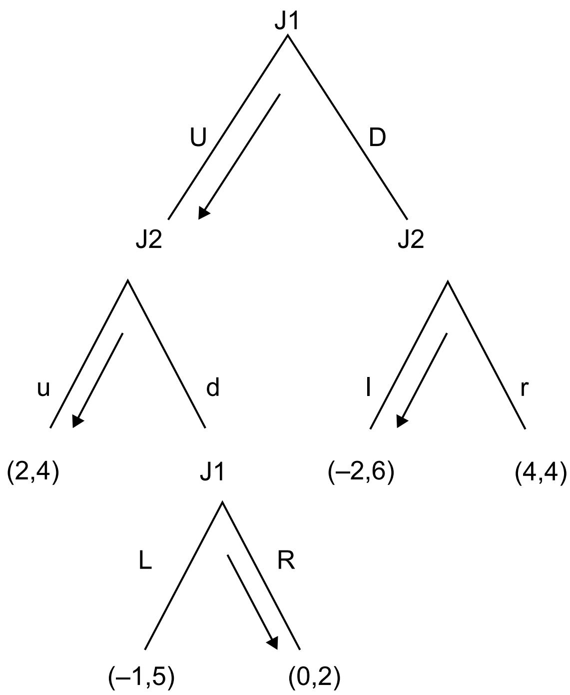


Figura 5. Un joc resolt per retroinducció

Tot equilibri calculat per retroinducció és un equilibri de Nash, però no tot equilibri de Nash es pot calcular per retroinducció. Això significa que els **equilibris per retroinducció són un subconjunt del conjunt d'equilibris de Nash**.

Però com hi pot haver equilibris de Nash que no segueixin la lògica de la retroinducció?

A continuació analitzarem aquesta qüestió detalladament, la qual cosa ens obligarà a introduir un refinament tècnic en la idea d'equilibri de Nash, ja que resulta que no tots els equilibris de Nash són raonables.

4. Equilibri de perfecció

Començarem examinant l'exemple avui ja clàssic proposat per **Richard Selten** que l'equilibri per retroinducció és més «exigent» en termes de racionalitat que l'equilibri de Nash.

A partir d'un joc en forma extensiva extraordinàriament senzill com el que apareix en la figura 6, *J*1 pot fer *U*, cas en què s'acaba el joc, o *D*, cas en què dóna pas a *J*2, que pot fer *u* o *d*. Aplicant el procediment de la retroinducció, comencem pel node de *J*2. és evident que *J*2, si arriba a jugar, jugarà *d*, ja que amb *d* obté 0, mentre que amb *u* obté –1. Com que *J*1 ho sap, la seva decisió és trivial: en la primera jugada tria *D*, ja que amb *D* acaba obtenint 2, davant d'*U*, amb què obtindria 1. L'equilibri del joc, en aquest cas tan senzill, coincideix amb la ruta d'equilibri, és (*D*; *d*).

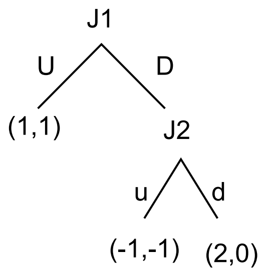


Figura 6. El joc de Selten

Amb el que hem après en l'apartat «La relació entre jocs en forma normal i en forma extensiva», ara podem representar el joc en forma extensiva del quadre 7 com un joc en forma normal. La transformació apareix en el quadre 2. Fixeu-vos que, quan *J*1 tria *U*, els pagaments de *J*2 són els mateixos tant si escull *u* com *d* per la senzilla raó que, quan *J*1 escull *U*, *J*2 no arriba a intervenir.

Quadre 2

El joc de Selten en forma normal			
		***J*2**	
		u	***d***
***J*1**	***U***	1, 1	1, 1
	D	–1, –1	2, 0

Un breu examen del joc del quadre 8 permet de descobrir que té dos equilibris de Nash, (*U*; *u*) i (*D*; *d*). Tanmateix, acabem de veure que (*U*; *u*) no és un equilibri per retroinducció. Per què desapareix l'equilibri (*U*; *u*) en analitzar el joc en forma extensiva per retroinducció? Per a poder respondre convé fixar-se en el que significa l'equilibri de Nash (*U*; *u*). El sentit d'aquest equilibri és el següent: si *J*1 es convenç que *J*2 jugarà *u*, llavors la resposta òptima de *J*1 és jugar *U*. D'altra banda, si *J*1 jugarà *U*, la resposta òptima de *J*2 és *u*. És veritat que, una vegada que *J*1 juga *U*, *J*2 obté el mateix pagament amb *u* que amb *d*, però, si jugués *d*, llavors *J*1 jugaria *D*; per tant (*U*; *d*) no pot ser un equilibri, mentre que (*U*; *u*) sí.

Ara bé, l'equilibri de Nash (*U*; *u*) se sosté sobre la creença de *J*1 que *J*2 jugarà *u*. La qüestió que va plantejar Selten és: resulta raonable aquesta creença? És convincent que si *J*2 és un jugador racional esculli *u* en lloc de *d* en cas que li toqui jugar? L'anàlisi del joc en forma extensiva demostra que la resposta en tots dos casos és negativa, que l'equilibri (*U*; *u*) no resulta raonable perquè *J*2, si arriba a jugar, mai no escollirà *u*: sempre obtindrà més jugant *d*. *J*2, per dir-ho així, no tirarà pedres contra la seva teulada. Però en aquest cas, *J*1 mai no pensarà que *J*2 podria escollir *u* i llavors no tindrà cap tipus de temor que *J*2 pugui escollir *u* en cas que ell triï *D*.

Tot i que a *J*2 li convindria que *J*1 es cregués que, si ell juga *D*, *J*2 farà *u*, ja que en aquest cas *J*1 mai no farà *D* i se seleccionarà l'equilibri (*U*; *u*) que proporciona a *J*1 més utilitat que l'equilibri (*D*; *d*), el cas és que *J*2 no pot arribar a convèncer *J*1 que jugarà *u*, perquè una vegada que li toca jugar és irracional per a *J*2 escollir *u*. Per dir-ho més directament: l'equilibri (*U*; *u*) no és raonable perquè només té sentit sota el supòsit d'una amenaça que no és *creïble*, l'amenaça de *J*2 segons la qual, si li toca jugar, jugarà *u* i no *d*. No és una amenaça creïble perquè, en cas d'haver de dur-la a terme, *J*2 està millor renegant que complint-la.

> La diferència principal entre l'equilibri de Nash i l'equilibri calculat per retroinducció és que en el primer no es té prou en compte el problema de la credibilitat de les promeses i amenaces que puguin fer els jugadors.

Una promesa o una amenaça només és creïble si, arribat el moment de dur-la a terme, el jugador està millor duent-la a terme que renegant. En l'anàlisi d'un joc, les amenaces i promeses increïbles no poden exercir cap paper. L'equilibri per retroinducció filtra els equilibris de Nash i els passa pel tamís de la credibilitat.

4.1. Equilibri de perfecció en el subjoc

El problema de la retroinducció és que resulta d'aplicació limitada: només serveix per a jocs amb informació perfecta. Si hi ha conjunts d'informació amb múltiples nodes, el procediment d'anar veient a cada node quina estratègia és dominant deixa de ser factible. Per a evitar aquesta restricció, Selten va proposar un nou concepte d'equilibri, l'equilibri de perfecció en el subjoc (*subgame perfect equilibrium*), que generalitza la intuïció subjacent en la lògica de la retroinducció.

Per a explicar aquest tipus d'equilibri, cal començar amb una definició.

Direm que un subjoc propi (*proper subgame*) és una part d'un joc en forma extensiva que es pot tractar com un joc en si mateix. Més tècnicament, un subjoc propi és un subconjunt de nodes d'un joc que conté un node inicial i tots els seus successors.

Vegem com s'aplica aquesta definició. En la figura 7 tenim un joc en forma extensiva. Aquest joc té tres subjocs propis, el que comença en el node dret de *J*2, el que comença en el node esquerre de *J*2 i el que comença en el node de *J*1 i que coincideix amb el joc. No hi ha cap subjoc que comenci amb la jugada de *J*3 perquè no hi ha un node inicial de *J*3.

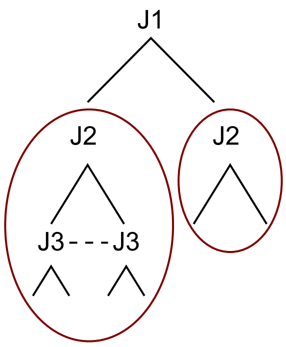


Figura 7. Els subjocs d'un joc

Doncs bé, es diu que una combinació d'estratègies representa un equilibri de perfecció en el subjoc quan en cada un dels possibles subjocs del joc aquestes estratègies són un equilibri de Nash.

En el fons, en exigir que les estratègies d'equilibri formin un equilibri de Nash en cada subjoc del joc, el que es fa és obligar aquestes estratègies a ser les respostes òptimes en qualsevol punt del joc. Amb altres paraules: en cada moment, les estratègies d'equilibri han de coincidir amb la resposta òptima del jugador. Però això significa que l'equilibri mai no es podrà basar en una amenaça o promesa increïbles, ja que les estratègies d'equilibri són en cada punt òptimes, la qual cosa obliga a descartar la possibilitat d'executar amenaces o promeses que no convinguin al jugador.

En la figura 8 apareix un joc en forma extensiva en què no es pot aplicar la retroinducció, perquè en el segon moviment de *J*2 el seu conjunt d'informació està compost per dos nodes. No podem determinar què farà *J*2 a cada node perquè no sap en quin dels dos nodes es troba. El joc, clarament, té tres subjocs:

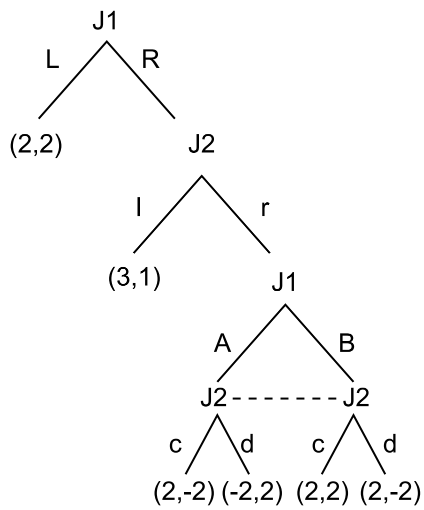


Figura 8

1) El primer està format pel segon node de *J*1, en què *J*1 pot fer *A* o *B*. Es tracta, segons la definició, d'un node inicial que conté tots els seus successors.

Subjoc més reduït

Comencem pel subjoc més reduït de tots, és a dir, el que s'inicia en el segon node de *J*1.

Aquest subjoc coincideix, segons el que hem vist en l'apartat «La relació entre jocs en forma normal i en forma extensiva», amb un joc en forma normal, com es representa en el quadre 3.

Quadre 3

Un subjoc en forma normal del joc de la figura 8			
		J2	
		c	***d***
J1	***A***	2, –2	–2, 2
	B	–2, 2	2, –2

És fàcil adonar-se que el joc del quadre 3 no té un equilibri de Nash amb estratègies pures. Tanmateix, sí que en té amb estratègies mixtes. Com que el joc és simètric, les estratègies mixtes de tots dos jugadors seran idèntiques. Més concretament, *J*1 fa indiferent *J*2, en aquest cas:

$$UE_{J2}(c) = p(-2) + (1-p)(2) = UE_{J2}(d) = p(2) + (1-p)(-2)$$

Aquesta equació només se satisfà quan $p = ½$, i p és la probabilitat que *J*1 triï *A*. Igualment, l'estratègia mixta de *J*2 també és jugar *c* amb probabilitat ½. Una vegada que coneixem les probabilitats d'equilibri, es pot calcular el pagament esperat per a tots dos jugadors de participar en el subjoc en forma normal. Per exemple, per a *J*2 el pagament esperat serà el següent:

$$UE_{J2}(1/2\,c,\ 1/2\,d) = 1/2[1/2(-2) + 1/2(2)] + 1/2[1/2(2) + 1/2(-2)] = 0$$

2) A més, hi ha un segon subjoc format pel node inicial de *J*2 i tot el que ve darrere.

Subjoc superior

Com el pagament del subjoc anterior esperat és 0 segons l'equilibri de Nash, ara podem passar al subjoc superior, el del primer node de *J*2, i considerar si *J*2 jugarà *l* o *r*. Si *J*2 juga *r*, sap que es passa al joc en forma normal, en què el pagament esperat és 0. Però, si juga *l*, *J*2 obté 1, que és millor que 0. Per tant, l'equilibri de Nash d'aquest segon subjoc es pot formular així, començant, com sempre, primer per les estratègies de *J*1 i després per les de a2: (½*A*, ½*B*; *l*, ½*c*, ½*d*).

3) I, finalment, el tercer subjoc coincideix amb la totalitat del joc.

Equilibri de perfecció

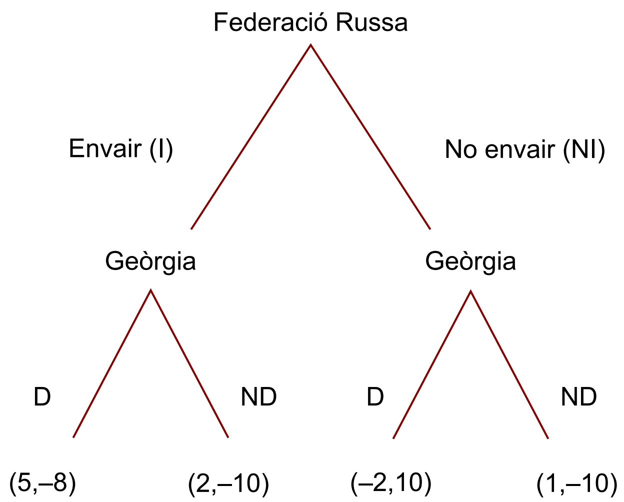
Finalment, abordem el subjoc que coincideix amb el mateix joc i raonem com abans: *J*1 ha d'escollir entre *R*, anticipant que *J*2 després escollirà *l* per a evitar passar al subjoc en forma normal, i *L*. *R*, d'acord amb aquests càlculs, li dóna 3, mentre que *L*, només 2. L'elecció és, per tant, *R*. Ara podem posar tots els elements junts i formular així l'equilibri de perfecció en el subjoc:

(*R*, ½*A*, ½*B*; *l*, ½*c*, ½*d*).

L'equilibri de perfecció en el subjoc potser és el més popular en els models de teoria de jocs que s'elaboren en ciència política i sociologia, ja que s'adapta a moltes situacions possibles i resulta més convincent, tot i que també més complicat, que l'equilibri de Nash. Podem dir el mateix que quan aplicàvem la retroinducció: encara que tots els equilibris de perfecció en el subjoc són equilibris de Nash, no tots els equilibris de Nash són equilibris de perfecció en el subjoc. Igualment, tots els equilibris trobats per retroinducció són equilibris de perfecció en el subjoc, però no tots els equilibris de perfecció en el subjoc es poden trobar per retroinducció.

Exemple: La guerra russogeorgiana de 2008 (adaptat de Pochkhua, 2010)

Figura 9



La guerra russogeorgiana de 2008 va suposar l'escalada final en el deteriorament de les relacions entre Geòrgia i Rússia, unes relacions que ja estaven en crisi des de la desintegració de la Unió Soviètica. A l'interior de Geòrgia, dues regions frontereres amb Rússia

(Abkhàzia i Ossètia) tenien el suport de Rússia i volien independitzar-se. Alguns incidents armats havien accelerat un procés en el qual estaven involucrats tant ciutadans georgians com ciutadans ossets prorussos. D'aquests incidents puntuals (com per exemple l'atac a observadors de l'OSCE) es va passar al bombardeig amb morters dels pobles georgians per part dels separatistes ossets. Davant d'aquesta situació bèl·lica *de facto*, el president de Geòrgia va ordenar al cap del seu exèrcit (1) parar, si es produïa, la invasió de Geòrgia per part de l'exèrcit regular de la Federació Russa, (2) acabar amb el foc de morter enemic i (3) garantir la seguretat de les persones de la regió.

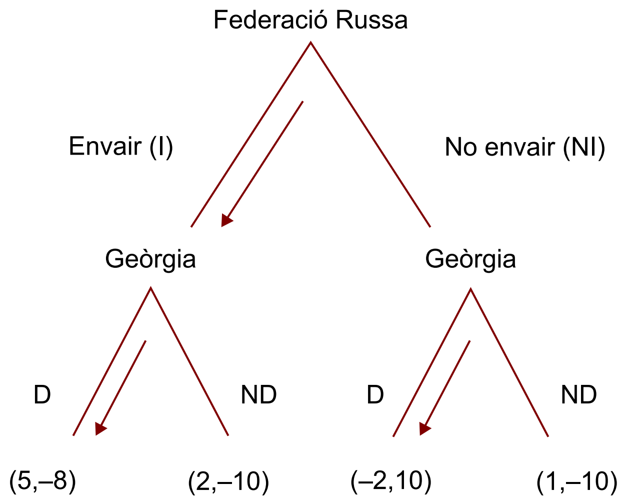
A continuació, es presenta el joc en la seva forma extensiva. Les estratègies definides per a la Federació Russa passaven per envair Ossètia (I) perquè aquesta regió (amb una part de la seva població prorussa) pogués forçar la seva independència, o no envair la regió (NI). És evident que Rússia no tenia únicament a la seva disposició aquestes dues possibilitats, però, com sabem, la formalització en un joc exigeix simplificar la situació. Per part de Geòrgia resumim les seves estratègies amb les alternatives Defensar els seus ciutadans enfrontant-se a l'enemic rus (D) o No defensar-los (ND), sense que tingui lloc l'enfrontament. Quines eren les possibles conseqüències (*outcomes*) derivades d'aquestes estratègies?

Per a Rússia, la millor situació (5) era envair (I) i que Geòrgia defensés els seus ciutadans (D): en aquest cas, Rússia tindria una gran presència a la regió, aconseguiria que aquesta fos més homogènia ètnicament i, sens dubte, derrotaria l'exèrcit de Geòrgia. El següent millor resultat per a Rússia (2) es produeix quan Rússia envaeix (I) i Geòrgia no defensa els seus ciutadans (ND): Geòrgia conserva el seu exèrcit i els seus governants poden sobreviure i aconseguir el suport d'altres països occidentals i així preparar un futur conflicte amb més possibilitats de victòria. La següent preferència de Rússia (1) era no envair (NI) i que Geòrgia no defensés els seus ciutadans (ND). En aquest escenari el conflicte quedaria en mans dels separatistes ossets, però Rússia no es veuria directament involucrada en el conflicte. El pitjor resultat per a Rússia (–2) deriva de no envair (NI) i que Geòrgia defensi els seus ciutadans (D): en aquest cas, Rússia tampoc es veuria involucrada en el conflicte, però l'exèrcit georgià sens dubte derrotaria els ossets prorussos.

Per la seva banda, en funció de l'estratègia seguida inicialment per Rússia, Geòrgia tenia dues opcions: defensar els seus ciutadans (D) o no fer-ho (ND). Aquestes dues estratègies generen quatre possibles conseqüències, de les quals solament una és positiva per a Geòrgia i les tres restants són negatives. El millor resultat per a Geòrgia (10) es produeix quan Rússia no envaeix (NI) i Geòrgia decideix defensar (D) els seus ciutadans dels ossets prorussos restaurant la seva integritat territorial. Si Rússia decideix envair (I) i Geòrgia decideix defensar els seus ciutadans (D), Geòrgia obté un pagament de – 8: no podrà vèncer l'exèrcit rus, però conservarà la seva credibilitat internacional presentant Rússia com un país agressor. Geòrgia obté les pitjors recompenses (–10) quan "abandona" els seus ciutadans i adopta l'estratègia de no defensar-los (ND) independentment de si Rússia decideix envair o no envair: aquesta estratègia suposava la mort política del Govern de Tbilissi, ja que precisament l'oposició l'acusaria de "no fer res" davant l'agressió estrangera als seus ciutadans.

Així doncs, tenim les estratègies i les conseqüències (o pagaments) corresponents als dos jugadors. Per solucionar el joc recorrem a la retroinducció. Segons el que s'ha explicat anteriorment, Geòrgia sempre triarà l'estratègia de defensar els seus ciutadans (D), ja que aquesta estratègia sempre reporta uns millors pagaments: si Rússia envaeix (I), D reporta un pagament de –8 i ND un pagament de – 10; si Rússia no envaeix (NI), D reporta un pagament de 10 i ND un pagament de –10. Coneixent això, Rússia no pot deixar que els separatistes ossets s'enfrontin per ells mateixos a l'exèrcit georgià i, en conseqüència, decideix envair (I), la qual cosa la portarà al seu resultat preferit (5). Marquem amb fletxes aquestes decisions.

Figura 10



Així doncs, el conjunt d'estratègies (I;D) suposa la ruta d'equilibri amb la qual acaba aquest joc seqüencial amb informació perfecta. No obstant això, com sabem, aquesta ruta d'equilibri no representa de manera completa l'equilibri del joc: l'equilibri està format per totes les eleccions que en el gràfic es marquen amb una fletxa, és a dir, per totes les decisions que suposen una resposta òptima en cada node. L'equilibri de Nash per retroinducció d'aquest joc seria [I;(D,D)]. Efectivament, en aquest equilibri (que constitueix també l'equilibri de perfecció en el subjoc, ja que l'estratègia D de Geòrgia és la millor resposta racional independentment de quina sigui la decisió de la Federació Russa) cap dels dos jugadors té incentius per modificar unilateralment la seva estratègia.

La guerra entre la Federació Russa i Geòrgia de 2008 va ser la primera vegada, des de l'ensulsiada de la Unió Soviètica, que Moscou enviava les seves tropes més enllà d'una frontera internacional per intentar canviar, per la força, les fronteres que van emergir precisament de la desintegració de la Unió Soviètica.

5. Credibilitat i compromisos

El gran avantatge dels equilibris de perfecció en el subjoc és que no representen que qualsevol amenaça o promesa, pel mer fet de fer-se, resulti creïble. Només és creïble si dur-la a terme és part d'un equilibri de Nash en el subjoc corresponent.

Ara bé, els jugadors no s'han de conformar necessàriament amb jugar el joc, sobretot si els resulta desfavorable. El poden intentar de modificar o transformar en el seu profit.

Per exemple

Si en el context d'un joc determinat un jugador no pot formular una amenaça que li seria molt útil perquè resulta increïble, hi ha la possibilitat que aconsegueixi fer-la creïble per mitjans no previstos en el joc i que n'alteri, per tant, l'estructura original.

5.1. Credibilitat

El primer a estudiar sistemàticament les possibilitats de transformar els jocs i aconseguir que amenaces i promeses passin de ser increïbles a creïbles va ser **Thomas Schelling**, en el seu famós llibre *The strategy of conflict* (1960). Schelling, en analitzar els problemes de credibilitat, va arribar abans que Selten a les idees que aquest últim sistematitzaria en el seu concepte d'equilibri de perfecció en el subjoc. Una de les seves principals contribucions en aquest llibre consisteix a haver mostrat la importància del que va anomenar la *tecnologia dels compromisos*.

5.2. Compromisos

La paraula *compromís* en català és ambigua, ja que significa tant 'arribar a compromisos', en el sentit que totes les parts renuncien a les seves demandes maximalistes en benefici d'un acord que els satisfaci a tots, com 'establir el compromís de fer alguna cosa', cosa que vol dir dir que l'agent es proposa no desviar-se del curs d'acció anunciat. Aquí interessa només aquest segon significat, que es correspon amb el de la paraula anglesa *commitment*. Una promesa que no resulta creïble es pot tornar creïble gràcies a un compromís.

Tecnologia de compromís

De fet, en el mòdul anterior vam veure un cas de compromís: en il·lustrar el joc del gallina amb els cotxes que corren un cap a l'altre, vam dir que hi havia dos equilibris asimètrics i que l'equilibri finalment seleccionat dependria de quin dels dos conductors aconseguís fer «creïble» al contrari la seva promesa de no desviar-se de la ruta. Una tecnologia de compromís en aquest cas era arrencar el volant i llançar-lo visiblement perquè l'altre comprengués que el seu rival no es podia desviar a partir d'aquell moment. En un context de negociació, sempre que una de les parts llança un ultimàtum que resulta creïble, l'intercanvi d'ofertes i contraofertes queda substituït per aquest **ultimàtum**.

Un compromís es pot definir en termes precisos com una manipulació del conjunt d'alternatives que permeten a l'agent d'aconseguir un resultat que seria inabastable en absència del compromís.

Manipulació aquí només significa dues coses:

- o bé que l'agent restringeix algunes de les seves alternatives disponibles,

Exemples

Quan Hernán Cortés va cremar les seves naus en la conquesta de Mèxic, va restringir una de les alternatives que tenia, precisament la de la retirada. Quan algú anuncia públicament que farà alguna cosa, s'autoimposa costos, ja que, si després fracassa, la seva reputació es veurà afectada.

Si un primer ministre anuncia davant de tota la nació que no es tornarà a presentar a les eleccions, és molt més probable que es vegi obligat a acabar-ho fent encara que no li vingui de gust que si només ho anuncia als col·laboradors més immediats. En el primer cas, si en renega, queda com un mentider davant de tothom.

Bibliografia

I. Sánchez-Cuenca (1998). «Institutional commitments and democracy». *Archives Européens de Sociologie* (vol. XXXIX, núm. 1, pàg. 80-81).

- o bé que s'imposa a si mateix costos sobre algunes d'aquestes alternatives.

Els compromisos serveixen per a resoldre almenys quatre problemes diferents:

1) La debilitat de la voluntat.

La debilitat de la voluntat

Hi ha persones que, tot i que saben que fumar és dolent i volen deixar de fer-ho, quan arriba el moment d'encendre una cigarreta cauen en la temptació. Aquestes persones tenen una mena de canvi en les seves preferències, ja que en un primer moment volen una cosa i després canvien a una altra. Anticipant aquest canvi de preferències, poden establir un compromís perquè aquest canvi quedi sense efecte. Això és el que va fer Ulisses lligant-se al pal del vaixell.

Bibliografia

J. Elster (1984). *Ulysses and the Sirens*. Cambridge: Cambridge University Press.

2) Els incentius per a renegar.

Els incentius per a renegar

Simplement, quan els plans, promeses o amenaces d'un agent no són creïbles, perquè no passen la prova de perfecció en el subjoc, un compromís pot fer que es tornin creïbles. Aquest és el cas més interessant i freqüent en la política.

3) Els incentius per a no cooperar.

Els incentius per a no cooperar

En el mòdul anterior hem vist que en un dilema del presoner ningú no té incentius per a cooperar, però, com a conseqüència, tots acaben estant pitjor. Ho poden evitar establint un compromís en virtut del qual deleguen els poders a un ens central. Aquesta és la justificació de Hobbes per a la creació de l'estat.

4) La inestabilitat.

La inestabilitat

Quan hi ha molts equilibris, o quan no n'hi ha cap, molts resultats es tornen inabastables. El problema de la multiplicitat o absència d'equilibris es pot resoldre si els agents troben alguna manera d'establir un compromís envers algun curs d'acció concret, tant si és un equilibri com si no.

Un cas molt ben estudiat de compromís establert per a resoldre el **problema 2** («Els incentius per a renegar»), els incentius per a renegar, és el dels governs que renuncien als seus poders en política monetària en favor d'un banc central independent, no subjecte a les ordres del govern. En economia política, el problema de la credibilitat en les promeses i amenaces sol rebre el nom d'*inconsistència temporal*.

Bibliografia

R. Barro; D. Gordon (1983). «Rules, discretions and reputation in a model of monetary policy». *Journal of Monetary Economics* (vol. 12, núm. 1, pàg. 101-121).

6. Els límits de la retroinducció i la perfecció en el subjoc

Hi ha certs jocs en què els agents de carn i ossos s'allunyen notablement de les prediccions teòriques a les quals s'arriba aplicant el criteri de retroinducció o el concepte d'equilibri de perfecció en el subjoc. De la mateixa manera que en «La interpretació de l'equilibri de Nash» es va veure que en alguns casos del criteri de dominació els equilibris de Nash no coincideixen amb la manera lògica o natural de jugar un joc, amb el concepte d'equilibri de perfecció en el subjoc també es pot donar una situació similar.

En aquest sentit, el joc més famós és el del centpeus. Vegem primer una versió reduïda d'aquest joc, segons apareix en la figura 11. Comença jugant *J*1, que pot acabar immediatament amb el joc jugant *D* o continuar endavant escollint *A*. Si tria *A*, intervé *J*2, que pot jugar cap a baix, *d*, o continuar endavant, *a*. L'aplicació de la retroinducció porta a una conclusió immediata: *J*2, si arriba a moure, escollirà *d*, ja que amb *d* obté 3 i amb *a*, 2. *J*1, sabent-ho, juga *D*, per la qual cosa *J*1 rep 1 i *J*2 0. Tanmateix, els dos podrien haver estat molt millor jugant endavant, ja que en aquest cas cada un hauria tret 2. *J*1 és racional jugant *D* perquè sap que d'una altra manera aconseguirà 0, ja que no es pot creure la promesa de *J*2 que jugarà a quan li toqui (aquesta promesa, clarament, no és creïble).

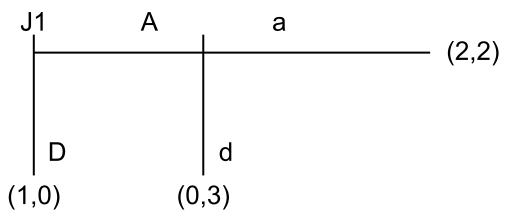


Figura 11. Una versió reduïda del joc del centpeus

Fins aquí, tot sembla lògic. Però vegem què passa si allarguem el joc i en lloc de dues jugades en representem cent (d'aquí el nom de *centpeus*), com succeeix en la figura 12. Malgrat el fet que el joc sigui més llarg i que els guanys potencials al final siguin molt més elevats, la conclusió a la qual ens condueix la retroinducció (o la perfecció en el subjoc) continua essent la mateixa: en la primera jugada, *J*1 escull *D* i el joc s'acaba. *J*1 anticipa que en l'última ronda *J*2 escollirà *d*, no *a*. *J*2 anticipa que en la ronda penúltima *J*1 escollirà *D*, no *A*. I així successivament. Si es porta el raonament fins al final, no hi ha escapatoria: el joc mai no arrenca perquè *J*1 ho impedeix en la primera jugada.

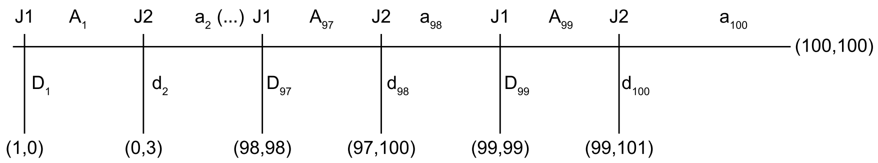


Figura 12. El joc del centpeus

Gairebé ningú no queda satisfet amb aquesta predicció del joc. Sembla que hi ha alguna cosa absurda en la impossibilitat de coordinació per part dels actors. De fet, en els experiments de laboratori amb aquest joc i múltiples variants s'aprecia sistemàticament que els agents, després d'entendre l'estructura del joc, no trien l'estratègia d'anar cap a baix i tallar amb el joc fins que no està molt avançat. Això vol dir que els agents són irracionals o que la lògica de la retroinducció no reflecteix la racionalitat adequadament?

6.1. Problemes metodològics

Aquí se susciten problemes metodològics i filosòfics molt estesos. Tan sols se n'oferiran uns quants apunts. Suposeu que als subjectes en el laboratori se'ls comunica que els seus rivals no són humans, sinó ordinadors programats per a maximitzar els pagaments de manera automàtica. És molt probable que en aquestes circumstàncies, quan *J*1 és humà i *J*2 una màquina, *J*1 faci bé de començar fent *D* i impedir que el joc avanci, ja que *J*1 està segur que la màquina, en el node següent, escollirà *d*. En canvi, quan tant *J*1 com *J*2 són humans, la temptació de provar si el rival està disposat a col·laborar durant algunes rondes i d'aquesta manera aconseguir més bons pagaments per als dos és molt forta.

Alguns experts en teoria de jocs modelitzen aquesta idea d'una manera una mica extrema: consideren que el joc mai no té informació completa, que cada jugador sospita que hi ha una petita probabilitat que el rival no hi sigui del tot i esculli irracionalment continuar el joc en lloc d'aturar-lo. Atesa aquesta ínfima sospita sobre la irracionalitat del rival, si *J*2 aprecia que *J*1 comença jugant *A*, pot jugar a creient que *J*1 és irracional, amb l'expectativa que *J*1 continuarà jugant *A* en el futur. El que és interessant és que, fins i tot si *J*1 no és irracional, pot ser que li convingui fer-s'hi passar, per a poder continuar d'aquesta manera amb el joc i garantir guanys més elevats.

Bibliografia

D. Kreps (1990b). *Game theory and economic modeling* (pàg. 77-82). Oxford: Oxford University Press.

Aquesta reconstrucció del joc del centpeus resulta una mica forçada. Si la gent col·labora en aquest joc no és perquè sospiti que el rival pot ser irracional, sinó perquè està convençuda que la racionalitat consisteix a no malgastar l'oportunitat d'augmentar els guanys en un joc d'aquesta naturalesa. Més aviat sembla que, quan *J*1 comença jugant *A* en lloc de *D*, *J*2 entén el «senyal», entén que *J*1 comunica que no li sembla raonable la solució de perfecció en el subjoc i que, per tant, està disposat a iniciar durant un cert nombre de rondes una cadena de cooperació condicional, per la qual cosa *J*1 juga *A* a canvi que *J*2 també jugui *a*. El problema és que fins ara la teoria de jocs no ha estat capaç de donar compte d'aquest tipus de raonaments dels agents.

En suma, tot i que el procediment de la retroinducció o més generalment l'equilibri de perfecció en el subjoc representen un avenç molt notable respecte a la indefinició de l'equilibri de Nash sobre què es considera la manera raonable de jugar un joc, eliminant de l'equilibri proposat totes les estratègies basades en promeses o amenaces increïbles, no acaba de funcionar adequadament en tots els casos. El criteri d'eliminar repetidament estratègies dominades pot portar a conclusions poc plausibles, com s'ha vist en el cas del centpeus, la qual cosa demostra que aquesta noció d'equilibri no esgota o no cobreix tot el que entenem com a r*acionalitat de l'acció*.

Resum

Els jocs en forma extensiva permeten de representar una seqüència de moviments o jugades, i també la informació que tenen els jugadors en cada etapa del joc. Si els conjunts d'informació del joc són tots *singletons*, el joc és d'informació perfecta. Si hi ha algun conjunt d'informació que cobreixi més d'un node, es tracta d'un joc d'informació imperfecta.

Un joc en forma extensiva sempre es pot reduir a un joc en forma normal, encara que, en aquesta reducció, es perd la dimensió dinàmica del joc.

En els jocs d'informació perfecta, el teorema de Zermelo-Kuhn estableix que sempre hi ha un equilibri de Nash amb estratègies pures. Per a trobar aquest equilibri s'aplica el criteri de retroinducció, que consisteix en el següent: es comença per algun node anterior a un node terminal i s'eliminen en cada un les estratègies dominades. El procés acaba quan s'esgoten les possibles aplicacions de la retroinducció i s'assoleix el node inicial del joc. L'equilibri trobat està format per totes les estratègies que en cada etapa del joc dominen la resta. La ruta d'equilibri consisteix en tots els nodes que es recorren si el joc es juga segons les estratègies d'equilibri. És important subratllar que la ruta d'equilibri no és l'equilibri. L'equilibri inclou totes les respostes òptimes dels jugadors, tant si s'arriben a fer com si no.

El criteri de retroinducció no es pot aplicar en jocs d'informació imperfecta. Tanmateix, la idea subjacent en la retroinducció es pot generalitzar per a tot tipus de joc mitjançant el concepte d'equilibri de perfecció en el joc. Aquest equilibri es defineix com una combinació d'estratègies que és un equilibri de Nash en cada subjoc del joc. Tots els equilibris de perfecció en el subjoc són equilibris de Nash, però no al revés. Concretament, els equilibris de perfecció en el subjoc són els equilibris de Nash que no es basen en promeses o amenaces increïbles. Una promesa o amenaça increïble es caracteritza pel fet que, quan arriba el moment de dur-la a terme, l'agent està millor no fent-la que fent-la.

L'agent pot resoldre els problemes de credibilitat establint compromisos (*commitments*), és a dir, una manipulació de les estratègies (eliminació d'estratègies o modificació dels pagaments que s'hi associen) que torna creïbles promeses o amenaces que abans no ho eren.

Bibliografia

Barro, R.; Gordon, D. (1983). «Rules, discretions and reputation in a model of monetary policy».*Journal of Monetary Economics*(vol. 12, núm. 1, pàg. 101-121).

Elster, J. (1984). *Ulysses and the Sirens*. Cambridge: Cambridge University Press.

Kreps, D. (1990b). *Game Theory and Economic Modeling*. Oxford: Oxford University Press.

Sánchez-Cuenca, I. (1998). «Institutional commitments and democracy».*Archives Européens de Sociologie*(vol. XXXIX, núm. 1, pàg. 78-109).

Schelling, T. (1960). *The Strategy of Conflict*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.