Juegos en forma extensiva

PID_00268975

Ignacio Sánchez-Cuenca

Tiempo mínimo de dedicación recomendado: 2 horas

Universitat Oberta de Catalunya

Ignacio Sánchez-Cuenca

El encargo y la creación de este recurso de aprendizaje UOC han sido coordinados por el profesor: Albert Batlle (2019)

Segunda edición: septiembre 2019

Av. Tibidabo, 39-43, 08035 Barcelona
Realización editorial: FUOC

Índice

Introducción

Los juegos en forma extensiva permiten representar una secuencia de jugadas. Son mucho más generales que los juegos en forma normal, puesto que se puede demostrar fácilmente que estos últimos solo son un caso especial de los primeros. Pero no es solamente que se pueda representar el desarrollo de las jugadas a lo largo del tiempo; además, en estos juegos podemos especificar la información que tienen los jugadores en cada etapa y se pueden incorporar acontecimientos exógenos que influyen sobre las estrategias. Por ejemplo, si en el juego de la transición a la democracia la oposición decide organizar una revolución, su éxito será probabilístico: este éxito es un acontecimiento exógeno, en la medida en que no está enteramente en manos de la oposición determinar si la revolución triunfa o no. Debido a estas razones, los juegos en forma extensiva son muy flexibles a la hora de elaborar modelos. Permiten representar multitud de situaciones estratégicas diferentes.

El análisis de los equilibrios en los juegos en forma extensiva es algo más complejo que en los juegos en forma normal. De hecho, enseguida veremos que la noción de equilibrio de Nash se queda corta: hay equilibrios de Nash en estos juegos que no tienen mucho sentido, es decir, hay equilibrios de Nash que no coincidirían nunca con lo que los jugadores considerarían como la manera razonable de jugar. Entonces hay que proponer formas de equilibrio algo más exigentes, que filtren los equilibrios de Nash razonables de los que no lo son.

Concretamente, los equilibrios que se manejarán para los juegos en forma extensiva son los que no se basan en promesas o amenazas increíbles. Una promesa o una amenaza resulta increíble si, cuando llega el momento de cumplirla, el agente está mejor no cumpliéndola que haciéndolo. Como veremos a continuación, hay equilibrios de Nash que dependen de promesas o amenazas increíbles. Los equilibrios que pasan la prueba de la credibilidad son los llamados equilibrios de perfección en el subjuego.

Una cuestión que también se examina en este módulo, y que está muy relacionada con el asunto de la credibilidad, es la posibilidad de que los jugadores modifiquen la estructura del juego con compromisos que hacen creíbles promesas o amenazas que en ausencia del compromiso resultarían increíbles. Los compromisos que se conocen mejor, a pesar de que no son los únicos, son los que atan de manos a los agentes que los adoptan.

Objetivos

Con el estudio de este módulo aprenderéis a analizar juegos en forma extensiva y a ser capaces de representar situaciones políticas reales. Al finalizar el módulo conoceréis los conceptos siguientes:

1. Caracterizar un juego en forma extensiva.

2. Reducir un juego en forma extensiva a un juego en forma normal.

3. Si es un juego de información perfecta, calcular el equilibrio mediante retroinducción y, si es un juego de información imperfecta, encontrar los equilibrios de perfección en el subjuego.

4. Entender el problema de la credibilidad como se plantea en la teoría de juegos.

1. Caracterización de un juego en forma extensiva

En los juegos en forma normal, se considera que los jugadores eligen sus estrategias simultáneamente, es decir, que cada jugador elige su estrategia sin saber qué ha elegido el rival. Esto es una limitación importante, puesto que en muchas situaciones reales se aprecia una secuencia de jugadas, de modo que los jugadores toman decisiones a medida que avanza el juego.

La representación de un juego en forma extensiva permite modelizar tanto la secuencia de jugadas como la información de la que disponen los jugadores en cada una.

Esto supone un adelanto fundamental respecto a los juegos en forma normal y hace que la teoría de juegos se vuelva más realista y más atenta a los detalles de cada situación estratégica.

En un juego en forma extensiva la idea de estrategia es algo más rica:

- En un juego en forma normal, una estrategia es un plan completo de acción que se establece de una vez para siempre, y no puede ser de otro modo, puesto que no se aprecia la estrategia del contrario.

- En un juego en forma extensiva, una estrategia es un plan de acción contingente, que especifica qué hará el jugador ante cada posible movimiento del rival.

Los juegos en forma extensiva más simples se pueden representar con un **árbol de decisión**. El árbol se compone de **nodos** y **ramas**. De cada nodo pueden salir diferentes ramas que se dirigen a otros nodos. Los árboles de decisión, como veremos a continuación, facilitan notablemente la comprensión del juego. Pero es importante subrayar desde el principio que la representación arbórea del juego no siempre es posible en los juegos en forma extensiva.

Árbol de decisión

Un árbol, como se ha dicho antes, es un conjunto de nodos conectados con ramas que representan una relación de precedencia temporal. Si un nodo está debajo de otro (o a la derecha de otro, si el árbol se dibuja «tumbado», de izquierda a derecha), esto significa que el que está debajo interviene después del que está arriba. La regla fundamental de construcción del árbol es que cada nodo solo puede tener un predecesor, es decir, de dos nodos no pueden salir ramas que acaben en el mismo nodo. Además, se debe tener en cuenta que hay nodos terminales, de los cuales no sale ninguna rama porque señalan el final del juego. Es en los nodos terminales donde se incluyen los pagos de los jugadores.

En la figura 1 hay un primer ejemplo de árbol de decisión. Se trata de un árbol muy sencillo, con tres jugadas o movimientos y cuatro nodos terminales. Como se indica junto a cada nodo no terminal, hay dos jugadores: *J*1 interviene en la primera y en la tercera jugada y *J*2 mueve en la segunda jugada. De cada nodo no terminal salen dos ramas, lo cual significa que en este ejemplo tan sencillo cada jugador tiene dos cursos de acción posibles en cada jugada. En los nodos terminales se han incluido unos pagos arbitrarios. El primer número es el pago de *J*1 y el segundo, el pago de *J*2.

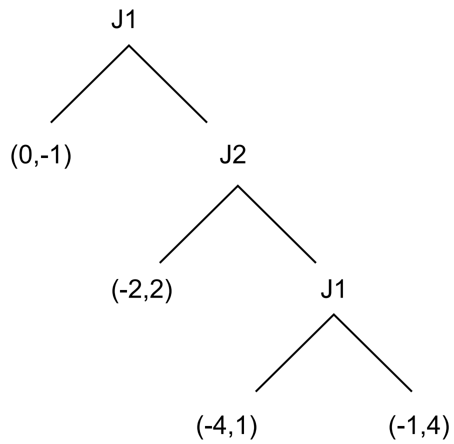


Figura 1. Un ejemplo de un árbol en un juego en forma extensiva

Por ejemplo, si las estrategias del jugador no son discretas, sino que son continuas, el árbol no puede dar cuenta de la estructura del juego. Suponed que se analiza un juego de negociación en el que un jugador tiene que hacer una oferta que se sitúe entre 0 y 1 euros. El conjunto total de ofertas no se puede representar discretamente con ramas.

En realidad, lo que es esencial de un juego en forma extensiva no es el árbol, sino la especificación de lo siguiente:

- la secuencia de jugadas u orden de movimientos,
- las estrategias posibles de los jugadores,
- la información que tienen los jugadores en cada movimiento y
- los pagos que reciben los jugadores para cada combinación de estrategias posible.

La especificación de estos cuatro elementos se puede hacer con un árbol o sin él. Quizá la mejor manera de introducirlos es con un caso simple, en el que sí que podemos recurrir al árbol.

1.1. Los conjuntos de información

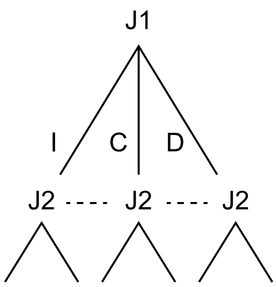
¿Qué sucede con la información de la que disponen los jugadores? Este es el elemento más complicado del juego. En cada fase en la que interviene un jugador, tiene un **conjunto de información** (***information set***).

El conjunto de información puede cubrir uno o diferentes nodos (técnicamente, se dice que el conjunto de información hace una «partición» de los nodos). Si un conjunto de información tiene un único nodo, en inglés se denomina ***singleton***. En la medida en que un nodo contiene una descripción completa de todo lo que ha sucedido hasta el momento, podemos decir que si el conjunto de información es un *singleton*, entonces el jugador, en este punto del juego, conoce toda la historia anterior. Sin embargo, si el conjunto de información cubre diferentes nodos, es que el jugador no sabe realmente en qué parte del árbol se encuentra, es decir, no sabe qué jugada ha hecho su rival en el movimiento anterior.

Conjunto de información

Cuando el conjunto de información cubre más de un nodo, lo representamos gráficamente con una línea discontinua que une los nodos que lo componen.

En la figura 2 tenemos dos ejemplos. En el ejemplo de la izquierda, empieza jugando *J*1, que tiene tres acciones posibles, *I*, *C* o *D*. A continuación interviene *J*2. Pero fijaos en que los nodos de *J*2 están conectados por una línea discontinua (el conjunto de información cubre los tres nodos). Esto significa que, cuando le toca jugar a *J*2, no sabe qué ha hecho *J*1, si ha hecho *I*, *C* o *D*. En el fragmento de árbol de la derecha tenemos un juego muy parecido, solo que ahora *J*2 tiene dos conjuntos de información. El primero cubre los nodos correspondientes a las acciones *I* y *C*, el segundo es un *singleton* formado por el nodo correspondiente a la acción anterior *D*. Ahora *J*2, cuando le toca jugar, sabe si *J*1 ha jugado *D* o si no lo ha hecho. Pero si *J*1 no ha jugado *D*, *J*2 no es capaz de distinguir si *J*1 ha jugado *I* o *C*.



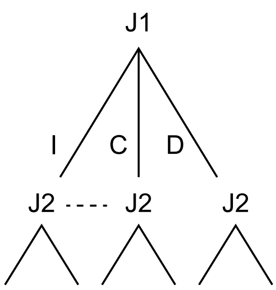


Figura 2. Árboles con información imperfecta

Con la representación de los conjuntos de información de los jugadores, podemos especificar qué sabe cada jugador en cada fase del juego. Cuando el conjunto de información cubre más de un nodo es necesario, además, especificar cuáles son las **creencias del jugador**.

Figura 2

Por ejemplo, en el fragmento de árbol en la parte izquierda de la figura 2, el jugador tendrá creencias sobre si se encuentra en el nodo izquierdo, central o derecho. Estas creencias se modelizan con una distribución de probabilidad. Por ejemplo, las creencias de estar en los nodos izquierdo, central y derecho podrían ser 1/5, 1/5 y 3/5 respectivamente. Obviamente, en una distribución de probabilidad, la suma de las probabilidades tiene que dar 1.

Las creencias solo intervienen si no todos los conjuntos de información son *singletons*. Podemos establecer la distinción siguiente:

- Diremos que un juego en el que todos los conjuntos de información son *singletons* es un juego de **información perfecta**.
- En cambio, un juego en el que hay conjuntos de información que cubren más de un nodo es un juego de **información imperfecta**.

Como se explica con más calma en la sección siguiente, todo juego en forma normal es un juego de información imperfecta. Los juegos en forma extensiva pueden ser de información perfecta o imperfecta.

1.2. Los acontecimientos exógenos

Finalmente, es importante describir otra potencialidad que tienen los juegos en forma extensiva y que los hace más ricos que los juegos en forma normal: la inclusión de acontecimientos exógenos en el juego, es decir, sucesos que pueden alterar los pagos de los jugadores, pero que no tienen nada que ver con las acciones o elecciones que hacen los propios jugadores. Estos acontecimientos exógenos se pueden dar en cualquier momento del juego y se atribuyen a un jugador ficticio, que suele recibir el nombre de Naturaleza o Azar.

Juego entre un gobierno y los electores

Supongamos un juego entre un gobierno y los electores. El gobierno lleva a cabo una política y los electores, observando los resultados de la política, tienen que decidir si vuelven a votar al gobierno o votan a la oposición. El problema es que los resultados de las políticas no dependen solamente de lo que haga el gobierno, sino también de las condiciones objetivas en las que se encuentra el país, que, para simplificar, diremos que pueden ser buenas o malas. Por muy bien que lo haga el gobierno, los resultados pueden ser pobres si las condiciones objetivas son negativas, y a la inversa. Para incluir en el juego el acontecimiento exógeno de que las condiciones son buenas o malas, podríamos considerar que la primera jugada corresponde al jugador Naturaleza, que puede decidir si las condiciones son buenas o malas. Cada tipo de condición corresponde a una rama diferente que sale del nodo inicial de Naturaleza.

2. La relación entre juegos en forma normal y en forma extensiva

Los juegos en forma extensiva se pueden reducir a juegos en forma normal. El interés de estudiar esta reducción es que ayuda a entender mejor qué es una estrategia en cada tipo de juego y, además, prepara el terreno para introducir la idea de equilibrio de perfección en el subjuego que se explica en el apartado «Equilibrio de perfección en el subjuego». La principal diferencia entre los dos tipos de juego, como se ha apuntado antes, consiste en que, mientras que en un juego en forma extensiva los jugadores deciden qué hacen según lo que hacen los rivales, en un juego en forma normal las estrategias tienen que cubrir desde el comienzo todas las contingencias posibles.

El juego en forma extensiva que aparece en la figura 3 es un juego de información perfecta, puesto que todos los conjuntos de información son *singletons*. Este juego se puede representar en forma normal como aparece en el cuadro 1. Dado que la acción de *J*2 de mover hacia la izquierda no es la misma cuando *J*1 ha jugado *U* que cuando *J*1 ha jugado *D*, las tenemos que distinguir con nombres diferentes, en este caso se denominan *l* y *l'*. Lo mismo sucede con la acción de mover a la derecha, *r* y *r'*. Esto significa que *J*2 tiene cuatro estrategias diferentes en el juego en forma extensiva, que se tienen que poder representar en el juego en forma normal. *J*1 tiene dos estrategias posibles, *U* o *D*. El cruce de las cuatro estrategias posibles de *J*2 con las dos de *J*1 da lugar a ocho resultados diferentes. No obstante, en el juego en forma extensiva solo aparecen cuatro resultados, solo hay cuatro nodos terminales. ¿De dónde sacamos los otros cuatro?

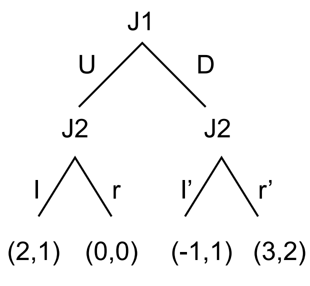


Figura 3. Un juego en forma extensiva

Cuadro 1

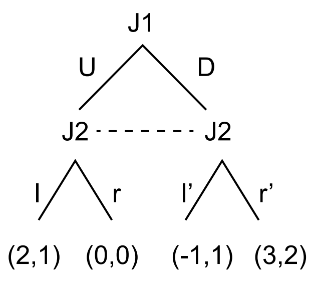
El juego del cuadro 3 en forma normal					
		***J*2**			
		l, l'	***l, r'***	***r, l'***	***r, r'***
***J*1**	***U***	2, 1	2, 1	0, 0	0, 0

El juego del cuadro 3 en forma normal

		J2			
		l, *l'*	*l*, *r'*	*r*, *l'*	*r*, *r'*
	D	–1, 1	3, 2	–1, 1	3, 2

Como se puede ver en el cuadro 1, los pagos están, por decirlo así, duplicados, puesto que las estrategias en un juego en forma normal son planes de acción completos, que tienen que cubrir todas las posibilidades, de modo que, por ejemplo, la estrategia de *J*2 *l*, *l'* significa: si *J*1 juega *U*, *J*2 hace *l*; si *J*1 hace *D*, *J*2 juega *l'*. La duplicación de los pagos se produce entonces porque, aunque el resultado final pueda ser el mismo, las estrategias no son iguales: es evidente que si *J*1 juega *U*, el resultado es el mismo con las estrategias (*l*, *l'*) y (*l*, *r'*), puesto que la parte derecha del juego no se llega a desarrollar.

La reducción es mucho más sencilla si se trata de un juego de información imperfecta. En la figura 4 tenemos dos juegos, uno en forma extensiva y otro en forma normal. El juego en forma extensiva se caracteriza por el hecho de que los nodos de *J*2 están incluidos en un mismo conjunto de información, es decir, porque *J*2 desconoce la jugada anterior de *J*1. Como no tiene información sobre lo que ha pasado, su decisión de mover hacia la izquierda (acción *l*) es la misma tanto si está en el nodo izquierdo como en el derecho, y por eso no distinguimos la estrategia *l* y *l'*, sino que las representamos las dos con un único nombre. Y, por eso, los cuatro resultados posibles en el juego en forma extensiva se corresponden con los cuatro resultados posibles del juego en forma normal.



		J2	
		l	r
J1	U	2,1	0,0
	D	-1,1	3,2

Figura 4. Un juego en forma extensiva y en forma normal

3. Equilibrio por retroinducción

En los juegos en forma extensiva con información perfecta, siempre hay un equilibrio de Nash con estrategias puras.

Esto es lo que se conoce en la literatura técnica como el **teorema de Zermelo-Kuhn**. La manera de calcular el equilibrio es muy sencilla. Consiste en aplicar un procedimiento o algoritmo conocido como **retroinducción** (***backwards induction***). Se empieza por cualquier nodo anterior a un nodo terminal y se retrocede hacia el origen del juego mediante eliminación de todas las estrategias que estén fuertemente dominadas. Si al empezar por el nodo seleccionado no se llega hasta la primera jugada, se tiene que volver a empezar por otro nodo similar, que preceda a un nodo terminal, hasta conseguir en algún momento llegar al nodo inicial. Cuando se llega hasta el nodo inicial, se ha configurado lo que se denomina una **ruta de equilibrio** (***equilibrium path***). No obstante, el equilibrio de Nash en un juego en forma extensiva no está formado únicamente por la ruta de equilibrio. En realidad, en el equilibrio intervienen todas las mejores respuestas de cada jugador a cada posible jugada de su rival.

El cálculo por retroinducción se puede entender mucho mejor con un ejemplo

A partir del juego de información perfecta que aparece en la figura 5, tomamos el nodo final, en el que interviene por segunda vez *J*1. *J*1 tiene dos acciones posibles, *L* o *R*. Si elige *L*, el pago es –1 y, si escoge *R*, el pago es 0. Evidentemente, *R* domina a *L*. Por lo tanto, *J*1 elegirá *R*. Resumimos este razonamiento en una flecha que parte del segundo nodo de *J*1 hacia *R*. Ahora retrocedemos hasta el nodo izquierdo de *J*2. *J*2, sabiendo por el razonamiento anterior que, si *J*1 vuelve a tener oportunidad de jugar, jugará *R*, compara los pagos de sus dos estrategias posibles, *u* y *d*. Si juega *u*, el juego acaba aquí y *J*2 recibe 4. Si juega *d*, sabe que después *J*1 jugará *R* y, por lo tanto, *J*2 obtendrá 2. Como 4 es mejor que 2 (dado que *u* domina a *d*), *J*2 jugará *u*. Por ello, trazamos la flecha correspondiente. Si *J*2 está en su nodo derecho, es fácil darse cuenta de que escogerá *l* en lugar de *r*, puesto que con *l* obtiene 6 y con *r*, 4. Entonces la flecha va paralela a *l*. Y ahora retrocedemos hasta el primer nodo, el primer nodo de *J*1. *J*1 tiene que elegir en primera instancia entre *U* y *D*. Si elige *D*, sabe que *J*2 después elegirá *l* y el resultado es –2. Si elige *U*, sabe que después *J*2, sabiendo *J*2 que si elige *d* *J*1 jugará *R* en su segundo movimiento, jugará *u*, con un resultado para *J*1 de 2. Como 2 es mejor que –2, *J*1 elige *U*.

Ahora ya tenemos una ruta de equilibrio: *U*, *u*. *J*1 juega *U* y *J*2 juega *u* y aquí acaba el juego. Pero esta ruta de equilibrio no representa una especificación completa del equilibrio, puesto que esta es la ruta de equilibrio porque *J*1 anticipa que, si el juego evolucionara por otra ruta, *J*2 haría una cosa diferente. El equilibrio está formado por todas las elecciones que tienen una flecha marcada, es decir, por todas las respuestas óptimas. En este ejemplo, el equilibrio se formularía especificando primero todas las elecciones de equilibrio de *J*1 y después todas las de *J*2. Concretamente, el equilibrio de Nash calculado por retroinducción sería el siguiente:

$$(U, R; u, l)$$

Fijaos en que a pesar de que *J*1 nunca tiene la oportunidad de jugar *R* ni *J*2 de jugar *l*, la ruta de equilibrio se sostiene sobre las expectativas de que, si el juego avanzara por una ruta diferente en la que *J*1 tuviera una segunda oportunidad de mover, o *J*2 se encontrara en su nodo derecho, entonces *J*1 jugaría *R* y *J*2 *l*.

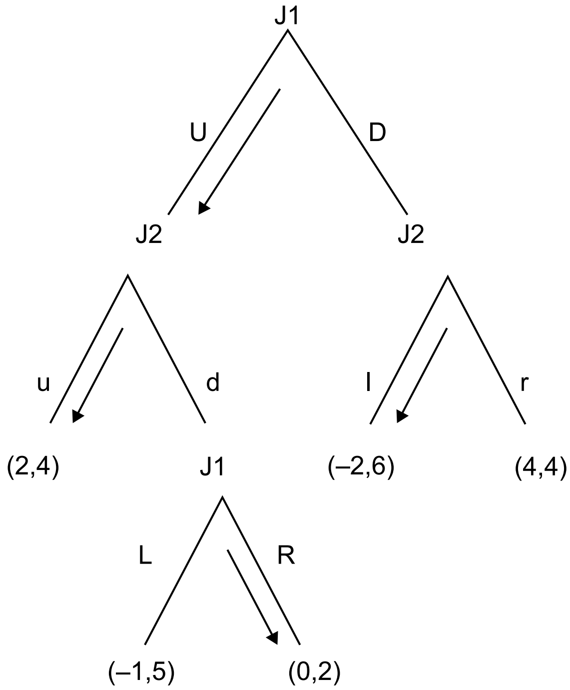


Figura 5. Un juego resuelto por retroinducción

Todo equilibrio calculado por retroinducción es un equilibrio de Nash, pero no todo equilibrio de Nash se puede calcular por retroinducción. Esto significa que **los equilibrios por retroinducción son un subconjunto del conjunto de equilibrios de Nash**.

Pero ¿cómo puede haber equilibrios de Nash que no sigan la lógica de la retroinducción?

A continuación analizaremos esta cuestión en detalle, lo cual nos obligará a introducir un refinamiento técnico en la idea de equilibrio de Nash, puesto que resulta que no todos los equilibrios de Nash son razonables.

4. Equilibrio de perfección

Empezaremos examinando el ejemplo hoy ya clásico propuesto por **Richard Selten** de que el equilibrio por retroinducción es más «exigente» en términos de racionalidad que el equilibrio de Nash.

A partir de un juego en forma extensiva extraordinariamente sencillo como el que aparece en la figura 6, *J*1 puede hacer *U*, en cuyo caso se acaba el juego, o *D*, en cuyo caso da paso a *J*2, que puede hacer *u* o *d*. Aplicando el procedimiento de la retroinducción, empezamos por el nodo de *J*2. Es evidente que *J*2, si llega a jugar, jugará *d*, puesto que con *d* obtiene 0, mientras que con *u* obtiene –1. Como *J*1 lo sabe, su decisión es trivial: en la primera jugada elige *D*, puesto que con *D* acaba obteniendo 2, frente a *U*, jugada con la que obtendría 1. El equilibrio del juego, en este caso tan sencillo, coincide con la ruta de equilibrio, es (*D*; *d*).

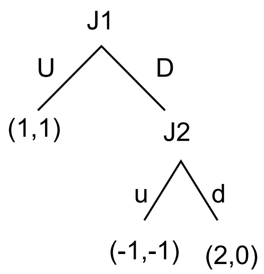


Figura 6. El juego de Selten

Con lo que hemos aprendido en el apartado «La relación entre juegos en forma normal y en forma extensiva», ahora podemos representar el juego en forma extensiva de la figura 6 como un juego en forma normal. La transformación aparece en el cuadro 2. Fijaos en que, cuando *J*1 elige *U*, los pagos de *J*2 son los mismos tanto si elige *u* como *d* por la sencilla razón de que, cuando *J*1 elige *U*, *J*2 no llega a intervenir.

Cuadro 2

El juego de Selten en forma normal			
		*J*2	
		u	*d*
*J*1	*U*	1, 1	1, 1
	D	–1, –1	2, 0

Un breve examen del juego del cuadro 2 permite descubrir que tiene dos equilibrios de Nash, (*U*; *u*) y (*D*; *d*). Sin embargo, acabamos de ver que (*U*; *u*) no es un equilibrio por retroinducción. ¿Por qué desaparece el equilibrio (*U*; *u*) al analizar el juego en forma extensiva por retroinducción? Para poder responder conviene fijarse en lo que significa el equilibrio de Nash (*U*; *u*). El sentido de este equilibrio es el siguiente: si *J*1 se convence de que *J*2 jugará *u*, entonces la respuesta óptima de *J*1 es jugar *U*. Por otro lado, si *J*1 juega *U*, la respuesta óptima de *J*2 es *u*. Es verdad que, una vez que *J*1 juega *U*, *J*2 obtiene el mismo pago con *u* que con *d*, pero si jugara *d*, entonces *J*1 jugaría *D*; por lo tanto (*U*; *d*) no puede ser un equilibrio, mientras que (*U*; *u*) sí.

Ahora bien, el equilibrio de Nash (*U*; *u*) se sostiene sobre la creencia de *J*1 de que *J*2 jugará *u*. La cuestión que planteó Selten es: ¿resulta razonable esta creencia? ¿Es convincente que si *J*2 es un jugador racional escoja *u* en lugar de *d* en caso de que le toque jugar? El análisis del juego en forma extensiva demuestra que la respuesta en los dos casos es negativa, que el equilibrio (*U*; *u*) no resulta razonable porque *J*2, si llega a jugar, nunca elegirá *u*: siempre obtendrá más jugando *d*. *J*2, por decirlo así, no echará piedras sobre su propio tejado. Pero en este caso, *J*1 nunca pensará que *J*2 podría elegir *u* y entonces no tendrá ningún tipo de temor de que *J*2 pueda escoger *u* en caso de que él elija *D*.

A pesar de que a *J*2 le convendría que *J*1 se creyera que, si él juega *D*, *J*2 hará *u*, puesto que en este caso *J*1 nunca hará *D* y se seleccionará el equilibrio (*U*; *u*) que proporciona a *J*1 más utilidad que el equilibrio (*D*; *d*), el caso es que *J*2 no puede llegar a convencer a *J*1 de que jugará *u* porque una vez que le toca jugar es irracional para *J*2 elegir *u*. En pocas palabras: el equilibrio (*U*; *u*) no es razonable porque solo tiene sentido bajo el supuesto de una amenaza que **no es creíble**, la amenaza de *J*2 según la cual, si le toca jugar, jugará *u* y no *d*. No es una amenaza creíble porque, en caso de tener que llevarla a cabo, *J*2 está mejor renegando que cumpliéndola.

La diferencia principal entre el equilibrio de Nash y el equilibrio calculado por retroinducción es que en el primero no se tiene suficientemente en cuenta el problema de la credibilidad de las promesas y amenazas que puedan hacer los jugadores.

Una promesa o una amenaza solo es creíble si, llegado el momento de llevarla a cabo, el jugador está mejor llevándola a cabo que renegando. En el análisis de un juego, las amenazas y promesas increíbles no pueden ejercer ningún papel. El equilibrio por retroinducción filtra los equilibrios de Nash y los pasa por el tamiz de la credibilidad.

4.1. Equilibrio de perfección en el subjuego

El problema de la retroinducción es que resulta de aplicación limitada: solo sirve para juegos con información perfecta. Si hay conjuntos de información con múltiples nodos, el procedimiento de ir viendo en cada nodo qué estrategia es dominante deja de ser factible. Para evitar esta restricción, Selten propuso un nuevo concepto de equilibrio, el equilibrio de perfección en el subjuego (*subgame perfect equilibrium*), que generaliza la intuición subyacente en la lógica de la retroinducción.

Para explicar este tipo de equilibrio, hay que empezar con una definición.

Diremos que un subjuego propio (*proper subgame*) es una parte de un juego en forma extensiva que se puede tratar como un juego en sí mismo. Más técnicamente, un subjuego propio es un subconjunto de nodos de un juego que contiene un nodo inicial y todos sus sucesores.

Veamos cómo se aplica esta definición. En la figura 7 tenemos un juego en forma extensiva. Este juego tiene tres subjuegos propios, el que empieza en el nodo derecho de *J*2, el que empieza en el nodo izquierdo de *J*2 y el que empieza en el nodo de *J*1 y que coincide con el juego. No hay ningún subjuego que empiece con la jugada de *J*3 porque no hay un nodo inicial de *J*3.

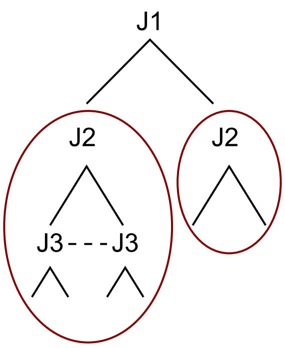


Figura 7. Los subjuegos de un juego

Pues bien, se dice que una combinación de estrategias representa un equilibrio de perfección en el subjuego cuando en cada uno de los posibles subjuegos del juego estas estrategias son un equilibrio de Nash.

En el fondo, al exigir que las estrategias de equilibrio formen un equilibrio de Nash en cada subjuego del juego, lo que se hace es obligar a estas estrategias a ser las respuestas óptimas en cualquier punto del juego. Con otras palabras: en cada momento, las estrategias de equilibrio tienen que coincidir con la respuesta óptima del jugador. Pero esto significa que el equilibrio nunca se podrá basar en una amenaza o promesa increíbles, puesto que las estrategias de equilibrio son en cada punto óptimas, lo cual obliga a descartar la posibilidad de ejecutar amenazas o promesas que no convengan al jugador.

En la figura 8 aparece un juego en forma extensiva en el que no se puede aplicar la retroinducción porque en el segundo movimiento de *J*2 su conjunto de información está compuesto por dos nodos. No podemos determinar qué hará *J*2 en cada nodo porque no sabe en cuál de los dos nodos se encuentra. El juego, claramente, tiene tres subjuegos:

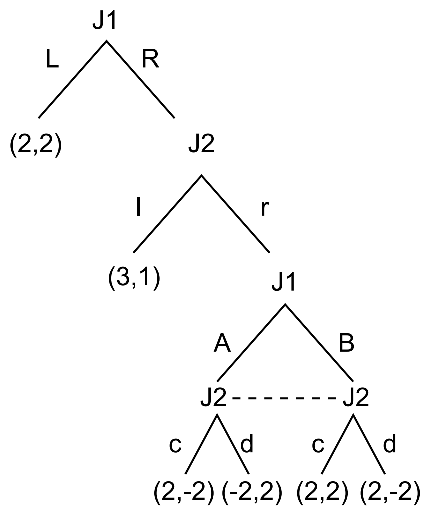


Figura 8

1) El primero está formado por el segundo nodo de *J*1, en el que *J*1 puede hacer *A* o *B*. Se trata, según la definición, de un nodo inicial que contiene todos sus sucesores.

Subjuego más reducido

Empezamos por el subjuego más reducido de todos, es decir, el que se inicia en el segundo nodo de *J*1.

Este subjuego coincide, según lo que hemos visto en el apartado «La relación entre juegos en forma normal y en forma extensiva», con un juego en forma normal, como se representa en el cuadro 3.

Cuadro 3

Un subjuego en forma normal del juego de la figura 8			
		J2	
		c	***d***
J1	***A***	2, –2	–2, 2
	B	–2, 2	2, –2

Es fácil darse cuenta de que el juego del cuadro 3 no tiene un equilibrio de Nash con estrategias puras. Aun así, sí que lo tiene con estrategias mixtas. Como el juego es simétrico, las estrategias mixtas de los dos jugadores serán idénticas. Más concretamente, *J*1 hace indiferente a *J*2, cuando:

$$UE_{J2}(c) = p(-2) + (1-p)(2) = UE_{J2}(d) = p(2) + (1-p)(-2)$$

Esta ecuación solo se satisface cuando p = ½, y p es la probabilidad de que *J*1 elija *A*. Igualmente, la estrategia mixta de *J*2 también es jugar *c* con probabilidad ½. Una vez que conocemos las probabilidades de equilibrio, se puede calcular el pago esperado para los dos jugadores de participar en el subjuego en forma normal. Por ejemplo, para *J*2 el pago esperado será el siguiente:

$$UE_{J2}(1/2\,c,\ 1/2\,d) = 1/2[1/2(-2) + 1/2(2)] + 1/2[1/2(2) + 1/2(-2)] = 0$$

2) Además, hay un segundo subjuego formado por el nodo inicial de *J*2 y todo lo que viene detrás.

Subjuego superior

Como el pago del subjuego anterior esperado es 0 según el equilibrio de Nash, ahora podemos pasar al subjuego superior, el del primer nodo de *J*2, y considerar si *J*2 jugará *l* o *r*. Si *J*2 juega *r*, sabe que se pasa al juego en forma normal, en el que el pago esperado es 0. Pero si juega *l*, *J*2 obtiene 1, que es mejor que 0. Por lo tanto, el equilibrio de Nash de este segundo subjuego se puede formular así, empezando, como siempre, primero por las estrategias de *J*1 y después por las de *J*2: (½*A*, ½*B*; *l*, ½*c*, ½*d*).

3) Y, finalmente, el tercer subjuego coincide con la totalidad del juego.

Equilibrio de perfección

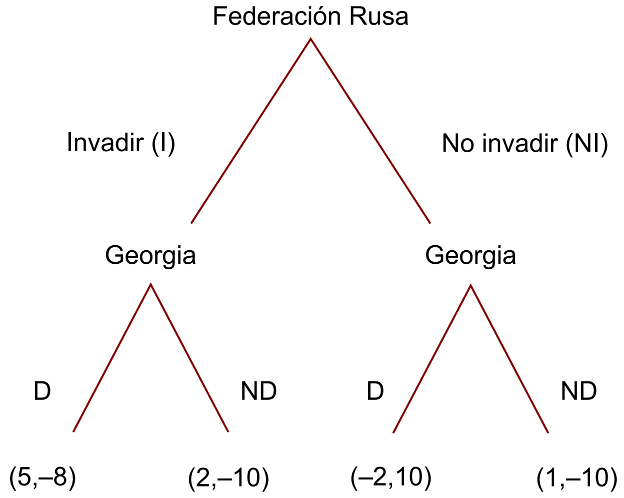
Finalmente, abordamos el subjuego que coincide con el mismo juego y razonamos como antes: *J*1 tiene que elegir entre *R*, anticipando que *J*2 después escogerá *l* para evitar pasar al subjuego en forma normal, y *L*. *R*, de acuerdo con estos cálculos, le da 3, mientras que *L*, solo 2. La elección es, por lo tanto, *R*. Ahora podemos poner todos los elementos juntos y formular así el equilibrio de perfección en el subjuego:

(*R*, ½*A*, ½*B*; *l*, ½*c*, ½*d*).

El equilibrio de perfección en el subjuego quizá es el más popular en los modelos de teoría de juegos que se elaboran en ciencia política y sociología, puesto que se adapta a muchas situaciones posibles y resulta más convincente, a pesar de que también más complicado, que el equilibrio de Nash. Podemos decir lo mismo que cuando aplicábamos la retroinducción: aunque todos los equilibrios de perfección en el subjuego son equilibrios de Nash, no todos los equilibrios de Nash son equilibrios de perfección en el subjuego. Igualmente, todos los equilibrios encontrados por retroinducción son equilibrios de perfección en el subjuego, pero no todos los equilibrios de perfección en el subjuego se pueden encontrar por retroinducción.

Ejemplo: la guerra ruso-georgiana de 2008 (adaptado de Pochkhua, 2010)

Figura 9



La guerra ruso-georgiana de 2008 supuso la escalada final en el deterioro de las relaciones entre Georgia y Rusia, unas relaciones que ya estaban en crisis desde la desintegración de la Unión Soviética. En el interior de Georgia, dos regiones fronterizas con Rusia (Abjasia y Osetia) contaban con el apoyo de Rusia y querían independizarse. Algunos incidentes armados habían acelerado un proceso en el que estaban involucrados tanto ciudadanos georgianos como ciudadanos osetios prorrusos. De estos incidentes puntuales (como por ejemplo el ataque a observadores de la OSCE) se pasó al bombardeo con morteros de los pueblos georgianos por parte de los separatistas osetios. Ante esta situación bélica *de facto*, el presidente de Georgia ordenó al jefe de su ejército (1) parar, si se producía, la invasión de Georgia por parte del ejército regular de la Federación Rusa, (2) acabar con el fuego de mortero enemigo y (3) garantizar la seguridad de las personas de la región.

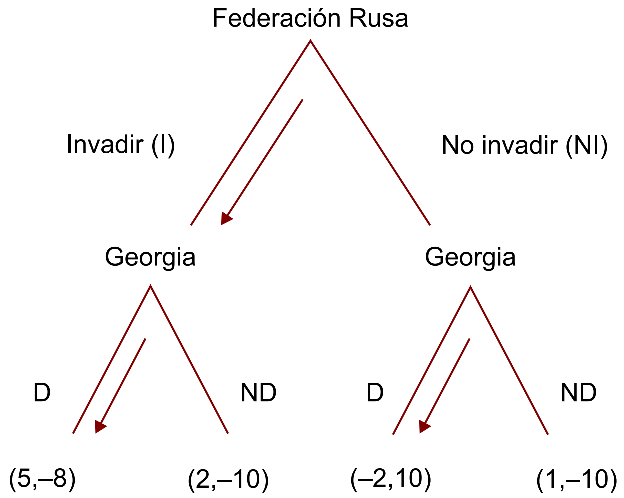
A continuación, se presenta el juego en su forma extensiva. Las estrategias definidas para la Federación Rusa pasaban por invadir Osetia (I) para que esta región (con una parte de su población prorrusa) pudiera forzar su independencia, o no invadir la región (NI). Es evidente que Rusia no tenía únicamente a su disposición estas dos posibilidades, pero, como sabemos, la formalización en un juego exige simplificar la situación. Por parte de Georgia resumimos sus estrategias con las alternativas Defender a sus ciudadanos enfrentándose al enemigo ruso (D) o No defenderlos (ND), sin que tenga lugar el enfrentamiento. ¿Cuáles eran las posibles consecuencias (*outcomes*) derivadas de estas estrategias?

Para Rusia, la mejor situación (5) era invadir (I) y que Georgia defendiera sus ciudadanos (D): en este caso Rusia tendría una gran presencia en la región, conseguiría que esta fuera más homogénea étnicamente y, sin duda, derrotaría al ejército de Georgia. El siguiente mejor resultado para Rusia (2) se produce cuando Rusia invade (I) y Georgia no defiende a sus ciudadanos (ND): Georgia conserva su ejército y sus gobernantes pueden sobrevivir y lograr el apoyo de otros países occidentales y así preparar un futuro conflicto con más posibilidades de victoria. La siguiente preferencia de Rusia (1) era no invadir (NI) y que Georgia no defendiera a sus ciudadanos (ND). En este escenario el conflicto quedaría en manos de los separatistas osetios pero Rusia no se vería directamente involucrada en el conflicto. El peor resultado para Rusia (–2) deriva de no invadir (NI) y que Georgia defienda a sus ciudadanos (D): en este caso, Rusia tampoco se vería involucrada en el conflicto pero el ejército georgiano sin duda derrotaría a los osetios pro-rusos.

Por su parte, en función de la estrategia seguida inicialmente por Rusia, Georgia tenía dos opciones: defender a sus ciudadanos (D) o no hacerlo (ND). Estas dos estrategias generan 4 posibles consecuencias. De ellas, solamente una es positiva para Georgia, y las tres restantes son negativas. El mejor resultado para Georgia (10) se produce cuando Rusia no invade (NI) y Georgia decide defender (D) a sus ciudadanos de los osetios prorrusos restaurando su integridad territorial. Si Rusia decide invadir (I) y Georgia decide defender a sus ciudadanos (D), Georgia obtiene un pago de –8: no podrá vencer al ejército ruso, pero conservará su credibilidad internacional presentando a Rusia como un país agresor. Georgia obtiene las peores recompensas (–10) cuando “abandona” a sus ciudadanos y adopta la estrategia de no defenderlos (ND) independientemente de si Rusia decide invadir o no invadir: esta estrategia suponía la muerte política del Gobierno de Tiblisi, ya que precisamente la oposición lo acusaría de “no hacer nada” ante la agresión extranjera a sus ciudadanos.

Así pues, tenemos las estrategias y las consecuencias (o pagos) correspondientes a los dos jugadores. Para solucionar el juego recurrimos a la retroinducción. Según lo explicado anteriormente, Georgia siempre elegirá la estrategia de defender a sus ciudadanos (D) puesto que esta estrategia siempre deriva unos mejores pagos: si Rusia invade (I), D deriva un pago de –8 y ND un pago de –10; si Rusia no invade (NI), D deriva un pago de 10 y ND un pago de –10. Conociendo esto, Rusia no puede dejar a los separatistas osetios enfrentarse por ellos mismos al ejército georgiano y, en consecuencia, decide Invadir (I), lo que la llevará a su resultado preferido (5). Marcamos con flechas estas decisiones.

Figura 10



Así pues, el conjunto de estrategias (I;D) suponen la ruta de equilibrio con la que acaba este juego secuencial con información perfecta. Sin embargo, como sabemos, esta ruta de equilibrio no representa de manera completa el equilibrio del juego: el equilibrio está formado por todas las elecciones que en el gráfico se marcan con una flecha, es decir, por todas las decisiones que suponen una respuesta óptima en cada nodo. El equilibrio de Nash por retroinducción de este juego sería [I;(D,D)]. Efectivamente, en este equilibrio (que constituye también el equilibrio de perfección en el subjuego puesto que la estrategia D de Georgia es la mejor respuesta racional independientemente de cuál sea la decisión de la Federación Rusa) ninguno de los dos jugadores tiene incentivos para modificar unilateralmente su estrategia.

La guerra entre la Federación Rusa y Georgia de 2008 fue la primera vez, desde el derrumbe de la Unión Soviética, que Moscú enviaba sus tropas más allá de una frontera internacional para intentar cambiar, por la fuerza, las fronteras que emergieron precisamente de la desintegración de la Unión Soviética.

5. Credibilidad y compromisos

La gran ventaja de los equilibrios de perfección en el subjuego es que no suponen que cualquier amenaza o promesa, por el mero hecho de hacerse, resulte creíble. Solo es creíble si llevarla a cabo es parte de un equilibrio de Nash en el subjuego correspondiente.

Ahora bien, los jugadores no se tienen que conformar necesariamente con jugar el juego, sobre todo si les resulta desfavorable. Lo pueden intentar modificar o transformar en su provecho.

Por ejemplo

Si en el contexto de un juego determinado un jugador no puede formular una amenaza que le sería muy útil porque resulta increíble, existe la posibilidad de que consiga hacerla creíble por medios no previstos en el juego y que altere, por lo tanto, su estructura original.

5.1. Credibilidad

El primero en estudiar sistemáticamente las posibilidades de transformar los juegos y conseguir que amenazas y promesas pasen de ser increíbles a creíbles fue **Thomas Schelling** en su famoso libro *The strategy of conflict* (1960). Schelling, al analizar los problemas de credibilidad, llegó antes que Selten a las ideas que este último sistematizaría en su concepto de equilibrio de perfección en el subjuego. Una de sus principales contribuciones en este libro consiste en haber mostrado la importancia de lo que denominó la tecnología de los compromisos.

5.2. Compromisos

La palabra *compromiso* en castellano es ambigua, puesto que significa tanto ‘llegar a compromisos’, en el sentido de que todas las partes renuncian a sus demandas maximalistas en beneficio de un acuerdo que los satisfaga a todos, como ‘establecer el compromiso de hacer algo’, lo que significa que el agente se propone no desviarse del curso de acción anunciado. Aquí interesa solo este segundo significado, que se corresponde con el de la palabra inglesa *commitment*. Una promesa que no resulta creíble se puede volver creíble gracias a un compromiso.

Tecnología de compromiso

De hecho, en el módulo “Juegos en forma normal o estratégica” vimos un caso de compromiso: al ilustrar el juego del gallina con los coches que corren uno hacia el otro, dijimos que había dos equilibrios asimétricos y que el equilibrio finalmente seleccionado dependería de cuál de los dos conductores consiguiera hacer «creíble» al contrario su promesa de no desviarse de la ruta. Una tecnología de compromiso en este caso era arrancar el volante y lanzarlo visiblemente para que el otro comprendiera que su rival no se podía desviar a partir de aquel momento. En un contexto de negociación, siempre que una de las partes lanza un ultimátum que resulta creíble, el intercambio de ofertas y contraofertas queda sustituido por este **ultimátum**.

Un compromiso se puede definir en términos precisos como una manipulación del conjunto de alternativas que permiten al agente conseguir un resultado que sería inabarcable en ausencia del compromiso.

Manipulación aquí solo significa dos cosas:

- o bien que el agente restringe algunas de sus alternativas disponibles,

Ejemplos

Cuando Hernán Cortés quemó sus naves en la conquista de México, restringió una de las alternativas que tenía, precisamente la de la retirada. Cuando alguien anuncia públicamente que hará algo, se autoimpone costes, puesto que, si después fracasa, su reputación se verá afectada.

Si un primer ministro anuncia ante toda la nación que no se volverá a presentar a las elecciones, es mucho más probable que se vea obligado a acabar haciéndolo aunque no le apetezca que si solo lo anuncia a los colaboradores más inmediatos. En el primer caso, si reniega, queda como un mentiroso ante todo el mundo.

- o bien que se impone a sí mismo costes sobre algunas de estas alternativas.

Bibliografía

I. Sánchez-Cuenca (1998). «Institutional commitments and democracy». *Archives Européens de Sociologie* (vol. XXXIX, núm. 1, págs. 80-81).

Los compromisos sirven para resolver al menos cuatro problemas diferentes:

1) La debilidad de la voluntad.

La debilidad de la voluntad

Hay personas que, a pesar de que saben que fumar es malo y quieren dejar de hacerlo, cuando llega el momento de encender un pitillo caen en la tentación. Estas personas tienen un tipo de cambio en sus preferencias, puesto que en un primer momento quieren una cosa y después cambian a otra. Anticipando este cambio de preferencias, pueden establecer un compromiso para que este cambio quede sin efecto. Esto es lo que hizo Ulises atándose al palo del barco para evitar la tentación del canto de las sirenas.

Bibliografía

J. Elster (1984). *Ulysses and the Sirens*. Cambridge: Cambridge University Press.

2) Los incentivos para renegar.

Los incentivos para renegar

Simplemente, cuando los planes, promesas o amenazas de un agente no son creíbles, porque no pasan la prueba de perfección en el subjuego, un compromiso puede hacer que se vuelvan creíbles. Este es el caso más interesante y frecuente en la política.

3) Los incentivos para no cooperar.

Los incentivos para no cooperar

En el módulo "Juegos en forma normal o estratégica" hemos visto que en un dilema del prisionero nadie tiene incentivos para cooperar, y, como consecuencia, todos acaban estando peor. Lo pueden evitar estableciendo un compromiso en virtud del cual delegan los poderes a un ente central. Esta es la justificación de Hobbes para la creación del estado.

4) La inestabilidad.

La inestabilidad

Cuando hay muchos equilibrios, o cuando no hay ninguno, muchos resultados se vuelven inabarcables. El problema de la multiplicidad o falta de equilibrios se puede resolver si los agentes encuentran alguna manera de establecer un compromiso hacia algún curso de acción concreto, tanto si es un equilibrio como si no.

Un caso muy bien estudiado de compromiso establecido para resolver el **problema 2** (los incentivos para renegar) es el de los gobiernos que renuncian a sus poderes en política monetaria en favor de un banco central independiente, no sujeto a las órdenes del gobierno. En economía política, el problema de la credibilidad en las promesas y amenazas suele recibir el nombre de inconsistencia temporal.

Bibliografía

R. Barro; D. Gordon (1983). «Rules, discretions and reputation in a model of monetary policy». *Journal of Monetary Economics* (vol. 12, núm. 1, págs. 101-121).

6. Los límites de la retroinducción y la perfección en el subjuego

Hay ciertos juegos en los que los agentes de carne y hueso se alejan notablemente de las predicciones teóricas a las cuales se llega aplicando el criterio de retroinducción o el concepto de equilibrio de perfección en el subjuego. Del mismo modo que en «La interpretación del equilibrio de Nash» se vio que en algunos casos del criterio de dominación los equilibrios de Nash no coinciden con la manera lógica o natural de jugar un juego, con el concepto de equilibrio de perfección en el subjuego también se puede dar una situación similar.

En este sentido, el juego más famoso es el del ciempiés. Veamos primero una versión reducida de este juego, según aparece en la figura 11. Empieza jugando *J*1, que puede acabar inmediatamente con el juego jugando *D* o continuar adelante eligiendo *A*. Si elige *A*, interviene *J*2, que puede jugar hacia abajo, *d*, o continuar adelante, *a*. La aplicación de la retroinducción lleva a una conclusión inmediata: *J*2, si llega a mover, elegirá *d*, puesto que con *d* obtiene 3 y con *a*, 2. *J*1, sabiéndolo, juega *D*, por lo cual *J*1 recibe 1 y *J*2, 0. Sin embargo, los dos podrían haber estado mucho mejor jugando adelante, puesto que en este caso cada uno habría sacado 2. *J*1 es racional jugando *D* porque sabe que de otro modo conseguirá 0, puesto que no se puede creer la promesa de *J*2 de que jugará *a* cuando le toque (esta promesa, claramente, no es creíble).

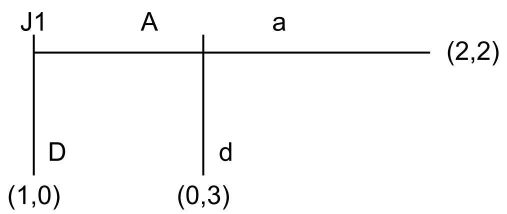


Figura 11. Una versión reducida del juego del ciempiés

Hasta aquí, todo parece lógico. Pero veamos qué sucede si alargamos el juego y en lugar de dos jugadas representamos cien (de aquí el nombre de ciempiés), como sucede en la figura 12. A pesar de que el juego sea más largo y de que las ganancias potenciales al final del juego sean mucho más elevadas, la conclusión a la cual nos conduce la retroinducción (o la perfección en el subjuego) continúa siendo la misma: en la primera jugada, *J*1 escoge *D* y el juego se acaba. *J*1 anticipa que en la última ronda *J*2 elegirá *d*, no *a*. *J*2 anticipa que en la ronda penúltima *J*1 escogerá *D*, no *A*. Y así sucesivamente. Si se lleva el razonamiento hasta el final, no hay escapatoria: el juego nunca arranca porque *J*1 lo impide en la primera jugada.

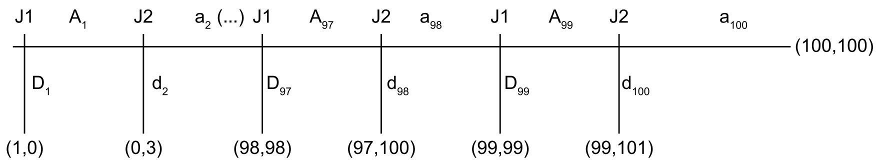


Figura 12. El juego del ciempiés

Casi nadie queda satisfecho con esta predicción del juego. Parece que hay algo absurdo en la imposibilidad de coordinación por parte de los actores. De hecho, en los experimentos de laboratorio con este juego y múltiples variantes se aprecia sistemáticamente que los agentes, después de entender la estructura del juego, no eligen la estrategia de ir hacia abajo y cortar con el juego hasta que no está muy avanzado. ¿Esto quiere decir que los agentes son irracionales o que la lógica de la retroinducción no refleja la racionalidad adecuadamente?

6.1. Problemas metodológicos

Aquí se suscitan problemas metodológicos y filosóficos muy extendidos. Tan solo se ofrecerán unos cuantos apuntes. Suponed que a los sujetos en el laboratorio se les comunica que sus rivales no son humanos, sino ordenadores programados para maximizar los pagos de manera automática. Es muy probable que en estas circunstancias, cuando *J*1 es humano y *J*2 una máquina, *J*1 haga bien al empezar haciendo *D* e impedir que el juego avance, puesto que *J*1 está seguro de que la máquina, en el nodo siguiente, escogerá *d*. En cambio, cuando tanto *J*1 como *J*2 son humanos, la tentación de probar si el rival está dispuesto a colaborar durante algunas rondas y de este modo conseguir mejores pagos para los dos es muy fuerte.

Algunos expertos en teoría de juegos modelizan esta idea de una manera un poco extrema: consideran que el juego nunca tiene información completa, que cada jugador sospecha que hay una pequeña probabilidad de que el rival no esté del todo en sus cabales y elija irracionalmente continuar el juego en lugar de pararlo. Dada esta ínfima sospecha sobre la irracionalidad del rival, si *J*2 aprecia que *J*1 empieza jugando *A*, puede jugar *a* creyendo que *J*1 es irracional, con la expectativa de que *J*1 continuará jugando *A* en el futuro. Lo que es interesante es que, incluso si *J*1 no es irracional, puede que le convenga hacerse pasar por ello, para poder continuar de este modo con el juego y garantizar ganancias más elevadas.

Bibliografía

D. Kreps (1990b). *Game theory and economic modeling* (págs. 77-82). Oxford: Oxford University Press.

Esta reconstrucción del juego del ciempiés resulta un poco forzada. Si la gente colabora en este juego no es porque sospeche que el rival puede ser irracional, sino porque está convencida de que la racionalidad consiste en no malgastar la oportunidad de aumentar las ganancias en un juego de esta naturaleza. Más bien parece que, cuando *J*1 empieza jugando *A* en lugar de *D*, *J*2 entiende la «señal», entiende que *J*1 comunica que no le parece razonable la solución de perfección en el subjuego y que, por lo tanto, está dispuesto a iniciar durante un cierto número de rondas una cadena de cooperación condicional, por lo cual *J*1 juega *A* a cambio de que *J*2 también juegue *A*. El problema es que hasta ahora la teoría de juegos no ha sido capaz de dar cuenta de este tipo de razonamientos de los agentes.

En suma, a pesar de que el procedimiento de la retroinducción o más generalmente el equilibrio de perfección en el subjuego representan un adelanto muy notable respecto a la indefinición del equilibrio de Nash sobre cuál se considera la manera razonable de jugar un juego, eliminando del equilibrio propuesto todas las estrategias basadas en promesas o amenazas increíbles, no acaba de funcionar adecuadamente en todos los casos. El criterio de eliminar repetidamente estrategias dominadas puede llevar a conclusiones poco plausibles, como se ha visto en el caso del ciempiés, lo cual demuestra que esta noción de equilibrio no agota o no cubre todo lo que entendemos como racionalidad de la acción.

Resumen

Los juegos en forma extensiva permiten representar una secuencia de movimientos o jugadas, y también la información que tienen los jugadores en cada etapa del juego. Si los conjuntos de información del juego son todos *singletons*, el juego es de información perfecta. Si hay algún conjunto de información que cubra más de un nodo, se trata de un juego de información imperfecta.

Un juego en forma extensiva siempre se puede reducir a un juego en forma normal, aunque en esta reducción se pierde la dimensión dinámica del juego.

En los juegos de información perfecta, el teorema de Zermelo-Kuhn establece que siempre hay un equilibrio de Nash con estrategias puras. Para encontrar este equilibrio se aplica el criterio de retroinducción, que consiste en lo siguiente: se empieza por algún nodo anterior a un nodo terminal y se eliminan en cada uno las estrategias dominadas. El proceso acaba cuando se agotan las posibles aplicaciones de la retroinducción y se logra el nodo inicial del juego. El equilibrio encontrado está formado por todas las estrategias que en cada etapa del juego dominan al resto. La ruta de equilibrio consiste en todos los nodos que se recorren si el juego se juega según las estrategias de equilibrio. Es importante subrayar que la ruta de equilibrio no es el equilibrio. El equilibrio incluye todas las respuestas óptimas de los jugadores, tanto si se llegan a realizar como si no.

El criterio de retroinducción no se puede aplicar en juegos de información imperfecta. Aun así, la idea subyacente en la retroinducción se puede generalizar para todo tipo de juego mediante el concepto de equilibrio de perfección en el juego. Este equilibrio se define como una combinación de estrategias que es un equilibrio de Nash en cada subjuego del juego. Todos los equilibrios de perfección en el subjuego son equilibrios de Nash, pero no a la inversa. Concretamente, los equilibrios de perfección en el subjuego son los equilibrios de Nash que no se basan en promesas o amenazas increíbles. Una promesa o amenaza increíble se caracteriza por el hecho de que, cuando llega el momento de llevarla a cabo, el agente está mejor no haciéndola que haciéndola.

El agente puede resolver los problemas de credibilidad estableciendo compromisos (*commitments*), es decir, una manipulación de las estrategias (eliminación de estrategias o modificación de los pagos que se asociana ellas) que vuelve creíbles promesas o amenazas que antes no lo eran.

Bibliografía

Barro, R.; Gordon, D. (1983). «Rules, discretions and reputation in a model of monetary policy». *Journal of Monetary Economics* (vol. 12, núm. 1, págs. 101-121).

Elster, J. (1984). *Ulysses and the Sirens*. Cambridge: Cambridge University Press.

Kreps, D. (1990b). *Game Theory and Economic Modeling*. Oxford: Oxford University Press.

Sánchez-Cuenca, I. (1998). «Institutional commitments and democracy». *Archives Européens de Sociologie* (vol. XXXIX, núm. 1, págs. 78-109).

Schelling, T. (1960). *The Strategy of Conflict*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.