
Descripció d'un sistema d'instrumentació

PID_00268780

Ferran Reverter

Ferran Reverter

L'encàrrec i la creació d'aquest recurs d'aprenentatge UOC han estat coordinats pel professor: Carlos Manuel Monzo Sánchez (2020)

Primera edició: febrer 2020
© Ferran Reverter
Tots els drets reservats
© d'aquesta edició, FUOC, 2020
Av. Tibidabo, 39-43, 08035 Barcelona
Realització editorial: FUOC

Cap part d'aquesta publicació, incloent-hi el disseny general i la coberta, no pot ser copiada, reproduïda, emmagatzemada o transmesa de cap manera ni per cap mitjà, tant si és elèctric com químic, mecànic, òptic, de gravació, de fotocòpia o per altres mètodes, sense l'autorització prèvia per escrit dels titulars dels drets.

Índex

| | |
|--|----|
| Introducció | 5 |
| Objectius | 8 |
| 1. Sistema d'instrumentació electrònica | 9 |
| 1.1. Sistema electrònic de mesura | 9 |
| 1.1.1. Sensor | 9 |
| 1.1.2. Circuit de condicionament de senyal | 11 |
| 1.1.3. Convertidor analògic-digital | 12 |
| 1.1.4. Sistema digital | 12 |
| 1.2. Sistema electrònic de control | 13 |
| 1.2.1. Convertidor digital-analògic | 14 |
| 1.2.2. Circuit de potència | 14 |
| 1.2.3. Actuador | 14 |
| 1.2.4. Llaç obert vs. llaç tancat | 15 |
| 1.3. Sistema multisensor | 16 |
| 1.4. Integració de blocs en un xip | 18 |
| 2. Senyals i variables | 21 |
| 2.1. Tipus de senyals | 21 |
| 2.1.1. Analògic vs. digital | 21 |
| 2.1.2. Unipolar vs. diferencial | 22 |
| 2.2. Tipus de variables | 24 |
| 3. Errors en la mesura | 27 |
| 3.1. Error absolut i relatiu | 27 |
| 3.2. Error sistemàtic i aleatori | 28 |
| 3.3. Exactitud, precisió i resolució | 29 |
| 4. Característiques estàtiques | 31 |
| 4.1. Característica entrada-sortida | 31 |
| 4.1.1. Rangs i sensibilitats | 31 |
| 4.1.2. Errors | 32 |
| 4.2. Calibratge | 36 |
| 4.2.1. Punts de calibratge | 36 |
| 4.2.2. Descripció matemàtica | 38 |
| 5. Característiques dinàmiques | 40 |
| 5.1. Funció de transferència | 40 |
| 5.2. Domini temporal | 41 |
| 5.3. Domini freqüencial | 47 |

| | |
|------------------------------------|-----------|
| 6. Propagació d'errors..... | 49 |
| Resum..... | 55 |
| Bibliografia..... | 57 |

Introducció

La instrumentació electrònica és una especialitat de l'enginyeria electrònica destinada a la mesura, al control i a l'automatització de processos. Per ser precisos, un curs d'instrumentació electrònica proporciona eines per **dissenyar, analitzar i/o seleccionar els diferents blocs electrònics** que formen part d'un instrument de mesura i/o control per tal que aquest compleixi unes determinades especificacions imposades per una aplicació.

El concepte d'instrumentació electrònica té implícit la mesura d'una determinada magnitud (per exemple, temperatura) amb un **error** ben acotat i una bona repetibilitat. Aquells mètodes de mesura on l'error no sigui conegut i presentin una mala repetibilitat no es pot considerar que pertanyen al camp de la instrumentació. Per exemple, alguns estudis diuen que es pot saber la temperatura en graus centígrads tot comptant el nombre de ric-rics que fa un grill durant 8 segons i llavors sumar-li 5; aquesta relació és coneguda com la llei de Dolbear i va ser publicada l'any 1897.¹ Ara bé, com es fa la mesura si hi ha més d'un grill cantant alhora?, com canvia el resultat de la mesura si el grill està al sol, a l'ombra o està movent-se contínuament d'un lloc a l'altre? Totes aquestes incerteses fan que en cap cas aquest mètode o similars es puguin considerar instrumentació, i encara menys, instrumentació electrònica. És cert, però, que hi ha mètodes de mesura «casolans» que han donat lloc a mètodes de mesura sofisticats. Aquest és el cas, per exemple, de la mesura de la direcció del vent tot mullant el dit índex i apuntant-lo cap amunt, de tal manera que el cantó del dit que es refreda indica la direcció del vent que bufa. Doncs bé, actualment hi ha dispositius comercials destinats a la mesura de la direcció i la velocitat del vent basats en aquest principi.

A continuació, es donen un conjunt d'exemples per tal d'entendre qualitativament la importància de la instrumentació electrònica avui en dia. Suposem, en primer lloc, que es desitja un **sistema electrònic de mesura** de temperatura que ha de ser ubicat en diferents punts del pol nord per tal d'obtenir informació sobre el canvi climàtic i l'escalfament global del planeta. El sistema de mesura a dissenyar hauria d'enregistrar els valors de temperatura cada cert interval de temps² en un entorn agressiu, ja que les temperatures al pol nord poden ser molt baixes (fins a -50 °C), i amb una exactitud raonablement bona. En cap cas es podria pretendre estudiar el canvi climàtic mitjançant un sistema de mesura que tingués, per exemple, un error de 5 °C.

Un cas d'instrumentació electrònica aplicat a la **mesura i al control** podria ser el següent: un sistema electrònic destinat a regular la temperatura d'una determinada sala de treball al voltant d'una temperatura de confort (per exemple, 25 °C durant els mesos d'estiu). En aquest cas, no només és necessari mesurar quant val la temperatura, sinó que també cal actuar electrònicament per tal de

⁽¹⁾<https://www.journals.uchicago.edu/doi/pdfplus/10.1086/276739>

⁽²⁾Aquest tipus de sistema de mesura és conegut, en anglès, com a *data logger*.

corregir la temperatura si aquesta és diferent de la desitjada, per exemple, tot fent que l'aparell d'aire condicionat funcioni durant més estona o a una velocitat major. Una de les especificacions imposades per aquesta aplicació seria el temps de resposta per aconseguir la temperatura que es vol. Aquest temps hauria de ser raonable (per exemple, unes desenes de minuts), en cas contrari voldria dir que el sistema electrònic no ha estat correctament dissenyat o dimensionat.

Aquests sistemes electrònics de mesura i/o control permeten **automatitzar processos** i, per tant, ens faciliten la vida del dia a dia. Per exemple, la major part de cotxes tenen actualment aire condicionat, i alguns d'ells tenen climatitzador. En el primer cas, el conductor ha d'anar modificant la velocitat de l'aire per tal d'ajustar manualment la temperatura dins el cotxe. En el segon cas, hi ha un sistema electrònic intel·ligent que ajusta automàticament la velocitat de l'aire per tal d'obtenir la temperatura volguda. Quelcom similar ocorre en els cotxes que disposen d'un regulador de velocitat: el conductor es pot «despreocupar» del pedal d'acceleració, ja que el cotxe disposa d'un sistema electrònic de mesura i control que regula la velocitat a aquella desitjada, però sempre tenint en compte les normes de circulació.

Els avenços en el camp de la instrumentació electrònica no només permeten automatitzar processos, sinó que també permeten anar més enllà del que poden mesurar els sentits del cos humà. Per exemple, en les sales blanques on es fabriquen els circuits integrats cal regular la humitat relativa dins un marge estret de valors per tal d'evitar, entre d'altres, el creixement de bacteris que podria danyar la fabricació. Doncs bé, els nostres sentits no són capaços de controlar de forma manual la humitat relativa en aquest marge tan estret i, per tant, cal un sensor d'humitat relativa que faci aquesta funció. Un altre exemple, els nostres sentits i el nostre cervell no són prou ràpids per actuar correctament quan hi ha un accident de trànsit³. Cal un sistema electrònic de mesura basat en un acceleròmetre que dispari de forma automàtica l'airbag del cotxe si el nivell d'acceleració detectat supera un determinat llindar. Un darrer exemple, el monòxid de carboni és un gas incolor i inodor però altament tòxic, fins i tot mortal en concentracions altes. En aquestes condicions, no ens podem refiar del nostre olfacte o de la nostra vista per detectar la presència d'aquest gas, sinó que clarament es precisa un sistema electrònic basat en un sensor químic que permeti detectar quant val la concentració d'aquest gas per evitar mals majors. Per tant, tal com es pot deduir dels darrers exemples, la instrumentació electrònica ens aporta **seguretat**.

⁽³⁾Imaginem la situació en què, després d'una col·lisió, el conductor hagués de prémer un determinat polsador que accionés el coixí de seguretat. Seria del tot inviable.

El fet de mesurar una magnitud en unes determinades condicions per una aplicació concreta és en alguns casos un repte tecnològic important, ja que hi ha **entorns de mesura agressius** des de diferents punts de vista. Un parell d'exemples. Suposem, en primer lloc, un sistema d'instrumentació electrònica per una **aplicació aeroespacial** sotmès a temperatures extremes i a la radiació de partícules subatòmiques procedents del Sol i d'altres fonts de la Via Làctia. Tot i aquestes condicions de mesura extremes, el sistema electrònic a dissenyar

ha de ser fiable, en cas contrari l'expedició aeroespacial serà un fracàs científic i econòmic. Un altre exemple pot ser un sistema d'instrumentació electrònica per una **aplicació biomèdica** on cal mesurar un senyal biomèdic amb una amplitud molt petita (algunes unitats de microvolts) en un entorn on la interferència de 50 Hz de la xarxa elèctrica s'acobla al sistema amb una amplitud molt major. En aquest cas, tècniques d'instrumentació avançada com l'ús d'apantallaments, senyals diferencials, filtres, etc. permeten obtenir un sistema de mesura fiable.

En resum, per tal de mesurar i/o controlar determinades magnituds (com ara, temperatura, acceleració i humitat relativa) són necessaris un conjunt de blocs electrònics (alguns analògics i d'altres digitals), i tots aquests en conjunt formen un instrument de mesura que ha de complir unes determinades especificacions que s'ajustin a l'aplicació. Aquests blocs electrònics, de manera particular i en global, seran estudiats al llarg d'aquest curs d'instrumentació electrònica.

Objectius

Els objectius que ha d'assolir l'estudiant una vegada finalitzat aquest mòdul són els següents:

1. Conèixer els diferents blocs que formen part d'un sistema electrònic de mesura i/o control, i la seva funcionalitat.
2. Identificar els diferents tipus de senyals i variables que ens podem trobar en un sistema electrònic de mesura i/o control.
3. Entendre el concepte d'error i saber diferenciar entre error absolut i relatiu, i error sistemàtic i aleatori.
4. Conèixer les característiques estàtiques d'un sistema de mesura, i el procés de calibratge per disminuir els errors sistemàtics.
5. Entendre la resposta dinàmica, en el domini temporal i freqüencial, dels sistemes de mesura de primer i segon ordre i identificar-ne les diferències.
6. Saber aplicar la llei de propagació d'errors en mesures d'instrumentació electrònica.

1. Sistema d'instrumentació electrònica

Aquest primer apartat té com a objectiu descriure de manera qualitativa els diferents blocs electrònics que formen part d'un sistema d'instrumentació electrònica, i com aquests interactuen entre ells.

1.1. Sistema electrònic de mesura

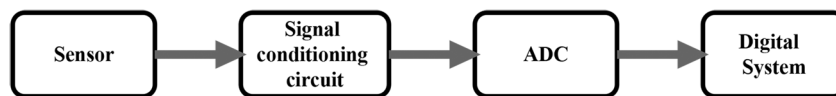
Tal com s'ha explicat a la introducció, un sistema electrònic de mesura està destinat a mesurar una determinada magnitud (per exemple, la temperatura al pol nord) amb unes determinades especificacions imposades per l'aplicació (per exemple, un error inferior a 1 °C i un rang de mesura entre -50 °C i 20 °C). Per dur a terme aquesta mesura, la major part de sistemes electrònics es poden descriure mitjançant el diagrama de blocs de la figura 1. Aquest presenta quatre blocs principals:

- a) un sensor
- b) un circuit de condicionament de senyal analògic
- c) un convertidor analògic-digital (ADC)⁴
- d) un sistema digital

⁽⁴⁾En anglès, *analog-to-digital converter*, i d'aquí les sigles ADC.

Aquests es descriuen amb més detall a continuació.

Figura 1. Diagrama de blocs d'un sistema electrònic de mesura



Font: Elaboració pròpia.

1.1.1. Sensor

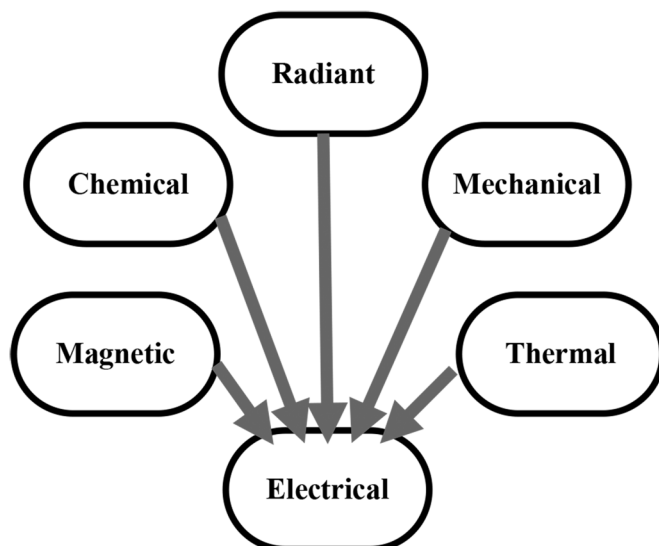
El sensor és l'element bàsic d'un sistema electrònic de mesura. Aquest es pot definir com un **dispositiu que converteix informació d'un determinat domini energètic (tèrmic, mecànic, radiant/òptic, químic o magnètic) al domini elèctric**, tal com es mostra a la figura 2. Com a exemple, un cotxe actual de gamma mitjana pot tenir perfectament un centenar de sensors que mesuren diferents magnituds d'interès, tal com la pressió dels pneumàtics, el nivell

de combustible, l'ocupació dels seients, etc. El nombre de sensors en un cotxe de Fórmula 1 s'eleva fàcilment al miler, la informació dels quals es transmet als boxs per mesurar contínuament l'estat del cotxe durant la carrera.

Exemples de sensors aplicats als diferents dominis que es representen a la figura 2 són els següents:

- **Del domini tèrmic a l'elèctric:** un sensor de temperatura del termòstat d'un sistema de climatització.
- **Del domini mecànic a l'elèctric:** un sensor d'acceleració de l'airbag d'un cotxe.
- **Del domini radiant a l'elèctric:** un sensor de radiació solar d'un sistema que gestiona l'encesa/apagada de l'enllumenat públic.
- **Del domini químic a l'elèctric:** un sensor de monòxid de carboni (CO) usat per estudiar els gasos del tub d'escapament d'un motor de combustió.
- **Del domini magnètic a l'elèctric:** un sensor usat per detectar un cotxe en una plaça de pàrquing gràcies a l'acumulació de línies de camp magnètic terrestre en presència d'un cos ferromagnètic de dimensions considerables.

Figura 2. Dominis energètics dels quals pot adquirir informació un sensor



Tal com s'ha indicat abans, un sensor converteix informació al domini elèctric i, per tant, a la seva sortida proporciona un senyal elèctric analògic. En altres paraules, una variació de la magnitud a mesurar (per exemple, temperatura) provoca a la sortida del sensor una variació d'un senyal elèctric, que generalment és: **resistència, capacitat, inductància, tensió, corrent o càrrega elèctrica**. Tenint en compte això, els sensors a vegades es classifiquen segons el domini del qual s'adquireix informació (és a dir: sensors tèrmics, mecànics, químics, etc.) i altres segons el tipus de senyal proporcionat a la sortida (és a dir: sensors resistius, capacitius, inductius, etc.). Això també fa que els sensors sovint tinguin associats dos adjectius.

Nota

Alguns sensors proporcionen a la seva sortida un senyal digital, però el cas més habitual és que el senyal de sortida sigui analògic.

Exemple

a) Sensor tèrmic resistiu, que correspon a un sensor destinat a mesurar temperatura tot proporcionant variacions de resistència elèctrica a la seva sortida.

b) Sensor mecànic capacitiu, que correspon a un sensor destinat a mesurar una magnitud mecànica (com l'acceleració) tot proporcionant variacions de capacitat elèctrica a la seva sortida.

1.1.2. Circuit de condicionament de senyal

El circuit de condicionament de senyal analògic s'ubica entre el sensor i l'ADC, i té com a objectiu principal adaptar el senyal de sortida del sensor al rang d'entrada de l'ADC. Les funcions típiques d'aquest bloc són les següents:

- **Convertir el senyal a una tensió.** Donat que l'ADC s'espera una tensió a la seva entrada (per exemple, entre 0 i 5 V), una de les funcions típiques del circuit de condicionament és convertir variacions de resistència, capacitat, inductància... en variacions de tensió.
- **Amplificar.** El senyal obtingut a la sortida del sensor generalment presenta una sensibilitat petita (per exemple, alguns $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ en el cas dels sensors tèrmics tipus termoparell) i, per aquesta raó, cal un circuit que amplifiqui el senyal i augmenti la sensibilitat.
- **Desplaçar.** L'amplificació del senyal augmenta la sensibilitat però no assegura que el senyal quedi dins el rang d'entrada de l'ADC. En aquests casos, cal aplicar un desplaçament: sumar o restar un nivell de tensió al senyal procedent del sensor.
- **Filtrar.** Per tal de limitar l'amplada de banda del senyal a l'amplada de banda d'interès i evitar problemes d'aliàsing, cal usar un filtre electrònic abans de l'ADC.
- **Adaptar impedàncies.** Determinats sensors presenten una impedància de sortida considerable (per exemple, un fotodíode presenta una capacitat de sortida elevada) els efectes dels quals cal evitar electrònicament (en el cas

anterior, aquesta capacitat podria limitar notablement el temps de resposta del sistema de mesura).

- **Linealitzar.** Alguns sensors presenten una resposta no lineal (per exemple, els sensors tèrmics tipus NTC) de tal manera que la sortida elèctrica no varia linealment amb la magnitud que es desitja mesurar. Aquesta problemàtica es pot solucionar mitjançant un circuit electrònic abans de la digitalització de les dades.
- **Excitar el sensor.** Determinats tipus de sensors (sobretot els capacitius i els inductius) precisen una excitació alterna que és proporcionada també pel circuit de condicionament.
- **Desmodular el senyal.** Pel cas anterior on el sensor és excitat amb un senyal altern, el senyal de sortida també és altern, i aquest ha de ser desmodulat abans de la digitalització.

Nota

Aquests no es poden excitar amb un senyal continu, ja que presenten una impedància infinita o nul·la en el cas dels sensors capacitius o inductius, respectivament.

1.1.3. Convertidor analògic-digital

L'ADC és el bloc encarregat de digitalitzar la informació. El senyal de sortida del circuit de condicionament (generalment, en forma de tensió) és aplicat a l'entrada de l'ADC que accepta tensions entre un valor mínim i un màxim, per exemple, entre 0 i 5 V. A la sortida proporciona una paraula digital de n bits amb informació sobre el valor analògic aplicat a l'entrada. Per l'exemple anterior i assumint $n = 8$, la sortida val «00000000» si l'entrada val 0 V, «10000000» per 2,5 V, i «11111111» per 5 V.

1.1.4. Sistema digital

L'últim bloc del diagrama de la figura 1 és el sistema digital. Aquest rep les dades digitalitzades de l'ADC i s'encarrega de planificar i executar diverses de les següents tasques:

- Llegir les dades digitals.
- Guardar les dades digitals a memòria, que pot ser interna o externa.
- Processar les dades digitals. Aquest processat pot consistir, per exemple, a aplicar un filtratge digital o en implementar un algoritme de control per regular una magnitud al voltant d'un determinat valor.
- Comunicar les dades digitals cap a altres dispositius o sistemes, generalment usant un protocol de comunicació sèrie que pot ser també sense fils.
- Mostrar via un display o LED⁵ l'estat del sistema de mesura.

⁽⁵⁾Un LED és un díode emissor de llum, de l'anglès: *Light-Emitting Diode*.

Aquest sistema digital generalment s'implementa mitjançant un microcontrolador o un dispositiu de lògica programable avançat, com una FPGA.⁶ Aquests dispositius no seran estudiats en aquest curs, ja que són més propis d'una assignatura d'electrònica digital avançada.

⁽⁶⁾De l'anglès, *Field Programmable Gate Array*.

En resum, un sistema electrònic de mesura precisa un sensor que capti la informació, un circuit que processi analògicament el senyal de sortida del sensor, un convertidor que digitalitzi les dades, i un sistema digital que processi digitalment la informació.

1.2. Sistema electrònic de control

Un sistema electrònic de mesura i control incorpora els blocs indicats prèviament a la figura 1 més tots aquells necessaris per poder actuar sobre el procés⁷ i així corregir el valor de la magnitud controlada, tal com la temperatura d'una sala o la velocitat d'un cotxe. A tal fi, és necessari disposar dels següents blocs addicionals:

⁽⁷⁾Sovint, en instrumentació electrònica, també es parla d'actuar sobre l'entorn o la planta.

a) un convertidor digital-analògic (DAC)⁸

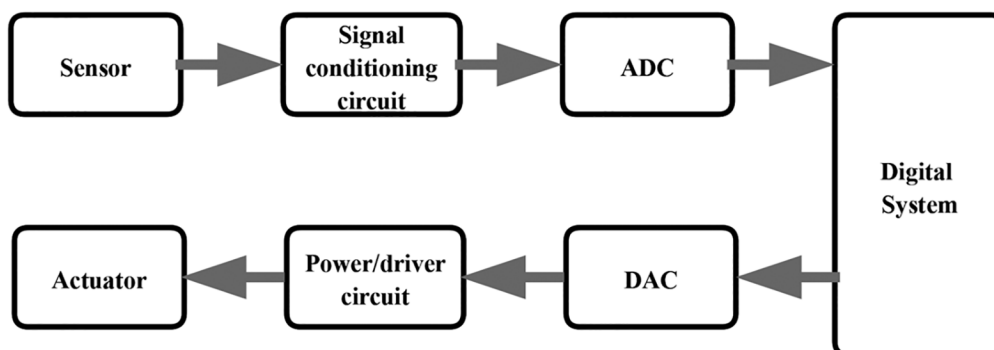
⁽⁸⁾En anglès, *digital-to-analog converter*, i d'aquí les sigles DAC.

b) un circuit de potència

c) un actuator

Aquests es mostren a la figura 3 i s'expliquen amb més detall tot seguit.

Figura 3. Diagrama de blocs d'un sistema electrònic de mesura i control



1.2.1. Convertidor digital-analògic

El DAC fa la funció inversa de l'ADC. És el bloc encarregat de rebre una paraula digital de n bits procedent del sistema digital i proporcionar a la seva sortida el valor analògic associat (generalment, una tensió) entre un valor mínim i un màxim, per exemple, entre 0 i 5 V. La paraula digital aplicada a l'entrada és la resultant d'haver aplicat un algoritme de control a les dades procedents del sensor i que hauria de permetre corregir la magnitud sota control, per exemple, la temperatura d'una sala. Assumint $n = 8$ i un valor mínim i màxim de sortida de 0 i 5 V, respectivament, la sortida val 0 V si l'entrada val «00000000», 2,5 V per «10000000», i 5 V per «11111111».

1.2.2. Circuit de potència

El circuit de potència⁹ rep el senyal analògic de la sortida del DAC i l'adapta electrònicament per tal de poder estimular correctament l'actuador. Cal tenir present que la major part d'actuadors precisen un nivell de potència elèctrica tal que no poden ser excitats directament des del DAC, sinó que precisen una etapa intermèdia. Suposem, per exemple, que cal actuar sobre el procés mitjançant una resistència elèctrica que provoca més o menys escalfor via efecte Joule. La sortida del DAC, en el millor dels casos, pot proporcionar un corrent elèctric d'algunes desenes de mil·liampere, que són insuficients per escalfar una resistència calefactora. En canvi, si la sortida del DAC actua com a entrada d'un bloc intermedi (identificat aquí com a circuit de potència), l'excitació sí que podrà ser la requerida per l'actuador.

⁽⁹⁾També conegut, en anglès, com a *driver*.

1.2.3. Actuador

L'actuador fa la funció inversa del sensor. En instrumentació electrònica, sovint també s'usa el terme **transductor** per referir-se tant als sensors com als actuadors, ja que ambdós transformen energia d'un domini a un altre. Per ser precisos, un sensor actua com un transductor d'entrada, atès que adquireix informació, mentre que un actuador es comporta com un transductor de sortida pel fet que actua sobre el procés.

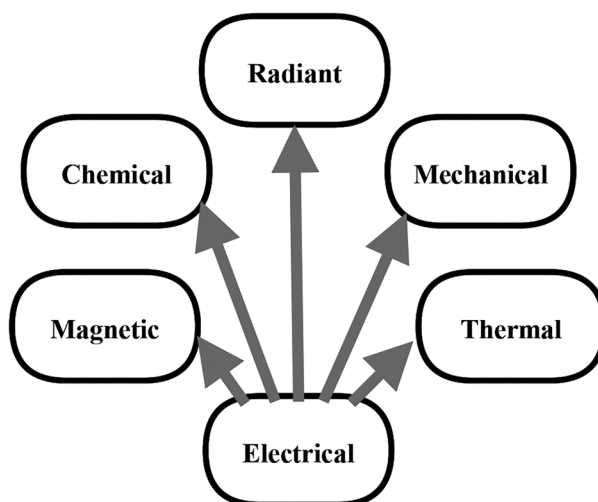
Un actuador es pot definir com un **dispositiu que transforma senyals del domini elèctric a un altre domini energètic (tèrmic, mecànic, radiant/òptic, químic o magnètic)** amb l'objectiu d'actuar sobre el procés i corregir la magnitud sota control, tal com mostra la figura 4. Exemples d'actuadors aplicats als diferents dominis són els següents:

- **Del domini elèctric al tèrmic:** una resistència calefactora que escalfa per efecte Joule.
- **Del domini elèctric al mecànic:** un emissor d'ultrasons basat en l'efecte piezoelèctric que emet ones acústiques (generalment, a 40 kHz) quan s'aplica un senyal elèctric de la mateixa freqüència. Un dispositiu basat en

l'efecte piezoelèctric pot actuar com un transductor «reversible». En altres paraules: si se li aplica un senyal elèctric, emet ones acústiques tot comportant-se com un actuator, però si rep ones acústiques, proporciona un senyal elèctric a la seva sortida tot comportant-se com un sensor.

- **Del domini elèctric al radiant:** un LED que emet fotons a una determinada longitud d'ona (i, per tant, amb un determinat color) quan està polaritzat en directa.
- **Del domini elèctric al químic:** un procés d'electròlisis mitjançant el qual s'obté una reacció química que separa els elements d'un compost en fer circular un corrent continu a través d'ell.
- **Del domini elèctric al magnètic:** un motor on l'aplicació d'un senyal elèctric genera un camp magnètic intern que provoca el moviment d'un determinat eix.

Figura 4. Dominis energètics als quals pot transformar energia un actuator



Font: Elaboració pròpia.

1.2.4. Llaç obert vs. llaç tancat

En l'explicació prèvia, s'ha assumit que el sistema electrònic de control treballa en **llaç tancat** o, també dit, amb **realimentació**. En altres paraules: el sistema disposa d'un sensor que proporciona contínuament informació de com evoluciona la magnitud sota control per tal d'ajustar l'acció de l'actuator sobre la planta. Però cal tenir present que hi ha sistemes electrònics que treballen en **llaç obert** (o sense realimentació), és a dir: no disposen d'un sensor que permet regular l'acció de l'actuator en funció del seu valor. Per exemple, la major part de microones comercials escalfen, és a dir, actuen, però no tenen un sensor de temperatura que doni informació sobre si l'aliment està prou calent i, per tant, sobre si cal disminuir o augmentar la potència aplicada. Un altre exem-

ple, la major part de soldadors de gamma baixa usats per soldar components electrònics en una placa també treballen en llaç obert. Aquests no disposen d'un sensor tèrmic que doni informació de la temperatura real de la punta del soldador. En aquests soldadors s'aplica una potència elèctrica i quan s'arriba a l'equilibri tèrmic amb l'entorn ja no s'escalfen més. Això fa que la temperatura final del soldador depengui de la temperatura de l'entorn de treball. Per evitar aquesta problemàtica, en el mercat existeixen soldadors de gamma alta que treballen en llaç tancat. Aquests incorporen un sensor tèrmic a la punta del soldador que contínuament mesura la temperatura tot ajustant l'acció de la resistència calefactora per obtenir exactament la temperatura desitjada. Un sistema electrònic de control que treballa en llaç tancat sempre precisa més electrònica, però permet ajustar de forma molt més acurada la magnitud sota control.

En sistemes electrònics de control realimentats, cal escollir correctament la **posició física** del sensor respecte a l'actuador. Per exemple, en un sistema electrònic destinat a controlar l'encesa de l'enllumenat públic, el sensor de llum ha d'estar ubicat a una altura superior a la dels fanals, en cas contrari, el sensor interpretaria la llum dels fanals com a llum solar i es donaria l'ordre d'apagar-les. Un altre exemple, en el cas d'un sistema electrònic destinat a regular la temperatura d'una determinada sala, el sensor de temperatura cal ubicar-lo en un punt representatiu de la sala, en cap cas es pot ubicar al costat de la sortida d'aire fred o calent de l'actuador.

En resum, un sistema electrònic de mesura i control precisa que el sistema digital (a partir de la informació facilitada pel sensor) emeti una paraula digital que sigui convertida a analògica i que, a través d'un circuit de potència, s'apliqui a un actuador per corregir la magnitud sota control amb un temps prudencial.

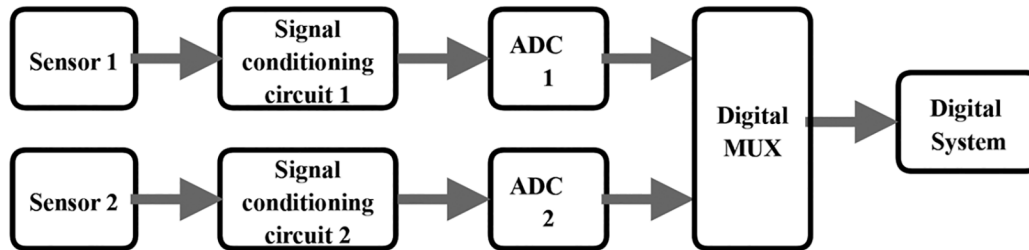
1.3. Sistema multisensor

En el diagrama de blocs de la figura 1 s'ha assumit que el sistema de mesura tenia únicament un sensor, però generalment es disposa de diversos sensors. Suposem, per exemple, una estació meteorològica amb un sensor de temperatura, d'humitat relativa i de pressió atmosfèrica. En aquests casos, el diagrama de blocs pot prendre qualsevol de les topologies mostrades a les figures 5, 6 o 7 que presenten diferents graus de multiplexat, i on s'assumeixen dos sensors però que seria aplicable a sistemes de mesura amb M sensors.

A la figura 5, cada sensor té el seu propi circuit de condicionament analògic i el seu ADC. Les sortides digitals dels diferents ADC són multiplexades digitalment amb un multiplexor (MUX), controlat pel sistema digital, que actua com un selector de diferents entrades cap a una única sortida. Suposant que

la sortida digital de l'ADC sigui de n bits en paral·lel, el fet d'usar el multiplexor redueix el nombre d'entrades requerides per part del sistema digital per un factor de M .

Figura 5. Diagrama de blocs d'un sistema electrònic de mesura amb dos sensors i un multiplexat digital.



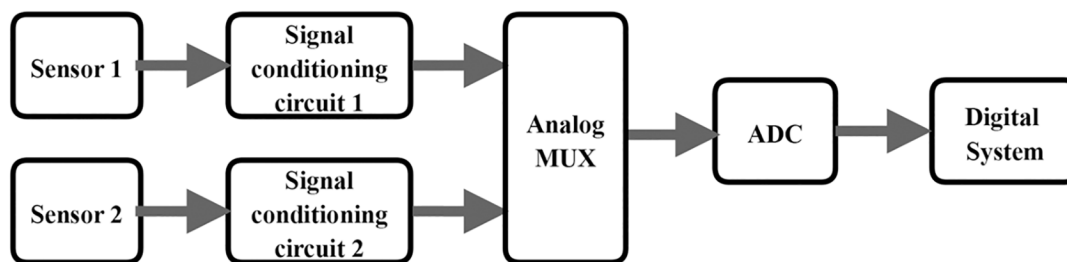
Font: Elaboració pròpia.

A la figura 6, cada sensor té el seu propi circuit de condicionament analògic, però l'ADC és compartit mitjançant un MUX analògic. En comparació al circuit de la figura 5, l'ADC del circuit de la figura 6 ha de treballar a una freqüència de mostreig M vegades més gran per tal d'adquirir les mateixes mostres dels diferents sensors. El multiplexat es pot traslladar fins i tot abans, tal com es mostra a la figura 7, sempre que el circuit de condicionament analògic necessari sigui similar pels diferents sensors a mesurar. Suposem, per exemple, que calgui amplificar el senyal de sortida d'uns sensors per diferents guanys. En aquest cas, el circuit de condicionament podria ser compartit mitjançant l'ús d'un amplificador de guany variable¹⁰ controlat pel sistema digital.

⁽¹⁰⁾En anglès, *programmable-gain amplifier*, i d'aquí les sigles PGA.

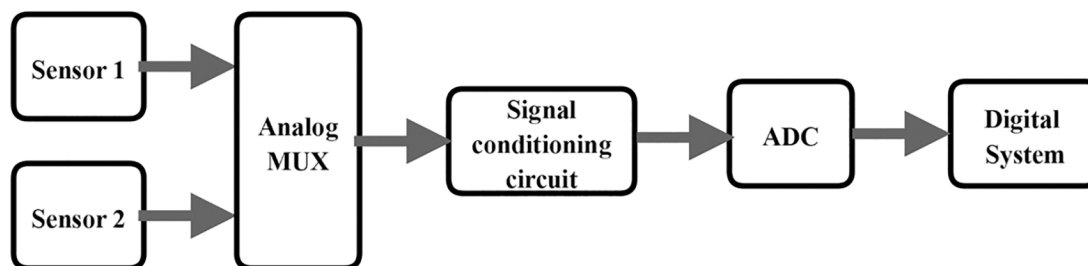
L'avantatge principal de moure el MUX cap a l'esquerra del diagrama de blocs és l'estalvi econòmic, ja que la major part de blocs es comparteixen. Per altra banda, l'inconvenient principal és que el sistema de mesura esdevé més lent. Cal tenir present que escanejar el valor dels diferents sensors comporta més temps, atès que els blocs compartits treballen seqüencialment per cadascuna de les magnituds mesurades. Per tant, hi ha un compromís entre estalvi econòmic i velocitat.

Figura 6. Diagrama de blocs d'un sistema electrònic de mesura amb dos sensors i un multiplexat analògic



Font: Elaboració pròpia.

Figura 7. Diagrama de blocs d'un sistema electrònic de mesura amb dos sensors i un multiplexat analògic previ al circuit de condicionament analògic



Font: Elaboració pròpia.

1.4. Integració de blocs en un xip

En un disseny tradicional, cadascun dels diferents blocs involucrats en el sistema electrònic de mesura de la figura 1 té associat un o diversos xips. Ara bé, gràcies als avenços de la tecnologia microelectrònica dels darrers anys, actualment es poden trobar xips o circuits integrats en el mercat que duen a terme diverses de les funcions associades als diferents blocs de la figura 1. Per exemple, hi ha les següents opcions disponibles:

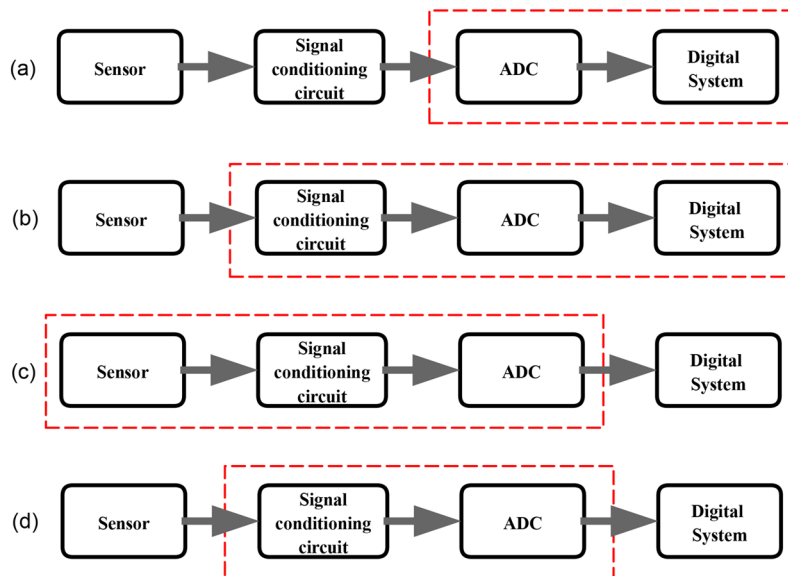
- Sistemes digitals, sobretot basats en microcontroladors, que tenen un ADC integrat en el mateix xip, tal com mostra la figura 8(a).
- Xips que no només incorporen el sistema digital i l'ADC, sinó també un circuit de condicionament analògic genèric (per exemple, un PGA), tal com es pot observar a la figura 8(b).
- Xips amb el sensor, el corresponent circuit de condicionament analògic, i l'ADC integrats, tal com mostra la figura 8(c).

Nota

La capacitat d'integració és tal que avui en dia, per exemple, el processador Intel Core i7 presenta milers de milions de transistors integrats en el mateix xip.

- Xips que incorporen el circuit de condicionament analògic i l'ADC que estan pensats per llegir un determinat tipus de sensor, tal com es pot observar a la figura 8(d).
- Xips que integren els quatre blocs bàsics, tot i que aquests són menys freqüents.

Figura 8. Diferents nivells d'integració dels blocs involucrats en un sistema electrònic de mesura



Font: Elaboració pròpia.

Entre els casos representats a la figura 8, el cas (c) ha pres especial rellevància en els darrers anys, fins al punt que ha donat lloc a un nou concepte: **sensor intel·ligent**.¹¹ En la literatura podem trobar diferents definicions sobre què és un sensor intel·ligent. Una d'aquestes podria ser: és un xip que incorpora l'element sensor conjuntament amb l'electrònica analògica i digital necessària per proporcionar a la seva sortida una dada digital amb informació sobre la magnitud mesurada. A més a més, tota aquesta electrònica incorporada dins el xip fa que el sensor presenti (o pugui presentar) les següents prestacions: autocalibratge, autotest, autoadaptació, entre d'altres.

⁽¹¹⁾En anglès, *smart sensor*.

La integració de diferents blocs en un mateix xip, tal com es mostra a la figura 8, òbviament que facilita les tasques de disseny per algunes aplicacions. Cal tenir present, però, que en alguns casos aquestes solucions no són aplicables.

Exemple

En una aplicació on calgui mesurar una temperatura molt alta (superior 125 °C), el sensor ha de ser remot, ja que els circuits electrònics tradicionals no aguanten temperatures tan altes. Per tant, no es podria utilitzar un sensor intel·ligent que incorporés el sensor i l'electrònica, sinó que es col·locaria un sensor tèrmic en el punt de mesura i aquest s'interconnectaria mitjançant un cablejat especial al circuit de condicionament analògic que es trobaria a una determinada distància per evitar els efectes de les altes temperatures.

Nota

Els fabricants de circuits integrats especifiquen, en el millor dels casos, el comportament d'aquests a una temperatura màxima de 125 °C, que es considera el valor màxim per aplicacions militars.

Exercici

Busqueu informació sobre els següents xips i determineu a quin dels casos de la figura 8 corresponen:

- a) MSP430FR5969
- b) MSC1210
- c) ADXL312
- d) ADS1232
- e) AD7745

Solució

Els xips anteriors corresponen, respectivament, als casos següents:

- a) Fig. 8(a)
- b) Fig. 8(b)
- c) Fig. 8(c)
- d) Fig. 8(d)
- e) Fig. 8(d)

2. Senyals i variables

Els diferents blocs involucrats en els diagrames de l'apartat anterior reben un tipus de senyal a la seva entrada, i en proporcionen un altre a la seva sortida. En aquest apartat es discuteixen quin tipus de senyals podem tenir i en quina variable d'aquest senyal es pot emmagatzemar la informació d'interès.

2.1. Tipus de senyals

Un senyal d'un sistema electrònic és una magnitud física elèctrica (generalment, tensió o corrent) variable amb el temps i que representa una determinada informació (per exemple, temperatura o acceleració). Els senyals es poden classificar de diverses maneres, però aquí es proposa diferenciar, per un costat, entre senyals analògics i digitals, i per altra banda, entre unipolars i diferencials.

2.1.1. Analògic vs. digital

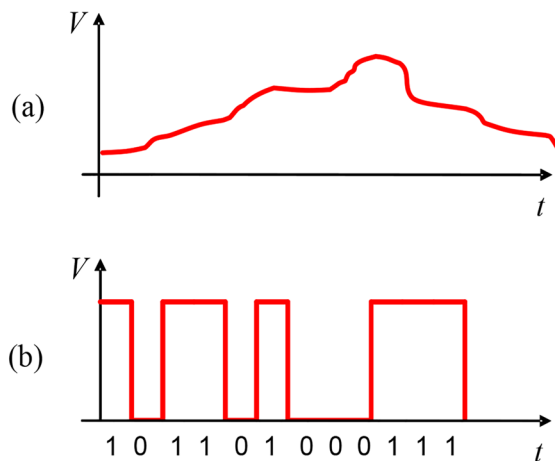
Els **senyals analògics** presenten una amplitud que, dins un cert interval, pot prendre qualsevol valor, tal com es pot observar a la figura 9(a). Pel sistema electrònic de mesura representat a la figura 1, tant el sensor com el circuit de condicionament generalment proporcionen senyals analògics a la seva sortida. Els senyals analògics es poden subclassificar en **continus** (o quasi estàtics) i **alterns**. Els primers presenten variacions lentes respecte al temps, mentre que els segons presenten variacions ràpides i sovint periòdiques amb una determinada freqüència, per exemple, 40 kHz en el cas d'un sensor d'ultrasons.

Per altra banda, els **senyals digitals** tenen una amplitud que només pot prendre un determinat conjunt de valors, per exemple, dos possibles valors en el cas representat a la figura 9(b). Pel cas de la figura 1, l'ADC de n bits proporciona un senyal digital a la seva sortida que pot ser en format **paral·lel** o **sèrie**. Si la sortida és en paral·lel, l'ADC presenta n sortides digitals cadascuna amb un determinat valor associat a un dels bits de la paraula digital, mentre que si la sortida és en sèrie, l'ADC presenta una única sortida digital que seqüencialment proporciona el valor dels diferents bits de la paraula digital. L'avantatge principal dels senyals digitals és que presenten una major immunitat al soroll i a interferències.

Nota

Aquests dos valors són un nivell baix («0») o un nivell alt («1») que analògicament corresponen, per exemple, a 0 V i 5 V, respectivament.

Figura 9. Diferents tipus de senyal: (a) analògic i (b) digital en format sèrie



Font: Elaboració pròpia.

2.1.2. Unipolar vs. diferencial

Tal com s'ha indicat abans, els senyals també es poden classificar entre **unipolars**¹² i **diferencials**. Els senyals unipolars, generalment en forma de tensió, presenten una diferència de potencial respecte a la referència del circuit, és a dir, els 0 V, amb informació sobre el que s'està mesurant. La figura 10(a) mostra un exemple d'un divisor de tensió amb un sensor tèrmic resistiu (R_t) que proporciona a la seva sortida (V_o) un senyal unipolar amb informació sobre la temperatura.

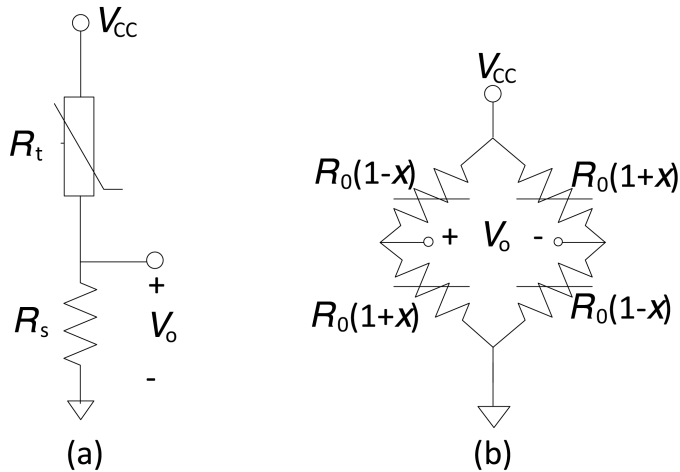
⁽¹²⁾Aquests es coneixen, en anglès, com a *single-ended signal*. En català, la terminologia correcta seria «senyal asimètric», però donat que aquest sovint només presenta una determinada polaritat, és a dir, tensions positives o negatives, caldria parlar de «senyal asimètric unipolar» que, terminològicament, se simplifica com a «senyal unipolar».

Per altra banda, els senyals diferencials presenten una diferència de potencial respecte a un node que no és la referència del circuit. En el cas que l'altre node experimenti també variacions en funció de la magnitud a mesurar però en sentit contrari, el senyal és **diferencial pur**. Si l'altre node no experimenta variacions en sentit contrari, es diu que el senyal és **pseudodiferencial**. La figura 10(b) mostra el cas d'un pont de Wheatstone amb quatre galgues extensomètriques que proporciona a la seva sortida (V_o) un senyal diferencial pur amb informació, per exemple, sobre el pes d'una persona posada sobre d'una bàscula electrònica. Aquest tipus de sensors resistius presenten una variació de la seva resistència (representada a la figura 10(b) mitjançant la variable x) en funció de la deformació que pateixen davant d'un esforç mecànic. Si aquests sensors es col·loquen de forma estratègica a la superfície que pateix la deformació, alguns incrementen el seu valor de resistència mentre que d'altres el disminueixen. Això es representa a la figura 10(b) mitjançant dues resistències que incrementen amb x , i dues que disminueixen.

El concepte de senyal diferencial pot ser aplicat tant a senyals analògics com a senyals digitals. Un exemple de senyal diferencial analògic és el senyal de sortida del circuit de la figura 10(b), mentre que els senyals diferencials digitals

són presents, per exemple, en determinats protocols de comunicació sèrie digitals, tals com LVDS i RS-422. L'avantatge principal de treballar amb senyals diferencials és, de nou, la seva major immunitat al soroll i a interferències. En altres paraules, si els dos nodes respecte als quals s'extreu el senyal diferencial són afectats de la mateixa manera per una determinada interferència, els efectes d'aquesta sobre la diferència de tensions són nuls.

Figura 10. (a) Divisor de tensió que proporciona un senyal unipolar a la seva sortida, i (b) pont de Wheatstone que proporciona un senyal diferencial pur a la seva sortida



Font: Elaboració pròpia.

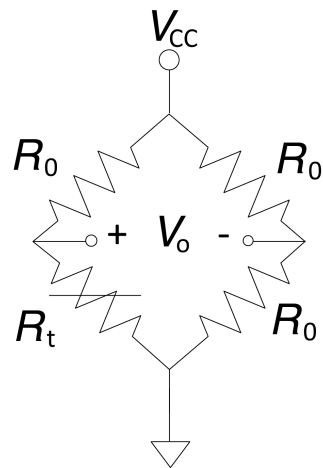
Exercici

Donat el circuit de la figura 11, on R_t és un sensor tèrmic resistiu i R_0 és una resistència de valor fix, expliqueu quin tipus de senyal s'obté a la sortida.

Solució

El senyal de sortida (V_o) és una diferència de potencial respecte a un node (indicat amb el signe «-» a la figura 11) que no és la referència del circuit. Tot i això, aquest node no experimenta variacions amb la temperatura. Per tant, es tracta d'un senyal pseudodiferencial.

Figura 11. Pont de Wheatstone amb un sensor tèrmic resistiu en una de les seves branques



Font: Elaboració pròpia.

2.2. Tipus de variables

Una vegada vistos els diferents tipus de senyals, a continuació s'exposa quina variable d'aquests senyals conté la informació d'interès. En el cas dels senyals analògics continus, la variable generalment és el **valor instantani** del senyal en qüestió, per exemple, un determinat valor de tensió o corrent. En canvi, pels senyals analògics alterns periòdics, la variable que conté la informació pot ser:

- a) L'**amplitud**, tot obtenint un senyal amb una determinada freqüència, però amb una amplitud modulada (AM) per la magnitud a mesurar.
- b) La **freqüència**, tot obtenint un senyal amb una determinada amplitud, però amb una freqüència modulada (FM).
- c) La **fase**, tot obtenint un senyal amb una determinada amplitud i freqüència, però amb una fase modulada (PM).

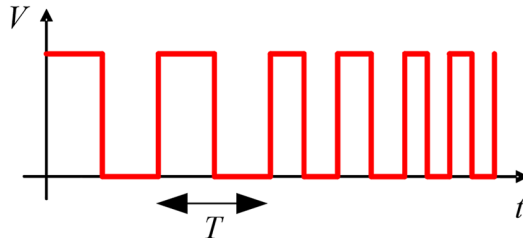
Pel que fa als senyals digitals, la variable que generalment conté la informació d'interès és la seqüència de «0» i «1» definida per nivells d'amplitud baixos i alts, respectivament. Tot i això, també hi ha senyals digitals que emmagatzemen la informació en altres variables, per exemple:

- a) El **període** o la **freqüència**, tot obtenint un senyal digital (de dos nivells) amb un període o freqüència modulada per la magnitud a mesurar, tal com es mostra a la figura 12.

b) El **cicle de treball**,¹³ tot obtenint un senyal digital (també de dos nivells) amb una relació t_{on}/T modulada. En aquests casos, també es diu que el senyal presenta una modulació de l'amplada del pols.¹⁴

⁽¹³⁾En anglès, *duty cycle*. Aquest es defineix com t_{on}/T , on t_{on} és el temps durant el qual el senyal es troba a nivell alt, i T és el període del senyal digital.

Figura 12. Senyal digital amb un període (T) modulad per la magnitud a mesurar



⁽¹⁴⁾En anglès, *pulse-width modulation (PWM)*.

Font: Elaboració pròpia.

En un senyal analògic, la variable que conté la informació és generalment analògica, és a dir, dins un interval determinat, aquesta pot prendre qualsevol valor. Pels senyals digitals, algunes de les variables també poden ser analògiques. Això ocorre, per exemple, en els casos anteriors en què tenim un senyal digital amb una freqüència, període, cicle de treball, etc., que està modulad per la magnitud d'interès. Per tant, hi ha **senyals digitals que emmagatzemen informació analògica**. Aquest tipus de senyal és conegut també com a **senyal quasi digital**, ja que es troba a mig camí entre els dos tipus de senyals. Per un costat, emmagatzema informació analògica, però per altra banda pot ser llegit directament mitjançant un sistema digital sense la necessitat d'un ADC. Donat que la informació es troba en el temps, aquest tipus de senyal es pot mesurar mitjançant un temporitzador digital integrat en la major part de sistemes digitals disponibles en el mercat.

Exercici 1

Consulteu el full d'especificacions del sensor S9705,¹⁵ i responeu i raoneu les següents qüestions:

- El senyal de sortida és analògic o digital?
- En quina variable (amplitud, freqüència, període, cicle de treball...) del senyal de sortida s'emmagatzema la informació?
- La variable identificada a l'apartat b és analògica o digital?
- De quin domini energètic proporciona informació aquest sensor segons la classificació de la figura 2?

⁽¹⁵⁾Disponible a https://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/s9705_series_kpic1059e.pdf

Solució

- a) És digital, ja que és un senyal quadrat binari, amb dos nivells possibles.
- b) En la freqüència. La freqüència del senyal de sortida dona informació sobre la intensitat lluminosa.
- c) És analògica, ja que dins un interval determinat, la freqüència pot prendre qualsevol valor; no hi ha un nombre finit de valors de freqüència.
- d) Del domini radiant.

Exercici 2

Repetiu l'exercici anterior però aplicat al sensor MAX6576.¹⁶

⁽¹⁶⁾ Disponible a <https://datasheets.maximintegrated.com/en/ds/MAX6576-MAX6577.pdf>

Solució

- a) És digital, ja que de nou és un senyal quadrat binari, amb dos nivells possibles.
- b) En el període. El període del senyal de sortida dona informació sobre la temperatura.
- c) És analògica, ja que dins un interval determinat, pot prendre qualsevol valor; no hi ha un nombre finit de valors de període.
- d) Del domini tèrmic.

3. Errors en la mesura

Els diferents blocs involucrats en els diagrames de l'apartat 1 no són ideals, de tal manera que a la seva sortida proporcionen un senyal amb un determinat error o incertesa. Un parell d'exemples:

Exemples

a) Un sensor de temperatura amb una sensibilitat de $10 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ ¹⁷ que mesura entre 0 i 50°C , i que proporciona 260 mV quan està sotmès a 25°C (idealment hauria de proporcionar 250 mV).

b) Un circuit amplificador amb un guany de 100 i un marge de tensions de sortida entre 0 i 5 V que proporciona $0,9 \text{ V}$ quan a l'entrada hi ha 10 mV (idealment hauria de proporcionar $1,0 \text{ V}$).

Les causes d'aquests errors són diverses i algunes d'elles s'estudiaran al llarg d'aquest curs. En aquest apartat, però, l'objectiu és donar eines per quantificar aquest error, i identificar-ne els diferents tipus.

3.1. Error absolut i relatiu

Els errors es quantifiquen o bé en termes absoluts o en termes relatius. En el primer cas, l'error té les mateixes unitats que la magnitud mesurada, mentre que en el segon, l'error és adimensional. L'error absolut és **la diferència entre el valor mesurat (o obtingut) i el valor esperat (o ideal)**. Pels exemples del paràgraf anterior, l'error absolut valdria el següent:

a) $260 \text{ mV} - 250 \text{ mV} = 10 \text{ mV}$, que correspon a un error en temperatura d' 1°C .

b) $0,9 \text{ V} - 1 \text{ V} = -0,1 \text{ V}$, que corresponen a un error en el guany de 10 (90 en lloc de 100).

Fixeu-vos que segons la definició donada de l'error absolut, aquest pot ser positiu o negatiu.

Una de les problemàtiques importants per quantificar l'error absolut és saber quant val idealment el senyal en qüestió. A l'exemple a) hem assumit que coneixíem la temperatura (25°C), però per conèixer-la cal un altre instrument de mesura.¹⁸ A més a més, aquest instrument de mesura de referència ha de tenir unes prestacions millors (en el camp de la instrumentació, normalment es demana que sigui deu vegades millor) que les de l'instrument que s'està dissenyant. Per tant, per l'exemple a), la temperatura s'hauria de mesurar amb un instrument de referència que tingués un error de $0,1^\circ\text{C}$ o inferior.

Nota

En el camp de la instrumentació electrònica, el concepte d'error ha sigut i encara és àmpliament utilitzat, però el concepte d'incertesa és més adequat segons la normativa ISO. En aquest document, ambdós conceptes s'utilitzen com a sinònims.

⁽¹⁷⁾Aquestes dades corresponen al sensor tèrmic comercial LM35 de Texas Instruments, disponible a <http://www.ti.com/lit/ds/sym-link/lm35.pdf>

⁽¹⁸⁾Aquest instrument de mesura addicional es coneix com a instrument de referència o patró.

Per altra banda, l'error relatiu s'expressa en percentatge i es defineix de la següent manera:

$$e_r(\%) = \frac{|\text{error absolut}|}{\text{valor de referència}} \cdot 100 \quad (1)$$

on el «valor de referència» generalment és el valor ideal o el valor màxim (conegut com a fons d'escala) de la mesura. Per deixar clar que el valor que s'ha usat com a referència és el valor màxim de mesura, l'error relatiu s'expressa com a «% FSS», on FSS correspon a *full-scale span* en anglès. Per tant, pels exemples anteriors podríem quantificar els següents errors relatius:

(a) Si la referència és el valor ideal: $e_r = \frac{110 \text{ mV}}{250 \text{ mV}} \cdot 100 = 4\%$

Si la referència és el valor màxim:¹⁹ $e_r = \frac{110 \text{ mV}}{500 \text{ mV}} \cdot 100 = 2\% \text{ FSS}$

⁽¹⁹⁾Tal com s'ha indicat abans, la temperatura màxima de mesura és 50 °C que correspon a 500 mV.

(b) Si la referència és el valor ideal: $e_r = \frac{1-0.1 \text{ V}}{1 \text{ V}} \cdot 100 = 10\%$

Si la referència és el valor màxim:²⁰ $e_r = \frac{1-0.1 \text{ V}}{5 \text{ V}} \cdot 100 = 2\% \text{ FSS}$

⁽²⁰⁾Tal com s'ha indicat abans, la tensió màxima de sortida de l'amplificador és de 5 V.

De les dues opcions plantejades per quantificar l'error relatiu, l'ús del valor màxim de mesura com a valor de referència és més habitual. La raó principal és que si s'usa el valor ideal com a referència quan aquest té un valor proper a zero, s'obté un error relatiu considerable (ja que el denominador té un valor molt petit) que és poc representatiu de la bona o mala qualitat de la mesura.

En el cas que un bloc estigui sotmès a un error dinàmic, tal com es veurà més endavant a l'apartat 5, l'error relatiu també es pot expressar usant com a valor de referència la variació ideal de senyal.

Exemple

Un determinat sensor tèrmic sotmès a un canvi abrupte de 5 °C tarda 5 segons per passar de 250 mV a 300 mV. Si la mesura es fa al cap de 2 segons, la sortida del sensor proporciona 290 mV. En aquestes condicions, l'error relatiu expressat respecte a la variació ideal val:

$$e_r = \frac{|290-300|}{50 \text{ mV}} \cdot 100 = 20\%. \text{ Fixeu-vos que si s'usa el valor ideal com a referència, l'error}$$

relatiu és bastant menor $e_r = \frac{|290-300|}{300 \text{ mV}} \cdot 100 = 3\%$. Tot i això, el primer càlcul de l'error relatiu dona una informació més representativa de les prestacions dinàmiques del sistema de mesura.

3.2. Error sistemàtic i aleatori

Els errors en un sistema de mesura es poden manifestar de forma sistemàtica o aleatòria. Si el bloc en consideració proporciona el mateix valor de sortida (tot i tenir un determinat error) per una determinada entrada, aquest error es considera **sistemàtic**. Si el valor proporcionat a la sortida no és constant però segueix una evolució previsible, l'error també es considera sistemàtic. Aquest és el cas, per exemple, d'un sensor d'humitat que presenta un senyal de sorti-

da que depèn de la temperatura. El senyal proporcionat a la sortida per una determinada entrada no és constant, ja que varia amb la temperatura, però la variabilitat de les mesures no és aleatòria, sinó que es pot predir amb l'ajuda d'un sensor de temperatura. Per altra banda, si el bloc proporciona diferents valors de sortida per una mateixa entrada sense una evolució previsible, hauríem de parlar d'error **aleatori**.

Per l'exemple a) considerat prèviament, si el sensor tèrmic proporciona «sempre» 260 mV quan està sotmès a 25 °C, es tracta clarament d'un error sistemàtic. Ara bé, si donés diferents valors al voltant del valor ideal (per exemple, 245, 255, 252, 248 mV...), l'error seria aleatori. Tingueu present també que una mesura pot estar sotmesa simultàniament als dos errors (sistemàtic i aleatori). Aquest seria el cas si el sensor tèrmic de l'exemple a) proporcionés a la seva sortida els següents valors: 255, 265, 262, 258 mV..., que estan «centrats» a 260 mV, però no són constants. En resum, un error sistemàtic genera un **biaix** respecte al valor ideal de mesura, mentre que un error aleatori provoca una **variabilitat** de les mesures al voltant d'un determinat valor. Aquesta variabilitat generalment es quantifica mitjançant el càlcul de la **desviació estàndard** d'un determinat nombre de mesures.

Les possibles causes d'un determinat error sistemàtic són diverses. Alguns exemples d'aquestes causes són: l'efecte de càrrega entre blocs, la tolerància dels components, les limitacions en contínua dels amplificadors operacionals, entre d'altres. Per altra banda, els errors aleatoris són generalment causats pel soroll intrínsec dels components electrònics utilitzats i també per les possibles interferències acoblades al circuit de mesura.

Els errors sistemàtics no són crítics en un sistema de mesura ja que es poden corregir mitjançant un procés de calibratge, tal com es descriu a l'apartat 4. En canvi, els errors aleatoris no es poden corregir tan fàcilment, donat que no són previsible. Un tractament estadístic dels diferents valors obtinguts a la sortida (com ara, fer la mitjana) pot ajudar a pal·liar els seus efectes, sobretot si el soroll que genera l'error aleatori presenta una funció de densitat de probabilitat estàndard com, per exemple, una gaussiana. En aquest sentit, si l'error aleatori és significatiu, pel càlcul de l'error absolut o relatiu explicat a l'apartat 3.1 és aconsellable determinar, en primer lloc, la mitjana de diverses mesures (per exemple, de 10, 20 o 50 mesures) i assumir que aquesta és el «valor mesurat» pel posterior càlcul de l'error. En cas contrari, com que cada mesura puntual presentaria un valor diferent, l'error calculat també seria diferent.

3.3. Exactitud, precisió i resolució

En el camp de la instrumentació electrònica sovint s'empren dos conceptes (exactitud i precisió)²¹ fortament lligats amb els conceptes previs (error sistemàtic i aleatori). L'**exactitud**²² és el grau de concordança entre el valor mitjà de diverses mesures i el valor ideal; en altres paraules: quantifica el biaix gene-

L'efecte de càrrega

Es dona quan la impedància de sortida d'un primer bloc no està ben adaptada a la impedància d'entrada del següent bloc interconnectat.

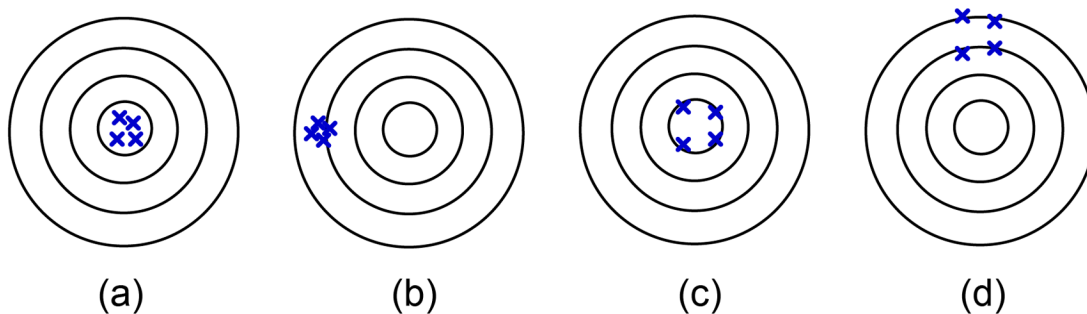
⁽²¹⁾Aquests dos conceptes col·loquialment s'usen com a sinònims, però en el camp de la ciència de la mesura, aquests tenen significats diferents.

rat per un error sistemàtic. Per altra banda, la **precisió**⁽²³⁾ és el grau de concordança entre resultats de la mateixa mesura; dit d'una altra manera: quantifica la variabilitat generada per un error aleatori. La figura 13 mostra un sistema de mesura on l'objectiu és proporcionar el valor del centre de la diana, amb diferents prestacions d'exactitud i precisió.

(22) En anglès, *accuracy*.

(23) En anglès, *precision*.

Figura 13. Sistema de mesura amb (a) bona exactitud i bona precisió, (b) mala exactitud i bona precisió, (c) bona exactitud i mala precisió, i (d) mala exactitud i mala precisió



Font: Elaboració pròpia.

Relacionat amb el concepte de precisió, també tenim els conceptes de **repetibilitat** i **reproductibilitat**. El primer és el grau de concordança entre resultats successius de la mesura realitzada sota les mateixes condicions, és a dir, mateix procediment, observador, instrument, localització, condicions ambientals, etc. Per altra banda, el segon és el grau de concordança entre resultats de la mesura realitzada en diferents condicions, per exemple, un altre observador, localització...

Lligat també amb el concepte de precisió, tenim el concepte de **resolució** que és la variació més petita de la magnitud d'entrada que un bloc/sistema de mesura és capaç de detectar a la seva sortida. En blocs analògics, aquesta variació ha de ser tal que produeixi un canvi a la sortida com a mínim igual a l'amplitud del soroll de sortida. Per tant, un sistema amb una bona precisió, és a dir, una variabilitat petita provocada per un baix nivell de soroll, també té una bona resolució. En blocs digitals, la resolució sobretot depèn del nombre de bits de l'ADC. La variació més petita de la magnitud d'entrada detectable és aquella que provoca una variació d'un bit a la paraula digital de sortida de l'ADC.⁽²⁴⁾ Per exemple, un ADC de 8 bits amb una tensió de fons d'escala de 5 V té una resolució de $5/2^8 \approx 20$ mV. Si l'entrada té canvis inferiors a 20 mV, la paraula digital de sortida no varia.

(24) O una variació d'un dígit en el cas d'un multímetre digital.

4. Característiques estàtiques

4.1. Característica entrada-sortida

Cadascun dels diferents blocs involucrats en els diagrames de l'apartat 1 i també el diagrama en el seu conjunt (per exemple, el de la figura 1) presenten una característica entrada-sortida,²⁵ és a dir, una representació de quant val la seva sortida per un determinat marge de valors de la seva entrada. En aquesta característica entrada-sortida s'assumeix el següent:

⁽²⁵⁾Aquesta també és coneguda com a «corba de calibratge» o «funció estàtica de transferència».

a) L'error aleatori és insignificant o, en cas contrari, els seus efectes s'han pal·liat fent la mitjana de diversos valors de sortida per una determinada entrada.

b) La sortida es troba en estat estacionari i, per tant, no hi ha cap efecte de la resposta transitòria (aquesta s'analitzarà amb més detall a l'apartat 5).

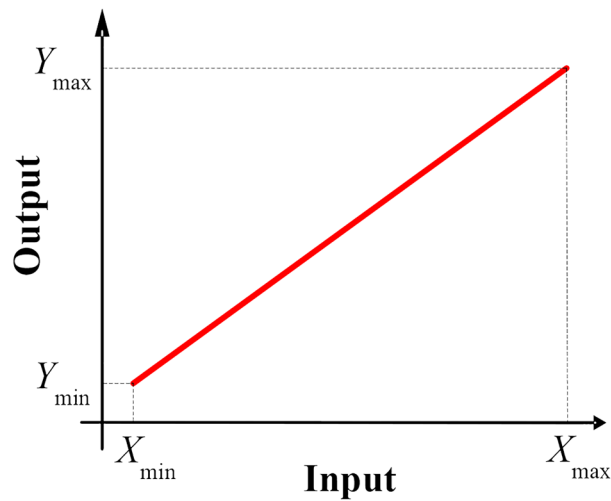
En el cas de treballar amb senyals sinusoidals, també s'assumeix que la freqüència del senyal és constant i molt més petita que la freqüència de tall del sistema, assumint una resposta del tipus passabaix.

4.1.1. Rangs i sensibilitats

La figura 14 mostra un exemple d'una característica entrada-sortida lineal, on es poden definir els següents conceptes:

- **Rang d'entrada:** marge de valors d'entrada compresos entre X_{\min} i X_{\max} aplicables a aquell bloc o sistema.
- **Rang de sortida:** marge de valors de sortida compresos entre Y_{\min} i Y_{\max} obtinguts pel rang d'entrada de treball. Per definició, la sortida a fons d'escala (FSS) és igual a $Y_{\max} - Y_{\min}$.
- **Sensibilitat:** pendent de la característica entrada-sortida. La sensibilitat és constant si la característica és lineal, però canvia al llarg del rang d'entrada si la característica és no lineal.

Figura 14. Característica entrada-sortida lineal d'un bloc de mesura



Font: Elaboració pròpia.

Per defecte, quan es parla de sensibilitat (sense cap adjectiu al costat) ens referim a la capacitat de detectar canvis de la magnitud d'interès. Ara bé, també hi ha **sensibilitats creuades** que quantifiquen la variació del senyal de sortida en canviar una magnitud que no és la d'interès. Per exemple, un sensor de pressió generalment presenta una sortida que no només depèn de la pressió, sinó també de la temperatura. Per tant, idealment les sensibilitats creuades haurien de valer zero, mentre que la sensibilitat (a la magnitud d'interès) hauria de ser el més gran possible. La sensibilitat creuada respecte a la temperatura també es coneix com a **deriva tèrmica**. Alguns sensors (en particular, els sensors químics) també pateixen **derives temporals**, és a dir, el seu senyal de sortida varia amb el temps (després d'unes hores, dies o mesos) per un mateix valor del senyal d'entrada.

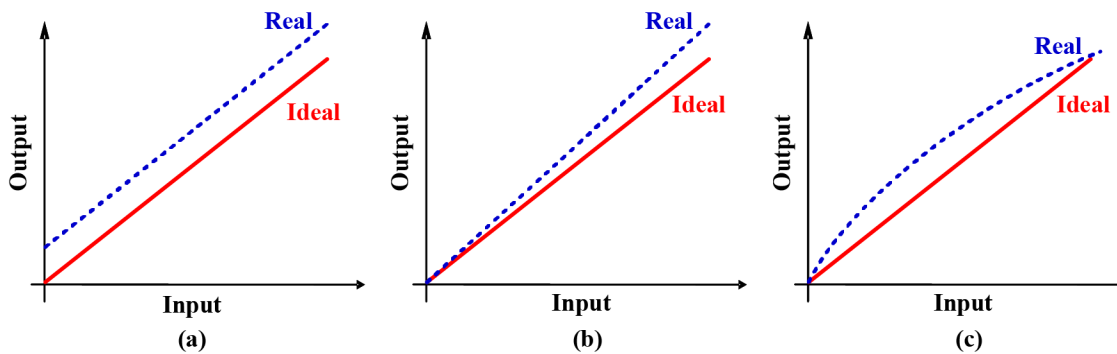
4.1.2. Errors

La característica entrada-sortida d'un bloc o sistema pot presentar, respecte a la característica ideal esperada, un o diversos dels següents **errors sistemàtics estàtics**:

- **Error d'òfset o de zero:** la característica real presenta un error constant respecte a la ideal al llarg del rang d'entrada, tal com es mostra a la figura 15(a).
- **Error de guany o de sensibilitat:** la característica real presenta una sensibilitat diferent de l'esperada. Això fa que l'error incrementi (o disminueixi) proporcionalment en incrementar el valor de l'entrada, tal com es pot observar a la figura 15(b).

- **Error de no-linealitat:** la característica real presenta un comportament que no és lineal, sinó quadràtic, exponencial, etc., tal com es mostra a la figura 15(c).

Figura 15. Característica entrada-sortida amb un: (a) error d'òfset, (b) error de guany, i (c) error de no-linealitat



Font: Elaboració pròpia.

Per tal de **quantificar l'error de no-linealitat** d'una característica entrada-sortida es procedeix de la següent manera. En primer lloc, s'ajusta una recta al comportament no lineal. Aquest ajust es fa generalment aplicant una de les dues tècniques següents:

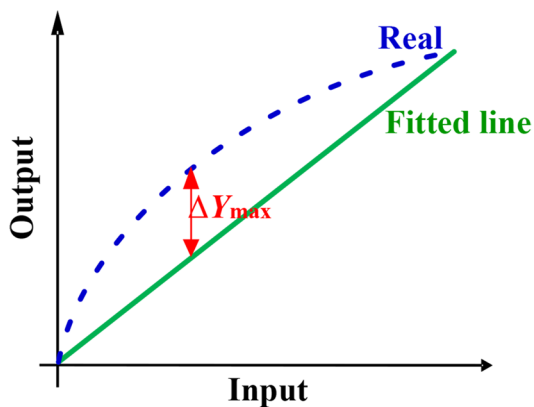
- Un ajust pel mètode de mínims quadrats.
- Un ajust usant únicament els punts associats al límit inferior i superior del rang d'entrada, tal com es mostra a la figura 16.

Una vegada ajustada la recta, cal determinar la màxima diferència «vertical» entre els dos comportaments, representat com ΔY_{\max} a la figura 16. A continuació, l'error de no-linealitat màxim (NLE_{\max})²⁶ s'expressa respecte a la sortida a fons d'escala i en percentatge de la següent manera:

$$NLE_{\max}(\%) = \frac{|\Delta Y_{\max}|}{FSS} \cdot 100 \quad (2)$$

⁽²⁶⁾En anglès, *non-linearity error* (NLE).

Figura 16. Procediment per calcular l'error de no-linealitat d'una característica entrada-sortida



Font: Elaboració pròpia.

Exercici

La següent taula mostra els valors de la característica entrada-sortida d'un sistema de mesura de temperatura. Es demana:

- Representeu gràficament la característica entrada-sortida.
- Representeu en el mateix gràfic la recta ajustada, considerant que aquesta està definida únicament pels punts associats al límit inferior i superior.
- Trobeu per quin valor de temperatura hi ha una desviació màxima entre els dos comportaments i quantifiqueu-la en volts.
- Utilitzeu el valor trobat a l'apartat c per calcular l'error de no-linealitat expressant-lo en tant per cent respecte a la sortida a fons d'escala.

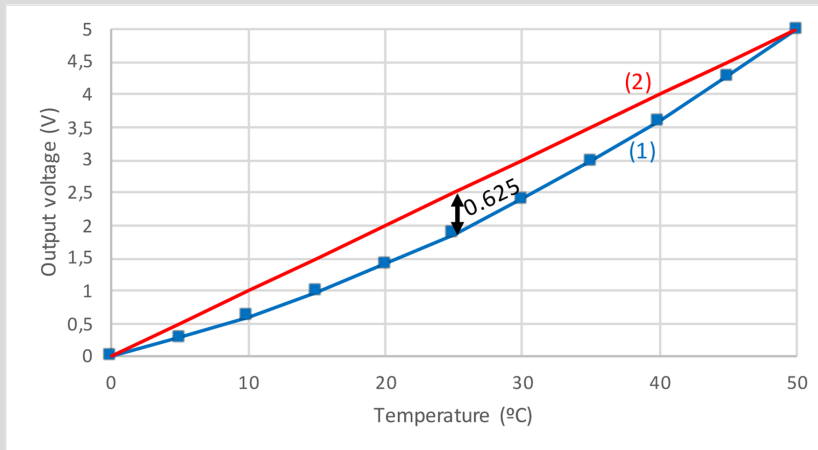
| Temperature (°C) | Output voltage (V) |
|------------------|--------------------|
| 0 | 0 |
| 5 | 0,275 |
| 10 | 0,6 |
| 15 | 0,975 |
| 20 | 1,4 |
| 25 | 1,875 |
| 30 | 2,4 |
| 35 | 2,975 |
| 40 | 3,6 |
| 45 | 4,275 |
| 50 | 5 |

Solució

a) Veure el comportament (1) de la figura 17.

b) Veure el comportament (2) de la figura 17.

Figura 17. Característica entrada-sortida i ajust lineal per calcular l'error de no-linealitat de l'exemple



Font: Elaboració pròpia.

c) La desviació màxima es dona a 25 °C, i val $\Delta Y_{\max} = 0,625$ V.

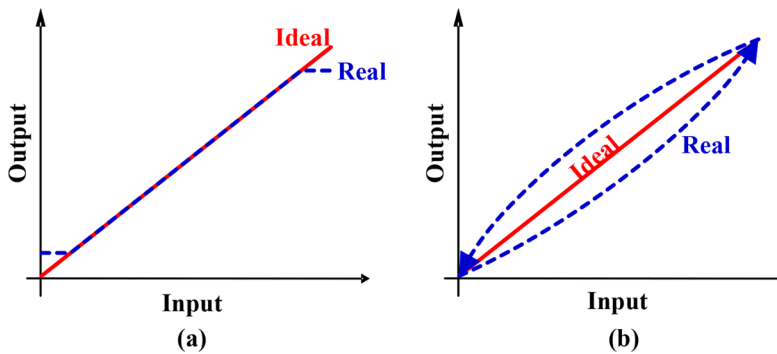
d) L'error de no-linealitat val:

$$NLE_{\max}(\%) = \frac{|\Delta Y_{\max}|}{FSS} \cdot 100 = \frac{0,625}{5} \cdot 100 = 12,5\% \text{ on } 5 \text{ V és la sortida a fons d'escala.}$$

Si bé és cert que els errors més habituals en la característica entrada-sortida d'un bloc o sistema són els indicats prèviament (òfset, guany i no-linealitat), aquesta també pot patir les següents limitacions:

- **Saturació:** la característica real presenta un comportament lineal per un rang d'entrada més estret de l'esperat. Per valors petits i/o grans de l'entrada, la sortida se satura, és a dir, té un valor constant, tal com es mostra a la figura 18(a).
- **Histèresis:** la característica real presenta dos comportaments diferents en funció de si la variable d'entrada augmenta o disminueix el seu valor, tal com es pot observar a la figura 18(b). Per tant, per una mateixa entrada, la sortida valdrà un valor o un altre en funció de si s'hi ha arribat en mode creixent o decreixent.

Figura 18. Característica entrada-sortida amb limitacions de: (a) saturació i (b) histèresis



Font: Elaboració pròpia.

4.2. Calibratge

Per tal de compensar els **errors sistemàtics** d'òfset, guany i no-linealitat vistos a l'apartat anterior es pot dur a terme un calibratge individual dels blocs o conjunt de tot el sistema de mesura. Val la pena insistir que el procés de calibratge només permet corregir els errors sistemàtics, en cap cas els potencials errors aleatoris.

Un exemple habitual de calibratge de la nostra vida quotidiana és el següent. Anem a la farmàcia i ens pesem amb la seva bàscula professional, tot obtenint un pes de, per exemple, 80 kg. Arribem a casa i ens pesem de nou amb la nostra bàscula domèstica (en principi, de menys qualitat), i obtenim un pes de 82 kg. Per tant, assumim que la nostra bàscula té un error de 2 kg i, a partir d'ara, quan algú altre la utilitzi li direm que resti aquests 2 kg al valor obtingut. Doncs bé, això és un calibratge d'un punt que ha usat com a referència o patró una bàscula de més qualitat (la de la farmàcia).

4.2.1. Punts de calibratge

Si la característica entrada-sortida presenta un **error d'òfset**, la seva compensació requereix, com a mínim, un **calibratge d'un punt**. Si presenta un **error de guany**, es precisa un **calibratge de dos punts**. Si presenta un **error de no-linealitat** provocat per una resposta quadràtica, es precisa un **calibratge de tres punts**. Si l'**error de no-linealitat** correspon a una resposta cúbica, el calibratge ha de ser de **quatre punts**. Per tant, com més complex sigui l'error, més punts de calibratge són necessaris. És important ressaltar que el procés de calibratge és lent i costós i, per tant, com menys punts de calibratge siguin necessaris millor. Cada punt de calibratge implica sotmetre l'entrada del bloc o sistema a un valor conegut, i aquest pot ser conegut ja que s'ha mesurat amb un altre equip de millors prestacions (tal com s'ha fet en l'exemple ante-

rior usant la bàscula professional de la farmàcia) o usant patrons de mesura. Aquests patrons podrien ser, per exemple de la bàscula anterior, un o diversos pesos de massa coneguda.

En el cas que el bloc o sistema presenti sensibilitats creuades significatives, aquest generalment incorpora un sensor addicional destinat a mesurar la magnitud que no és la d'interès però que afecta a la mesura per tal de poder-ne compensar els efectes sistemàtics. Per exemple, és bastant habitual que els sensors mecànics incorporin algun tipus de sensat tèrmic per compensar els efectes no desitjats de la temperatura a la sortida.

Exercici 1

Es desitja calibrar a dos punts un sensor d'humitat relativa. Per dur a terme aquest calibratge cal disposar d'una referència (o patró) que permeti saber a quina humitat relativa està sotmès el sensor, i d'un sistema que permeti canviar la humitat relativa, ja que el sensor s'ha de sotmetre a dos valors d'humitat diferents. Cerqueu informació sobre com dur a terme aquest calibratge del sensor d'humitat.

Solució

Hi ha dues alternatives possibles:

(a) Usar una cambra climàtica amb control de temperatura i humitat relativa, amb una lectura d'humitat més acurada (un factor de 10) que la desitjada. El sensor d'humitat es posaria dins la cambra, i aquesta es configuraria per proporcionar (seqüencialment) dos valors d'humitat relativa diferents, per exemple, 20% i 80%, amb una temperatura constant, per exemple, 25 °C.

(b) Usar com a patró solucions de sal saturades. Determinades sals quan es dissolen en una solució d'aigua (destil·lada o desionitzada) produeixen una microatmosfera d'humitat relativa coneguda. El sensor d'humitat es posaria dins un recipient (petit i tancat hermèticament) amb una microatmosfera determinada per la solució de sal saturada. Dues solucions de sal saturada serien suficients per fer el calibratge a dos punts, per exemple, LiCl i NaCl, que proporcionen (a 25 °C) un 11% i un 75% d'humitat relativa, respectivament. Altres observacions sobre l'ús d'aquestes solucions de sal saturades són les següents:

- El sensor estaria dins el recipient però no en contacte físic amb la solució.
- La metodologia s'hauria d'aplicar a temperatura constant.
- La lectura del sensor s'hauria de fer una vegada s'hagués arribat a l'equilibri, que poden ser bastants minuts.

Exercici 2

Un sistema electrònic destinat a la mesura d'acceleracions basat en el sensor ADXL335²⁷ s'ha de calibrar. Cerqueu informació sobre com dur a terme aquest calibratge i responeu les següents preguntes:

- a) Què es pot utilitzar com a patró o referència per fer un calibratge econòmic a dos punts?
- b) Si la resposta del sistema és no lineal i cal un calibratge a tres punts, com es podria obtenir aquest tercer punt?

⁽²⁷⁾<https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/adxl335.pdf>

Solució

a) Tal com s'observa a la figura 24 del *datasheet* d'aquest sensor, es pot usar l'acceleració de la gravetat ($1 g = 9,8 \text{ m/s}^2$) com a referència per fer el calibratge. Considerant com a eix sensible l'eix z, quan el xip es troba en posició horitzontal, aquest està sotmès a $+9,8 \text{ m/s}^2$, mentre que si es gira 180° , està sotmès a $-9,8 \text{ m/s}^2$. Aquests serien els dos punts per fer el calibratge.

b) El tercer punt es podria obtenir posant el xip en posició vertical, amb un angle de 90° seguint l'explicació de l'apartat a). En aquestes condicions, l'eix z del xip estaria sotmès a una acceleració de 0 m/s^2 .

4.2.2. Descripció matemàtica

A continuació, descriurem matemàticament com cal procedir per dur a terme un procés de calibratge. Suposem una característica entrada-sortida lineal ideal amb la següent expressió:

$$Y = S_0 X + K_0 \quad (3)$$

on X és l'entrada aplicada, Y és la sortida mesurada, S_0 és la sensibilitat ideal i K_0 és el terme independent ideal que correspon al valor ideal de la sortida quan $X = 0$. Si aquesta característica pateix únicament un error d'òfset, llavors cal reescriure-la com:

$$Y = S_0 X + K_1 \quad (4)$$

on K_1 és el terme independent real no conegut. Per determinar aquest K_1 cal fer un calibratge d'un punt. A tal fi, cal aplicar una entrada coneguda (X_a), mesurar la sortida corresponent (Y_a) i fer el següent càlcul:

$$K_1 = Y_a - S_0 X_a \quad (5)$$

En el cas que la característica només pateixi un error de guany, l'expressió a usar és la següent:

$$Y = S_1 X + K_0 \quad (6)$$

on S_1 és la sensibilitat real no coneguda. En aquest cas, per determinar S_1 cal un calibratge de dos punts. Apliquem dues entrades conegudes (X_a i X_b), mesurem les sortides corresponents (Y_a i Y_b), i fem el següent càlcul:

$$S_1 = \frac{Y_b - Y_a}{X_b - X_a} \quad (7)$$

Si la característica pateix errors d'òfset i de guany, aquesta cal expressar-la com:

$$Y = S_1 X + K_1 \quad (8)$$

En aquestes condicions, també caldria aplicar dues entrades conegudes (X_a i X_b), mesurar les sortides corresponents (Y_a i Y_b), i calcular S_1 mitjançant l'equació (7) i K_1 mitjançant l'equació (5) però usant S_1 en lloc de S_0 .

5. Característiques dinàmiques

Cadascun dels diferents blocs involucrats en els diagrames de l'apartat 1 incorporen (físicament i/o en forma de component paràsit) elements que emmagatzemen energia, com condensadors i bobines que limiten la resposta dinàmica de la seva sortida. Aquesta limitació es manifesta principalment de les dues maneres següents:

a) Donat un canvi tipus escaló (per exemple, un canvi sobtat de temperatura) a l'entrada del bloc, la sortida no canvia de forma immediata, sinó que requereix un **temps transitori** per assolir l'**estat estacionari**; direm que la sortida es troba en estat estacionari quan aquesta és invariant respecte al temps per una determinada entrada.

b) Donat un senyal d'entrada tipus sinusoidal, l'amplitud i la fase del senyal sinusoidal de sortida depenen de la freqüència del senyal aplicat, sempre considerant que el bloc té un comportament lineal. Aquesta dependència és causada per la **resposta en freqüència** del bloc en qüestió, és a dir, com respon aquest en funció de la freqüència aplicada. És habitual en instrumentació electrònica que els blocs presentin una resposta en freqüència de tipus **passabaix**.

Si la mesura de la sortida es fa abans que aquesta arribi a l'estat estacionari, s'obté un error a causa de la resposta dinàmica que és conegut com a **error dinàmic**. Per altra banda, si la mesura de la sortida es fa a una freqüència «alta», assumint una resposta de tipus passabaix, també s'obté un **error dinàmic** en l'amplitud del senyal. Aquests errors dinàmics s'estudien als apartats 5.2 i 5.3, respectivament, i en principi tenen un comportament **sistemàtic**.

5.1. Funció de transferència

Cadascun dels diferents blocs involucrats en els diagrames de l'apartat 1 i també el dígrama en el seu conjunt té associat una funció de transferència que dona informació sobre la seva resposta dinàmica. Aquesta funció de transferència es pot obtenir teòricament tot analitzant el circuit del bloc en qüestió en el **domini de Laplace**. L'anàlisi de circuits en el domini de Laplace és propi de cursos previs i no es tractarà aquí, però sí les conseqüències en termes d'errors dinàmics obtinguts en la mesura.

En primer lloc, parlarem de **sistemes de primer ordre** que presenten una funció de transferència on el denominador és un polinomi de primer ordre en el domini de Laplace. Aquests sistemes són bastant habituals en el camp de la instrumentació electrònica i, en particular, aquells que tenen una resposta de tipus passabaix, que es pot descriure canònicament com:

$$H(s) = \frac{H_0}{1 + \tau s} \quad (9)$$

on H_0 és el guany del bloc en estat estacionari, τ és la constant de temps i s és la variable de Laplace. La freqüència de tall del sistema (és a dir, aquella on la sortida presenta una atenuació de 3 dB respecte al valor obtingut en contínua), es pot expressar com:

$$f_c = \frac{1}{2\pi\tau} \quad (10)$$

Per exemple, en un filtre electrònic passiu de tipus passabaix format per una resistència (R) i un condensador (C), tenim que $\tau = R \cdot C$ i $f_c = 1/(2 \cdot \pi \cdot R \cdot C)$. Un sistema amb una τ petita és preferible des del punt de vista de velocitat, però no quant a soroll i, en conseqüència, quant a variabilitat de les mesures en estat estacionari. Dit d'una altra manera, un valor petit de τ té associat una f_c gran i, per tant, el sistema és més susceptible a soroll i a interferències.

Per altra banda, els **sistemes de segon ordre** presenten una funció de transferència on el denominador és un polinomi de segon ordre en el domini de Laplace. Si la resposta és de tipus passabaix, la funció de transferència canònica és la següent:

$$H(s) = \frac{H_0 \omega_n^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2} \quad (11)$$

on ξ és el coeficient d'esmoreïment que quantifica en quina mesura les oscil·lacions de la sortida decauen temporalment quan el sistema experimenta un canvi a la seva entrada, i ω_n és la freqüència natural no esmoreïda que correspon a la freqüència a què oscil·laria la sortida del sistema si no hi hagués esmoreïment ($\xi = 0$). La freqüència de tall és igual a la freqüència natural únicament si $\xi = 0,707$, que és el que es coneix com una resposta de tipus Butterworth.

5.2. Domini temporal

Les funcions de transferència descrites a l'apartat 5.1 provoquen una determinada resposta temporal de la sortida quan l'entrada està sotmesa a un canvi. En instrumentació electrònica, és habitual estudiar com canvia temporalment la sortida davant d'una entrada de tipus escaló. En un **sistema de primer ordre** caracteritzat per (9), la resposta transitòria de la sortida y davant d'una entrada de tipus escaló s'expressa de la següent manera:

$$y(t) = Y_F (1 - e^{-t/\tau}) \quad (12)$$

Nota

Una atenuació de 3 dB correspon, en escala lineal, a obtenir el 70,7% del valor esperat.

Nota

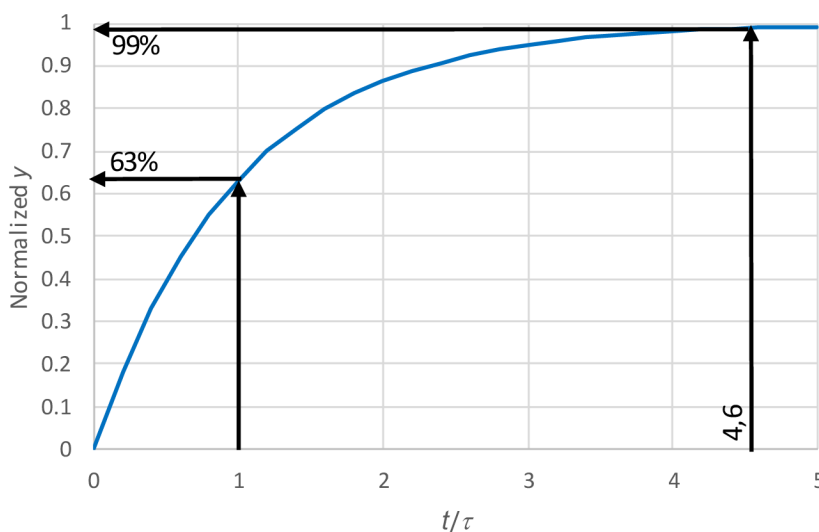
Una resposta de tipus Butterworth és aquella que presenta un comportament màximament pla en la banda freqüencial passant. En un sistema de segon ordre, aquesta resposta correspon al cas en què $\xi = 0,707$.

on Y_F és el valor final de la variable y en estat estacionari. L'evolució temporal de l'expressió (12) està representada a la figura 19.

El temps que passa des de l'aplicació de l'escaló fins que el sistema proporciona una sortida amb un determinat error respecte a Y_F es coneix com el **temps d'establiment** (t_s). Com més petit sigui l'error, més llarg serà el temps d'establiment. Per exemple, si $t_s = \tau$ s'obté un error relatiu respecte a Y_F del 37%, que òbviament és un valor elevat. Per altra banda, si $t_s = 4,6 \tau$ s'obté un error relatiu de l'1%. Aquests valors es poden obtenir matemàticament a partir de l'expressió (12) o gràficament mitjançant la figura 19. La taula 1 mostra quant ha de valer el temps d'establiment en funció de τ , per tal que l'error dinàmic sigui d'un determinat percentatge. Observeu que per tal de disminuir l'error relatiu un factor de 10 cal esperar 2,3 τ més. Per altra banda, la resposta de la figura 19 no presenta sobreoscil·lacions; aquestes són típiques de sistemes amb un ordre superior a u.

Aquest temps transitori per assolir l'estat estacionari amb un determinat error pot ser molt crític en determinades aplicacions com, per exemple, l'airbag d'un cotxe. La sortida de l'acceleròmetre associat a l'airbag ha de tenir un temps transitori molt curt (pocs mil·lisegons), en cas contrari el coixí de l'airbag sortiria després que el conductor impactés sobre el parabrisa en produir-se una col·lisió. Quan aquest transitori (o temps de resposta del sistema) és inferior al temps crític fixat per l'aplicació, es diu que el sistema treballa a **temps real**.

Figura 19. Resposta transitoria d'un sistema de primer ordre passabaix davant d'una entrada de tipus escaló



Taula 1. Relació entre el temps d'establiment i l'error relatiu causat per la resposta dinàmica d'un sistema de primer ordre de tipus passabaix

| Error relatiu (%) | Temps d'establiment |
|-------------------|---------------------|
| 10 | 2,3 τ |
| 1 | 4,6 τ |
| 0,1 | 6,9 τ |
| 0,01 | 9,2 τ |

Exercici 1

Un determinat sistema electrònic alimentat amb bateries realitza una mesura de la concentració de monòxid de carboni cada deu minuts, i s'adorm entre mesura i mesura per tal d'allargar la vida de les bateries. En el moment en què s'activa l'alimentació del sistema per dur a terme la mesura, la tensió de sortida (v_o) del circuit condicionador, que serà posteriorment digitalitzada pel convertidor analògic-digital, evoluciona dinàmicament en el domini del temps de la següent manera:

$$v_o(t) = V_F(1 - e^{-t/\tau}) \quad (13)$$

on V_F és el valor final de tensió i τ és la constant de temps. Trobeu l'expressió algebraica en funció de τ del temps d'establiment per tal que l'error relatiu causat per la resposta dinàmica sigui del 5%. Calculeu el valor numèric d'aquest temps d'establiment si $V_F = 1 \text{ V}$ i $\tau = 10 \text{ ms}$.

Solució

Si es desitja que l'error relatiu sigui del 5%, cal complir el següent:

$$\left| \frac{V_F(1 - e^{-t_s/\tau}) - V_F}{V_F} \right| \cdot 100 = 5\% \quad (14)$$

Aïllant t_s de l'expressió anterior s'obté:

$$e^{-t_s/\tau} = 0,05 \rightarrow -t_s = \tau \ln 0,05 \rightarrow t_s = 3 \tau \quad (15)$$

Donat que $\tau = 10 \text{ ms}$, el temps d'establiment val 30 ms.

Exercici 2

El HEL-705-U-0 és un sensor de temperatura resistiu que es comporta dinàmicament com un sistema de primer ordre amb una constant de temps $\tau = 1$ s. La resistència (R) d'aquest sensor depèn de la temperatura (T , expressada en $^{\circ}\text{C}$) de la següent manera: $R = 1.000 \cdot (1 + 0,004T)$. Es demana:

- a) Representeu, mitjançant un programari tipus Excel, Matlab o similar, l'evolució temporal de la resistència del sensor fins a un temps (t) de 5 segons si a $t = 0$ s'aplica un canvi de temperatura de tipus escaló de 0°C a 50°C .
- b) Determineu gràficament quant val l'increment de resistència a $t = 1,5$ s, i llavors quantifiqueu l'error absolut i relatiu respecte a l'increment de resistència ideal, és a dir, aquell obtingut en estat estacionari.
- c) Trobeu l'expressió algebraica (en funció de τ) del temps d'establiment per tal que l'error relatiu respecte a l'increment de resistència ideal sigui del 0,5%. Calculeu també el valor numèric d'aquest temps d'establiment.
- d) Valoreu si un model de primer ordre de la resposta dinàmica és vàlid si pel cas considerat a l'apartat a s'obtingués una resistència superior a 1.200Ω .

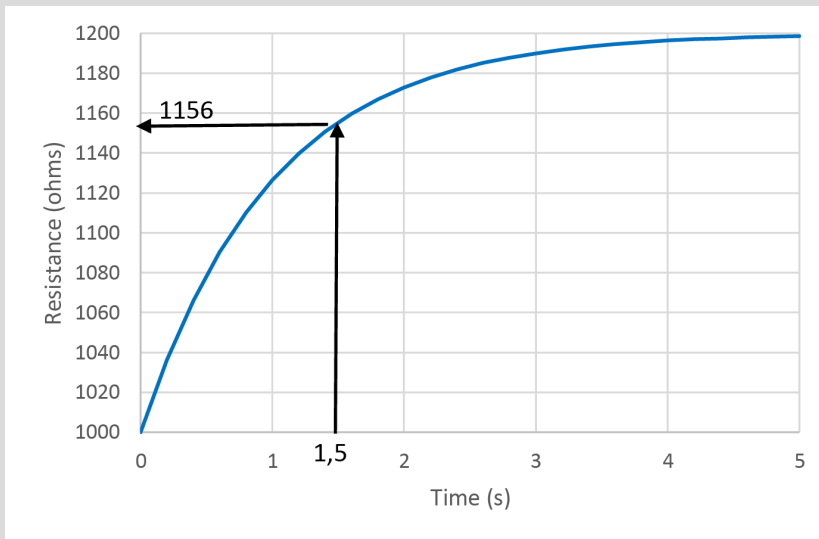
Solució

a) El sensor presenta una resistència $R = 1.000 \cdot (1 + 0,004T)$ i, per tant, en estat estacionari tenim els següents valors: 1.000Ω a 0°C , i 1.200Ω a 50°C . Si a $t = 0$ s'aplica un canvi de temperatura de tipus escaló de 0°C a 50°C , la R evolucionarà temporalment de la següent manera:

$$R(t) = 1.000 + 200 \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \quad (16)$$

on 200Ω és l'increment de resistència «ideal». Gràficament la resposta temporal està representada a la figura 20.

Figura 20. Resposta transitòria del sensor de temperatura quan s'aplica un canvi de temperatura de tipus escaló de 0°C a 50°C



Font: Elaboració pròpia.

b) Segons el gràfic anterior, a $t = 1,5$ s, la R val 1.156Ω , tot obtenint un increment de 156Ω . Per tant, l'error absolut i relatiu respecte l'increment de R ideal val, respectivament:

$$\text{Error absolut: } 156 - 200 = -44 \Omega \quad (17)$$

$$\text{Error relatiu: } |-44| / 200 \cdot 100 = 22 \% \quad (18)$$

c) L'expressió del temps d'establiment per obtenir un error relatiu del 0,5% és la següent:

$$\left| \frac{200(1 - e^{-t_s/\tau}) - 200}{200} \right| \cdot 100 = 0,5\% \rightarrow e^{-t_s/\tau} = 0,005 \rightarrow t_s = 5,3 \tau = 5,3 \text{ s} \quad (19)$$

d) En un model de primer ordre, la R sempre ha de ser inferior o igual a 1.200Ω i, per tant, no hi ha sobreoscil·lacions. Si la R fos superior a 1.200Ω , voldria dir que la seva resposta dinàmica no es pot representar amb un model de primer ordre.

Pel cas d'un **sistema de segon ordre** caracteritzat per (11), la situació que s'observa més habitualment en un sistema real és aquella en què $0 < \xi < 1$ (conegut com a **règim sota-esmorteït**) amb una sortida que presenta

oscil·lacions esmorteïdes abans d'arribar a l'estat estacionari. En aquestes condicions, davant d'una entrada de tipus escaló, el sistema presenta una sortida y amb resposta transitòria que es pot expressar de la següent manera:

$$y(t) = Y_F(1 - C \cdot e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_{ne}t + \theta)) \quad (20)$$

on Y_F és el valor de la variable y en estat estacionari i

$$C = \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (21)$$

$$\omega_{ne} = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (22)$$

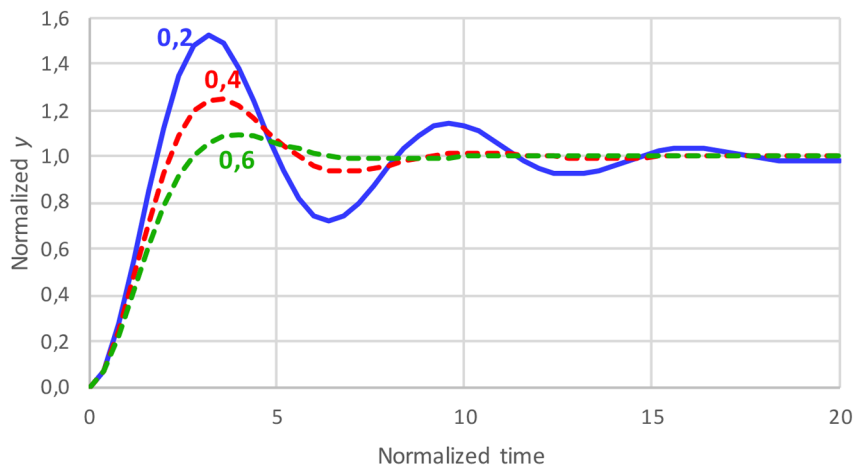
$$\theta = \cos^{-1}\xi \quad (23)$$

on ω_{ne} és coneguda com la freqüència natural esmorteïda. L'evolució temporal de l'expressió (20) està representada a la figura 21 per diferents valors del coeficient d'esmoreïment. Aquesta resposta, a diferència del que ocorre a la figura 19, sí que presenta sobreoscil·lacions que incrementen en disminuir el valor de ξ . La sobreoscil·lació es pot calcular en percentatge de la següent manera:

$$SO(\%) = \frac{y_{\max} - Y_F}{Y_F} \cdot 100 \quad (24)$$

on y_{\max} és el valor màxim de la sortida.

Figura 21. Resposta transitòria d'un sistema de segon ordre sota-esmoreït davant d'una entrada de tipus escaló, per diferents valors del coeficient d'esmoreïment



Font: Elaboració pròpia.

Exercici

Donat el comportament de la figura 21, calculeu la sobreoscil·lació quan $\xi = 0,2$.

Solució

Segons la figura 21, per $\xi = 0,2$, la resposta dinàmica presenta un valor màxim d'1,53. Per tant, donat que el valor final en estat estacionari és 1, la sobreoscil·lació val: $SO = (1,53 - 1)/1 \cdot 100 = 53\%$.

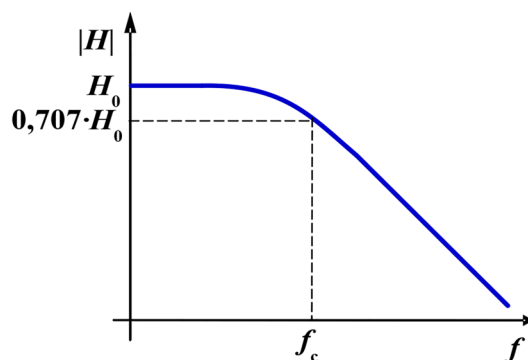
5.3. Domini freqüencial

Inicialment, considerem un **sistema de primer ordre** amb la funció de transferència descrita per l'expressió (9). Assumint que $s = j2\pi f$, on f és la freqüència del senyal sinusoidal aplicat, el mòdul de la resposta en freqüència associat a (9) és el següent:

$$|H(jf)| = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}} \quad (25)$$

que està representat a la figura 22. Aquí, de forma similar al que s'ha indicat després de l'expressió (9), H_0 és el guany del bloc per $f = 0$. A la banda eliminada, és a dir, per $f > f_c$, el sistema presenta una atenuació de -20 dB/dec. Per $f = f_c$, la sortida presenta un 70,7% de H_0 , és a dir, un error relatiu en l'amplitud del senyal de pràcticament un 30% causat per la dinàmica del sistema. Aquest error tan gran no és acceptable en aplicacions d'instrumentació electrònica. Per tant, per tal de disminuir-lo, cal disposar d'una f_c bastant més gran que la freqüència de treball (f). La taula 2 mostra quant ha de valer la relació f_c/f per tal d'obtenir un determinat error relatiu, que pot ser calculat a partir de l'expressió (25).

Figura 22. Resposta en freqüència d'un sistema de primer ordre de tipus passabaix



Taula 2. Correspondència entre la relació f_c/f i l'error relatiu en l'amplitud del senyal causat per la dinàmica d'un sistema de primer ordre de tipus passabaix

| Error relatiu (%) | f_c/f |
|-------------------|---------|
| 10 | 2 |
| 1 | 7 |
| 0,1 | 22 |
| 0,01 | 71 |

Si en lloc de ser de primer ordre, el sistema és de **segon ordre amb una resposta de tipus Butterworth**, el mòdul de la resposta en freqüència associat a (11) es pot expressar com:

$$|H(jf)| = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^4}} \quad (26)$$

amb una atenuació de -40 dB/dec a la banda eliminada. En aquestes condicions, per $f = f_c$, la sortida també presenta un 70,7% de H_0 . Ara bé, la relació f_c/f per tal d'obtenir un determinat error no és tan gran (per ser precisos, és l'arrel quadrada de la relació indicada a la taula 2) com en el cas d'un sistema de primer ordre, tal com es pot observar a la taula 3 i que pot ser deduït a partir de l'expressió (26).

Taula 3. Correspondència entre la relació f_c/f i l'error relatiu en l'amplitud del senyal causat per la dinàmica d'un sistema de segon ordre de tipus passabaix amb una resposta de tipus Butterworth

| Error relatiu (%) | f_c/f |
|-------------------|---------|
| 10 | 1,4 |
| 1 | 2,6 |
| 0,1 | 4,7 |
| 0,01 | 8,4 |

6. Propagació d'errors

En el camp de la instrumentació electrònica sovint es realitzen **mesures indirectes**, és a dir, la magnitud d'interès Y , que està relacionada matemàticament amb altres N magnituds X_i , es determina a partir de la mesura directa de X_i . Per exemple, el valor d'una resistència elèctrica pot ser determinat a partir de les mesures directes de la caiguda de tensió i el corrent que hi circula i aplicant, posteriorment, la llei d'Ohm. Donat que la mesura de les magnituds X_i té associada un error o incertesa (ΔX_i), el valor calculat de Y a partir de X_i també tindrà associat un error o incertesa (ΔY) que dependrà de ΔX_i . A continuació, es presenta com cal fer l'estudi d'aquesta propagació d'errors, aplicant-lo sobretot a **errors sistemàtics estàtics**.

Suposem que la magnitud Y està relacionada funcionalment amb les magnituds X_i de la següent manera:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (27)$$

Per determinar ΔY a partir de ΔX_i cal aplicar la **lleï de propagació d'errors o incerteses**. Aquesta lleï es pot aplicar tot fent una suma tal qual de les diferents contribucions, és a dir:

$$\Delta Y = \sum_{i=1}^N \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \right| \Delta X_i \quad (28)$$

on $\left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \right|$ és el valor absolut de la derivada parcial de f respecte X_i . Però la lleï també es pot aplicar tot fent una suma quadràtica de la següent manera:

$$\Delta Y = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \right|^2 \Delta X_i^2} \quad (29)$$

L'expressió (28) considera el pitjor cas, mentre que l'expressió (29) considera un cas estadísticament més probable, tot fent que el valor de ΔY obtingut a partir de (28) sigui superior a aquell estimat mitjançant l'aplicació de (29). Si fem un paral·lelisme amb el trànsit viari, podríem entendre que l'expressió (28) considera que tots els semàfors que hi ha en un determinat trajecte es troben en color vermell, mentre que l'expressió (29) assumeix que només alguns es troben en vermell i, per tant, la durada del trajecte és menor. Des del punt de

vista d'instrumentació electrònica, es recomana aplicar l'expressió (29) si les mesures de X_i són independents entre elles, per exemple, quan aquestes s'han dut a terme amb instruments diferents.

Exercici

Per determinar el valor d'una resistència elèctrica es mesura la caiguda de tensió (V) i el corrent que hi circula (I). Aquestes mesures proporcionen els següents valors: $V = 1,215 \text{ V} \pm 15 \text{ mV}$ i $I = 1,055 \text{ mA} \pm 25 \text{ } \mu\text{A}$. Calculeu el valor de la resistència i la seva incertesa aplicant la llei de propagació d'incerteses.

Solució

En primer lloc, el valor de la resistència es pot obtenir aplicant directament la llei d'Ohm:

$$R = \frac{V}{I} = 1.152 \text{ } \Omega \quad (30)$$

Per determinar el valor de la incertesa (ΔR) associada a la mesura indirecta d'aquesta resistència, hem de calcular inicialment les derivades parcials:

$$\frac{\partial R}{\partial V} = \frac{1}{I} \quad (31)$$

$$\frac{\partial R}{\partial I} = -\frac{V}{I^2} \quad (32)$$

Si ara apliquem l'expressió (28), el resultat és:

$$\Delta R = \left| \frac{\partial R}{\partial V} \right| \Delta V + \left| \frac{\partial R}{\partial I} \right| \Delta I = \frac{1}{I} \Delta V + \frac{V}{I^2} \Delta I = 42 \text{ } \Omega \quad (33)$$

on $\Delta V = 15 \text{ mV}$ i $\Delta I = 25 \text{ } \mu\text{A}$. En el cas d'aplicar l'expressió (29), el resultat seria el següent:

$$\Delta R = \sqrt{\left| \frac{\partial R}{\partial V} \right|^2 \Delta V^2 + \left| \frac{\partial R}{\partial I} \right|^2 \Delta I^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{I} \right)^2 \Delta V^2 + \left(\frac{V}{I^2} \right)^2 \Delta I^2} = 31 \text{ } \Omega \quad (34)$$

Per tant, el resultat d'aquesta mesura indirecta de resistència s'ha d'expressar com: $R = 1.152 \text{ } \Omega \pm 42 \text{ } \Omega$ (o $\pm 31 \text{ } \Omega$). Si les mesures de tensió i corrent es fan amb aparells diferents (un voltímetre i un amperímetre, respectivament) té més sentit expressar el resultat com: $1.152 \text{ } \Omega \pm 31 \text{ } \Omega$.

La llei de propagació d'errors o incerteses també és vàlida per quantificar els efectes de la tolerància d'uns determinats components electrònics (per exemple, resistències o condensadors) en una determinada expressió que depèn d'aquests components. La tolerància és la incertesa d'un determinat component respecte el seu valor nominal. Per exemple, una resistència elèctrica amb un valor nominal d'1 k Ω pot tenir una tolerància del 10% i, per tant, el seu valor real pot estar comprès entre 900 i 1.100 Ω . En aquest cas, si els diferents components que intervenen en l'expressió provenen de lots de fabricació diferents, es pot aplicar l'expressió (29), ja que es pot assumir que les diferents

fonts d'error són independents. En canvi, si els components són del mateix lot de fabricació (per exemple, dues resistències fabricades consecutivament una darrera l'altra) és preferible aplicar l'expressió (28), atès que no es pot assegurar que les fonts d'error siguin independents. En cas de dubte, us aconsellem que apliqueu l'expressió (28), ja que considera el pitjor cas.

Exercici 1

Dues resistències R_1 i R_2 amb una tolerància del 10% s'interconnecten en sèrie. Si $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ i $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, determineu el valor de la resistència equivalent (R_{eq}) i la seva incertesa (ΔR_{eq}).

Solució

En primer lloc, el valor de la R_{eq} es pot obtenir directament fent la suma, donat que les resistències es troben en sèrie:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 = 2.000 \ \Omega \quad (35)$$

Per determinar el valor de ΔR_{eq} deguda a la tolerància de R_1 i R_2 (ΔR_1 i ΔR_2 , respectivament) hem de calcular inicialment les derivades parcials:

$$\frac{\partial R_{eq}}{\partial R_1} = 1 \quad (36)$$

$$\frac{\partial R_{eq}}{\partial R_2} = 1 \quad (37)$$

Aplicant l'expressió (28), el resultat és el següent:

$$\Delta R_{eq} = \left| \frac{\partial R_{eq}}{\partial R_1} \right| \Delta R_1 + \left| \frac{\partial R_{eq}}{\partial R_2} \right| \Delta R_2 = \Delta R_1 + \Delta R_2 = 200 \ \Omega \quad (38)$$

on $\Delta R_1 = \Delta R_2 = 10\% \cdot 1 \text{ k}\Omega$. Aplicant l'expressió (29), el resultat seria el següent:

$$\Delta R_{eq} = \sqrt{\left| \frac{\partial R_{eq}}{\partial R_1} \right|^2 \Delta R_1^2 + \left| \frac{\partial R_{eq}}{\partial R_2} \right|^2 \Delta R_2^2} = \sqrt{\Delta R_1^2 + \Delta R_2^2} = 141 \ \Omega \quad (39)$$

Per tant, la resistència equivalent cal expressar-la com: $R_{eq} = 2.000 \ \Omega \pm 200 \ \Omega$ (o $\pm 141 \ \Omega$). En funció de si les resistències emprades són del mateix lot de fabricació o no, caldrà usar el resultat de (38) o (39), respectivament. En cas de dubte, és preferible utilitzar el resultat obtingut mitjançant (38).

Segons el resultat obtingut a (38), la resistència equivalent té una incertesa relativa expressada en percentatge, és a dir, $\frac{200}{2000} \cdot 100 = 10\%$ que és igual a la tolerància de les resistències R_1 i R_2 . Matemàticament, això es pot demostrar de la següent manera. En primer lloc, expressem:

$$\Delta R_{eq} = \Delta R_1 + \Delta R_2 \quad (40)$$

A ambdós costats de l'expressió prèvia, dividim entre R_{eq} tot obtenint:

$$\frac{\Delta R_{eq}}{R_{eq}} = \frac{\Delta R_1 + \Delta R_2}{R_{eq}} \quad (41)$$

Donat que $R_1 = R_2$ i $\Delta R_1 = \Delta R_2$, l'expressió (41) es pot reescriure de la següent manera:

$$\frac{\Delta R_{eq}}{R_{eq}} = \frac{2\Delta R_1}{2R_1} = \frac{\Delta R_1}{R_1} \quad (42)$$

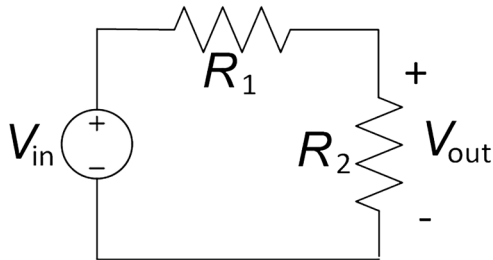
que reafirma la hipòtesi de partida.

Exercici 2

Donat el circuit de la figura 23, es demana:

- Trobeu l'expressió algebraica de V_{out} en funció de les altres variables del circuit.
- Aplicant la llei de propagació d'incerteses (suma no quadràtica), determineu l'expressió algebraica de la incertesa de V_{out} deguda a la tolerància de R_1 i R_2 ; en altres paraules: cal expressar ΔV_{out} en funció de ΔR_1 i ΔR_2 .
- Ídem b però aplicant la suma quadràtica en la llei de propagació d'incerteses.
- Si $V_{in} = 10 \text{ V}$ i $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ amb una tolerància del 10%, trobeu la incertesa (expressada en valor absolut i relatiu) de V_{out} pels casos analitzats als apartats b i c.

Figura 23. Circuit a analitzar tot aplicant la llei de propagació d'incerteses



Font: Elaboració pròpia.

Solució

a) És un divisor de tensió i, per tant, la tensió de sortida val:

$$V_{\text{out}} = V_{\text{in}} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (43)$$

b) La incertesa de V_{out} aplicant la llei de propagació d'incerteses val:

$$\begin{aligned} \Delta V_{\text{out}} &= \left| \frac{\partial V_{\text{out}}}{\partial R_1} \right| \Delta R_1 + \left| \frac{\partial V_{\text{out}}}{\partial R_2} \right| \Delta R_2 = \frac{V_{\text{in}} R_2}{(R_1 + R_2)^2} \Delta R_1 + \frac{V_{\text{in}} R_1}{(R_1 + R_2)^2} \Delta R_2 = \\ &= \frac{V_{\text{in}}}{(R_1 + R_2)^2} (R_2 \Delta R_1 + R_1 \Delta R_2) \end{aligned} \quad (44)$$

c) Aplicant ara la suma quadràtica, la incertesa val:

$$\begin{aligned} \Delta V_{\text{out}} &= \sqrt{\left| \frac{\partial V_{\text{out}}}{\partial R_1} \right|^2 \Delta R_1^2 + \left| \frac{\partial V_{\text{out}}}{\partial R_2} \right|^2 \Delta R_2^2} = \sqrt{\frac{(V_{\text{in}} R_2)^2}{(R_1 + R_2)^4} \Delta R_1^2 + \frac{(V_{\text{in}} R_1)^2}{(R_1 + R_2)^4} \Delta R_2^2} \\ &= \frac{V_{\text{in}}}{(R_1 + R_2)^2} \sqrt{(R_2 \Delta R_1)^2 + (R_1 \Delta R_2)^2} \end{aligned} \quad (45)$$

d) De l'apartat b, obtenim els següents errors:

$$\begin{aligned} \text{Error absolut: } \Delta V_{\text{out}} &= 0,5\text{V} \\ \text{Error relatiu: } \Delta V_{\text{out}} / V_{\text{out}} \cdot 100 &= 10\% \end{aligned} \quad (46)$$

Mentre que de l'apartat c:

$$\begin{aligned} \text{Error absolut: } \Delta V_{\text{out}} &= 0,35\text{V} \\ \text{Error relatiu: } \Delta V_{\text{out}} / V_{\text{out}} \cdot 100 &= 7\% \end{aligned} \quad (47)$$

Resum

En aquest mòdul ens hem centrat en la descripció d'un sistema d'instrumentació electrònica. En primer lloc, hem vist i explicat la funcionalitat dels diferents blocs que formen part d'un sistema electrònic de mesura i de control. A continuació, hem parlat dels diferents tipus de senyals i variables que intervenen al llarg de la cadena de mesura. Després, hem definit els conceptes d'errors, i que aquests poden tenir un origen estàtic o dinàmic. Finalment, hem explicat i aplicat la llei de propagació d'errors.

Bibliografia

ISO (1993). *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*. Gènova: International Organization for Standardization.

Meijer, G. C. M. (2008). *Smart sensor systems*. Chichester: John Wiley and Sons.

Pallàs Areny, R. (2003). *Sensores y acondicionadores de señal*. Barcelona: Marcombo.

Pallàs Areny, R. (2006). *Instrumentos electrónicos básicos*. Barcelona: Marcombo.

Pérez García, M. A.; Álvarez Antón, J. C.; Campo Rodríguez, J. C., i altres (2004). *Instrumentación electrónica*. Madrid: Thomson.

Reverter, F. (2018). «Interfacing sensors to microcontrollers: A direct approach». A: A. Luque; S. Nihitjanov. *Smart sensors and MEMS*. Duxford: Woodhead Publishing.

Reverter, F.; Pallàs Areny, R. (2008). *Circuitos de interfaz directa sensor-microcontrolador*. Barcelona: Marcombo.

Salgado, M. E.; Yuz, J. I.; Rojas, R. A. (2005). *Análisis de sistemas lineales*. Madrid: Pearson-Prentice Hall.

