Microeconomia

Pau Cortadas Guasch
Néstor Duch Brown
Anna Merino Castelló
Martí Oliva Furés
Joaquim Silvestre i Benach

PID_00159662

Material docent de la UOC

Universitat Oberta de Catalunya
www.uoc.edu

Pau Cortadas Guasch

Llicenciat en Ciències Econòmiques per la Universitat de Barcelona i màster en Societat del coneixement. Professor de Teoria econòmica als Estudis d'Economia i Empresa. Interessos de recerca: economia del treball en l'era de les TIC.

Néstor Duch Brown

Llicenciat en Ciències Econòmiques per la Universitat Autònoma Metropolitana de Mèxic. Professor d'Economia aplicada a la Universitat de Barcelona. Àrees de recerca: economia industrial i geografia econòmica.

Anna Merino Castelló

Llicenciada i doctora en Economia per la Universitat Pompeu Fabra de Barcelona. Responsable d'estudis i anàlisis de mercats de l'Autoritat Catalana de la Competència de la Generalitat de Catalunya. En l'àmbit docent ha impartit classes de microeconomia, organització industrial i regulació i competència.

Martí Oliva Furés

Doctor en Ciències Econòmiques. Catedràtic d'universitat de Fonaments de l'anàlisi econòmica al Departament d'Economia de la Universitat Rovira i Virgili. Àmbits de recerca: economia de la informació i economia industrial.

Joaquim Silvestre i Benach

Professor d'Economia de la Universitat de Califòrnia a Davis. Va ser professor a la Universitat Autònoma de Barcelona. Treballa en temes de microeconomia, economia pública, canvi climàtic i economia experimental. És *fellow* de l'Econometric Society i ha estat guardonat amb el premi Narcís Monturiol al mèrit científic.

L'encàrrec i la creació d'aquest material docent han estat coordinats pel professor: Pau Cortadas Guasch (2011).

Primera edició: setembre 2011

Av. Tibidabo, 39-43, 08035 Barcelona
Disseny: Manel Andreu
Material realitzat per Eureca Media, SL
Dipòsit legal: B-19.864-2011

Introducció

Hem treballat la microeconomia des de tres punts de vista i ho hem separat per blocs més o menys equivalents. En el primer, parlem sobre el consumidor i consta de quatre mòduls que presenten les diferents preses de decisió segons els diferents condicionants. En el segon bloc parlem de l'empresa, hi tractem temes de competència i introduïm els efectes de la globalitat en la microeconomia. Abordarem aquests temes en tres mòduls força independents entre si. Finalment, els darrers dos mòduls se centren en les condicions del mercat i, per tant, el bloc està dedicat a l'intercanvi. A continuació, detallem el contingut d'aquest bloc i també hi introduïm les eines necessàries per resoldre les dificultats matemàtiques i metodològiques que us podeu trobar.

L'objectiu principal del bloc *Consumidors*, que inclou els mòduls "Les preferències del consumidor", "Les decisions de comprar", "Les decisions de comprar i vendre" i "Les decisions sota condicions d'incertesa" és aplicar la noció de racionalitat individual a un seguit de decisions de caràcter econòmic que el consumidor, entès com una persona o família, ha de prendre en societats que disposen de mercats desenvolupats. Ens centrem en l'**anàlisi positiva**: l'objectiu és entendre i explicar les decisions del consumidor.

La microeconomia positiva veu el funcionament del sistema econòmic com la interacció, sota formes diferents, i en àmbits diversos, d'agents econòmics racionals. La racionalitat del consumidor s'expressa de manera precisa en termes de la maximització de les preferències, o de la utilitat, subjecta al conjunt assolible. Aquest conjunt està en part determinat per les condicions que el consumidor afronta en els mercats de béns de consum, de treball, d'assegurances o financers.

Les decisions del consumidor sovint es refereixen a un futur que pot comportar elements d'incertesa. Però és útil separar la discussió en dues parts.

1) Primer, fem abstracció de la possible incertesa i estudiem decisions de comprar, de treballar, d'estalviar i de manllevar, sota la hipòtesi que el futur es pot preveure amb certesa.

2) Segon, adoptem el punt de vista que el futur és incert, i el consumidor ha de prendre decisions abans de saber com es resoldrà la incertesa. Ens centrem en les decisions d'assegurar-se contra riscos de pèrdues monetàries, o d'invertir en actius financers que comporten risc.

L'anàlisi presenta una elegant unitat conceptual. El model abstracte que formula les decisions de comprar i vendre, representat per la metàfora de les pomes i les taronges, es pot interpretar de maneres força diferents. Si variem la interpretació de quins són el béns comprats o venuts, el podem aplicar a les decisions següents:

- compra i venda de béns de consum
- treball
- estalvi i endeutament
- assegurança i inversions

Aquesta unitat teòrica permet aplicar idees desenvolupades en l'anàlisi d'algunes d'aquestes decisions a contextos conceptualment allunyats de l'original.

En el text principal utilitzem notació matemàtica simbòlica, juntament amb gràfics i alguns exemples numèrics. Ens referirem sovint a nocions que s'han estudiat en el càlcul diferencial, concretament:

- a **funcions d'una variable**, de la forma $f(x)$, a la seva (primera) **derivada**, denotada $f'(x)$ o $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$, i a la seva **segona derivada**, denotada $f''(x)$;
- a la representació gràfica d'una funció d'una variable com una corba (o línia recta) en el pla cartesià, on sovint situarem els valors de la variable independent, x, a l'eix de les abscisses, i els valors $y = f(x)$ de la funció, o de la variable dependent, a l'eix de les ordenades;
- a la interpretació del valor $f'(x)$ de la derivada de la funció com a pendent gràfic de la corba que representa la funció;
- al concepte de funció (d'una variable) **estrictament còncava**, la segona derivada de la qual és sempre negativa;
- a funcions de **dues variables**, de la forma $f(x_1, x_2)$, i a les seves **derivades parcials**, denotades $\frac{\partial f}{\partial x_1}$ i $\frac{\partial f}{\partial x_2}$.
- a la **diferenciació implícita**, segons la qual si l'equació "$f(x_1, x_2)$ = constant" defineix x_2 com a funció de x_1, llavors $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x_1}}{\frac{\partial f}{\partial x_2}}$, si és que $\frac{\partial f}{\partial x_2} \neq 0$;
- a **funcions de tres variables**, concretament a funcions de demanda de la forma $x(p_1, p_2, m)$, en què la quantitat x d'un bé que el consumidor demana depèn dels preus p_1 i p_2 dels dos béns i de la riquesa m del consumidor; també aquí ens referirem a les derivades parcials $\frac{\partial x}{\partial p_1}$, $\frac{\partial x}{\partial p_2}$ i $\frac{\partial x}{\partial m}$ i a la seva interpretació gràfica.

El bloc *Competència i microeconomia global* gira entorn de la competència i les empreses, i té tres parts diferenciades, els mòduls "Oligopoli i estratègies", "Defensa i promoció de la competència" i "Microeconomia global".

El mòdul "Oligopoli i estratègies" fa referència a les estructures de mercat i la seva vinculació amb la presa de decisions. No ens pararem a estudiar estructures ja vistes en materials introductoris com el monopoli o la competència perfecta, i ens centrarem en una estructura força comuna en la nostra realitat econòmica: els oligopolis; en la darrera part del mòdul veurem la seva capacitat per a col·ludir en la part central, per mitjà de la teoria de jocs, parant atenció en els diferents escenaris que es poden trobar les empreses a l'hora de prendre decisions.

En el mòdul "Defensa i promoció de la competència" recuperarem molts d'aquests conceptes i els analitzarem des de l'òptica de la política de competència.

El primer apartat explica la política de competència com a instrument de la política econòmica dels governs en el sentit que contribueix a un bon funcionament dels mercats, a una millora de la competitivitat general de l'economia i a la defensa de l'interès general.

El segon apartat descriu els elements necessaris per a tenir un bon sistema de defensa de la competència, des de les institucions que apliquen les normes als principis substantius que donen les pautes per a valorar quines conductes de les empreses s'han de considerar prohibides i quines es poden autoritzar.

El tercer apartat fa una exposició dels principals fonaments microeconòmics que s'apliquen a la política de la competència. De fet, l'estructura que presenta l'oferta i la demanda d'un mercat influeix de manera determinant en el seu funcionament i també en els seus resultats d'equilibri (preu, quantitat, qualitat...) i, conseqüentment, en el grau d'intensitat competitiva que s'estableix entre els agents econòmics que hi operen.

Finalment, el quart apartat identifica quines són les conductes empresarials que poden ser contràries a la normativa de competència: els acords col·lusoris, l'abús de posició de domini i els actes de competència deslleial que falsegin la competència.

El tercer mòdul del bloc "Microeconomia global" pretén trencar les fronteres nacionals de la microeconomia, buscant una visió global. Veurem la globalitat geogràfica representada per mitjà de l'internacionalisme i les relacions comercials entre països i indústries, què fa que hi hagi especialització i intercanvi de béns i serveis a escala mundial i les diferents polítiques comercials.

Vista la globalització geogràfica, ja llargament estudiada, passarem a estudiar la tecnològica, és a dir, com ha afectat la incorporació de les noves tecnologies a la indústria, i com ha provocat la reestructuració empresarial i ha canviat les vies de comunicació tant entre empreses com a dins seu. Acabarem veient com també hi ha hagut especialització territorial, i posarem exemples de diferents àrees industrials segons els recursos que oferien les diferents zones.

Per últim, el bloc *Intercanvi* tracta del equilibri general i el benestar i del béns públics i externalitats.

L'equilibri general competitiu analitza una economia en la qual tots els mercats són competitius. Tot i constituir una representació idealitzada de la realitat, és la base dels models d'equilibri general aplicat, que repliquen les condicions de l'economia real i en permeten predir la resposta quan canvien algunes dades. Des de l'òptica del benestar social, com demostra el primer teorema fonamental de l'economia del benestar, una economia competitiva genera una assignació eficient dels béns i recursos. El criteri d'eficiència emprat és l'usual en economia, proposat per Wilfredo Pareto: una situació és òptima o eficient en el sentit de Pareto si no es pot augmentar el benestar d'un individu sense, a canvi, baixar el d'algun altre. Aquest criteri general es tradueix en un seguit de condicions, que compleix el sistema de mercats competitius com a mecanisme per a assignar béns.

Les condicions d'eficiència per aplicar són unes altres en presència de béns públics i externalitats, ja que tots dos, a diferencia dels béns privats, afecten diversos individus alhora, i el sistema de mercats no les verifica. Béns públics i externalitats són fallides de mercat. Un bé públic és consumit per tots els individus alhora, per la qual cosa els individus no tenen incentius per pagar per a la seva provisió i el mercat origina un subministrament inferior a l'òptim. Les externalitats són mercaderies, com ara la pol·lució, per les quals no hi ha mercats privats establerts. Aleshores, aconseguir una assignació de recursos eficient davant de béns públics i externalitats precisa regulació, la intervenció del sector públic.

A continuació es fa una breu revisió de conceptes matemàtics bàsics que s'usen en els mòduls "Equilibri general i benestar" i "Béns públics i externalitats".

Notació. Alguns dels símbols, amb els seus significats, usats en aquests dos mòduls, són els següents:

- $\neq$ desigual
- $\equiv$ idènticament igual
- $\approx$ aproximadament igual
- $\in$ pertany a, o és un element de
- $\forall$ per a tot
- $\exists$ existeix
- $\Re^n$ el conjunt de vectors de n dimensions amb components que són nombres reals (o espai euclidià n-dimensional). Els vectors s'escriuen en negreta, $\mathbf{x} \in \Re^n$, però $x \in \Re$, de manera que x és un nombre real.
- $\Re^n_+$ el conjunt de vectors de n dimensions amb components que són nombres reals no negatius, $\Re^n_+ = \{\mathbf{x} \in \Re^n \mid x_i \geq 0, i = 1, 2, \ldots n\}$
- $\Re^n_{++}$ el conjunt de vectors de n dimensions amb components que són nombres reals positius, $\Re^n_{++} = \{\mathbf{x} \in \Re^n \mid x_i \geq 0, i = 1, 2, \ldots n\}$

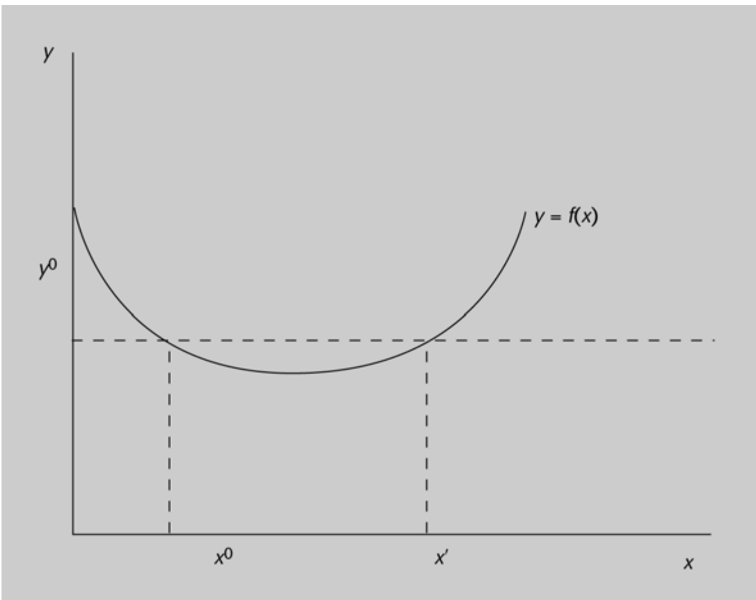
Càlcul

- **Funcions**. Una funció f de Q (el domini de la funció) a S, que es denota per $f: Q \rightarrow S$, és una regla per a assignar un únic valor de S a cada valor de Q. Per exemple, Q pot ser el conjunt d'habitants d'un bloc de pisos i S el conjunt de noms: cada individu té assignat un nom (però un element de *S* pot estar assignat a un o a diversos elements de *Q* o a cap: 3 persones del bloc es poden dir Joan, per exemple). El conjunt d'elements de *S* assignats, almenys, a un element de *Q*, és el rang o recorregut de la funció (el conjunt de noms que tenen els habitants del bloc). En economia, domini i recorregut són, en general, nombres reals. La funció $f: \Re_+ \rightarrow \Re$ es representa per $u = f(x)$, en què x, la variable independent, expressa els elements de $\Re_+$ (és a dir, *Q*) i u, la variable dependent, mostra els elements de $\Re$ (és a dir, *S*).

- **Paràmetres**. En les funcions, els paràmetres són constants que poden prendre qualsevol valor. Per exemple, en la funció $y = ax°$, $a > 0$, $b > 0$, a i b són paràmetres que poden adoptar qualsevol valor positiu. Si $a = 2$, i $b = 3$, la funció és $y = 2x^3$. Es diu que y és funció lineal de x si té una representació gràfica que és una línia recta, $y = a + bx$, $a > 0$, $b > 0$, expressió en la qual els paràmetres positius, a i b són, respectivament, l'ordenada a l'origen i el pendent de la funció.

- **Funció inversa**. Donada la funció $y = f(x)$, la seva funció inversa assigna un valor de x per a cada valor de y, $x = f^{-1}(y) = g(y)$. Així, si $y = 2x$ tenim que $x = y/2$. Sovint les inverses de moltes funcions són correspondències, ja que, en molts casos, la inversa defineix més d'un valor de x per a cada valor de y. Per exemple, per a $y = x^2$ la inversa no és una funció, ja que hi ha dos valors de x per a cada valor de y, $x = \pm\sqrt[2]{y}$.

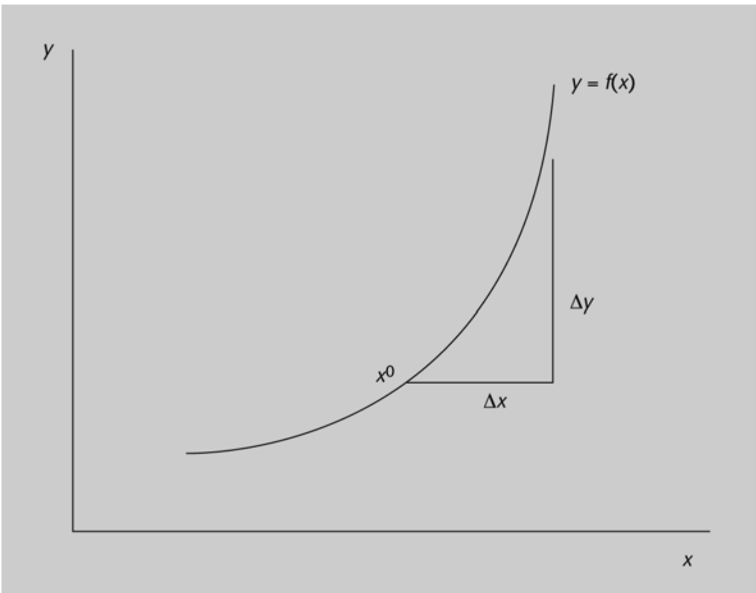
  El domini de la funció exponencial, $y = e^x$, són tots els nombres, positius i negatius, però el rang és el conjunt de nombres estrictament positius. El domini de la funció logaritme neperià, $x = \ln y$, són nombres estrictament positius i el rang són tots els nombres. La funció exponencial i la funció logaritme són inverses. Aplicant la funció logaritme a $y = e^x$ tenim $\ln y = \ln e^x = x$. Aplicant la funció exponencial a $x = \ln y$ tenim $e^x = e^{\ln y} = y$.



En el gràfic precedent $y = f(x)$ és una funció, ja que cada valor de x té assignat un únic valor de y. Però la inversa no és una funció sinó una correspondència: a y^0 corresponen dos valors de x.

- **Continuïtat**. La continuïtat és una propietat important de les funcions i de les seves inverses. Una funció f és contínua si la seva gràfica es pot dibuixar sense aixecar el llapis del paper. Més formalment, la funció f és contínua en x^0 si f està definida en a i $f(x) \to f(x^0)$ quan $x \to x^0$. Si f és contínua en cada punt del seu domini, aleshores f és contínua.

- **Derivades**. La derivada de la funció $y = f(x)$ en un punt x^0 mostra el ritme o taxa de variació de $f(x)$ quan canvia x en aquest punt, x^0. Gràficament, és el pendent (la línia tangent) de la funció $f(x)$ en el punt $(x^0,\ f(x^0))$: $\dfrac{\mathrm{d}f\left(x^0\right)}{\mathrm{d}x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}\bigg|_{x^0}$.



Si existeix la derivada de f per a cada valor de x, aleshores la derivada és una funció de x, en assignar un valor $f'(x)$ a cada x. Les notacions habituals per a la derivada de $y = f(x)$ són $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$, y', $f'(x)$. En el models les funcions s'acostumen a suposar contínues i diferenciables (derivables), almenys, dues vegades.

- **Regles de diferenciació bàsiques**

– $y = a$, amb a constant, aleshores $y' = 0$.
– $y = x^a$, si a és un paràmetre, aleshores $y' = ax^{a-1}$. Així, de $y = x^2$ tenim $y' = 2x$.
– $y = \mathrm{e}^x$, aleshores $y' = \mathrm{e}^x$.
– $y = \ln x$, aleshores $y' = 1/x$.
– $y = f(x) + g(x)$, aleshores $y' = f'(x) + g'(x)$ derivada d'una suma de funcions.
– $y = f(x)\, g(x)$, aleshores $y' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ derivada d'un producte de funcions.

– $y = f(x)/g(x)$, aleshores $y' = [f'(x)g(x) - f(x)g'(x)]/[g(x)]^2$ derivada d'un quocient.
– $z = g(y)$ i $y = f(x)$, aleshores amb composició de funcions la derivada és $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = g'(y)f'(x)$.

  Per exemple, per a la funció e^{rt}, si r és un paràmetre i t una variable, definint $rt = y$, a partir de la regla de la cadena, tenim que $\frac{\mathrm{d}e^{rt}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}e^{y}}{\mathrm{d}y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = e^{rt}r$.

- **Derivades segones**. La derivada segona de la funció $y = f(x)$ en el punt x^0 mostra el ritme de variació de la derivada primera en el punt x^0. Si existeix, és una altra funció de x i es denota per y'', $f''(x)$ i $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

- **Funcions de diverses variables**. El consumidor adquireix diferents productes que li generen utilitat. L'empresa usa diversos factors per a produir béns. Una funció de dues variables independents pren la forma:

$$z = f(x, y)$$

- **Derivades parcials**. Donada una funció de diverses variables, la derivada parcial de z respecte a x en el punt (x^0, y^0) és la derivada de z respecte a x en (x^0, y^0), mantenint y constant, $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{x^0,\, y^0} = \frac{\partial f\left(x^0,\, y^0\right)}{\partial x}$.

  Anàlogament, la derivada parcial de z respecte a y en el punt (x^0, y^0) és la derivada de z respecte y en (x^0, y^0), mantenint x constant, $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{x^0,\, y^0} = \frac{\partial f\left(x^0,\, y^0\right)}{\partial y}$.

  Per exemple, donada la funció $u = xy$, tenim que, en el punt genèric (x, y), $\frac{\partial u}{\partial y} = x$, i, d'altra banda, $\frac{\partial u}{\partial x} = y$.

- **Derivades totals**. Si $z = f(x, y)$ i $y = g(x)$, és a dir, z és funció de x i de y, i aquesta última variable, al seu torn, és també funció de x, la derivada total de z respecte a x capta els efectes directes i indirectes (a través de y) quan x varia:

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$$

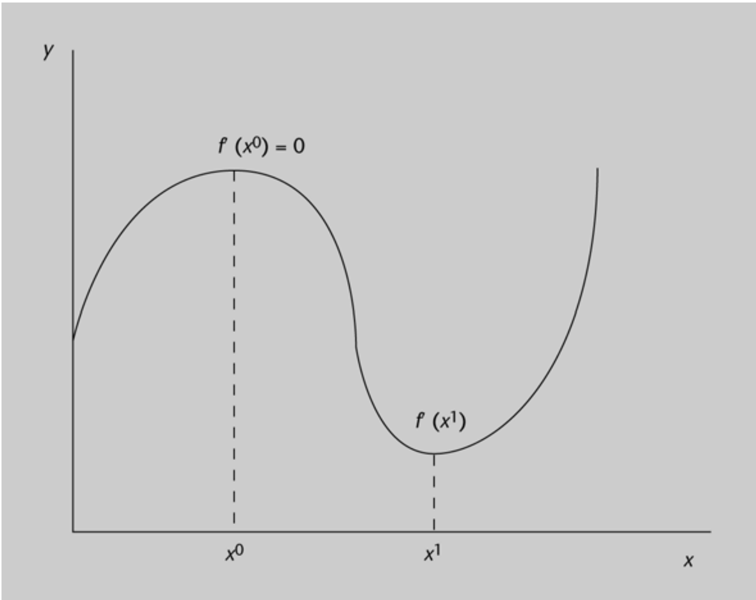
  Per exemple, si $z = xy$, i $y = 2x$ tenim que en el punt genèric x:

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = y + x2 = 4x$$

Optimització

- **Optimització no restringida**. Donada una funció $y = f(x)$, la primera derivada en x^0 dóna informació de l'aspecte general de la funció en aquest punt. Si $f'(x^0) \neq 0$, aleshores, $f'(x^0) > 0$ i la funció és creixent, o $f'(x^0) < 0$ i la funció és decreixent en x^0.

Si $f'(x^0) = 0$ i $f''(x^0) < 0$, aleshores la funció y és estrictament còncava i obté un màxim local (en sentit estricte; seria en sentit feble si $f''(x^0) \leq 0$) en el punt x^0, ja que, a partir d'aquest punt, com informa la segona derivada, el pendent de la funció baixa.



Si $f'(x^1) = 0$ i $f''(x^1) > 0$, aleshores la funció y és estrictament convexa i obté un mínim local (en sentit estricte; seria en sentit feble si $f''(x^1) \geq 0$) en el punt x^1, ja que, a partir d'aquest punt, com mostra la segona derivada, el pendent de la funció puja.

Per a trobar el màxim global s'ha de comparar el valor de la funció amb tots els màxims locals i també amb els límits del domini. Anàlogament per al mínim global. Si la funció y és estrictament còncava en tot el domini, és a dir, la segona derivada de la funció y és sempre negativa, $f''(x) < 0$, $\forall x$, aleshores la funció obté un màxim global en x^0 si $f'(x^0) = 0$. Si la funció y és estrictament convexa en tot el domini, de manera que la segona derivada és sempre positiva, $f''(x) > 0$, $\forall x$, aleshores la funció obté un mínim global en x^1 si $f'(x^1) = 0$.

- **Optimització restringida**. En economia els problemes d'optimització típicament incorporen restriccions. En el cas de funcions d'una variable, una restricció habitual és que el valor de la variable no pot ser negatiu:

$$\max_{x}.\; y = f(x) \qquad \text{subjecte a } x \geq 0$$

Si la funció y és estrictament còncava i obté un màxim en $x^0 < 0$, aquest incompleix la restricció. Un cop es té en compte, el màxim s'aconsegueix a $x^* = 0$. Es tracta d'un òptim de cantonada. D'altra banda, si el màxim global s'obté per a un valor de x positiu, $x^0 > 0$, aleshores la restricció no és limitativa, és irrellevant.

Per a resoldre els problemes d'optimització amb dues variables podem partir del que hem vist en cas d'una variable. Per exemple, considerem el problema:

$$\max_{x}. \; u = f(x, y) = xy$$

subjecte a $x + y = 0$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ en què $b > 0$ és una constant paramètrica

Una manera d'abordar aquest problema és substituir la primera restricció en la funció objectiu, de manera que el problema té ara només una variable independent:

$$u = f(x, y) = x(b - x) = bx - x^2$$

Es tracta d'una funció quadràtica i, per tant, estrictament còncava en x, $f''(x) = -2 < 0$, que obté un màxim global en x^0, que compleix $f'(x^0) = b - 2x = 0$. És a dir, $x^0 = b/2$.

Substituint el valor òptim de x en la restricció, s'aconsegueix el valor òptim de y, que és $y^0 = b/2$.

En conseqüència, el valor de la funció en l'òptim val: $u = x^0 y^0 = \dfrac{b^2}{4}$. L'òptim és interior, $x^0 = y^0 = b/2 > 0$, de manera que les restriccions de no-negativitat no són limitatives.

Una manera alternativa de resoldre aquest problema, convenient quan es compliquen la funció objectiu o les restriccions, parteix de l'anàlisi gràfica del problema en l'espai de les variables independents, el quadrant positiu $\Re_+^2 = \{(x, y) \in \Re^n \,|\, x, y \geq 0\}$.

En aquest quadrant, la restricció $x + b = b$ defineix una recta de pendent -1. Si $x = 0$, $y = b$ és l'ordenada a l'origen; s i $y = 0$, $x = b$ és l'abscissa a l'origen. Això confirma el valor del pendent:

$$\left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_b = -1$$

En aquest quadrant la funció objectiu es pot representar gràficament per un conjunt de superfícies de nivell, cada una associada a un valor diferent de la variable dependent u. És a dir, per a $u = u^0$ la funció objectiu mostra tots els parells (x, y) que, d'acord amb la funció $f(x, y) = xy$, multiplicats, donen u^0 (que és constant):

$$u^0 = f(x, y) = xy$$

Cada corba de nivell defineix una funció implícita de y respecte a x que manté constant el valor de u, $y = y(x, u^0)$. És a dir, per al cas general, $f(x, y)$:

$$u^0 = f(x, y(x, u^0))$$

La forma d'una corba de nivell s'obté diferenciant la funció precedent respecte a x, tenint en compte que u^0 és constant:

$$0 = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$$

Aïllant, es troba que el pendent de la superfície de nivell iguala el quocient de derivades parcials per a –1:

$$\left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{u^0} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$$

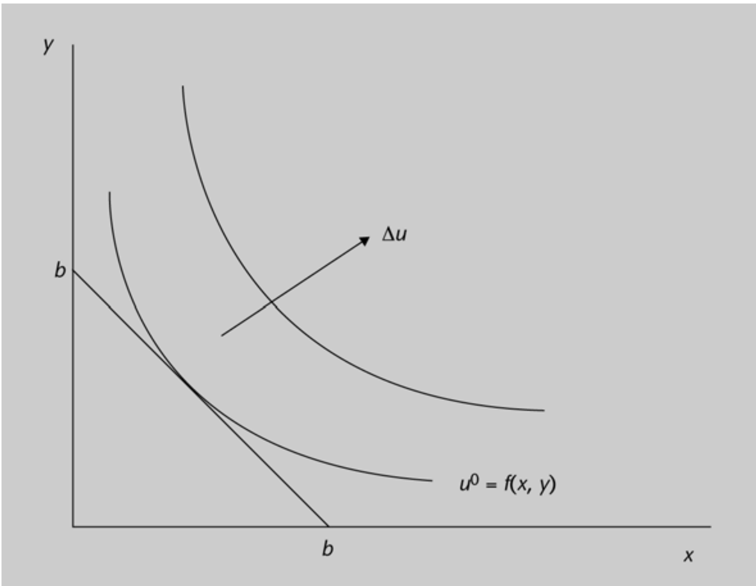
Per al cas particular de la funció $u = f(x, y) = xy$ el pendent de la corba de nivell és negatiu: $\left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{u^0} = -\frac{y}{x} < 0$ per a $x, y > 0$.

Tornant a derivar $\left.\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{u^0} = -\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}x^{-1} - yx^{-2}\right) = +\,2yx^{-2} > 0$ per a $x, y > 0$,

de manera que la superfície de nivell és una corba convexa.

Els resultats coincideixen amb els que s'obtenen explicitant la funció: $y = y(x, u^0) = u^0x^{-1}$ i prenent derivades respecte a x. Tenim $y' = u^0x^{-2}$, $y'' = 2u^0x^{-3}$. Substituint, $u^0 = xy$, s'obtenen les mateixes expressions que abans per al pendent i el grau de convexitat, $y' = -yx^{-1}$, $y'' = 2yx^{-2}$.

L'expressió del pendent $y'' = -yx^{-1}$ posa de relleu que les superfícies de nivell no toquen mai els eixos: quan x tendeix a infinit el pendent tendeix a 0; quan x tendeix a 0 el pendent tendeix a infinit.



La funció objectiu $u = f(x, y) = xy$ és creixent en totes dues variables: les superfícies de nivell més allunyades de l'origen estan associades a valors més alts de la funció objectiu. Aleshores el problema es pot expressar de manera gràfica com aconseguir el parell (x, y) sobre la restricció i sobre la superfície de nivell més lluny de l'origen. Com que les superfícies de nivell no toquen els eixos en l'òptim, seran tangents la superfície de nivell més allunyada i la restricció.

En conseqüència les condicions de primer ordre que caracteritzen la solució del problema d'optimització presentat són:

– Tangència de la superfície de nivell més allunyada i la restricció, en l'òptim s'igualen els pendents: $\frac{\partial f / \partial x}{\partial f / \partial y} = 1 \leftrightarrow y = x$.

– La solució ha de verificar la restricció: $x + y = b$.

La convexitat de les superfícies de nivell garanteix les condicions de segon ordre per a un màxim. Noteu que si fossin còncaves el punt de tangència seria un mínim de la funció.

Resolent el parell de dues equacions amb dues incògnites, s'obté, com amb el primer procediment, $x^0 = y^0 = b/2$.

Per a una altra funció objectiu, les superfícies de nivell poden tocar els eixos i l'òptim pot ser de cantonada. L'òptim es caracteritza en aquest cas per les condicions:

– $\frac{\partial f / \partial x}{\partial f / \partial y} \leq 1$ en valor absolut, el pendent de la superfície de nivell no pot superar el de la restricció o, alternativament, per $\frac{\partial f / \partial x}{\partial f / \partial y} \geq 1$ en valor absolut, el pendent de la superfície de nivell supera el de la restricció.
– La solució ha de verificar la restricció: $x + y = b$.

Si la solució està determinada per les condicions 1 i 2 la solució està en l'eix d'ordenades i, per tant, $x^0 = 0$, $y^0 = b$.

Si la solució està determinada per les condicions 1′ i 2 la solució està en l'eix d'abscisses i, per tant, $x^0 = b$, $y^0 = 0$.

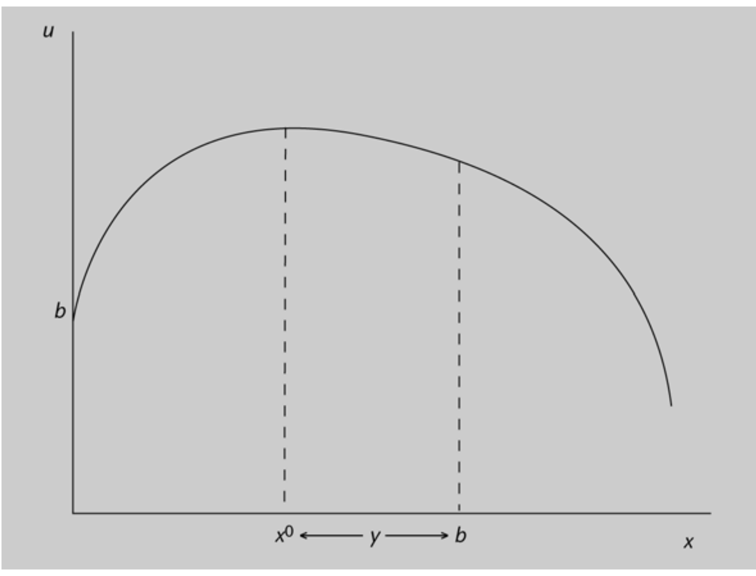
Per exemple, considerem la funció objectiu $u = x^{1/2} + y$. Substituint la restricció $x + y = b$, la nova funció objectiu depèn només d'una variable:

$$u = x^{1/2} - x + b$$

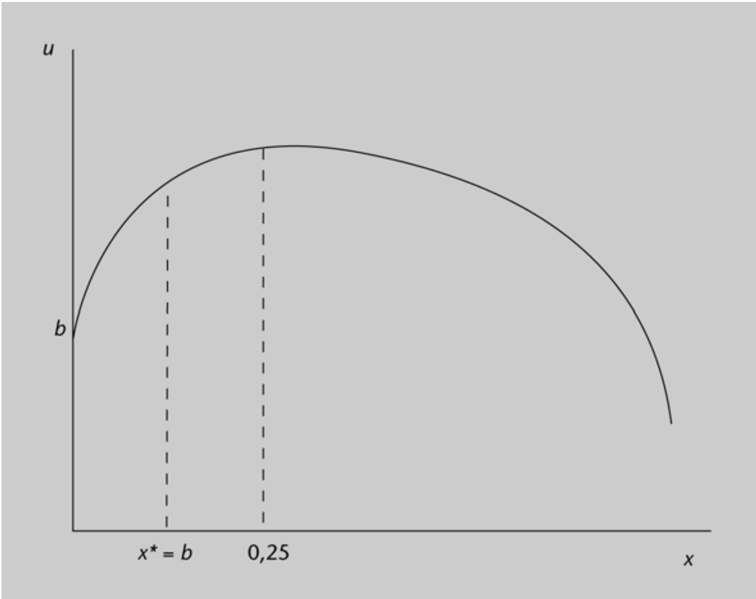
Aquesta funció creix amb x si:

$$u' = \frac{1}{2} x^{-1/2} - 1 \geq 0 \leftrightarrow x \leq \frac{1}{4}$$

Per tant, per a $x^0 = 0{,}25$ la funció $u = x^{1/2} + y$ obté un màxim i es verifica la restricció $x + y = b$, si la variable, y, pren un valor no negatiu, $y^0 = b - x^0 \geq 0$.



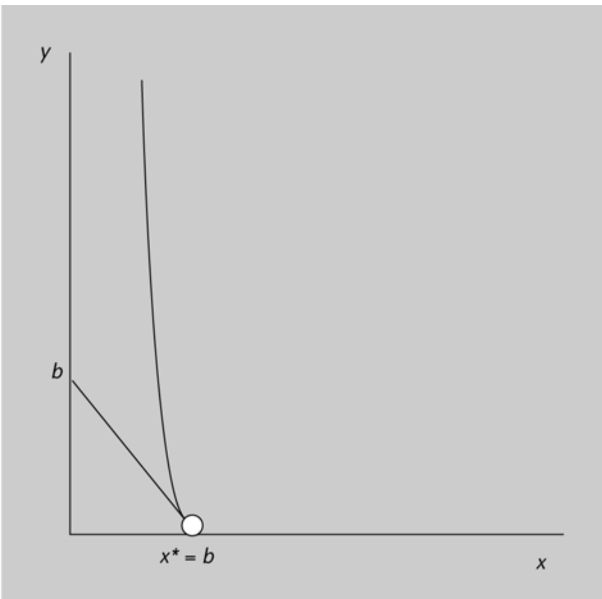
Però si b és inferior a x^0, l'altra variable prendria un valor negatiu, $y^0 < 0$, i la solució interior precedent no seria factible. Aleshores, la funció u aconsegueix el valor més alt possible i fa $y^* = 0$ i $x^* = b$.



Es tracta d'una solució de cantonada, ja que $y^* = 0$.
Aquesta solució també es pot expressar en termes de superfícies de nivell i restricció. Aquestes superfícies de nivell tenen pendent negatiu, són convexes i toquen els eixos. Si $b \leq 0{,}25$, en una solució de cantonada es compleix:

– $\dfrac{\partial f / \partial x}{\partial f / \partial y} \geq 1$, o $\dfrac{1}{2} x^{-1/2} \geq 1$.
– La solució ha de verificar la restricció: $x + y = b$.

De manera que la solució és $x^* = b$ i $y^* = 0$.



Continguts

Bloc 2. Competència i microeconomia global

Mòdul 5
Oligopoli i estratègies
Pau Cortadas Guasch i Néstor Duch Brown

1. Estructures de mercat
2. Oligopolis i teoria de jocs
3. Col·lusions

Mòdul 6
Defensa i promoció de la competència
Anna Merino Castelló

1. La política de competència com a instrument de la política econòmica del govern
2. El sistema espanyol de defensa i promoció de la competència
3. Fonaments microeconòmics: estructura de mercat i definició de mercat rellevant
4. Conductes contràries a la lliure competència

Mòdul 7
Microeconomia global
Pau Cortadas Guasch

1. Comerç internacional
2. Globalització

Bloc 3. Intercanvi

Mòdul 8
Equilibri general i benestar
Martí Oliva Furés

1. Intercanvi
2. Economia del benestar
3. Risc, eficiència i equilibri general
4. El cor d'una economia d'intercanvi
5. Funcions de benestar social
6. Eficiència i producció

Mòdul 9
Béns públics i externalitats
Martí Oliva Furés

1. Béns públics i absència de rivalitat en el consum
2. L'assignació d'un bé públic divisible
3. Mecanismes de decisió de béns públics. La solució de Lindahl
4. L'assignació d'un bé públic indivisible
5. Externalitats: el problema
6. El teorema de Coase
7. Externalitats mútues
8. La tragèdia dels béns comunals

Glossari

Actuarialment igualat: una perspectiva aleatòria (un joc, una assegurança, una inversió incerta...) està actuarialment igualada si el seu valor esperat és zero.

Atracció al risc: un consumidor presenta inclinació al risc si, davant una perspectiva aleatòria amb valor monetari esperat de K euros, prefereix la perspectiva aleatòria a K euros segurs; és a dir, si la perspectiva aleatòria dóna x^1 euros amb probabilitat π^1, i x^2 euros amb probabilitat π^2 (on $\pi^1 + \pi^2 = 1$), llavors la utilitat del valor esperat, $u(K) = u(\pi^1 x^1 + \pi^2 x^2)$, és inferior a la utilitat esperada $\pi^1 u(x^1) + \pi^2 u(x^2)$, on $u(x)$ és la funció d'utilitat de vNM, que en aquest cas ha de ser estrictament convexa.

Atret pel risc: consumidor que presenta inclinació al risc.

Aversió al risc: un consumidor presenta aversió al risc si davant una perspectiva aleatòria amb un valor monetari esperat de K euros prefereix K euros segurs a la perspectiva aleatòria; és a dir, si la perspectiva aleatòria dóna x^1 euros amb probabilitat π^1, i x^2 euros amb probabilitat π^2 (on $\pi^1 + \pi^2 = 1$), llavors la utilitat del valor esperat, $u(K) = u(\pi^1 x^1 + \pi^2 x^2)$, és superior a la utilitat esperada $\pi^1 u(x^1) + \pi^2 u(x^2)$, on $u(x)$ és la funció d'utilitat de vNM, que en aquest cas ha de ser estrictament còncava.

Aversió al risc absoluta: vegeu *coeficient d'aversió al risc absoluta* i *funció d'aversió al risc constant.*

Aversió al risc relativa: vegeu *coeficient d'aversió al risc relativa* i *funció d'aversió al risc relativa constant.*

Cobertura (d'una assegurança): quantitat bruta (és a dir, sense sostreure'n la prima pagada) que l'assegurat rep si ocorre el sinistre objecte de l'assegurança.

Coeficient d'aversió al risc absoluta: el quocient $-\dfrac{u''(x)}{u'(x)}$, on $u(x)$ és la funció d'utilitat de vNM.

Coeficient d'aversió al risc relativa: el quocient $-x\dfrac{u''(x)}{u'(x)}$, on $u(x)$ és la funció d'utilitat de vNM.

***Ex ante*:** vegeu *preferències ex ante.*

***Ex post*:** vegeu *preferències ex post.*

Funció d'aversió al risc absoluta constant: funció d'utilitat de vNM de la forma $u(x) = -e^{-rx}$ (per a $r > 0$).

Funció d'aversió al risc relativa constant: funció d'utilitat de vNM de la forma $u(x) = \frac{x^{1-r} - 1}{1 - r}$ (per a $r > 1$).

Funció d'utilitat von Neumann i Morgenstern (vNM): funció $u(x)$, on x és el resultat monetari d'un esdeveniment aleatori que, junt amb les probabilitats dels resultats, defineix la utilitat esperada (fa referència a John von Neumann, 1903-1957, i Oskar Morgenstern, 1902-1977).

Igualació actuarial: condició d'estar actuarialment igualat.

Neutral respecte del risc: consumidor que presenta neutralitat respecte del risc.

Neutralitat respecte del risc: un consumidor presenta neutralitat respecte del risc si, davant una perspectiva aleatòria amb valor monetari esperat de K euros, és indiferent entre K euros segurs i la perspectiva aleatòria; és a dir, si la perspectiva aleatòria dóna x^1 euros amb probabilitat π^1, i x^2 euros amb probabilitat π^2 (on $\pi^1 + \pi^2 = 1$), llavors la utilitat del valor esperat, $u(K) = u(\pi^1 x^1 + \pi^2 x^2)$, és igual a la utilitat esperada, $\pi^1 u(x^1) + \pi^2 u(x^2)$, on $u(x)$ és la funció d'utilitat de vNM, que en aquest cas és lineal, com $u(x) = x$.

Paradoxa de Sant Petersburg: exemple hipotètic de joc d'atzar amb valor monetari esperat que és infinit, però que, paradoxalment, la majoria de persones consideren equivalent a uns quants euros segurs (fa referència a la revista de l'acadèmia de les ciències de Sant Petersburg on Daniel Bernoulli, 1700-1792, la va publicar).

Plusvàlua anual d'un actiu: diferència entre el preu de mercat de l'actiu al final de l'any i al començament (tant si l'actiu es ven com si no es ven).

Preferències *ex ante*: preferències d'un consumidor sobre diverses perspectives aleatòries abans que ocorri l'esdeveniment aleatori que resol la incertesa; entre dues alternatives aleatòries que tenen utilitats esperades diferents, el consumidor en prefereix *ex ante* la d'utilitat esperada superior.

Preferències *ex post*: preferències d'un consumidor sobre els diversos resultats possibles d'un esdeveniment aleatori; si els resultats són quantitats de diner, llavors les preferències *ex post* són trivials, ja que el consumidor típic en preferirà més a menys.

Prima d'assegurança: quantitat que l'assegurat paga tant si esdevé el sinistre objecte de l'assegurança com si no.

Prima de risc: diferència entre el rendiment esperat d'un actiu arriscat i el d'un actiu sense risc que compensa els participants en els mercats financers pel risc d'invertir en el primer actiu.

Recta de certesa: recta amb pendent de 45° al gràfic on els eixos representen el "consum d'estat bo" i el "consum d'estat dolent".

Rendiment anual d'un actiu: suma de la renda percebuda neta anual i la plusvàlua anual.

Taxa de rendiment (anual) d'un actiu: és el quocient

$$\frac{\text{rendiment anual}}{\text{preu de mercat de l'actiu al començament de l'any}}.$$

Utilitat esperada: és la utilitat *ex ante*, definida com $\pi^1 u(x^1) + \pi^2 u(x^2)$, de la perspectiva aleatòria d'obtenir x^1 euros amb probabilitat π^1 i x^2 euros amb probabilitat π^2, on $\pi^1 + \pi^2 = 1$. (No s'ha de confondre amb el *valor monetari esperat*.)

Valor (monetari) esperat: el valor esperat d'una perspectiva aleatòria (joc, assegurança, inversió incerta...) que dóna x^1 euros amb probabilitat π^1, i x^2 euros amb probabilitat π^2 és $\pi^1 x^1 + \pi^2 x^2$. (No s'ha de confondre amb la *utilitat esperada*.)

vNM: vegeu *funció d'utilitat von Neumann i Morgenstern*.