

# L'amplificador operacional

Marc Bara Iniesta

PID\_00170100



# Índex

<b>Introducció</b> .....	5
<b>Objectius</b> .....	6
<b>1. L'amplificador operacional (AO)</b> .....	7
1.1. Introducció .....	7
1.2. Característiques bàsiques.....	8
1.3. Amplificador operacional ideal .....	11
1.3.1. Realimentació en l'AO ideal .....	15
1.3.2. Amplificador inversor .....	16
1.3.3. Amplificador no inversor .....	19
1.3.4. Seguidor de tensió i amplificadors en cascada .....	20
1.3.5. Amplificador sumador (inversor) .....	22
1.3.6. Amplificador diferencial .....	23
1.3.7. Amplificador diferenciador .....	26
1.3.8. Amplificador integrador .....	29
1.3.9. Validesa i limitacions de l'AO ideal .....	31
1.4. Amplificador operacional real .....	32
1.4.1. Guany en laç obert no infinit .....	34
1.4.2. Impedància d'entrada no infinita .....	38
1.4.3. Impedància de sortida no nul·la .....	40
1.4.4. Resposta freqüencial dels AO reals .....	44
1.4.5. Guany en laç tancat en funció de la freqüència .....	47
1.4.6. Velocitat de canvi .....	50
1.4.7. Problemes de contínua: tensions i corrents de desplaçament i derives .....	51
1.4.8. Rebuig del mode comú (CMRR) .....	57
1.4.9. Què hem après sobre l'AO .....	59
<b>2. Aplicacions lineals de l'AO</b> .....	60
2.1. Introducció .....	60
2.2. Amplificador d'instrumentació .....	60
2.2.1. CMRR deguda a la tolerància en les resistències .....	62
2.2.2. CMRR de circuit deguda a la CMRR de l'AO .....	64
2.2.3. Efecte conjunt de tolerància de resistències i CMRR de l'AO .....	66
2.2.4. Impedància d'entrada de l'amplificador d'instrumentació .....	68
2.3. Filtres actius .....	71
2.3.1. Filtres passabaix de primer ordre basats en AO .....	72
2.3.2. Filtres passaalt de primer ordre basats en AO .....	74
2.4. Què hem après sobre les aplicacions lineals de l'AO .....	76

<b>3. Aplicacions no lineals de l'AO</b> .....	77
3.1. Introducció .....	77
3.2. L'AO com a comparador .....	77
3.2.1. Comparador amb histèresi .....	79
3.3. Multivibradors: astable i monostable .....	82
3.3.1. Multivibrador astable .....	82
3.3.2. Multivibrador monostable .....	86
3.4. Rectificadors .....	90
3.4.1. Rectificador de mitja ona basat en AO .....	91
3.4.2. Rectificador d'ona completa basat en AO .....	94
3.5. Què hem après sobre les aplicacions no lineals de l'AO .....	95
<b>4. Problemes resolts</b> .....	97
4.1. Enunciats .....	97
4.2. Solucions .....	99
<b>Resum</b> .....	106
<b>Exercicis d'autoavaluació</b> .....	109
<b>Solucionari</b> .....	110
<b>Glossari</b> .....	110
<b>Bibliografia</b> .....	111

## Introducció

En aquest mòdul aprendreu què és i per a què es fa servir un *amplificador operacional*. Veureu que es tracta d'un element fonamental en l'electrònica d'avui dia i, de fet, de les darreres dècades; amb una importància tan alta com pot ser el cas d'altres elements circuitalment com resistències, condensadors, transistors o díodes.

En l'apartat "L'amplificador operacional (AO)" estudiarem totes les característiques d'un amplificador operacional, aprendrem què és exactament, quins són els paràmetres que el defineixen, i quins usos en podem fer si l'utilitzem per a dissenyar circuits electrònics basats en aquest component.

Un cop establertes aquestes bases, en l'apartat "Aplicacions lineals de l'AO" aprofundirem en la seva anàlisi quan s'utilitza per a aplicacions lineals. Es tracta d'aplicacions en què els circuits fan operacions de càlcul com la suma, la integració, la derivació, la diferenciació, etc. També són situacions en què els operacionals poden ser la base de filtres per a seleccionar components freqüencials d'un senyal elèctric, igual com els filtres analògics clàssics de teoria de circuits.

Finalment, en l'apartat "Aplicacions no lineals de l'AO" aprendrem tot un conjunt de circuits no lineals molt interessants per a tot tipus d'aplicacions, com són comparadors, generadors d'ona quadrada, temporitzadors i rectificadors, tots basats en els avantatges que ens ofereixen els amplificadors operacionals.

## Objectius

Els objectius principals d'aquest mòdul són els següents:

- 1.** Entendre què és un amplificador operacional i quines funcionalitats proporciona.
- 2.** Saber utilitzar l'amplificador operacional per a construir i dissenyar circuits electrònics bàsics com amplificadors, sumadors, integradors.
- 3.** Ser capaços d'entendre les especificacions dels amplificadors operacionals reals.
- 4.** Entendre quins usos pot tenir l'amplificador operacional per a circuits no lineals, com comparadors, temporitzadors, rectificadors.
- 5.** Ser capaços, donat un circuit basat en amplificador operacional, d'analitzar-lo i predir-ne el comportament.
- 6.** Ser capaços, donada una aplicació que requereix un circuit elèctric que sintetitzi operacions de càlcul, de proposar i analitzar una topologia amb amplificadors operacionals que sigui apta.

# 1. L'amplificador operacional (AO)

## 1.1. Introducció

Abans de descriure el terme *amplificador operacional*, cal que recordeu què s'entén per un circuit elèctric *amplificador*: es tracta d'un bloc que té com a funció principal amplificar el senyal de l'entrada, per tal que el seu nivell a la sortida sigui més alt. La base per a un circuit amplificador, com heu vist en el mòdul 3, seria un **transistor**, que és capaç d'utilitzar un corrent d'alimentació per a generar un senyal més gran a la sortida del circuit. S'entén que és un *circuit actiu*, perquè necessita una alimentació per a poder funcionar, una aportació d'energia que li permeti donar un senyal a la sortida que representi l'amplificació del senyal d'entrada.

Quant a l'ús del terme *operacional*, prové del fet que els amplificadors operacionals són circuits que tenen la missió principal de sintetitzar **operacions** de càlcul. Així, mitjançant una configuració o topologia de circuit adequada, veureu que són capaços de constituir-se com a sumadors de tensions, restadors, inversors de signe, i tot un conjunt d'operacions pròpies d'una calculadora.

L'amplificador operacional també rep normalment el nom abreuiat d'**op-amp** (de l'anglès *operational amplifier*), i en aquest mòdul utilitzarem la sigla AO (*amplificador operacional*).

Els AO són uns circuits extensament utilitzats en l'electrònica des de fa dècades. Formen part de tota mena de circuits analògics, com amplificadors d'àudio i vídeo, filtres, controladors, amplificadors d'instrumentació, comparadors, oscil·ladors, i un llarg etcètera.

L'ús generalitzat dels AO va començar als anys seixanta, quan van aparèixer els primers transistors d'estat sòlid (que heu estudiat en el mòdul 3 sobre transistors). Aquests transistors, que eren components amb dimensions molt reduïdes, es van poder aplicar a la fabricació de circuits complexos formats per molts transistors, i de manera compacta en *circuits integrats*.

És quan van néixer els AO en circuit integrat. Els amplificadors operacionals es van dissenyar i construir a partir d'un alt nombre de transistors, i altres elements, en un mateix circuit integrat.

És important destacar que en aquest mòdul no aprendrem com es fabrica un AO, amb quina tecnologia de fabricació es fa, o quina topologia circuital interna el constitueix. Estudiarem l'AO com un bloc únic (amb interfície d'entrada i sortida), com un circuit integrat equivalent a altres elements com els

### Circuit integrat

En electrònica, el terme *circuit integrat* (també conegut com a microcircuit, microxip o xip) és un circuit electrònic miniaturitzat que consisteix bàsicament en dispositius semiconductors, i també components passius, que es fabrica sobre un substrat de material semiconductor.

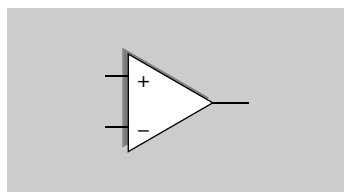
díodes, transistors, etc. Això té sentit perquè amb la possibilitat de producció en massa que proporcionen les tècniques de fabricació de circuits integrats, els AO integrats van estar disponibles en grans quantitats ja als anys seixanta, cosa que, al seu torn, va contribuir a rebaixar-ne el cost. L'AO, que era un sistema format inicialment per molts components discrets, va evolucionar per a **convertir-se en un component discret ell mateix**, una realitat que va canviar totalment el panorama del disseny de circuits.

En aquest capítol primer exposarem les característiques bàsiques d'un AO, per conèixer quins paràmetres el defineixen i quin ús en podem fer. A continuació descriurem tots els detalls de funcionament "ideal" d'un AO, és a dir, quin valor desitjat té cadascun dels seus paràmetres de funcionament, i veurem que en molts casos els AO reals estan tan propers a l'ideal que podem prendre aquesta hipòtesi en les nostres anàlisis. Ara bé, també coneixerem com treballa l'AO "real", i per tant com poden afectar alguns efectes indesitjats al nostre disseny de circuit.

## 1.2. Característiques bàsiques

El que ara hem de fer és conèixer bé els AO, com funcionen, quins són els seus principis bàsics i estudiar-ne les aplicacions. L'amplificador operacional és un element que es representa gràficament amb un símbol com el de la figura 1. És una representació de "caixa negra", i així el tractem com un bloc únic i expliquem amb més senzillesa la seva funcionalitat. Aquest model també és el que s'utilitza com a representació circuital en esquemes de circuits de més alt nivell (que descriuen blocs grans basats en AO).

Figura 1. Representació simbòlica d'amplificador operacional



Veiem a la figura 1 que l'AO té dos terminals d'entrada: un es diu l'entrada **inversora** (indicada a la figura 1 amb el signe -) i l'altre es diu la **no inversora** (mostrada amb el signe +). Podem dir que generalment els amplificadors operacionals tenen un sol terminal de sortida.

A la figura 2 veieu un AO (representat pel seu símbol) acompanyat del seu circuit d'alimentació. Com podeu veure, aquest circuit d'alimentació està format per una línia positiva  $V_{DD}$  i una línia negativa  $V_{EE}$  que entren a l'AO. Aquesta forma d'alimentació permet que la sortida prengui valors per sobre i per sota de la tensió de massa. Molts AO també tenen una tercera línia connectada a massa (terra).

### Primers AO

El primer amplificador operacional integrat va ser el Fairchild  $\mu A702$  (1964), dissenyat per Bob Widlar. El va seguir el Fairchild  $\mu A709$  (1965), també de Widlar, i que va constituir un gran èxit comercial. Més tard seria substituït pel popular Fairchild  $\mu A741$  (1968), de David Fullagar, i fabricat per nombroses empreses, basat en tecnologia bipolar (transistors BJT com els explicats en el mòdul 3).

### Figura 1

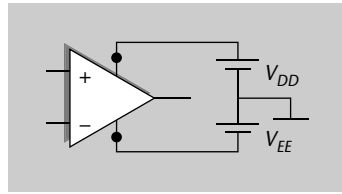
Símbol que representa un amplificador operacional.

### Comparació amb transistor

En el mòdul del transistor heu estudiat que un transistor també té tres terminals. No ho confongueu amb aquests tres terminals de l'AO, ja que un AO és un bloc circuital molt diferent del transistor, amb estructura interna i funcions molt diferents.



Figura 2. AO amb alimentació

**Figura 2**

AO (representat pel seu símbol) acompanyat del seu circuit d'alimentació. Aquest circuit d'alimentació està format per una línia positiva  $V_{DD}$  i una línia negativa  $V_{EE}$  que entren a l'AO.

En general les línies i fonts d'alimentació no acostumen a aparèixer explícitament quan representem el circuit, i s'assumeix que l'AO rep l'alimentació apropiada.

En aquest punt cal que recordeu el concepte de guany en tensió en un amplificador. Com hem dit, un amplificador proporciona un nivell de tensió més gran a la sortida que l'existent a l'entrada, tot conservant la forma d'ona. Es tracta, doncs, de multiplicar la tensió d'entrada per un factor, el guany.

El guany de tensió d'un circuit es defineix com el quocient entre la tensió de sortida i la tensió d'entrada.

Ara aprendrem el concepte més bàsic d'un AO: l'amplificador operacional és un circuit la sortida del qual ( $V_o$ ) és la **diferència de les dues entrades** multiplicada per un factor ( $A$ ), el guany:

$$V_o = A \cdot (V^+ - V^-) \quad (1)$$

És a dir, el guany no s'aplica independentment a cadascuna de les **dues entrades**, sinó que el guany és el factor multiplicador de **la diferència** de les entrades. Si l'entrada inversora té el potencial més alt, la tensió de sortida serà negativa. Si l'entrada no inversora té el potencial més alt, la sortida serà positiva. És important remarcar també que aquest guany  $A$  és molt alt: un AO és un amplificador **d'alt guany**. I fixeu-vos que és un guany multiplicatiu de la diferència de tensions entre les entrades; per això el terme *guany diferencial*.

L'AO és un dispositiu **d'alt guany en mode diferencial**, entès com la situació en què hi ha una diferència de tensions entre els terminals d'entrada ( $(V^+ - V^-)$  en l'equació 1).

L'equació 1 és realment la base del funcionament dels AO. Podem dir que estan dissenyats específicament per a això. És important també saber que els valors típics que pren el guany  $A$ , en AO reals, són generalment més grans

que 100.000 (en escala lineal); o que 100 dB. Això són valors extremadament alts, que fan de l'AO un component únic i amb característiques molt útils en tots els aspectes, com es veurà al llarg del mòdul.

Pel que fa a nomenclatura, cal destacar que al factor de guany  $A$  se li afegeix el terme *en llaç obert*, que indica que és el guany del dispositiu tal qual, sense que hi hagi cap tipus de connexió entre la sortida i les entrades.

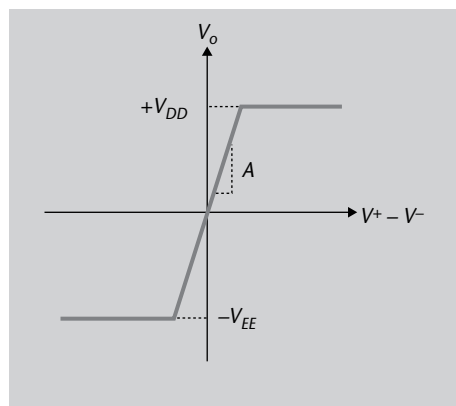
En resum, diem que la tensió de sortida és la diferència de tensió entre les entrades inversora i no inversora, multiplicada pel guany.

$$V_o = A \cdot (V^+ - V^-) \quad (2)$$

en què  $V^+$  és la tensió al terminal positiu d'entrada,  $V^-$  la tensió al terminal negatiu,  $A$  el guany, i  $V_o$  la tensió de sortida. En ser una diferència, es diu que l'amplificador operacional és un amplificador **diferencial**.

Aquesta característica essencial dels AO es veu representada a la figura 3, en què l'eix horitzontal és la diferència entre les entrades ( $V^+ - V^-$ ), i l'eix vertical és la tensió de sortida ( $V_o$ ). En aquesta figura, l'equació 1 es correspon al tram en què l'entrada i sortida es relacionen amb el guany  $A$ , que representa el pendent en la recta. Es diu que en aquesta zona l'AO funciona en **zona lineal**. És capaç d'amplificar tensions diferencials a l'entrada que són molt petites.

Figura 3. Característica entrada-sortida de l'AO



Ara bé, aquesta relació bàsica descrita per l'equació 1 té uns límits, unes cotes superior i inferior, determinades precisament per les tensions d'alimentació. Quan la sortida arriba (per dalt) a  $+V_{DD}$ , ja no pot continuar pujant, ja que en qualsevol circuit no podem superar l'energia aportada per l'alimentació. Per a tensions negatives passa el mateix, i no podem tenir tensions inferiors a l'alimentació  $-V_{EE}$ . En aquestes situacions diem que l'AO està **en saturació**.

L'AO aporta un guany diferencial a les entrades, en el seu tram **lineal**, i quan la sortida arriba als valors d'alimentació ( $+V_{DD}$  o  $-V_{EE}$ ), se **satura** a aquests valors.

#### Decibels

Recordeu la definició de l'escala en dB (d'un factor d'amplitud de tensió  $V$ ) com a 20 vegades el valor del seu logaritme en base 10.

$$20 \cdot \log_{10}(V)$$

#### Figura 3

Característica de tensions d'entrada i sortida d'un AO, en què l'eix horitzontal és la diferència entre les entrades ( $V^+ - V^-$ ), i l'eix vertical és la tensió de sortida ( $V_o$ ).

L'alimentació d'un AO sol tenir valors de tensions positives i negatives iguals en magnitud, i típicament són  $+/-5\text{ V}$ ,  $+/-9\text{ V}$ ,  $+/-12\text{ V}$ ,  $+/-15\text{ V}$ ,  $+/-18\text{ V}$ ,  $+/-22\text{ V}$ . La sortida, en la pràctica, pot tenir valors màxims una mica inferiors que les tensions d'alimentació.

Vistes aquestes característiques bàsiques de funcionament dels AO, passarem a descriure a continuació què entenem per *AO ideal*, i quines prestacions tenen en la pràctica els AO reals.

Cal remarcar que no es tracta de dos conceptes diferents, ideal i real, sinó que simplement comencem a exposar quines característiques "ideals" ens interessaria tenir en un AO, i després veurem com ens n'allunyem amb els dispositius disponibles en el mercat. En la nostra anàlisi de circuits sempre cal utilitzar un AO real, i en cada cas veure quins dels seus paràmetres es poden considerar prou propers a l'ideal per a simplificar-ne l'anàlisi.

### 1.3. Amplificador operacional ideal

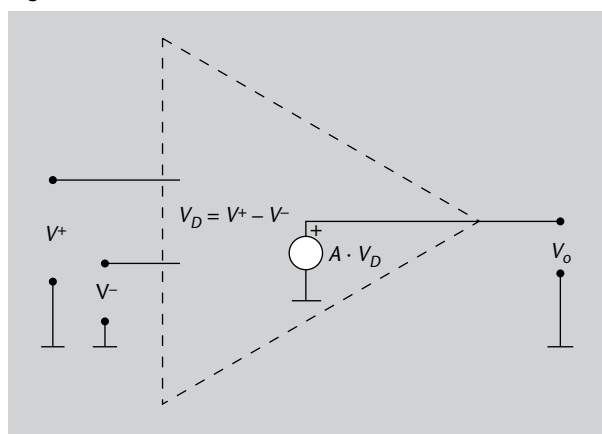
A més de la característica bàsica de l'AO, el guany diferencial, i el seu comportament lineal i en saturació, hi ha altres paràmetres que ens interessa estudiar per a un circuit com aquest. El primer seria allò que voldríem saber per a qual-sevol bloc circuital: quines impedàncies d'entrada i sortida presenta? Són dos paràmetres bàsics per a poder-lo utilitzar envoltat de circuits adjacents, com podeu recordar de teoria de circuits.

En aquest punt remarquem que ens interessa conèixer quina resistència (o impedància) d'entrada i sortida presenta un bloc circuital, per a conèixer ben bé com afectarà els circuits adjacents quan els connectem.

En l'annex podeu trobar el recordatori de quina és la resistència equivalent d'un circuit a la seva entrada o sortida, en el subapartat "Realimentació en l'AO ideal".

Per a descriure el comportament d'un AO utilitzarem el model de la figura 4, que representa un AO ideal. És un model que ens permet representar-ne el comportament en guany, i les resistències d'entrada i sortida.

Figura 4. AO ideal



**Figura 4**

Representació d'un AO amb el seu model ideal, en què la sortida prové d'una font de tensió ideal, controlada per la diferència de tensions de les dues entrades.

En aquest model ideal veieu que la sortida  $V_o$  es genera a partir d'una font de tensió, el valor de la qual és directament proporcional al valor de la diferència

entre les entrades. Aquest valor no és més que el valor de tensió a la sortida donat per l'equació 1.

- **Impedància d'entrada**

En el model podeu observar que tant l'entrada inversora com la no inversora es troben "flotant", sense connexió enlloc. Això significa que, en l'AO ideal, la **impedància d'entrada** es considera que tendeix a **infinit**. L'efecte sobre altres paràmetres circuital, associat a això, és directe: no hi ha **cap corrent** que flueixi **cap a dins** dels terminals d'entrada, són terminals "flotants", perquè quan "entren" a l'AO és com si estiguessin desconnectats (com en el model de la figura 4).

Recordeu que un circuit amb aquest comportament és molt avantatjós, perquè realment no introdueix cap canvi en el valor de tensió que prové del circuit precedent, no el "carrega" amb cap impedància per on pugui passar corrent. Consulteu l'annex per a repassar aquests conceptes de teoria de circuits.

- **Impedància de sortida**

Una altra observació del model ideal és respecte a la sortida. Fixeu-vos que està modelada com una font de tensió ideal, en què no hi ha cap impedància en la línia de sortida cap a  $V_o$ . Això assegura que, sigui quina sigui la impedància a la qual connectem el node  $V_o$ , sempre estarà a la tensió imposada per la font ideal. Un AO ideal es caracteritza, doncs, per una **impedància de sortida nul·la**.

També recordem en aquest punt que una resistència de sortida nul·la és la més desitjable, per a assegurar que el circuit posterior no modifica (per efecte de divisor de tensió, vegeu l'annex) el valor de  $V_o$ .

Fins ara hem estudiat que un AO ideal té les característiques següents:

- Impedància d'entrada que tendeix a infinit; per tant, els corrents d'entrada són nuls.
- Impedància de sortida nul·la.

- **Guany en mode comú**

Una altra característica que es pot extreure d'aquest model és que veiem que depèn **només** de l'entrada diferencial, de la diferència de tensions als terminals d'entrada. Com veieu, tant en l'equació 1 com a la figura 4, la sortida no depèn dels valors  $V^+$  o  $V^-$  com a tals, sinó de la seva diferència. És el que hem anomenat *guany diferencial*; l'AO respon a les tensions d'entrada en mode diferencial.

Fixeu-vos que, per exemple, a  $V^+$  podríem tenir una tensió de 4 V, i a  $V^-$  una tensió de 3 V, i per tant una tensió en mode diferencial de  $4\text{ V} - 3\text{ V} = 1\text{ V}$ . Però

el mateix succeiria si totes dues tensions fossin de 15 V i 14 V respectivament: la tensió diferencial seria d'1 V. Respondria igual l'AO a tots dos casos? Segons el model ideal de la figura 4, sí.

És en aquest moment quan ens interessa definir la **tensió en mode comú**,  $V_{CM}$ , definida com **la mitjana de les entrades**:

$$V_{CM} = \frac{1}{2} \cdot (V^+ + V^-) \quad (3)$$

Aquesta tensió el que intenta és representar un sol valor comú a totes dues entrades, i per això se'n pren la mitjana. Replicant l'exemple numèric anterior, la tensió comuna (o mitjana entre entrades) era de 3,5 V quan teníem 4 V i 3 V, i de 14,5 V quan teníem 15 V i 14 V. En cada cas tenim una tensió en mode comú diferent, tot i que la tensió en mode diferencial sigui igual i de valor 1 V.

Podem assegurar, doncs, que l'AO ideal (figura 4) **no respon en absolut** a la tensió comuna, sinó a la diferència. Es diu, per tant, que el **guany en mode comú** de l'AO ideal és **zero**. Sigui quina sigui  $V_{CM}$ , la sortida  $V_o$  no dependrà de  $V_{CM}$  sinó de la diferència  $V^+ - V^-$ . L'AO amplifica el mode diferencial de l'entrada, només, i anul·la totalment l'efecte del mode comú.

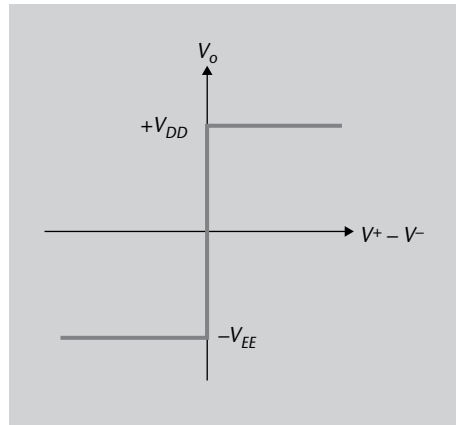
Hem afegit, doncs, una característica més a l'AO ideal:

- La impedància d'entrada tendeix a infinit, i per tant els corrents d'entrada són nuls.
- Impedància de sortida nul·la.
- Guany en mode comú igual a zero. El dispositiu no amplifica en absolut el valor mitjà de tensió de les entrades, conegut com a tensió en mode comú.

- **Guany diferencial**

Seguim amb l'explicació de l'AO ideal parlant sobre el valor del guany diferencial, el valor de  $A$  en la figura 4. S'assumeix que el **guany**  $A$  de l'AO ideal tendeix a **infinit**. És a dir, el pendent de la característica entrada-sortida de la figura 3 és tan alt que arriba a la tangent de 90°, com es representa a la figura 5.

Figura 5. Característica entrada-sortida de l'AO ideal

**Figura 5**

Característica entrada-sortida d'un AO ideal.

Això fa que un AO ideal (quan no es troba connectat a res més, i per tant en llaç obert) només pugui prendre dos valors, les dues tensions de saturació positives i negatives, segons el signe de l'entrada diferencial.

En el subapartat següent "Realimentació en l'AO ideal" ens centrarem en aquest aspecte, per tal d'entendre com podem forçar que un AO ideal (amb guany diferencial en llaç obert infinit) treballi en zona lineal i es pugui utilitzar com a amplificador lineal.

- **Dependència en freqüència**

Hem estat parlant de paràmetres típics d'un dispositiu, com impedàncies d'entrada i sortida, i guany, tant en mode diferencial com en mode comú (que apareixen pel fet que hi ha dues entrades). Ara ens podríem preguntar: aquests paràmetres com varien segons la freqüència del senyal en qüestió? En aquest punt podem assegurar que s'assumeix que un **AO ideal no presenta variacions segons la freqüència** del senyal d'entrada. Per tant, es considera que la resposta de l'AO en freqüència és plana, totalment independent d'aquest paràmetre. Això significa que el guany no varia a mesura que la freqüència dels senyals augmenta. Aquesta hipòtesi s'anomena **hipòtesi d'amplada de banda infinita**. L'AO ideal, com a bloc circuital, podria, doncs, treballar a qualsevol freqüència amb el mateix comportament que el descrit per l'equació 1 i la figura 4.

Podem resumir, doncs, que un AO ideal es caracteritza pel següent:

- Impedància d'entrada que tendeix a infinit, i per tant corrents d'entrada nuls.
- Impedància de sortida nul·la.
- Guany en mode comú igual a zero: la sortida només depèn de la diferència de tensió entre les entrades, i no del valor mitjà de les entrades.
- Guany en mode diferencial tan gran que es considera infinit.
- Amplada de banda infinita: no hi ha dependència freqüencial en el seu comportament.

És interessant destacar que aquestes característiques són impossibles de satisfer en la realitat, però serveixen per a poder comparar el comportament real i l'ideal, i així poder mesurar la qualitat o prestacions d'un circuit AO concret.

En la pràctica, les propietats ideals no es poden aconseguir, però totes són força aproximades. No hi ha un AO ideal com a tal, però els AO reals actualment s'acosten prou a aquest comportament ideal perquè tingui interès estudiar-los.

#### Nota

En l'AO ideal el corrent que flueix cap a dins dels terminals d'entrada és zero. Aquesta hipòtesi és molt propera a ser certa, per exemple, en els AO basats en FET, en què els corrents d'entrada poden ser menys que picoamperes (pA). La impedància de sortida de la majoria d'AO és una fracció d'ohm per a corrents baixos, de manera que la hipòtesi d'impedància nul·la també és vàlida en la majoria de casos.

### 1.3.1. Realimentació en l'AO ideal

Acabem de veure que en l'AO ideal el guany en llaç obert és infinit, i per tant la sortida només podria prendre dos valors: els de les tensions de saturació de la figura 3. Això fa que, si no utilitzem l'AO ideal d'una certa manera (que veurem a continuació), no ens seria útil com a amplificador, com a bloc lineal ideal.

Per a aconseguir en alguna aplicació concreta que la sortida no se'n vagi a valors màxims o mínims, caldrà treballar amb el concepte de **guany en llaç tancat**. Això ho farem afegint elements a aquest circuit ideal de la figura 4.

El terme *llaç tancat* es refereix al fet que hi ha un llaç de **realimentació** entre la sortida i l'entrada, és a dir, hi ha un circuit intermedi (xarxa de realimentació) que fa que la sortida es torni a introduir com a entrada. Recordeu el mòdul 2, en què heu estudiat a fons el concepte de realimentació, i de xarxes de realimentació. Ara ens interessa visualitzar-ho de manera simple, com que la sortida  $V_o$  es connecta amb  $V^+$  o  $V^-$ , o bé directament, o bé per mitjà d'un circuit genèric que actua com a xarxa de realimentació. Més endavant en veurem exemples.

Els AO s'utilitzen amb realimentació per a poder-ne controlar el guany. Com veurem, el guany en llaç tancat no depèn més que del circuit extern aplicat, i segons quin sigui aquest circuit extern disposarem de diferents configuracions d'amplificació.

Hi ha dos casos bàsics de realimentació sobre un AO: diem que tenim **realimentació negativa** o bé **realimentació positiva**, segons el llaç es faci amb l'entrada inversora o no inversora, respectivament. Tenim, doncs, dues possibilitats amb diferents característiques:

- **Realimentació negativa:** quan la realimentació connecta la sortida amb l'entrada inversora de l'AO. El guany es redueix respecte el seu valor en llaç obert i el circuit és més estable, entenent *estabilitat* com el concepte que ja heu estudiat en els llaços de realimentació del mòdul 2. En apartats següents veurem en concret aquest cas de realimentació negativa.

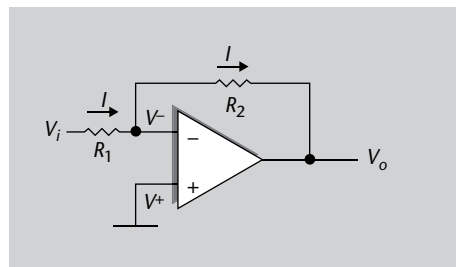
- **Realimentació positiva:** quan la sortida es porta a l'entrada no inversora. El circuit es fa inestable i ràpidament la sortida se satura als valors màxims i mínims (tensions de saturació).

Així doncs, per a aconseguir el nostre propòsit de controlar el guany i utilitzar l'AO per a moltes aplicacions lineals, utilitzarem la tècnica de la **realimentació negativa**. Analitzarem tot seguit amb detall els amplificadors més senzills basats en AO que utilitzen realimentació negativa, com són els anomenats **amplificador inversor** i **amplificador no inversor**.

### 1.3.2. Amplificador inversor

Un amplificador senzill basat en AO ideal s'aconsegueix aplicant una realimentació negativa. La figura 6 en mostra la topologia, en què veiem que el senyal retorna de la sortida cap a l'entrada mitjançant la resistència  $R_2$ , i crea d'aquesta manera una realimentació, un llaç tancat, de manera que a l'entrada de l'AO disposem del senyal de sortida. També representem la tensió d'entrada al circuit com a  $V_i$ , la de sortida com a  $V_o$ , i una resistència a l'entrada  $R_1$ . El corrent  $I$  que hi circula es representa amb les fletxes.

Figura 6. Amplificador inversor



Aquesta configuració rep el nom d'*inversora*, i el circuit és un **amplificador inversor**. Aquest nom prové del funcionament mateix del circuit: veurem que la sortida té el signe oposat a l'entrada, i per això el terme *inversor*.

En la nostra anàlisi ens interessarà calcular el guany del circuit, el **guany en llaç tancat G**. Noteu que no és el mateix concepte que el guany  $A$  de l'AO per si sol, sinó que es defineix com la relació **sortida-entrada del circuit**:

$$G \equiv \frac{V_o}{V_i} \quad (4)$$

La relació de tensions sortida-entrada d'un circuit es defineix com el seu guany.

L'acció del circuit realimentat es pot entendre amb el raonament següent, que descriu l'**estat estable** que provoca la realimentació negativa: assumim que

Figura 6

Topologia d'un amplificador inversor, en què el senyal retorna de la sortida cap a l'entrada mitjançant la resistència  $R_2$ , i crea d'aquesta manera una realimentació, un llaç tancat. Representem la tensió d'entrada al circuit com a  $V_i$ , la de sortida com a  $V_o$ , i una resistència a l'entrada  $R_1$ . El corrent  $I$  que hi circula es representa amb les fletxes.



per un moment hi ha una tensió petita a l'entrada diferencial de l'AO de la figura 6, és a dir, que  $V^-$  és lleugerament superior a  $V^+$  (que està a massa). Això faria que l'AO tingués tendència (segons la seva corba de la figura 3) a portar la sortida cap a valors negatius, i de fet, com que és un AO ideal amb guany infinit, la sortida seria directament la saturació negativa de la figura 5. Aquesta tensió tan negativa, **per mitjà de la realimentació**, portaria el valor de  $V^-$  a baixar cap a zero un altre cop.

Ara suposem el contrari: el cas en què la tensió en  $V^-$  és lleugerament negativa. Ara, com que  $V^+ > V^-$ , la sortida prendria el valor de saturació positiu, i mitjançant la realimentació acabaria actuant sobre  $V^-$  també en sentit contrari, empenyent-lo cap a zero. En resum, veiem que es tracta d'un estat estable: si l'entrada tendeix cap amunt, la sortida cap avall, i realimentada cap a l'entrada empeny l'entrada cap avall un altre cop. I a la inversa.

Podem dir, doncs, que la **realimentació negativa sempre força l'entrada diferencial a tensió zero**. Això és així també per a la resta de casos en què utilitzem l'AO amb aquest tipus de realimentació.

En realimentar pel terminal inversor, si totes dues tensions d'entrada en l'AO es desequilibren i deixen de ser iguals, la realimentació negativa compensa aquesta diferència i fa que les entrades prenguin novament el mateix valor entre si: l'original. És a dir,  $V^+$  té el mateix valor que  $V^-$ , podem dir que estan "connectades" sense estar-ho, i això dóna lloc a l'anomenat **curtcircuit virtual**.

Per a més detalls de realimentació negativa i estabilitat recordeu les explicacions del mòdul 2.

Aquest punt és extremadament important i cal tenir-lo ben present d'ara en endavant. És la base, juntament amb el fet que les entrades idealment són flotants (figura 4), per a poder analitzar qualsevol circuit basat en amplificadors operacionals.

Reprenem, doncs, l'anàlisi d'aquest circuit en concret, amb l'objectiu de trobar:

- el seu guany, definit com l'equació 4.
- la seva resistència equivalent a l'entrada (vegeu l'annex, en què es recorden els conceptes de resistències d'entrada i sortida d'un circuit).

Aplicant el concepte de curtcircuit virtual a l'amplificador inversor de la figura 6, com que  $V^+$  està unit a terra, tindrem  $V^- = 0$ . Tenim, doncs, una **massa virtual** perquè  $V^-$  està unit a terra sense estar-ho. A partir d'això i fent servir la llei d'Ohm podem deduir que el corrent que passa per  $R_1$  és:

$$I = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_i - V^-}{R_1} = \frac{V_i}{R_1} \quad (5)$$

D'altra banda, sabem que la tensió de sortida ha de ser la suma de l'existent en  $V^-$  més la que cau en  $R_2$ , que depèn de  $I$ :

$$V_o = V_{R2} + V^- = -I \cdot R_2 = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_i \quad (6)$$

en què hem fet servir l'equació 5 en l'últim pas. Recordeu que el signe del corrent està determinat pel seu sentit. Acabem de trobar, doncs, que la sortida és l'entrada multiplicada per un factor de guany  $R_2/R_1$  invertit en signe:

$$G = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (7)$$

Per tant, el valor absolut de  $G$  pot ser més gran o petit que 1 simplement triant el valor de les resistències de manera adequada.

Ara que ja tenim  $G$ , trobarem el paràmetre següent d'interès, que és la resistència d'entrada al circuit  $R_i$ . Com hem raonat al principi del subapartat "L'amplificador operacional ideal", en qualsevol circuit ens interessa conèixer la impedància a l'entrada i a la sortida, per a modelitzar-ne el comportament com a bloc i les interaccions amb blocs adjacents.

En aquest cas la resistència d'entrada,  $R_i$ , es pot calcular també a partir de la llei d'Ohm:

$$R_i = \frac{V_i}{I} \quad (8)$$

I ja hem vist en l'equació 5 que:

$$I = \frac{V_i}{R_1} \quad (9)$$

I per tant, substituint l'equació 9 en l'equació 8 tenim:

$$R_i = \frac{V_i}{\frac{V_i}{R_1}} = R_1 \quad (10)$$

Amb això ja coneixem el guany i la resistència d'entrada de l'amplificador inversor.

#### Llei d'Ohm

Relació fonamental entre tensió, intensitat de corrent i resistència:  $V = I \cdot R$ .

Un amplificador inversor és un circuit basat en AO (figura 6) que proporciona un guany finit i negatiu igual a:

$$G = -\frac{R_2}{R_1} \quad (11)$$

amb una resistència d'entrada finita determinada per  $R_1$ .

#### Nota

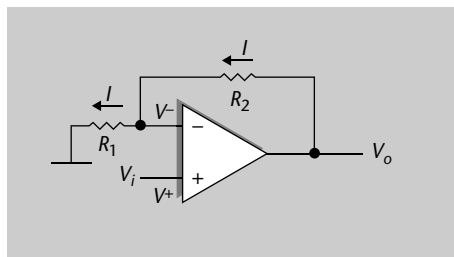
Observant la figura 6 noteu que la impedància de sortida és la de l'AO mateix. En el cas ideal es va establir que és nul·la.

El mateix exercici el farem en el subapartat següent amb una configuració anomenada **no inversora**.

### 1.3.3. Amplificador no inversor

Noteu que en l'amplificador anterior (subapartat "Amplificador inversor") sempre tenim que la sortida té el signe oposat a l'entrada. Això en certs circuits no ens interessa, i per tant volem disposar també d'un amplificador no inversor. L'aconseguim amb la configuració de la figura 7, en què utilitzem els mateixos símbols que a la figura 6.

Figura 7. Amplificador no inversor



**Figura 7**

Topologia d'amplificador no inversor, amb mateixa notació que en la figura 6.

En aquest cas podem obtenir el guany i la resistència d'entrada fent el mateix tipus de raonament que en el subapartat anterior.

D'una banda, de manera ràpida ja podem observar que la resistència d'entrada  $R_i$  tendeix a infinit:

$$R_i = \frac{V_i}{0} \rightarrow \infty \quad (12)$$

ja que en els terminals d'entrada de l'AO ideal el corrent és nul. Observeu, doncs, que en aquest cas el circuit presenta una resistència d'entrada igual que la del dispositiu AO que el conforma, com podíem esperar en veure la figura 7. Recordeu que és molt avantatjós que un circuit presenti una resistència d'entrada que tendeixi a infinit, per a no provocar efectes de càrrega (per divisor de tensió) en el circuit precedent.

Pel que fa al guany, sabem per **curtcircuit virtual** que  $V^+ = V^- = V_i$ . Si suposem que per  $R_1$  passa un corrent  $I$ , el valor serà:

$$I = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_i - 0}{R_1} = \frac{V_i}{R_1} \quad (13)$$

la tensió s'obindrà com:

$$\begin{aligned} V_o &= I \cdot R_2 + V^- = I \cdot R_2 + V_i = I \cdot R_2 + I \cdot R_1 = \\ &= I \cdot (R_2 + R_1) = \frac{V_i}{R_1} \cdot (R_1 + R_2) \end{aligned} \quad (14)$$

#### **Curtcircuit virtual**

Recordeu aquest concepte tan important per a les anàlisis amb AO: els dos terminals d'entrada es troben a la mateixa tensió quan hi ha realimentació negativa; vegeu el subapartat "Amplificador inversor".

I per tant, el guany (que es defineix com el quocient entre tensions de sortida i entrada), el podem obtenir de l'equació 14:

$$G = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (15)$$

Com es pot veure, en aquest cas, el guany serà sempre positiu, ja que les resistències són sempre positives, i a més sempre serà més gran o igual que 1.

Un amplificador no inversor és un circuit basat en AO (figura 7) que proporciona un guany finit i positiu igual a:

$$G = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (16)$$

amb una resistència d'entrada que tendeix a infinit (igual que la de l'AO).

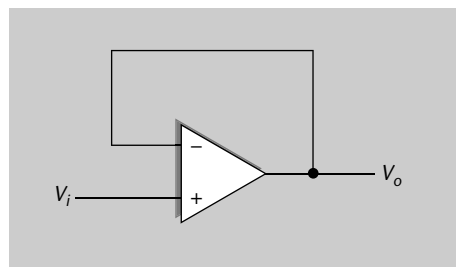
Disposem, doncs, de dos tipus d'amplificadors (inversor i no inversor) amb un guany finit i controlable per resistències. Tots dos fan treballar l'AO en zona lineal mitjançant la realimentació negativa (a l'entrada inversora). A continuació veurem un tercer cas d'un circuit basat en AO amb realimentació negativa, el seguidor de tensió.

#### 1.3.4. Seguidor de tensió i amplificadors en cascada

Una funció molt útil d'un AO amb realimentació negativa és la d'**adaptador d'impedàncies**, que consisteix en un bloc que presenta una impedància d'entrada infinita i una impedància de sortida nul·la. D'aquesta manera assegurem que els blocs adjacents no pateixen efectes de resistències de càrrega.

Seria el circuit de la figura 8, que rep el nom de **seguidor de tensió**, ja que la tensió de sortida  $V_o$  coincideix amb la tensió d'entrada  $V_i$ , un altre cop aplicant curtcircuit virtual (subapartat "Amplificador inversor") entre terminals d'entrada.

Figura 8. Seguidor de tensió



**Figura 8**

Seguidor de tensió, en què la tensió de sortida  $V_o$  coincideix amb la tensió d'entrada  $V_i$ .

Aquesta topologia serveix simplement per a aprofitar-nos d'una característica molt útil dels AO ideals, com són les impedàncies d'entrada infinites i de sor-

tida nul·les. Així, amb un seguidor de tensió aïllem els circuits adjacents des d'aquest punt de vista.

Amb un seguidor de tensió podem configurar circuits en cascada sense que hi hagi efectes de càrrega entre aquests. El seguidor es col·loca entre els blocs, i els aïlla d'efectes d'impedàncies de càrrega.

Per exemple, una característica que hem vist que té l'amplificador inversor és la seva impedància d'entrada finita. En concret hem vist en l'apartat "Amplificador inversor" que pren el valor de  $R_1$  segons l'equació 10. Podríem aconseguir fàcilment que tingui impedància d'entrada infinita col·locant un seguidor de tensió a l'entrada. La resta de funcions del conjunt, com l'amplificació, romandrien igual.

### 1.3.4.1 Amplificadors en cascada

Ara que hem exposat l'efecte d'un bloc adaptador d'impedàncies, podem parlar breument de com concatenem diferents amplificadors basats en AO. Per exemple, si es pretén aconseguir un amplificador amb guany negatiu i amb una impedància d'entrada alta, no podríem utilitzar simplement un amplificador inversor, ja que no reuneix totes dues característiques alhora. Ho podríem aconseguir col·locant un amplificador no inversor a l'entrada (que subministra una impedància d'entrada alta), i un segon amplificador inversor a la sortida per a obtenir el guany negatiu. Vegem-ne un exemple que ens guiï en aquesta solució.

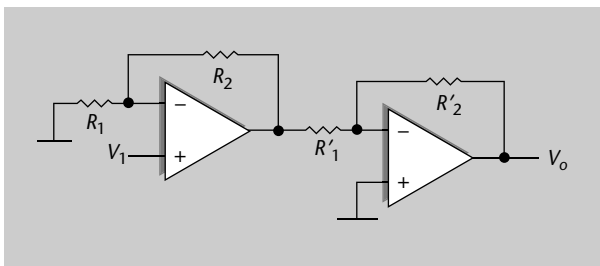
#### Exemple 1

Dissenyeu un amplificador inversor amb les característiques següents:  $R_i$  tendeix a  $\infty$ ,  $G = -50$ .

#### Solució

La primera de les condicions no es pot aconseguir amb un únic amplificador no inversor (que té impedància d'entrada finita), i per tant haurem d'unir dos amplificadors en cadena: un amplificador no inversor que proporcioni  $R_i$  que tendeixi a  $\infty$ , seguit d'un amplificador inversor que ens proporcioni el signe negatiu que necessitem en el guany.

Figura 9. Amplificador de l'exemple 1



**Figura 9**

Dos amplificadors en cadena: un amplificador no inversor que proporciona  $R_i$  que tendeix a  $\infty$ , seguit d'un amplificador inversor que proporciona el signe negatiu en el guany.

El conjunt de la figura 9 té, per tant, una impedància d'entrada infinita, que era l'objectiu. Estudiem-ne a continuació el guany. Per al primer amplificador de la figura 9 usem l'equació de l'amplificador no inversor (equació 15):

$$G_A = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (17)$$

Aquest seria el guany en tensió fins a l'entrada del segon bloc. Com que el primer bloc té impedància de sortida nul·la (la pròpia de l'AO), ens assegurem que el segon bloc no provoca cap efecte de càrrega sobre el primer. En aquest cas, doncs, podem assegurar que el segon bloc actuarà provocant un guany per si sol com a amplificador inversor (equació 7):

$$G_B = -\frac{R'_2}{R'_1} \quad (18)$$

Fins a l'entrada del segon bloc la tensió s'ha vist multiplicada per  $G_A$ , i el segon bloc provoca alhora una multiplicació per  $G_B$ . Hem trobat, doncs, que el guany total és el producte de guanys.

Dos amplificadors encadenats, sense efectes de càrrega, proporcionen un guany del conjunt igual al producte de guanys.

El guany total volem que sigui  $-50$ ; per tant:

$$G_{TOTAL} = G_A \cdot G_B = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \left(-\frac{R'_2}{R'_1}\right) = -50 \quad (19)$$

Aquest valor es pot aconseguir de moltes maneres diferents. Així, podem fer que  $G_A$  prengui els valors 1, 10 o 50 i aleshores els valors de  $G_B$  serien, respectivament,  $-50$ ,  $-5$  o  $-1$ .

Prenem, per exemple, el cas de  $G_A = 1$  i  $G_B = -50$ , i substituint  $G_A$  en l'equació 19:

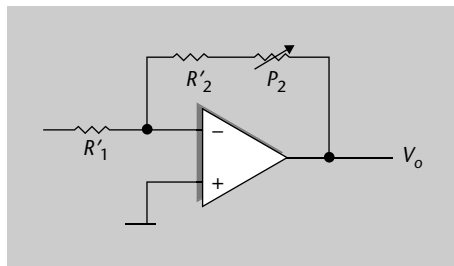
$$1 + \frac{R_2}{R_1} = 1 \quad (20)$$

i per tant  $R_2 = 0$ . Com que pel terminal d'entrada a l'AO no circula corrent, el valor de  $R_1$  és irrellevant. Si en  $R_1$  no posem cap resistència (prendria un valor teòric infinit) tindriem un seguidor de tensió com el de la figura 8.

D'altra banda, per la part de  $G_B$  substituint en l'equació 18 podríem prendre  $R'_2 = 50 \text{ k}\Omega$  i  $R'_1 = 1 \text{ k}\Omega$ .

Per a aconseguir un guany molt precís s'acostuma a substituir la resistència  $R'_2$  per una resistència fixa més una variable (potenciòmetre  $P_2$ ), per tal d'aconseguir un ajust molt més fi i actuar amb més sensibilitat (vegeu la figura 10). Per exemple, si el valor total de resistència  $R'_2$  i potenciòmetre  $P_2$  ha de sumar  $50 \text{ k}\Omega$ , podem fer que  $R'_2$  prengui un valor de  $45 \text{ k}\Omega$ , i utilitzar un potenciòmetre de valor màxim  $10 \text{ k}\Omega$  ajustat a la meitat del seu marge.

Figura 10. Amplificador amb potenciòmetre per ajust de guany



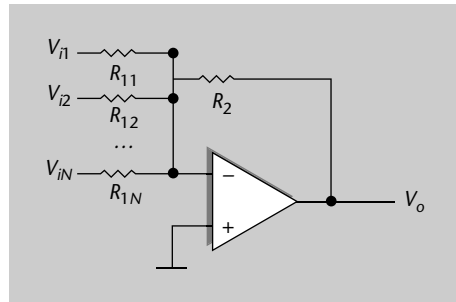
**Figura 10**

Amplificador no inversor amb potenciòmetre, per ajust de guany.

### 1.3.5. Amplificador sumador (inversor)

Un AO amb realimentació negativa també es pot configurar com a sumador de tensions. Seria l'esquema de la figura 11, en què tenim  $N$  entrades de tensió i volem que la sortida ens proporcionï una suma d'aquestes entrades.

Figura 11. Amplificador sumador

**Figura 11**

Sumador de tensions, en què tenim  $N$  entrades de tensió i la sortida ens proporciona una suma d'aquestes entrades.


Atès que la tensió al terminal inversor és  $V^- = 0$  (per curtcircuit virtual amb  $V^+$ ), els corrents que circulen per cada branca són independents entre ells, i no es produeix cap redistribució de corrent. És a dir, el corrent total  $I_T$  que travessa  $R_2$  serà la suma dels corrents  $I_j$  de cadascuna de les branques d'entrada:

$$I_j = \frac{V_{ij}}{R_{1j}} \quad I_T = \sum_{j=1}^N I_j \quad (21)$$

en què hem utilitzat  $j$  per a indicar la branca d'entrada, entre 1 i  $N$ .

La tensió de sortida és:

$$V_o = -I_T \cdot R_2 = -\frac{V_{i1}}{R_{11}} R_2 - \frac{V_{i2}}{R_{12}} R_2 \dots - \frac{V_{iN}}{R_{1N}} R_2 \quad (22)$$

Així doncs, la tensió de sortida és la suma, ponderada per les resistències, de les tensions d'entrada invertides en signe. És l'equivalent a tenir  $N$  amplificadors inversors (amb un guany per cada entrada), que finalment sumen les seves sortides. Seria un circuit molt senzill com a base d'una calculadora analògica que requerís l'operació suma, i basat en un únic AO. 

En el cas particular en què totes les resistències són iguals, la sortida serà la suma invertida de les entrades:

$$V_o = -V_{i1} - V_{i2} \dots - V_{iN} \quad (23)$$

Un sol AO és la base d'un circuit sumador de múltiples tensions d'entrada, seguint la configuració de la figura 11.

#### Notació de sumatori $\Sigma$

Hem utilitzat la notació de sumatori entre 1 i  $N$ : recordeu que indica la suma de tots els factors entre l'índex 1 i  $N$ .

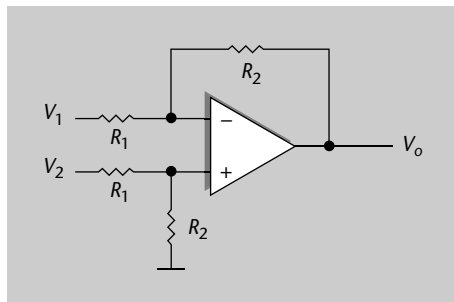
### 1.3.6. Amplificador diferencial

L'amplificador diferencial és una configuració amb dues entrades, en la qual s'amplifica la diferència de tensió entre aquestes. Per a obtenir les expressions corresponents a aquesta configuració (figura 12) tindrem en compte que el seu comportament és lineal en tot moment (forçat per la realimentació negativa, com s'ha vist en els subapartats "Realimentació en

l'AO ideal" fins "Amplificador sumador (inversor)". Per això, aplicarem el principi de superposició:

- Primer suposarem que una de les tensions d'entrada és nul·la i obtindrem la sortida corresponent.
- A continuació suposarem que l'altra tensió és nul·la i també obtindrem l'expressió de  $V_o$ .
- La solució completa s'aconsegueix mitjançant la suma de les dues solucions.

Figura 12. Amplificador diferencial



#### Principi de superposició

Principi que afirma que la resposta d'un circuit lineal es pot obtenir sumant les aportacions de cadascuna de les seves fonts diferents. Vegeu l'annex.

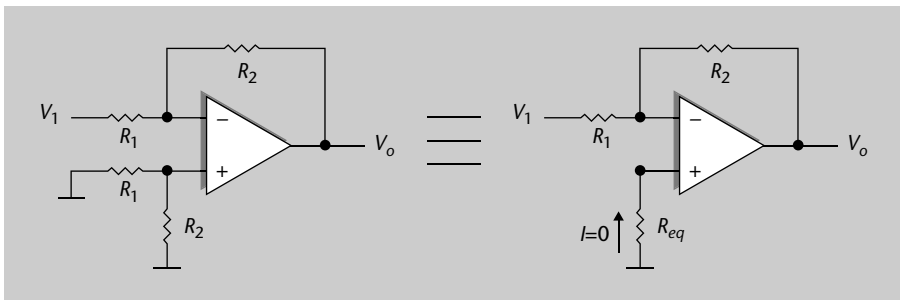
#### Figura 12

Topologia d'amplificador diferencial, en què la sortida  $V_o$  és proporcional a la diferència entre  $V_1$  i  $V_2$ .

**Primer cas:  $V_2 = 0$ .**

En aquest cas, en considerar que  $V_2$  és igual a zero, obtenim que  $R_1$  i  $R_2$  del terminal positiu estan en paral·lel (figura 13 (a)) i per tant el circuit prendria la forma de la figura 13 (b), en què tenim la resistència equivalent al paral·lel de  $R_1$  i  $R_2$ .

Figura 13. Primer cas: anàlisi d'amplificador diferencial



#### Figura 13

Primer cas per l'anàlisi de l'amplificador diferencial.

Sabem que la intensitat de corrent  $I$  que travessa la resistència equivalent ha de ser zero (recordeu la característica d'impedància infinita d'entrada, figura 4), i per tant  $V^+ = 0$ . Amb això el nostre circuit es converteix en un circuit amplificador inversor com el de la figura 6, que ja coneixem i que té com a sortida l'equació 7:

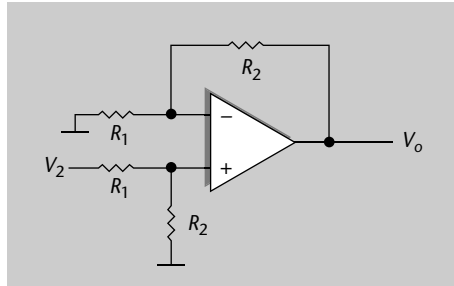
$$V_o|_{V_2=0} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_1 \quad (24)$$



**Segon cas:  $V_1 = 0$ .**

Ara el circuit és un amplificador no inversor (figura 14) amb l'única diferència respecte del no inversor del subapartat "Amplificador no inversor" que no apliquem directament una tensió sobre  $V^+$ , sinó que al terminal arriba la tensió del divisor format per  $R_1$  i  $R_2$ .

Figura 14. Segon cas: anàlisi d'amplificador diferencial



De manera que formem la sortida amb expressions conegudes, com són les de l'amplificador inversor (subapartat "Amplificador inversor") i el divisor de tensió (annex):

$$V_o|_{V_1=0} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V^+ = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_2 = \frac{R_2}{R_1} \cdot V_2 \quad (25)$$

Tenim, doncs, un guany positiu, que és el quocient de resistències.

### Expressió total

L'expressió total  $V_{o(TOTAL)}$  aplicant el teorema de superposició serà la suma de l'equació 24 i la 25:

$$V_{o(TOTAL)} = V_o|_{V_2=0} + V_o|_{V_1=0} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_1 + \frac{R_2}{R_1} \cdot V_2 = (V_2 - V_1) \cdot \frac{R_2}{R_1} \quad (26)$$

Fixeu-vos què hem trobat amb l'equació 26: el resultat depèn de la diferència de tensions. A més, hi tenim un guany igual al factor  $R_2/R_1$ . La sortida no depèn en absolut del valor de les entrades (o el seu valor mitjà, el valor en mode comú), sinó de la tensió en mode diferencial.

L'amplificador diferencial amplifica el senyal diferència entre entrades, el senyal  $V_2 - V_1$ . Té, per tant, un guany en mode diferencial, i qualsevol component de mode comú en la tensió d'entrada queda rebutjat a la sortida.

Noteu que aquestes expressions depenen en part del fet de disposar de dues resistències  $R_1$  exactament iguals entre si, i el mateix per a  $R_2$ .

### Nota

Amb la notació de l'equació 24 indiquem que estem avaluant la sortida  $V_o$  en una condició o situació concreta, com és que  $V_2$  és igual a zero. Aquesta notació anirà apareixent al llarg del mòdul.

### Figura 14

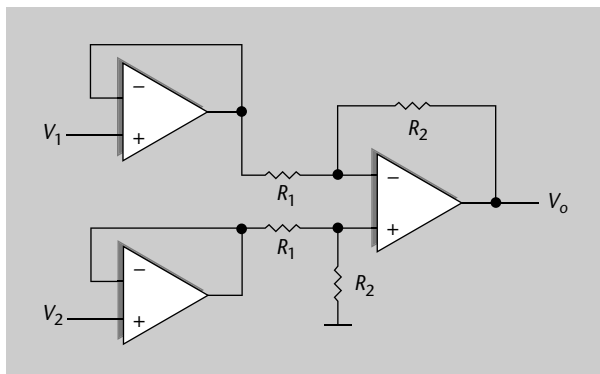
Segon cas per a l'anàlisi de l'amplificador diferencial.

Recordeu l'explicació del mode comú i diferencial al subapartat "L'amplificador operacional ideal".

També seria important destacar en aquest cas que la resistència d'entrada al circuit, vista des del terminal  $V_1$ , és proporcional a  $R_1$  –com heu vist en l'explicació de l'amplificador inversor (subapartat “Amplificador inversor”), i per tant no necessàriament ha de ser propera a infinit o molt gran. Des de l'altre terminal d'entrada, el node  $V_2$ , la resistència equivalent d'entrada és la suma de  $R_1$  i  $R_2$ , que prové del fet que pel terminal de l'AO no circula corrent.

Recordeu que la impedància d'entrada d'un circuit interessa en general que tendeixi a infinit, perquè no carregui el circuit anterior. El fet que la impedància d'entrada sigui de l'ordre de  $R_1$ , o la suma de  $R_1$  i  $R_2$ , és un desavantatge de l'amplificador diferencial de la figura 12. Una possible solució seria incloure seguidors de tensió a cada entrada  $V_1$  i  $V_2$  com en la figura 13, per tal de no carregar amb cap impedància el circuit previ. Recordeu del subapartat “Seguidor de tensió i amplificadors en cascada” que els seguidors serveixen precisament per a oferir una impedància d'entrada que tendeixi a infinit, i aïllar d'aquesta manera etapes circuitals contigües.

Figura 15. Amplificador diferencial amb impedància d'entrada ideal



**Figura 15**

Amplificador diferencial amb dos seguidors de tensió previs, a cadascuna de les entrades.

Aquest tipus d'amplificadors diferencials, amb una configuració o una altra, formen la base principal dels amplificadors utilitzats en els instruments de mesura: s'anomenen *amplificadors d'instrumentació*. S'estudiaran més àmpliament al subapartat “Amplificador d'instrumentació”, quan ja coneguem més conceptes dels AO reals.

### 1.3.7. Amplificador diferenciador

En aquest subapartat presentem un altre ús de l'AO com a element base d'un amplificador; en aquest cas es tracta d'un amplificador **diferenciador**, que teniu representat en la figura 16. El que pretenem amb aquest circuit és que la seva sortida sigui proporcional a la derivada en el temps de la tensió d'entrada:

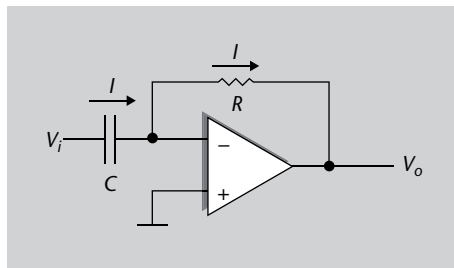
$$V_0(t) = K \cdot \frac{dV_i(t)}{dt} \quad (27)$$

on  $K$  representa un factor de proporcionalitat de qualsevol valor, i  $V_i$  i  $V_0$  són els senyals temporals d'entrada i sortida, respectivament.

Configurant un AO com a diferenciator (figura 16) podem disposar d'un circuit que "fa derivades", amb tota mena d'usos en circuits o electrònica de càlcul.

L'anàlisi d'aquest circuit és similar al de l'inversor, amb l'única diferència que la intensitat de corrent d'entrada és la que circula pel condensador, tenint en compte que la diferència de tensió a la qual està sotmès és la d'entrada menys la massa virtual.

Figura 16. Amplificador diferenciator



En el cas general la tensió d'entrada variarà amb el temps  $V_i = V_i(t)$ . La principal diferència en aquest circuit és la presència d'un condensador de capacitat constant  $C$ . Recordeu que la càrrega  $Q$  que emmagatzema el condensador és proporcional a la seva capacitat  $C$  i a la diferència de potencial  $V$  que hi ha entre els seus pols.

$$Q = C \cdot V \quad (28)$$

Si la tensió varia amb el temps i la capacitat del condensador és constant, la càrrega que emmagatzema també variarà amb el temps,  $Q = Q(t)$ .

$$\frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{dV}{dt} \quad (29)$$

Sabem que la variació de càrrega amb el temps representa el concepte d'intensitat de corrent.

$$I = C \cdot \frac{dV}{dt} \quad (30)$$

D'altra banda, del circuit sabem que la diferència de potencial entre els pols del condensador mateix, la seva caiguda de tensió, és  $V_i$ , a causa del curtcircuit virtual entre entrades inversora i no inversora de l'AO. I finalment, el senyal de sortida s'obté (per llei d'Ohm) sabent que serà la intensitat  $I$  de l'equació 30, amb el signe corresponent al seu sentit, per a la resistència  $R$ :

$$V_o = -I \cdot R = -R \cdot C \cdot \frac{dV_i}{dt} \quad (31)$$

#### Curtcircuit virtual

Recordeu aquest concepte tan important per a les anàlisis amb AO: els dos terminals d'entrada es troben a la mateixa tensió quan hi ha realimentació negativa; vegeu el subapartat "Amplificador inversor".

#### Figura 16

Topologia d'un amplificador diferenciator.

#### Condensador

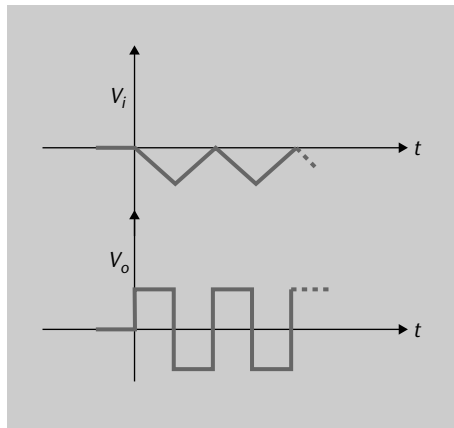
Element que emmagatzema càrrega entre els seus terminals, i en el qual la tensió entre extrems no pot canviar brusquement.

Com veieu en aquesta expressió, la tensió de sortida  $V_o$  és proporcional a la derivada en el temps del senyal d'entrada. La constant de proporcionalitat  $RC$  és la coneguda com a **constant de temps**. S'anomena així perquè de fet les seves unitats són unitats de temps, són segons.

Per a la utilització d'aquest dispositiu hem de "buidar" prèviament el condensador de tota càrrega, per tal que l'estat inicial el tinguem controlat. Per a això es pot induir un curtcircuit entre els seus pols. A continuació, desfent aquest curtcircuit, deixem que el sistema evolucioni durant el temps que volem i n'obtenim la derivada a la sortida.

Un exemple seria el de la figura 17, en què veiem un senyal triangular a l'entrada, i a la sortida obtenim la derivada en el temps, que és un senyal quadrat: una constant en cada tram (recordeu que la derivada d'un pendent és una constant).

Figura 17. Exemple de sortida enfront d'entrada, amplificador derivador



#### Llei d'Ohm

Relació fonamental entre tensió, intensitat de corrent i resistència:  $V = I \cdot R$

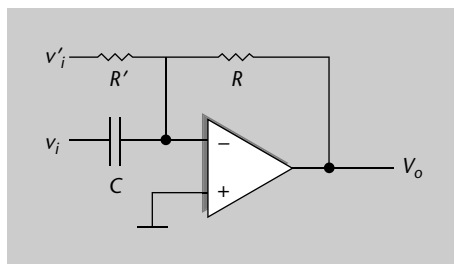
#### Figura 17

Exemple de senyal triangular a l'entrada d'un amplificador derivador, i la sortida corresponent, que és un senyal quadrat.

A la figura 17 fixeu-vos que quan la tensió d'entrada té pendent negatiu, la tensió de sortida és positiva, i a l'inrevés.

Amb el circuit de la figura 16 es poden fer moltes combinacions; per exemple, podem dissenyar un circuit que obtingui la derivada d'un senyal determinat, i a més li sumi un segon senyal. Ho podem fer amb l'esquema de la figura 18, seguint la filosofia d'un circuit sumador com el del subapartat "Amplificador sumador (inversor)", en què arribaven  $N$  senyals d'entrada al circuit basat en un únic AO.

Figura 18. Amplificador diferenciator i sumador de dues entrades



#### Figura 18

Topologia d'amplificador diferenciator i sumador de dues entrades.

En aquest cas la tensió de sortida estaria determinada per la suma d'un amplificador inversor (entrada  $V'_i$ ) i d'un amplificador derivador (entrada  $V_i$ ), les expressions dels quals acabeu de conèixer en les equacions 31 i 7:

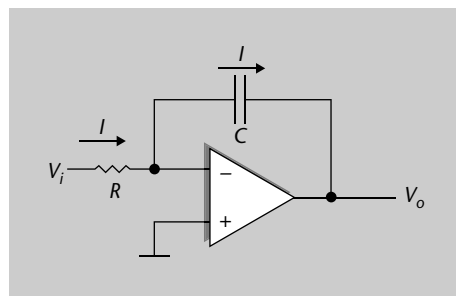
$$V_o = -\frac{R}{R'}V'_i - R \cdot C \cdot \frac{dV_i}{dt} \quad (32)$$

Veiem, doncs, la flexibilitat d'aquestes configuracions, que es poden usar independentment, o ajuntar-les en un mateix AO operant també com a sumador de totes.

### 1.3.8. Amplificador integrador

Igual que és útil disposar d'un circuit derivador, amb tota mena d'aplicacions de càlcul, també ens pot interessar disposar de la funció d'integració. Per aconseguir un dispositiu integrador intercanviem la resistència i el condensador d'un circuit diferenciador segons l'esquema de la figura 19.

Figura 19. Amplificador integrador



**Figura 19**

Topologia d'amplificador integrador.

Amb això tenim que la tensió de sortida és proporcional a la integral en el temps del senyal d'entrada. Es pot demostrar fent ús de les expressions introduïdes en el cas del derivador (equació 30), en què l'increment de tensió en el condensador ( $V_c$ ) era el corrent multiplicat per l'increment de temps i dividit per la capacitat  $C$ :

$$dV_c = \frac{1}{C} \cdot I \cdot dt \quad (33)$$

I per tant, integrant tots dos termes tenim:

$$V_c(t) = \frac{1}{C} \cdot \int I \cdot dt \quad (34)$$

El corrent  $I$  que travessa el condensador serà el mateix que travessa la resistència  $R$ , i per tant  $I = V_i/R$ :

$$V_c(t) = \frac{1}{RC} \cdot \int V_i(t) \cdot dt \quad (35)$$

I també sabem, per curtcircuit virtual entre terminals, que la tensió de sortida  $V_o$  és la mateixa que en el condensador ( $V_c$ ), amb el signe oposat:

$$V_o(t) = -V_c(t) = -\frac{1}{RC} \cdot \int V_i(t) \cdot dt \quad (36)$$

Aquesta expressió ens indica que el senyal de sortida és proporcional a la integral del senyal d'entrada.

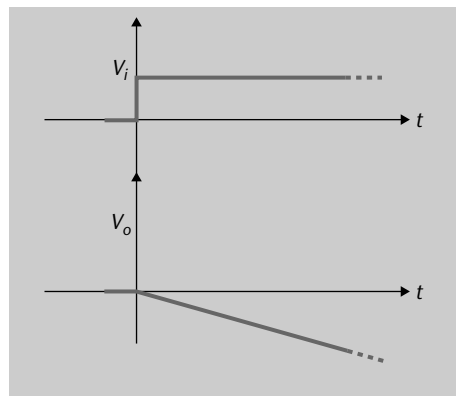
Intercanviant la resistència i el condensador d'un amplificador derivador s'obté un amplificador integrador com el de la figura 19.

En el cas particular en què  $V_i(t)$  fos constant en el temps, aquest terme sortiria de la integral i l'expressió prendria la forma:

$$V_o = -\frac{1}{RC} \cdot V_i \cdot t \quad (37)$$

La sortida seria una recta amb un pendent determinat, com podeu veure a la figura 20.

Figura 20. Sortida de l'integrador per a una entrada constant

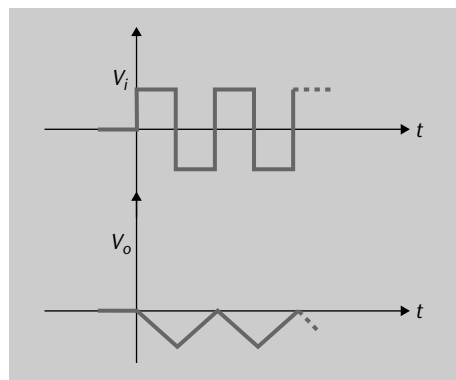


**Figura 20**

Exemple de senyal d'entrada constant en l'amplificador integrador, i la seva sortida corresponent.

Aquesta característica és molt útil, per exemple, per a utilitzar aquests dispositius en el disseny de generadors de senyals. Així, podem aconseguir un senyal triangular de sortida com a resposta a un senyal quadrat d'entrada, com es veu a la figura 21. Fixeu-vos que és la complementària del derivador de la figura 17.

Figura 21. Generació de senyal triangular a partir de senyal quadrat



**Figura 21**

Exemple de senyal quadrat d'entrada en l'amplificador integrador, i la seva sortida corresponent, que és un senyal triangular.

Hem exposat fins aquí tot un conjunt d'amplificadors basats en AO que representen la base de moltes funcions útils, com la suma, diferència, integració, etc. A continuació ens estendrem en les reflexions sobre l'AO ideal.

### 1.3.9. Validesa i limitacions de l'AO ideal

Hem demostrat que, quan assumim unes certes condicions d'idealitat en l'AO, podem dissenyar tot un conjunt de circuits molt útils per a tota mena d'aplicacions:

- Amplificador inversor al subapartat "Amplificador inversor" (1.3.2.).
- Amplificador no inversor al subapartat "Amplificador no inversor" (1.3.3.).
- Seguidor de tensió al subapartat "Seguidor de tensió i amplificadors en cascada" (1.3.4.).
- Amplificador sumador al subapartat "Amplificador sumador (inversor)" (1.3.5.).
- Amplificador diferencial al subapartat "Amplificador diferencial" (1.3.6.).
- Amplificador diferenciador al subapartat "Amplificador diferenciador" (1.3.7.).
- Amplificador integrador al subapartat "Amplificador integrador" (1.3.8.).

En aquest punt ens hem de preguntar quina validesa té l'anàlisi amb l'AO ideal, si en la pràctica aquesta hipòtesi és prou precisa. Tot dependrà de quins paràmetres tenen els circuits reals que venen els fabricants, si s'allunyen molt o poc de la idealitat. En general, podem assegurar que per a moltes aplicacions hi ha en el mercat tot un conjunt d'AO amb prestacions molt properes a l'ideal.

Podem assegurar que les hipòtesis d'idealitat, que inclouen:

- corrent d'entrada nul,
- impedància de sortida nul·la,
- guany diferencial que tendeix a infinit, i
- guany per al mode comú nul,

són realistes perquè molts dels AO del mercat les fan vàlides en la majoria d'aplicacions.

Quan el senyal està format per freqüències baixes, la hipòtesi del guany infinit és vàlida perquè els AO tenen un guany molt alt a baixes freqüències. Quan s'utilitza una determinada tecnologia per a la construcció de l'AO, el corrent d'entrada és del rang de femtoamperes, i per tant prou proper a zero per a la majoria d'aplicacions.

En tot cas, convé conèixer en detall les característiques dels AO reals. Podem avançar que:

- El seu guany és realment elevat, entorn de  $10^6$ , però no infinit,

#### Femto

*Femto* (símbol *f*) és un prefix del Sistema Internacional que indica un factor de  $10^{-15}$ .

- tenen una impedància d'entrada elevada, però no infinita,
- no rebutgen completament els senyals en mode comú,
- les seves característiques varien en freqüència, a partir d'uns certs valors de freqüència de funcionament.

Les limitacions, doncs, del concepte d'idealitat, fan que les prestacions dels circuits, predites per les anàlisis vistes en aquest capítol, difereixin en més o menys mesura d'aquesta idealitat. En alguns aspectes, aquesta diferència pot ser rellevant, en especial pel que fa a variacions en freqüència. En el subapartat següent es tractaran aquests aspectes.

#### 1.4. Amplificador operacional real

En el subapartat "L'amplificador operacional ideal" us hem mostrat quines característiques té l'AO ideal, i com s'analitza aquest dispositiu quan està acompanyat d'un circuit al seu voltant. Amb aquest circuit s'aconsegueix que un AO sigui el nucli d'un bloc amb una determinada funció (sumar, derivar, integrar, etc). Ara és el moment, en aquest subapartat, d'acostar-nos més al cas real, als dispositius que hi ha en el mercat, i que es caracteritzen per uns paràmetres que difereixen (ni que sigui una mica) de l'ideal.

És molt important entendre les prestacions del cas real, i que aprengueu a analitzar els circuits basats en AO incloent-hi aquestes prestacions. Això és així perquè un dissenyador electrònic es troba habitualment amb la disjuntiva d'haver de seleccionar un determinat AO, entre tot un ventall ampli existent en el mercat. Per a fer-ho, n'ha de tenir en compte el comportament en funció de quina aplicació està dissenyant.

La selecció del millor AO per a una determinada aplicació pot esdevenir un tema complex, si no coneixem bé quin funcionament tindrà en el nostre circuit real un cop muntat. El dissenyador electrònic té al seu abast un ventall molt gran de catàlegs de dispositius reals, amb una varietat enorme de característiques, i ha de triar quin és l'apropiat per a la seva aplicació. I probablement haurà de tenir en compte també consideracions econòmiques.

Si recordeu ràpidament les prestacions del cas ideal, eren principalment:

- Impedància d'entrada infinita.
- Impedància de sortida nul·la.
- Guany infinit.
- Guany per al mode comú zero.
- Amplada de banda infinita.

Ara, en un cas real, aquestes mateixes característiques es converteixen en el següent:

- Impedància d'entrada molt alta, entorn de  $M\Omega$ , però no infinita.
- Impedància de sortida baixa, en un marge típic entre  $30\ \Omega$  i  $150\ \Omega$ .

#### Nota

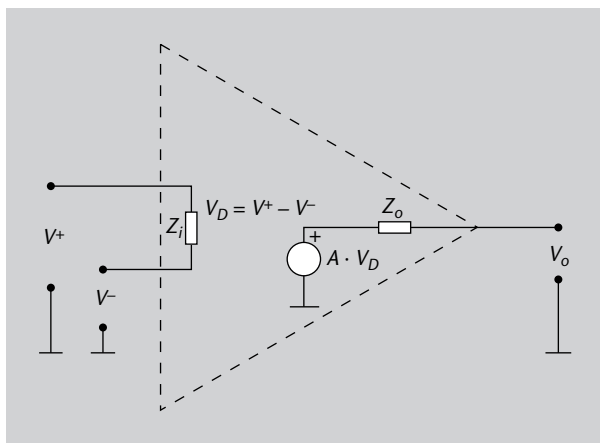
Avui dia el preu d'un amplificador operacional integrat de propòsit general, amb un guany de 100 dB, un corrent d'entrada de 100 nA, i una amplada de banda d'1 MHz, és inferior a 1 euro.



- Guany finit i molt alt, entorn de  $10^6$ .
- El senyal en mode comú apareix a la sortida, tot i que en una relació amb el senyal en mode diferencial molt petita.
- Amplada de banda limitada a un marge de freqüències entre la contínua i una certa freqüència superior. Aquesta cota superior dependrà del dispositiu concret, però pot estar típicament a la zona dels 1 MHz-10 MHz.

De la mateixa manera que hem explicat un circuit equivalent del cas ideal, que veieu a la figura 4 del subapartat "L'amplificador operacional ideal", en el cas real podem representar un circuit equivalent com el de la figura 22.

Figura 22. AO real



En aquesta figura, a l'esquerra, representem les dues entrades de l'AO, inversora i no inversora, i en aquest cas no estan "flotant" com en el cas ideal, cosa que indicava una impedància infinita, sinó que hi ha una certa impedància d'entrada  $Z_i$ . I per tant, en aquesta impedància passarà un cert corrent elèctric d'entrada a l'AO, que en el cas ideal no existia.

A la dreta de la figura 22 podeu veure que la sortida es continua representant com una font que depèn de la caiguda de tensió  $V_D$  a l'entrada, això no ha canviat. El que sí que introduïm en el cas real és una impedància de sortida  $Z_o$ , que farà que la tensió de sortida de l'AO ( $V_o$ ) no sigui exactament igual que la tensió proporcionada per la font ( $A \cdot V_D$ ). La diferència entre totes dues dependrà precisament dels valors concrets de  $Z_o$ , i del circuit posterior amb què carreguem aquesta sortida: com sabeu de teoria de circuits, es crearà un divisor de tensió entre  $Z_o$  i la impedància de càrrega.

Per a caracteritzar l'AO real, una primera idea seria pretendre obtenir unes equacions globals, que tinguessin en compte totes les característiques que s'allunyen de l'ideal, alhora. Això seria una anàlisi realment complexa, i que en la pràctica tampoc no ens aportaria el que busquem, que és poder disposar d'eines per a analitzar cada paràmetre (impedància, guany, corrent, etc.) per

### Mega

Mega (símbol  $M$ ) és un prefix del Sistema Internacional que indica un factor de  $10^6$ .

### Figura 22

Model d'AO real, en què apareixen les impedàncies d'entrada  $Z_i$  i de sortida  $Z_o$ .

### Principi de superposició

Principi que afirma que la resposta d'un circuit lineal es pot obtenir sumant les aportacions de cadascuna de les seves fonts diferents.

separat. Després, un cop coneguts els efectes per separat, serà feina del dissenyador integrar els efectes en el seu circuit concret, aplicant, per exemple, el teorema de superposició per als efectes lineals. Veureu, doncs, en els subapartats següents quin efecte té que:

- El guany en llaç obert no sigui infinit,
- que les impedàncies no siguin les ideals,
- que l'amplada de banda no sigui infinita,
- que el mode comú no s'anul·li totalment

i altres efectes no desitjats que exposarem.

### 1.4.1. Guany en llaç obert no infinit

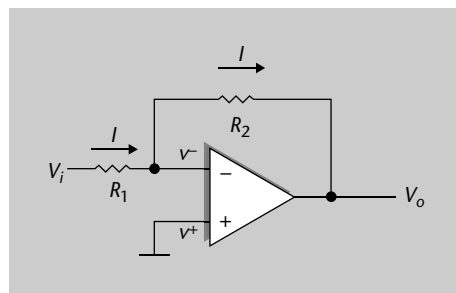
En el model ideal havíem suposat que el guany en llaç obert era infinit, i que a més aquest guany no depèn de la freqüència. Primer de tot cal comparar aquestes afirmacions amb la realitat: en el pitjor dels casos el guany en llaç obert sempre és superior a 200.000 i, en general, en un mateix circuit no es treballa en un marge de freqüències gaire extens. Per tant, la hipòtesi de guany que tendeix a infinit sembla raonable, però l'objectiu d'aquest subapartat és analitzar-la i comprovar-ne la validesa.

Per claredat de l'anàlisi, el que farem és estudiar les dues configuracions d'amplificació més utilitzades i que serveixen de base per a molts casos. De fet, ja els heu vist en el subapartat "L'amplificador operacional ideal" per al cas ideal: són l'amplificador inversor i el no inversor.

#### Efecte de guany no infinit en l'amplificador inversor

Recordeu que la configuració del cas inversor és la determinada per la figura 6, que repetim aquí en la figura 23 per comoditat.

Figura 23. Amplificador inversor per a anàlisi de cas real



**Figura 23**

Topologia d'amplificador inversor.

És important destacar el següent: com que en el cas real el guany en llaç obert ja no és infinit, **ja no es pot assumir el curtcircuit virtual entre entrades de l'AO**. Això és així perquè aquesta hipòtesi es basava, si recordeu el subapartat "L'amplificador operacional ideal", en el fet que la realimentació imposava

una estabilitat en la tensió diferencial d'entrada, i quan el guany és infinit l'única manera de tenir-ho era amb tensió d'entrada diferencial nul·la (curtcircuit virtual). És l'únic punt d'estabilitat d'una corba com la de figura 5 amb  $A$  infinit.

L'amplificador inversor, amb curtcircuit virtual entre entrades, feia que en l'entrada inversora  $V^-$  tinguéssim el nivell de massa igual que en l'entrada no inversora ( $V^+$ ). Ara en canvi, podem dir el següent sobre el corrent que cau en  $R_1$ , que depèn de  $V^-$ :

$$I = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_i - V^-}{R_1} \quad (38)$$

La sortida  $V_o$  sabem que respon a l'expressió vista en l'equació 1, en què  $A$  és el guany en llaç obert:

$$V_o = A \cdot (V^+ - V^-) \quad (39)$$

I, per tant, com que  $V^+$  està connectat a massa tenim:

$$V_o = -A \cdot V^- \quad (40)$$

D'aquí, substituint la variable  $V^-$  en l'expressió 38 s'obté:

$$I = \frac{V_i + \frac{V_o}{A}}{R_1} \quad (41)$$

D'altra banda, també sabem per la llei d'Ohm que la sortida dependrà del corrent  $I$  que passa per  $R_2$ :

$$V_o = V_{R2} + V^- = -I \cdot R_2 + V^- = -I \cdot R_2 - \frac{V_o}{A} \quad (42)$$

En què podem substituir el valor del corrent de l'equació 41 i trobar que  $V_o$  val:

$$V_o = - \left( \frac{V_i + \frac{V_o}{A}}{R_1} \right) \cdot R_2 - \frac{V_o}{A} = - \frac{V_i \cdot R_2}{R_1} - V_o \frac{R_2}{A \cdot R_1} - V_o \frac{1}{A} \quad (43)$$

D'aquí finalment aïllem  $V_o$  i trobem la seva expressió, en funció dels valors de resistències (com en el cas ideal), i a més ens apareix el guany en llaç obert  $A$ :

$$\frac{V_o}{V_i} = - \frac{R_2/R_1}{1 + \frac{1}{A} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)} \quad (44)$$

#### Símbol de l'AO

Noteu que, tant per representar l'AO ideal, com per representar un AO amb alguna característica no ideal, fem servir el mateix símbol. En un circuit real, el dissenyador ja avaluà si pot assumir idealitat en algun cas, o cal que usi paràmetres reals. És a dir, el dibuix de l'AO en un esquemàtic no indica si es pot usar un model més o menys aproximat.

Fixeu-vos que des de l'equació 38 ens hem basat en el fet que  $V^-$  té un cert valor, i per tant no estem aplicant la hipòtesi de curtcircuit virtual. Recordeu que l'expressió equivalent del cas ideal era l'equació 7.

El resultat de l'equació 44 és molt interessant, ja que el podem comparar amb el del cas ideal, en què el guany era simplement el quocient  $-R_2/R_1$ . Veiem en l'equació del cas real que quan  $A$  tendeix a infinit, el guany s'acosta a l'ideal, ja que el denominador tendeix a 1. Fixeu-vos que el guany real serà una mica més petit que l'ideal, ja que el denominador és una mica superior a 1 (tendeix a 1 si  $A$  tendeix a infinit).

El guany d'un amplificador inversor, si tenim en compte que el seu guany en llaç obert  $A$  no tendeix a infinit en un cas real, està determinat per la relació:

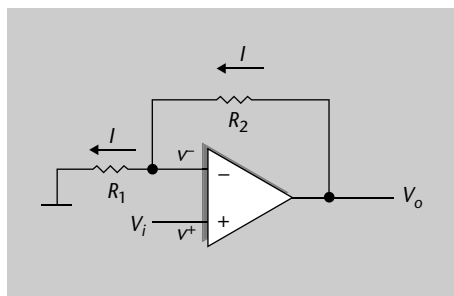
$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2/R_1}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} \quad (45)$$

Matemàticament podeu comprovar que engloba el cas ideal, ja que si fem que  $A$  tendeixi a infinit el denominador tendeix a 1.

### Efecte en l'amplificador no inversor

El mateix tipus d'anàlisi vist en el subapartat anterior es pot dur a terme en la configuració d'amplificador no inversor, mostrada en la figura 24.

Figura 24. Amplificador no inversor per a anàlisi de cas real



**Figura 24**

Topologia d'amplificador no inversor.

Considerem un altre cop que  $A$  no és infinit, i tenim de l'equació 39 que:

$$V^- = V_i - \frac{V_o}{A} \quad (46)$$

I per tant, l'expressió del corrent  $I$  seria:

$$I = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V^- - 0}{R_1} = \frac{V_i - \frac{V_o}{A}}{R_1} \quad (47)$$

en què hem substituït l'expressió 46.

Del circuit també podem veure que entre la tensió de sortida i el punt de massa hi ha les dues resistències  $R_1$  i  $R_2$ , per on passa el corrent  $I$ , i aleshores utilitzant l'equació 47 tenim:

$$V_o = I \cdot (R_1 + R_2) = \frac{V_i - V_o}{R_1} \cdot (R_1 + R_2) \quad (48)$$

Noteu que estem analitzant l'efecte del guany no infinit, però continuem considerant que el corrent d'entrada als terminals de l'AO és nul. Com dèiem, es tracta d'anar analitzant cada cas de no-idealitat pas per pas.

Ja només queda agrupar termes de  $V_o$  en l'expressió (48) a un costat i de  $V_i$  a l'altre,

$$V_o \cdot R_1 + \frac{V_o}{A} (R_1 + R_2) = V_i (R_1 + R_2) \quad (49)$$

per a arribar a l'expressió final del guany en llaç tancat per al cas real en aquesta configuració:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + \frac{1}{A} (R_1 + R_2)} = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{A} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)} \quad (50)$$

Recordeu que l'expressió equivalent en el cas ideal era l'equació 15.

En un amplificador no inversor, si tenim en compte que el guany en llaç obert de l'AO no necessàriament ha de tendir a infinit, el guany del circuit és:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{A} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)} \quad (51)$$

Igual que succeïa en el subapartat "Efecte de guany no infinit en l'amplificador inversor", ens trobem davant d'una expressió que engloba el cas ideal quan  $A$  tendeix a infinit. Observem també que el guany real serà una mica inferior a l'ideal (denominador sempre superior a 1).

A més, hem demostrat que el denominador, que és el que modifica l'expressió ideal, és el mateix en tots dos casos, tant per a la configuració d'amplificador inversor com no inversor.

En resum, fixeu-vos que ara disposem de l'expressió del guany de l'AO real. En cada cas, depenent dels valors concrets de  $R_1$ ,  $R_2$  i  $A$ , l'aproximació del cas ideal serà més o menys exacta.

### Exemple 2

Un determinat AO es caracteritza per un guany en llaç obert de  $10^6$  en la freqüència de treball. Se li ha aplicat realimentació per tal de tenir una configuració d'amplificador no inversor com a la figura 24, amb  $R_1 = 50 \Omega$  i  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ . Calculeu el guany del cas real, i compareu-lo amb l'aproximació del cas ideal.

### Solució

El guany en aquest cas hem demostrat que està determinat per l'equació 50. Substituint valors,

$$G = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} = \frac{1 + \frac{1000}{50}}{1 + \frac{1}{10^6} \left(1 + \frac{1000}{50}\right)} = \frac{21}{1 + 2,1 \cdot 10^{-5}} \quad (52)$$

trobem que el numerador és igual a 21, i el denominador és molt proper a 1, en concret és  $1 + 2,1 \cdot 10^{-5}$ . Això fa que el guany real sigui 20,9996, és a dir, molt proper al cas ideal de 21. En aquest cas, per tant, podríem fer servir el model d'amplificador ideal.

Aquest és un exemple prou significatiu, perquè un guany en llaç obert de  $10^6$  és ben habitual en els AO existents en el mercat.

Un altre efecte no ideal que ens convé estudiar és el fet que la resistència d'entrada no sigui infinita (és a dir, un circuit obert), i és el que s'analiza en el subapartat següent.

### 1.4.2. Impedància d'entrada no infinita

En el model ideal vèiem que no circula cap corrent pels terminals d'entrada de l'AO, com a conseqüència de la impedància d'entrada que tendeix a infinit, és a dir, que es modelitzaven els nodes d'entrada com un circuit obert. A continuació veureu què succeeix analíticament, en les nostres equacions, si la impedància d'entrada és molt alta però no un circuit obert. Per a l'anàlisi prendrem el cas de l'amplificador inversor, i traslladarem el resultat a altres casos.

Considerem, doncs, el circuit de la figura 25, en què destaquem explícitament una resistència entre els terminals d'entrada,  $R_{id}$ . Cal remarcar que es tracta de la mateixa resistència d'entrada del model real de la figura 22, que ara "traiem" de la "caixa AO". D'aquesta manera el símbol de l'AO representa, doncs, el mateix dispositiu que a la figura 24, amb un guany en llaç obert  $A$ . És la manera d'estudiar què passa quan hi ha una resistència no infinita entre terminals de l'AO.

Figura 25. Amplificador inversor per a anàlisi d'impedància d'entrada real

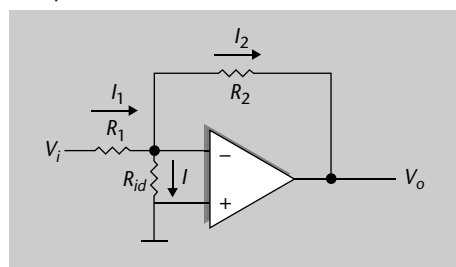


Figura 25

Amplificador inversor en què s'explicita una resistència real equivalent a l'entrada,  $R_{id}$ .

El primer efecte en què podem pensar, com a conseqüència de la presència mateixa de  $R_{id}$ , és que hi haurà un corrent  $I$  entre els terminals inversor i no inversor de l'AO. També hi haurà un corrent  $I_1$  a través de  $R_1$ , i un altre a través de  $R_2$  anomenat  $I_2$ . A partir de la figura 25 sabem que cadascun tindrà les expressions següents:

$$I_1 = \frac{V_i - V^-}{R_1} \quad (53)$$

$$I_2 = \frac{V^- - V_o}{R_2} \quad (54)$$

$$I_1 = I_2 + I \quad (55)$$

També sabem que la tensió de sortida és el guany en llaç obert per la tensió diferencial d'entrada, segons l'equació 1:

$$V_o = (V^+ - V^-) \cdot A = (0 - V^-) \cdot A = -V^- \cdot A \quad (56)$$

I per tant, les equacions 53 i 54 queden com:

$$I_1 = \frac{V_i + \frac{V_o}{A}}{R_1} \quad (57)$$

$$I_2 = \frac{-\frac{V_o}{A} - V_o}{R_2} \quad (58)$$

D'altra banda, la relació de  $V^-$  amb el corrent  $I$  és:

$$V^- = I \cdot R_{id} \quad (59)$$

I podem substituir en l'equació 56 per a aïllar  $I$ :

$$I = -\frac{V_o}{A \cdot R_{id}} \quad (60)$$

Amb aquestes bases, podem utilitzar la relació entre corrents 55 i substituir-hi les equacions 57, 58 i 60:

$$\frac{V_i + \frac{V_o}{A}}{R_1} = \frac{-\frac{V_o}{A} - V_o}{R_2} - \frac{V_o}{A \cdot R_{id}} \quad (61)$$

Ara posem els termes amb  $V_o$  a una banda de l'igual i els termes amb  $V_i$  a l'altra:

$$-\frac{V_o}{A \cdot R_1} - \frac{V_o}{A \cdot R_2} - \frac{V_o}{R_2} - \frac{V_o}{A \cdot R_{id}} = \frac{V_i}{R_1} \quad (62)$$

Per a poder arribar a l'expressió:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{\frac{1}{R_1}}{\left[ \frac{1}{A \cdot R_1} + \frac{1}{A \cdot R_{id}} + \frac{1}{AR_2} + \frac{1}{R_2} \right]} \quad (63)$$

#### Nota

Recordeu de teoria de circuits que els corrents entrants i sortints d'un node han de tenir una suma neta (considerant signes coherents entre si) igual a zero. Vegeu l'annex.

Ens interessa trobar una expressió comparable a les anteriors de l'amplificador inversor (equacions 7 i 44), i per tant el que podem fer és multiplicar i dividir per  $R_2$ , i arribar així a la formulació final:

$$\frac{V_o}{V_i} = - \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{A} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + \frac{R_2}{AR_{id}}} \quad (64)$$

Aquesta conclusió final de l'equació 64 és molt interessant, perquè integra tant l'efecte d'un guany enllaç obert no infinit ( $A$ ), com el fet que hi hagi una certa impedància d'entrada  $R_{id}$ . En una única equació es disposa, doncs, de quin és el guany de l'amplificador inversor real amb aquests dos efectes.

Com veieu, la resistència d'entrada  $R_{id}$  apareix en el denominador com a tercer terme. En el cas real (en què no tendeix a infinit) contribueix, doncs, a una disminució del guany del circuit, tot i que per als valors habituals la seva importància relativa és pràcticament nul·la.

### Exemple 3

Considerem el mateix AO que en l'exemple 2, amb un guany enllaç obert de  $10^6$ , configurat amb mode inversor amb resistències  $R_1 = 50 \Omega$  i  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ . Ara hi afegim el possible efecte d'una resistència d'entrada de  $100 \text{ k}\Omega$ . Determineu com aquest paràmetre degrada el guany.

### Solució

El guany ideal consistiria simplement en el quocient entre resistències (segons l'equació 7), amb el signe oposat, i per tant és  $-20$ . Si utilitzem els valors de  $A$  i  $R_{id}$  reals donats per l'enunciat, obtenim que el denominador de l'equació 64 és la suma de 3 factors:

$$1 + \frac{1}{A} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + \frac{R_2}{AR_{id}} = 1 + 2,1 \cdot 10^{-5} + 10^{-8} \quad (65)$$

El primer factor (unitat) és el cas ideal, el segon és l'efecte del fet que  $A$  no tendeix a infinit (sinó que és  $10^6$ ), i el tercer apareix com a conseqüència d'una resistència d'entrada no infinita (de  $100 \text{ k}\Omega$  en aquest cas, valor que en la pràctica acostuma a ser més alt). Tot i ser una resistència d'entrada baixa comparada amb els valors dels AO reals del mercat, tenim que tan sols contribueix en un factor tres ordres de magnitud més petita que el guany real, i 8 ordres menys que l'ideal. Llavors, és totalment negligible.

En el cas d'una configuració no inversora podríem demostrar que el denominador també pren aquesta forma, i per tant no incidirem en aquest estudi. Ens centrarem en el possible efecte que pugui tenir una impedància de sortida de l'AO no nul·la, que és el cas que analitzarem en el subapartat següent.

### 1.4.3. Impedància de sortida no nul·la

Ja hem explicat que l'AO real es caracteritza per una possible impedància a la sortida, propera a zero, però no totalment nul·la, com es representava a la figura 22. Un esquema senzill per a l'anàlisi d'aquest subapartat es mostra a la

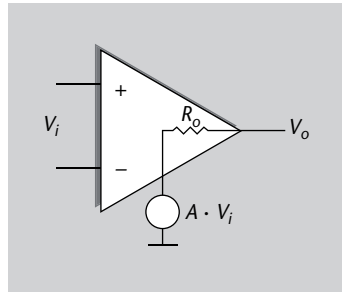
#### Ordre de magnitud

Un ordre de magnitud és la classe d'escala o magnitud de qualsevol quantitat, en què cada classe conté valors en una proporció fixa respecte la classe anterior. La relació de proporció més utilitzada és 10. Per exemple, es diu que dos nombres difereixen en 2 ordres de magnitud si un és 100 vegades més gran que l'altre.



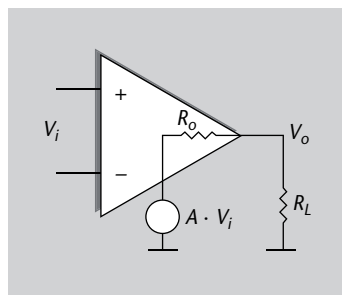
figura 26, en què tenim la resistència de sortida  $R_o$ . Hi continuem representant la funció de l'AO com una font de tensió de guany  $A$  (llaç obert) respecte de la tensió diferencial d'entrada  $V_i$ .

Figura 26. AO amb resistència de sortida  $R_o$



Per a fer l'anàlisi i conèixer  $V_o$  hem d'introduir la resistència de càrrega en aquest circuit,  $R_L$ , com es mostra a la figura 27.

Figura 27. Divisor de tensió amb la resistència de càrrega  $R_L$



En aquesta situació, la tensió de sortida  $V_o$  es dedueix amb la fórmula del divisor de tensió:

$$V_o = A \cdot V_i \cdot \frac{R_L}{R_o + R_L} \quad (66)$$

En aquesta expressió observem, doncs, que la tensió de sortida es reduirà en funció dels valors de  $R_o$  i  $R_L$ . És, de fet, com si el guany en llaç obert  $A$  s'hagués modificat amb el factor de les resistències.

Fixeu-vos que per motius com aquests (reducció de tensió de sortida) interessa que la resistència d'entrada d'un circuit (que aquí seria la  $R_L$  del circuit següent en l'AO) sigui tan alta com sigui possible, per tal que el factor multiplicatiu de l'equació 66 sigui proper a 1. També serà proper a 1 si  $R_o$  és nul·la o gairebé nul·la.

Amb aquest model en llaç obert no podem extreure gaires conclusions més. És per això que a continuació estudiarem el cas amb realimentació, com per exemple la configuració d'amplificador inversor.

### Impedància de sortida no nul·la en llaç tancat

En la figura 28 podeu veure la configuració d'amplificador inversor, en què en aquest cas destaquem explícitament la presència d'una possible resistència de

#### Nota

En aquestes anàlisis considerem impedàncies amb només part real (resistències), tot i que en un cas general podrien tenir un petit component capacitiu o inductiu. En un cas real com el de l'estudi, però, és negligible enfront del component resistiu.

#### Figura 26

AO amb resistència de sortida  $R_o$ .

#### Figura 27

AO amb resistència de sortida  $R_o$  i resistència de càrrega  $R_L$ .

#### Atenció

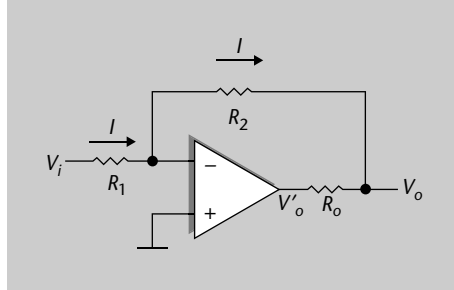
Fixeu-vos que la figura 27 és de fet l'equivalent de Thévenin de l'AO de la figura 26, en terminologia de teoria de circuits. Recordeu que l'equivalent de Thévenin és un circuit equivalent que només presenta un generador de tensió en sèrie amb una resistència. Vegeu l'annex.

Vegeu el mòdul d'oscil·ladors i realimentació.



sortida  $R_o$  en l'AO; així, separem el seu efecte. L'AO de la figura, per tant, és el símbol que representa un AO com a font ideal ( $R_o = 0$ ) amb un cert guany en llaç obert  $A$ .

Figura 28. AO amb resistència de sortida  $R_o$  en configuració d'inversor



**Figura 28**

Amplificador inversor basat en AO amb resistència de sortida  $R_o$ .

De la figura 28 podem veure que el corrent  $I$  es pot obtenir com:

$$I = \frac{V^- - V_o}{R_2} \quad (67)$$

També sabem segons l'equació 1 que l'AO proporciona una sortida  $V'_o$  igual a:

$$V'_o = -A \cdot V^- \quad (68)$$

Si suposem que la sortida està en circuit obert, és a dir, no carrega aquest circuit amb cap resistència, aleshores el corrent  $I$  és precisament el mateix que passa per  $R_o$ , i tenim que:

$$V_o - V'_o = I \cdot R_o \quad (69)$$

I per tant, usant com a base l'equació 69 i introduint els valors de  $I$  i  $V'_o$  de les equacions 67 i 68, tenim

$$V_o + A \cdot V^- = \frac{V^- - V_o}{R_2} \cdot R_o \quad (70)$$

Per això posem els termes amb  $V_o$  a una banda i els termes amb  $V^-$  a l'altra banda de la igualtat,

$$V_o + \frac{R_o}{R_2} V_o = \frac{R_o}{R_2} \cdot V^- - A \cdot V^- \quad (71)$$

i podem arribar a la relació entre la sortida  $V_o$  i l'entrada inversora de l'AO:

$$\frac{V_o}{V^-} = -\frac{A - \frac{R_o}{R_2}}{1 + \frac{R_o}{R_2}} \quad (72)$$

Fixeu-vos que aquesta relació hauria de ser, en el cas en què no hi ha resistència  $R_o$ , precisament el guany en llaç obert  $A$ , segons l'equació 1. Ara ens tro-

bem, doncs, amb el cas en què el guany en llaç obert es veu modificat per l'efecte de la resistència de sortida. Sabem que  $A$  generalment té valors molt alts ( $10^5 - 10^6$ ), i que el terme  $R_o/R_2$  pren valors més petits que 1, ja que en general  $R_o \ll R_2$ , i per tant podem fer l'aproximació següent en l'equació 72:

$$\frac{V_o}{V^-} = -\frac{A - \frac{R_o}{R_2}}{1 + \frac{R_o}{R_2}} \approx -\frac{A}{1 + \frac{R_o}{R_2}} = -A' \quad (73)$$

Podem fer aquesta aproximació en el numerador perquè  $A$  és molt gran. Però no en el denominador, en què el factor sumant és 1; el terme  $R_o/R_2$  en general no és necessàriament menyspreable davant 1.

Hem trobat la nova expressió del guany en llaç obert  $A'$ , modificat per la resistència de sortida de l'AO. Amb aquest nou guany  $A'$ , la resta de l'anàlisi del circuit conduiria al mateix valor de guany en llaç tancat  $G$  tot incloent  $A'$  en lloc de  $A$ . Si recordeu l'equació 44, la sortida en funció de l'entrada és:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2/R_1}{1 + \frac{1}{A'} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} \quad (74)$$

Hem arribat un altre cop, doncs, al nostre objectiu, que és trobar el guany del circuit tenint en compte els efectes de l'AO real. Disposem d'una expressió que ens permet avaluar l'impacte en el guany degut a una resistència de sortida en l'AO no nul·la.

#### Exemple 4

Considereu el mateix AO que en l'exemple 2, amb un guany en llaç obert de  $10^6$ , configurat amb mode inversor amb resistències  $R_1 = 50 \Omega$  i  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ . Ara hi afegim el possible efecte d'una resistència de sortida de  $100 \Omega$ ; determineu com aquest paràmetre degrada el guany en llaç tancat.

#### Solució

El guany en llaç obert  $A$  es veu modificat per  $R_o$  segons l'equació 73,

$$\frac{V_o}{V^-} \approx -\frac{10^6}{1 + \frac{100}{1000}} = -909.090 \quad (75)$$

I el valor del guany del circuit amplificador inversor complet serà segons l'equació 74:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{20}{1 + \frac{1}{909.090}(1+20)} = -\frac{20}{1 + 2,31 \cdot 10^{-5}} = -19,99953 \quad (76)$$

Si haguéssim considerat el valor de  $A$  sense  $R_o$  ( $A = 10^6$ ):

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{20}{1 + \frac{1}{10^6}(1+20)} = -\frac{20}{1 + 2,1 \cdot 10^{-5}} = -19,99958 \quad (77)$$

Veiem com fins i tot en un cas desfavorable, en què  $R_o$  pren un valor relativament alt de  $100 \Omega$ , l'efecte sobre el guany d'un amplificador inversor és negligible, i fins i tot

més petit que considerar  $A$  finit. Hem usat molts decimals precisament per remarcar aquest fet.

Podem concloure, doncs, l'anàlisi dels efectes de resistència d'entrada i sortida de l'AO real assegurant el següent:

- Es tracta de paràmetres que en la pràctica no afecten significativament; no allunyen les prestacions dels circuits AO respecte del cas ideal.
- Tenen un efecte bastant menor que el guany en llaç obert no infinit.

A continuació avaluarem un altre efecte que apareix en el comportament real dels AO, com és la seva dependència respecte de la freqüència del senyal.

#### 1.4.4. Resposta freqüencial dels AO reals

Un AO ideal s'assumeix que té un guany en llaç obert  $A$  que és independent de la freqüència del senyal, tal com explicàvem en el subapartat "L'amplificador operacional ideal". En la pràctica, però, un AO real sí que es caracteritza per una dependència freqüencial, i per tant el seu guany en llaç obert és més aviat una funció en freqüència  $A(f)$ . Aquesta dependència en freqüència té un efecte important sobre els paràmetres en llaç tancat, com veureu en aquest subapartat, en què també definirem quin tipus de funció és  $A(f)$ , quina forma pren habitualment.

Ens convé saber en aquest punt que les funcions de guany enfront de freqüència normalment es representen gràficament d'una manera concreta. La magnitud del guany es mostra en decibels (dB), i l'escala freqüencial en una base logarítmica (base 10). El guany en dB es determina amb la relació següent i es representa en un eix vertical del gràfic:

$$A_{dB} = 20 \cdot \log(|A|) \quad (78)$$

I en l'altre eix, l'horitzontal, ens trobem els valors del logaritme de la freqüència ( $\log(f)$ ).

Aquestes representacions, amb els dos eixos expressats en escala logarítmica, s'anomenen **diagrames de Bode**.

En un **diagrama de Bode**, l'amplitud es representa en dB en l'eix vertical, i la freqüència es representa en l'eix horitzontal també en escala logarítmica ( $\log(f)$ ).

#### Nota

Utilitzem la notació  $A(f)$  per a indicar que el valor de  $A$  és dependent de la variable  $f$ . Es diu que  $A$  és funció de  $f$ .

#### Decibel

Unitat logarítmica bàsica per a expressar relacions de guany o atenuació. El seu símbol és dB. La referència de 0 dB és equivalent a un guany en potència de 1.

En escala freqüencial logarítmica, hi ha la mateixa distància entre 10 i 100 que entre 100 i 1.000.

És important destacar que, ja per construcció interna, el guany en llaç obert de molts AO en freqüència segueix una equació del tipus:

$$A(f) = \frac{A}{1 + j \frac{f}{f_c}} \quad (79)$$

en què  $A(f)$  és un valor complex que representa la magnitud i la fase del guany en la freqüència  $f$ , la lletra  $j$  representa la unitat imaginària,  $A$  representa el valor DC del guany en llaç obert (el que vam veure per al cas ideal en l'equació 1), i  $f_c$  és una constant, normalment anomenada **freqüència de tall**.

El valor absolut de  $A(f)$  es pot trobar a partir de l'equació 79, com a mòdul del nombre complex:

$$|A(f)| = \frac{A}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}} \quad (80)$$

Aquesta funció la trobem representada a la figura 29, en un diagrama de Bode. La funció és la "corba real" representada per una línia discontinua. En la figura, superposada amb línia contínua, també podem veure l'**aproximació lineal per trams** de la funció: una constant fins a  $f_c$  (part esquerra de l'eix horitzontal, respecte a  $f_c$ ), i una recta amb pendent constant a partir de  $f_c$  (part dreta de l'eix).

Figura 29. Diagrama de Bode del guany  $A$  en funció de la freqüència

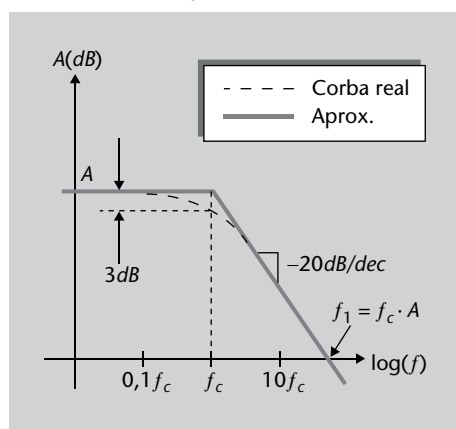


Figura 29

Diagrama de Bode del guany  $A$  en funció de la freqüència. La funció dibuixada és la "corba real" representada per una línia discontinua. Superposada amb línia contínua també hi podem veure l'**aproximació lineal per trams** de la funció: una constant fins a  $f_c$  (part esquerra de l'eix horitzontal, respecte a  $f_c$ ), i una recta amb pendent constant a partir de  $f_c$  (part dreta de l'eix).

A continuació demostrarem què podem aproximar amb aquests dos trams lineals: el tram a l'esquerra de  $f_c$  (figura 29), en què tenim una línia constant, i el tram a la dreta de  $f_c$ , en què tenim una recta de pendent negatiu (la funció decreix linealment).

En primer lloc, per a freqüències baixes, en què  $f$  és molt més petita que  $f_c$ , tenim que  $A(f)$  tendeix a  $A$ , ja que el denominador de l'equació 80 tendeix a 1:

$$|A(f)|_{f \ll f_c} \approx A \quad (81)$$

i ho representem en el diagrama de Bode amb una línia constant.

D'altra banda, per a freqüències altes, definides com quan  $f$  és molt més gran que  $f_c$ , tenim que el factor 1 del denominador de l'equació 80 és menyspreable respecte a la relació entre freqüències, i per tant l'expressió de  $A(f)$  és

$$|A(f)|_{f \gg f_c} \approx \frac{f_c}{f} A \quad (82)$$

que en l'escala logarítmica és:

$$20 \log\left(|A(f)|_{f \gg f_c}\right) \approx 20 \log\left(\frac{f_c}{f} A\right) = A_{dB} + 20 \log(f_c) - 20 \log(f) \quad (83)$$

Fixeu-vos què hem trobat: un sumatori de tres termes en què els dos primers són constants (el guany  $A$  i el logaritme de  $f_c$ ), i el tercer terme és precisament la variable abscissa  $\log(f)$  (eix horitzontal de la representació) multiplicat per  $-20$ . És, per tant, l'equació d'una recta amb aquests paràmetres.

D'aquestes dues equacions (81 i 83) es treuen, doncs, els trams rectes de l'aproximació representada al diagrama de Bode.

És interessant destacar que el pendent de l'equació 83 s'acostuma a donar en dB per dècada (dB/dec), en què *dècada de freqüència* indica la distància en l'eix horitzontal que separa valors de  $f$  múltiples de 10 ( $10^1$ ,  $10^2$ ,  $10^3$ , etc.). De l'equació 83 veiem que aquest pendent és precisament el factor que multiplica  $\log(f)$ , que és  $-20$ . Tenim, doncs, un pendent de  $-20$  dB/dec.

En el punt d'intersecció, en què es creuen els dos trams del diagrama de Bode, el valor precís està determinat també per l'equació 80:

$$|A(f)|_{f=f_c} = \frac{A}{\sqrt{2}} \quad (84)$$

que en escala logarítmica és aproximadament 3 dB més petita que  $A$ :

$$20 \log\left(|A(f)|_{f=f_c}\right) = A_{dB} - 20 \log(\sqrt{2}) \approx A_{dB} - 3 \quad (85)$$

És en  $f = f_c$  on les aproximacions per trams de recta difereixen més del valor exacte de  $A(f)$ . Tot i així, l'aproximació per trams de recta és molt útil per a poder tenir una estimació prou precisa de la funció  $A(f)$  per a la majoria de valors de  $f$ .

#### Propietats logarítme

Recordeu que el logaritme presenta les propietats següents:  
 $\log(A \cdot B) = \log(A) + \log(B)$   
 $\log(A / B) = \log(A) - \log(B)$

#### Equació de la recta

Recordeu que en un gràfic d'eixos  $x - y$ , una recta té l'expressió:

$$y = a + mx$$

en què  $a$  és una constant (el valor de  $y$  quan  $x$  és zero), i  $m$  és el factor multiplicador de l'eix d'abscisses i representa el pendent de la recta.

#### Dècada

Logaritme en base 10 de la relació entre dues freqüències. Dues freqüències estan separades una dècada quan una és un factor 10 de l'altra.

Pel fet que en el punt freqüencial  $f_c$  el valor del guany sigui 3 dB més petit que el de  $f = 0$ , aquest punt es coneix també com a **amplada de banda de 3 dB**. Defineix l'amplada de banda de l'AO aquella regió (entre  $f = 0$  i  $f = f_c$ ) en què el guany en llaç obert de l'AO és una constant  $A$ .

En el diagrama de Bode també tenim un altre punt interessant, que és el punt de guany unitat  $f_1$ . Es tracta de la freqüència en què el guany lineal es fa 1, o equivalentment en què el guany en decibels és de 0 dB. Això succeeix (83) en el tram del diagrama de Bode d'altres freqüències en què:

$$20 \log(f_1) = A_{dB} + 20 \log(f_c) \quad (86)$$

Més endavant també utilitzarem aquesta equació en lineal, que per propietats de l'algoritme sabem que es tracta del producte:

$$f_1 = A \cdot f_c \quad (87)$$

La simplicitat d'aquesta aproximació per rectes, i la relació entre els paràmetres fonamentals donada per l'equació 86 fa que el diagrama de Bode sigui totalment conegut a partir de només dos valors, com poden ser  $A$  i  $f_c$ , o  $A$  i  $f_1$ . A partir d'això podríem dibuixar els dos trams de recta, tot coneixent que el primer és una constant, i el segon té un pendent de  $-20$  dB/dec.

En els fulls de característiques d'un AO real ens haurem de fixar en la freqüència de tall ( $f_c$ ) o en la freqüència de guany unitari ( $f_1$ ) per tal de saber exactament com varia el seu comportament en freqüència, juntament amb el guany  $A$  en contínua. Els fabricants només cal que especifiquin aquests valors i el dissenyador ja els ha de saber interpretar a partir de l'explicació que heu vist en aquest subapartat i la figura 29.

Fixeu-vos que acabem d'aprendre quina forma té el guany en llaç obert  $A$  en freqüència, mentre que en apartats anteriors ("Guany en llaç obert no infinit", "Impedància d'entrada no infinita" i "Impedància de sortida no nul·la") hem conegut les expressions que regeixen el guany de llaç tancat (amplificador inversor, no inversor, etc) amb un AO real. Podríem utilitzar aquelles equacions en què apareixia  $A$ , ara amb el valor extret de l'aproximació en el diagrama de Bode a la freqüència d'interès. Podem estudiar breument el cas, per exemple, d'un amplificador no inversor, com farem en el subapartat següent.

#### 1.4.5. Guany en llaç tancat en funció de la freqüència

En el cas d'un AO en configuració d'amplificador no inversor vam trobar que el seu guany real en llaç tancat en funció del de llaç obert  $A$  és l'equació 50.

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} \quad (88)$$

Recordeu que el guany en llaç tancat de l'amplificador no inversor ideal estava determinat per l'equació 15,

$$G = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (89)$$

i ara també sabem que el valor de  $A$  presenta una dependència freqüencial, de manera que reescrivim l'equació 88 com:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{G}{1 + \frac{G}{A(f)}} \quad (90)$$

Només ens cal substituir ara l'expressió (79) del guany en llaç obert  $A(f)$  i aleshores trobem que:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{G}{1 + \left(1 + j \frac{f}{f_c}\right) \frac{G}{A}} \quad (91)$$

en què podem agrupar el denominador en dos termes, segons si estan multiplicats per la variable imaginària  $j$ ,

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{G}{\left(1 + \frac{G}{A}\right) + j \frac{f}{f_c} \frac{G}{A}} \quad (92)$$

Sabem que el terme  $G/A$  és molt més petit que 1, ja que el guany en llaç obert  $A$ , recordeu, és entorn de  $10^6$  o més gran. Per tant, fem una bona aproximació dient que:

$$1 + \frac{G}{A} \approx 1 \quad (93)$$

i per tant l'expressió (92) s'aproxima fidelment amb:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{G}{1 + j \frac{f}{f_c} \frac{G}{A}} \quad (94)$$

Fixeu-vos que hem trobat una expressió molt interessant, per la seva similitud amb la funció  $A(f)$  de l'equació 79, que recordem a continuació:

$$A(f) = \frac{A}{1 + j \frac{f}{f_c}} \quad (95)$$



Concretament, podem dir que la seva dependència en freqüència és anàloga, la variable  $f$  apareix al denominador multiplicada per  $j$ , i el valor de la part real és 1. El que varia són la resta de constants:

- On teníem  $A$  en el numerador de l'equació 95, en l'expressió de llaç tancat de l'equació 94 tenim  $G$ .
- On teníem el factor multiplicador de la freqüència donat per  $\frac{1}{f_c}$  en l'equació 95, ara trobem el factor  $\frac{1}{f_c} \cdot \frac{G}{A}$  en l'equació 94.

Així doncs, ja sabem com podem representar una expressió d'aquest tipus, que és com la funció 94, amb un diagrama de Bode: faríem exactament igual que al subapartat "Resposta freqüencial dels AO reals" i la figura 29. A més, també en sabem representar l'aproximació en dos trams. Només ens cal fer la correspondència entre paràmetres tal com acabem de fer entre l'equació 95 i la 94:

- Per a baixes freqüències, el valor en dB serà constant i igual a  $G$  (en dB).
- Hi ha una freqüència de tall, que ara anomenarem *amb prima*, que per analogia entre expressions (equació 87) és

$$f'_c = f_c \frac{A}{G} = \frac{f_1}{G} \quad (96)$$

i per tant, com que  $A \gg G$ , serà molt més gran que la freqüència de tall original de l'AO.

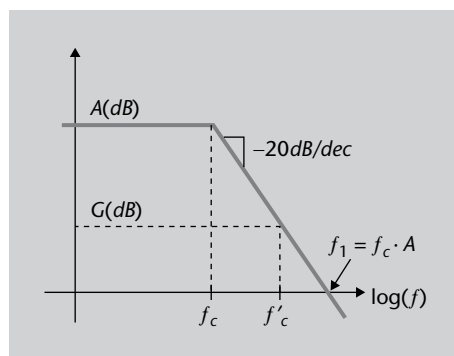
- Hi ha una freqüència de guany unitat, que també per analogia és:

$$f'_1 = G \cdot f'_c = A \cdot f_c \quad (97)$$

i que veiem que es tracta de la mateixa que la de l'AO individual. 🚫

Tenim, doncs, que podem representar també una aproximació en el diagrama de Bode de l'amplificador no inversor, i no solament del dispositiu AO. En la figura 30 superposem totes dues funcions, la de l'AO individual (vista a la figura 29), i la de l'amplificador inversor (en traç discontinu). Destaca el fet que l'amplada de banda (o freqüència de tall  $f'_c$ ) augmenta significativament en l'amplificador inversor, mentre que la freqüència de guany unitari és la mateixa (comparteixen el tram per sobre de  $f'_c$ ).

Figura 30. Diagrama de Bode dels guanys  $A$  i  $G$  en funció de la freqüència



**Figura 30**

Diagrama de Bode dels guanys  $A$  i  $G$ , en dB, en funció de la freqüència.

De fet, podem assegurar (segons les equacions 96 i 97) que **la relació amplada de banda per guany és constant**. Si triem una  $G$  més gran (a partir de les resistències de l'amplificador no inversor), farem que l'amplada de banda  $f'_c$  sigui menor, i a l'inrevés, però no modificarem el punt  $f_1$ . Insistim, doncs, que el punt  $f_1$  és el mateix en totes dues gràfiques. Una manera de veure-ho gràficament és la següent: si augmentem  $G$ (dB), el que farem és que el seu tram recte "tallarà" abans ( $f$  menor) la corba de  $A$ (dB), i per tant l'amplada de banda  $f'_c$  serà menor. Però la baixada del segon tram continuarà essent igual a  $-20$  dB/dec, i el punt de tall  $f_1$  romandrà al mateix lloc.

El producte guany (en llaç tancat) per amplada de banda és una constant en l'amplificador no inversor. Depenent de l'aplicació, i donat l'AO real utilitzat, caldrà tenir en compte aquest compromís.

La tria d'un determinat AO fixa el diagrama de Bode per a  $A(f)$ , i a partir d'aquí les resistències  $R_2$  i  $R_1$  de l'amplificador no inversor ens determinaran el guany  $G$  en freqüència segons la figura 30 i l'equació 89.

Es podria fer una anàlisi similar per a altres tipus de circuits amplificadors, però totes es basarien a tenir en compte l'expressió de  $A(f)$  i substituir-la en l'equació del guany en llaç tancat per a trobar  $G(f)$ . Ens interessava destacar un d'aquests casos, per entendre quina relació hi ha entre el diagrama de Bode de l'AO individual i el del circuit amplificador complet, i quins compromisos d'amplada de banda enfront guany ens podem trobar.

Recordeu que parlem d'amplada de banda, comportament en freqüència, resposta freqüencial, etc., quan estem tractant un **sistema lineal**, i per tant tota aquest subapartat s'aplica quan l'AO es comporta com a amplificador de "petit senyal" en mode lineal.

En resum, podem dir que disposem de les eines per a conèixer l'amplada de banda d'un circuit amb AO, que és el paràmetre bàsic que regeix el comportament de la seva resposta freqüencial davant de senyals sinusoidals d'entrada.

En el subapartat següent el que estudiarem seran altres tipus d'efectes que es donen en un AO real, no ja en el domini freqüencial i en mode lineal, sinó tenint en compte el comportament temporal respecte de transitoris, canvis abruptes d'entrada, possibles errors en contínua, etc. També cobriran la situació en què l'AO treballa en saturació, és a dir, amb tensions que estan properes a les seves tensions d'alimentació  $\pm V_{CC}$ .

#### 1.4.6. Velocitat de canvi

En aquest subapartat definim un concepte important dels AO reals, i que de fet prové de la definició general que es fa en electrònica d'aquest terme, en anglès, *slew rate*.

#### Nota

També, a partir de la seva funció  $G(f)$  podem saber com l'amplificador respondrà a senyals d'entrada de tipus graó, per exemple. Sabem de teoria de circuits que un bloc lineal d'amplada de banda  $Bw$  respondrà a un graó d'entrada amb un temps de reacció entorn de  $1/Bw$  segons. Tingueu en compte, doncs, que de fet teniu la funció de transferència  $G(f)$  del circuit, amb tota la informació que això proporciona.

Es coneix com a velocitat de canvi o **SR** d'un circuit electrònic amplificador la velocitat a la qual pot respondre a un canvi abrupte del nivell de l'entrada.

En l'AO ideal podíem pensar que aquest temps és instantani, que qualsevol canvi a l'entrada es veu reflectit a la sortida al mateix moment. En el cas real, però, això no és així (per les limitacions físiques mateixes dels circuits electrònics) i es mesura amb l'SR, que té com a unitats V/ $\mu$ s.

La seva definició en format equació seria:

$$SR = \max\left(\frac{dV_o}{dt}\right) \quad (98)$$

En què utilitzem la funció *max* per a indicar el màxim valor del seu argument, que està format per la derivada de  $V_o$  (tensió de sortida) respecte del temps  $t$ .

Com veieu, doncs, l'SR és el paràmetre clau que determina el temps que el senyal de sortida triga a arribar al punt desitjat. Destaquem, a més, que afecta sigui quin sigui el nivell del senyal d'entrada, petit o gran senyal, però que per la seva naturalesa pròpia es començarà a fer notori quan vulguem tenir *senyals grans i ràpids* a la sortida. Per exemple, l'SR determina la màxima freqüència operativa en aplicacions com els rectificadors de precisió.

#### Exemple

Un AO 741, per exemple, es caracteritza per un SR de 0,5 V/ $\mu$ s. La sortida no pot variar més de 0,5 V per cada microsegon que passa.

### 1.4.7. Problemes de contínua: tensions i corrents de desplaçament i derives

En un AO real també hi ha un conjunt d'efectes indesitjats que tenen a veure amb els seus valors de contínua. Ens referim, per exemple, al fet que al terminal de sortida hi pugui haver una tensió fins i tot quan les dues entrades estan curtcircuitades, i per tant l'AO ideal no hauria de donar valors de  $V_o$  diferents de zero. També són situacions en què poden fluir corrents no desitjats en els terminals d'entrada. Tot això s'analitzarà en aquest subapartat.

Aquest tipus de problemes en contínua solen ser dels més habituals que es presenten en els AO, encara que no sempre tenen la mateixa importància.

L'origen dels errors en contínua prové de la fabricació mateixa i dels circuits interns en l'AO. Com en tot aquest mòdul, estem estudiant l'AO com a bloc circuital, i per tant no explicarem l'origen precís d'aquests efectes (tindria més a veure amb les tecnologies de fabricació d'AO), sinó que aprofundirem en la seva presència, la seva magnitud típica, i quins efectes tenen en els circuits amplificadors que estem estudiant.

Bàsicament els errors de contínua es poden classificar en dues categories:

- **Tensió de desplaçament** a la sortida (tensió d'*offset*, en anglès).
- **Corrents de polarització**

En tots dos casos són efectes que també tenen una dependència amb la **temperatura**, i que és rellevant tenir en compte en les nostres anàlisis. A més, amb el temps, es produeix un **envelliment** dels components de manera que aquests errors varien o fluctuen, i afegeixen una incertesa més al nostre circuit. Aquest problema de deriva, doncs, s'ha de preveure durant la fase de disseny. Ara veureu més detalls.

### Tensió de desplaçament (*offset*)

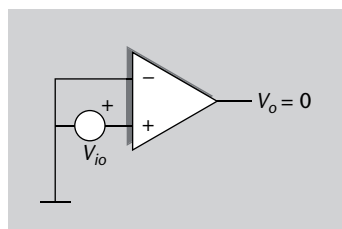
La tensió de desplaçament s'aprecia quan, en unir els dos terminals d'entrada a massa, en lloc de tenir:

$$V_o = A \cdot (V^+ - V^-) = 0 \quad (99)$$

Com ha de ser segons l'AO ideal (1), s'observa una tensió diferent de zero a la sortida. Si a més, aquesta mesura es fa al llarg d'un cert temps, s'observa que la tensió  $V_o$  no és constant sinó que depèn del temps i de la temperatura que, a curt termini, és el factor més influent.

Tanmateix, la tensió de desplaçament no se sol mesurar de la manera esmentada (a la sortida), sinó que es fa al contrari, definint una tensió de desplaçament a l'entrada com la tensió necessària entre els terminals de l'AO per aconseguir en sortida una tensió nul·la. Se sol representar amb una font de tensió  $V_{IO}$  en un dels dos terminals, com mostra la figura 31.

Figura 31. AO amb representació de la tensió de desplaçament a l'entrada



**Figura 31**

AO amb representació de la tensió de desplaçament a l'entrada.

La  $V_{IO}$  s'anomena **tensió de desplaçament a l'entrada** i té un valor en la pràctica que oscil·la entre 0,1 mV i 100 mV. El fabricant dóna informació sobre el valor màxim d'aquesta tensió, i també de la variació amb la temperatura  $\Delta V_{IO} / \Delta T$ . Un valor típic d'aquest últim paràmetre és  $10 \mu\text{V} / ^\circ\text{C}$ .

Es té, per tant, un error a la sortida que, a més, no és constant, sinó que varia amb la temperatura i l'envelliment. Es diu que presenta un *drift* (en anglès), una deriva en el temps o la temperatura.

Tot i tenir els terminals d'entrada curtcircuitats o units a massa, l'AO pot presentar una tensió indesitjada a la sortida, diferent de zero, anomenada *tensió de desplaçament* o *offset*. El seu valor s'especifica com a tensió de desplaçament equivalent a l'entrada.

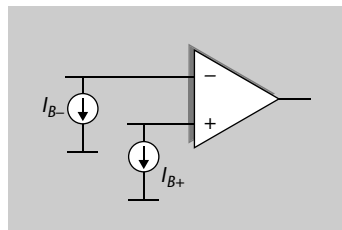
## Corrents de polarització

La segona font important d'error a què fèiem referència és l'aparició de **corrents de polarització**. Amb l'AO ideal hem suposat que la impedància d'entrada és infinita o, el que és el mateix, que la intensitat del corrent d'entrada és nul·la. Però com a conseqüència de la construcció interna de l'AO, en el cas real sempre hi haurà uns petits corrents d'entrada en els seus terminals.

Els valors que aquests corrents poden prendre dependran de la tecnologia de fabricació de l'AO concret, però poden estar en el rang de mA-nA (tecnologia bipolar), o en el rang de pA (JFET). Cada fabricant ens ho ha d'especificar, però ja veiem que només seran rellevants amb tecnologia bipolar, ja que un corrent de pA serà normalment menyspreable.

Aquestes intensitats de corrent les anomenarem  $I_{B+}$  i  $I_{B-}$ , cadascuna en les entrades no inversora i inversora, respectivament. De fet les podríem incloure explícitament com a fonts de corrent, com representem a la figura 32, i d'aquesta manera tenir-les en compte en la nostra anàlisi del circuit amb AO. En la figura, aleshores, el símbol de l'AO ja representa el dispositiu sense corrents d'entrada.

Figura 32. AO amb representació dels corrents indesitjats de polarització



En general s'acostuma a parlar d'un sol corrent de polarització  $I_B$  que seria la mitjana:

$$I_B = \frac{I_{B+} + I_{B-}}{2} \quad (100)$$

I com que tots dos corrents no han de ser necessàriament iguals, a causa d'asimetries en el circuit real fabricat, també podem definir la seva diferència com el corrent de polarització *d'offset a l'entrada*,  $I_{IO}$ :

$$I_{IO} = |I_{B+} - I_{B-}| \quad (101)$$

Com a conseqüència del fet que  $I_{IO}$  prové d'errors aleatoris de fabricació del circuit integrat, no és possible conèixer-ne el signe, és a dir, si el corrent d'una entrada és més gran que en l'altra o a la inversa. Per això es defineix en valor absolut.

Recordeu el mòdul 3, en què heu estudiat els transistors bipolars (BJT) i FET.

### Nota

L'AO real requereix uns corrents de polarització d'entrada, petits però no nuls, per tal que els transistors interns de l'etapa d'entrada entrin en conducció. Vegeu el mòdul sobre el transistor.

### Figura 32

AO amb representació dels corrents indesitjats de polarització.

Típicament  $I_{IO}$  és gairebé un ordre de magnitud més petit que  $I_B$ . A la taula 1 podeu trobar alguns valors típics d'aquests corrents per a diferents AO reals. Es pot observar l'ampli ventall de valors, i que són força dependents de la tecnologia de fabricació.

Taula 1. Corrents de polarització de diferents AO reals

Model	Tecnologia	$I_B$	$I_{IO}$
741C	BJT (bipolar)	80 nA	20 nA
OP-77	BJT (bipolar)	1,2 nA	0,3 nA
LF356	FET	30 pA	3 pA
TLC279	CMOS	0,7 pA	0,1 pA

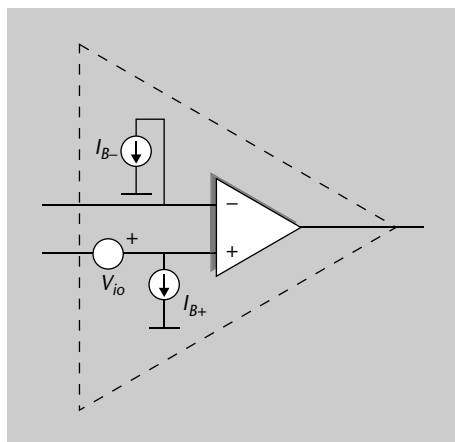
Aquests paràmetres, com succeïa amb la tensió de desplaçament, també són dependents de la temperatura. El fabricant ens ha de donar els coeficients  $\Delta I_B / \Delta T$  i  $\Delta I_{IO} / \Delta T$ .

### Avaluació dels errors deguts a tensió de desplaçament i corrents de polarització

Un cop definits els errors de contínua que es poden observar amb l'AO real, podem fer una anàlisi del seu possible impacte en les prestacions dels nostres circuits amplificadors. Això és necessari en aplicacions que requereixin una resposta en contínua (DC), ja que si no (si només treballem amb senyals que varien en freqüència) podríem filtrar els valors de contínua sense afectar el senyal útil. Però si ens calen valors DC, els corrents de polarització i les tensions i corrents de desplaçament acostumen a ser els factors limitadors.

Podem modelitzar els errors de contínua dins del circuit, segons veiem a la figura 33. Hi tenim representat un AO ideal, al qual hem afegit una font de tensió a l'entrada, corresponent a la tensió d'offset  $V_{IO}$  (igual que fèiem en el subapartat "Tensió de desplaçament (offset)"). A més, també ens interessa afegir l'efecte dels corrents de polarització d'entrada  $I_{B+}$  i  $I_{B-}$  com a fonts de corrent, com fèiem en el subapartat "Corrents de polarització".

Figura 33. Errors de contínua representats per fonts de tensió i corrent equivalents

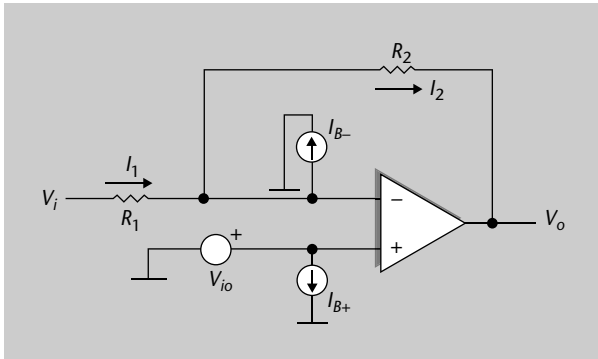


**Figura 33**

Representació d'un AO ideal, en què s'ha afegit una font de tensió a l'entrada, corresponent a la tensió d'offset  $V_{IO}$ . A més, també s'hi afegeix l'efecte dels corrents de polarització d'entrada  $I_{B+}$  i  $I_{B-}$  com a fonts de corrent.

Utilitzant la figura 33 podríem avaluar l'efecte d'aquests errors en qualsevol dels amplificadors vistos en el subapartat "L'amplificador operacional ideal" (inversor, no inversor, diferencial, etc.). Prenguem com a exemple un amplificador inversor (figura 6); el circuit per avaluar quedaria, doncs, com el de la figura 34, i l'AO representa l'AO ideal.

Figura 34. Errors de contínua en un amplificador inversor



**Figura 34**

Amplificador inversor basat en un AO real, que inclou l'efecte dels corrents de polarització i la tensió de desplaçament. Cal remarcar que les fonts de corrent no existeixen realment, sinó que són una manera de modelitzar el comportament de l'AO real.

Sabem que en l'AO ideal amb realimentació podem fer ús de la hipòtesi de curtcircuit virtual entre els terminals, és a dir,  $V^+ = V^-$ . D'aquí extraïem les relacions següents entre corrents i tensions del circuit:

$$V_{IO} - V_o = I_2 \cdot R_2 \quad (102)$$

$$V_i - V_{IO} = I_1 \cdot R_1 \quad (103)$$

$$I_1 = I_{B-} + I_2 \quad (104)$$

D'on aïllem el valor dels corrents en les equacions 102 i 103:

$$I_2 = \frac{V_{IO} - V_o}{R_2} \quad (105)$$

$$I_1 = \frac{V_i - V_{IO}}{R_1} \quad (106)$$

Substituint els valors dels corrents de les equacions 105 i 106 en la 104,

$$\frac{V_i - V_{IO}}{R_1} = I_{B-} + \frac{V_{IO} - V_o}{R_2} \quad (107)$$

podem aïllar  $V_o$  en una banda,

$$\frac{V_i - V_{IO}}{R_1} - \frac{V_{IO}}{R_2} - I_{B-} = -\frac{V_o}{R_2} \quad (108)$$

i arribar a l'expressió de la sortida en funció de l'entrada i dels errors:

$$V_o = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_i + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_{IO} + R_2 I_{B-} \quad (109)$$

Aquesta equació és molt interessant perquè hi veiem els efectes superposats.

- En primer lloc, veiem que respecte l'entrada  $V_i$  no tenim més que un amplificador inversor com el que ja esperàvem (cas ideal). Els altres efectes se superposen linealment.
- El segon terme, dependent de la tensió de desplaçament a l'entrada, també el podríem esperar, ja que es veu multiplicada pel guany d'un amplificador no inversor descrit per l'equació 15 ( $V_{IO}$  és al terminal no inversor).
- I finalment, el corrent de polarització de l'entrada inversora es veu reflectit en tensió segons  $R_2$ .

Tots tres efectes, de fet, es podrien haver trobat amb el mètode de superposició lineal: assumir dues fonts a zero i analitzar l'efecte d'una, això successivament per a les tres en qüestió.

Utilitzarem els valors típics d'un AO real per a quantificar aquests efectes en l'exemple següent.

### Exemple 5

Prenem el cas d'amplificador inversor amb  $R_1 = 50 \Omega$  i  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ , basat en un AO amb tecnologia bipolar amb corrents de polarització  $I_{B^+} = I_{B^-} = 200 \text{ nA}$ , i una tensió de desplaçament a l'entrada d'1 mV. Trobeu l'efecte dels corrents de polarització i tensió de desplaçament a la tensió de sortida.

### Solució

Substituint en l'equació 109 trobem que els tres termes són:

$$V_o = -20 \cdot V_i + 21 \text{ mV} + 0,2 \text{ mV} \quad (110)$$

Veiem que el corresponent a  $V_{IO}$  és significativament superior que  $I_{B^-}$ . En tot cas tenim un amplificador no inversor a la sortida que es veu afectat per un *offset*, un desplaçament de 21,2 mV.

Podem assegurar que aquest desplaçament de tensió donat per l'equació 109 s'haurà de tenir en compte i calibrar d'alguna manera en la nostra aplicació. A més, té la dificultat que aquests valors de desplaçament poden anar derivant amb la temperatura o l'envelliment dels components.

Una manera de calibrar aquest error és introduir una modificació en el nostre circuit, afegint una resistència  $R_c$  en el terminal no inversor d'entrada (figura 35).

Figura 35. Errors de contínua i compensació en un amplificador inversor

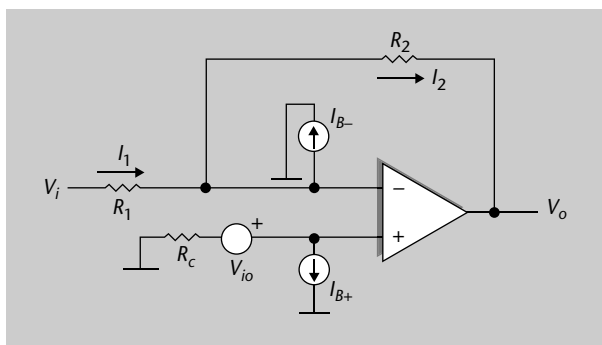


Figura 35

Amplificador inversor amb errors de contínua, i resistència de compensació  $R_c$ .




Aquest circuit s'analitza de la mateixa manera que el de la figura 34, tenint en compte que on hi havia  $V_{IO}$  a les equacions (105 i 106), ara també s'afegeix la tensió que cau a la resistència  $R_C$  deguda al corrent  $I_{B^+}$ .

$$V_{IO} \rightarrow V_{IO} - R_C I_{B^+} \quad (111)$$

Fent aquest canvi en l'equació 109, trobem que ara l'expressió de la tensió a la sortida és:

$$V_o = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_i + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_{IO} + R_2 I_{B^-} - R_C I_{B^+} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \quad (112)$$

Fixeu-vos que ara disposem d'un terme més, l'últim, que depèn de  $R_C$ . Hem introduït, doncs, una manera de controlar o intentar minimitzar els termes indesitjats. 

Efectivament, si dimensionem correctament  $R_C$ , hauríem de ser capaços de minimitzar el desplaçament de la sortida. En l'exemple numèric anterior, l'exemple 5, podríem triar una  $R_C$  que ens permetés cancel·lar l'error de 21,0 mV + 0,2 mV provocat pels termes segon i tercer:

$$R_C I_{B^+} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 21,2 \text{ mV} \quad (113)$$

Substituint valors, trobem que la resistència de compensació necessària és:

$$R_C = \frac{21,2 \text{ mV}}{21 \cdot 200 \text{ nA}} \approx 5 \text{ k}\Omega \quad (114)$$

Seria una manera de cancel·lar aquests termes indesitjats (incloent-hi  $V_{IO}$ ). Com veieu, cal dimensionar la solució cas per cas, i tenint en compte també possibles derives en el temps i amb la temperatura. És especialment delicat, ja que, si us hi fixeu, utilitzem la presència mateixa d'un error com  $I_{B^+}$  per a cancel·lar la contribució dels altres errors.

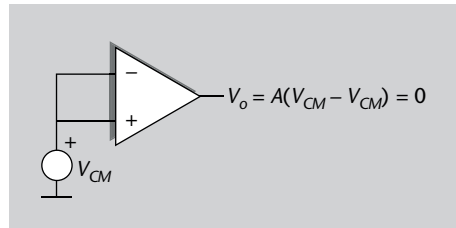
#### 1.4.8. Rebuig del mode comú (CMRR)

L'últim efecte que tractarem en l'AO real és el rebuig al mode comú. És un problema lligat sempre a la característica de l'amplificador diferencial (subapartat "Amplificador diferencial"), i el tractem ara pel fet que l'AO és un amplificador diferencial quan l'estudiem en llaç obert.

Si es fes el muntatge de la figura 36, la sortida  $V_o$  hauria de ser zero, ja que la tensió en  $V^+$  i  $V^-$  és la mateixa (ara no tindrem en compte cap efecte introduït per la tensió d'*offset*  $V_{IO}$  estudiada al subapartat "Tensió de desplaçament (*offset*)").

En el cas ideal la tensió de sortida de la figura 36 només dependria de la diferència entre terminals d'entrada. En la pràctica, però, en un AO real s'observa que  $V_o$  no és zero, i a més en augmentar  $V_{CM}$  el seu valor també augmenta.

Figura 36. Tensió en mode comú en un AO



**Figura 36**

Esquema per a il·lustrar la tensió en mode comú d'un AO.

Tot això ens obliga a replantejar-nos el cas ideal: ara la sortida es podria expressar com la de l'AO ideal, més un terme que depengui de la tensió en mode comú  $V_{CM}$ . Això es podria expressar així:

$$V_o = A \cdot (V^+ - V^-) + A_{CM} \cdot V_{CM} \quad (115)$$

En què hem definit el guany en mode comú de l'AO amb la constant  $A_{CM}$ .

Fixeu-vos que en l'equació 115 tenim dos termes clarament diferenciats. El primer ja el coneixíem, i indica que el guany en laç obert  $A$  s'aplica sobre la tensió diferencial als terminals d'entrada. I ara hi afegim el segon, que mostra que per a la tensió en mode comú (la tensió comuna a tots dos terminals d'entrada) també tenim un guany  $A_{CM}$ .

Recordeu l'estudi que vam fer de l'AO ideal, en el subapartat "L'amplificador operacional ideal", en què dèiem que era un dispositiu insensible a  $V_{CM}$ . De fet, dèiem que el guany en mode comú, definit en l'equació 115 com a  $A_{CM}$ , era nul. Doncs bé, en el cas de l'AO real ens trobem que  $A_{CM}$  pot ser molt petit, però diferent de zero.

Podríem interpretar l'equació 115 com l'equació general que engloba la de l'AO ideal descrita per l'equació 1, en què  $A_{CM}$  era zero.

Per tant, concloem que el guany  $A$  és el de mode diferencial, i el nou guany  $A_{CM}$  és el de mode comú. La relació entre tots dos és el concepte que defineix la relació de rebuig de l'AO en el mode comú, la CMRR (*common mode rejection ratio*, en anglès).

$$CMRR = \frac{A}{A_{CM}} \quad (116)$$

Fixeu-vos que per a un AO ideal, en què  $A_{CM}$  és zero, el rebuig en el mode comú tendeix a infinit.

El valor ideal de la relació de rebuig del mode comú, CMRR, és infinit.

Quant a valors numèrics, es tracta d'una especificació que normalment també es dona en decibels:

$$CMRR(dB) = 20 \log \left( \left| \frac{A}{A_{CM}} \right| \right) \quad (117)$$

Idealment tendria a infinit, però en AO reals acostuma a prendre valors entorn de 90 dB, com és el cas de l'AO 741. Són habituals valors de 100 dB-120 dB en AO dissenyats per a treballar en amplificadors diferencials.

El rebuig al mode comú (CMRR) d'un AO es defineix com el quocient entre el guany diferencial  $A$  i el guany en mode comú  $A_{CM}$  de l'equació 115. És un valor que normalment es dona en decibels.

$$CMRR(dB) = 20 \log \left( \left| \frac{A}{A_{CM}} \right| \right)$$

#### 1.4.9. Què hem après sobre l'AO

Fins aquest punt hem conegut tot allò que és relatiu a la definició d'un amplificador operacional:

- Hem establert les seves prestacions començant per un cas ideal, i seguint amb una anàlisi del seu comportament en casos reals.
- El més important ha estat que coneixem ara quins paràmetres són els més rellevants, sabem què ens ha d'especificar el fabricant del dispositiu AO, i com s'analitza el seu comportament en un circuit.
- També hem estudiat quin ús es fa de l'AO en tota mena de blocs amplificadors, que tenen funcions diverses com sumadors, inversors, derivadors, etc. És aquí on incidirem en les properes seccions, en descriure en detall les aplicacions de l'AO. Ara que ja el coneixem a fons, explicarem en concret les seves aplicacions lineals en el subapartat "Aplicacions lineals de l'AO", i les aplicacions no lineals en el subapartat "Aplicacions no lineals de l'AO".

## 2. Aplicacions lineals de l'AO

### 2.1. Introducció

En el apartat “L'amplificador operacional (AO)” heu estudiat totes les característiques de funcionament d'un AO, il·lustrades amb una sèrie d'exemples de circuits amplificadors, com podien ser sumadors, diferenciadors, derivadors, etc. Heu vist com cal analitzar aquests circuits per a trobar-ne les prestacions clau, com quina és la tensió de sortida respecte de l'entrada, quines impedàncies presenta, quines característiques té en freqüència, etc.

En aquest apartat ens centrarem a descriure un conjunt d'aplicacions de l'AO en entorns reals, per tal que us familiaritzeu amb els possibles usos que l'AO té en l'electrònica avui dia. I, en concret, veureu aplicacions en què es treballa amb l'AO en mode lineal, és a dir, en què s'aprofiten les seves característiques quan treballa en llaç tancat i per sota dels nivells de l'alimentació (on se saturaria). En aquesta situació ja coneixeu multitud d'usos de l'AO, com poden ser els circuits **amplificadors** (inversor i no inversor), el **sumador**, l'**integrador**, **diferenciador**, etc., vistos en els subapartats “Amplificador inversor” a l’“Amplificador integrador”. Per tant, no repetirem aquelles anàlisis en aquest capítol (tot i que també són aplicacions lineals de l'AO), sinó que anirem un pas més enllà i descriurem circuits avançats concrets com són **amplificadors d'instrumentació i filtres actius**.

### 2.2. Amplificador d'instrumentació

Un amplificador d'instrumentació és un dispositiu creat a partir d'AO, la funció del qual és **amplificar una diferència de tensions**, i que està dissenyat per a tenir:

- una **alta impedància d'entrada**, i
- una **alta relació de rebuig al mode comú (CMRR)**.

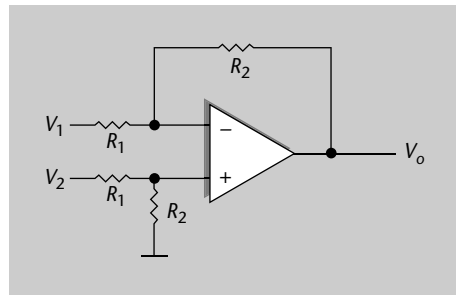
Per tant, bàsicament es basa en un bloc que ja vau conèixer al subapartat “Amplificador diferencial”, anomenat *amplificador diferencial*, mostrat a la figura 37.

La utilització de l'amplificador diferencial és habitual en aparells amb senyals molt febles, com ara equips mèdics (per exemple, per a l'electrocardiograma), per a minimitzar l'error de la mesura.

#### Nota

En el mercat es poden trobar amplificadors d'instrumentació ja encapsulats en un xip individual. Es tracta, doncs, d'un component que per a moltes aplicacions ja podem comprar construït, en lloc de muntar-lo a partir d'un AO i resistències.

Figura 37. Amplificador diferencial

**Figura 37**

Topologia bàsica d'amplificador diferencial.

La figura 37 representa la topologia més bàsica per a un amplificador d'instrumentació. Recordem que el cas ideal ens deia que la sortida té l'expressió 26:

$$V_o = (V_2 - V_1) \cdot \frac{R_2}{R_1} \quad (118)$$

que és precisament el que busquem amb un amplificador d'instrumentació: amplificar el senyal diferència entre terminals, sigui quin sigui el senyal en mode comú.

Ara bé, l'equació 118 era per al cas ideal, i convé que aprofundim una mica tenint en compte, per exemple, les característiques que ja coneixem de l'AO real (CMRR no infinita, vegeu el subapartat "Rebuig del mode comú (CMRR)"), o altres efectes que hi puguin intervenir. Això ens conduirà a estudiar topologies alternatives a la de la figura 37.

**Atenció**

Recordem que la tensió en mode comú és la que s'obté de fer la mitjana de tensions entre els dos terminals d'entrada a l'AO.

Un requisit primordial d'un amplificador diferencial és que ha de tenir un rebuig molt alt al mode comú, una CMRR molt alta, per tal que es pugui fer servir en aplicacions d'interès: instrumentació de precisió, amplificació de senyals de sensors, etc.

D'acord amb la prestació ideal del circuit (118) la sortida és zero si els dos senyals d'entrada són iguals. Per tant, el circuit té una CMRR infinita, cosa que no és certa en la pràctica. D'una banda, tindrem l'efecte que l'AO mateix té una CMRR finita (vegeu al subapartat "Rebuig del mode comú (CMRR)"), i a més també patirem el fet que les resistències amb valors  $R_1$  i  $R_2$  no estiguin exactament igualades, a causa de la seva tolerància pròpia de valors.

En avaluar les característiques del mode comú, hem de distingir entre les del circuit complet o les de l'AO individual. La CMRR del circuit complet també es defineix com la relació entre guanys, igual com la de l'AO individual de l'equació 116:

$$CMRR_C = \frac{G}{G_{CM}} \quad (119)$$

**Concepte de tolerància en resistències**

La tolerància d'una resistència és una dada que ens indica en quin percentatge pot variar el valor de la resistència (cap amunt o cap avall) respecte del seu valor indicat.

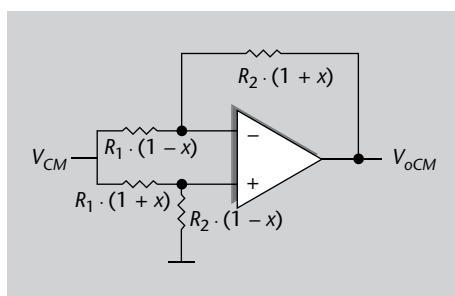
Per notació direm que  $G$  és el guany diferencial (com dèiem en el cas de circuits amb AO amb laç tancat) i  $G_{CM}$  el guany del mode comú. Hem afegit el subíndex  $C$  per a indicar que és la CMRR del circuit: aquesta CMRR està mesurada entre terminals d'entrada i sortida de **tot** un bloc circuital, un circuit que pot ser, per exemple, com el de la figura 37. D'altra banda, tenim la CMRR de l'AO individual, que seria la del dispositiu aïllat, vista al subapartat "Rebuig del mode comú (CMRR)".

### 2.2.1. CMRR deguda a la tolerància en les resistències

En un amplificador diferencial real qualsevol diferència entre els valors de les resistències (les dues  $R_1$  i les dues  $R_2$  de la figura 37) provoca l'aparició d'un component de senyal en mode comú, i per tant la CMRR de tot el circuit es degrada tret que els valors de resistència estiguin exactament ajustats o igualats. Fixeu-vos que això és independent de l'AO, i tot i considerar un AO ideal ens podem trobar que les resistències presenten una certa desigualtat a causa de la seva tolerància pròpia en valor.

Per al càlcul d'aquest efecte plantegem la figura 38, en què a l'entrada assumim un component en mode comú  $V_{CM}$ , i volem trobar quin efecte té a la sortida quan les resistències estan desajustades. Aquest desajust prové de la seva tolerància en valor, i com a **pitjor cas** podem assumir que cadascuna de les parelles ( $R_1$  i  $R_2$ ) prenen valors extrems oposats del seu rang de tolerància  $x$  (en tant per u). Per això considerem a la figura 38 els factors multiplicatius  $1 + x$  i  $1 - x$ .

Figura 38. Amplificador diferencial: CMRR deguda a tolerància de resistències (pitjor cas)



**Figura 38**

Amplificador diferencial amb representació de la tolerància de les resistències.

L'anàlisi d'aquesta situació es fa a partir del teorema de superposició segons la branca (terminal inversor i no inversor).

#### Terminal no inversor

La tensió que arriba al terminal no inversor és la d'un divisor:

$$V^+ = \frac{R_2 \cdot (1 - x)}{R_1 \cdot (1 + x) + R_2 \cdot (1 - x)} \cdot V_{CM} \quad (120)$$

El teorema o principi de superposició el podeu trobar explicat en detall a l'annex, subapartat "Velocitat de canvi".

I, per tant, a la sortida es veu multiplicada pel guany d'un amplificador no in-  
versor (15):

$$V_{o1} = \left(1 + \frac{R_2 \cdot (1+x)}{R_1 \cdot (1-x)}\right) \cdot V^+ \quad (121)$$

En què hem definit  $V_{o1}$  com el component de la sortida provinent de  $V^+$ .  
Substituint l'equació 120 en 121 tenim:

$$V_{o1} = \left(1 + \frac{R_2 \cdot (1+x)}{R_1 \cdot (1-x)}\right) \cdot \frac{R_2 \cdot (1-x)}{R_1 \cdot (1+x) + R_2 \cdot (1-x)} \cdot V_{CM} \quad (122)$$

### Terminal inversor

D'altra banda, pel que fa a les connexions al terminal inversor de l'AO, tenim  
una tensió d'entrada  $V_{CM}$  que es veu multiplicada per un amplificador inver-  
sor fins a la sortida, i per tant apliquem l'equació 7:

$$V_{o2} = -\frac{R_2 \cdot (1+x)}{R_1 \cdot (1-x)} \cdot V_{CM} \quad (123)$$

En què definim  $V_{o2}$  com el component de la sortida provinent del terminal no  
inversor de l'AO.

### Sortida total

Així doncs, pel principi de superposició la tensió de sortida total és la suma de  
les equacions 122 i 123:

$$V_o = \left[ \left(1 + \frac{R_2 \cdot (1+x)}{R_1 \cdot (1-x)}\right) \cdot \frac{R_2 \cdot (1-x)}{R_1 \cdot (1+x) + R_2 \cdot (1-x)} - \frac{R_2 \cdot (1+x)}{R_1 \cdot (1-x)} \right] \cdot V_{CM} \quad (124)$$

Que simplificant resulta:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1} \cdot \left[ \frac{R_1 \cdot (1-x) + R_2 \cdot (1+x)}{R_1 \cdot (1+x) + R_2 \cdot (1-x)} - \frac{(1+x)}{(1-x)} \right] \cdot V_{CM} \quad (125)$$

i que es pot escriure com:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_1 \cdot 4x}{R_1 \cdot (1-x^2) + R_2 \cdot (1-x)^2} \cdot V_{CM} \quad (126)$$

Cal tenir en compte que el valor de la tolerància de les resistències és molt més  
baix que 1, ja que en la pràctica indica quina precisió té aquell component res-  
pecte del seu valor nominal, i ens podem trobar casos en què pot ser de l'1%,  
5% o com a molt del 10%, que en tant per u seria  $x = 0,01$ ,  $x = 0,05$  o  $x = 0,10$ .

Així doncs,  $x \ll 1$ , i per tant podem negligir els termes de l'equació 126 que contenen  $x$  al quadrat que estan sumant o restant 1, per a arribar a:

$$G_{CM} = \frac{V_o}{V_{CM}} \approx \frac{4x \cdot R_2}{R_2 + R_1} \quad (127)$$

Es tracta, per definició, del guany en mode comú  $G_{CM}$ : quina sortida tenim quan a l'entrada es presenta  $V_{CM}$ .

El guany en mode diferencial sabem que és el de l'equació 118:

$$G = \frac{V_o}{(V_2 - V_1)} = \frac{R_2}{R_1} \quad (128)$$

I, per tant, amb el quocient de les equacions 128 i 129 ja tenim la CMRR del circuit deguda a la tolerància de les resistències:

$$CMRR_C = \frac{G}{G_{CM}} \approx \frac{R_2 + R_1}{4x \cdot R_1} = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{4x} \quad (129)$$

Com veiem a partir de l'expressió (129), hauríem de triar un valor de  $x$  el més baix possible per a alleugerir aquest efecte. És a dir, triar resistències amb una tolerància molt petita.

### Exemple 6

Trobeu la CMRR d'un amplificador diferencial de guany 26 dB degut a una tolerància en les seves resistències de l'1%.

#### Solució

Un guany de 26 dB vol dir que la relació  $R_2/R_1$  en lineal és:

$$\frac{R_2}{R_1} = 10^{26/20} \approx 20 \quad (130)$$

D'altra banda, la tolerància  $x$  en tant per u és 0,01. Usant l'equació 129 tenim, doncs:

$$CMRR_C = \frac{21}{4 \cdot 0,01} = 525 \quad (131)$$

i en decibels:

$$CMRR_C(\text{dB}) = 20 \log(525) = 54,4 \text{ dB} \quad (132)$$

#### Recordem

Recordem que es tracta d'un valor de pitjor cas: hem plantejat el desajust de valors de les resistències de la figura 38 en el cas en què es troben desajustades, cadascuna en el seu extrem de possibles valors.

### 2.2.2. CMRR de circuit deguda a la CMRR de l'AO

En l'amplificador diferencial també cal estudiar l'efecte de la CMRR que té el dispositiu AO mateix, que vam exposar al subapartat "Rebuig del mode comú (CMRR)".

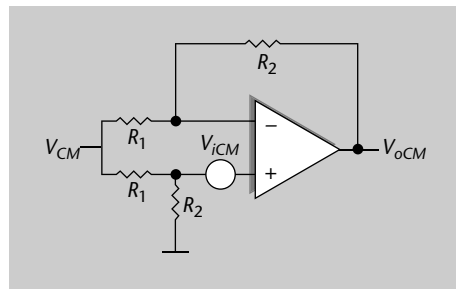
En el subapartat anterior hem comentat què passa amb la CMRR del circuit quan les resistències es desajusten (per la seva tolerància), però també hi pot



haver una contribució deguda a la CMRR de l'AO que compon el circuit. Aquesta CMRR del dispositiu AO l'anomenarem a partir d'ara  $CMRR_A$  per distingir-la de la de tot el circuit,  $CMRR_C$ .

Fins i tot si les resistències tinguessin tolerància zero, podem pensar que  $CMRR_A$  de l'AO real induirà un cert valor a escala del circuit. Per a veure en aquest cas la CMRR del circuit, de manera equivalent al subapartat "CMRR deguda a la tolerància en les resistències", podem plantejar el circuit de la figura 39, en què tenim representada una font de tensió equivalent a l'entrada ( $V_{iCM}$ ) que indueix la tensió en mode comú a la sortida  $V_{oCM}$ .

Figura 39. Amplificador diferencial: CMRR deguda a la tensió en mode comú a l'entrada



**Figura 39**

Amplificador diferencial amb representació de la tensió en mode comú a l'entrada de l'AO.

Aquesta font de tensió equivalent a l'entrada és només una manera de representar l'efecte d'una CMRR no infinita de l'AO: en lloc de la sortida, a l'entrada de l'AO, com fem, si recordeu, també per a la tensió d'*offset* (subapartat "Tensió de desplaçament (offset)").

Amb la inclusió de la font de tensió  $V_{iCM}$ , que a la sortida de l'AO prendrà el valor  $A \cdot V_{iCM}$ , el que pretenem és representar l'efecte de mode comú donat per l'equació 115:

$$A \cdot V_{iCM} = A_{CM} \cdot V_{CM}|_{AO} \quad (133)$$

en què  $V_{CM}|_{AO}$  és el valor del mode comú a l'entrada de l'AO, just en els seus terminals. Recordem que es tracta del valor mitjà entre tensions de terminals:

$$V_{CM}|_{AO} = \frac{1}{2}(V^+ + V^-) \quad (134)$$

Així doncs, recordant l'equació 116,

$$V_{iCM} = \frac{A_{CM}}{A} \cdot V_{CM}|_{AO} = \frac{1}{CMRR_A} V_{CM}|_{AO} \quad (135)$$

La part de  $V_{CM}$  de l'entrada que realment arriba als terminals de l'AO (igual  $V^+$  que  $V^-$ ) és, a causa del divisor de tensió entre  $R_1$  i  $R_2$ :

$$V_{CM}|_{AO} = \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \cdot V_{CM} \quad (136)$$

i per tant, substituint l'equació 136 en l'equació 135:

$$V_{iCM} = \frac{1}{CMRR_A} \cdot \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \cdot V_{CM} \quad (137)$$

Ara cal veure quina dependència hi ha entre la sortida i aquesta font de tensió  $V_{iCM}$  a l'entrada. Per això només cal que ens adonem que es tracta d'una configuració d'amplificador no inversor, que ja sabem que es regeix per la relació (15):

$$V_{oCM} = \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \cdot V_{iCM} \quad (138)$$

I substituint l'equació 137 en la 138 tenim

$$V_{oCM} = \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \cdot \frac{1}{CMRR_A} \cdot \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \cdot V_{CM} \quad (139)$$

i finalment obtenim l'expressió del guany del circuit en mode comú:

$$G_{CM} = \frac{V_{oCM}}{V_{CM}} = \frac{R_2/R_1}{CMRR_A} \quad (140)$$

La CMRR del circuit serà, doncs, la relació amb el guany de l'amplificador diferencial, que segons vam veure en l'equació 26, és  $R_2/R_1$ :

$$CMRR_C = \frac{G}{G_{CM}} = \frac{R_2/R_1}{\frac{R_2/R_1}{CMRR_A}} = CMRR_A \quad (141)$$

que curiosament resulta en una igualtat amb la de l'AO com a dispositiu. És a dir, la CMRR del circuit ( $CMRR_C$ ) és la mateixa que la CMRR del dispositiu AO ( $CMRR_A$ ).

### 2.2.3. Efecte conjunt de tolerància de resistències i CMRR de l'AO

En aquest punt disposem de dues expressions de  $CMRR_C$  (CMRR de tot el circuit), que representen dues fonts d'error independents:

- Una provinent de la tolerància de les resistències del circuit, determinada per l'expressió 129.
- Una altra per la CMRR pròpia de l'AO real que conforma el circuit, determinada per l'equació 141.

Recordem que, en tots dos casos, per definició de  $CMRR_C$  tenim la relació:

$$G_{CM} = \frac{R_2/R_1}{CMRR_C} \quad (142)$$

#### Nota

Destaquem que, en tot aquest desenvolupament, l'objectiu és trobar la CMRR del circuit ( $CMRR_C$ ), en funció de la CMRR pròpia de l'AO ( $CMRR_A$ ).

En què el numerador provenia del factor de guany en mode diferencial.

Podem assumir que els dos errors són totalment independents, ja que un prové de la tolerància de components com resistències, i l'altra de les prestacions mateixes de l'AO. Llavors, és vàlid assumir que el guany en mode comú de totes dues fonts se suma per a obtenir el pitjor cas possible:

$$G_{CM_T} = \frac{R_2/R_1}{|CMRR_{CR}|} + \frac{R_2/R_1}{|CMRR_{CAO}|} \quad (143)$$

La notació utilitzada és  $CMRR_{CR}$  per a l'expressió 129, i  $CMRR_{CAO}$  per a la funció 141. Hem pres valors absoluts perquè les dues contribucions se sumin, i formin el pitjor cas que ens interessa estudiar. Es tracta d'analitzar el circuit en un cas real, ja que el que interessa és disposar del pitjor valor que pugui tenir el guany en mode comú.

Podem assegurar, doncs, que la CMRR total serà un cop més la relació entre guany diferencial ( $R_2/R_1$ ) i el guany en mode comú de l'equació 143:

$$CMRR_T = \frac{R_2/R_1}{G_{CM_T}} = \frac{1}{\frac{1}{|CMRR_{CR}|} + \frac{1}{|CMRR_{CAO}|}} \quad (144)$$

Fixeu-vos que és l'equivalent en teoria de circuits de fer un paral·lel de resistències. Aquesta expressió també es pot escriure com:

$$CMRR_T = \frac{|CMRR_{CR} \cdot CMRR_{CAO}|}{|CMRR_{CR}| + |CMRR_{CAO}|} \quad (145)$$

Hem trobat, doncs, el rebuig del mode comú que inclou tots dos efectes indesitjats: la tolerància en el valor de les resistències, i el fet que l'AO té una CMRR no infinita, com seria un cas ideal. Convé destacar també que de l'equació 145 podem assegurar que el valor de CMRR total serà més baix (pitjor) que el més baix dels dos valors.

### Exemple 7

Trobeu la CMRR d'un amplificador diferencial de guany 26 dB, format per unes resistències amb tolerància de l'1% i un AO amb CMRR = 90 dB.

#### Solució

Hem vist en l'exemple 6 que la CMRR deguda a les resistències és de 525 (en lineal). D'altra banda, ara tenim que la CMRR de l'AO mateix és de 90 dB, o el que és el mateix, un valor de 31.622 en lineal. Per tant, aplicant l'equació 145, la CMRR total és:

$$CMRR_T = \frac{525 \cdot 31.622}{525 + 31.622} = 516 \rightarrow 54,25 \text{ dB} \quad (146)$$

La conclusió és que el fet d'incloure en els càlculs la CMRR de l'AO empitjora la CMRR global, tot i que en aquest exemple en poca mesura, perquè la CMRR de l'AO és molt més alta que la provinent de les resistències.

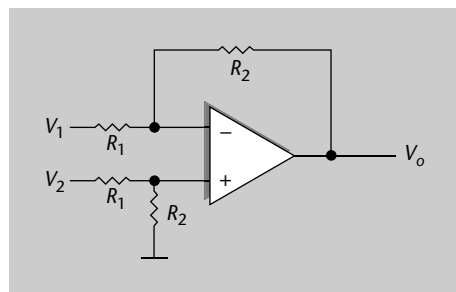
En un amplificador d'instrumentació cal estudiar molt bé el rebuig al mode comú, assegurar que la CMRR és alta, perquè és el principal requisit que haurà de complir el circuit. Aquest paràmetre es veu influenciat per la CMRR mateixa del dispositiu AO que serveix de fonament a l'amplificador, però a més per qualsevol desajust de valor entre resistències.

Un cop estudiada a fons la relació de rebuig CMRR d'aquest circuit amplificador diferencial, ens interessa conèixer una altra característica que necessita un amplificador d'instrumentació: una alta impedància d'entrada. Això és així per assegurar que no carrega el circuit anterior, que en general pot ser un sensor d'alta sensibilitat que no podria permetre aquesta càrrega d'impedància per a mantenir les seves exigents prestacions.

#### 2.2.4. Impedància d'entrada de l'amplificador d'instrumentació

En el circuit de la figura 37, que tornem a incloure en la figura 40 per comoditat,

Figura 40. Amplificador diferencial



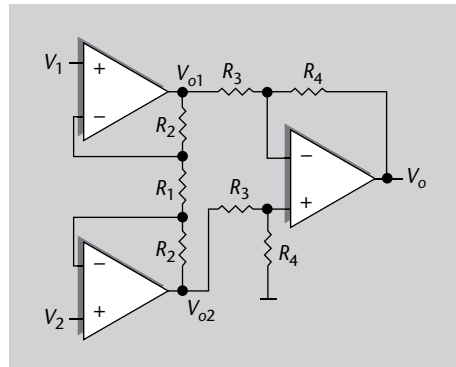
**Figura 40**

Topologia bàsica d'amplificador diferencial.

observem que la resistència d'entrada de l'amplificador diferencial és de l'ordre de les resistències  $R_1$  i  $R_2$ . Per exemple, la resistència d'entrada al punt  $V_2$  veiem en el diagrama que és  $R_1 + R_2$ . No ens interessa tant aquest valor concret, sinó adonar-nos que té valors lluny de l'ideal, que seria tendir a infinit.

Tal com succeïa amb l'amplificador inversor, doncs, la resistència d'entrada pot prendre uns valors relativament baixos, que no ens interessin per a la nostra aplicació. Una solució seria introduir abans dels terminals d'entrada un parell de seguidors de tensió (subapartat "Seguidor de tensió i amplificadors en cascada"), que assegurin resistència d'entrada gairebé infinita. Això ens proporcionaria un amplificador d'instrumentació amb totes les prestacions que volem, format per tres AO. Una configuració semblant és la de la figura 41, que ens interessa plantejar perquè es fa servir molt.

Figura 41. Amplificador d'instrumentació amb alta impedància d'entrada



**Figura 41**

Amplificador d'instrumentació amb dues etapes, per a aconseguir alta impedància d'entrada.

El circuit té dues etapes, una etapa d'entrada formada per dos AO, per a assegurar una impedància d'entrada (en  $V_1$  i  $V_2$ ) tan alta com la dels terminals de l'AO, i una segona etapa que consisteix en un amplificador diferencial convencional (amb valors de resistència ara anomenats  $R_3$  i  $R_4$ , per diferenciar-los dels  $R_1$  i  $R_2$  de l'etapa d'entrada).

En primer lloc analitzarem la primera etapa, seguint els principis de l'AO ideal en què aplicàvem curtcircuit virtual, i corrents d'entrada a l'AO nuls. Podem assegurar, doncs, que el corrent  $I$  que circula per  $R_1$  i per les dues  $R_2$  és el mateix, i per tant:

$$I = \frac{V_{o1} - V_1}{R_2} \quad (147)$$

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R_1} \quad (148)$$

$$I = \frac{V_2 - V_{o2}}{R_2} \quad (149)$$

De manera que, combinant les equacions 147 i 148, trobem:

$$V_{o1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)V_1 - \frac{R_2}{R_1}V_2 \quad (150)$$

I a partir de 148 i 149:

$$V_{o2} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)V_2 - \frac{R_2}{R_1}V_1 \quad (151)$$

Per tant, podem dir que l'etapa d'entrada té una sortida diferencial igual a la resta entre les equacions 150 i 151:

$$V_{o1} - V_{o2} = (V_1 - V_2) \cdot \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1}\right) \quad (152)$$

Pel que fa a la sortida en mode comú, quan  $V_1 = V_2 = V_{CM}$ , aleshores el corrent  $I$  de les equacions 147 a 149 s'anul·la, i per tant provoca que  $V_{o1} = V_{o2} = V_{CM}$ . Això vol dir que el mode comú d'aquesta primera etapa té guany unitari.

Això és molt interessant: la primera etapa ja preamplifica el mode diferencial, a partir dels valors de  $R_1$  i  $R_2$  segons 152, i en canvi no amplifica (o té guany unitari) el mode comú (indesitjat). Si només haguéssim utilitzat seguidors de tensió, sense  $R_1$  i  $R_2$ , aquest avantatge de guany en mode diferencial donat per equació 152 més gran que 1 no el tindríem.

A partir d'aquí, per a trobar la sortida només ens cal considerar com es comporta l'amplificador diferencial convencional de l'equació 118,

$$V_o = \frac{R_4}{R_3}(V_{o1} - V_{o2}) \quad (153)$$

i considerar també el que acabem de trobar en l'equació 152:

$$V_o = \frac{R_4}{R_3}(V_{o1} - V_{o2}) = (V_1 - V_2) \cdot \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{R_4}{R_3} \quad (154)$$

Aquesta primera etapa també té un avantatge important: podem ajustar el **guany amb una sola resistència**: hi ha una sola  $R_1$ , en contraposició de les dues que hi ha a l'amplificador diferencial bàsic de la figura 37. En lloc d'haver de canviar parells de resistències amb l'objectiu que fossin exactament iguals (per no degradar la CMRR), només ens cal canviar-ne una. Fins i tot podríem posar un potenciòmetre en  $R_1$ , per a ajustar el guany segons ens convingui.

Hem dit, com a resum, que aquesta configuració proporciona:

- Alta impedància en els dos terminals d'entrada, idealment infinita.
- Millora en CMRR deguda a la primera etapa (que amplifica el mode diferencial per sobre del mode comú).
- Guany diferencial ajustable amb una sola resistència, que evita haver de fer-ho amb dues alhora, cosa que tindria problema d'igualtat de valors.

I és per això que s'utilitza àmpliament com a amplificador d'instrumentació, en tot tipus d'aparells en què es requereix amplificar senyals diferència amb alta precisió.

Hem arribat, doncs, a un coneixement molt exhaustiu dels amplificadors d'instrumentació, tenint en compte el seu requisit principal, que és un alt rebuig del mode comú CMRR. Hem estudiat quins factors poden afectar aquesta CMRR, com són els desajustos entre valors de resistències i també la CMRR mateixa del dispositiu AO. Finalment hem vist una configuració en dues etapes que presenta molts avantatges pel que fa a impedància d'entrada i ajust del guany sense degradar la CMRR.

A continuació passarem a analitzar una altra aplicació dels AO, com és l'aplicació per a construir *filtres actius*.

### 2.3. Filtres actius

Ja coneixeu d'altres assignatures què són i com s'utilitzen els **filtres** analògics. Es tracta de blocs circuitals que tenen com a funció seleccionar una banda de freqüències concreta d'un senyal d'entrada. La idea és que l'espectre del senyal de sortida contingui només aquelles freqüències d'interès respecte de l'entrada, i les altres quedin rebutjades. Es defineixen paràmetres del filtre com la *banda de pas*, o la *banda eliminada*.

En concret, heu estudiat anteriorment filtres passius, formats per elements bàsics com resistències, condensadors i inductors. Recordeu que s'utilitza el terme **filtres RLC** referint-nos als tres paràmetres del circuit, la seva R (resistència), C (capacitat) i L (inductància).

Els filtres s'analitzen fent una anàlisi circuital utilitzant funcions de transferència i transformades de Laplace, en què un circuit (o en concret un filtre) es pot caracteritzar per la seva funció de transferència  $H(s)$ , que és en general una funció complexa. L'amplificació del filtre, en freqüència, està determinada pel mòdul de  $H(j\omega)$ , mentre que la fase es mou en freqüència segons l'argument de  $H(j\omega)$ . Ara és important també recordar que s'utilitzen impedàncies complexes per a referir-nos a la impedància d'un condensador de capacitat C (vegeu l'annex):

$$Z_C(\omega) = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C} \quad (155)$$

O d'un inductor d'inductància L:

$$Z_L(\omega) = j\omega L \quad (156)$$

En què totes dues són dependents de la freqüència  $\omega$ . De manera que usant l'anàlisi bàsica de circuits amb aquests valors podem trobar la resposta del filtre  $H(j\omega)$ , en amplitud i fase.

Recordant això podreu analitzar el que exposarem en aquest subapartat, que és **l'ús de l'AO per a construir filtres**.

L'AO, donades les seves característiques, ofereix la possibilitat de construir filtres, que són blocs circuitals selectors de freqüència. En aquest cas parlem de filtres **actius**, perquè també poden amplificar la banda de pas.

**El símbol  $\omega$**

$\omega$  és una lletra de l'alfabet grec que es pronuncia *omega*.

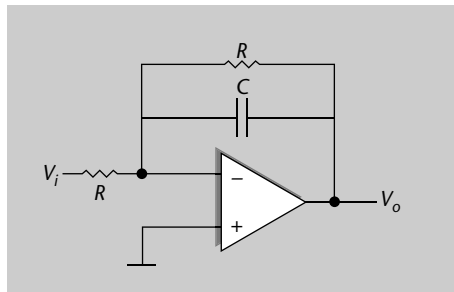
El motiu és que els AO ofereixen una solució a molts dels problemes associats amb filtres passius. Els AO, a més de presentar una **alta impedància d'entrada i baixa de sortida**, cosa que permet aïllar el circuit dels circuits adjacents, també proporcionen la possibilitat d'**amplificar** la tensió o el corrent, fet que no

succeïa amb els filtres RLC, que són purament passius. A continuació veurem dos filtres actius basats en AO, que són prou representatius, com són els filtres passabaix i passaalt de primer ordre.

### 2.3.1. Filtres passabaix de primer ordre basats en AO

A la figura 42 plantegem una configuració de filtre actiu passabaix, en què l'element central és l'AO i, tal com succeïa en els amplificadors vistos fins ara, hi ha una xarxa de realimentació negativa entre els seus terminals de sortida i d'entrada. Noteu que simplement es tracta d'una topologia d'amplificador inversor (figura 6), en què s'ha afegit el condensador  $C$  en la realimentació. Vegem quin efecte té això.

Figura 42. Filtre passabaix inversor, primer ordre



**Figura 42**

Filtre passabaix inversor format amb un AO.

La tensió en el terminal no inversor de l'AO és la de massa, i per tant, la del terminal inversor també (curtcircuit virtual). Això fa que el corrent  $I$  que va de l'entrada a la sortida sigui:

$$I = \frac{V_i}{R} = \frac{-V_o}{Z_{RC}} \quad (157)$$

en què  $Z_{RC}$  és la impedància del bloc RC en paral·lel. Reordenant podem aïllar la tensió de sortida:

$$V_o = -\frac{V_i}{R} Z_{RC} \quad (158)$$

També sabem que la impedància del bloc RC es calcula com el paral·lel de dues impedàncies:

$$\frac{1}{Z_{RC}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{1/j\omega C} = \frac{1 + j\omega RC}{R} \quad (159)$$

Així doncs, la relació entre la sortida i l'entrada depèn de la freqüència, ja que  $Z_{RC}$  en depèn. Substituint l'equació 157 i la 159 en la 158 obtenim:

$$\frac{V_o(\omega)}{V_i} = -\frac{Z_{RC}(\omega)}{R} = \frac{-1}{1 + j\omega RC} \quad (160)$$



Aquesta relació no és més que la funció de transferència d'aquest filtre actiu, que es pot escriure com:

$$H(f) = \frac{-1}{1 + j \frac{f}{f_c}} \quad (161)$$

en què hem definit la freqüència  $f_c$  com:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (162)$$

Fixeu-vos que l'equació 161 és precisament la resposta d'un filtre passa-baix, amb una freqüència de tall  $f_c$ . És la freqüència que determina l'amplada de banda a  $-3$  dB.

En aquest punt podem recordar el raonament que hem fet quan parlàvem de la resposta freqüencial de l'AO real, que es podia representar amb diagrames de Bode com a la figura 29. En aquell cas teníem la funció de l'equació 79, que prenia la forma exactament igual que la d'una resposta passabaix com l'equació 161. Amb aquest coneixement podem dibuixar la nostra resposta del filtre actiu, com podeu veure a la figura 43.

Figura 43. Resposta del filtre passabaix de primer ordre

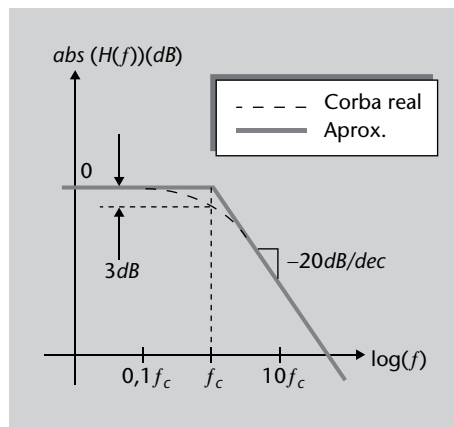


Figura 43

Resposta del filtre passabaix de primer ordre, representada amb un diagrama de Bode.

El circuit, per tant, es comporta com un filtre passabaix amb amplada de banda (freqüència de tall) controlada pel factor  $RC$  (com veieu en l'equació 162). Noteu que, com que les dues resistències del circuit són iguals, el guany ha resultat ser unitari (0 dB). Però no hauria de ser necessàriament així, i simplement caldria triar adequadament els valors de  $R_1$  i  $R_2$ . Noteu també que la naturalesa inversora del circuit es manifesta en la fase de la resposta, que és de  $180^\circ$  a  $f = 0$  Hz: el valor del signe de  $H(f)$  és negatiu.

L'ordre d'un filtre com  $H(f)$  en l'equació 160 és 1 o de primer ordre. Aquests filtres tenen una caiguda fora de la banda de pas de 20 dB/dècada.

#### Nota

Els filtres passabaix de primer ordre s'utilitzen normalment per a fer mitjanes (en el temps) d'un senyal que va tenint fluctuacions d'alta freqüència superposades a una variació relativament menor. Amb aquest propòsit, és necessari dimensionar la constant  $RC$  per a tenir una freqüència de tall més petita que la freqüència de les fluctuacions per filtrar.

#### Relació entre $\omega$ i $f$

Recordeu que la freqüència angular  $\omega$  (en rad/s) té relació amb la freqüència  $f$  (en Hz) segons:

$$\omega = 2\pi f$$

**Exemple 8**

Dissenyu un filtre actiu passabaix, amb una freqüència de tall de 10 MHz.

**Solució**

Podem utilitzar un circuit com el de la figura 42, en què triarem la freqüència de tall (i per tant l'amplada de banda) a partir de l'equació 162, i imposarem el valor desitjat.

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = 10 \cdot 10^6 \quad (163)$$

El valor del factor RC és, per tant:

$$RC = 62 \mu\text{s} \quad (164)$$

Podríem triar el parell de valors  $R$  i  $C$  que ens faci complir aquest total. Per exemple, amb una  $R$  de 1 k $\Omega$  utilitzaríem una  $C$  de 62 nF.

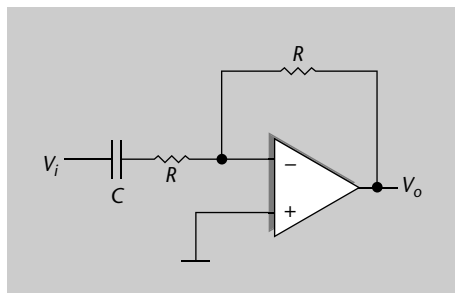
**Atenció**

Recordeu que un guany unitari (en lineal) es correspon amb un guany de 0 dB

**2.3.2. Filtres passaalt de primer ordre basats en AO**

Un AO també pot servir de base d'un filtre actiu passaalt, si per exemple utilitzem la topologia de la figura 44. També ens basem en un amplificador inversor, però ara el condensador està a l'entrada.

Figura 44. Filtre passaalt inversor, primer ordre

**Ordre d'un filtre**

Recordeu que l'ordre d'un filtre està determinat pel nombre de polsos que conté, que es manifesten en el nombre de transicions entre rectes en el seu diagrama de Bode.

**Figura 44**

Topologia de filtre passaalt inversor, basat en AO.

Amb el mateix raonament que per al passabaix, podem dir que el corrent  $I$  que circula pel circuit és:

$$I = \frac{V_i}{R + \frac{1}{j\omega C}} = -\frac{V_o}{R} \quad (165)$$

Així doncs, la relació entre la sortida i l'entrada és:

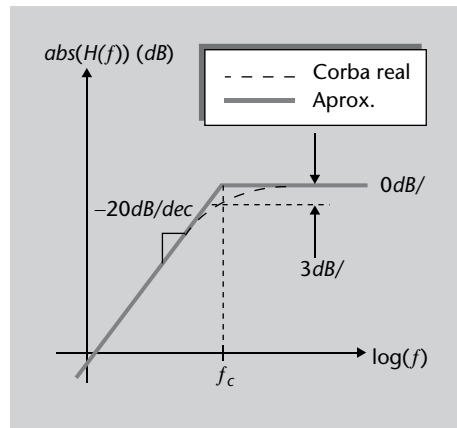
$$\frac{V_o(\omega)}{V_i} = \frac{-R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{-1}{1 - j\frac{1}{\omega RC}} \quad (166)$$

que es pot escriure en funció de la freqüència de tall  $f_c$  de l'equació 162:

$$H(f) = \frac{-1}{1 + j\frac{f_c}{f}} \quad (167)$$

Veiem que el resultat és que s'ha invertit el quocient entre  $f_c$  i  $f$ , i per tant ens trobem davant la resposta complementària al passabaix, que és un passaalt amb freqüència de tall  $f_c$ . En aquest cas també notem l'efecte inversor en el signe de la resposta.

Figura 45. Resposta en un filtre passaalt de primer ordre



**Figura 45**

Resposta en freqüència d'un filtre passaalt de primer ordre.

Fixeu-vos que, en contraposició amb un filtre passaalt de primer ordre passiu format per elements RLC (resistències, inductors, condensadors), aquí no ens basem en un inductor, sinó en un condensador, igual com amb el passabaix.

Un comentari rellevant és que, de fet, no ens cal utilitzar cap valor de  $L$  (inductància) en aquests filtres actius. Només amb diverses  $R$  i  $C$  podem aconseguir totes les respostes que vulguem, ja que la inversió d'impedàncies (entre  $C$  i  $L$ ) es pot aconseguir col·locant el condensador  $C$  en el lloc adequat de la xarxa de l'AO. L'avantatge d'això és no haver d'utilitzar inductors, que depenent de la freqüència poden tenir massa pèrdues paràsites, o introduir altres efectes d'acoblament entre circuits. En el cas de l'AO tot es basa en l'alimentació elèctrica d'un circuit actiu com l'AO.

Amb aquests dos filtres, un passabaix i un passaalt, hem il·lustrat el fet que, configurant de manera adient la xarxa de realimentació d'un AO, introduint-hi elements amb impedància complexa (com condensadors), podem obtenir respostes en freqüència que ens siguin útils per a la construcció de filtres.

Per a tenir un filtre passabanda podríem, per exemple, encadenar un passabaix i un passaalt. També podríem trobar altres topologies per aconseguir respostes de segon ordre o superior, o altres tipus de filtres com els desplaçadors de fase o eliminadors d'una freqüència (filtres *notch*). En aquest subapartat ens ha interessat demostrar que l'AO ens ofereix una gran ajuda en el disseny de filtres, i milloren algunes prestacions dels passius, com les impedàncies d'entrada i sortida i la possibilitat de tenir guany.

## 2.4. Què hem après sobre les aplicacions lineals de l'AO

En aquest apartat heu entrat en profunditat en els temes següents:

- Heu estudiat un conjunt d'aplicacions de l'AO; concretament, heu vist situacions en què es fa funcionar l'AO en mode lineal. Més enllà dels exemples ja coneguts de l'apartat "L'amplificador operacional (AO)", heu après casos concrets molt importants per la seva àmplia utilització en tota mena de circuits, com són els **amplificadors d'instrumentació** i els **filtres actius**.
- Dels amplificadors d'instrumentació ens hem interessat en especial per fer front a un efecte indesitjable dels AO, com és el seu guany en mode comú. Es tracta de tenir un amplificador que sigui sensible a la **diferència de dues tensions**, que proporcioni a la sortida una mesura molt precisa d'aquestes diferències. I qualsevol tensió comuna a les dues entrades la volem rebutjar.
- Heu vist topologies concretes en què reduïem el mode comú al màxim, després de fer un estudi exhaustiu dels dos efectes que hi influeixen: desajustament en el valor de les resistències del circuit, i la CMRR pròpia del dispositiu AO.
- En aquest tema també hem parlat de filtres, de dispositius que poden seleccionar determinades freqüències dels senyals d'entrada. I heu conegut com podeu configurar un AO per tal d'utilitzar-lo per a funcions de filtratge, amb l'avantatge que es tracta d'un filtratge actiu en què també hi pot haver amplificació del senyal en la banda freqüencial desitjada.

## 3. Aplicacions no lineals de l'AO

### 3.1. Introducció

En l'apartat "Aplicacions lineals de l'AO" hem conegut quin tipus de funcions i circuits s'associen a un AO que genera una funció lineal, és a dir, que serveix com a base per a circuits que matemàticament es comporten linealment, com són sumadors, restadors, integradors, etc. En tots els casos l'AO treballava en mode lineal, és a dir, les tensions que manega (tant d'entrada com sortida) estan dins del seu marge d'operació lineal, per sota de les tensions de saturació. Eren circuits que treballaven amb realimentació negativa, en què la sortida es torna a connectar a l'entrada inversora de l'AO a través d'una xarxa circuital determinada.

També recordeu que la seva entrada diferencial era molt petita, a causa d'aquesta realimentació negativa mateixa i l'alt guany de l'AO.

Quan l'AO s'utilitza sense realimentació (operació en llaç obert), la seva sortida normalment estarà en un dels seus estats saturats (o positiu o negatiu), corresponent a les tensions de saturació properes a l'alimentació. L'aplicació d'un senyal diferencial petit, amb la polaritat corresponent, causarà que la sortida canviï d'estat cap a un sentit o l'altre. En aquesta situació, doncs, la sortida només pren valor positiu ( $+V_{oSAT}$ ), o valor negatiu ( $-V_{oSAT}$ ), i el circuit commutarà d'estat segons la seva topologia i l'estímul d'entrada.

En aquest capítol considerarem circuits que sintetitzen funcions no lineals. En general, en aquests casos els AO treballen fora de la zona lineal (aconseguida amb la realimentació negativa), i s'utilitza la seva característica no lineal expressament per a aconseguir determinades funcions. Veureu que la no linealitat es pot utilitzar per a tenir un comparador, o un senyal quadrat a una determinada freqüència. També analitzarem uns tipus de circuits que sintetitzen una funció no lineal, com són els rectificadors de mitja ona i d'ona completa.

### 3.2. L'AO com a comparador

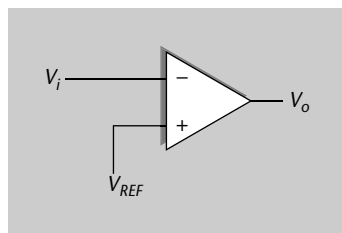
Un **comparador** és un circuit utilitzat per a detectar quan un senyal variable arriba a un cert valor llindar. Aquests tipus de circuits tenen tota mena d'utilitats en molts sistemes electrònics, en què s'usen en general per a detectar quan un nivell de tensió arriba o excedeix un cert nivell de referència.

Una manera de construir un comparador és amb un AO, amb una configuració simple com la de la figura 46, en què veieu que tan sols cal connectar la

tensió de referència  $V_{REF}$  en una entrada, i en l'altra el senyal d'entrada  $V_i$  que ens interessa controlar. La sortida  $V_o$  prendrà un valor o un altre (només dos estats), segons l'entrada sigui més gran o més petita que la referència  $V_{REF}$ , tal com mostra la figura 47. Aquests dos estats són precisament les tensions de saturació positiva i negativa de l'AO ( $V_{oSAT}^+$  i  $V_{oSAT}^-$ ).

El principal requisit que ha de complir l'AO d'un comparador és proporcionar un temps de commutació (entre tensions de saturació) molt ràpid. Normalment és una característica que s'exigeix a un comparador, en moltes aplicacions.

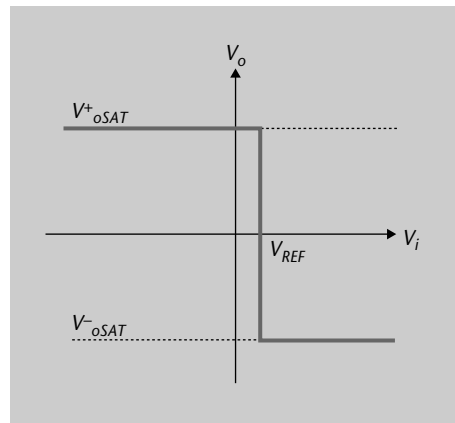
Figura 46. Comparador simple



**Figura 46**

Comparador simple basat en AO.

Figura 47. Resposta sortida-entrada del comparador



**Figura 47**

Resposta entre tensions d'entrada i sortida d'un comparador simple.

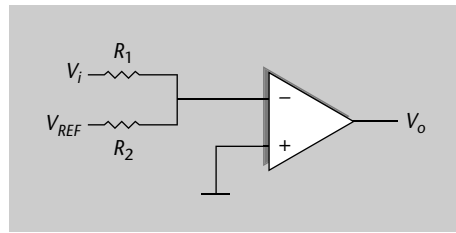
També cal tenir en compte que estem fent treballar el circuit per commutacions entorn de  $V_{REF}$ , que pot ser diferent de zero, i que per tant la possible ampliació del mode comú d'un AO real pot tenir un paper no volgut, i desplaçar la sortida. La importància d'aquest factor dependrà de la CMRR de l'AO concret, i de l'exigència de l'aplicació respecte de la precisió demanada a la corba de la figura 47.

**Nota**

Noteu que si canviéssim les entrades (inversora per no inversora) el comportament seria el mateix però canviant la polaritat de la sortida.

El circuit de la figura 48 presenta una topologia alternativa per a un comparador basat en AO. Fixeu-vos que tant el senyal com la tensió de referència s'injecten al mateix terminal d'entrada, a través de resistències. L'altre terminal d'entrada va a massa, cosa que implica que el circuit no està subjecte a les limitacions per tensió en mode comú.

Figura 48. Comparador amb un sol terminal d'entrada



**Figura 48**

Comparador basat en AO, amb un sol terminal d'entrada.

Sabem que el corrent que passa per les dues resistències és el mateix, ja que el corrent d'entrada a l'AO és negligible, de manera que la tensió  $V^-$  al terminal inversor està relacionada amb les entrades:

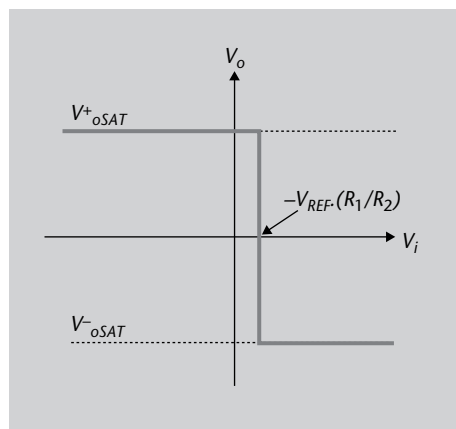
$$\frac{V_i - V^-}{R_1} = \frac{V^- - V_{REF}}{R_2} \quad (168)$$

La transició a la sortida succeeix quan la tensió en  $V^-$  s'iguali a la tensió  $V^+$  (que és zero en aquest cas), ja que tenim l'AO en llaç obert fent de comparador. Per tant, el llindar  $V_t$ , pel qual la tensió d'entrada  $V_i$  provoca una transició, està determinat per l'equació 168 quan  $V^-$  és igual a zero.

$$V_i = V_t = -V_{REF} \frac{R_1}{R_2} \quad (169)$$

I la resposta és la de la figura 49; la mateixa però amb un valor de llindar controlat també per les resistències.

Figura 49. Resposta sortida-entrada del comparador d'un sol terminal



**Figura 49**

Resposta sortida-entrada del comparador d'un sol terminal.

És una configuració alternativa que ens assegura la tensió de massa en un terminal de l'AO.

### 3.2.1. Comparador amb histèresi

Hi ha aplicacions en què ens interessa utilitzar un comparador amb el que es coneix com a **histèresi**. La histèresi apareix quan el nivell de referència (el llin-

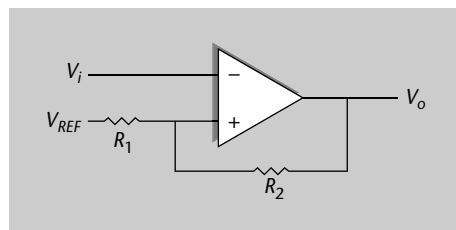
dar), a partir del qual hi ha canvi entre estats (seria, per exemple,  $V_{REF}$  a la figura 47) canvia segons si passem de l'estat superior a l'inferior o a la inversa. Això fa que, quan la tensió que estem monitorant ( $V_i$ ) està baixant, el llindar estigui situat en un punt més baix que quan  $V_i$  està pujant.

La histèresi permet, per exemple, que  $V_i$  estigui fluctuant entorn de  $V_{REF}$  (com a conseqüència d'algun petit soroll afegit) i la sortida no necessàriament estigui commutant contínuament.

Això s'aconsegueix amb una topologia com la de la figura 50, en què fixeu-vos que la **realimentació** que s'aplica és **positiva**, ja que és sobre el terminal no inversor de l'AO. Recordeu que si fos sobre el terminal inversor, tindríem realimentació negativa i, per tant, l'AO passaria a treballar en mode lineal com a amplificador. La realimentació positiva assegura que l'AO està en zona de saturació, porta el circuit a un estat en què qualsevol petita tensió (encara que només sigui soroll) en  $V^+$  s'amplifica i es torna a amplificar a si mateixa, la qual cosa porta el circuit a la saturació.

Reviseu el mòdul 2 sobre realimentació de circuits estudiat en aquesta assignatura.

Figura 50. Comparador amb histèresi



**Figura 50**

Topologia de comparador amb histèresi.

En aquest circuit tenim un cop més que el corrent que passa per  $R_1$  és igual que que passa per  $R_2$ , ja que negligim el corrent entrant a l'AO. Així doncs, podem igualar corrents que per llei d'Ohm són:

$$\frac{V_{REF} - V^+}{R_1} = \frac{V^+ - V_o}{R_2} \quad (170)$$

La tensió llindar de l'entrada, la que provoca un canvi a la sortida, es dona quan  $V^+$  és igual a  $V^-$ . Per tant, podem usar l'equació 170 per a posar-hi el llindar  $V_t$  allà on tenim  $V^+(V^+ = V_t)$ . Agrupem termes:

$$R_2 \cdot V_t + R_1 \cdot V_t = R_2 \cdot V_{REF} + R_1 \cdot V_o \quad (171)$$

i només ens manca aïllar la tensió llindar a una banda de la igualtat:

$$V_t = \frac{R_2 \cdot V_{REF} + R_1 \cdot V_o}{R_1 + R_2} \quad (172)$$

Es tracta de la tensió llindar amb què es compara  $V_i$  per a determinar en quin estat està la sortida ( $V_{oSAT}$  alt o baix). En l'equació 172 tenim clarament l'efec-



te de la sortida sobre l'entrada no inversora de l'AO. Amb això creem la histèresi: imagineu que la sortida està en l'estat superior, està en  $V_{oSAT}^+$ , aleshores el llindar està situat per sobre de la referència (donada per  $V_{REF}$  multiplicat pel factor de les resistències):

$$V_t^+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{REF} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{oSAT}^+ \quad (173)$$

En canvi, quan  $V_o$  és a l'altre estat, el llindar és diferent i està situat per sota de la referència, ja que  $V_{oSAT}^-$  és negativa.

$$V_t^- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{REF} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{oSAT}^- \quad (174)$$

El marge d'histèresi  $V_H$  és la diferència entre llindars:

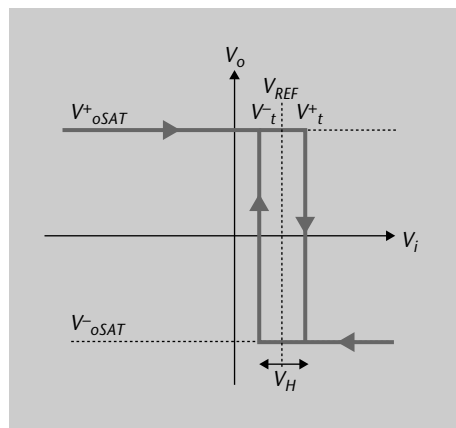
$$V_H = V_t^+ - V_t^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} (V_{oSAT}^+ - V_{oSAT}^-) \quad (175)$$

Atès que normalment les tensions de saturació són d'igual magnitud i diferent signe tenim:

$$V_H = \frac{R_1}{R_1 + R_2} 2V_{oSAT} \quad (176)$$

Aquesta relació entrada-sortida està representada a la figura 51. Les fletxes mostren el fet que quan venim de la zona negativa de  $V_i$ , aleshores el llindar és en  $V_t^+$ , i a l'inrevés.

Figura 51. Resposta entrada-sortida del comparador amb histèresi



**Figura 51**

Resposta entrada-sortida del comparador amb histèresi.

Amb aquest circuit simple (un AO i dues resistències) ja disposem, doncs, d'un comparador amb histèresi per a tot tipus d'aplicacions. Es coneix també amb el nom de **disparador de Schmitt** o *Schmitt trigger* (*trigger* en anglès significa 'disparador, gallet o detonador'). El terme prové del nom del seu inventor, i del fet que es caracteritza per dos nivells de referència, dos llindars, en què es "dispara" el canvi d'estat.

### Exemple 9

Trobeu el marge d'histèresi d'un disparador de Schmitt, caracteritzat per resistències  $R_1 = 100 \Omega$ , i  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ , i un AO amb marges de saturació  $\pm 12\text{V}$ .

#### Solució

Com que les tensions de saturació de l'AO són simètriques, podem aplicar l'equació 176 amb els valors donats:

$$V_H = \frac{R_1}{R_1 + R_2} 2V_{\text{SAT}} = \frac{100}{100 + 1000} \cdot 2 \cdot 12 = 2,18 \text{ V} \quad (177)$$

## 3.3. Multivibradors: estable i monostable

Els multivibradors són un grup de circuits que tenen dos estats de tensió, alt i baix, i van commutant entre ells, o bé per ells mateixos (mode *free running* en anglès, que s'entén com a mode lliure) o bé cada cop que els estimulem amb un pols d'entrada (*one shot* en anglès, o d'una sola vegada). Es tracta de tenir un circuit que prengui dos estats de tensió, i només aquests dos, i que el temps que estigui en cada estat estigui determinat per constants de temps conegudes.

La funció dels multivibradors, que commuten entre dos estats de tensió de manera controlada, té un ús extensiu en molts sistemes electrònics: temporitzadors, control de sistemes, modulacions per amplada de pols, etc.

En primer lloc descriurem el **multivibrador estable**, que correspon a la primera categoria de vibradors que commuten d'estat lliurement (*free running*), per ells sols, sense cap estímul d'entrada. I després parlarem del **multivibrador monostable**, que en principi sempre està en un valor estable, fins que rep un impuls d'entrada i durant un cert temps commuta a l'altre estat.

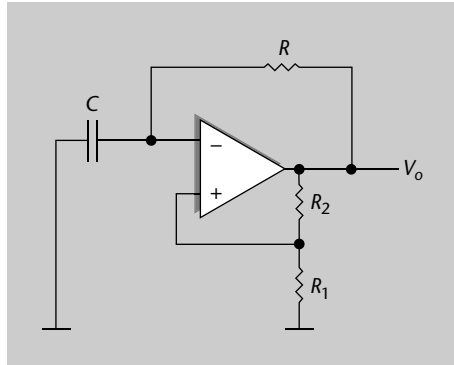
En el mercat es poden trobar circuits integrats ja fabricats per a fer funcions de multivibrador, però és molt habitual també que s'utilitzin AO en el seu mode no lineal (en saturació) per a operar com a multivibradors, com estudiarem a continuació.

### 3.3.1. Multivibrador estable

En un multivibrador estable els dos estats del circuit són momentàniament estables, i el circuit commuta repetitivament entre aquests dos estats. El circuit il·lustrat a la figura 52 mostra un AO configurat per a treballar com a multivibrador estable, anomenat també en *mode lliure*. S'anomena *mode lliure* perquè el circuit va commutant entre estats periòdicament *sense intervenció externa*. Com veiem, es forma amb un AO realimentat positivament

i negativament alhora, i destaca també la inclusió d'un condensador entre el terminal inversor i la massa. El passem a analitzar per a entendre els motius d'aquesta configuració.

Figura 52. Multivibrador astable basat en AO



**Figura 52**

Topologia de multivibrador astable basat en AO. Es forma amb un AO realimentat positivament i negativament alhora, i també s'inclou un condensador entre el terminal inversor i la massa.

Els dos estats del circuit són aquells en què l'AO està en saturació positiva o negativa,  $V_{oSAT}^+$  o  $V_{oSAT}^-$ . La sortida de l'amplificador és, doncs, una ona quadrada. L'acció del circuit la podem descriure fent referència a les formes d'ona mostrades a la figura 53.

Comencem en el temps  $t'$  (aneu seguint la figura 53 per a les referències temporals) quan l'amplificador es troba en saturació negativa. En aquest moment, si observeu el circuit, tenint en compte que el corrent d'entrada en l'AO és nul, podeu veure que la tensió al terminal no inversor és un divisor de tensió de  $V_o$ :

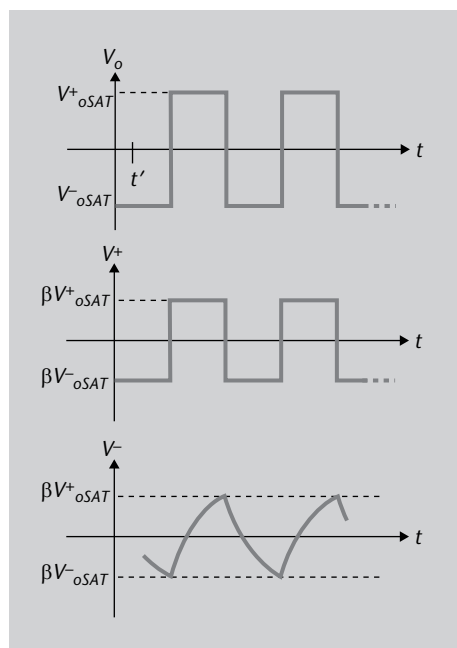
$$V^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_{oSAT}^- = \beta \cdot V_{oSAT}^- \quad (178)$$

En què per comoditat hem definit el valor  $\beta$  com el factor donat per les resistències.

L'altre terminal de l'AO,  $V^-$ , té en aquest instant un valor més alt que  $V^+$ , ja que per això la sortida està saturada a baix. En tot cas la seva tensió va decreixent, ja que el condensador  $C$  va perdent càrrega a través de  $R$ . Quan arriba al valor de  $V^+$ , l'efecte comparador de l'AO (subapartat "L'AO com a comparador") fa que la sortida  $V_o$  vagi a saturació positiva, i per tant  $V^+$  també commuti a dalt.

La tensió en un condensador en sèrie amb una resistència no pot canviar instantàniament, i per tant la tensió al terminal  $V^-$  intenta seguir aquesta pujada però molt més lentament, amb la forma exponencial de la figura 53. De fet, puja a una velocitat marcada per la constant de temps  $RC$ . Passats  $t_1$  segons, iguala un altre cop el valor de  $V^+$ , la sortida commuta a baix i la tensió  $V^-$  torna a intentar seguir aquest valor, aquest cop a la inversa. Triga un temps  $t_2$  a igualar  $V^+$ , i a partir d'aquí el cicle torna a començar.

Figura 53. Formes d'ona del multivibrador astable

**Figura 53**

Formes d'ona del multivibrador astable. Tensió de sortida, i tensions als terminals d'entrada de l'AO, en funció del temps.

Veiem, doncs, que la base del funcionament és un comparador com el disparador de Schmitt, en què en lloc d'una entrada  $V_i$ , fem servir la càrrega i descàrrega d'un condensador per tal que la sortida tingui una forma d'ona rectangular sense intervenció externa.

És d'interès poder dimensionar els temps  $t_1$  i  $t_2$  de la figura 53, ja que determinaran el període del circuit multivibrador. Com a dissenyadors del circuit hem de poder triar els valors correctes de resistències i condensador, per a poder obtenir el període de vibració que volem. Com veiem en la figura,  $t_1$  és el temps de pujada del senyal  $V^+$ , que correspon al temps durant el qual el condensador es carrega a través de  $R$ , i  $t_2$  és el temps de baixada, que és quan el condensador es descarrega a través de  $R$ . El període d'aquestes oscil·lacions es pot obtenir fent ús de l'equació general de càrrega d'un condensador, que podeu trobar en l'annex en el subapartat "Amplificador inversor". Un condensador  $C$  amb una tensió inicial  $V_{in}$ , carregat a través d'una resistència  $R$  per una tensió  $V_R$ , assoleix la tensió  $V_{fi}$  en un temps determinat per:

$$t = RC \cdot \ln \left( \frac{V_R - V_{in}}{V_R - V_{fi}} \right) \quad (179)$$

En el nostre cas, doncs, aplicant aquesta equació als valors de la figura 53 podem identificar:

$$\begin{aligned} V_R &\rightarrow V_{oSAT}^+ \\ V_{in} &\rightarrow \beta V_{oSAT}^- \\ V_{fi} &\rightarrow \beta V_{oSAT}^+ \end{aligned} \quad (180)$$

i d'aquesta manera trobar el valor de  $t_1$ :

$$t_1 = RC \cdot \ln \left( \frac{V_{oSAT}^+ - \beta V_{oSAT}^-}{V_{oSAT}^+ - \beta V_{oSAT}^+} \right) \quad (181)$$

De la mateixa manera també trobem el valor de  $t_2$ , que depenent de la simetria de les tensions de saturació no ha de prendre necessàriament el mateix valor que  $t_1$ :

$$t_2 = RC \cdot \ln \left( \frac{V_{oSAT}^- - \beta V_{oSAT}^+}{V_{oSAT}^- - \beta V_{oSAT}^-} \right) \quad (182)$$

Si, com és habitual, les tensions de saturació de l'AO són simètriques respecte el zero:

$$V_{oSAT}^- = -V_{oSAT}^+ \quad (183)$$

Aleshores arribem a:

$$t_1 = t_2 = RC \cdot \ln \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) \quad (184)$$

I per tant el període total  $T$  (en segons) de la forma d'ona quadrada ( $V_o$  a la figura 53) és:

$$T = t_1 + t_2 = 2RC \cdot \ln \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) \quad (185)$$

Substituint el valor de  $\beta$ , que coneixem de l'equació 178, l'expressió es redueix a:

$$T = 2RC \cdot \ln \left( 1 + 2 \frac{R_1}{R_2} \right) \quad (186)$$

Amb aquesta equació tenim ja la relació final per a poder dissenyar el nostre vibrador astable. Es tracta de triar els valors de  $C$ ,  $R$ ,  $R_1$  i  $R_2$  que ens donin el període d'oscil·lació  $T$  (en segons) que volem.

D'altra banda, també podem posar el resultat en funció de la freqüència en lloc del període. En aquest cas heu de recordar que:

$$f = \frac{1}{T} \quad (187)$$

i per tant:

$$f = \frac{1}{2RC \cdot \ln \left( 1 + 2 \frac{R_1}{R_2} \right)} \quad (188)$$

Que està expressat en Hz.

#### Període d'una ona

El període  $T$  d'una ona és el temps transcorregut entre dos punts equivalents de l'oscil·lació o cicle.

### Exemple 10

Amb un circuit astable volem disposar d'un generador d'ona quadrada a una freqüència  $f = 1.000$  Hz. Trobeu els valors del circuit que ens proporcionen aquesta freqüència.

#### Solució

Si fixem el valor de la freqüència de l'equació 188, caldrà trobar el conjunt de valors de  $R$ ,  $C$ ,  $R_1$  i  $R_2$  que ens la donen. No tenim, doncs, una solució única. En principi ens pot interessar començar fixant el valor del condensador, ja que no és còmode treballar amb capacitats molt altes i físicament els condensadors serien molt grans. Podem triar  $C = 10$  nF, i per exemple una  $R = 100$  k $\Omega$  per a tenir una constant de temps  $RC$  d'1 ms. Així, segons l'equació 188, només queda configurar la relació de resistències  $R_1$  i  $R_2$  seguint la relació:

$$2 \ln \left( 1 + 2 \frac{R_1}{R_2} \right) = 1 \quad (189)$$

i queda, per tant, que  $R_1/R_2 = 0,32$ . Podem triar, per exemple,  $R_2 = 10$   $\Omega$  i  $R_1 = 320$   $\Omega$ .

Un multivibrador astable és un circuit que, sense intervenció externa (llevat de l'alimentació de l'AO), genera ones de tensió quadrades amb un període concret i controlat.

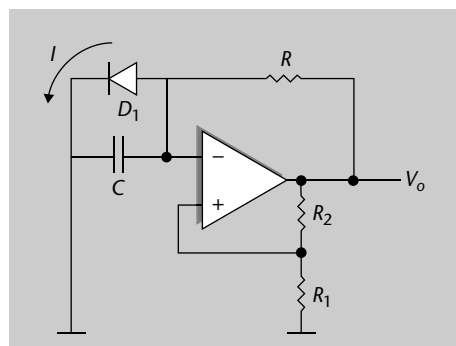
A continuació parlarem d'un circuit similar, considerat com a multivibrador, però en què la sortida no va commutant en mode lliure sinó que té tendència a tornar a un sol estat: és el multivibrador **monostable**.

### 3.3.2. Multivibrador monostable

Un circuit monostable és un circuit que té **un sol estat estable** (d'aquí ve el seu nom), en què pot romandre indefinidament en absència d'excitació externa. Cada vegada que s'aplica un impuls a l'entrada del circuit, hi ha un canvi d'estat, i es passa a un altre estat anomenat **metastable**. En aquest estat roman un cert temps (determinat pels elements del circuit), i un cop finalitzat torna a l'estat estable original.

En aquest apartat veurem una manera de construir un monostable basat en AO. Per a raonar-ne el funcionament, ens basem en el circuit astable vist en el subapartat "Multivibrador astable", i veurem les modificacions per a convertir-lo en un d'un sol estat estable. En primer lloc, el que s'afegeix és un díode  $D_1$  en paral·lel al condensador, com veiem a la figura 54.

Figura 54. Multivibrador monostable: pas 1



**Figura 54**

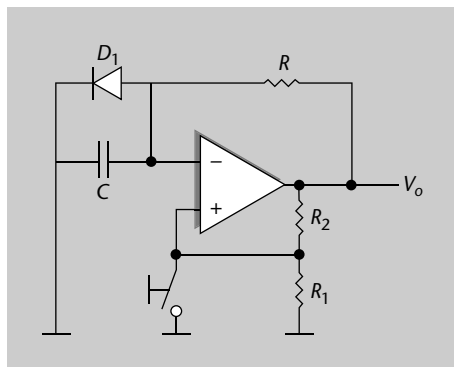
Primer pas per a arribar a topologia de multivibrador monostable: inclusió del díode  $D_1$  en el multivibrador astable.

Recordeu el funcionament bàsic del díode, vist en el mòdul 1. Es tracta d'un element en què (explicat de manera bàsica) només pot fluir corrent en un sentit. A la figura 54 amb aquest díode el que s'aconsegueix és que, en l'estat estable, la sortida està en saturació positiva en  $V_{oSAT}^+$ , i el condensador  $C$  no actua perquè està de fet curtcircuitat pel díode  $D_1$ : el corrent  $I$  flueix de la sortida, a través de  $R$  i de  $D_1$ , directament a massa.

La tensió en  $V^-$  no pot pujar, ja que és la del díode en directa (aproximadament 0,7 V, propera a massa), i la tensió en  $V^+$  es troba en el seu estat alt  $\beta \cdot V_{oSAT}^+$ . En resum, és l'equivalent a forçar que sempre estiguem en l'estat alt d'un vibrador astable com el del subapartat "Multivibrador astable".

Si d'alguna manera possibilitem que un estímul extern ens porti a l'altre estat, el de saturació negativa de la sortida, podrem obtenir un monostable, com veurem a continuació. Afegim ara un interruptor a l'entrada no inversora, que es pot accionar externament, com podeu veure a la figura 55.

Figura 55. Multivibrador monostable



Aquest interruptor força, per un instant, que l'entrada  $V^+$  de l'AO tingui un valor en tensió igual a 0 V, inferior a la tensió en directa del díode  $D_1$  (uns 0,7 V). Això fa que automàticament la sortida commuti al seu valor inferior de saturació,  $V_{oSAT}^-$ . Aquest instant està representat a la figura 56, en què veiem que, quan s'acciona l'interruptor,  $V^+$  pren un valor de tensió igual a zero, i la sortida  $V_o$  pren el valor de saturació inferior.

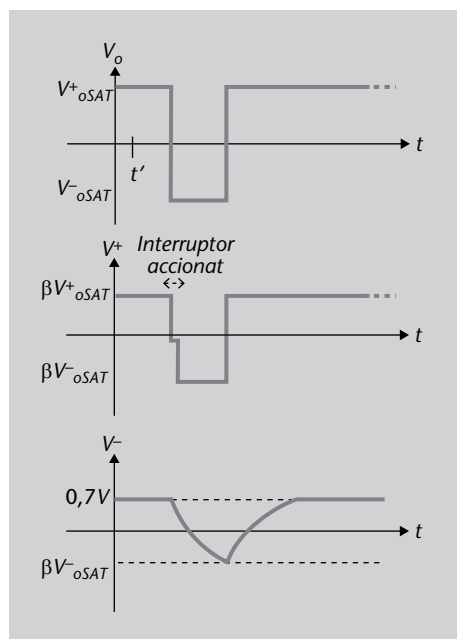
#### Atenció

Recordeu del mòdul 1 que la tensió en directa d'un díode pren típicament valors entre 0,6 i 0,7 V.

#### Figura 55

Multivibrador monostable.

Figura 56. Formes d'ona del multivibrador monostable



**Figura 56**

Formes d'ona del multivibrador monostable. Tensió de sortida i tensions als terminals d'entrada de l'AO en funció del temps.

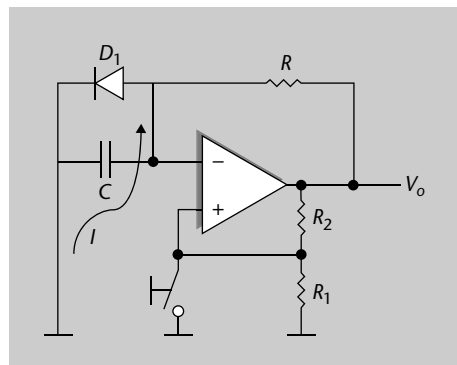
Assumim que l'interruptor s'acciona només un instant, i ara estudiarem com evoluciona el sistema, tot seguint la figura 56. D'una banda, en el terminal no inversor:

- Després de forçar que  $V^+$  sigui zero amb l'interruptor, i en conseqüència la sortida commuti, la tensió  $V^+$  tornarà a ser la del divisor de tensió amb  $R_1$  i  $R_2$ .
- Per tant, encara baixarà a un valor més baix, negatiu; en concret, a  $\beta V_{oSAT}^-$ .

En aquest instant, respecte del terminal inversor:

- El condensador sí que pot fer que  $V^-$  baixi de valor, amb la constant mateixa de temps RC (igual que en el cas astable del subapartat "Multivibrador astable"). Això és així perquè el díode  $D_1$  està en inversa (equivalent a circuit obert), per a un corrent que va de massa cap a la sortida a  $V_{oSAT}^-$ .
- El corrent només té el camí del condensador per a passar, com representem a la figura 57.
- Tenim, doncs, que la tensió  $V^-$  baixa seguint l'exponencial de la figura 56.

Figura 57. Multivibrador monostable: corrent quan la sortida està en estat baix.



**Figura 57**

Multivibrador monostable quan la sortida està en estat baix.



Quan la tensió a  $V^-$  arriba al valor de  $V^+$ , l'AO torna a commutar cap al valor de saturació superior, i el circuit torna, doncs, a l'estat original, al seu estat estable.

El temps  $T$  durant el qual la sortida es troba en l'estat metastable serà marcat, un altre cop, per la constant de temps del condensador – resistència RC. En aquest cas parteix d'un valor entorn de 0,7 V (díode  $D_1$  en directa), i baixa fins a la tensió  $\beta \cdot V_{oSAT}^-$ . Fent ús de l'equació 179 tenim que:

$$T = RC \cdot \ln \left( \frac{V_{oSAT}^- - 0,7}{V_{oSAT}^- - \beta V_{oSAT}^-} \right) \quad (190)$$

Normalment podem dir que la tensió en directa del díode (entorn de 0,7 V) és molt més petita que les de saturació de l'AO:

$$0,7 \ll V_{oSAT}^- \quad (191)$$

De manera que la considerem zero i ens queda:

$$T \approx RC \cdot \ln \left( \frac{V_{oSAT}^-}{V_{oSAT}^- \cdot (1 - \beta)} \right) = RC \cdot \ln \left( \frac{1}{1 - \beta} \right) = RC \cdot \ln \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) \quad (192)$$

Cada cop que accionem instantàniament l'interruptor, el circuit trigarà aquest temps  $T$  a tornar al seu estat estable, en què la sortida és  $V_{oSAT}^+$ . Disposem d'un circuit, doncs, apte per a multitud d'aplicacions en què interessa una funció de **temporitzador**. Un astable s'usa per a generar ones quadrades, i un monostable per a comptar un temps  $T$  a partir de quan succeeix un esdeveniment (com la pulsació de l'interruptor).

Un multivibrador monostable és un circuit que es troba sempre en el mateix estat "estable" fins que, a partir d'un esdeveniment extern, commuta a un segon estat (anomenat *estat metastable*) durant un temps  $T$  conegut. Passat aquest temps retorna a l'estat estable original.

Convé destacar també que l'interruptor manual de la figura 55 es podria substituir per qualsevol circuit electrònic que fes la mateixa funció, la d'introduir un pols de tensió, i el monostable es comportaria de la mateixa manera. En la pràctica hi ha multitud de configuracions en què s'usa un "interruptor elèctric", que imposa un flanc de tensió que fa commutar el monostable. En aquest apartat ens ha interessat que coneguem els detalls del concepte de monostable, la seva funció principal, i com es pot usar un AO (en mode no lineal) per a construir-ne un.

### Exemple 11

Disposem d'un circuit monostable com el de la figura 55, i el volem configurar com a temporitzador, de manera que ens indiqui quan han passat 10 ms (0,01 s) respecte de l'acció sobre l'interruptor. Proposeu valors per a les resistències i el condensador.

#### Circuit integrat 555

Un exemple de multivibrador astable i monostable és el circuit integrat 555, produït per nombrosos fabricants. És un integrat de molt baix cost que es pot configurar per a treballar com astable o monostable, i s'utilitza com a temporitzador en multitud de circuits electrònics.

### Solució

El temps en què el circuit estarà en l'estat metastable, abans de tornar a l'estat estable original, està determinat per l'equació 150. Si configurem  $R_1$  i  $R_2$  amb el mateix valor, i volem que el temps  $T$  sigui igual a 1 s, trobem que:

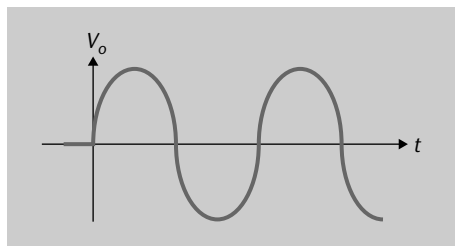
$$T = RC \cdot \ln(2) = 0,01 \quad (193)$$

La constant de temps  $RC$  ha de ser igual a 14,4 ms. Utilitzant, per exemple, un condensador d'1  $\mu\text{F}$ , necessitaríem una resistència  $R$  de 14,4 k $\Omega$ . Les altres dues poden prendre un valor qualsevol mentre sigui el mateix, com per exemple 1 k $\Omega$ .

### 3.4. Rectificadors

Una altra aplicació dels circuits basats en AO és la **rectificació** d'ones. Com heu vist al mòdul 1 sobre el diode, per rectificador entenem un circuit la funció del qual és eliminar la part positiva o negativa d'un senyal altern d'entrada. En concret, si pensem en un senyal d'entrada sinusoidal com el de la figura 58, la funció d'un rectificador convencional consistiria que la sortida prengués només els valors de senyal positius, mentre que els negatius es mantindrien a zero, com veieu a la figura 59.

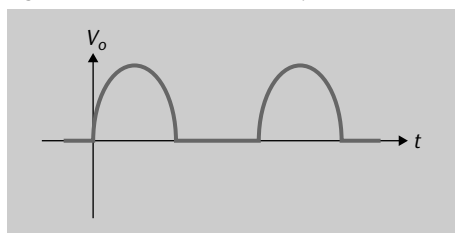
Figura 58. Ona sinusoidal



**Figura 58**

Senyal sinusoidal d'entrada a un rectificador.

Figura 59. Ona rectificada - mitja ona

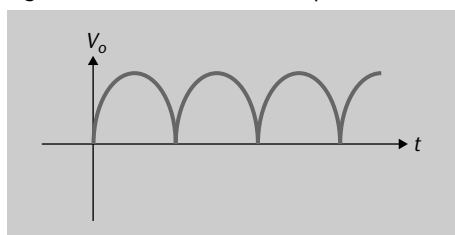


**Figura 59**

Senyal sinusoidal rectificat pel rectificador de mitja ona.

En aquest cas tindríem un **rectificador de mitja ona**. Hi ha aplicacions en què també pot interessar que a la sortida no solament tinguem els cicles positius de l'entrada, sinó que els negatius també passin a ser positius. Seria un rectificador d'ona completa, que produiria la tensió de sortida de la figura 60.

Figura 60. Ona rectificada - completa



**Figura 60**

Senyal sinusoidal rectificat pel rectificador d'ona completa.

El rectificador d'ona completa, matemàticament, es pot escriure com la funció valor absolut:

$$V_o(t) = |V_i(t)| \quad (194)$$

en què  $V_o$  és la sortida i  $V_i$  l'entrada. Totes dues són, en general, funcions de la variable temps.

Tots dos tipus de rectificador tenen multitud d'usos en l'electrònica en general. Noteu que una ona com la de la figura 60 no solament té un component altern AC (varia en el temps), sinó que a més el seu valor mitjà ja no és zero com originalment (figura 58), i per tant també conté un component de contínua o DC. Els rectificadors s'utilitzen molt per a convertir AC en DC usant aquest principi.

Cal destacar que els rectificadors més simples típicament estan basats en díodes, com heu vist al mòdul 1. Amb un sol díode i una resistència podríem obtenir un rectificador de mitja ona, tot aprofitant que el díode condueix quan està polaritzat en directa i no condueix en inversa. A partir d'aquí hi ha altres topologies amb díodes que ajuden a obtenir rectificació de l'ona d'entrada de manera completa, sintetitzant la funció de l'equació 194. En el nostre cas, però, ens centrarem en els rectificadors basats en AO, ara que coneixem a fons el seu funcionament.

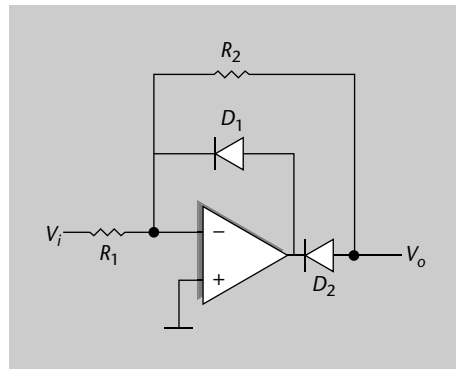
A més, els rectificadors actius basats en AO presenten un **avantatge** fonamental respecte dels rectificadors passius amb díodes, i és que els díodes en la pràctica rectificuen no a tensió zero, sinó a la seva tensió de conducció, que acostuma a estar vora els 0,6 o 0,7 V. Per tant, per a senyals petits d'entrada d'aquest ordre de magnitud (0-1 V), els rectificadors amb díodes no fan la funció que busquem.

Els rectificadors d'ona basats en AO proporcionen la mateixa funció que els basats en díodes, amb l'avantatge que proporcionen també amplificació i poden actuar per a tensions petites entre 0 i 1 V, en què els díodes tenen el problema que la seva tensió llindar no és 0 V sinó entorn de 0,6 o 0,7 V.

### 3.4.1. Rectificador de mitja ona basat en AO

Començarem estudiant el rectificador de mitja ona, que plantegem en un circuit com el de la figura 61. Observeu que com a base es tracta d'un amplificador inversor bàsic, com el vist al subapartat "Amplificador inversor", en què s'han afegit dos díodes  $D_1$  i  $D_2$ .

Figura 61. Rectificador de mitja ona basat en AO

**Figura 61**

Topologia de rectificador de mitja ona basat en AO.

Per a l'anàlisi del circuit tindrem en compte el curtcircuit virtual entre terminals de l'AO, i també díodes ideals  $D_1$  i  $D_2$  amb tensió de conducció de 0 V. Diferenciem dos casos, segons la polaritat del senyal  $V_i$  d'entrada:

### Situació 1: $V_i > 0$ V

Quan l'entrada pren valors positius, això fa fluir un corrent  $I$  per  $R_1$  que segueix per  $R_2$ , ja que el díode  $D_1$  no pot conduir (estarà en inversa, i simularà doncs, un circuit obert). El corrent no pot entrar pel terminal negatiu del díode. Recordeu, a més, que per curtcircuit virtual, l'entrada  $V^-$  de l'AO estarà (igual com  $V^+$ ) a tensió de 0 V.

$$I = \frac{V_i - 0}{R_1} = \frac{0 - V_o}{R_2} \quad (195)$$

Fixeu-vos que el segon membre s'obté "anant" de  $V_i$  al terminal inversor, i el tercer membre des del terminal inversor fins a  $V_o$ . Aquest mateix corrent és el que s'introdueix en sentit entrant a l'AO (vegeu la figura 62), i fa que el díode  $D_2$  estigui en conducció.

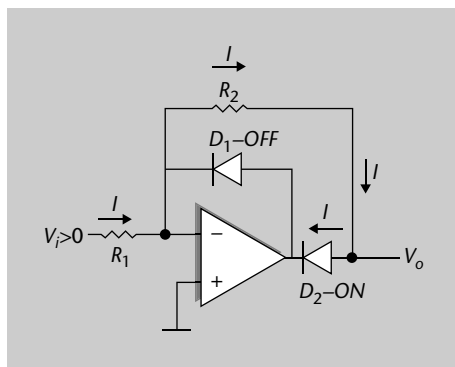
Per tant, dels dos últims membres de l'equació 195, la sortida  $V_o$  és directament la d'un amplificador inversor:

$$V_o = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_i \quad (196)$$

Noteu que serà negativa, ja que estem en el cas en què  $V_i$  és positiva.

En resum, per a tensions d'entrada positives,  $D_1$  està en *off* i  $D_2$  en *on*, i el circuit és un amplificador inversor.

Figura 62. Rectificador de mitja ona basat en AO; entrada positiva



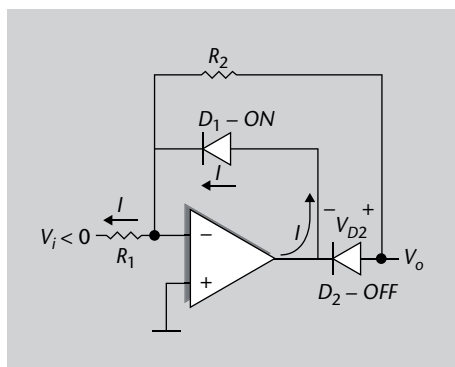
**Figura 62**

Rectificador de mitja ona basat en AO quan l'entrada té signe positiu.

### Situació 2: $V_i < 0$ V

Per al cas en què l'entrada pren valors negatius, el díode  $D_1$  començarà a conduir (vegeu el sentit del corrent representat a la figura 63). Això farà que per la branca de  $R_2$  no circuli cap corrent. Si en  $R_2$  no circula corrent, la seva caiguda de tensió és nul·la, de manera que la sortida  $V_o$  es troba de fet a la massa virtual, constant a 0 V.

Figura 63. Rectificador de mitja ona basat en AO. Entrada negativa



**Figura 63**

Rectificador de mitja ona basat en AO quan l'entrada té signe negatiu.

El terminal negatiu de  $D_1$  està també a massa virtual, mentre que el terminal positiu (com que està en conducció) estarà a +0,6 V (valor típic de díodes en directa). Aquesta és la tensió constant a la qual estarà la sortida de l'operacional. El díode  $D_2$  es trobarà, doncs, que en el seu terminal negatiu està a +0,6 V, i el seu terminal positiu està a  $V_o$  (i, per tant, 0 V), i la seva tensió  $V_{D2}$ , representada a la figura 63, és sempre -0,6 V. Això vol dir que efectivament no està en conducció, està en obert.

En resum, per a tensions d'entrada negatives,  $D_1$  està en *on* i  $D_2$  en *off*, i la sortida fixada a 0 V.

El comportament conjunt, que queda descrit per a tots dos casos, és el d'un rectificador de mitja ona.

El circuit es comporta com un rectificador de mitja ona, com el de la figura 59:

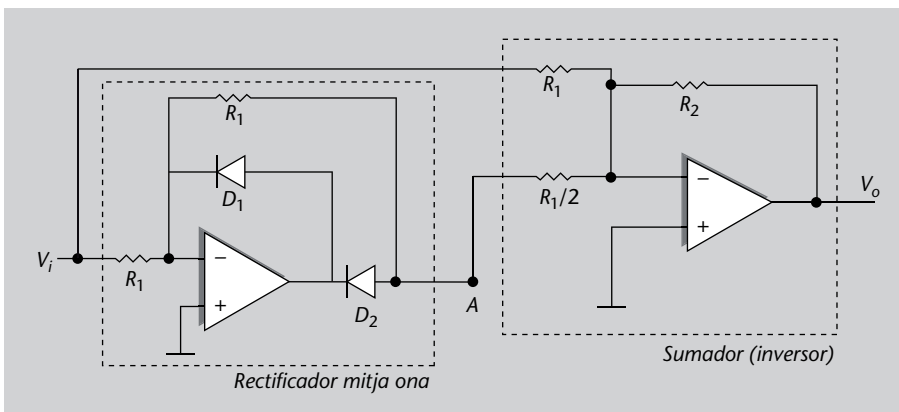
- Per a entrada positiva, la sortida és la mateixa ona invertida en signe, i amplificada segons la relació de resistències  $\frac{R_2}{R_1}$ .
- Per a entrada negativa, la sortida es queda a 0 V. Aquesta mitja ona negativa del senyal d'entrada queda "rectificada" a zero.

És interessant destacar que la rectificació és una funció no lineal, és a dir, el bloc circuital sintetza una funció matemàticament no lineal com la de l'equació 194. Per aquest motiu l'estem presentant en aquest capítol, en què parlem de moltes aplicacions no lineals dels AO. Ara bé, noteu que el circuit presentat a la figura 61 utilitza un AO en mode lineal, a diferència dels comparadors i multivibradors explicats als subapartats "L'AO com a comparador" i "Multivibradors: astable i monostable", en què l'AO s'utilitzava en saturació.

### 3.4.2. Rectificador d'ona completa basat en AO

Amb els coneixements que tenim en aquest moment sobre circuits amb AO ja podem plantejar una configuració que ens permetrà tenir un rectificador d'ona completa típic. El representem a la figura 64.

Figura 64. Rectificador d'ona completa basat en AO



**Figura 64**

Rectificador d'ona completa basat en dos AO.

Fixeu-vos que es tracta de dos blocs ja estudiats, en cascada: l'entrada es fa passar pel rectificador de mitja ona del subapartat "Rectificador de mitja ona basat en AO", figura 61, i a continuació tots dos senyals (entrada i rectificat) es combinen amb un sumador inversor, analitzat en el subapartat "Amplificador sumador (inversor)".

Per al cas en què l'entrada  $V_i$  prengui valors positius, sabem que la tensió en el node A és directament el seu valor multiplicat pel factor imposat per les resistències del primer bloc segons l'equació 196, que en aquest cas és  $-R_1/R_1$  i, per tant, és la unitat amb signe negatiu.

$$V_A = -V_i \quad (197)$$

D'altra banda, sabem que el sumador inversor es comporta segons l'equació 22, tot observant el valor de cada resistència. Noteu que per l'entrada del node A el valor de  $R_1$  és la meitat, és a dir,  $R_1/2$ . Per tant, tenim:

$$V_o|_+ = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_i - \frac{R_2}{R_1/2} \cdot V_A \quad (198)$$

Notem amb el subíndex + que això és vàlid per al cicle positiu de l'entrada. Per tant, combinant les 197 i 198, la sortida per al cicle positiu és:

$$V_o|_+ = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_i + \frac{R_2}{R_1/2} \cdot V_i = \frac{R_2}{R_1} \cdot V_i \quad (199)$$

D'altra banda, per a valors negatius de  $V_i$  sabem que el rectificador de mitja ona imposa una sortida, una tensió al node A, de valor igual a 0 V. En aquest cas, doncs, el sumador inversor tan sols opera amb una entrada  $V_i$  i té com a sortida (equació 7):

$$V_o|_- = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_i \quad (200)$$

Fixeu-vos que hem aconseguit el que buscàvem: una sortida que en tot moment pren valors positius. Quan l'entrada ja és positiva, la respecta (i amplifica per un factor  $R_2/R_1$ ), i quan l'entrada és negativa li aplica una inversió de signe (i també amplifica per  $R_2/R_1$ ). De manera que matemàticament podem combinar tots dos casos, ja que es tracta de la funció valor absolut:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1} \cdot |V_i| \quad (201)$$

I obtenim per tant el comportament esperat d'un rectificador d'ona completa. Cal destacar que perquè això sigui així els valors de les resistències  $R_1$  han d'estar ben aparellats, i també el valor de la resistència meitat  $R_1/2$ .

Un rectificador d'ona completa implementa la funció de valor absolut sobre el senyal d'entrada:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1} \cdot |V_i| \quad (202)$$

La presència de l'AO aporta la possibilitat d'amplificar pel factor de les resistències  $R_2/R_1$ .

### 3.5. Què hem après sobre les aplicacions no lineals de l'AO

En aquest apartat podem destacar el següent:

- Heu après a configurar AO amb díodes, per a treballar com a **rectificadors d'ona actius**. Aquests dispositius aporten avantatges sobre els rectificadors

de només díodes, com són la rectificació de petits senyals (0 a 1 V) i la possibilitat d'amplificació.

- Aquest coneixement de rectificadors ha estat precedit, en aquest capítol, per l'explicació d'altres tipus de circuits no lineals basats en AO, com són els comparadors i els multivibradors astable i monostable.
- Tots formen un conjunt de circuits molt importants en l'electrònica d'avui dia i de les darreres dècades, amb multitud d'aplicacions de tota mena.



## 4. Problemes resolts

Tot seguit us presentem una sèrie de problemes que us poden ajudar a consolidar els coneixements i procediments explicats en aquest mòdul. Aquests problemes estan acompanyats de les resolucions corresponents.

### 4.1. Enunciat

#### Problema 1

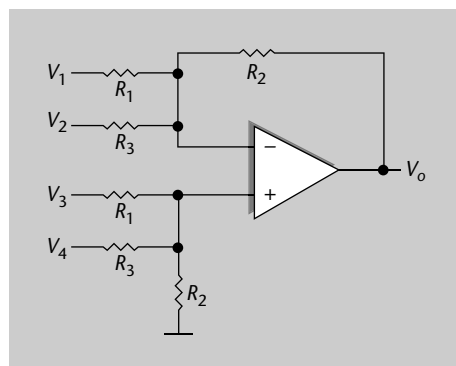
Un amplificador inversor basat en AO té un guany en llaç tancat de  $-100$  i una resistència a l'entrada de  $10\text{ k}\Omega$ .

- Assumint un AO ideal, quin valor de resistència de realimentació cal usar?
- Si l'AO s'assumeix ideal excepte per a un guany en llaç obert finit de  $10^4$ , per quant diferirà el guany del seu valor ideal de  $100$ ?
- Si el guany en llaç obert de l'amplificador canvia en un  $5\%$ , quin efecte tindrà això en el guany en llaç tancat?

#### Problema 2

Donat el circuit de la figura 65, trobeu la tensió de sortida en funció de les tensions d'entrada i comenteu-ne la funció.

Figura 65. Circuit problema 2



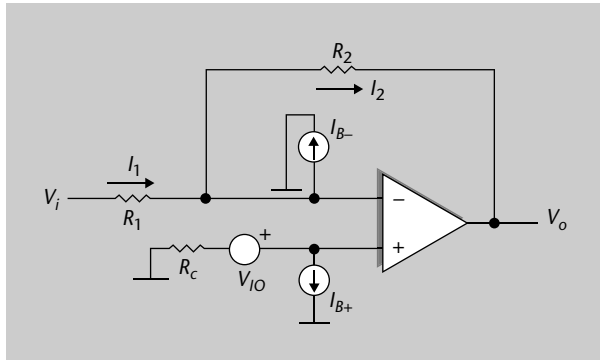
**Figura 65**

Circuit basat en AO per a l'anàlisi del problema 2.

#### Problema 3

Un amplificador inversor com el de la figura 35 (que repliquem a la figura 66 per comoditat).

Figura 66. Circuit problema 3

**Figura 66**

Circuit basat en AO per l'anàlisi del problema 3.

Té les especificacions següents de tensió de desplaçament, corrents de polarització i derives en temperatura:

$$V_{IO} = 2 \text{ mV};$$

$$\Delta V_{IO}/\Delta T = 10 \text{ } \mu\text{V}/^\circ\text{C};$$

$$I_B = I_{B+} = I_{B-} = 500 \text{ nA};$$

$$\Delta I_B/\Delta T = 1 \text{ nA}/^\circ\text{C}$$

Les resistències tenen valors de  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$ . La resistència de compensació  $R_c$  és nul·la excepte en l'apartat d). Trobeu:

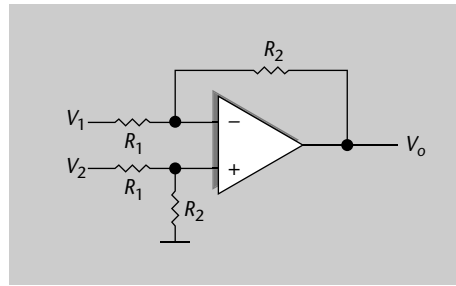
- La tensió de desplaçament a la sortida.
- El canvi en (a) degut a un canvi de temperatura de  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- Assumint un desplaçament inicial anul·lat, el senyal d'entrada més petit que es pot amplificar amb menys de l'1% d'error, a causa d'un canvi de temperatura de  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- El valor de la resistència  $R_c$  que s'hauria de connectar entre el terminal no inversor i massa per a reduir l'error de desplaçament degut al corrent de polarització.

#### Problema 4

Un AO s'assumeix ideal, excepte per un guany en llaç obert de  $5 \cdot 10^4$ , i una relació de rebuig CMRR finita. Quan les entrades es connecten entre si, i els apliquem un senyal d'1 V respecte de massa, la sortida de l'AO resulta de 5 V.

- Trobeu la CMRR de l'AO.
- Ara s'utilitza aquest AO per a construir un amplificador diferencial com el de la figura 37, que repliquem aquí a la figura 67, en què el factor de les resistències  $R_2/R_1$  és de 100. Si s'apliqués una tensió d'1 V en mode comú a les entrades de la figura 67, quina tensió hi hauria a la sortida?

Figura 67. Circuit problema 4

**Figura 67**

Amplificador inversor del problema 4.

### Problema 5

Volem que un disparador de Schmitt proporcioni una transició de sortida negativa quan un senyal d'entrada puja de 3 V. La transició oposada ha de tenir lloc quan el senyal d'entrada disminueix per sota de 2,7 V. Els límits superior i inferior del comparador han de ser +5 V i -1 V, respectivament. Diguen quins valors de components ha de tenir el circuit.

## 4.2. Solucions

### Problema 1

a) Sabem que el guany enllaç tancat d'un amplificador inversor (figura 6) està determinat per l'equació 7:

$$G = -\frac{R_2}{R_1} \quad (203)$$

Per tant, si ens diuen que  $R_1$  és 10 k $\Omega$ , caldrà seleccionar una  $R_2 = 1$  M $\Omega$  per a obtenir un guany  $G$  de -100.

b) En el cas d'un guany enllaç obert finit, sabem que el guany real canvia segons l'equació 44 a:

$$G = -\frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{A} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)} \quad (204)$$

I substituint valors obtenim  $G = -99$ , que difereix en un 1% respecte de l'ideal.

c) Si el valor de  $A$  passa a ser un 5% diferent, tindrem que  $A = 0,95 \cdot 10^4$ . Substituint en l'equació 204 tindrem que  $G = -98,94$  (enfront el valor anterior de -99). La variació és, doncs, de només un 0,05%.

### Problema 2

En aquest problema aplicarem les tècniques d'anàlisi de circuits amb AO que hem après durant el mòdul. Com a base de l'anàlisi hem de tenir en compte

que els corrents d'entrada als terminals de l'AO són nuls, i que podem considerar el curtcircuit virtual entre els terminals de l'AO. A més, per a trobar la sortida podem aplicar el teorema de superposició, que consisteix a veure la contribució de cada entrada independentment, posant la resta a zero.

- Cas 1: contribució de  $V_1$  (resta d'entrades a zero)

Com que  $V_3$  i  $V_4$  estan en massa, podem assegurar que la tensió al terminal no inversor de l'AO també serà nul·la. Per tant, per curtcircuit virtual la tensió  $V^-$  també és zero, i no passarà corrent per la resistència  $R_3$  connectada al terminal inversor. Ens quedem, doncs, amb una configuració d'amplificador inversor com les que hem estudiat al subapartat "Amplificador inversor":

$$V_0|_{V_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_1 \quad (205)$$

- Cas 2: contribució de  $V_2$  (resta d'entrades a zero)

El raonament per a trobar la contribució de  $V_2$  és exactament el mateix que per al cas 1. Tenim un amplificador inversor amb les resistències corresponents:

$$V_0|_{V_2} = -\frac{R_2}{R_3} \cdot V_2 \quad (206)$$

- Cas 3: contribució de  $V_3$  (resta d'entrades a zero)

Quan l'entrada  $V_4$  es troba en massa, i només tenim la contribució de  $V_3$ , la tensió al terminal no inversor de l'AO és la que cau en el paral·lel de resistències  $R_2$  i  $R_3$ :

$$V^+ = \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1 + R_2 \parallel R_3} V_3 = \left( \frac{\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} \right) V_3 \quad (207)$$

Que, desenvolupant, és:

$$V^+ = \left( \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \right) V_3 \quad (208)$$

Aquesta tensió, si ens fixem en la figura 65, és l'entrada d'un amplificador inversor en què la resistència de realimentació és  $R_2$ , i la que va a massa des del terminal inversor és el paral·lel de  $R_1$  i  $R_3$ .

$$V_0|_{V_3} = \left( 1 + \frac{R_2}{\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} \right) V^+ = \left( 1 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3}{R_1 R_3} \right) V^+ \quad (209)$$

I per tant, combinant les equacions 209 i 207 tenim:

$$V_0|_{V_3} = \left(1 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3}{R_1 R_3}\right) \left(\frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}\right) V_3 \quad (210)$$

que podem escriure com:

$$V_0|_{V_3} = \left(\frac{R_1 R_3 + R_1 R_2 + R_2 R_3}{R_1 R_3}\right) \left(\frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}\right) V_3 \quad (211)$$

I que se simplifica molt en adonar-nos que el numerador del primer factor multiplicador és el mateix que el denominador del segon factor:

$$V_0|_{V_3} = \frac{R_2}{R_1} V_3 \quad (212)$$

- Cas 4: contribució de  $V_4$  (resta d'entrades a zero)

Aquest cas el podem resoldre per analogia amb el cas 3, ja que tenim exactament la mateixa situació però amb l'entrada de tensió i resistències corresponents.

$$V_0|_{V_4} = \frac{R_2}{R_3} V_4 \quad (213)$$

- Tensió de sortida total:

Pel principi de superposició sabem que la tensió de sortida total serà la suma dels quatre casos:

$$V_0 = V_0|_{V_1} + V_0|_{V_2} + V_0|_{V_3} + V_0|_{V_4} \quad (214)$$

que hem trobat que és:

$$V_0 = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_1 + -\frac{R_2}{R_3} \cdot V_2 + \frac{R_2}{R_1} V_3 + \frac{R_2}{R_3} V_4 \quad (215)$$

Concloem, doncs, que la tensió de sortida té l'expressió:

$$V_0 = \frac{R_2}{R_1} \cdot (V_3 - V_1) + \frac{R_2}{R_3} (V_4 - V_2) \quad (216)$$

Es tracta, doncs, d'un circuit sumador/restador; amb un sol AO tenim una topologia que ens permet configurar una operació de suma i resta de quatre tensions.

### Problema 3

Per a resoldre aquest problema hem de tenir en compte la fórmula de la tensió de sortida, en funció de tots els paràmetres de la figura 35. Es troba al subapar-

tat "Avaluació dels errors deguts a tensió de desplaçament i corrents de polarització":

$$V_o = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_i + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_{IO} + R_2 I_{B-} - R_c I_{B+} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \quad (217)$$

a) La tensió de desplaçament a la sortida està determinada per l'equivalent a l'entrada,  $V_{IO}$ , multiplicada pel factor de les resistències que veiem en l'equació 217, al segon terme de la dreta. També es veu afectada pel corrent de polarització, i per tant pel tercer terme. Recordem que en aquest apartat la compensació  $R_c$  és zero. Per tant:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_{IO} + R_2 I_{B-} &= \\ = \left(1 + \frac{1 \text{ M}\Omega}{10 \text{ k}\Omega}\right) \cdot (2 \text{ mV}) + 1 \text{ M}\Omega \cdot 500 \text{ nA} & \quad (218) \\ \approx 0,2 \text{ V} + 0,5 \text{ V} = 0,7 \text{ V} \end{aligned}$$

b) Si hi ha un canvi de temperatura de  $10^\circ\text{C}$ , la tensió de desplaçament a l'entrada i el corrent de desplaçament variaran segons el que diu l'enunciat:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V_{IO}}{\Delta T} &= 10 \frac{\mu\text{V}}{^\circ\text{C}} \\ \frac{\Delta I_B}{\Delta T} &= 1 \frac{\text{nA}}{^\circ\text{C}} \end{aligned} \quad (219)$$

Així doncs, tindrem:

$$\begin{aligned} \Delta V_{IO} &= 10 \frac{\mu\text{V}}{^\circ\text{C}} \cdot 10^\circ\text{C} = 100 \mu\text{V} \\ \Delta I_B &= 1 \frac{\text{nA}}{^\circ\text{C}} \cdot 10^\circ\text{C} = 10 \text{ nA} \end{aligned} \quad (220)$$

Que, reflectit a la sortida segons l'equació 218, serà:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot 100 \mu\text{V} + R_2 \cdot 10 \text{ nA} &= \\ \approx 10 \text{ mV} + 10 \text{ mV} = 20 \text{ mV} \end{aligned} \quad (221)$$

Aquest increment farà que la tensió de desplaçament a la sortida passi de  $0,7 \text{ V}$  (apartat (a)) a  $0,72 \text{ V}$ .

c) Si el desplaçament inicial es compensa, això vol dir que el desplaçament de  $0,7 \text{ V}$  de l'apartat (a) ja passa a ser nul. Però el que no es podrà fer és evitar que es mantingui nul amb els canvis de temperatura: ja hem vist en (b) que un augment de  $10^\circ\text{C}$  representa un augment del desplaçament a la sortida de  $20 \text{ mV}$ . Aquesta magnitud representaria un 1% d'un senyal si aquest senyal fos de  $20 \text{ mV} / 0,01 = 2 \text{ V}$ . Un senyal de  $2 \text{ V}$  a la sortida es donaria quan l'en-

trada fos un factor  $R_2/R_1$  menor segons l'equació 217, i per tant 100 vegades menor. La resposta és, doncs, 20 mV.

**d)** Ara sí que tenim la contribució de la resistència  $R_C$ , i el corrent de polarització contribueix en tensió de sortida segons els dos termes de l'equació 217:

$$V_o = R_2 I_{B-} - R_C I_{B+} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \quad (222)$$

Amb la resistència  $R_C$ , que apareix al segon terme, s'intenta anul·lar l'efecte del primer terme. Per a calcular-ne el valor forcem que la sortida es faci zero, i tenim:

$$R_C I_{B+} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = R_2 I_{B-} \quad (223)$$

Només queda aïllar  $R_C$  per a trobar:

$$R_C = \frac{R_2 I_{B-}}{I_{B+} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)} \quad (224)$$

i l'enunciat dóna uns corrents de terminal inversor i no inversor iguals. Substituint valors en l'equació 224 trobem:

$$R_C = \frac{1 \text{ M}\Omega}{\left( 1 + \frac{1 \text{ M}\Omega}{10 \text{ k}\Omega} \right)} \approx \frac{10^6}{100} = 10 \text{ k}\Omega \quad (225)$$

#### Problema 4

**a)** La CMRR de l'AO és per definició el quocient entre el guany en llaç obert (recordeu que s'aplica sobre la diferència entre les tensions dels terminals d'entrada) i el guany del mode comú, segons l'equació 116. En aquest cas tenim que la sortida és de 5 V quan l'entrada en mode comú és d'1 V, i per tant el guany en mode comú és un factor 5. El rebuig CMRR és, per tant:

$$CMRR = \frac{A}{A_{CM}} = \frac{5 \cdot 10^4}{5} = 10^4 \quad (226)$$

i donat en dB:

$$CMRR(\text{dB}) = 20 \cdot \log(10^4) = 80 \text{ dB} \quad (227)$$

**b)** Per a un amplificador diferencial la situació en què s'aplica una tensió comuna als terminals d'entrada es veu representada a la figura 39. En aquella situació es va demostrar amb l'equació 141 que la CMRR del circuit era directament la CMRR de l'AO. Per tant, a partir de l'apartat (a) ja sabem que

tot el circuit té una CMRR de 80 dB. També de l'equació 128 sabem que el seu guany diferencial està determinat per la relació de resistències  $R_2/R_1$ , que és de 100. Utilitzant la definició de CMRR, que representa el quocient entre el guany diferencial i el de mode comú d'un circuit, tenim que:

$$CMRR = \frac{R_2/R_1}{G_{CM}} \quad (228)$$

d'on podem aïllar  $G_{CM}$ , el guany en mode comú:

$$G_{CM} = \frac{R_2/R_1}{CMRR} = \frac{100}{10^4} = 10^{-2} \quad (229)$$

Per tant, si a l'entrada tenim una tensió en mode comú d'1 V, a la sortida aquesta tensió s'haurà multiplicat per  $G_{CM}$  i serà de tan sols 10 mV. Tenim, per tant, un circuit que amplifica el senyal diferencial en un factor 100, i redueix el senyal comú per un factor 1/100.

### Problema 5

El disparador de Schmitt o comparador amb histèresi es veu representat a la figura 50. Sabem per les equacions 173 i 174 que els llindars de canvi o transició a la sortida són:

$$V_t^+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{REF} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{oSAT}^+ \quad (230)$$

$$V_t^- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{REF} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{oSAT}^- \quad (231)$$

Identifiquem amb els valors que dóna l'enunciat:

$$3 \text{ V} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{REF} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} 5 \text{ V} \quad (232)$$

$$2,7 \text{ V} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{REF} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} (-1 \text{ V}) \quad (233)$$

Restem totes dues equacions per tal d'aïllar com a incògnites només les resistències i obtenim:

$$0,3 \text{ V} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot 6 \text{ V} \quad (234)$$

Troblem el factor entre resistències:

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1}} = \frac{0,3}{6} = 0,05 \quad (235)$$



Aïllant a banda i banda podem obtenir el quocient entre totes dues resistències, que resulta:

$$\frac{R_2}{R_1} = 19 \quad (236)$$

Ara utilitzant l'equació 232 podem trobar el valor de  $V_{REF}$ :

$$3 \text{ V} = \frac{19}{20} V_{REF} + \frac{1}{20} \cdot 5 \text{ V} \quad (237)$$

que resulta en la igualtat:

$$\frac{55}{20} = \frac{19}{20} V_{REF} \quad (238)$$

I per tant:

$$V_{REF} = \frac{55}{19} = 2,89 \text{ V} \quad (239)$$

Amb això ja hem trobar el valor necessari de la tensió de referència, i sabent que la relació entre resistències és d'un factor 19 segons l'equació 236 podem triar, per exemple,  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$  i  $R_2 = 19 \text{ k}\Omega$ .

## Resum

En aquest mòdul hem conegut a fons el funcionament d'un element circuital molt utilitzat com és l'**amplificador operacional**. Ens hem centrat a descriure les seves característiques, les seves prestacions, que el fan apte per a ser utilitzat en multitud de circuits electrònics com un element generador de funcions, d'**operacions**, com la **suma**, **multiplicació**, **integració**, **derivació**, etc.

Una vegada presentades les característiques de funcionament d'un AO "ideal", hem comentat que els AO en la pràctica s'allunyen, en alguns aspectes, d'aquesta idealitat. Hem conegut quins són els efectes que pot patir un AO, com poden ser:

- **Corrents de polarització**, que són corrents petits en els seus terminals d'entrada que idealment haurien de ser zero.
- **Tensions desplaçades** a la sortida, respecte una tensió ideal nul·la.
- **Impedància d'entrada no infinita**.
- **Impedància de sortida no nul·la**.
- **Guany no infinit**.
- Amplificació del mode comú (relació **CMRR** no infinita).

Hem analitzat també el **comportament en freqüència** d'un AO, per a saber caracteritzar ben bé la resposta d'aquests blocs circuitals en tot un marge de freqüències d'utilització. Respecte d'aquest comportament, hem après que els AO es caracteritzen per una resposta plana en un primer tram de l'eix freqüencial, que determina la seva amplada de banda. Per a freqüències més altes, el seu guany real ja decau amb la freqüència.

S'ha abordat l'anàlisi de circuits complexos basats en AO. Es tracta de conèixer elements importants en l'electrònica, com són **amplificadors d'instrumentació**, que són capaços d'amplificar únicament la part diferent entre dues tensions, i ignoren la part comuna. Això els fa ideals per a fer d'interfície amb sensors. També hem aprofundit a utilitzar els AO com a filtres, és a dir, com a elements circuitals que seleccionen només una determinada banda de freqüències d'un senyal. Es tracta en aquest cas, a més, de **filtres actius**, perquè permeten l'amplificació de la banda de pas. I presenten altres avantatges respecte dels filtres passius, com és l'adaptació d'impedàncies.

Les funcions d'operacions bàsiques, i també els amplificadors d'instrumentació i els filtres actius, els hem agrupat sota el concepte d'**aplicacions lineals** dels AO. En contraposició, també hem descrit extensivament un conjunt de **circuits no lineals** que es basen en AO com a elements clau: **comparadors**, comparadors amb **histèresi**, **multivibradors** i **rectificadors**.

Dins de l'apartat de multivibradors hem estudiat l'**astable**, que es tracta d'un circuit que, per si sol i sense estímul extern (més que l'alimentació de l'AO) genera una forma d'ona quadrada a la sortida (dos estats, alt i baix). Una variant és el **monostable**, que en lloc de dos estats es caracteritza per estar sempre en un estat (estable), i quan rep un estímul extern impulsional commuta a un estat durant un temps determinat i conegut, cosa que el fa útil com a temporitzador per a tota mena d'aplicacions.

Finalment, hem vist uns elements de característiques també no lineals: els **rectificadors**. Els més bàsics són basats en díodes, però hem demostrat que una topologia amb AO fa possible tenir circuits rectificadors actius de mitja ona i d'ona completa.



## Exercicis d'autoavaluació

- Un amplificador operacional ideal...
  - ...té impedància d'entrada nul·la.
  - ...està sempre treballant en mode lineal.
  - ...té un guany en llaç obert infinit.
  - Totes les respostes anteriors són falses.
- El paràmetre CMRR d'un AO indica...
  - ...la seva robustesa enfront d'impedàncies de càrrega.
  - ...el seu guany respecte de l'entrada.
  - ...el guany del mode comú.
  - ...quin rebuig té respecte del mode comú.
- El "curtcircuit virtual" entre terminals de l'AO...
  - ...indica que tot i no estar físicament connectats, els dos terminals d'entrada de l'AO tenen la mateixa tensió.
  - ...apareix quan el terminal inversor està connectat a massa.
  - ...apareix quan el terminal no inversor està connectat a massa.
  - ...existeix quan l'AO treballa en mode de saturació.
- El guany  $G$  i la resistència d'entrada  $R_i$  del circuit de la figura 6 quan  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$  i  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$  són...
  - $G = -10$  i  $R_i = 10 \text{ k}\Omega$
  - $G = 10$  i  $R_i = 10 \text{ k}\Omega$
  - $G = -10$  i  $R_i = 1 \text{ k}\Omega$
  - $G = 11$  i  $R_i = 1 \text{ k}\Omega$
- El guany en llaç obert d'un AO real és una funció en freqüència que...
  - ...és constant.
  - ...té la banda de pas en freqüències baixes, i a partir d'una freqüència de tall  $f_c$  cau a raó de 20 dB/dec.
  - ...té la banda de pas en freqüències altes, i per a freqüències més petites que una freqüència de tall  $f_c$  cau a raó de 20 dB/dec.
  - ...té la banda de pas en freqüències baixes, i a partir d'una freqüència de tall  $f_c$  cau a raó de 10 dB/dec.
- La relació CMRR d'un amplificador diferencial de guany 30 dB deguda a una tolerància en les seves resistències del 10% és...
  - ...41,4 dB.
  - ...infinita.
  - ...65,3 dB.
  - ...38,2 dB.
- Els filtres actius basats en AO...
  - ...seleccionen una banda de freqüències determinada, igual com els filtres analògics basats en elements RLC.
  - ...tenen avantatges sobre els filtres passius RLC com el fet de poder amplificar la banda de pas.
  - ...tenen avantatges sobre els filtres passius RLC, com la millor adaptació d'impedàncies.
  - Totes les respostes anteriors són correctes.
- Un comparador amb histèresi com el de la figura 50 està basat en un AO amb tensions de saturació de +12 V i -12 V, i es configura amb  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$  i  $R_2 = 80 \text{ k}\Omega$ . Quin marge d'histèresi tindrà?
  - 2,6 V.
  - 5,2 V.
  - 1,3 V.
  - Totes les respostes anteriors són falses.
- Un multivibrador astable (figura 52) està construït amb un condensador de valor  $C = 100 \text{ nF}$ , una resistència  $R = 45 \text{ k}\Omega$ , i  $R_1 = R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ . Trobeu la freqüència de l'ona quadrada de sortida.
  - Aprox. 100 Hz.
  - Aprox. 10 Hz.
  - Aprox. 50 Hz.
  - Aprox. 500 Hz.
- En un rectificador de mitja ona basat en AO...
  - s'utilitza la saturació de l'AO per a produir la rectificació.
  - tenim un error per a tensions d'entrada petites entorn de 0-1 V.
  - podem amplificar l'ona a més de rectificar-la.
  - sintetitzem la funció *valor absolut* a la sortida respecte a l'entrada.

## Solucionari

1. c; 2. d; 3. a; 4. c; 5. b; 6. d; 7. d; 8. a; 9. a; 10. c.

## Glossari

**AC** *m* Vegeu corrent altern.

**amplada de banda d'un senyal** *f* Marge de freqüències dins del qual el senyal té un contingut significatiu.

**amplificació** *f* Relació entre l'amplitud del senyal de sortida d'un circuit i l'amplitud del senyal d'entrada, per a una freqüència determinada.

**banda atenuada d'un filtre** *f* Banda de freqüències que un filtre atenua per sobre d'un cert valor.

**banda de pas d'un filtre** *f* Banda de freqüències que deixa passar un filtre.

**circuit equivalent de Norton** *m* Circuit equivalent que només presenta un generador d'intensitat en paral·lel amb una resistència.

**circuit equivalent de Thévenin** *m* Circuit equivalent que només presenta un generador de tensió en sèrie amb una resistència.

**condensador** *m* Element que emmagatzema càrrega entre els seus terminals i en el qual la tensió entre extrems no pot canviar brusquement.

**constant de temps (d'un circuit)** *f* Valor que determina el temps que un circuit triga a arribar al seu estat definitiu.

**corrent altern** *m* Corrent variable en el qual les magnituds associades (tensió i intensitat de corrent) canvien de magnitud i de sentit periòdicament.  
sigla AC

**dB** *m* Vegeu decibel.

**dècada** *f* Logaritme en base 10 de la relació entre dues freqüències. Dues freqüències estan separades una dècada quan una és un factor 10 de l'altra.

**decibel** *m* Unitat logarítmica bàsica per a expressar relacions de guany o atenuació. 1 decibel és equivalent a un guany en potència de 1.  
símbol dB

**díode** *m* Element no lineal, el comportament del qual s'aproxima al d'un curtcircuit quan suporta tensions positives i al d'un circuit obert quan suporta tensions negatives.

**espectre d'amplitud** *m* Representació de l'amplitud de cadascun dels components freqüencials d'un senyal.

**espectre de fase** *m* Representació de la fase de cadascun dels components freqüencials d'un senyal.

**factor de qualitat** *m* Mesura habitual per a indicar com de selectiu és un filtre. En un filtre passabanda, el factor de qualitat és la relació entre la freqüència de màxima amplificació i l'amplada de banda del filtre. Per a un filtre de banda eliminada és la relació entre la freqüència central de la banda atenuada i l'amplada de banda del filtre.

**filtratge** *m* Procés pel qual un circuit o sistema modifica el contingut freqüencial d'un senyal d'entrada.

**filtre** *m* Circuit o sistema capaç de modificar el contingut freqüencial d'un senyal d'entrada.

**filtre de banda eliminada** *m* Circuit que elimina una banda de freqüències intermèdies.

**filtre passaalt** *m* Circuit que deixa passar les freqüències altes i que elimina les freqüències baixes.

**filtre passabaix** *m* Circuit que deixa passar les freqüències baixes i que elimina les freqüències altes.

**filtre passabanda** *m* Circuit que deixa passar les freqüències dins d'una certa amplada de banda.

**freqüència de tall** *f* Freqüència que marca la frontera entre les bandes de pas i atenuades d'un filtre, o en general d'una funció en freqüència.

**freqüència de tall a -3 dB** *f* sin. freqüència de tall de potència meitat.

**freqüència de tall de potència meitat** *f* Freqüència per a la qual l'amplificació d'un filtre és la màxima possible entre arrel de 2, cosa que equival a dir que la potència a la sortida és la meitat que la potència màxima que pot lliurar el filtre.

sin. freqüència de tall a -3 dB

**generador d'intensitat** *m* Element que proporciona una intensitat donada, independentment de la tensió que s'hi apliqui a sobre.

sin. font d'intensitat

**generador de tensió** *m* Element que proporciona una tensió donada, independentment de la resistència que presenti el circuit.

sin. font de tensió

**intensitat de corrent** *f* Mesura de la quantitat de càrrega elèctrica que passa per una secció de conductor per unitat de temps. Sovint s'anomena senzillament *corrent*. Es mesura en amperes en el Sistema Internacional.

**lleis d'Ohm** *f* Relació fonamental entre tensió, intensitat i resistència.

**lleis de Kirchhoff** *f* Lleis fonamentals per a l'anàlisi dels circuits elèctrics.

**mall** *f* Qualsevol camí tancat dins d'un circuit.

**massa** *f* Punt de referència de tensió d'un circuit.

**principi de superposició** *m* Principi que afirma que la resposta d'un circuit es pot obtenir sumant les aportacions de cadascuna de les seves fonts diferents.

## Bibliografia

**Clayton, G.; Winder, S.** (2003). *Operational amplifiers* (5a. ed.). Newnes.

**Coughlin, R. F.; Driscoll, F. F.** (2001). *Amplificadores operacionales y circuitos integrados lineales* (5a. ed.). Prentice Hall.

**Franco, S.** (2004). *Diseño con amplificadores operacionales y circuitos integrados analógicos* (3a. ed.). McGraw-Hill.

**Thomas, R. E; Rosa, A. J.** (2002). *Circuitos y señales: introducción a los circuitos lineales y de acoplamiento*. Barcelona: Reverté.

