G-PAC 3: Intervals de confiança i contrastos d'hipòtesis. Recursos humans

PID_00141417

Universitat Oberta de Catalunya
www.uoc.edu

Índex

1. Introducció

En aquesta tercera prova d'avaluació continuada ens iniciem en la inferència estadística i treballarem els intervals de confiança i els contrastos d'hipòtesis. Un dels principals objectius de l'estadística és arribar a conclusions sobre algun aspecte de la població a partir d'una mostra o de dues mostres aparellades.

A més, la prova d'avaluació continuada està basada en l'aplicació d'aquestes tècniques estadístiques a dades de l'entorn dels recursos humans i el mercat de treball en general. La comprensió correcta d'aquesta aplicació ens permetrà ser capaços d'elaborar informes sobre tot allò que estigui relacionat amb l'estudi de l'organització del treball mitjançant la gestió dels recursos humans d'una empresa i de l'anàlisi del mercat de treball.

La PAC compon de tres exercicis amb diversos apartats. En el primer exercici s'aborden qüestions generals sobre com s'han d'utilitzar els intervals de confiança i els contrastos d'hipòtesis. En el segon es tracten aspectes més específics sobre els intervals de confiança i els contrastos d'hipòtesis quan treballem amb la mitjana aritmètica d'una població, tant si aquesta segueix una distribució normal com si no; i també en els casos en què la variància de la població és coneguda o desconeguda. Finalment, en el tercer exercici es treballen els intervals de confiança i els contrastos d'hipòtesis quan fem referència a percentatges o proporcions.

2. Objectius i competències

Els **objectius** que es volen assolir amb aquesta tercera PAC són els següents:

1) Saber què és la inferència estadística i quan cal aplicar-la.

2) Construir intervals de confiança per a mitjanes i proporcions; i interpretar els resultats.

3) Determinar la mida mostral necessària per a obtenir estimacions amb una precisió predeterminada.

4) Saber quan i com s'apliquen els contrasts d'hipòtesi.

5) Conèixer el significat i la interpretació dels errors de tipus I i tipus II, i també del concepte de *p*-valor.

6) Definir contrasts d'hipòtesi per a mitjanes i proporcions, i interpretar els resultats.

Addicionalment, en aquesta PAC 3 es treballaran les **competències** següents:

- Capacitat per a generar coneixement econòmic rellevant a partir de dades, aplicant els instruments tècnics pertinents.
- Capacitat per a valorar críticament situacions empresarials concretes i establir possibles evolucions d'empreses i de mercats.
- Capacitat per a dissenyar plans d'actuació en l'àmbit laboral i organitzatiu, a partir de l'anàlisi i el diagnòstic obtingut aplicant tècniques quantitatives i qualitatives de recerca social.
- Capacitat per a l'ús i l'aplicació de les TIC en els àmbits acadèmic i professional.

3. Guia de continguts

3.1. Introducció: estimació d'un paràmetre estadístic

Estimació puntual

A vegades, estarem interessats a estimar el valor d'algun aspecte de la població (**paràmetre**) desconegut (com la mitjana μ, o la desviació estàndard σ) a partir de l'estudi d'una mostra. Això s'anomena *fer inferència estadística*.

Suposem que *X* és una variable aleatòria que mesura alguna propietat d'una població (per exemple, *X* podria representar l'alçada dels estudiants de la UOC). Per a conèixer amb exactitud la mitjana poblacional (μ) o la desviació estàndard poblacional (σ) hauríem de mesurar a tots els individus de la població (això és molt costós en temps i en diners). Malgrat això, podem estimar aquesta μ i σ agafant una mostra de la població i calculant el paràmetre mostral associat ($\bar{x}$ per a la mitjana μ, *s* per a la desviació estàndard σ, etc.). Aquest tipus d'estimació es coneix com *estimació puntual* del paràmetre poblacional.

Propietats dels estimadors

Hi ha dues propietats que són francament desitjables en qualsevol estimador mostral: que no estigui esbiaixat i que tingui poca variabilitat.

- Un estimador **no està esbiaixat** quan la mitjana de la seva distribució mostral associada coincideix amb la mitjana de la població. Això succeeix, per exemple, amb l'estimador $\bar{x}$, ja que:

$$\mu_{\bar{x}} = \mu$$

- La **variabilitat** d'un estimador està determinada pel quadrat de la seva desviació estàndard. En el cas de l'estimador $\bar{x}$, la seva desviació estàndard, també anomenada *error estàndard* de μ, és:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n}$$

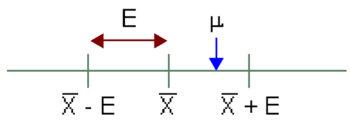
  Observeu que com major sigui la mida de la mostra *n*, menor serà la variabilitat de l'estimador $\bar{x}$ (i, per tant, millor serà la nostra estimació).

Estimació per interval

Estimar un paràmetre poblacional mitjançant un estimador pot tenir poc interès pràctic si es desconeix el grau de precisió de l'estimació. El concepte **interval de confiança** proporciona la resposta a aquesta qüestió. La idea de l'estimació per interval és trobar un nombre *E* tal que amb "molta seguretat" el vertader valor del paràmetre (μ i σ) es trobarà en l'interval. Aquest valor *E* és el que anomenem *marge d'error*.

Per exemple, en el cas de la mitjana poblacional, l'interval és de la forma:

$$(\overline{X} - E, \overline{X} + E)$$



Exemple

Suposem una variable *X* d'una població, que segueix una distribució qualsevol amb mitjana μ i desviació estàndard σ.

- Pel TCL, sabem que, per a valors grans de *n*, la mitjana mostral $\overline{x}$ segueix una distribució aproximadament normal amb la mitjana $\mu_{\overline{x}} = \mu$ i la desviació estàndard següents:

$$\sigma_{\overline{x}} = \sigma / \sqrt{n}$$

- Per altra banda, el teorema de Chebyshev ens diu que, en una distribució normal, aproximadament un 95% de les dades estan situades a una distància inferior a dues desviacions estàndard de la mitjana.

De tot el que hem esmentat abans deduïm que:

$$P(\mu - 2\sigma_{\overline{x}} < \overline{x} < \mu + 2\sigma_{\overline{x}}) = 0{,}95$$

$$0{,}95 = P(\overline{x} < \mu + 2\sigma_{\overline{x}}) - P(\overline{x} < \mu - 2\sigma_{\overline{x}}) = P(\mu > \overline{x} - 2\sigma_{\overline{x}}) - P(\mu > \overline{x} + 2\sigma_{\overline{x}})$$

$$P(\overline{x} - 2\sigma_{\overline{x}} < \mu < \overline{x} + 2\sigma_{\overline{x}}) = 0{,}95$$

El resultat anterior ens dóna un mètode per a calcular (a partir de $\overline{x}$ i de σ) un interval real tal que la probabilitat que la mitjana de la població μ hi estigui continguda és de 0,95.

Aquests tipus d'intervals s'anomenen *intervals de confiança* d'un paràmetre poblacional. El **nivell de confiança (1 – α)** de l'interval és la probabilitat que aquest contingui el paràmetre poblacional. En l'exemple anterior, el nivell de confiança és del 95% (és a dir que α = 0,05).

1) Intervals de confiança

A continuació veurem 3 supòsits de l'estimació per intervals:

- IC per a l'estimació de μ amb σ coneguda.
- IC per a l'estimació de μ amb σ desconeguda.
- IC per a l'estimació de *p*.

a) Estimació de μ amb σ coneguda

Donada una variable *X* (que segueix una distribució qualsevol), amb mitjana μ (desconeguda) i desviació estàndard σ coneguda, es tracta de trobar un interval de confiança a nivell de confiança (1 – α) per a la mitjana poblacional μ.

- **Supòsit:** *X* es distribueix segons una normal. Sota el supòsit anterior, l'interval de confiança a nivell de confiança (1 – α) per a la mitjana poblacional μ està determinat per:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

en què $z(\alpha/2)$ és el valor que, en una normal estàndard, deixa a la seva dreta una àrea de α/2 (o equivalentment, deixa a la seva esquerra una àrea de 1 – α/2). L'**error màxim d'estimació** és la meitat de la longitud de l'interval, és a dir:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Recordatori TCL

Si *X* es distribueix normalment, aleshores $\bar{X}$ també ho farà.
Si *X* no es distribueix normalment necessitem agafar una mida mostral *n* "gran" (generalment, una mostra de $n > 30$ observacions és suficient).

- **Intercanvi entre precisió i nivell de confiança.** Com més elevat és ell **nivell de confiança** (1 – α), més elevada serà l'**amplitud de l'interval** (i, per tant, més gran serà l'error màxim d'estimació). D'altra banda, hi ha una relació inversa entre l'**error màxim** d'estimació *E* i la **mida mostral** *n* (si agafem mostres més grans, l'error màxim disminueix). Així, si volem augmentar el nivell de confiança sense incrementar l'amplitud de l'interval (cosa desitjable), haurem d'agafar mostres més grans.

b) Estimació de μ amb σ desconeguda

Donada una variable *X* d'una població (que segueix una distribució qualsevol), amb mitjana μ i desviació estàndard σ desconegudes, es tracta de trobar un interval de confiança a un nivell de confiança (1 – α) per a μ.

Com que desconeixem el valor de σ no podem fer servir el mètode explicat a l'apartat anterior ("Estimació de μ amb σ coneguda"). En aquest cas, haurem d'aproximar el valor de la desviació estàndard poblacional σ per la seva estimació *s* (desviació estàndard mostral), i utilitzar la distribució *t* d'Student amb *n* – 1 graus de llibertat (essent *n* la mida de la mostra escollida).

Les *t* d'Student

Les *t* d'Student són una família de distribucions (una per a cada valor del paràmetre *GL*, és a dir, grau de llibertat) amb les propietats següents (per a $GL > 2$):

- Són simètriques de mitjana 0 i variància més gran que 1.

- A mesura que el *GL* augmenta, la distribució es va aproximant a una normal estàndard.

- **Supòsit:** *X* es distribueix segons una normal.
  Sota el supòsit anterior, l'interval de confiança a un nivell de confiança (1 – α) per a la mitjana poblacional μ ve donat per:

$$\bar{x} \pm t_{n-1,\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

  en què $t(n–1,\alpha/2)$ és el valor que, en una *t* d'Student amb $n – 1$ graus de llibertat, deixa a la seva dreta una àrea de α/2. L'**error màxim d'estimació** és la meitat de la longitud de l'interval:

$$E = t_{n-1,\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Recordatori TCL

Si *X* es distribueix normalment, aleshores $\bar{X}$ també ho farà.
Si *X* no es distribueix normalment necessitem agafar una mida mostral *n* "gran" (generalment, una mostra de $n > 30$ observacions és suficient).

3.2. Estimació de la probabilitat d'èxit *p* en una binomial

Suposem que una variable *X* d'una població es distribueix segons una binomial amb una probabilitat d'èxit *p* desconeguda. Per tal d'estimar aquest paràmetre *p*, agafem una mostra de grandària *n* i definim la **probabilitat mostral d'èxit** *p'* com a:

p' = Nombre d'èxits observats / n

Noteu que *p* és la probabilitat d'èxit de la població i *p'* és la probabilitat d'èxit estimada amb la mostra.

- **Supòsit 1:** La distribució de *X* és aproximadament normal.

- **Supòsit 2:** Les *n* observacions que constitueixen la mostra han estat seleccionades de manera aleatòria i independent d'una població que no ha canviat durant el mostreig.

Recordatori

Recordem que si:
$n \geq 20$, $np \geq 5$ i $n(1–p) \geq 5$,
aleshores:

$$X \approx N\left(np, \sqrt{np(1-p)}\right)$$

Sota els dos supòsits anteriors, l'interval de confiança a un nivell de confiança (1 – α) per a la probabilitat d'èxit poblacional *p* ve donat per:

$$p' \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}}$$

en què $z(\alpha/2)$ és el valor que, en una normal estàndard, deixa a la seva dreta una àrea de α/2. L'**error màxim d'estimació** és la meitat de la longitud de l'interval, és a dir:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}}$$

2) Contrast d'hipòtesis

Un contrast d'hipòtesis és un procés estadístic que permet escollir una hipòtesis de treball d'entre dues de possibles i antagòniques. El contrast comença amb la formulació de dues hipòtesis sobre el valor d'algun paràmetre poblacional, totes dues incompatibles (si una és certa, l'altra necessàriament ha de ser falsa). En suposarem una de certa, a la qual anomenarem *hipòtesi nul·la*, H_0, i tractarem de determinar fins a quin grau les observacions registrades són coherents amb H_0. Només en el cas que hi hagi indicis d'incompatibilitat clars entre el supòsit que la H_0 sigui certa i les dades obtingudes empíricament, descartarem H_0 com a hipòtesi de treball i en el seu lloc agafarem com a certa la *hipòtesi alternativa*, H_1.

Exemples

Dos exemples de contrastos d' hipòtesis són:

- **Contrast bilateral** (≠).
- **Contrast unilateral** (>).

$$(i)\begin{cases} H_0 : \mu = 0 \\ H_1 : \mu \neq 0 \end{cases} \qquad (ii)\begin{cases} H_0 : \sigma = 2{,}5 \\ H_1 : \sigma > 2{,}5 \end{cases}$$

El primer contrast (i) és un contrast bilateral en què la hipòtesi nul·la ens diu que la mitjana poblacional és 0, mentre que la hipòtesi alternativa ens diu que la mitjana poblacional és diferent de 0. En canvi, el segon contrast (ii) és un contrast unilateral en què la hipòtesi nul·la ens diu que la desviació estàndard és 2,5, mentre que la hipòtesi alternativa ens diu que la desviació estàndard pren un valor superior a 2,5.

En la taula següent es representen les quatre combinacions possibles (en funció de la decisió que agafem i de la certesa o no de la hipòtesi nul·la) de tot contrast d'hipòtesis:

		Decisió presa	
		No descartar	**Descartar**
Hipòtesi nul·la	**Certa**	Decisió correcta de tipus A (probabilitat 1 – α)	Error de tipus I (probabilitat α)
	Falsa	Error de tipus II (probabilitat β)	Decisió correcta de tipus B (probabilitat 1 – β)

Tindrem una **decisió correcta de tipus A** quan hàgim optat per no descartar la hipòtesi nul·la i resulti que aquesta és certa. Per altra banda, una **decisió correcta de tipus B** ocorrerà quan hàgim decidit descartar la hipòtesi nul·la i resulti que aquesta era falsa. Parlarem d'**error de tipus I** quan hàgim descartat la hipòtesi nul·la i aquesta sigui certa (error que es considera molt greu). Finalment, ocorrerà un **error de tipus II** quan hàgim optat per no descartar la hipòtesi nul·la i resulti que aquesta és falsa.

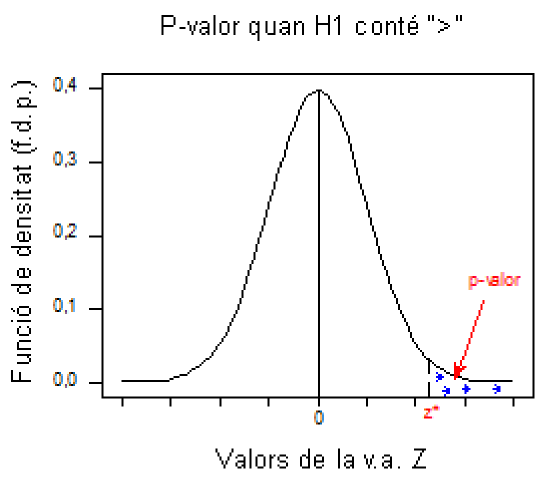
Atès que descartarem o no la hipòtesi nul·la a partir de mostres obtingudes (és a dir, no disposarem d'informació completa sobre la població), no serà possible garantir que la decisió presa sigui la correcta. En canvi, sí podrem controlar la probabilitat de cometre un error. Denotarem per a α el **nivell de significació** o probabilitat de cometre un error de tipus I i per a β la probabilitat de cometre un error de tipus II. A fi de controlar els dos errors, els assignarem probabilitats "petites" (usualment de 0,01 o 0,05). Anomenarem *potència del contrast* a $1 - \beta$, ja que aquest nombre és la probabilitat de rebutjar la hipòtesi nul·la quan és falsa. És fonamental fer notar en aquest punt que α, β i la mida mostral n estan interrelacionats, de manera que si fem disminuir qualsevol d'ells algun dels dos restants haurà d'augmentar. Així, per exemple, si volem agafar un α menor haurem d'acceptar que augmenti β o bé incrementar la mida de la mostra n.

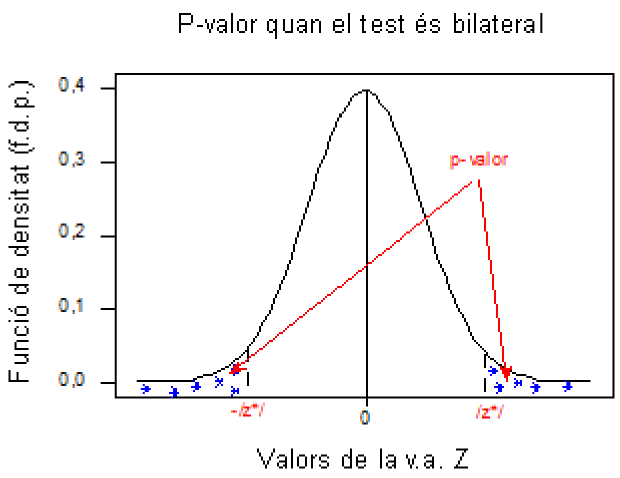
Anomenarem *estadístic de contrast* a una variable aleatòria calculada a partir de les observacions mostrals, la qual s'utilitza conjuntament amb un criteri de decisió (establert *a priori*) per a determinar si hem de descartar o no la hipòtesi nul·la.

Definim el ***p*-valor** com la probabilitat que, suposant certa H_0, l'estadístic de contrast agafi un valor almenys tan extrem com el que s'obté a partir de les observacions mostrals, és a dir, el p-valor és l'àrea de la cua de la distribució (o cues si el test és bilateral) definida a partir de l'estadístic de contrast. És a dir, el p-valor és la probabilitat de rebutjar la hipòtesi nul·la quan és certa. Així,

- si H_1 conté $> \Rightarrow$ p-valor $= P(Z>EC)$
- si H_1 conté $< \Rightarrow$ p-valor $= P(Z<EC)$
- si H_1 conté $\neq \Rightarrow$ p-valor $= P(Z<-|EC| \text{ o } Z>|EC|) = 2 \cdot P(Z>|EC|)$

Gràficament seria de la manera següent:





El p-valor ens proporciona el grau de credibilitat de la hipòtesi nul·la: si el valor de p és "molt petit" (inferior a 0,001) significa que la hipòtesi nul·la és del tot increïble (sobre la base de les observacions obtingudes) i, per tant, la descartem; si el valor de p està entre 0,05 i 0,001 significa que hi ha fortes evidències en contra de la hipòtesi nul·la, i la rebutjarem o no en funció del valor assignat (*a priori*) a α. Finalment, si el valor de *p* és "gran" (superior a 0,05), no tindrem prou motius per a descartar la hipòtesi nul·la i l'agafarem com a certa.

a) Contrastos sobre μ amb σ coneguda

Per a fer un contrast sobre la mitjana poblacional quan la desviació estàndard és coneguda cal seguir els passos següents:

Pas 1. Definir les hipòtesis a contrastar. Donada una població *X* (que segueix una distribució qualsevol), amb mitjana μ desconeguda i desviació estàndard σ coneguda, es tracta de contrastar algun dels tres tests següents:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases} \text{ o bé } \begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases} \text{ o bé } \begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$$

- **Supòsit**: $\overline{X}$ es distribueix segons una normal.

Recordatori

Recordem que el TCL ens diu que si *X* es distribueix normalment aleshores $\overline{X}$ també ho farà. En cas contrari, necessitarem agafar una mida mostral *n* gran (generalment, $n > 30$ és suficient).

Pas 2. Càlcul de l'estadístic de contrast:

$$z^* = \frac{\overline{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \approx N(0,1)$$

Pas 3. Aplicar el criteri de decisió. Descartarem H_0 si *p*-valor ≤ α (normalment α = 0,05). O equivalentment, descartarem H_0 si $EC > VC$ (cas unilateral cua a la dreta), si $EC < VC$ (cas unilateral cua a l'esquerra) o bé $EC > VC$ o $EC < -VC$ (cas bilateral).

Nota

EC és z^*, és a dir, el valor observat de l'estadístic de contrast. *VC* és el valor crític, és a dir, $VC = z_{1-\alpha}$ en el cas unilateral a la dreta, $VC = z_\alpha$ en l'unilateral a l'esquerra i $VC = z_{1-\alpha/2}$ en el cas bilateral, en què z_α es busca a la taula de la normal de manera que $P(Z<z_\alpha) = \alpha$.

b) Contrastos sobre μ amb σ desconeguda

Per a fer un contrast sobre la mitjana poblacional quan la desviació estàndard és desconeguda cal seguir els passos següents:

Pas 1. Definir les hipòtesis que s'han de contrastar. Donada una població *X* (que segueix una distribució qualsevol), amb mitjana μ desconeguda i desviació estàndard σ desconeguda, es tracta de contrastar algun dels tres tests següents:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases} \text{ o bé } \begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases} \text{ o bé } \begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$$

- **Supòsit**: $\bar{X}$ es distribueix segons una normal.

Recordatori

Recordem que el TCL ens diu que si X es distribueix normalment aleshores $\bar{X}$ també ho farà. En cas contrari, necessitarem agafar una mida mostral n gran (generalment, $n > 30$ és suficient).

Pas 2. Càlcul de l'estadístic de contrast:

$$t^* = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \approx t - Student\,(n-1)$$

Pas 3. Aplicar el criteri de decisió. Descartarem H_0 si p-valor $\leq \alpha$ (normalment $\alpha = 0{,}05$). O equivalentment, descartarem H_0 si $EC > VC$ (cas unilateral cua a la dreta), si $EC < VC$ (cas unilateral cua a l'esquerra) o bé $EC > VC$ o $EC < -VC$ (cas bilateral).

Nota

EC és t^*, és a dir, el valor observat de l'estadístic de contrast. VC és el valor crític, és a dir, $VC = t_{1-\alpha,n-1}$ en el cas unilateral a la dreta, $VC = t_{\alpha,n-1}$ en l'unilateral a l'esquerra i $VC = t_{1-\alpha/2,n-1}$ en el cas bilateral, en què $t_{\alpha,n-1}$ es busca a la taula de la t d'Student de manera que $P(T<t_{\alpha,n-1}) = \alpha$.

c) Contrasts sobre la probabilitat d'èxit *p* en una binomial

Per a fer un contrast sobre la proporció d'èxit p en una binomial cal seguir els passos següents:

Pas 1. Definir les hipòtesis que s'han de contrastar. Suposem que una població X es distribueix segons una binomial amb probabilitat d'èxit p desconeguda. Per tal d'estimar aquest paràmetre, agafem una mostra de mida n i definim la probabilitat mostral d'èxit com: p' = *nombre d'èxits observats* / n. Es tractarà de contrastar algun dels tres tests següents:

$$\begin{cases} H_0 : p = p_0 \\ H_1 : p \neq p_0 \end{cases} \text{ o bé } \begin{cases} H_0 : p = p_0 \\ H_1 : p < p_0 \end{cases} \text{ o bé } \begin{cases} H_0 : p = p_0 \\ H_1 : p > p_0 \end{cases}$$

- **Supòsit 1**: La distribució de X és aproximadament normal.
- **Supòsit 2**: Les n observacions que constitueixen la mostra han estat seleccionades de manera aleatòria i independent d'una població que no ha canviat durant el mostreig.

Recordatori

Recordem que si:
$n \geq 20$, $n \cdot p \geq 5$
i $n \cdot (1 - p) \geq 5$,
aleshores:

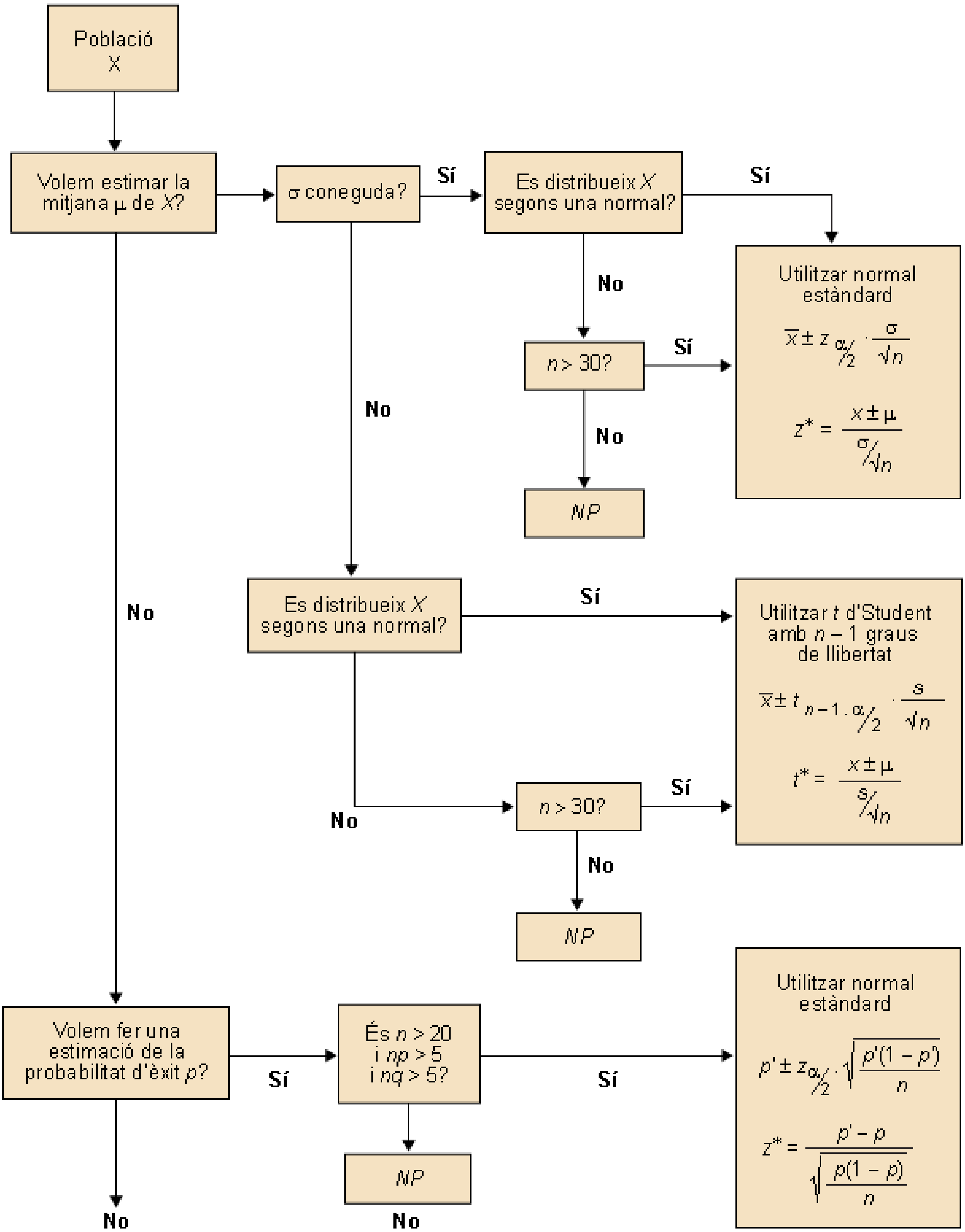
$$X \approx N\left(np, \sqrt{np(1-p)}\right)$$

Pas 2. Càlcul de l'estadístic de contrast:

$$z^* = \frac{p' - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \approx N(0,1)$$

Pas 3. Aplicar el criteri de decisió. Descartarem H_0 si p-valor $\leq \alpha$ (normalment $\alpha = 0{,}05$).

Intervals de confiança i contrastos d'hipòtesis (1 població)



NP significa que haurem de fer servir mètodes no paramètrics (fora del contingut del curs).

4. Fonts d'informació

Per a resoldre la PAC 3 haureu de fer servir la base de dades i llegir la lectura proposada, que trobareu a la unitat didàctica corresponent. També podeu consultar tot un seguit de fonts d'informació que us proposem a continuació. Trobareu arxius amb dades actualitzades a la unitat didàctica corresponent.

1) Webs

- Instituto Nacional de Estadística (INE).

2) Bases de dades

a) Encuesta de estructura salarial, al web de l'INE. En la unitat didàctica corresponent es faciliten dades agregades i microdades que moltes vegades cal depurar abans d'utilitzar-les.

b) Encuesta de población activa, al web de l'INE.

3) Publicacions rellevants

a) *Cifras INE. Boletín informativo del Instituto Nacional de Estadística*.

b) *Revista Estadística Española*:

- "Temporalidad, segmentación laboral y actividad productiva: ¿existen diferencias regionales?"

- "Diferencias salariales y presencia sindical en la empresa española"

- "Análisis regional del comportamiento del colectivo en las oficinas de empleo públicas según la Encuesta de Población Activa: 2004-2005"

c) *Papeles de Economía Española*