

Antenes planes: ranures i *microstrip*

Aurora Andújar Linares
Jaume Anguera Pros

PID_00178412

Índex

Introducció	5
Objectius	6
1. Teorema d'equivalència	7
2. Ranures	10
2.1. Ranura ressonant de mitja longitud d'ona	15
3. Antenes <i>microstrip</i>	22
3.1. Model de cavitat: freqüències de ressonància i distribució de camps	23
3.2. Model de cavitat: camps radiats	29
3.3. Mecanismes d'excitació	34
4. Lectures obligatòries i complementàries	36
Bibliografia	37

Introducció

“Es pot dir que la diferència més excel·lent entre els homes de ciència i els altres professionals és que els primers accepten la seva ignorància i en parteixen per fer els seus treballs i observacions, mentre que els segons basen les seves activitats en els coneixements que ja posseeixen o creuen posseir.”

Ruy Perez Tamayo, científic mexicà

Aquest mòdul aborda un nou tipus d'elements radiants: aquells en els quals resulta més senzill calcular els camps radiats a partir dels camps elèctric (\vec{E}) i magnètic (\vec{H}) adjacents a l'antena en comptes d'utilitzar el corrent que hi ha en l'estructura, tal com s'ha fet amb les antenes de fil (per exemple, dipols, monopols, espines). Per a aquestes antenes, s'ha comprovat que és senzill calcular els paràmetres bàsics de radiació mitjançant el coneixement del corrent al llarg del fil.

Hi ha un altre tipus d'antenes en les quals el coneixement del corrent resulta complex de mesurar i/o de calcular. En canvi, sí que resulta senzill conèixer els camps \vec{E} i/o \vec{H} presents en una part de la seva estructura. Per a aquest tipus d'antenes (conegudes com a *antenes d'obertura*), el mecanisme alternatiu al càlcul dels paràmetres de radiació passa per calcular uns corrents equivalents utilitzant el principi d'equivalència, que s'estudia en aquest mòdul. Aquests corrents equivalents s'obtenen a partir dels camps \vec{E} i \vec{H} , presents en una part de l'antena i fàcils de calcular o mesurar.

Una vegada es coneixen els corrents equivalents, el procediment de càlcul dels paràmetres de radiació d'aquestes antenes és el mateix que el que se segueix per al càlcul dels paràmetres de radiació de les antenes de fil.

Vegeu també

Podeu veure el procediment de càlcul dels paràmetres de radiació de les antenes de fil en el mòdul “Fonaments bàsics. Antenes de fil” d'aquesta assignatura.

Objectius

Els principals objectius d'aquest mòdul són els següents:

- 1.** Analitzar antenes en les quals la magnitud rellevant per al càlcul de la radiació no és determinada pels corrents, sinó pels camps \vec{E} i \vec{H} .
- 2.** Entendre el concepte matemàtic del mètode d'equivalència, que permetrà analitzar i estudiar antenes definides per camps, com les ranures i les *microstrip*.
- 3.** Comprendre l'analogia entre les antenes definides per corrents i les definides per camps.
- 4.** Consolidar la teoria d'imatges i la teoria d'agrupacions com a eines útils per a l'anàlisi d'antenes complexes, com les antenes *microstrip*.
- 5.** Estudiar els paràmetres bàsics de radiació d'antenes ranura i *microstrip*.

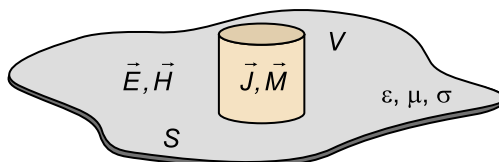
1. Teorema d'equivalència

Com sabem, els camps radiats, i també els diferents paràmetres d'antena (directivitat, resistència de radiació, etc.), es poden conèixer fàcilment per mitjà de la integració de la distribució de corrent al llarg d'una estructura. No obstant això, la pregunta que sorgeix arribats a aquest moment és la de com es podrien calcular aquests camps radiats en estructures com les ranures, en les quals no hi ha un corrent al llarg de la seva superfície. El teorema d'equivalència, que es desenvoluparà al llarg d'aquest apartat, donarà la solució al còmput dels camps radiats en aquest tipus d'estructures.

Fonamentalment, el teorema d'equivalència permet definir uns corrents equivalents en la superfície de l'estructura que es calculen mitjançant les components tangencials dels camps definits en la superfície d'aquesta estructura.

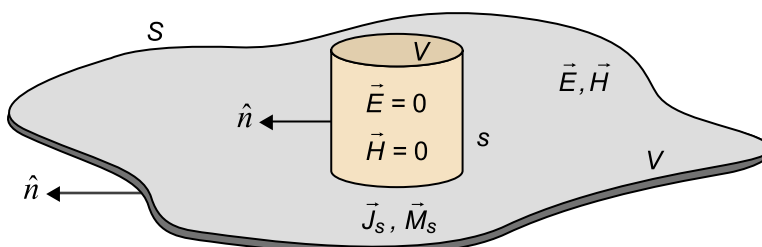
D'aquesta manera, si se suposa un medi isòtrop, lineal i homogeni que defineix un volum V delimitat per una superfície S , és possible conèixer el valor dels camps \vec{E} i \vec{H} en qualsevol punt del volum únicament a partir del coneixement de les components tangencials que apareixen en la superfície que delimita el volum (figura 1).

Figura 1. Teorema d'unicitat



D'aquesta manera, el coneixement de les fonts exteriors pot ser substituït pel coneixement del valor d'aquestes components tangencials de camp. El teorema d'equivalència es basa en el teorema d'unicitat per a crear un escenari equivalent que ofereix una solució única (figura 2).

Figura 2. Teorema d'equivalència



Vegeu també

El coneixement dels camps radiats i els diferents paràmetres d'antena a partir de les distribucions de corrent al llarg d'una estructura s'introdueix en el mòdul "Fonaments bàsics. Antenes de fil".

El càlcul de camps radiats aplicat a ranures s'introdueix en l'apartat 2 d'aquest mòdul.

Figura 1

El medi definit per V es caracteritza per una permittivitat ϵ , una permeabilitat μ i una conductivitat σ . Els corrents \vec{J} i \vec{M} produeixen uns camps \vec{E} i \vec{H} .

Lectura recomanada

Sobre el teorema d'unicitat i les condicions de contorn, podeu consultar:

C. A. Balanis (1997). *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley.

Figura 2

El volum V que defineix la superfície S també defineix l'estructura radiant de la qual es volen calcular els camps en l'espai definit per V . Els corrents equivalents superficials elèctrica \vec{J}_s i magnètica \vec{M}_s estan definides en la superfície S .

En aquest escenari, se substitueixen les fonts elèctriques i/o magnètiques pels corrents equivalents definits a partir de les components tangencials de camp elèctric i magnètic que tenen lloc en la superfície que delimita el volum.

Com que interessa calcular els camps \vec{E} i \vec{H} en el volum exterior a les fonts, els camps definits en el volum d'aquestes fonts es poden considerar nuls per simplicitat matemàtica, sense per això alterar el valor real dels camps \vec{E} i \vec{H} en el volum exterior (figura 2).

Les condicions de contorn estableixen els valors d'aquests corrents equivalents quan es forcen uns camps elèctric i magnètic nuls a l'interior del volum que anteriorment contenia les fonts (figura 3).

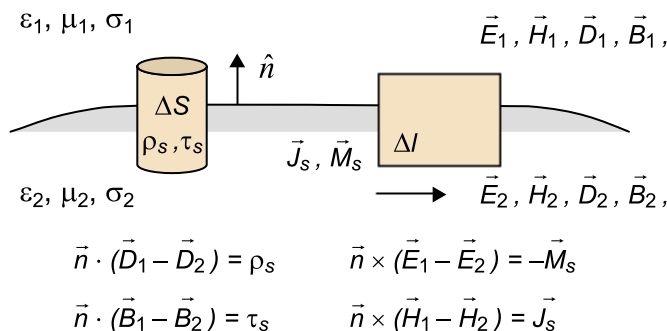
Quan hi ha una discontinuïtat en el medi, com és el cas anterior, en què es passa d'un medi conductor (volum que inclou les fonts elèctriques i/o magnètiques) a un medi dielèctric (volum definit entre la superfície que delimita el volum interior i la superfície que delimita el volum exterior), apareixen càrregues i densitats de corrent en aquesta discontinuïtat que queden definides d'acord amb la figura 3.

Lectura recomanada

Sobre les càrregues i les densitats de corrent en un medi amb discontinuïtats, podeu consultar l'obra següent:

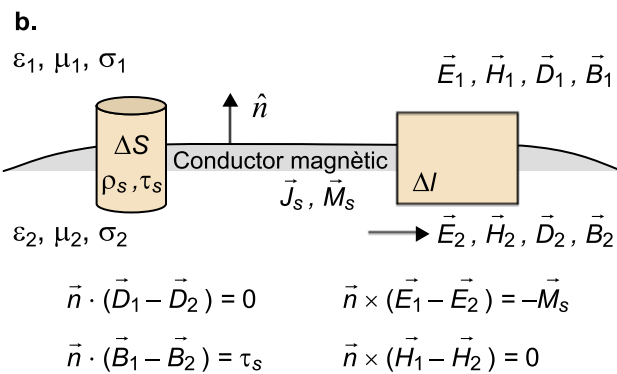
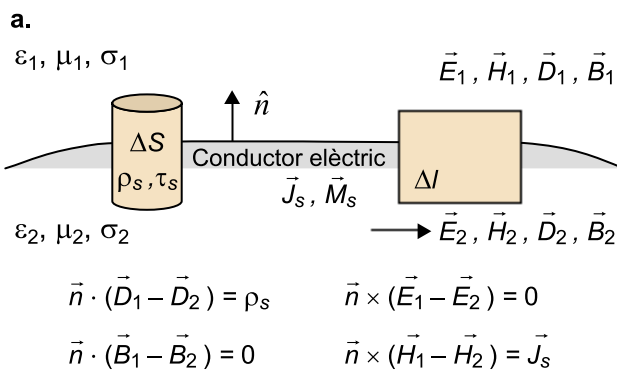
C. A. Balanis (1997). *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley.

Figura 3. Condicions de contorn i corrents equivalents



En el cas en què la discontinuïtat en el medi sigui produïda per un conductor elèctric, tan sols apareixeran càrregues i densitats de corrents elèctrics, mentre que si el medi que introdueix la discontinuïtat és un conductor magnètic, aquestes càrregues i densitats seran magnètiques (figura 4).

Figura 4. Condicions de contorn en conductors entre dos medis 1 i 2 en els quals hi ha camps \vec{E} i \vec{H}



a. Conductors elèctrics; b. Conductors magnètics
El subíndex indica el medi.

Aquest fet no es produeix si tots dos medis són dielèctrics. En aquest cas, no apareixen càrregues ni densitats de corrent en la superfície i el valor dels camps al llarg de la frontera és continu.

En el cas del teorema d'equivalència i en forçar camps elèctrics i magnètics nuls a l'interior del volum que inicialment contenia les fonts, els corrents equivalents queden definits per l'equació 4.1.

$$\begin{aligned} \vec{J}_s &= \hat{n} \times \vec{H}_1 \\ \vec{M}_s &= -\hat{n} \times \vec{E}_1 \end{aligned} \quad 4.1$$

Per tant, n'hi ha prou de conèixer el valor d'aquests corrents equivalents per a calcular el valor dels camps elèctrics i magnètics en qualsevol punt del volum exterior, els quals presenten un valor únic, tal com demostra el teorema d'unicitat.

A partir d'aquest punt, es procedeix de la mateixa manera que per al cas d'estructures en què se'n coneix la distribució de corrent, és a dir, el càlcul del camp radiat depèn d'una integració dels corrents equivalents.

Lectura recomanada

Sobre els teoremes d'unicitat i equivalència i dels corrents equivalents, podeu consultar l'obra següent:

C. A. Balanis (1997). *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley.

2. Ranures

En aquest apartat s'analitzarà el comportament radioelèctric d'una antena de ranura els camps radiats de la qual es calcularan a partir del teorema d'equivalència descrit anteriorment.

Aquest tipus d'antenes s'aconsegueixen en practicar una ranura en un pla conductor. De la mateixa manera que ocorria amb les antenes de fil, el comportament radioelèctric estarà condicionat fortament per les dimensions elèctriques. La diferència en el càlcul radica fonamentalment en el fet que per a les antenes de tipus fil n'hi havia prou de conèixer la distribució de corrents al llarg de l'estructura per a obtenir els camps radiats a partir d'aquests corrents. No obstant això, en el cas d'una antena d'obertura (una botzina, una ranura, una guia d'ona, etc.), els corrents sobre l'estructura metàl·lica són difícils de calcular o mesurar, a diferència de les antenes línies estudiades fins al moment. En aquest cas, el càlcul dels camps radiats resulta més senzill a partir del teorema d'equivalència, que assumeix un escenari equivalent en què se substitueixen les fonts que originen la radiació per uns corrents equivalents que depenen únicament de les components tangencials dels camps elèctrics que tenen lloc en la superfície de l'estructura i que compleixen les condicions de contorn, i originen valors de camps elèctrics i magnètics iguals als creats per les fonts originals.

A partir d'aquests corrents equivalents es calculen els vectors de radiació:

$$\begin{aligned}\vec{N} &= \iint_S \vec{J}_s \cdot e^{jk\vec{r}} \vec{r} dS' \\ \vec{L} &= \iint_S \vec{M}_s \cdot e^{jk\vec{r}} \vec{r} dS'\end{aligned}\quad 4.2$$

I, al seu torn, es calculen també els vectors potencials (equacions 4.3 i 4.4) que actuen com a funcions auxiliars que simplifiquen el càlcul dels camps radiats:

Vegeu també

Podeu veure la figura 2c del mòdul "L'antena en un sistema de telecomunicació" d'aquesta assignatura.

Lectures complementàries

Sobre el càlcul dels vectors de radiació a partir dels corrents equivalents, podeu consultar les obres següents:

C. A. Balanis (1997). *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley.

J. Anguera; A. Pérez (2008). *Teoria d'antenes*. Enginyeria La Salle ("Estudios Semipresenciales"). ISBN: 978-84-935665-4-8.

$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \iiint_V q_e(\vec{r}') \frac{e^{-j\beta R}}{R} dv' \\ \vec{A} &= \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot \vec{N} \end{aligned} \quad 4.3$$

$$\begin{aligned} \varphi_m &= \frac{1}{4\pi\mu} \iiint_V q_m(\vec{r}') \frac{e^{-j\beta R}}{R} dv' \\ \vec{F} &= \frac{\epsilon}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot \vec{L} \end{aligned} \quad 4.4$$

D'aquesta manera, aplicant la condició de Lorentz per a fonts elèctriques ($\nabla \cdot \vec{A} + j\omega\epsilon\mu\varphi_e = 0$) i per a fonts magnètiques ($\nabla \cdot \vec{F} + j\omega\epsilon\mu\varphi_m = 0$) a les equacions de Maxwell, s'obtenen les relacions entre els camps elèctrics i els vectors potencials, que donen lloc a dues equacions d'ona escalars i dues equacions d'ona vectorials per a fonts elèctriques i magnètiques respectivament:

$$\begin{aligned} \vec{H}_e &= \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} & \vec{H}_m &= -\nabla\varphi_m - j\omega\vec{F} \\ \vec{E}_e &= -\nabla\varphi_e - j\omega\vec{A} & \vec{E}_m &= -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{F} \\ \nabla^2 \vec{A} + \beta^2 \vec{A} &= -\mu \vec{J} & \nabla^2 \vec{F} + \beta^2 \vec{F} &= -\mu \vec{M} \\ \nabla^2 \varphi_e + \beta^2 \varphi_e &= -\frac{\rho_e}{\epsilon} & \nabla^2 \varphi_m + \beta^2 \varphi_m &= -\frac{\rho_m}{\mu} \end{aligned} \quad 4.5$$

En aquest sentit, si considerem únicament la regió de camp llunyà o regió de Fraunhofer, en què el diagrama de radiació de l'antena és independent de la distància, les components dels camps radiats es poden expressar de la manera següent:

Taula 1. Aproximació dels camps radiats elèctric i magnètic a la regió de Fraunhofer considerant fonts elèctriques

Camp magnètic radiat	Camp elèctric radiat
$\vec{H}_e = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A}$	$\vec{E}_e = -\frac{\nabla(\nabla \cdot \vec{A})}{\omega\mu\epsilon} - j\omega\vec{A}$
$H_{er} \approx 0$	$E_{er} \approx 0$
$H_{e\theta} \approx -\frac{E_{e\varphi}}{\eta}$	$E_{e\theta} \approx -j\omega A_\theta$
$H_{e\varphi} \approx \frac{E_{e\theta}}{\eta}$	$E_{e\varphi} \approx -j\omega A_\varphi$

Taula 2. Aproximació dels camps radiats elèctric i magnètic a la regió de Fraunhofer considerant fonts magnètiques

Camp magnètic radiat	Camp elèctric radiat
$\vec{H}_m = -\frac{\nabla(\nabla \cdot \vec{F})}{\omega\mu\epsilon} - j\omega\vec{F}$	$\vec{E}_m = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{F}$
$H_{mr} \approx 0$	$E_{mr} \approx 0$
$H_{m\theta} \approx -j\omega F_\theta$	$E_{m\theta} \approx \eta \cdot H_{m\varphi}$
$H_{m\varphi} \approx -j\omega F_\varphi$	$E_{m\varphi} \approx -\eta \cdot H_{m\theta}$

La condició de Lorentz

Estrictament, la condició es deu a Lorentz, però la similitud del nom amb Lorentz ha provocat confusions al llarg del temps. Sobre aquesta qüestió, podeu consultar:

J. Anguera; A. Pérez (2008). *Teoria d'antenes*. Enginyeria La Salle ("Estudios Semipresenciales"). ISBN: 978-84-935665-4-8.

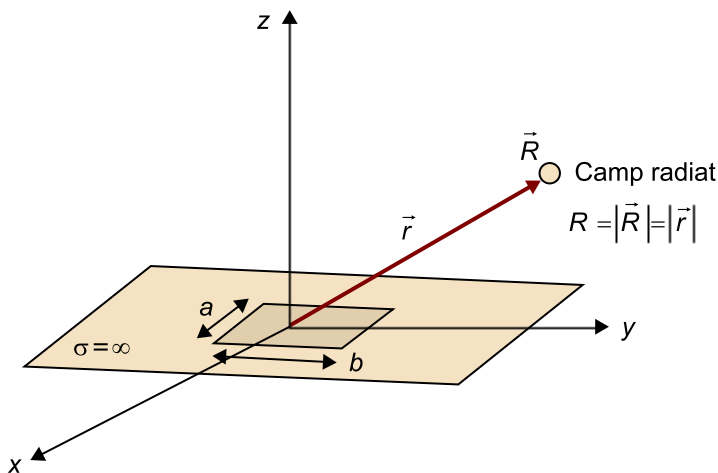
L'exemple següent presentarà el còmput dels camps radiats per una ranura elemental i posteriorment continuarà amb els camps produïts per una ranura ressonant, a fi de remarcar la rellevància de la grandària elèctrica en el rendiment correcte de les antenes i la dificultat de crear antenes miniatura¹.

⁽¹⁾Les antenes miniatura són antenes amb dimensions molt més petites que la longitud d'ona.

Exemple pràctic I

Es considera una ranura elemental de forma rectangular, caracteritzada per tenir una grandària elèctrica reduïda i practicada sobre un pla conductor infinit situat sobre el pla XY :

Figura 5. Ranura elemental rectangular de dimensions $a < b$ i $0 \ll \lambda$ situada en el pla XY



Suposem el camp elèctric uniforme següent en la superfície de la ranura, polaritzat horitzontalment en la direcció de l'eix y :

$$E_y = \begin{cases} E_0 \cdot \hat{y} & |y| < \frac{b}{2} \quad ; \quad |x| < \frac{a}{2} \\ 0 & |y| \geq \frac{b}{2} \end{cases} \quad 4.6$$

L'aplicació del teorema d'equivalència en l'escenari plantejat en la figura 5 consisteix a substituir aquest escenari per un altre d'equivalent en què s'assumeixen uns corrents equivalents en la superfície que compleixen les condicions de contorn establertes per la discontinuïtat en el medi i que originen els mateixos camps radiats que els presents en l'escenari original.

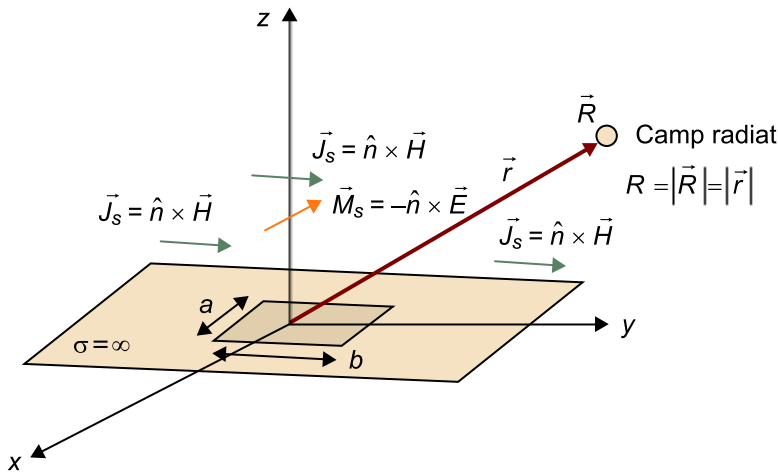
Una vegada conegut el valor del camp elèctric que il·lumina la ranura, és possible establir el valor dels corrents equivalents a partir dels quals s'obtindran els camps radiats (figura 6). Observeu que en el pla XY en què hi ha conductor, el corrent equivalent magnètic \vec{M}_s és zero, ja que el camp tangencial en el conductor és nul. En canvi, en la zona de la ranura hi ha tots dos corrents equivalents.

Vegeu també

Estudiareu la densitat de potència radiada calculada a partir del vector de Poynting (equació 4.31) en el mòdul "Fonaments bàsics. Antenes de fil" d'aquesta assignatura.

D'altra banda, veureu els camps radiats produïts per una ranura ressonant i l'obtenció dels paràmetres bàsics de radiació a partir d'una antena equivalent de fil en el subapartat 2.1 d'aquest mòdul.

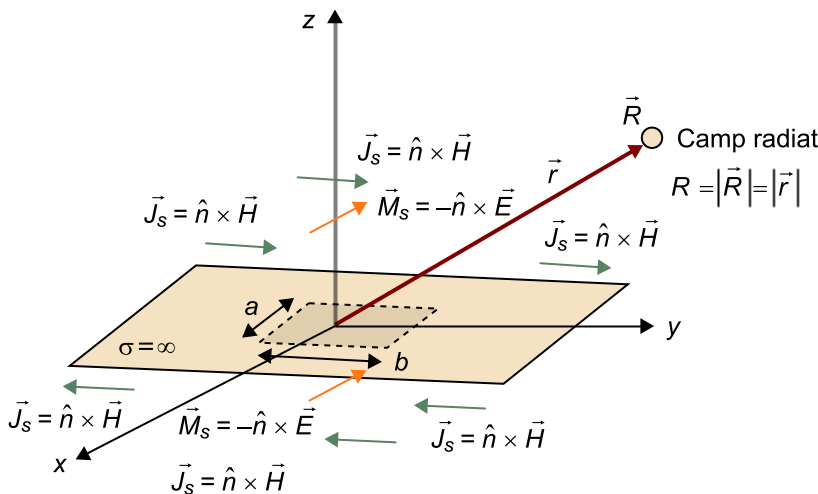
Figura 6. Escenari equivalent



Escenari equivalent en el qual se substitueixen les fonts originals pels corrents equivalents elèctrics i magnètics que compleixen les condicions de contorn en el pla XY i que donen lloc a valors de camp radiat equivalents als presents en l'escenari original. Per claredat del dibuix, els corrents estan representats en un pla paral·lel al pla XY, però s'ha de tenir en compte que realment apareix en el pla XY.

Com que es tracta d'un conductor elèctric infinit, es pot utilitzar la teoria d'imatges, la qual cosa simplifica considerablement el càlcul. D'aquesta manera, el corrent elèctric es veu anul·lat per la seva imatge, mentre que el corrent magnètic es duplica (figura 7).

Figura 7. Corrents equivalents elèctrics i magnètics i els seus equivalents



S'assumeix un conductor elèctric perfecte infinit. Per claredat del dibuix, els corrents estan representats en un pla paral·lel al pla XY, però s'ha de tenir en compte que realment apareix en el pla XY.

Així, el corrent equivalent que apareix en la superfície de la ranura es defineix com mostra l'equació 4.7.

$$\vec{M}_s = -2 \cdot \hat{n} \times \vec{E} \quad 4.7$$

En substituir el valor del camp elèctric que il·lumina la ranura d'acord amb l'equació 4.6, s'obté que el resultat del corrent magnètic equivalent es correspon amb el que es mostra en l'equació següent:

$$\vec{M}_s = -2 \cdot \hat{z} \times E_0 \cdot \hat{y} = -2E_0 \hat{x} \quad 4.8$$

Observeu que el sentit vectorial del corrent magnètic s'ha tingut en compte en les figures 6 i 7. Quant al sentit del corrent elèctric (irrellevant en aquest cas, ja que no és necessari per al càlcul), aquest presenta una direcció perpendicular al corrent magnètic.

El vector de radiació magnètic es calcula al seu torn d'acord amb les expressions desenvolupades en les expressions següents:

$$\begin{aligned}\vec{L}(\vec{r}) &= -\hat{x} \int_{x'=-a/2}^{x'=a/2} \int_{y'=-b/2}^{y'=b/2} 2 \cdot E_0 \cdot e^{jk_x x'} \vec{k} dS' = -2 \cdot E_0 \cdot \hat{x} \int_{x'=-a/2}^{x'=a/2} e^{jk_x x'} dx' \int_{y'=-b/2}^{y'=b/2} e^{jk_y y'} dy' \\ \vec{L}(\vec{r}) &= -2 \cdot E_0 \cdot \hat{x} \frac{2}{k_x} \cdot \sin(k_x \cdot (a/2)) \cdot \frac{2}{k_y} \cdot \sin(k_y \cdot (b/2)) \\ \vec{L}(\vec{r}) &= -2 \cdot E_0 \cdot a \cdot b \cdot \hat{x}\end{aligned}\quad 4.9$$

Una vegada calculat el vector de radiació magnètic, resulta senzill computar els camps radiats amb el vector potencial magnètic:

$$\vec{F} = \frac{\epsilon}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot -2 \cdot E_0 \cdot a \cdot b \cdot \hat{x} \quad 4.10$$

Passant el vector potencial a coordenades esfèriques dóna com a resultat:

$$\begin{aligned}F_r &= \sin\theta \cdot \cos\varphi \cdot F_x \\ F_\theta &= \cos\theta \cdot \cos\varphi \cdot F_x \\ F_\varphi &= -\sin\varphi \cdot F_x\end{aligned}\quad 4.11$$

i els camps elèctrics i magnètics radiats per aquesta ranura elemental es computen segons les equacions presentades anteriorment en la taula 2:

Taula 3. Aproximació dels camps radiats elèctric i magnètic a la regió de Fraunhofer per a una ranura elemental

Camp magnètic radiat	Camp elèctric radiat
$\begin{aligned}\vec{H}_m &= -\frac{\nabla(\nabla \cdot \vec{F})}{\omega\mu\epsilon} - j\omega\vec{F} \\ H_{mr} &\approx 0 \\ H_{m\theta} &\approx j\omega\cos\theta \cdot \cos\varphi \cdot \frac{\epsilon}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot 2 \cdot E_0 \cdot a \cdot b \\ H_{m\varphi} &\approx -j\omega\sin\varphi \cdot \frac{\epsilon}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot 2 \cdot E_0 \cdot a \cdot b\end{aligned}\quad 4.12$	$\begin{aligned}\vec{E}_m &= -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{F} \\ E_{mr} &\approx 0 \\ E_{m\theta} &\approx -j\omega\sin\varphi \cdot \frac{\epsilon}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot 2 \cdot E_0 \cdot a \cdot b \\ E_{m\varphi} &\approx -j\omega\cos\theta \cdot \cos\varphi \cdot \frac{\epsilon}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot 2 \cdot E_0 \cdot a \cdot b\end{aligned}\quad 4.13$

Tal com s'ha descrit detalladament en el mòdul "L'antena en un sistema de telecomunicació", el càlcul dels camps radiats permet caracteritzar per complet tots els paràmetres d'antena. D'aquesta manera, és possible calcular la densitat de potència radiada mitjançant el vector de Poynting de la manera següent:

$$P_r = \frac{\left(j\omega\eta \cdot \frac{\epsilon}{4\pi r} \cdot 2 \cdot E_0 \cdot a \cdot b\right)^2}{\eta} \cdot r^2 \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} (\sin^2\varphi + (\cos^2\theta \cdot \cos^2\varphi)) \cdot \sin\theta d\theta d\varphi \quad 4.14$$

La representació de la densitat de potència dóna lloc al diagrama de radiació de potència, que es correspon en representació logarítmica amb el diagrama de radiació de camp. A partir d'aquestes expressions és possible determinar el diagrama de radiació de l'antena de ranura analitzada.

S'observa que per al pla $\varphi = 0^\circ$ no existeix component de camp E_θ , mentre que la component E_φ queda definida per $\cos\theta$ i presenta un màxim en la direcció $\theta = 0^\circ$. Al seu torn, en el pla $\varphi = 90^\circ$, s'observa una component E_θ constant i una component E_φ nul·la. D'això es deriva que la polarització és fixada pel caràcter vectorial del camp en l'obertura. Una vegada més, cal ressaltar l'analogia amb les antenes de fil, en què la polarització està alineada amb el sentit de corrent en el fil.

Per tant, l'antena de ranura presenta un diagrama de radiació omnidireccional amb simetria de revolució al voltant de l'eix y (figura 8).

La densitat de potència calculada a partir de l'equació 4.14 permet obtenir la potència total radiada integrant el vector de Poynting per a tota la superfície i, amb aquesta potència, la resistència de radiació associada a aquesta antena:

$$P_r = \frac{(j\omega\eta \cdot \frac{\epsilon}{4\pi r} \cdot 2 \cdot E_0 \cdot a \cdot b)^2}{\eta} \cdot r^2 \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} (\sin^2\theta + \cos^2\theta \cdot \cos^2\varphi) \cdot \sin\theta d\theta d\varphi \quad 4.15$$

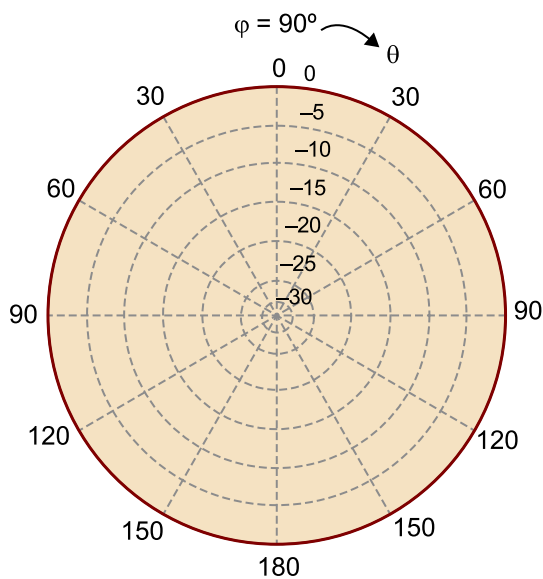
$$P_r = V^2 \frac{8\pi}{3\eta} \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \text{ [W]} \quad 4.16$$

En què s'ha tingut en compte que $E_0 \cdot b = V$.

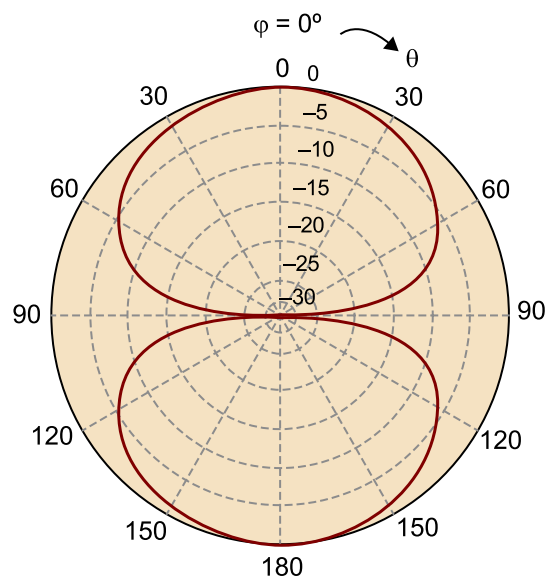
A partir de la potència radiada definida per l'equació 4.15 i la relació entre potència radiada i resistència de radiació definida per l'equació 4.16, es pot obtenir la resistència de radiació. No obstant això, es veurà com poden derivar-se aquests paràmetres bàsics de radiació a partir de l'antena equivalent de fil.

Figura 8

a.



b.



a. Tall en el pla $\varphi = 90^\circ$, component E_θ . b. Tall en el pla $\varphi = 0^\circ$, component E_φ (escalas en dB amb marge dinàmic de 30 dB)

2.1. Ranura ressonant de mitja longitud d'ona

De la mateixa manera que amb les antenes de fil, un cas de particular d'interès és el de la ranura ressonant de mitja longitud d'ona (figura 9, $b = \lambda/2$, $a \ll b$). Observeu que, per al cas anterior de ranura elemental, s'ha suposat que el camp és uniforme en la ranura, la qual cosa viola les condicions de contorn, ja que el camp tangencial en les vores de la ranura ha de ser nul. Això s'ha fet amb el simple objectiu de mostrar el principi bàsic de radiació de la ranura elemental, que presenta una analogia amb el cas del dipol elemental, en el qual se suposa que el corrent és uniforme al llarg del fil, tot i que després s'ha vist que aquest corrent ha de ser nul en els extrems. El principi de radiació de la ranura ressonant, doncs, no difereix del de la ranura elemental excepte en un afegit matemàtic, ja que ara es considera que el camp incorpora una variació sinusoidal:

$$\vec{E} = E_x \hat{x} = E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right) \hat{x} \quad -\frac{b}{2} \leq y \leq \frac{b}{2} \quad 4.17$$

Vegeu també

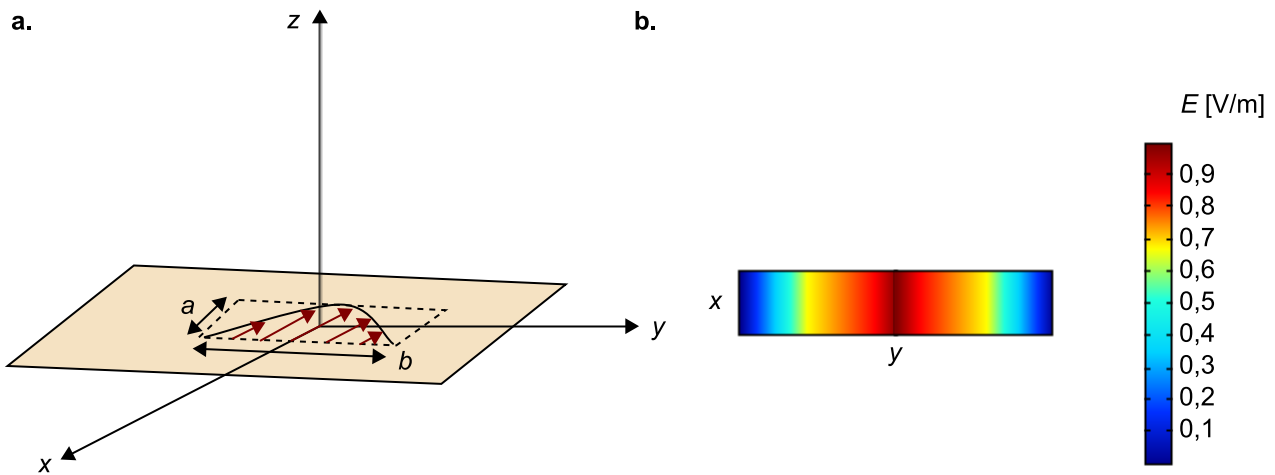
El dipol elemental s'analitza en l'apartat 3 del mòdul "Fonaments bàsics. Antenes de fil" d'aquesta assignatura.

En què se satisfà que el camp tangencial en els extrems de la ranura ($y = -\frac{b}{2}$, $y = \frac{b}{2}$) és nul. E_0 és el camp en el centre de la ranura, que dependrà de la intensitat de la font d'excitació de la ranura, i b és el costat ressonant de la ranura ($b > a$).

A fi d'obtenir el corrent equivalent de la ranura ressonant de mitja longitud d'ona, es procedeix de la mateixa manera que en el cas de la ranura elemental mitjançant el teorema d'equivalència:

$$\vec{M}_s = -2 \cdot \hat{n} \times \vec{E} = -2 \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right) \hat{y} \quad 4.18$$

Figura 9. Ranura ressonant de mitja longitud d'ona



a. La representació mitjançant fletxes indica que el camp presenta poca intensitat en els extrems i màxima intensitat en el centre, i que aquest és uniforme en l'eix x.
 b. Intensitat del camp elèctric sobre la ranura.

A partir del corrent magnètic, es troba el vector \vec{L} de la forma:

$$\vec{L}(\vec{r}) = -2 \cdot E_0 \cdot \hat{y} \int_{x'=-a/2}^{x'=a/2} e^{jk_x x'} dx' \int_{y'=-b/2}^{y'=b/2} \cos\left(\frac{\pi y'}{b}\right) e^{jk_y y'} dy' \quad 4.19$$

Tenint en compte que:

$$\int \cos(a \cdot x) \cdot e^{bx} \cdot dx = \frac{e^{bx}}{a^2 + b^2} [a \sin(a \cdot x) + b \cos(a \cdot x)] + Const. \quad 4.20$$

es té:

$$\vec{L}(\vec{r}) = -8j \cdot E_0 \cdot a \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin\theta \sin\varphi\right)}{k(1 - \sin^2\theta \sin^2\varphi)} \cdot \hat{y} \quad 4.21$$

en què s'ha suposat que $a < \frac{\lambda}{2}$, és a dir, que el perfil de la ranura és estret en l'eix x (figura 9).

El potencial vector resultant és:

$$\vec{F} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot (-8j) \cdot E_0 \cdot a \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin\theta \sin\varphi\right)}{k(1 - \sin^2\theta \sin^2\varphi)} \cdot \hat{y} = F_y \hat{y} \quad 4.22$$

Mitjançant les equacions recollides en la taula 2, els camps radiats resultants són:

$$E_\theta = \frac{-\eta\omega\varepsilon}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot 8 \cdot E_0 \cdot a \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin\theta \sin\varphi\right)}{k(1 - \sin^2\theta \sin^2\varphi)} \cdot \cos\varphi \quad 4.23$$

$$E_\varphi = \frac{\eta\omega\varepsilon}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot 8 \cdot E_0 \cdot a \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin\theta \sin\varphi\right)}{k(1 - \sin^2\theta \sin^2\varphi)} \cdot \cos\theta \cdot \sin\varphi$$

És interessant representar els talls del diagrama en els plans principals $\varphi = 0^\circ$ i $\varphi = 90^\circ$:

- Per a $\varphi = 0^\circ$:

$$E_\theta = \frac{-\eta\omega\varepsilon}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot 8 \cdot E_0 \cdot a \cdot \frac{1}{k} \quad 4.24$$

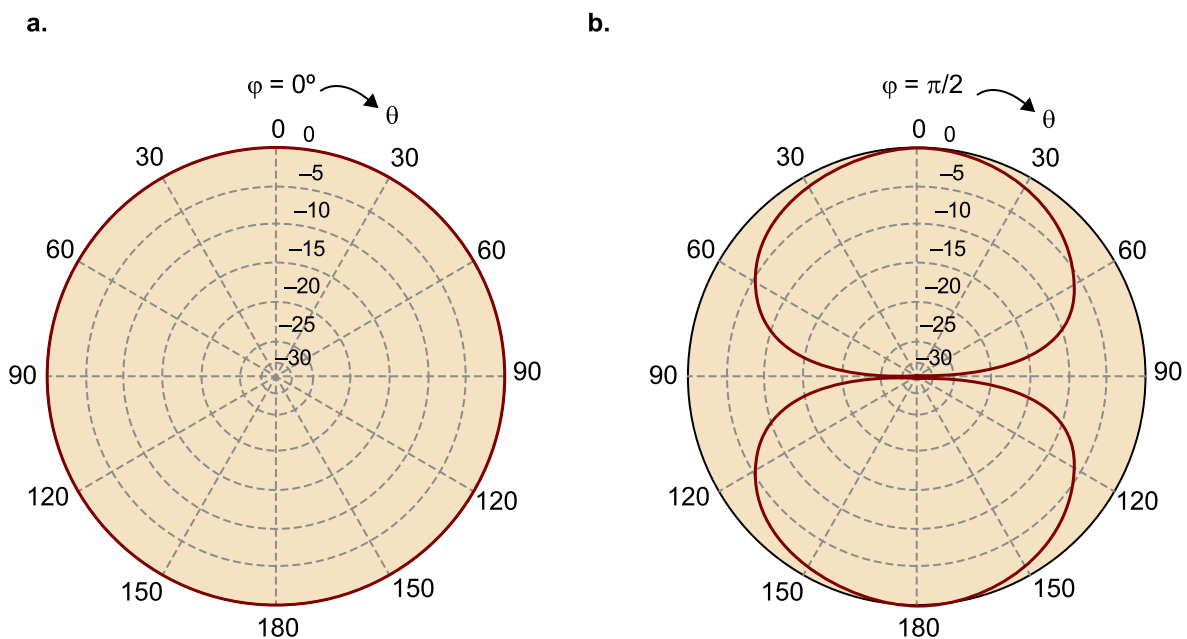
$$E_\varphi = 0$$

- Per a $\varphi = 90^\circ$:

$$E_\theta = 0 \quad 4.25$$

$$E_\varphi = \frac{\eta\omega\varepsilon}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot 8 \cdot E_0 \cdot a \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin\theta\right)}{k \cos\theta}$$

Figura 10

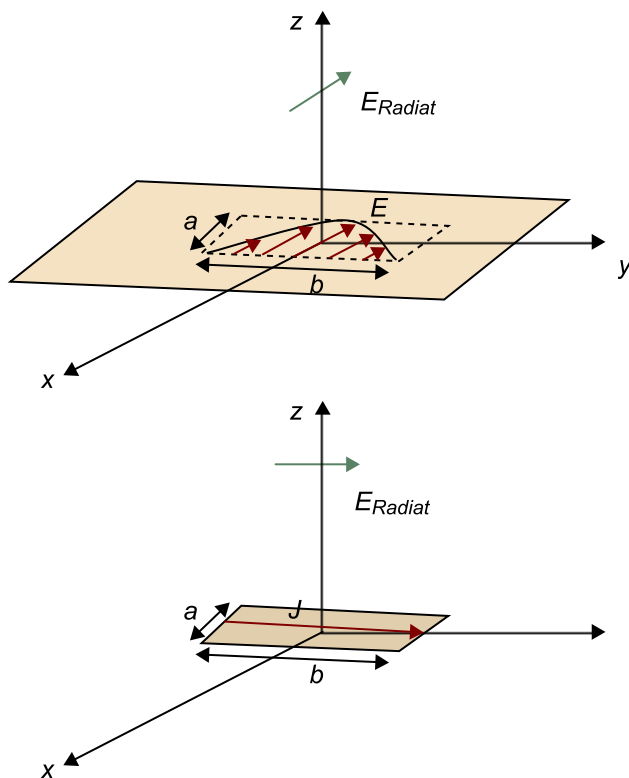


a. Tall en el pla $\varphi = 0^\circ$; b. Tall en el pla $\varphi = 90^\circ$ (escales en dB amb marge dinàmic de 30 dB)

Arribats a aquest punt, es poden extreure les **conclusions** següents:

- El diagrama de radiació de la ranura ressonant de mitja longitud d'ona presenta la mateixa forma que el del dipol de mitja longitud d'ona. Per tant, la directivitat de la ranura es pot obtenir a partir del seu equivalent de fil, el qual resulta de substituir la regió de la ranura per un conductor i el pla conductor que defineix la ranura per aire.
- El màxim de radiació es troba en el pla $\varphi = 0^\circ$. Observeu que si s'intercanvia el conductor per espai lliure i viceversa, el lloc deixat per la ranura és el d'un fil conductor que presenta una radiació omnidireccional en el pla normal a l'eix del fil, i un nul de radiació alineat amb aquest eix.
- La polarització està alineada amb el sentit vectorial del camp en l'obertura: en el pla $\varphi = 0^\circ$ únicament hi ha la component E_θ . Per a $\varphi = 90^\circ$, únicament es té la component E_ϕ , la qual en aquest pla és una component paral·lela a l'eix x . Per tant, la polarització coincideix amb el sentit vectorial del camp en l'obertura.
- Si la ranura se substitueix per un fil conductor (figura 11), s'obté el mateix diagrama de radiació, però amb polaritzacions perpendiculars.

Figura 11. Ranura excitada per un camp i el dipol equivalent excitat per un corrent



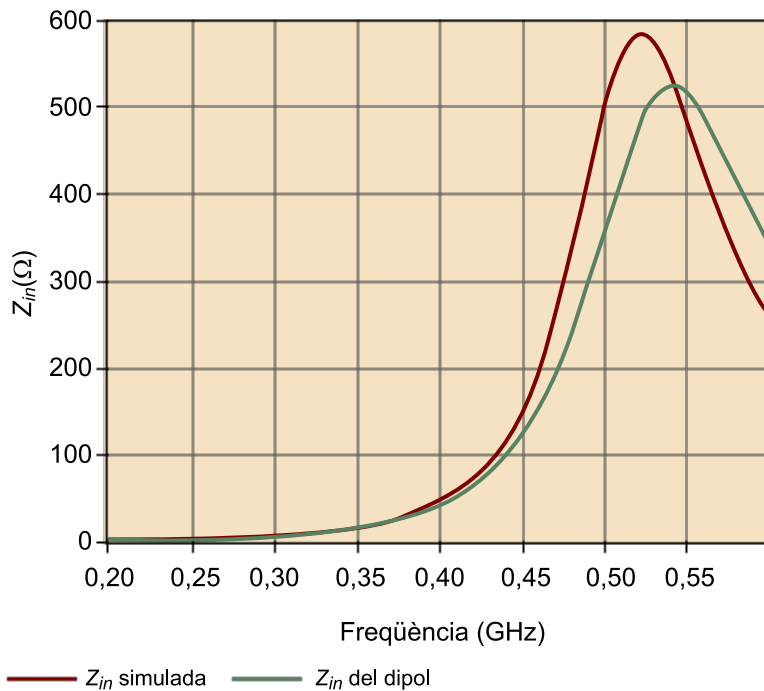
Es constata, per tant, el paral·lelisme entre un dipol i una ranura. Aquest paral·lelisme s'estén al domini de les impedàncies d'antena, lligades per la relació de Booker:

$$Z_{Dipol} \cdot Z_{Ranura} = \frac{\eta^2}{4} \quad 4.26$$

en què η és la impedància del medi. El dipol i la ranura presenten unes geometries tals que resulten complementàries, és a dir, el dipol es pot obtenir intercanviant la ranura per un conductor i el conductor per l'espai lliure.

Si s'aplica la relació de Booker al càlcul de la impedància d'una ranura en un marge ampli de freqüències i es compara amb la simulació directa de la ranura, s'obté una correlació molt bona (figura 12).

Figura 12. Impedància simulada i impedància estimada



Impedància simulada d'una ranura de 250 mm de llarg i 20 mm d'ample; la mateixa impedància estimada mitjançant la relació de Booker a partir d'un dipol de la mateixa longitud i amplària.

És interessant destacar que si la impedància del dipol fonamentalment presenta un comportament com a ressonador RLC sèrie al voltant de la primera freqüència de ressonància, la ranura que resulta del negatiu del dipol (el negatiu de la ranura consisteix a canviar conductor per aire i viceversa) presenta una impedància caracteritzada per un ressonador RLC paral·lel (això es pot derivar de l'equació 4.26).

Finalment, la resistència de radiació de la ranura, per exemple, es pot obtenir a partir de la relació de Booker.

Lectura complementària

Sobre la relació de Booker, podeu consultar l'obra següent:

R. S. Elliot (2003). "Antenna Theory and Design". A: *The IEEE Press Series on Electromagnetic Wave Theory* (edició revisada). John Wiley & Sons.

Vegeu també

Veureu el comportament d'un ressonador RLC sèrie en el subapartat 2.1 del mòdul "Adaptació d'impedàncies i factor de qualitat" d'aquesta assignatura.

Exemple pràctic II

Un dipol d'aproximadament mitja longitud d'ona presenta una impedància de 75Ω . La ranura que s'obté en fer el negatiu del dipol presenta una impedància donada per la relació de Booker:

$$Z_{Ranura} = \frac{\eta^2}{4 \cdot Z_{Dipol}} = \frac{(120\pi)^2}{4 \cdot 75} = 473,7 \Omega \quad 4.27$$

Aquest valor resulta elevat si s'assumeix que la impedància de referència és de 50Ω . Per a l'adaptació d'impedàncies, es pot excitar la ranura en un punt més proper a l'extrem, allà on el camp elèctric és menys intens. Com sabem, el corrent per al mode fonamental és una ona sinusoidal amb el màxim en el centre. Si s'excita el dipol fora del centre, es pot mantenir el mateix mode. En aquest cas, el corrent decreix i la impedància que se n'obté és més gran. Segons la relació de Booker, si la impedància del dipol creix, la de la ranura decreix, per aquest motiu excitar la ranura fora del centre és un mecanisme senzill per a adaptar la ranura a 50Ω .

Exemple pràctic III

Amb l'objectiu de consolidar el coneixement de la ranura i la teoria d'agrupacions, es proposa l'exemple següent: una agrupació (*array*) de ranures resonants de mitja longitud d'ona que permet, a més, mostrar un mecanisme senzill d'alimentació basat en una línia *microstrip* (figura 13, figura 14). El pla conductor utilitzat per a practicar les ranures serveix de pla de massa de la línia *microstrip* impresa en la cara inferior del substrat dielèctric.

Figura 13. Agrupació de ranures resonants alimentades per una línia *microstrip*

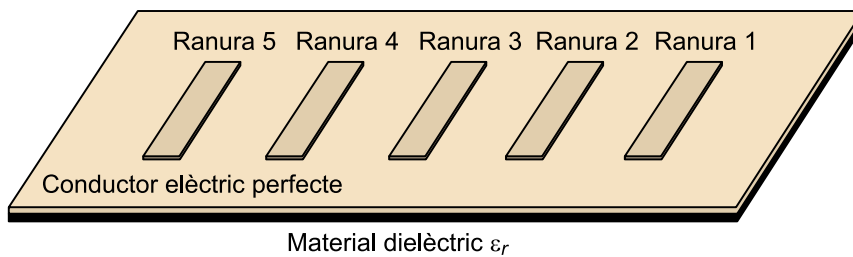
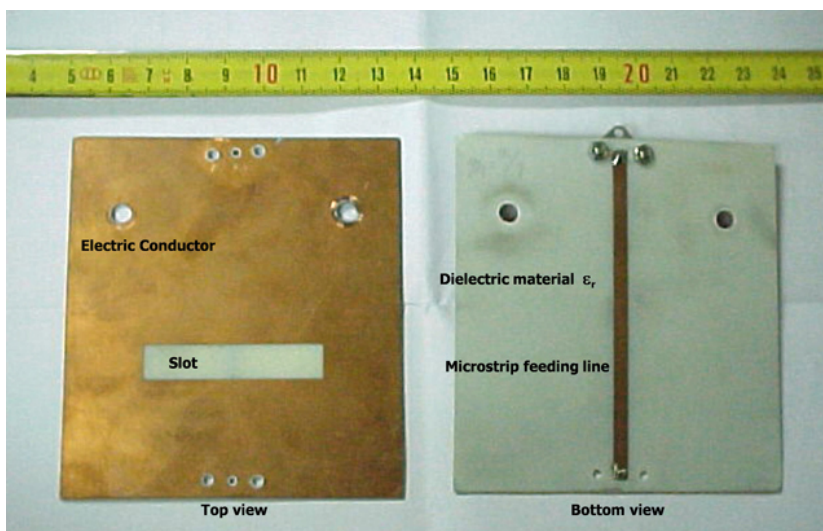


Figura 14. Implementació física d'una ranura impresa en un pla conductor i excitada mitjançant una línia *microstrip* sobre un dielèctric



Malgrat que les ranures estan carregades parcialment per un dielèctric, la seva grandària és d'aproximadament $\lambda/2$, en què λ és la longitud d'ona en el buit. En la pràctica, no obstant això, la grandària de les ranures és lleugerament més petita a causa de l'efecte del dielèctric. Es veurà que aquesta situació és completament diferent de la de les antenes *microstrip* de l'apartat següent, on el fet de carregar l'antena amb un substrat dielèctric de constant dielèctrica ϵ_r , permet que l'antena *microstrip* sigui ressonant a $\frac{\lambda}{2\sqrt{\epsilon_r}}$, és a dir, que si $\epsilon_r = 4$, la grandària de l'antena *microstrip* es redueix a la meitat que sense estar carregada.

Vegeu també

Veureu el corrent per al mode fonamental en l'apartat 3 del mòdul "Fonaments bàsics. Antenes de fil" d'aquesta assignatura.

Vegeu també

Veureu la teoria d'agrupacions en el mòdul "Agrupacions d'antenes" d'aquesta assignatura.

En aquesta situació, i també en les antenes de fil, caldria cobrir l'antena amb un material que presentés aquesta constant dielèctrica per a aconseguir aquest efecte.

L'excitació aplicada a cadascuna de les ranures és tal, que les fases de cadascuna són iguals. Aquesta única fase és determinada per la constant de fase en la línia de transmissió. En aquest cas, com que és una línia *microstrip*, el camp queda prou confinat entre la línia i el conductor separat pel dielèctric, per a provocar que la longitud d'ona en la guia sigui aproximadament $\frac{\lambda}{\sqrt{\epsilon_r}}$. D'aquesta manera, la fase φ que introdueix un tram de línia L és:

$$\varphi = \frac{-2\pi f \sqrt{\epsilon_r} L}{c} \quad 4.28$$

en què c és la velocitat de la llum en el buit i f la freqüència d'operació.

Si $\epsilon_r = 3,38$ i $f = 2$ GHz, perquè la fase sigui la mateixa en tots els elements la longitud L ha de ser:

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{-2\pi \cdot 2 \cdot 10^9 \cdot \sqrt{3,38} \cdot L}{0,3 \cdot 10^9} = -2\pi \\ L &= \frac{0,3 \cdot 10^9}{2 \cdot 10^9 \cdot \sqrt{3,38}} = 81 \text{ mm} \end{aligned} \quad 4.29$$

La separació entre elements s'ajusta a $0,8\lambda$, en què la λ és la longitud d'ona en el buit. És important destacar que no s'ha de confondre aquesta λ amb la λ de la línia d'alimentació. Perquè els elements estiguin separats $d = 0,8\lambda$, la distància d és de 120 mm. Arribats a aquest punt, es produeix una incongruència, ja que les ranures estan separades 120 mm, però la línia d'excitació ha de ser de 81 mm per a excitar totes les ranures en fase.

Davant aquesta situació, es pot recórrer a la solució següent. Si $L = 81$ mm, es produeix un desfasament de 2π (equivalent a 0 per a la freqüència central de disseny, 2 GHz). Així, es pot augmentar L a 162 mm, longitud de la línia de transmissió que introduirà el mateix desfasament a la freqüència de 2 GHz (un desfasament de 4π , que també és equivalent a 0 per a aquesta freqüència). En aquest cas, la longitud L és superior a d i es pot manipular el tram de línia L mitjançant una geometria com un meandre perquè hi hagi, de ranura a ranura, 162 mm de línia. No obstant això, és una solució que depèn de la freqüència, ja que si bé el desfasament és de 0° a la freqüència central de disseny, el desfasament és superior a zero per a les freqüències més petites que la central, i inferior a zero per a les freqüències més grans que la central. Aquesta variació del desfasament en funció de la freqüència és més gran per a la línia de 162 mm que per a la línia de 81 mm, la qual cosa es palesa en l'equació del desfasament produït per la línia (equació 4.28).

3. Antenes *microstrip*

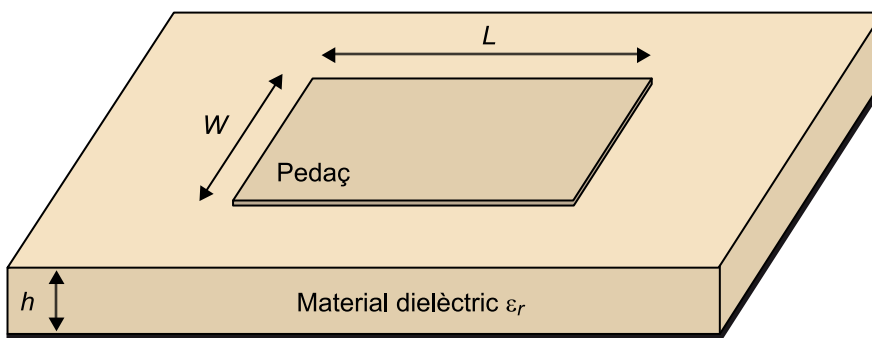
Les antenes *microstrip* són un tipus d'antenes que presenten un perfil pla, poc pes, cost de fabricació baix i que a més són adaptables a superfícies corbes. No obstant això, solen presentar amplades de banda de funcionament estret en comparació d'altres radiadors.

L'origen d'aquestes antenes es remunta cap al 1950, quan Deschamps als EUA i Gutton i Baissinot a França van publicar gairebé al mateix temps les patents respectives. Des de llavors, hi ha hagut una gran evolució en aspectes com la recerca de diferents geometries, mecanismes d'excitació i generació de polaritzacions duals i circulars, tècniques de banda ampla, agrupacions, i també mètodes numèrics especialment enfocats a analitzar-les.

La configuració més bàsica d'una antena *microstrip* està formada per un pla conductor damunt del qual se situa un pedaç metàl·lic (figura 15).

Entre el pedaç i el pla de massa hi ha un dielèctric (aire o qualsevol medi més dens). No obstant això, es poden utilitzar materials amb permeabilitats magnètiques (μ) superiors a la unitat i fins i tot combinacions de materials amb constant dielèctrica (ϵ_r) i permeabilitat magnètica relativa μ_r més grans que 1. El pedaç (*patch*) pot presentar una geometria quadrada, circular, triangular i fins i tot basada en geometries fractals que permeten obtenir prestacions interessants.

Figura 15. Configuració bàsica de pedaç



Pla base

Pedaç conductor quadrat de dimensions $W \times L$ sobre un pla conductor (pla de massa) separats per un medi dielèctric de constant dielèctrica ϵ_r .

Lectura recomanada

Sobre l'origen i l'evolució de les antenes *microstrip*, podeu consultar l'obra següent:

K. R. Carver; J. W. Mink (1981, gener). "Microstrip Antenna Technology". *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* (vol. 29, núm. 1, pàg. 2-24).

Per a entendre el mecanisme de radiació d'aquest tipus d'antenes, es recorre a modelitzar l'estructura com una cavitat i obtenir els camps radiats. Més endavant es presenten mètodes d'excitació, i també mecanismes per a generar polaritzacions dual i circular.

3.1. Model de cavitat: freqüències de ressonància i distribució de camps

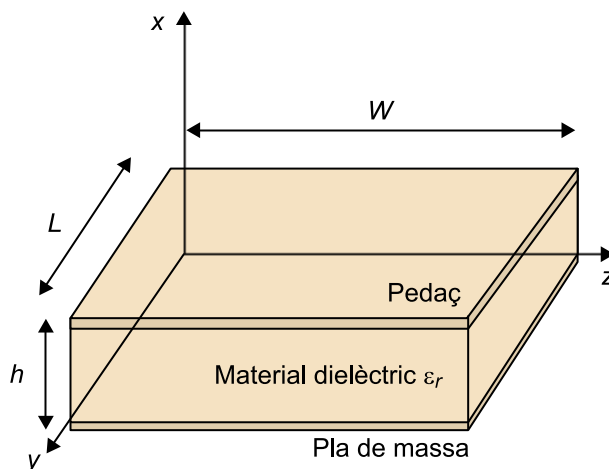
Un dels mètodes que ajuden a entendre el funcionament de les antenes *microstrip* és el mètode analític del model de cavitat.

Tal com el nom indica, el **mètode de cavitat** modelitza l'estructura com una cavitat formada per parets conductores i les parets laterals magnètiques. En el cas de considerar un pedaç rectangular, les parets magnètiques serien les formades pel pla de massa i l'element radiant, mentre que les quatre laterals del quadrilàter constituïrien les parets magnètiques. Això en limita l'àmbit de validesa a pedaçs amb altures elèctricament petites ($h < 0,02 \lambda$, aproximadament). No obstant això, el model resulta extensible per a altres altures i permet obtenir una estimació dels modes que suporta l'estructura.

Per a obtenir resultats més precisos, cal recórrer a mètodes numèrics, si bé no són tan útils com el mètode de la cavitat per a comprendre el funcionament d'aquest tipus de radiador.

Sense pèrdua de generalitat, en aquest subapartat s'aplica el mètode de la cavitat per al càlcul dels modes que suporta l'estructura per a una geometria rectangular (figura 16).

Figura 16. Pedaç rectangular de dimensions $W \times L \times h$ sobre un substrat dielèctric de constant dielèctrica ϵ_r .



Vegeu també

La modelització d'una estructura com una cavitat, i també l'obtenció dels camps radiats i els mecanismes de polarització dual i circular, s'estudien, respectivament, en els subapartats 3.2 i 3.3 d'aquest mòdul.

Lectura complementària

Sobre el mètode de la cavitat, podeu consultar l'obra següent:

C. A. Balanis (1997). *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley.

Lectura complementària

Sobre els modes *TM*, podeu consultar l'obra següent:

C. A. Balanis (1997). *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley.

Per a resoldre el problema de la cavitat i trobar els modes TM, s'ha de solucionar l'equació d'ona per al potencial vector A , que se suposa alineat amb l'eix x .

$$\nabla^2 A_x + k^2 A_x = 0 \quad 4.30$$

El fet d'igualar a zero es deu al fet que interessa trobar els modes que suporta l'estructura independentment de la sonda d'excitació. Si a més es volgués trobar quina impedància presenta l'estructura en un punt donat del pedaç, l'equació 4.30 s'igualaria al corrent en un punt (y, z) del pedaç.

Per a trobar la distribució de camp, i també les freqüències de ressonància dels diferents modes que suporta l'estructura, es resol l'equació homogènia (equació 4.30). Una vegada fet, s'utilitza el principi d'equivalència per a trobar els camps radiats, tal com es detalla a continuació.

L'equació 4.30 es resol mitjançant el mètode de separació de variables:

$$A_x = [A_1 \cos(k_x x) + B_1 \sin(k_x x)] \cdot [A_2 \cos(k_y y) + B_2 \sin(k_y y)] \cdot [A_3 \cos(k_z z) + B_3 \sin(k_z z)] \quad 4.31$$

Una vegada s'obté el potencial vector, cal trobar els camps \vec{E} i \vec{H} , que són determinats per:

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{-j}{\omega \mu \epsilon} (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k^2) A_x & H_x &= 0 \\ E_y &= \frac{-j}{\omega \mu \epsilon} \frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial y} & H_y &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_x}{\partial z} \\ E_z &= \frac{-j}{\omega \mu \epsilon} \frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial z} & H_z &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{aligned} \quad 4.32$$

Una vegada obtinguts els camps \vec{E} i \vec{H} , s'han d'aplicar les condicions de contorn donades per la cavitat, que determinen que el camp tangencial al conductor (el pedaç i el pla de massa) sigui nul (E_y nul en el pedaç i en el pla de massa), i que el camp \vec{H} tangencial a les parets laterals també ho sigui, atès que s'assumeix que h és petita en termes de longitud d'ona i, per tant, es modelitza la cavitat com un circuit obert ideal. Aplicant aquestes condicions de contorn al conjunt d'equacions 4.32, s'obté que $B_1 = B_3 = 0$ i, com a conseqüència:

$$\begin{aligned} k_x &= \frac{p\pi}{h} & p &= 0, 1, 2, \dots \\ k_y &= \frac{m\pi}{L} & m &= 0, 1, 2, \dots \\ k_z &= \frac{n\pi}{W} & n &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad 4.33$$

Atès que s'ha de complir que la suma quadràtica de les components de \vec{k} és k^2 , es té el següent:

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 \quad 4.34$$

Atès que k està relacionat amb la pulsació angular i, per tant, amb la freqüència, es pot trobar el conjunt discret de freqüències per als modes m, n, p de la manera següent:

$$k^2 = (2\pi f_r)^2 \mu\epsilon \quad 4.35$$

en què f_r indica freqüència de ressonància.

I mitjançant les equacions 4.33 i 4.34 s'obté:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{p\pi}{h}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{W}\right)^2} \quad 4.36$$

que representa les freqüències de ressonància dels modes m, n, p de la cavitat. Atès que habitualment $h \ll L, W$, els modes d'ordre inferior (freqüències de ressonància més baixes) són determinats per L i W :

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{W}\right)^2} \quad 4.37$$

amb la qual cosa, habitualment, se sol parlar de *modes* TM_{mm} en lloc de *modes* TM_{mnp} .

S'observa que les freqüències de ressonància associades als modes d'ordre $00p$ són més grans que les associades als modes $mn0$. Atès que interessa treballar en modes d'ordre inferior, perquè dona lloc a grandàries d'antena reduïts i diagrames amb més interès pràctic (igual que succeeix amb els dipòls, per exemple, ja que operar en formes superiors dona en general diagrames de radiació amb un gran nombre de lòbuls que manquen d'interès pràctic), en l'equació 4.37 no es considera l'ordre p en el càlcul de les freqüències de ressonància.

La freqüència del mode més baix (TM_{10} o TM_{01} , depenent de la relació entre L i W) es denomina **freqüència del mode fonamental**. Els modes amb freqüències més grans es coneixen com a **modes d'ordre superior**. Es veurà més endavant quines particularitats aporta treballar en un mode o en un altre.

De l'equació 4.40 es deriva que el fet d'utilitzar un substrat dens ajuda a disminuir la freqüència d'operació tal com es detalla a continuació.

És interessant subratllar que, per a la freqüència del mode fonamental, el pedaç té unes dimensions de mitja longitud d'ona en el medi definit per μ i ϵ . En aquest sentit, si es considera el mode TM_{10} , l'equació 4.37 es redueix al següent:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \frac{\pi}{L} \quad 4.38$$

D'això es dedueix el següent:

$$L = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \frac{\pi}{f_r} = \frac{1}{2} \frac{c}{\sqrt{\mu_r\epsilon_r} f_r} = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \quad 4.39$$

És important destacar que, per als modes TM_{m0} o TM_{0m} , una de les dimensions no afecta la freqüència de ressonància. Per exemple, per al TM_{m0} , m va lligada a L i és aquesta la que determina la freqüència de ressonància (i, en canvi, W no apareix). La pregunta és: quines dimensions adopta W en aquest cas? Habitualment se sol treballar amb $W = L$.

Aquest rectangle, per a relacions d'aspecte elevades, el pedaç rectangular, es podria considerar com un fil sobre un pla conductor. Per al cas d'un fil de mitja longitud d'ona disposat elèctricament prop d'un pla conductor, el diagrama de radiació apunta en la direcció normal al pla.

L'avantatge del pedaç pel que fa al cas del fil conductor, en què la impedància i la resistència de radiació eren reduïdes, és que amb el pedaç s'aconsegueixen valors d'impedància d'entrada que es poden ajustar a la impedància de referència (50Ω habitualment) i amb valors de resistència de radiació elevats, la qual cosa es tradueix en eficiències d'antena altes.

Vegeu també

Les antenes de fil s'estudien en el mòdul "Fonaments bàsics. Antenes de fil" d'aquesta assignatura.

D'altra banda, en el subapartat 3.2 d'aquest mòdul veureu com el diagrama de radiació que apunta en la direcció normal al pla és justament el tipus de diagrama que s'obté per a un pedaç rectangular que opera en el seu mode fonamental.

Exemple pràctic IV

L'exemple següent mostra les freqüències de ressonància per a un pedaç sobre dielèctric aire i per a un altre en un medi més dens amb l'objectiu d'analitzar l'efecte en la reducció de la freqüència de ressonància.

Tenim dos pedaços, un de dimensions $W = L = 4$ cm i amb substrat d'aire ($\epsilon_r \approx 1$) i un altre de les mateixes dimensions però amb un substrat de $\epsilon_r = 4$. Es procedeix a calcular la freqüència dels primers modes:

Taula 4. Freqüències de ressonància per als primers modes TM_{mn}

m	n	$f(m,n)$ [GHz] $\epsilon_r = 1$	$f(m,n)$ [GHz] $\epsilon_r = 4$
1	0	3,75	1,87
0	1	3,75	1,87
1	1	5,30	2,65
2	0	7,50	3,75
2	1	8,38	4,19

El pedaç està sobre l'aire ($\epsilon_r = 1$) i sobre un dielèctric de constant dielèctrica $\epsilon_r = 4$.

Es comprova, per tant, que el fet de situar el pedaç en un medi dens permet disminuir la freqüència de ressonància. Dit d'una altra manera, donada una certa freqüència de ressonància, les dimensions del pedaç imprès en un substrat més dens permeten miniaturitzar

l'estructura. Aquesta miniaturització és un avantatge dels pedaços respecte a les antenes de fil que s'han estudiat fins al moment:

- En les antenes de fil, per aconseguir que la freqüència de ressonància disminuís, s'hauria d'embolicar el fil amb material dielèctric en un volum considerable.
- No obstant això, en les antenes de tipus peça, n'hi ha prou d'utilitzar un mig dielèctric entre el peça i el pla de massa. Cal destacar que aquesta miniaturització comporta un compromís, i és que la miniaturització porta associada un minvament de l'amplada de banda i de l'eficiència de radiació. A manera il·lustrativa, aquesta tècnica de miniaturitzar els pedaços amb dielèctrics s'utilitza en antenes per al sistema GPS.

Una vegada s'han obtingut les freqüències dels modes, cal determinar els camps \vec{E} i \vec{H} per a aquests modes. Aplicant les condicions de contorn abans esmentades conjuntament amb l'equació 4.31 i substituint a 4.32, s'obté:

$$\begin{aligned}
 E_x &= E_{x_0} \cos(k_x x) \cos(k_y y) \cos(k_z z) \\
 E_y &= E_{y_0} \sin(k_x x) \sin(k_y y) \cos(k_z z) \\
 E_z &= E_{z_0} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \sin(k_z z) \\
 H_x &= 0 \\
 H_y &= H_{y_0} \cos(k_x x) \cos(k_y y) \sin(k_z z) \\
 H_z &= H_{z_0} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \cos(k_z z)
 \end{aligned}
 \tag{4.40}$$

en què les coordenades (x, y, z) corresponen únicament a punts de l'interior de la cavitat. Pel que concerneix a les amplituds dels camps, s'han mantingut constants, ja que per al càlcul dels diagrames de radiació són irrelevants.

Assumint que $h \ll \lambda$ (cas habitual), es té que la freqüència de ressonància per al mode TM_{00p} és molt superior a la dels modes TM_{mm0} . Per tant, atès que no és habitual treballar en un mode $p > 0$, s'assumeix que $p = 0$. Amb aquesta consideració, i tenint en compte 4.33, es dona que $k_x = 0$, i així, els camps donats per l'equació 4.40 se simplifiquen a:

$$\begin{aligned}
 E_x &= E_{x_0} \cos(k_y y) \cos(k_z z) \\
 E_y &\approx 0 \\
 E_z &\approx 0 \\
 H_x &= 0 \\
 H_y &= H_{y_0} \cos(k_y y) \sin(k_z z) \\
 H_z &= H_{z_0} \sin(k_y y) \cos(k_z z)
 \end{aligned}
 \tag{4.41}$$

Aquests camps, expressats explícitament en funció de l'ordre del mode (m, n) , resulten:

Lectura recomanada

Sobre els detalls de l'aplicació de les condicions de contorn, podeu consultar l'obra següent:

C. A. Balanis (1997). *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley.

$$\begin{aligned}
 E_x &= E_{x_0} \cos\left(\frac{m\pi}{L} y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{W} z\right) \\
 E_y &\approx 0 \\
 E_z &\approx 0 \\
 H_x &= 0 \\
 H_y &= H_{y_0} \cos\left(\frac{m\pi}{L} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{W} z\right) \\
 H_z &= H_{z_0} \sin\left(\frac{m\pi}{L} y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{W} z\right)
 \end{aligned}
 \tag{4.42}$$

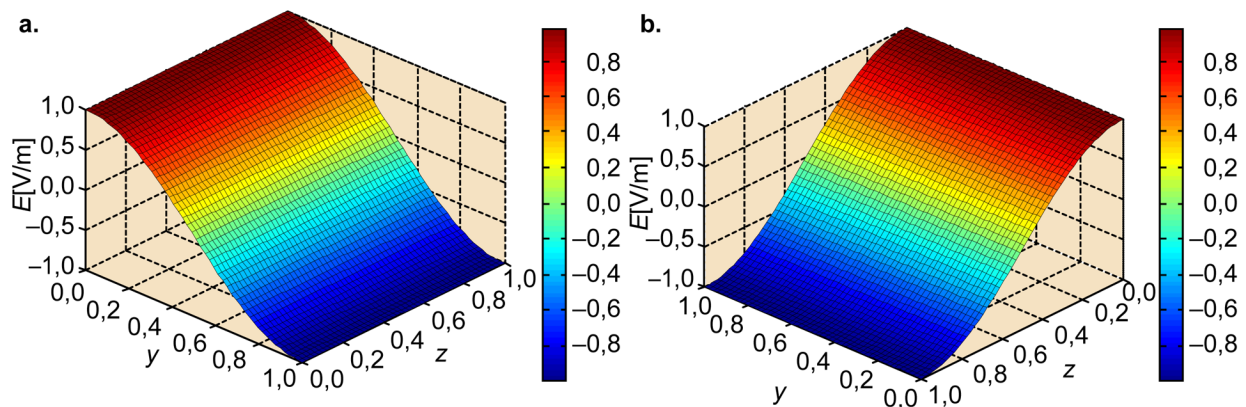
Es pot comprovar que aquests camps satisfan les condicions de contorn (camp \vec{E} tangencial nul en el conductor i camp \vec{H} tangencial nul en les parets laterals).

Exemple pràctic V

Amb l'objectiu d'entendre quina informació es pot extreure d'aquests camps, l'exemple següent representa la distribució de camp \vec{E} per a un pedaç quadrat en el mode fonamental TM_{m0} i TM_{0n} (com que el pedaç és quadrat, tots dos modes presenten la mateixa freqüència de ressonància). Aquests modes els es denominen **modos degenerats**.

Mitjançant l'equació 4.42 per al camp elèctric, s'obtenen les distribucions de camp TM_{10} i TM_{01} , que són les mateixes salvant una rotació (figura 17).

Figura 17. Distribució de camp elèctric en la cavitat per als modes fonamentals TM_{10} i TM_{01}



a. Mode fonamental TM_{10} ; b. Mode TM_{01} . Eixos de coordenades segons la figura 16. Les dimensions L i W estan normalitzades a la unitat.

És interessant observar com al llarg de l'eix $y = 1/2$ (just a la meitat del costat L –figura 16–) el mode TM_{10} presenta un nul de camp elèctric. Això significa que si es col·loca un generador de tensió en aquesta posició $y = 1/2$, aquest mode fonamental no serà excitat. En canvi, al llarg d'aquest mateix eix, la distribució de camp per al mode TM_{01} presenta una variació cosinusoidal, cosa que reflecteix que és possible trobar un punt on el mode s'excita amb una impedància de 50Ω (suposant que la impedància de referència sigui aquest valor, una cosa habitual). I, viceversa, si ara el generador de tensió es col·loca al llarg de l'eix $z = 1/2$ (just en la meitat del costat W –figura 16–), el mode TM_{01} presenta un nul de camp i, consegüentment, no podrà excitar-se.

Això vol dir que mitjançant dos generadors de tensió es pot excitar cadascun dels modes de manera independent. En el subapartat 3.2 es presenta que cada mode excita una polarització (una d'alineada amb l'eix y , l'altra amb l'eix z) i així és possible obtenir un pedaç amb doble polarització com els utilitzats en les estacions base de comunicacions mòbils. D'altra banda, és possible que es pugui excitar un port amb una fase 0° i l'altre amb una fase 90° a fi d'obtenir una polarització circular, ja que d'aquesta manera el camp produït per un port estarà alineat en l'eix y , i l'altre en l'eix z amb un desfasament de 90° , és a dir, es tracta de dues polaritzacions ortogonals desfasades 90° , característic de la polarització circular.

Vegeu també

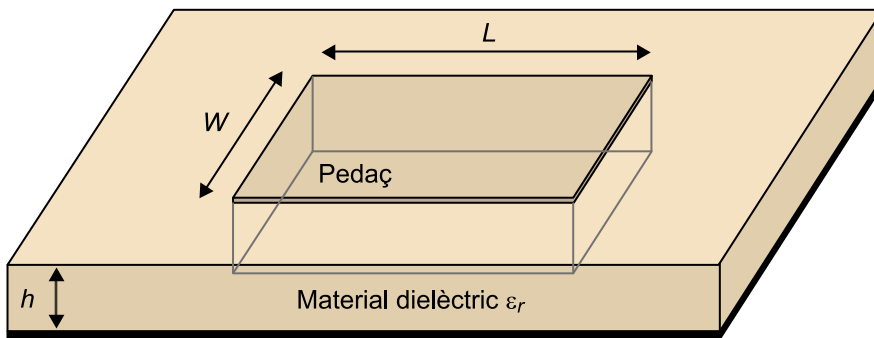
En el subapartat 3.3 d'aquest mòdul us mostrem possibles mecanismes d'excitació per a excitar diferents modes.

3.2. Model de cavitat: camps radiats

Una vegada s’han presentat els modes presents en la cavitat, cal saber com radia l’antena. Per a això, s’utilitza el principi d’equivalència, la teoria d’imatges i la teoria d’agrupació d’antenes.

El procediment consisteix a establir un volum en el qual es defineixen els corrents equivalents. Aquest volum està definit per la cavitat que defineix el pedaç (figura 18).

Figura 18. Volum aplicat per al principi d’equivalència

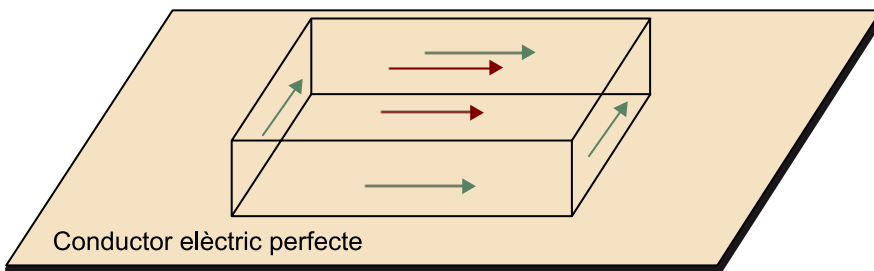


Conductor elèctric perfecte

El volum conté la cavitat definida pel pedaç $L \times W \times h$.

Tenint en compte que el camp \vec{E} tangencial és nul en el pedaç i en el pla de massa, i que el camp \vec{H} és nul en els extrems, s’obté que el corrent magnètic equivalent \vec{M} és únicament en els laterals de la cavitat (figura 19). D’altra banda, atès que \vec{H} és nul en els extrems, el corrent elèctric equivalent pren valors únicament en el conductor del pedaç i en el pla de massa.

Figura 19. Corrents equivalents sobre el volum $L \times W \times h$



— $\vec{J}_s = \hat{n} \times \vec{H}$ — $\vec{M}_s = -\hat{n} \times \vec{E}$

Tenint en compte la teoria d’imatges, el corrent equivalent en el pla de massa es cancel·la amb la seva imatge. A més, com que la cavitat presenta una altura elèctricament petita ($h \ll \lambda$), el corrent elèctric equivalent en la cara on és el pedaç s’anul·la també amb la seva imatge. Quant als corrents magnètics

Lectura recomanada

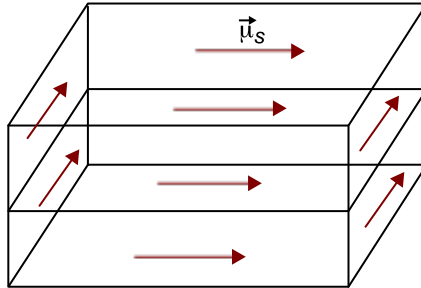
Sobre els detalls d’aquest resultat, podeu consultar l’obra següent:
C. A. Balanis (1997). *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley.

Figura 19

S’han tingut en compte les condicions de contorn: camp \vec{E} tangencial nul en el conductor i camp \vec{H} nul a les parets.

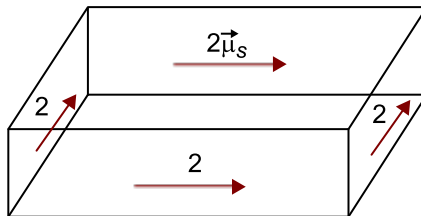
equivalents, presenten una imatge en el mateix sentit (figura 20). Atès que l'altura és elèctricament petita, es pot considerar que el corrent presenta un valor doble (figura 20).

Figura 20. Corrents magnètics equivalents



Corrents magnètics equivalents tenint en compte la teoria d'imatges en eliminar el pla de massa.

Figura 21. Corrents magnètics equivalents



Corrents magnètics equivalents tenint en compte la teoria d'imatges en eliminar el pla de massa i que l'altura de la cavitat és elèctricament petita.

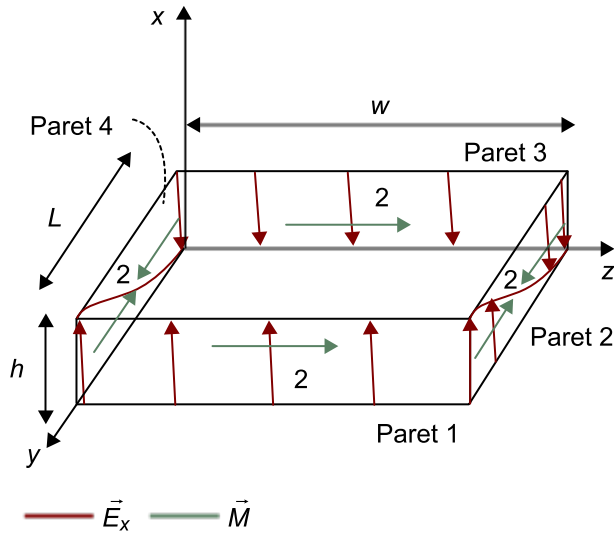
A partir dels corrents magnètics equivalents en espai lliure, és possible calcular la radiació mitjançant les equacions recollides en 4.4 i en la taula 2 aplicant teoria d'agrupacions.

A continuació es calculen els camps radiats per al mode fonamental. Atès que únicament cal tenir en compte els corrents magnètics, solament és rellevant el camp \vec{E} per al càlcul dels camps radiats.

Suposeu el mode TM_{10} , que presenta un camp donat per $E_x = E_{x0} \cos\left(\frac{\pi}{L} y\right)$.

Tenint en compte les coordenades definides en la figura 16, en la figura 22 es representa gràficament el camp en cadascuna de les parets laterals.

Figura 22. Distribució del camp E per al mode TM_{10}



Observeu que per a les parets 2 i 4 el canvi de signe del camp E_x , produeix dos corrents magnètics de sentit contrari que es tendeixen a cancel·lar; per aquest motiu les parets 2 i 4 reben el nom de *parets no radiants*, mentre que les parets 1 i 3 reben el nom de *parets radiants*.

Observem com aquesta distribució es correspon amb la representada en la figura 17a. Considerant aquesta distribució i tenint en compte l'equació 4.1 i la figura 22, s'obté el següent:

$$\begin{aligned}
 \vec{M}_1 &= -2\hat{y} \times \vec{E} = -2\hat{y} \times \hat{x} = 2\hat{z} \\
 \vec{M}_2 &= -2\hat{z} \times \vec{E} = -2\hat{z} \times \cos\left(\frac{\pi}{L}y\right)\hat{x} = -2\cos\left(\frac{\pi}{L}y\right)\hat{y} \\
 \vec{M}_3 &= 2\hat{y} \times \vec{E} = 2\hat{y} \times (-\hat{x}) = 2\hat{z} \\
 \vec{M}_4 &= 2\hat{z} \times \vec{E} = 2\hat{z} \times \cos\left(\frac{\pi}{L}y\right)\hat{x} = 2\cos\left(\frac{\pi}{L}y\right)\hat{y}
 \end{aligned}
 \tag{4.43}$$

en què els subíndexs es corresponen a cadascuna de les quatre parets laterals referides en la figura 22.

Segons el resultat obtingut en les expressions anteriors, s'observa que els corrents equivalents de les parets 1 i 3 estan alineades en l'eix z i que s'han d'integrar en la superfície de la paret (pla XZ) a fi d'obtenir el camp radiat. D'altra banda, les parets 2 i 4 presenten una particularitat. Per a la paret 2, des de $y \in [0, L/2]$, el corrent està alineat segons $-\hat{y}$, mentre que per a $y \in [L/2, L]$, el corrent està alineat segons \hat{y} . D'aquesta manera, es pot considerar que hi ha un efecte de cancel·lació d'una amb l'altra. El mateix succeeix per a la paret 4.

Així, es considera que, per a aquest mode TM_{10} , les parets 2 i 4 són ranures no radiants, mentre que la 1 i la 3 són ranures radiants. Per tant, el problema se simplifica al càlcul de la radiació produïda pels corrents magnètics equivalents en les ranures 1 i 3. Per a la ranura de la paret 1, el vector de radiació resultant és:

Vegeu també

Podeu consultar el procediment d'integració en la superfície de la paret en l'apartat 2 d'aquest mòdul.

$$\begin{aligned}\vec{M}_1 &= -2\hat{y} \times \vec{E} = -2\hat{y} \times \hat{x} = 2\hat{z} \\ \vec{L}_1 &= \int_{x'=0}^{x'=h} \int_{z'=0}^{z'=W} 2\hat{z} \cdot e^{jk_x x'} \vec{r}' dS' = 2\hat{z} \int_{x'=0}^{x'=h} e^{jk_x x'} dx' \int_{z'=0}^{z'=W} e^{jk_z z'} dz'\end{aligned}\quad 4.44$$

que és el mateix que per a la ranura 3, ja que el corrent magnètic equivalent de la ranura 3 és el mateix que el de la ranura 1.

Atès que h és més petit que la longitud d'ona, l'equació 4.44 se simplifica a:

$$\vec{L}_1 = -4 \cdot h \cdot e^{jk_z \frac{W}{2}} \cdot \frac{\sin(k_z \cdot \frac{W}{2})}{k_z} \cdot \hat{z} \quad 4.45$$

amb la qual cosa, segons l'equació 4.4 i les expressions de la taula 2, el camp radiat resultant per a la ranura 3 és:

$$E_\varphi = -j \cdot \eta \cdot \omega \frac{\epsilon}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot \sin\theta \cdot 4 \cdot h \cdot e^{jk_z \frac{W}{2}} \cdot \frac{\sin(k_z \cdot \frac{W}{2})}{k_z} \quad 4.46$$

Fixeu-vos que el camp s'ha calculat per a la ranura 3, ja que aquesta ranura és en l'origen.

Amb l'objectiu d'obtenir el camp radiat per les dues ranures, es calcula el factor de l'agrupació. Aplicant la teoria d'agrupacions s'obté que el factor d'agrupació està alineat segons l'eix y . Així, el camp total resultant és:

$$\begin{aligned}E_\varphi &= -j \cdot \eta \cdot \omega \frac{\epsilon}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot \sin\theta \cdot 4 \cdot h \cdot e^{jk_z \frac{W}{2}} \cdot \frac{\sin(k_z \frac{W}{2})}{k_z} \cdot FA(\psi_y) = \\ &= -j \cdot \eta \cdot \omega \frac{\epsilon}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot \sin\theta \cdot 4 \cdot h \cdot e^{jk_z \frac{W}{2}} \cdot \frac{\sin(k_z \frac{W}{2})}{k_z} \cdot (1 + e^{jk_y L}) = \\ &= -j \cdot \eta \cdot \omega \frac{\epsilon}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot \sin\theta \cdot 4 \cdot h \cdot e^{jk_z \frac{W}{2}} \cdot \frac{\sin(k_z \frac{W}{2})}{k_z} \cdot e^{jk_y \frac{L}{2}} \cdot 2\cos(k_y \frac{L}{2})\end{aligned}\quad 4.47$$

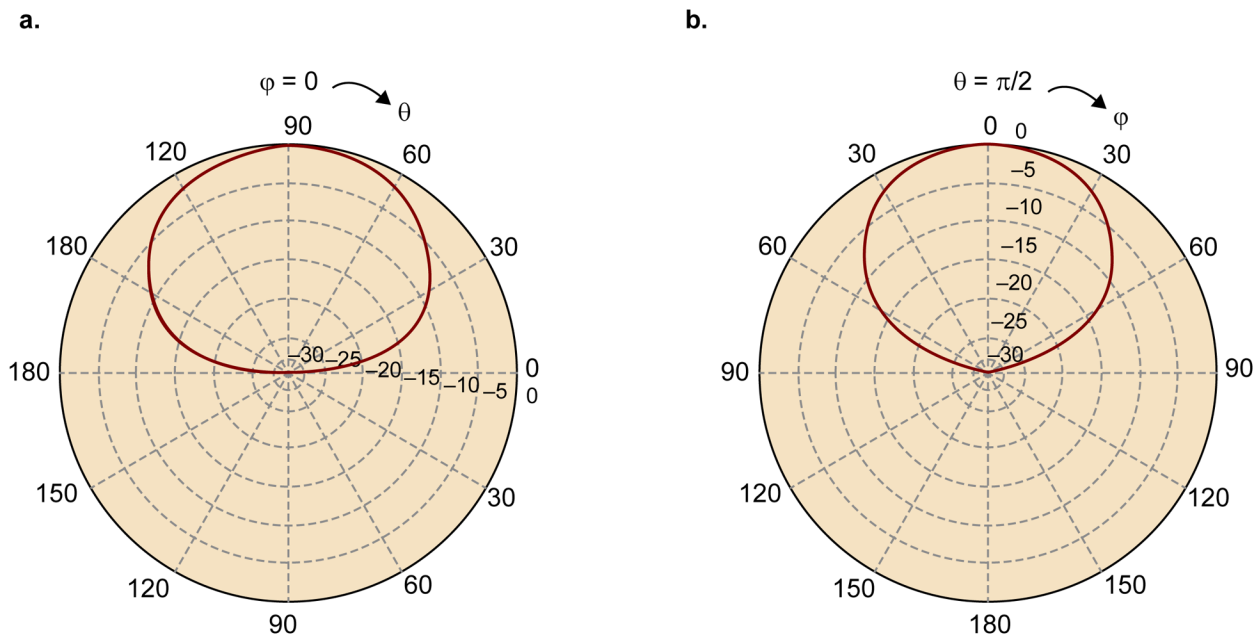
Normalitzant el camp radiat:

$$E_\varphi = \sin\theta \cdot \frac{\sin(k_z \cdot \frac{W}{2})}{k_z} \cdot \cos(k_y \frac{L}{2}) \quad 4.48$$

en què cal tenir en compte que $\theta \in [0, \pi)$ i $\varphi \in [-\pi/2, \pi/2]$, atès que no hi ha radiació per sota del pla de massa.

Finalment, a partir de les expressions de camp radiat és possible calcular els diagrames de radiació en els plans principals ($\theta = \pi/2$ i $\varphi = 0^\circ$) (figura 23).

Figura 23. Talls en els plans principals

a. Component total en el pla $\varphi = 0$; b. Component total en el pla $\theta = \pi/2$. Escala en dB amb marge dinàmic de 30 dB

Dels resultats presentats fins a aquí, s'extreuen les **conclusions** següents:

- El diagrama de radiació està confinat en l'espai superior on hi ha el pedaç. Si el pla de massa és suficientment gran en termes de longitud d'ona, la radiació posterior (cap a l'espai per sota del pla de massa) és menyspreable. No obstant això, en la pràctica s'ha de tenir en compte, ja que la grandària que té repercuteix que part de la radiació es propagui cap al semiespai inferior.
- Per al mode fonamental, el màxim de radiació es troba en la direcció normal al pedaç, que en el cas estudiat (figura 22) és ($\varphi = 0$, $\theta = \pi/2$). Aquest fet succeeix de manera particular per a aquest mode. Per a modes d'ordre superior els diagrames van variant: alguns modes presenten nuls en la direcció perpendicular al pedaç. Això no obstant, resulta habitual operar en el mode fonamental.
- La polarització és lineal i està alineada en el sentit establert, anant de ranura radiant a ranura radiant. Per al cas estudiat (figura 22), en la direcció del màxim ($\varphi = 0$, $\theta = \pi/2$), la polarització està alineada amb l'eix y (E_φ). Per al mode degenerat TM_{01} s'obté una polarització ortogonal. D'això es conclou que el pla E és el $\theta = \pi/2$ i que el pla H és el $\varphi = 0$.
- El model de la cavitat ofereix unes estimacions de les freqüències de ressonància i diagrames de radiació molt correlades amb la realitat. Per a situacions més complexes, com geometries fractals o substrats elevats, es pot recórrer a la simulació numèrica. No obstant això, és important destacar que els conceptes que es desprenen del mètode de la cavitat ofereixen una idea conceptual del mecanisme de radi-

ació dels pedaços, la qual cosa es pot abstroure a un gran ventall d'escenaris.

3.3. Mecanismes d'excitació

El *patch microstrip* presenta una gran versatilitat quant a mecanismes d'excitació (figura 24).

Un mecanisme senzill és reaprofitar el substrat sobre el qual està imprès el pedaç per a imprimir una línia *microstrip* (figura 24a). El principal avantatge radica en la senzillesa de la seva implementació. De totes maneres, l'arquitectura d'alimentació mateix és propensa a radiar i pot augmentar la polarització creuada i/o causar asimetries en el diagrama de radiació. En la configuració de la figura 24a es pot excitar el mode fonamental que presenta com a ranures radiants les separades per L , sempre que la posició de la línia sigui en el centre per a evitar excitar el mode degenerat en cas de ser un pedaç quadrat. Atès que el camp per a aquest mode és màxim en la ranura on es troba la línia (figura 24a-esquerra), la impedància d'entrada és elevada, per la qual cosa es pot recórrer a penetrar la línia (figura 24a-dreta) per a aconseguir adaptar impedàncies.

Un mecanisme alternatiu consisteix a utilitzar una sonda vertical: presenta l'avantatge de poder alimentar el pedaç en el punt d'impedància desitjada (figura 24b). Això comporta com a inconvenient més complexitat mecànica i un efecte inductiu elevat en els casos en què el substrat presenta una certa altura, la qual cosa pot causar una desadaptació d'impedàncies, que es pot corregir amb un efecte capacitiu.

Un mecanisme que aïlla la part de distribució de potència i la de radiació consisteix a utilitzar un dielèctric per al pedaç i un altre per a la xarxa de distribució (figura 24c). Per a això, es practica una ranura que s'excita per la línia d'alimentació. La ranura degudament col·locada permet excitar la cavitat. Perquè l'efecte de la ranura no alteri el diagrama de radiació del pedaç, la ranura ha de ser petita elèctricament, prou per a aportar l'acoblament necessari que permeti excitar el pedaç.

Finalment, i basada en el mecanisme d'excitació per línia *microstrip* (figura 24a), una manera de generar dos modes amb polaritzacions perpendiculars consisteix a alimentar el pedaç quadrat en la meitat de cada costat (figura 24d). En el cas que es vulgui polarització circular, una de les línies pot afegir el desfasament de 90° necessari per a generar polarització circular.

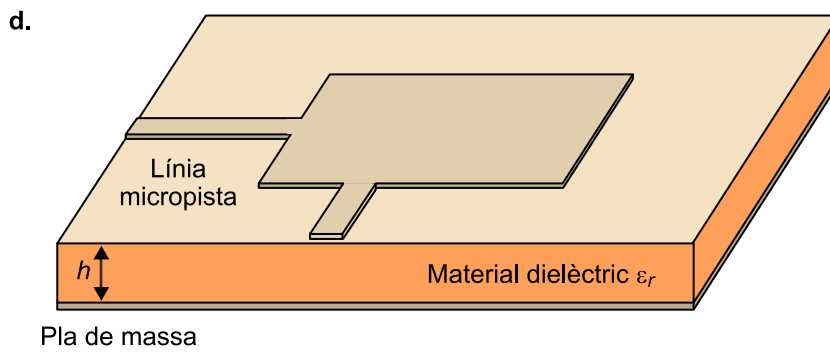
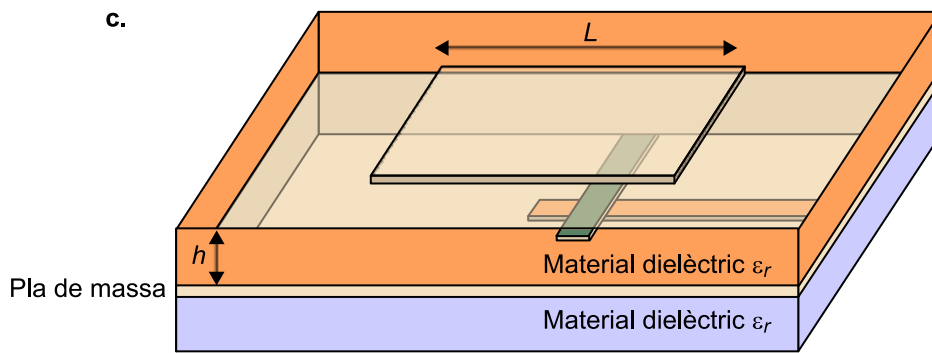
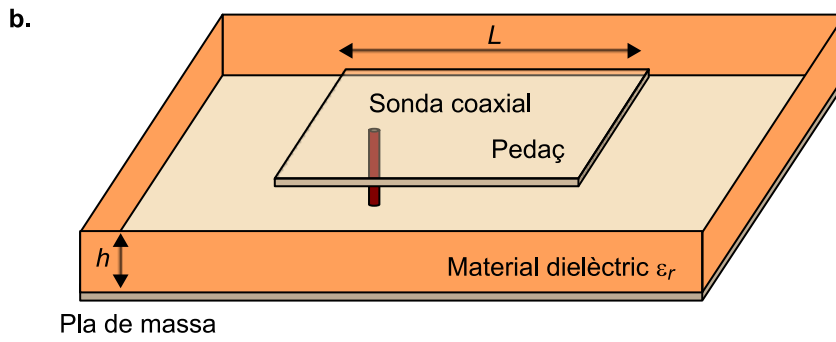
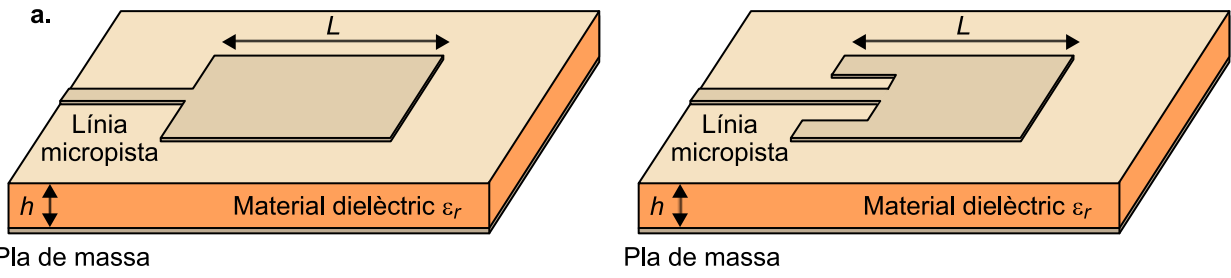
Lectura recomanada

Sobre els *patch microstrip*, podeu consultar l'obra següent:
K. R. Carver; J. W. Mink (1981, gener). "Microstrip Antenna Technology". *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* (vol. 29, núm. 1, pàg. 2-24).

Lectura recomanada

Sobre el mecanisme d'excitació alternatiu comentat, podeu consultar l'obra següent:
J. Anguera; C. Puente; C. Borja; G. Font; J. Soler (2001, novembre). "A Systematic Method to Design Single-Patch Broadband *Microstrip* Patch Antennas". *Microwave and Optical Technology Letters* (vol. 31, núm. 3, pàg. 185-188).

Figura 24



- a. Patch microstrip excitat mitjançant línia microstrip
- b. Patch microstrip excitat mitjançant sonda coaxial
- c. Patch microstrip excitat mitjançant ranura en el pla de massa
- d. Patch microstrip amb doble excitació de línia microstrip

4. Lectures obligatòries i complementàries

Lectures obligatòries

- **D. M. Pozar** (1992, gener). “*Microstrip Antennas*”. *Proceedings of the IEEE* (vol. 80, núm. 1, pàg. 79-91).
- **M. S. Sharawi** (2006, juliol-agost). “Use of Low Cost Patch Antennas in Modern Wireless Technology”. *IEEE Potentials* (pàg. 35-47).

Lectures complementàries

- **K. R. Carver; J. W. Mink** (1981, gener). “*Microstrip Antenna Technology*”. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* (vol. 29, núm. 1).

Bibliografia

Balanis, C. A. (1997). *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley.

Anguera, J.; Pérez, A. (2008). *Teoria d'antenes*. Enginyeria La Salle ("Estudios Semipresenciales"). ISBN: 978-84-935665-4-8.

Elliot, R. S. (2003). "Antenna Theory and Design". A: *The IEEE Press Series on Electromagnetic Wave Theory* (edició revisada). John Wiley & Sons.

Carver, K. R.; Mink, J. W. (1981, gener). "Microstrip Antenna Technology". *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* (vol. 29, núm. 1, pàg. 2-24).

Anguera, J.; Puente, C.; Borja, C.; Font, G.; Soler, J. (2001, novembre). "A Systematic Method to Design Single-Patch Broadband Microstrip Patch Antennas". *Microwave and Optical Technology Letters* (vol. 31, núm. 3, pàg. 185-188).

