

# Reflectors i lents

Aurora Andújar Linares  
Jaume Anguera Pros

PID\_00178414



# Índex

<b>Introducció</b> .....	5
<b>Objectius</b> .....	6
<b>1. Òptica geomètrica</b> .....	7
<b>2. Reflectors dièdrics</b> .....	9
<b>3. Reflectors parabòlics</b> .....	10
3.1. Anàlisi geomètrica .....	10
3.2. Paràmetres bàsics .....	14
3.2.1. Eficiència d'il·luminació .....	14
3.2.2. Eficiència de desbordament .....	15
3.2.3. Eficiència de radiació .....	16
3.3. Diagrames de radiació i directivitat .....	16
<b>4. Lents</b> .....	20
<b>5. Lectures obligatòries i complementàries</b> .....	21
<b>Bibliografia</b> .....	23



## Introducció

“Si he aconseguit veure-hi més lluny, és perquè he pujat a coll de gegants.”

Isaac Newton (1642-1727), físic i matemàtic anglès

Aquest mòdul aborda un nou tipus d'estructures radiant pensades per a obtenir directivitats altes que tenen la particularitat que conformen la radiació d'una font poc directiva i la transformen en una d'alta directivitat. Aquesta font poc directiva rep el nom d'**alimentador**.

A fi de tractar el procés de transformació d'una radiació poc directiva a una altra de molt més directiva, s'utilitzaran conceptes d'òptica geomètrica, que considera que les ones viatgen a través de l'espai com si fossin rajos. Aquesta consideració permet simplificar el problema i ofereix al mateix temps una idea molt clara del funcionament que té.

Aquest mòdul analitza dos tipus d'arquitectures que utilitzen aquest principi de transformació: els reflectors i les lents. Els reflectors utilitzen geometries metàl·liques, mentre que les lents usen dielèctrics. Això no obstant, hi ha una manera de sintetitzar aquests materials dielèctrics mitjançant estructures metàl·liques amb la finalitat de reduir el pes total de l'estructura.

## Objectius

Els principals objectius d'aquest mòdul són els següents:

- 1.** Entendre els mecanismes d'òptica geomètrica a fi d'aplicar-los en el càlcul de problemes de radiació que impliquin reflexions.
- 2.** Conjuguar el concepte d'òptica geomètrica amb teoria d'imatges i agrupacions per a calcular la radiació de reflectors formats per díedres.
- 3.** Estudiar com una geometria com ara un reflector parabòlic és capaç de concentrar una radiació poc directiva i obtenir directivitats altes.
- 4.** Analitzar quins són els paràmetres rellevants d'un reflector parabòlic que repercuteixen en la directivitat que es pot aconseguir.
- 5.** Comprendre com un cos dielèctric és capaç de concentrar la radiació seguint el mateix concepte que el reflector parabòlic.

# 1. Òptica geomètrica

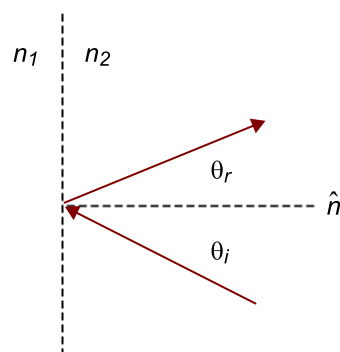
Fins al moment, les antenes analitzades han estat de grandàries comparables a la longitud d'ona. Això no obstant, en aquest mòdul es consideren antenes elèctricament grans (dimensions  $\gg \lambda$ ). Amb aquesta consideració s'assumeix que  $\lambda$  tendeix a zero, de manera que les equacions de Maxwell (taula 1 del mòdul "Fonaments bàsics. Antenes de fil") es poden replantejar en termes geomètrics. Això permet derivar una equació denominada **eikonal**. D'aquesta manera, les ones es tracten com un conjunt de rajos, la qual cosa permet una anàlisi geomètrica intuïtiva d'aquest tipus d'antenes. De l'equació **eikonal** es deriven conclusions importants:

- Els camps  $\vec{E}$  i  $\vec{H}$  són perpendiculars al front d'ona (pla amb la mateixa fase). Es tracta, doncs, d'una ona transversal electromagnètica (TEM<sup>1</sup>).
- Si el medi és homogeni, els rajos viatgen de manera rectilínia. Si el medi presenta un índex de refracció depenent de l'espai ( $n = f(x,y,z)$ ), els rajos es corben cap a la regió amb un índex de refracció més gran.
- La incidència d'una ona plana en la superfície entre dos medis homogenis, isòtrops, sense pèrdues dielèctriques, satisfà la llei de Snell (equació 6.1, figura 1):

$$n_1 \cdot \sin\theta_i = n_2 \cdot \sin\theta_r \quad 6.1$$

en què  $n_1$  i  $n_2$  són els índexs de refracció dels medis 1 i 2 que defineixen la superfície amb una normal  $\hat{n}$  defineix els angles del raig incident  $\theta_i$  i reflectit  $\theta_r$ :

Figura 1. Llei de Snell en la interfície de dues superfícies amb índex de refracció  $n_1$  i  $n_2$



## Lectura recomanada

Sobre les equacions de Maxwell replantejades en termes geomètrics, podeu consultar l'obra següent:

**R. S. Elliot** (2003). "Antenna Theory and Design". A: *The IEEE Press Series on Electromagnetic Wave Theory* (edició revisada). John Wiley & Sons.

<sup>(1)</sup>TEM és acrònim de l'expressió [ona] transversal electromagnètica.

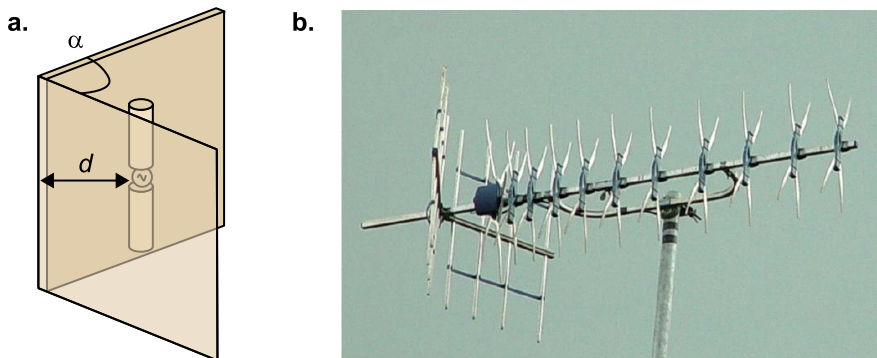
Amb aquestes consideracions bàsiques, s'analitza un nou tipus de radiadors, com són els reflectors metàl·lics, tant dièdrics com parabòlics, i les lents, que són exemples d'estructures radiants dielèctriques.



## 2. Reflectors dièdrics

Un dels paradigmes més habituals de reflector és el que presenta una forma dièdrica (figura 2a). Aquesta arquitectura s'utilitza comunament en aplicacions comercials de recepció de televisió, com és el cas de les antenes Yagi-Uda (figura 2b), amb l'objectiu de disminuir la radiació posterior i augmentar la directivitat.

Figura 2



a. Reflector dièdric amb un dipol com a alimentador; b. Antena Yagi-Uda amb un reflector dièdric constituït a base de varetes situades en el mateix sentit que la polarització dels elements que formen l'agrupació.

L'angle del dièdre ( $\alpha$ ) determina la directivitat del conjunt. Per a abordar l'anàlisi matemàtica, es considera que l'angle  $\alpha$  (figura 2a) adopta els valors de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  i  $90^\circ$ . D'aquesta manera, és possible utilitzar la teoria d'imatges i d'agrupació d'antenes per a calcular el diagrama de radiació.

### Lectura recomanada

Sobre els continguts d'aquest apartat, podeu consultar l'obra següent:

**J. Anguera; A. Pérez (2008).**  
*Teoria d'antenes.* Enginyeria La Salle ("Estudios Semipresenciales"). ISBN: 978-84-935665-4-8.

### 3. Reflectors parabòlics

El reflector parabòlic és una arquitectura radiant que resulta de gran utilitat en el camp de la radioastronomia per la capacitat que té d'obtenir directivitats elevades. El seu ús s'ha estès al camp comercial en la recepció de senyal de televisió via satèl·lit.

La raó que el reflector sigui parabòlic resideix en el fet que aquesta geometria és capaç de convertir una radiació provinent d'una font poc directiva que radia ones esfèriques en un front d'ona quasi pla. El front d'ona quasi pla és proporcional a la grandària del reflector; per tant, seguint el principi que l'espai és un transformador de Fourier, la directivitat augmenta a mesura que augmenta la grandària en termes de la longitud d'ona del reflector.

Tal i com es va descriure en el mòdul d'antenes de fil el problema d'augmentar la grandària del fil provoca que la distribució de corrents variï cada vegada més i generi diagrames amb un gran nombre de lòbuls que manquen d'interès. Per a solucionar aquest inconvenient es va presentar la teoria d'agrupacions, que permeten sintetitzar una distribució uniforme i, per tant, com més gran sigui l'agrupació en termes de longitud d'ona, més gran és la directivitat que se n'obté. En aquest cas succeeix el mateix, amb la particularitat que hi ha una sola font d'excitació i que, per tant, s'eludeix el complex sistema d'alimentació que necessiten les agrupacions d'antenes, i també les pèrdues de potència que això pot comportar. Aquesta és una de les raons per les quals els reflectors parabòlics són considerats com antenes d'elevada directivitat per antonomàsia.

#### 3.1. Anàlisi geomètrica

A continuació es detalla l'anàlisi del reflector mitjançant la teoria de rajos, que permetrà determinar el paper que exerceix la posició de l'alimentador pel que fa al reflector quant al comportament electromagnètic del conjunt radiant.



El reflector parabòlic és utilitzat per les directivitats elevades que té en transmissions de llarg abast, com enllaços de la Terra a satèl·lits.

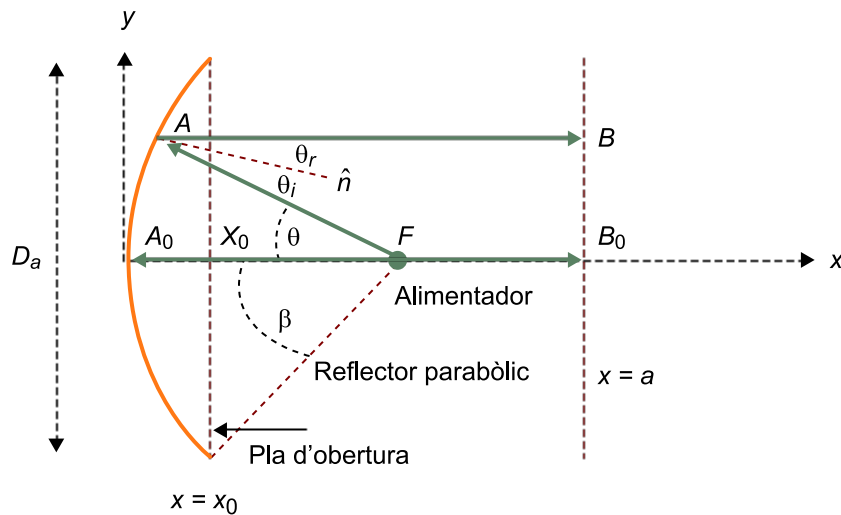
#### Vegeu també

Estudiareu la transformació de Fourier en el mòdul "Fonaments bàsics. Antenes de fil" d'aquesta assignatura.

#### Vegeu també

Presentem la teoria d'agrupacions en el mòdul "Agrupacions d'antenes" d'aquesta assignatura.

Figura 3. Esquema bàsic d'un reflector parabòlic



En el punt focal  $F$  se situa l'alimentador (*feeder*).  $D_a$  representa el diàmetre del reflector,  $\beta$  representa l'angle entre l'eix  $x$  i l'extrem del reflector,  $\theta_i$  i  $\theta_r$  són els angles respecte de la normal al reflector en el punt d'incidència del raig, que són iguals per la llei de Snell,  $B$  representa un raig que viatja de  $F$  a  $A$  i de  $A$  a  $B$ , que presenta la mateixa fase que el raig que viatja de  $F$  a  $A_0$  i de  $O$  a  $B_0$ , i  $x_0$  representa la coordenada  $x$  que defineix el pla de l'obertura.

En el focus ( $F$ ) amb coordenades  $(x, y, z) = (f, 0, 0)$  se situa l'alimentador<sup>2</sup>, que, en el cas il·lustratiu descrit a continuació, és una font isòtropa que radia ones esfèriques del tipus  $\vec{E} = \frac{e^{-jkr}}{r} \vec{r}$ .

<sup>(2)</sup>En anglès, *feeder*.

Una vegada que els rajos incideixen en el perfil del conductor del reflector, sorgeixen de manera paral·lela a l'eix  $X$  i localment es consideren una ona plana, amb la qual cosa matemàticament el camp és del tipus  $\vec{E} = e^{-jkx}$ .

Amb l'objectiu que el front d'ona a  $x = a$  presenti la mateixa fase en tots els punts del pla  $x = a$ , s'ha de complir el següent:

$$\overline{FA} + \overline{AB} = \overline{FA_0} + \overline{A_0B_0} \quad 6.2$$

per a tot punt  $A$  de el reflector i per a tot punt  $B$  del pla  $x = a$ . Si es considera que les coordenades del punt  $A$  són  $(x, y, z)$  i les del focus  $F$  són  $(f, 0, 0)$ , s'obté el següent:

$$\sqrt{(x-f)^2 + y^2 + z^2} + (a-x) = f+a \quad 6.3$$

que resulta en:

$$y^2 + z^2 = 4fx \quad 6.4$$

O, en coordenades polars:

$$r = \frac{f}{\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad 6.5$$

Aquesta l'equació caracteritza un paraboloides.

A partir de l'equació del paraboloides i suposant  $z = 0$ , s'obtenen dues equacions que permeten relacionar el focus  $F$  i el diàmetre del reflector  $D_a$ . Per a  $x$  prenent valor en el pla de l'obertura, és a dir,  $x = x_o$ ,  $y = D_a/2$ , s'obté:

$$\left(\frac{D_a}{2}\right)^2 = 4f \cdot x_o \quad 6.6$$

D'altra banda:

$$\tan\beta = \frac{\frac{D_a}{2}}{f - x_o} \quad 6.7$$

Combinant les dues equacions, es dedueix el següent:

$$\frac{f}{D_a} = \frac{1}{4\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)} \quad 6.8$$

Si  $f/D_a$  és petit, l'alimentador està immers a l'interior del reflector. Si, per contra, la relació  $f/D_a$  és elevada, l'alimentador és lluny del reflector.

En el subapartat següent s'utilitza l'equació del paraboloides per a analitzar el camp en el pla de l'obertura ( $x = x_o$ ) en funció del diagrama de l'alimentador. Aquest perfil de camp és important, ja que determina el camp radiat pel reflector al qual es refereix com a **perfil de decaïment**. Com que  $\theta$  és l'angle format per un raig que emana del focus cap al reflector en l'eix  $x$ , el camp en funció de  $\theta$  és determinat per l'equació del reflector en coordenades polars. Atès que el camp decau amb l'invers de la distància, el camp en el reflector és:

$$E(\theta) \propto \frac{1}{\frac{f}{\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}} \quad 6.9$$

Si ara es calcula el camp a  $\theta = 0^\circ$ , es té el següent:

$$E(0) \propto \frac{1}{f} \quad 6.10$$

Així, el perfil de decaïment és:

$$\tau(\theta)_{\text{dB}} = 20 \cdot \log\left(\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = 40 \cdot \log\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \quad 6.11$$

Cal destacar que aquest decaïment és vàlid també en el pla de l'obertura, ja que, una vegada que els rajos són reflectits en el conductor parabòlic, adopten característiques d'ona plana i, per tant, no experimenten atenuació amb

#### Lectura recomanada

Trobareu una explicació més detallada d'aquest resultat en l'obra següent:

**J. Anguera; A. Pérez (2008).** *Teoria d'antenes*. Enginyeria La Salle ("Estudios Semipresenciales"). ISBN: 978-84-935665-4-8.

la distància. Naturalment, una vegada els camps es propaguen, la potència experimenta l'atenuació amb l'invers de la distància, però la consideració és aplicable a l'efecte de calcular en la proximitat del reflector.

### Exemple pràctic I

Amb l'objectiu d'analitzar com varia la distribució de potència en el pla de l'obertura, en l'exemple següent es proposa calcular aquesta distribució per a dues arquitectures diferents: una amb el focus immers en el reflector, és a dir, amb una relació  $f/D_a$  petita, i l'altra amb el focus més allunyat (relació  $f/D_a$  més gran).

Dos reflectors amb un focus tal que, en el primer cas, es compleix que  $f/D_a = 0,25$  i, en el segon, que  $f/D_a = 1$ .

Mitjançant l'equació 6.8, l'angle  $\beta$  resultant és:

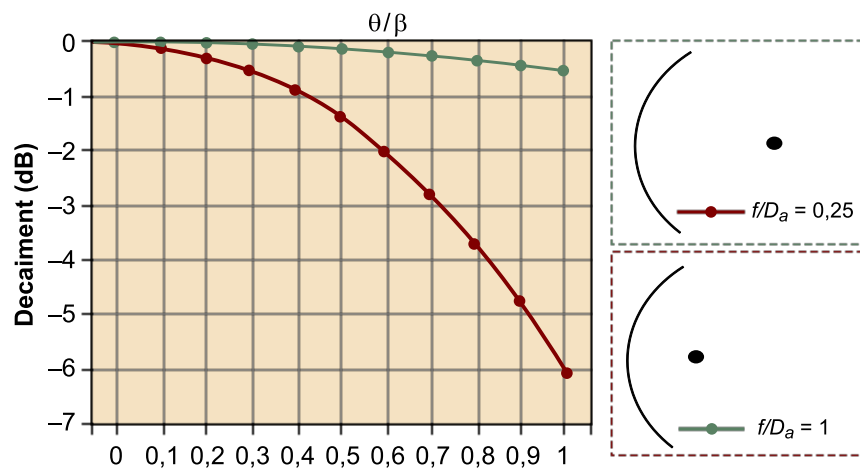
$$\beta = 2 \cdot \tan^{-1}\left(\frac{4D_a}{f}\right) \quad 6.12$$

I, per tant, s'obtenen dues solucions possibles:  $\beta_1 = 90^\circ$  i  $\beta_2 = 28^\circ$ .

D'aquesta manera, es calcula el decaïment de potència en el pla de l'obertura mitjançant l'equació 6.11, en què es té en compte que  $\theta \in [0, \beta)$ .

Normalitzant l'angle  $\theta$  a  $\theta/\beta$ , es representa la caiguda de potència en funció de l'angle (figura 4).

Figura 4. Decaïment de potència en les vores del reflector en funció de l'angle  $\theta$  normalitzat a  $\beta$



S'observa que el cas en què el focus està immers en el reflector ( $f/D_a = 0,25$ ) presenta un perfil de potència menys uniforme que el cas en què el focus està més allunyat ( $f/D_a = 1$ ) (figura 4).

Arribats a aquest punt, la qüestió que sorgeix és: donada una certa grandària elèctrica del reflector, quin dels dos casos (focus immers, focus allunyat) presenta més directivitat? Seguint amb el principi que l'espai es comporta com un transformador de Fourier, es conclou que el cas amb el focus més allunyat tindrà més directivitat, ja que la distribució de camp segueix un perfil uniforme. En el mòdul dedicat a les agrupacions hem estudiat que el perfil uniforme presenta directivitats més grans que perfils com el triangular o el binòmic, tal com succeeix en aquest cas per a  $f/D_a = 0,25$ . Hi ha, per tant, un compromís.

No obstant això, a continuació s'estudiarà que el fet d'allunyar el focus presenta un problema, que resideix en el fet que si el focus és una antena poc directiva, part de la radiació no és interceptada pel reflector i, per tant, no contribueix a un augment de directivitat.

### Vegeu també

Una explicació més detallada de la teoria d'agrupacions es troba en el mòdul "Agrupacions d'antenes" d'aquesta assignatura.

Finalment, cal considerar que en la pràctica l'alimentador no serà una font isòtropa i, per tant, introduirà un decaïment extra de potència. Aquest decaïment extra és directament proporcional al diagrama de radiació de l'alimentador i és determinat pel següent:

$$\tau_{\text{Alimentador}}(\theta)_{\text{dB}} = 10 \cdot \log(t_f(\theta)) \quad 6.13$$

en què  $t_f(\theta)$  representa el diagrama de l'alimentador (el subíndex  $f$  indica *feeder*, l'alimentador), que s'ha d'afegir al plantejat en l'equació 6.11. El decaïment total resultant és:

$$\tau(\theta)_{\text{dB}}^{\text{Total}} = 40 \cdot \log\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) + 10 \cdot \log(t_f(\theta)) \quad 6.14$$

### 3.2. Paràmetres bàsics

A continuació es defineixen un conjunt de paràmetres que permeten caracteritzar la radiació d'un reflector parabòlic.

#### 3.2.1. Eficiència d'il·luminació

L'eficiència d'il·luminació ( $\eta_{il}$ ) indica el perfil del camp en el pla d'obertura del reflector.

Per a una situació teòrica d'un perfil sense decaïment en les vores, la  $\eta_{il}$  és unitària. Cal subratllar que aquest paràmetre, encara que rebí el nom d'eficiència, repercuteix directament en la directivitat, ja que té a veure amb la forma del diagrama de radiació.

Per exemple, donada una arquitectura amb un perfil proper a l'uniforme (i, per tant, amb una  $\eta_{il}$  propera a la unitat) i donada una altra arquitectura presenten diagrames de radiació diferents, però amb un perfil amb més caiguda (i, per tant, amb una  $\eta_{il}$  baixa), totes dues arquitectures poden presentar una eficiència de radiació del 100%. Així doncs, és important no confondre aquest paràmetre amb les pèrdues òhmiques.

Per a diagrames amb simetria de revolució, el càlcul de la  $\eta_{il}$  resulta:

$$\eta_{il} = 2 \cot^2\left(\frac{\beta}{2}\right) \cdot \frac{\int_0^\beta \sqrt{D_{\text{Alimentador}}(\theta)} \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot d\theta}{\int_0^\beta D_{\text{Alimentador}}(\theta) \cdot \sin\theta \cdot d\theta} \quad 6.15$$

#### Lectura recomanada

Podeu consultar el desenvolupament del càlcul de la  $\eta_{il}$  per a diagrames amb simetria de revolució en l'obra següent:

C. A. Balanis (1997). *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley.

D'una manera pràctica, una  $\eta_{il}$  propera a la unitat és la que aconseguim més directivitat amb una certa NLPS. Si la  $\eta_{il}$  disminueix, seguint el principi que l'espai es comporta com un transformador de Fourier, s'obté menys directivitat però millora l'NLPS.

Aquestes conclusions a les quals hem arribat són anàlogues a les conclusions d'antenes que hem extret del mòdul d'agrupacions de distribucions uniformes, triangulars i binòmiques, ordenades de més a menys  $\eta_{il}$ . Per a unes mateixes condicions (grandària d'antena, nombre d'elements, separació), la directivitat és més gran en la uniforme però amb pitjor NLPS, la qual cosa està lligat a la  $\eta_{il}$ . El mateix efecte apareix en el cas dels reflectors.

### 3.2.2. Eficiència de desbordament

L'eficiència de desbordament<sup>3</sup> es defineix com aquell terme que considera que no tota la potència radiada és captada pel reflector a causa del diagrama de radiació de l'alimentador.

L'eficiència de desbordament repercuteix en la directivitat. Cal destacar que les eficiències (tant la de radiació com la d'antena) repercuteixen directament sobre el guany (equació 1.3). En aquest cas, l'eficiència de desbordament influeix en la directivitat, ja que aquest paràmetre reflecteix la capacitat del sistema reflector alimentador per a convertir la radiació poc directiva de l'alimentador en una radiació més directiva. Per tant, s'ha de tenir en compte la potència que realment s'inverteix en aquesta transformació, ja que serà la que repercuteixi en la directivitat.

Intuïtivament, si tota la radiació de l'alimentador és captada pel reflector, l'eficiència de desbordament es correspon amb la unitat. Si, per exemple, el reflector captés la meitat de potència, l'eficiència seria la meitat.

Matemàticament, l'eficiència de desbordament està definida com el quocient de la potència que emet l'alimentador i és captada pel reflector entre la potència que emet l'alimentador:

$$\eta_s = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\beta D_{Alimentador}(\theta, \varphi) \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi D_{Alimentador}(\theta, \varphi) \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\beta D_{Alimentador}(\theta, \varphi) \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi}{4\pi}$$

#### Lectura recomanada

Podem consultar un exemple de càlcul de  $\eta_{il}$  en l'obra següent:

J. Anguera; A. Pérez (2008). *Teoria d'antenes*. Enginyeria La Salle ("Estudios Semipresenciales"). ISBN: 978-84-935665-4-8.

#### Vegeu també

La teoria d'agrupacions es pot consultar en el mòdul "Agrupacions d'antenes" d'aquesta assignatura.

<sup>(3)</sup>En anglès, *spill-over*.

#### Vegeu també

L'efecte de l'eficiència en la directivitat es pot consultar en el mòdul "L'antena en un sistema de telecomunicació" d'aquesta assignatura.

en què s'ha tingut en compte que la integració de tot l'espai de la funció directivitat és igual a  $4\pi$ .

### Exemple pràctic II

Un reflector parabòlic que opera a 10 GHz és alimentat per una antena el diagrama de radiació de la qual presenta una simetria de revolució que es pot aproximar per:

$$\begin{aligned} D_{\text{Alimentador}}(\theta) &= 4\cos(\theta) & 0 < \theta < 90^\circ \\ D_{\text{Alimentador}}(\theta) &= 0 & \text{La resta} \end{aligned} \quad 6.17$$

L'eficiència de desbordament es pot obtenir directament sense haver de recórrer a l'equació 6.16, atès que el diagrama de l'alimentador apunta enterament al reflector, la qual cosa implica que l'eficiència serà igual a la unitat. Matemàticament:

$$\begin{aligned} \eta_s &= \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\beta 4\cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi}{4\pi} = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\pi 4 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) d\theta = \frac{1}{2} \left( \frac{-4}{2} \cos^2(\theta) \right) \Big|_0^\pi = 1 \end{aligned} \quad 6.18$$

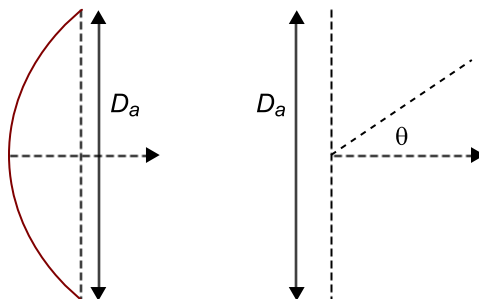
### 3.2.3. Eficiència de radiació

L'eficiència de radiació depèn, com ja s'ha vist (equació 1.3), dels materials que constitueixen l'antena. En el cas del reflector, les capes de pintura protectora provoquen pèrdues en el marge de freqüències elevades (típicament bandes submil·limètriques).

### 3.3. Diagrames de radiació i directivitat

Entre els diferents mètodes per al càlcul del diagrama de radiació, en aquest apartat es presenta un mètode senzill que enllaça amb el mètode de les obertures. L'objectiu és oferir una idea del diagrama de radiació que permeti estimar amb una certa precisió la directivitat associada a un reflector. Amb aquest mètode es pot calcular el diagrama de radiació del reflector a partir d'una obertura circular en un pla conductor infinit, de manera que la il·luminació en el pla d'obertura del reflector és la mateixa que la de l'obertura circular sobre el pla conductor infinit (figura 5).

Figura 5



Esquerra: reflector parabòlic. Dreta: situació equivalent de camps en l'obertura per al càlcul del diagrama de radiació

#### Lectura recomanada

Podeu consultar el desenvolupament de la integració de tot l'espai de la funció directivitat en l'obra següent:

**J. Anguera; A. Pérez (2008).** *Teoria d'antenes*. Enginyeria La Salle ("Estudios Semipresenciales"). ISBN: 978-84-935665-4-8.

#### Vegeu també

Podeu veure l'eficiència de radiació en el mòdul "L'antena en un sistema de telecomunicació" d'aquesta assignatura.

#### Lectura recomanada

Sobre aquesta qüestió, podeu consultar l'obra següent:

**J. W. M. Baars (2007).** *The Paraboloidal Reflector Antenna in Radio Astronomy and Communications: Theory and Practice*. Springer.

#### Vegeu també

Podeu veure el mètode de les obertures en el mòdul "Antenes planes: ranures i antenes microstrip" d'aquesta assignatura.

#### Lectura recomanada

Sobre l'estimació de la directivitat d'un reflector, podeu consultar l'obra següent:

**R. Chatterjee (1998).** *Advanced Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.



S'assumeix que el camp en el pla d'obertura presenta una amplitud donada pel següent:

$$FA(\theta, \varphi) = \int_{\varphi'=0}^{2\pi} \int_{\rho'=0}^{\frac{D_a}{2}} F(\rho', \varphi') e^{jk\rho'\sin\theta\cos(\varphi-\varphi')} \cdot \rho' \cdot d\rho' \cdot d\varphi' \quad 6.19$$

en què  $FA$  indica el factor d'agrupació sense tenir en compte els termes de camp, tal com s'ha considerat. Amb la intenció de simplificar-ne el càlcul, aquesta aproximació resulta vàlida sempre que el factor d'agrupació presenti una directivitat alta, fet habitual, si el reflector és elèctricament gran. D'aquesta manera, els termes de camp introdueixen poca variació en la forma del diagrama.  $F(\rho', \varphi')$  indica l'amplitud del camp en l'obertura en funció de les coordenades en el reflector, que són primades per distingir-les de les espacials que no estan primades. En el cas d'una il·luminació uniforme  $F(\rho', \varphi') = 1$ , el càlcul de la integral se simplifica en l'expressió següent:

$$FA(\theta, \varphi) = \int_{\varphi'=0}^{2\pi} \int_{\rho'=0}^{\frac{D_a}{2}} e^{jk\rho'\sin\theta\cos(\varphi-\varphi')} \cdot \rho' \cdot d\rho' \cdot d\varphi' = \frac{\pi D_a^2}{2} \int_0^1 x J_0(u \cdot x) dx \quad 6.20$$

en què:

$$x = \frac{2\rho}{D_a}, \quad u = \frac{\pi D_a}{\lambda} \sin\theta \quad 6.21$$

i en què  $J_0$  és la funció de Bessel de primera espècie i ordre 0.

Amb tot això s'obté el següent:

$$FA(\theta, \varphi) = \frac{\pi D_a^2}{2} \frac{J_1\left(\frac{\pi D_a}{\lambda} \sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi D_a}{\lambda}\right) \sin\theta} \quad 6.22$$

en què  $J_1$  és la funció de Bessel de primera espècie i ordre 1.

El màxim del diagrama de radiació (equació 6.22) es troba en la direcció  $\theta = 0^\circ$ , és a dir, és normal al pla de l'obertura. D'altra banda, els primers zeros al voltant d'aquest màxim són determinats pel primer zero de  $J_1$ :

$$\theta_{nul} = \sin^{-1}\left(\frac{1,22\lambda}{D_a}\right) \quad 6.23$$

Amb això s'observa que, com més gran és el reflector respecte a la longitud d'ona, més estret és el feix principal del diagrama i, per tant, s'obtindrà una directivitat més gran.

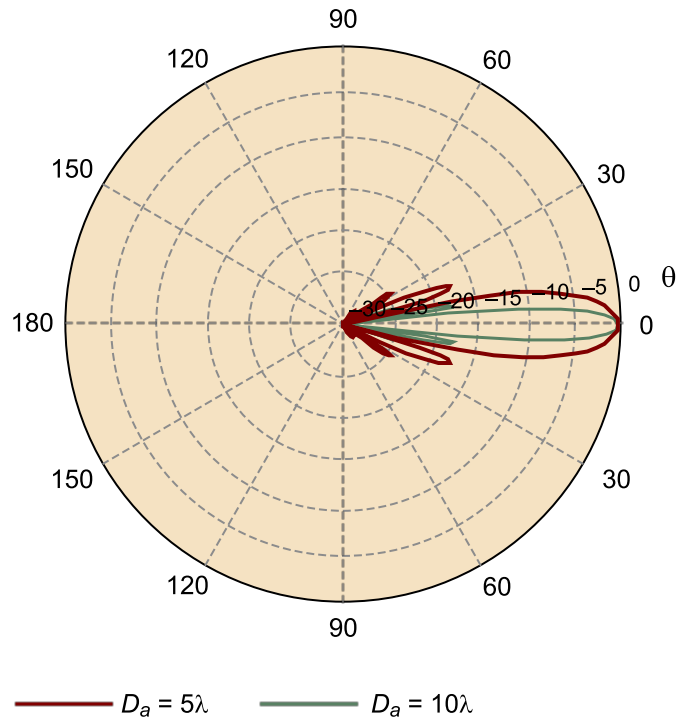
#### Vegeu també

El factor d'agrupació ( $FA$ ) es pot consultar en el mòdul "Agrupacions d'antenes" (equació 6.13) d'aquesta assignatura.

### Exemple pràctic III

Un reflector parabòlic té una grandària de  $D_a = 5\lambda$  i un altre de  $D_a = 10\lambda$ . Els talls del diagrama de radiació calculat segons l'equació 6.22 mostren el tipus de diagrama d'un reflector parabòlic (un diagrama de pinzell), és a dir, amb un feix principal estret (més estret com més gran és l'obertura, figura 6).

Figura 6. Diagrames de radiació per a reflectors parabòlics de diferents grandàries



Finalment, la directivitat d'un reflector resulta senzilla de calcular utilitzant la relació amb l'àrea efectiva:

$$D = \frac{4\pi A_{eff}}{\lambda^2} \quad 6.24$$

en què  $A_{eff}$  representa l'àrea efectiva, que, en el cas dels reflectors, es pot calcular de la manera següent:

$$A_{eff} = A_{geo} \cdot \eta_{il} \cdot \eta_s = \pi \left( \frac{D_a}{2} \right)^2 \cdot \eta_{il} \cdot \eta_s \quad 6.25$$

L'àrea efectiva equival a l'àrea física del pla de l'obertura multiplicat per les eficiències d'il·luminació i desbordament. Per tant, la directivitat del reflector parabòlic és igual a:

$$D = \pi^2 \left( \frac{D_a}{\lambda} \right)^2 \cdot \eta_{il} \cdot \eta_s \quad 6.26$$

### Exemple pràctic IV

Per als reflectors parabòlics de l'exemple anterior ( $D_{a1} = 5\lambda$  i  $D_{a2} = 5\lambda$ ) i considerant unes eficiències d'il·luminació i desbordament  $\eta_{il} = \eta_s = 0,75$ , les directivitats resultants són, segons l'equació 6.26:

$$D_1 = 21,4 \text{ dB i } D_2 = 27,4 \text{ dB.}$$

Observeu que doblar el diàmetre equival a un augment de la directivitat de 6 dB (un factor 4). Això enllaça amb la teoria d'agrupacions, en què doblar la grandària elèctrica d'una agrupació lineal implica un augment de 3 dB de la directivitat. En aquest cas, el problema equival a una agrupació bidimensional. És a dir, que en una agrupació lineal de 10 elements, per exemple, si es vol doblar la directivitat, l'àrea de l'agrupació ha de ser el doble, i això es pot aconseguir amb 20 elements en línia o amb una agrupació de dues columnes de 10 elements.

La directivitat serà la mateixa, però el diagrama de radiació en els plans principals serà diferent. Per tant, es manifesta una vegada més l'analogia de conceptes entre agrupacions i reflectors.

## 4. Lents

Les lents, igual que els reflectors, són un tipus d'arquitectura que necessita un alimentador. L'objectiu de les lents és transformar una radiació poc directiva en una radiació més directiva. Per a això, utilitzen el mateix principi usat pels reflectors que es basa a crear un front d'ona quasi pla. En aquest cas, en lloc d'utilitzar un material conductor, s'utilitza un material dielèctric, si bé es pot sintetitzar un material dielèctric mitjançant conductors amb l'objectiu de reduir el pes de l'estructura dielèctrica.

### Lectures recomanades

Sobre la fabricació de lents amb materials dielèctrics, podeu consultar les obres següents:

**R. S. Elliot** (2003). "Antenna Theory and Design". A: *The IEEE Press Series on Electromagnetic Wave Theory* (edició revisada). John Wiley & Sons.

**C. A. Balanis** (1997). *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley.

**R. Chatterjee** (1998). *Advanced Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

D'altra banda, en l'obra següent es detallen els conceptes bàsics d'un tipus particular de lents, la qual cosa és fàcilment generalitzable a un altre tipus de lents.

**J. Anguera; A. Pérez** (2008). *Teoria d'antenes*. Enginyeria La Salle ("Estudios Semipresenciales"). ISBN: 978-84-935665-4-8.

## 5. Lectures obligatòries i complementàries

### Lectures obligatòries

- **R. Rabelo; M. Teradal; W. Stutzman** (2007, abril). "Analysis of Reflector Antennas through the World Wide web". *IEEE Antennas and Propagation Magazine* (vol. 49, núm. 2, pàg. 112-116).

### Lectures complementàries

- **Y. Rahmat-Samii** (1990, agost). "Array Feeds for Reflector Surface Distortion Compensation: Concepts and Implementation". *IEEE Antennas and Propagation Magazine* (pàg. 20-26).



## Bibliografia

**Anguera, J.; Pérez, A.** (2008). *Teoria d'antenes*. Enginyeria La Salle ("Estudios Semipresenciales"). ISBN: 978-84-935665-4-8.

**Baars, J. W. M.** (2007). *The Paraboloidal Reflector Antenna in Radio Astronomy and Communications: Theory and Practice*. Springer.

**Balanis, C. A.** (1997). *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley.

**Chatterjee, R.** (1998). *Advanced Microwave Engineering*. John Wiley & Sons.

**Elliot, R. S.** (2003). "Antenna Theory and Design". A: *The IEEE Press Series on Electromagnetic Wave Theory* (edició revisada). John Wiley & Sons.

