

Modulaciones digitales de fase continua (CPM)

Francesc Rey
Francesc Tarrés

PID_00194508

Índice

Introducción	5
Objetivos	6
1. Conceptos básicos	7
1.1. Motivación de las modulaciones CPM	7
1.2. Modelo de señal de las modulaciones CPM	10
2. Modulación <i>offset</i>-QPSK (OQPSK)	15
3. Modulaciones CPFSK (<i>continuous phase FSK</i>)	18
4. Modulación MSK (<i>minimum shift keying</i>)	21
5. Modulación GMSK (<i>gaussian MSK</i>)	24
Conclusiones	27
Actividades	29
Bibliografía	30

Introducción

En asignaturas básicas de la carrera, se han estudiado las modulaciones digitales más clásicas todos ellos clasificadas dentro de las llamadas *modulaciones lineales*. A pesar de que el uso de estas modulaciones está muy extendido en la mayoría de los sistemas de comunicaciones, no completan la lista de posibles modulaciones, y en algunos casos es necesario recurrir a modulaciones más complejas. Las modulaciones de envolvente constante, como su nombre indica, están caracterizadas por el hecho de que la envolvente de la señal es constante. Esta característica las hace muy robustas frente a las no-linealidades que puedan existir en la cadena de radiofrecuencia.

Como se verá en el módulo, en un escenario real no basta con garantizar que una modulación sea robusta frente a las no-linealidades, sino que hay que tener en cuenta su espectro, factor que impactará directamente en la eficiencia espectral de la modulación. Las modulaciones de envolvente constante no garantizan un buen control del espectro, por lo que habrá que buscar alternativas en modulaciones que, siendo robustas frente a las no-linealidades, concentren además la potencia en una parte del espectro. La solución serán las modulaciones de fase continua CPM. Como se verá, estas modulaciones pueden ser espectralmente eficientes y, a la vez, eficientes en potencia.

La primera parte del módulo buscará motivar la necesidad de las modulaciones CPM así como clasificarlas. El resto del módulo está estructurado como una evolución natural desde la modulación lineal más simple, las QPSK, hasta modulaciones CPM más complejas, como la GMSK, pasando por las modulaciones OQPSK, CPFSK y MSK. El objetivo será ir presentándolas de forma progresiva e indicando, para cada una de ellas, los rasgos diferenciadores que las hacen útiles, así como sus puntos débiles y limitaciones. Las siglas CPM no denotan una modulación en sí misma, sino una familia de modulaciones. Esta familia es muy amplia y no se estudiará por completo en este módulo. El objetivo será presentar una clasificación de las modulaciones CPM y describir brevemente una de las más complejas que se pueden encontrar en algunos sistemas de comunicaciones comerciales cotidianos. Por este motivo se presentará la modulación GMSK, ya que forma parte del sistema de telefonía móvil GSM y del sistema de telefonía inalámbrica DECT.

Objetivos

Los objetivos que ha de alcanzar el estudiante al acabar este módulo didáctico son los siguientes:

1. Conocer los efectos que sufre una señal cuando atraviesa una no-linealidad principalmente producida en los amplificadores de potencia.
2. Argumentar las principales razones que justifican el uso de modulaciones de envolvente constante y de modulaciones de fase continua.
3. Conocer la estructura de las modulaciones CPM y poder hacer una clasificación de las diferentes familias de modulaciones CPM.
4. Enunciar las principales características y diferencias de las modulaciones OQPSK, FSK, CPFSK, MSK y GMSK.
5. Comprender las ventajas obtenidas en cuanto al ancho de banda cuando se trabaja con modulaciones CPM.

1. Conceptos básicos

1.1. Motivación de las modulaciones CPM

Las modulaciones clásicas estudiadas en anteriores asignaturas de la carrera (por ejemplo, las modulaciones QPSK o QAM) modulan la amplitud y/o la fase de la señal portadora para transmitir la secuencia de bits de información. Una característica de estas modulaciones son los cambios en la amplitud de la señal que se producen a lo largo del tiempo, que hacen que la señal de radiofrecuencia (RF) no sea de envolvente constante*. El principal problema de las señales que no son de envolvente constante es que, cuando atraviesan una no-linealidad, se producen alteraciones en la señal que degradan sustancialmente la calidad de la comunicación. En consecuencia, las modulaciones que transmiten la información a través de su amplitud, como puede ser la modulación QAM, no son adecuadas para su uso en sistemas con fuertes no-linealidades en la cadena de transmisión.

* En el caso de la modulación QPSK, la señal sí que es de envolvente constante cuando el pulso conformador es un pulso rectangular, condición que nunca se aplica en transmisiones reales sobre canales de banda limitada, puesto que, o bien se utilizan pulsos de Nyquist –generando una señal que no es de envolvente constante–, o bien se utiliza un pulso rectangular y se filtra la señal con un filtro de paso bajo, rompiendo la propiedad de envolvente constante.

Si analizamos en qué punto o puntos de la cadena de transmisión podemos hallar no-linealidades, encontraremos que es el amplificador de potencia el punto más crítico. Cuando los amplificadores tienen que trabajar al límite de sus prestaciones para poder proporcionar la máxima potencia en transmisión, entran en saturación y se comportan como dispositivos no lineales. Las principales alteraciones que se producen en la señal que no es de envolvente constante, al atravesar un amplificador no lineal, son una distorsión de la constelación y un recrecimiento del espectro. Ambos problemas los presentaremos brevemente con objeto de entender la necesidad de las modulaciones CPM.

Cuando una modulación atraviesa una no-linealidad, se produce una distorsión que se presenta en forma de distorsión en el módulo (amplitud) de los símbolos, debido a que la relación *amplitud de entrada - amplitud de salida* del amplificador deja de ser lineal (técnicamente se habla de la relación AM-AM), y también se manifiesta en forma de distorsión en la fase de los símbolos, porque el amplificador introduce un desfase que es función de la amplitud de la señal (técnicamente se habla de la relación AM-PM). Es importante aclarar que cuando hablamos de *amplitud* nos referimos al valor de la envolvente de la señal. La figura 1 ilustra el comportamiento de un amplificador no lineal y de la señal a la salida de ese amplificador cuando a la entrada tenemos una señal de envolvente constante y cuando tenemos una señal que no es de envolvente constante. Como se puede apreciar, cuando la señal no es de envolvente constante, a la salida del amplificador la envolvente de la señal se ve modificada. En el ejemplo, se ilustra una constelación 16QAM y se puede ver cómo a la salida la constelación se ve distorsionada con un cambio de amplitud y un giro de fase debidos a los efectos AM-AM y AM-PM del amplificador.

En el segundo caso, cuando la señal es de envolvente constante, se aprecia que la señal a la salida no se ve modificada (sólo amplificada y desfasada) y, por lo tanto, la información no se ve alterada al pasar por el dispositivo no lineal.

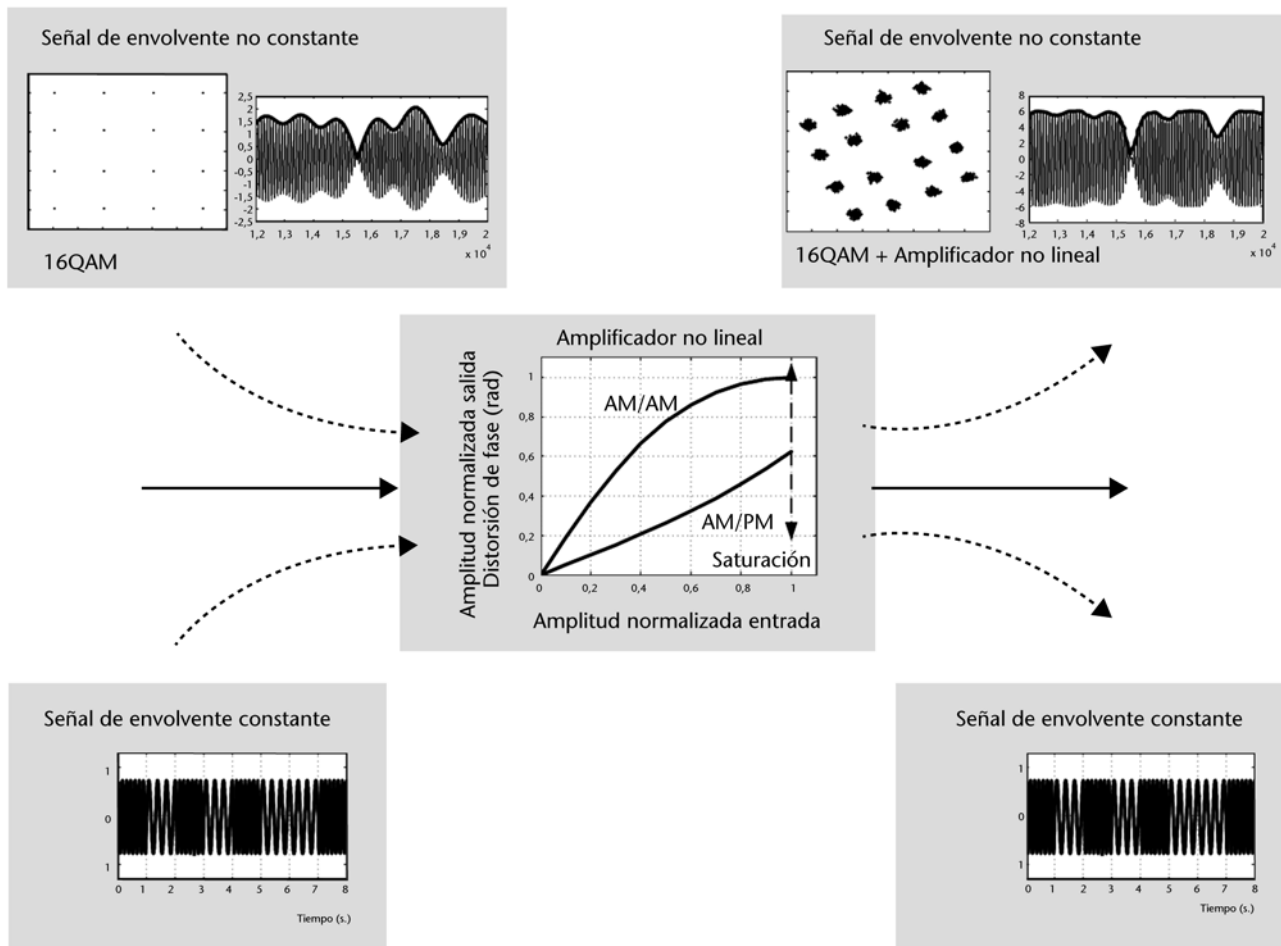


Figura 1. Comportamiento de un amplificador no lineal sobre una señal de envolvente no constante y sobre una señal de envolvente constante.

Como ya se ha comentado, un segundo efecto resultante de amplificar una señal de RF que no es de envolvente constante con un amplificador no lineal en un punto de trabajo cercano a la saturación es que se produce un recrecimiento espectral (ensanchamiento del ancho de banda que ocupa la señal), lo que genera espurios fuera de la banda. Como el espectro de potencia de todo transmisor tiene que cumplir con una máscara espectral impuesta por los organismos reguladores, hay que tener especial cuidado en el espectro de la señal tanto a la entrada como a la salida del amplificador, y velar por que el recrecimiento espectral sea el mínimo posible. La figura siguiente ilustra con un ejemplo el efecto de recrecimiento espectral a la salida de un amplificador no lineal.

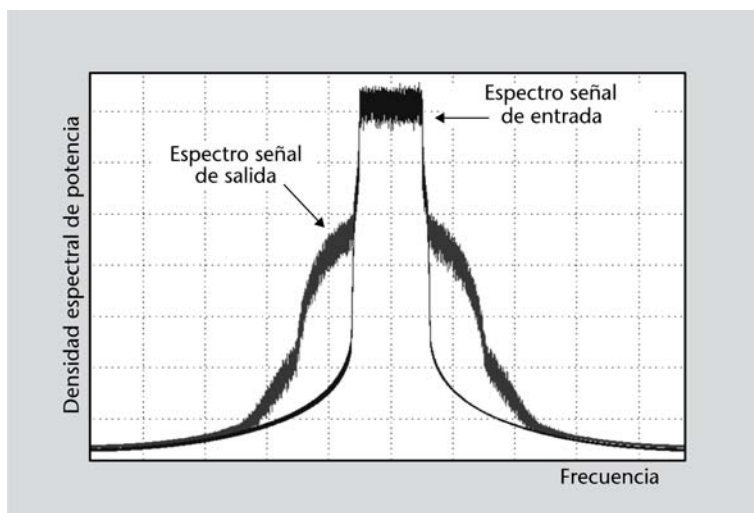


Figura 2. Ejemplo de recrecimiento espectral a la salida de un amplificador no lineal.

Teniendo un conocimiento preciso de las distorsiones provocadas por los amplificadores no lineales, podemos buscar modulaciones que presenten un buen comportamiento frente a estos dispositivos. A partir de los aspectos anteriormente comentados, podemos fijar los requerimientos de las nuevas modulaciones:

- **Señales de envolvente constante.** Como hemos visto, cuando la señal es de envolvente constante, los amplificadores no lineales no distorsionan los símbolos de información. Por lo tanto, se buscarán modulaciones con esta propiedad.
- **Señales espectralmente eficientes.** El espectro es un recurso limitado y, por lo tanto, a la hora de buscar nuevas modulaciones, se tendrá en cuenta el ancho de banda de la señal resultante. Para conseguir modulaciones con un ancho de banda reducido, aparte del requerimiento de envolvente constante, exigiremos que la señal no presente cambios instantáneos bruscos (discontinuidades), que se traducirán en un ensanchamiento del espectro.

Como consecuencia de los dos puntos anteriores, hay que considerar modulaciones que garanticen la eficiencia en potencia del sistema y que, a la vez, hagan un uso eficiente del ancho de banda. La condición de envolvente constante, a pesar de resolver el problema de las no-linealidades, no será suficiente para garantizar un uso eficiente del espectro. Así pues, habrá que añadir una segunda restricción a las modulaciones para mantener el espectro lo más concentrado posible: que sean de fase continua (CPM).

Ejemplo

A modo de ejemplo, podemos citar dos sistemas de comunicaciones en los que el amplificador es crítico y, por lo tanto, en los que hay que considerar modulaciones CPM. El primer ejemplo lo encontramos en comunicaciones por satélite, donde los amplificadores del satélite tienen que ofrecer mucha potencia para vencer la distancia entre el satélite y tierra, y a la vez han de ser eficientes en potencia, puesto que el recurso de energía en

Como se verá a lo largo del módulo, las modulaciones CPM, que también son de envolvente constante, serán pues una alternativa a las modulaciones lineales clásicas, lo que justifica su análisis en este módulo didáctico. Es importante remarcar que las modulaciones CPM constituyen una familia de modulaciones con un amplio abanico de variantes. En este curso veremos sólo aquellas modulaciones más conocidas y de uso extendido en algunos sistemas de comunicaciones.

el satélite es muy escaso. Por los dos motivos anteriores, a estos amplificadores, llamados técnicamente *amplificadores de tubo de ondas progresivas* (TWTA), capaces de dar mucha potencia, se les exige trabajar cerca de saturación y, por lo tanto, presentan fuertes no linealidades. Este hecho justifica que históricamente se haya utilizado la modulación FM (modulación analógica de envolvente constante) en las comunicaciones por satélite y que sea poco habitual encontrar en comunicaciones por satélite modulaciones diferentes de la QPSK o la 8-PSK. A pesar de que el uso de las modulaciones CPM no está muy extendido en este ámbito, en futuros sistemas de comunicaciones por satélite se está planteando seriamente el uso de las modulaciones de envolvente constante y CPM.

Un segundo ejemplo lo encontramos en sistemas de telefonía móvil. En este caso, debido al hecho de que los terminales tienen que ser de bajo coste, se ha de contar con amplificadores sencillos y económicos que pueden presentar problemas de linealidad. Por este motivo, encontramos modulaciones CPM (la modulación GMSK es una modulación de fase continua) en el sistema de telefonía móvil GSM y en el sistema de telefonía inalámbrica DECT.

1.2. Modelo de señal de las modulaciones CPM

Una modulación de fase continua es una modulación de envolvente constante que tiene la siguiente forma de onda:

$$s_{CPM}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi(t, \alpha) + \phi_o) \quad (1)$$

donde A_c es la amplitud de la señal portadora que fija la potencia de la señal transmitida, f_c es la frecuencia portadora, ϕ_o corresponde a una constante de fase arbitraria y $\phi(t, \alpha)$ contiene la moduladora de fase. La expresión genérica de (1) es válida para cualquier modulación de envolvente constante. Para garantizar que la modulación es de fase continua, hay que introducir una restricción a la función $\phi(t, \alpha)$: que ésta sea continua. Para poder garantizar esta restricción, la función $\phi(t, \alpha)$ viene dada por la expresión:

$$\phi(t, \alpha) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n \cdot h \cdot q(t - nT_b) \quad (2)$$

donde α_n es una secuencia de símbolos i.i.d. que corresponden a los símbolos de la información que se ha de transmitir, h es el índice de modulación y $q(t)$ es el pulso que define cómo evoluciona la fase a lo largo del tiempo. A pesar de que por completitud nos referimos a α_n como una secuencia de símbolos, la mayoría de modulaciones CPM a la práctica son binarias y, por lo tanto, podremos leer α_n como secuencia de bits de información y $T = T_b$ la duración de un bit. La característica de este pulso será muy importante a la hora de perfilar el espectro de la señal modulada. La implementación de un modulador CPM, en el que se tiene que garantizar continuidad de fase al cambiar de símbolo, a menudo se realiza utilizando un modulador de FM que, al presentar un integrador sobre la señal de entrada, garantiza la continuidad de la fase de la señal modulada. En consecuencia, será importante introducir en el diseño la derivada del pulso $q(t)$, que denotaremos como $g(t)$:

$$g(t) = \frac{dq(t)}{dt}; \quad q(t) = \int_{-\infty}^t g(\lambda) d\lambda \quad (3)$$

En la figura 3 se ilustra el esquema de un modulador CPM que genera la señal de la ecuación (1). A partir de la secuencia de los símbolos α_n , que corresponde a los símbolos de información que se quieren transmitir, se genera una señal con modulación PAM utilizando el pulso conformador $g(t)$ y que denominaremos $x(t)$:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n \cdot g(t - nT_b) \quad (4)$$

Esta señal $x(t)$ es una señal continua en tiempo (siempre que el pulso $g(t)$ garantice esta condición) y constituirá la frecuencia instantánea de la modulación CPM. Multiplicando esta señal $x(t)$ por el índice de modulación y utilizando un modulador de FM convencional, conseguiremos generar la señal CPM $s_{CPM}(t)$ definida en la ecuación (1). Utilizando las expresiones (2)-(4) y el bloque modulador de FM, demostraremos a continuación que la señal a la salida del modulador se corresponde con la forma de onda de la ecuación (1).

$$\begin{aligned} s_{CPM}(t) &= A_c \cos \left(2\pi f_c t + 2\pi h \int_{-\infty}^t x(\lambda) d\lambda + \phi_o \right) \\ &= A_c \cos \left(2\pi f_c t + 2\pi h \int_{-\infty}^t \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n \cdot g(\lambda - nT) d\lambda + \phi_o \right) \\ &= A_c \cos \left(2\pi f_c t + 2\pi h \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n \cdot q(t - nT) + \phi_o \right) \\ &= A_c \cos(2\pi f_c t + \phi(t, \alpha) + \phi_o) \end{aligned}$$

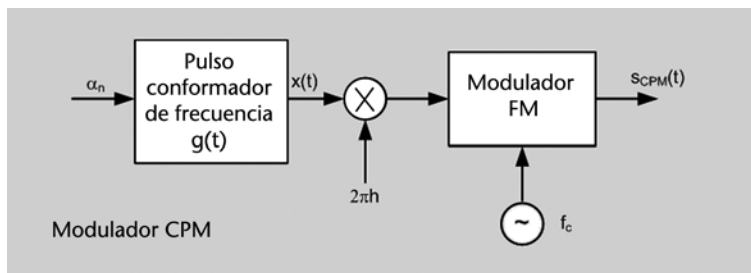


Figura 3. Modulador CPM.

Observad que la modulación CPM estará controlada por la fase $\phi(t, \alpha)$ definida en la ecuación (2). Esta fase está parametrizada por el índice de modulación h y el pulso $q(t)$, o equivalentemente $g(t)$. Por lo tanto, fijando valores para estos dos parámetros, se pueden obtener familias de modulaciones CPM. Así pues, podemos hacer algunas clasificaciones para las modulaciones CPM según estos parámetros:

- **Full response CPM frente a partial response CPM.** Cuando la duración del pulso $g(t)$ coincide con la duración de un símbolo de información (es decir, cuando $g(t) = 0$ para $t > T$), la señal CPM se denomina “de respuesta completa” o *full response CPM*. Por el contrario, si la duración del pulso $g(t)$ es más grande que el tiempo de símbolo (cuando $g(t) \neq 0$ para $t > T$), la señal CPM

se denomina “de respuesta parcial” o *partial response CPM*. La figura 4 muestra algunos ejemplos de forma de pulso para $g(t)$ y su función $q(t)$ asociada.

- **Modulaciones CPFSK** (del inglés *continuous phase frequency shift keying*). La subclase de modulaciones *full response CPM* con pulso $g(t)$ rectangular e índice de modulación arbitrario se denominan *modulaciones CPFSK*. A pesar de que se presentan en este tema como una subfamilia de las modulaciones CPM, históricamente aparecieron primero (como extensión de las modulaciones de frecuencia FSK).
- **Modulaciones MSK**. La subclase de modulaciones *full response CPM* con índice de modulación $h = 0,5$ se denominan de forma generalizada *modulaciones MSK* (del inglés *minimum shift keying*). Típicamente se utiliza el pulso rectangular para la función $g(t)$ y, por lo tanto, la modulación MSK siempre se entiende como una modulación CPM con índice de modulación $h = 0,5$ e pulso $g(t)$ rectangular de duración T . Cuando se utiliza un pulso diferente (poco habitual), se indica explícitamente.
- **Modulación GMSK** (del inglés *gaussian minimum shift keying*). Dentro de la subclase de modulaciones *partial response CPM*, la más popular es la modulación GMSK, que analizaremos en este módulo y que se obtiene utilizando un filtro gaussiano para conformar el pulso $g(t)$. El motivo por el que se utiliza este pulso es que se conseguirá una modulación con menores lóbulos secundarios del espectro y, por lo tanto, espectralmente más eficiente.
- **Modulaciones L-REC y L-RC**. Denotando L la duración del pulso en tiempo de símbolo ($T = L \cdot T$) y utilizando las siglas REC para referirse a un pulso $g(t)$ rectangular y RC para denotar un pulso $g(t)$ coseno realzado (*raised cosine*), se puede hablar de forma genérica de las modulaciones L-REC y L-RC. Como en el caso de GMSK, la introducción de pulsos más suaves (diferentes del rectangular) vendrá justificada por el hecho de que se obtendrán modulaciones espectralmente más eficientes (los lóbulos secundarios se reducirán).

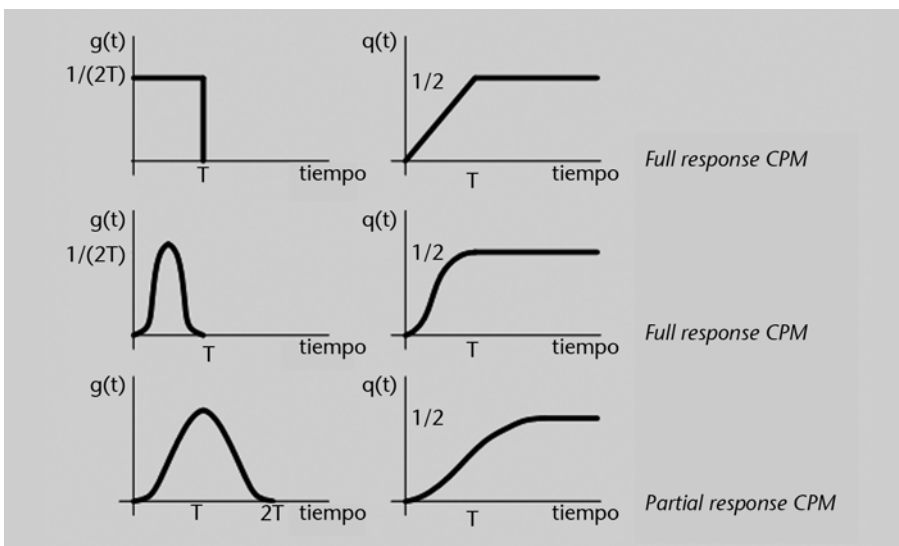


Figura 4. Ejemplos de pulsos $g(t)$ y $q(t)$ por modulaciones CPM de respuesta completa y de respuesta parcial.

A partir de los pulsos de la figura 4 y de la ecuación (2), se puede ver que un símbolo (bit) α_n contribuye a la fase total de la señal CPM, $2\pi \cdot \alpha_n \cdot h \cdot q(t - nT)$, y que pasados T segundos (donde T es la duración del pulso $g(t)$), el bit α_n mantiene para siempre una contribución a la fase de la señal de $\pi \cdot \alpha_n \cdot h$ radianes. En consecuencia, la fase en un instante determinado no depende sólo del bit actual, sino también del valor de todos los bits pasados, lo que genera una modulación con memoria, característica de todas las modulaciones CPM.

Para ayudar a comprender la existencia de esta memoria, así como la propiedad de continuidad de fase de las modulaciones CPM y la manera de diseñar el detector óptimo, es frecuente representar el diagrama de Trellis de su fase. El diagrama de Trellis de la fase de una modulación de fase continua representa todas las posibles trayectorias que puede recorrer la fase instantánea de la señal modulada en función de las posibles secuencias de símbolos de información α_n . La figura siguiente ilustra dos ejemplos de las posibles trayectorias de fase en radianes para una modulación CPFSK y una modulación GMSK. Se puede apreciar la continuidad de fase (característica de la modulación CPM) y la evolución de la fase con cambios más bruscos (CPFSK) o más suaves (GMSK), dependiendo del pulso $g(t)$. Como se verá más adelante, la suavidad en las variaciones de la fase se traducirá en un ancho de banda de la señal CPM más estrecho y, en consecuencia, en una mejor eficiencia espectral.

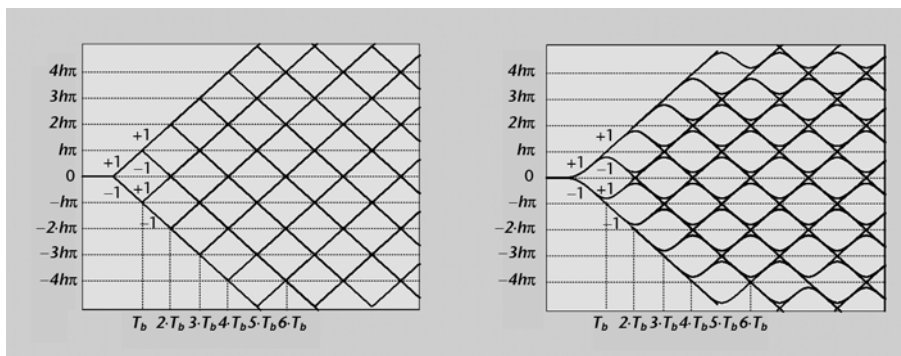


Figura 5. Trayectorias de fase (en radianes) de modulaciones CPM binarias $T = T_b$. Modulación CPFSK (izquierda) y modulación GMSK (derecha).

El hecho de que la modulación sea con memoria (cosa que se aprecia claramente en las figuras anteriores) será determinante a la hora de plantear esquemas para desmodular la señal CPM. El detector óptimo de una modulación CPM se implementará mediante un algoritmo que estime la secuencia de bits más probable a partir de la secuencia de fases recibida (estimador MLSE, *maximum likelihood sequence estimator*), en contraposición a los detectores utilizados en las modulaciones lineales sin memoria, en los que una detección bit a bit es óptima. Una opción subóptima (más sencilla desde un punto de vista de implementación) será implementar un descodificador de fase diferencial. Si la duración del pulso es de un tiempo de bit $T = T_b$, cuando se transmite un +1 se producirá un incremento de fase de $\pi \cdot h$ radianes pasados T_b segundos, mientras que si se transmite un -1 se producirá un decremento de fase de $\pi \cdot h$ radianes pasado ese tiempo. Por lo tanto, detectada la variación de fase entre dos instantes de tiempo, se puede estimar el bit transmitido. La estrategia an-

terior resulta subóptima debido a la presencia de ruido angular, que provoca errores en la detección que degradan las prestaciones. Además, hay que advertir que la degradación será superior en modulaciones de respuesta parcial (por ejemplo GMSK) debido a que el pulso se alarga más de un período de bit haciendo más compleja y sensible a error la decodificación diferencial. Por este motivo, el estimador MLSE implementado mediante el algoritmo de Viterbi acostumbra a ser el esquema clásico para desmodular las modulaciones CPM.

2. Modulación *offset*-QPSK (OQPSK)

Antes de empezar este apartado, hay que dejar claro que la modulación *offset*-QPSK no es una modulación de fase continua. A pesar de ello, su descripción se incluye en este módulo, puesto que facilita la justificación del uso de las modulaciones CPM y al mismo tiempo, como se verá más adelante, permitirá formular en términos de OQPSK la modulación MSK, que sí que es una modulación de fase continua.

Idealmente, la modulación QPSK, que es ampliamente utilizada por su simplicidad, y en general, las modulaciones M-PSK, son modulaciones de envolvente constante y, por lo tanto, potencialmente serían robustas frente a las no-linealidades de los amplificadores de potencia. Sin embargo, para que esta modulación sea de envolvente constante, hace falta que el pulso conformador sea un pulso rectangular. Como ya se ha discutido en otros cursos, el pulso rectangular no es adecuado para comunicaciones digitales cuando el canal está limitado en banda, debido a que espectralmente es muy ineficiente (típicamente hay una máscara espectral que se debe cumplir para no inyectar potencia interferente fuera de la banda asignada a un servicio). Para resolver la ineficiencia del espectro de la QPSK con pulso rectangular, se pueden sugerir dos alternativas:

1) Utilizar un pulso rectangular y posteriormente filtrar la señal con un filtro de paso bajo que reduzca la ocupación fuera de banda. En este primer caso, hay que observar que después del filtro paso bajo el pulso conformador deja de ser rectangular (al verse filtrado por el filtro de paso bajo).

2) Utilizar pulsos de Nyquist con un cierto *roll-off*, que garantizan que la señal está limitada en banda. Esta segunda opción es preferible a la primera, puesto que, al tener más control sobre el espectro, es espectralmente más eficiente.

Independientemente de la solución adoptada, el problema que aparece al dejar de utilizar un pulso conformador rectangular es que la señal deja de ser de envolvente constante y, por lo tanto, será sensible a las no-linealidades de los amplificadores. Como ya se ha descrito en la introducción de este módulo, los efectos de las no-linealidades sobre la señal son una distorsión de los símbolos y un recrecimiento espectral. Hay que notar que este ensanchamiento del ancho de banda, al atravesar la no-linealidad, actúa en contra de la limitación del espectro que se perseguía con el filtro de paso bajo o con los pulsos de Nyquist, con el agravante de que el recrecimiento espectral puede ser muy grande si el amplificador trabaja cerca de la saturación.

A continuación, analizaremos el problema de la QPSK y buscaremos la forma de reducir el efecto del recrecimiento espectral provocado por las no-linealidades de un amplificador potencial. Hay que tener presente que el recrecimiento espectral será mayor cuanto mayores sean las fluctuaciones de envolvente de la señal (conceptualmente, podríamos decir que cuanto menos de “envolvente constante” sea la señal) y, por lo tanto, habrá que reducir al máximo las fluctuaciones de fase. Un análisis de la envolvente de la señal muestra que, en el caso de la QPSK (donde los símbolos pueden tomar los valores de fase $\pi/4$, $3\pi/4$, $5\pi/4$ y $7\pi/4$), se pueden producir saltos de fase de hasta π radianes (por ejemplo, cuando transmitimos el símbolo de fase $\pi/4$ y seguidamente transmitimos el símbolo de fase $5\pi/4$), que pueden generar grandes fluctuaciones de envolvente (instantáneamente la envolvente puede llegar a cero). La figura 6 ilustra un ejemplo de una señal modulada con QPSK en la que se ven las fluctuaciones de envolvente. Se puede observar que la envolvente de la señal se hace cero en algunos instantes de tiempo.

Una estrategia para reducir estas fluctuaciones de envolvente y, en consecuencia, el recrecimiento espectral, es limitar los saltos de fase y evitar que se produzcan saltos de π radianes. Desplazando a la componente en cuadratura con respecto la componente en fase de medio tiempo de símbolo ($T_s/2$ segundos), garantizamos que la componente en fase y la componente en cuadratura no puedan cambiar simultáneamente. El resultado es que se produzca un cambio de fase cada $T_s/2$ segundos (en el que cambien alternadamente la fase y la cuadratura), pero que este salto instantáneo de fase no exceda nunca de $\pm\pi/2$ radianes. Observad que esta simple estrategia no afecta a la velocidad de transmisión ni modifica el espectro de la señal (el pulso conformador que será responsable de la forma del espectro continúa siendo el mismo), pero permite reducir las fluctuaciones de envolvente. Esta modulación recibe el nombre de *offset-QPSK* (OQPSK) o *staggered QPSK*, y matemáticamente tiene la siguiente forma de onda:

$$s_{\text{OQPSK}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_i(n) p(t - nT_s) \cos(2\pi f_c t + \phi_o) - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_q(n) p(t - nT_s - T_s/2) \sin(2\pi f_c t + \phi_o)$$

La figura 6 ilustra un ejemplo de una señal modulada con OQPSK en la que se ven los símbolos transmitidos y las fluctuaciones de envolvente. Se puede apreciar cómo las fluctuaciones de fase son menores debido a que los saltos de fase instantáneos, a diferencia de los de la QPSK, son sólo de $\pm\pi/2$.

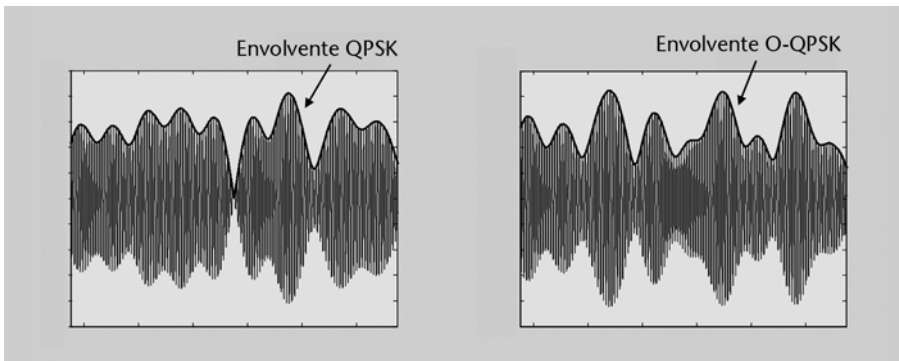


Figura 6. Comparación de las envolventes de modulación QPSK (izquierda) y modulación O-QPSK (derecha). Pulso de Nyquist con *roll-off* 0.

El esquema de detección para la modulación OQPSK no es muy diferente del de la modulación QPSK. Sólo habrá que corregir el retraso de medio símbolo aplicado a la rama de cuadratura antes de la desmodulación, y posteriormente desmodular la señal del mismo modo que se haría con la QPSK. En consecuencia, el receptor será un poco más complejo, puesto que habrá que estimar y corregir este retraso relativo entre ramas. Con respecto a la curva de probabilidad de error para la OQPSK, dado que el esquema de detección será el mismo, la probabilidad de error será la misma que para la QPSK:

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$$

Como se puede apreciar en la figura 6, la modulación OQPSK no es de envolvente constante y no será robusta frente a las no-linealidades. A pesar de esto, cuando la no-linealidad no sea muy severa, esta solución de compromiso, que permite reducir las fluctuaciones de envolvente con respecto a la modulación QPSK manteniendo la simplicidad de la modulación, será una solución válida. Este motivo justifica que la OQPSK sea una modulación que puede hallarse en algunos sistemas de comunicaciones. Ahora bien, frente a fuertes no-linealidades y/o cuando haya que tener especial cuidado del espectro, la OQPSK no será la modulación más adecuada, y será necesario encontrar nuevas modulaciones más robustas frente a las no-linealidades. Una vez vista la mejora obtenida eliminando los saltos de fase de π radianes y limitando estos saltos a $\pm\pi/2$, podemos pensar que la estrategia a seguir para diseñar modulaciones más avanzadas será actuar sobre los saltos de fase. En efecto, el paso natural será diseñar una modulación que sea continua en fase (CPM) y, por lo tanto, que elimine por completo los saltos en la fase. El resultado será una modulación más robusta frente a las no-linealidades y, a la vez, con un mejor control del espectro.

3. Modulaciones CPFSK (*continuous phase FSK*)

La modulación FSK de fase continua es una variante de las modulaciones digitales de frecuencia (FSK) con la restricción de que no haya saltos de fase entre símbolos. De este modo, tal como se ha justificado en el apartado anterior, podremos diseñar una modulación que sea espectralmente eficiente (los saltos de fase provocan un incremento de los lóbulos del espectro). Esta condición, impuesta en el diseño, hará que la modulación sea de fase continua y, por esta razón, que se pueda estudiar como un caso particular de las modulaciones CPM (la modulación CPFSK responde a una modulación *full response CPM* con pulso $g(t)$ rectangular e índice de modulación arbitrario). A pesar de que en este módulo se presente como una variante de las modulaciones CPM, históricamente la modulación CPFSK se formuló como un caso particular de las modulaciones FSK y es anterior a las modulaciones CPM.

En las modulaciones FSK, los símbolos de información determinan directamente la frecuencia instantánea de la señal modulada. Los bits se agrupan en símbolos de b bits para dar lugar a un conjunto de $M = 2^b$ frecuencias diferentes. Sin pérdida de generalidad, trataremos en este módulo de las modulaciones de frecuencia binarias ($b = 1, M = 2$), puesto que gran parte de los sistemas de comunicaciones basados en modulaciones FSK y CPM son binarios. Asumiendo, por lo tanto, el caso binario, las posibles frecuencias instantáneas son:

$$f_i(n) = f_c + f_d \alpha_n \quad (5)$$

donde f_d es la desviación de frecuencia y tiene unidades de Hz/V. Estos valores de frecuencia instantánea generan una modulación FSK de frecuencia constante dentro del período correspondiente a cada símbolo, pero como se puede apreciar en la figura 8, no garantizan que la modulación presente continuidad de fase al cambiar de símbolo (ved la figura correspondiente a la 2FSK).

Como ya se ha discutido anteriormente, resultará interesante garantizar la continuidad de fase con el objetivo de mantener el espectro confinado dentro del ancho de banda de transmisión, lo que conseguirá modulaciones espectralmente eficientes. La forma práctica de conseguir que la frecuencia instantánea responda a la ecuación (5) y, a la vez, de garantizar la continuidad de fase entre símbolos, será utilizando un modulador de frecuencia (modulador de FM), tal como se presentó en la figura 3. Debido al integrador de la señal de entrada, presente en un modulador de FM, la continuidad de la fase de la señal modulada quedará garantizada.

La frecuencia instantánea resultante para la señal $s_{CPM}(t)$ de la figura 3 es $f_i = f_c + h \cdot x(t)$, y por lo tanto, las condiciones de frecuencia instantánea de (5) se logran si el pulso $g(t)$ es un pulso rectangular (con amplitud $A = 1/(2 \cdot T_b)$), e identificando la siguiente relación entre la desviación de frecuencia f_d y el índice de modulación h : $f_d = h/(2 \cdot T_b)$.

En la figura 7, se muestra un tramo de la señal temporal modulada en 2CPFSK. La fase de la señal modulada se mantiene continua incluso en las transiciones de símbolo. En la figura, se pueden apreciar dos tipos de símbolos: los de frecuencia más grande, correspondientes a la transmisión de un bit '1', y los de frecuencia más pequeña, correspondientes a la transmisión de un bit '0'.

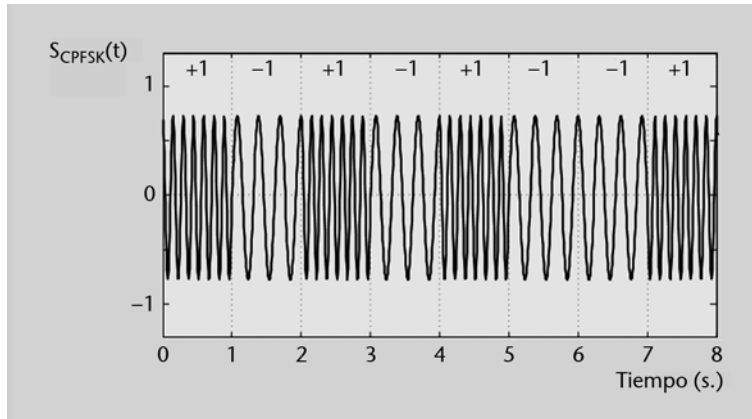


Figura 7. Ejemplo de modulación 2CPFSK. Señal temporal durante la transmisión de los bits {1 0 1 0 1 0 0 1}.

Para ver la repercusión que tiene la continuidad de fase sobre la acotación de ancho de banda, se muestra en la figura 8 el espectro (obtenido mediante simulaciones) para una modulación 2FSK con saltos de fase y para una modulación 2CPFSK. Las dos señales tienen igual potencia y se ha elegido idéntico valor de desviación de frecuencia. En la parte izquierda de la figura se muestra la forma de onda en tiempo de las dos modulaciones binarias. Esta representación en el dominio del tiempo permite visualizar las discontinuidades de señal (o saltos de fase) para la modulación a 2FSK en las transiciones de símbolo. Asimismo, se puede ver que hay continuidad de fase para la modulación 2CPFSK. A la derecha, se puede comparar el espectro de las dos modulaciones. con lóbulo principal más ancho para la modulación 2FSK (y con una raya espectral), y donde se puede ver la mejora que representa para el espectro el hecho de mantener la fase continua (repercute en un lóbulo principal más estrecho en 2CPFSK con respecto a 2FSK y que no presenta rayas espectrales).

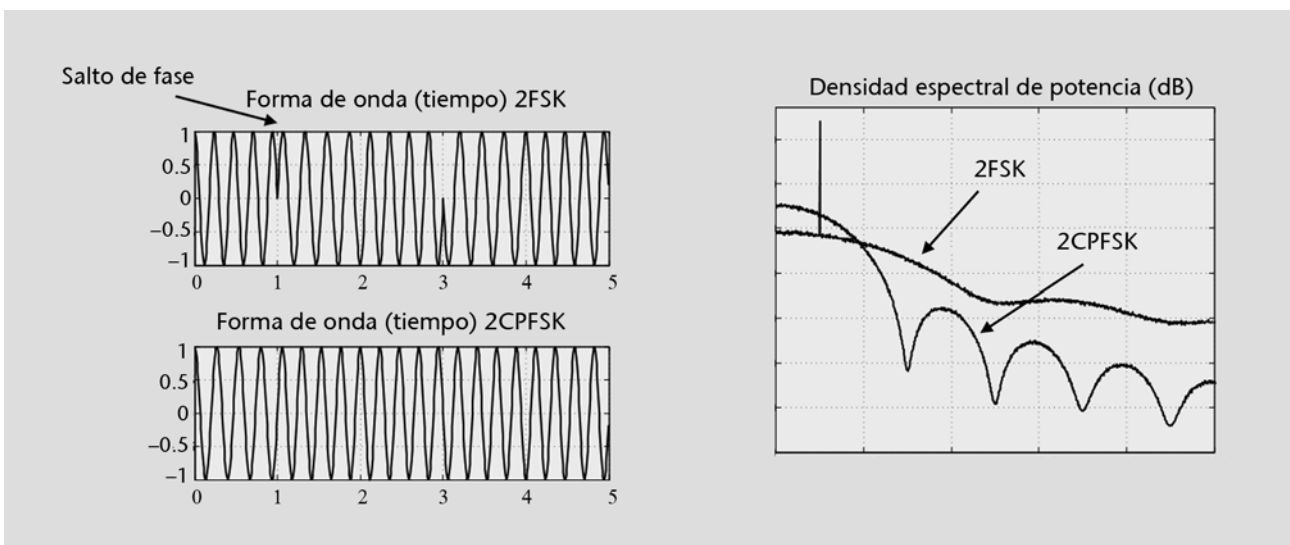


Figura 8. Comparación de las modulaciones 2FSK y 2CPFSK. Forma de onda (izquierda) y densidad espectral de potencia en decibelios con respecto de la frecuencia normalizada a la velocidad de símbolo (derecha).

Una diferencia entre la modulación 2FSK y la modulación CPFSK es que la primera no tiene memoria (la fase de la señal sólo depende del bit de información que se está enviando), mientras que la segunda tiene memoria (la fase instantánea depende del bit de información que se está enviando y de los bits pasados). Esta memoria, responsable de garantizar la continuidad de fase en la transición entre símbolos, comportará un incremento sustancial en la complejidad a la hora de implementar los receptores y de analizar la modulación. Una excepción será la modulación MSK, que como ya se ha comentado cuando se ha hecho la clasificación de las modulaciones CPM, es un caso particular de modulación CPFSK con desviación de frecuencia $f_d = 1/(4T_b)$. En el apartado siguiente, se verá que esta modulación es una excepción entre las modulaciones CPM, puesto que se puede formular sobre la base de una modulación lineal (OQPSK). Por este motivo, la MSK constituye una de las modulaciones CPM más simples, que puede ser desmodulada, como las modulaciones lineales, sobre la base de la detección símbolo a símbolo a la salida de un filtro adaptado.

4. Modulaci3n MSK (*minimum shift keying*)

La modulaci3n MSK (*minimum shift keying* o cambio m3nimo de fase) se puede analizar como un caso particular de CPFSK (y, por lo tanto, como un caso particular de modulaci3n *full response CPM*) con 3ndice de modulaci3n $h = 0,5$ e pulso $g(t)$ rectangular de duraci3n T_b . Las ecuaciones para los pulsos $g(t)$ y $q(t)$ vienen dadas por:

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{2T_b}, & 0 \leq t \leq T_b \\ 0, & \text{resta} \end{cases}; \quad q(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{t}{2T_b}, & 0 \leq t \leq T_b \\ \frac{1}{2}, & t > T_b \end{cases}$$

Y, siguiendo la descripci3n del apartado anterior, la desviaci3n de frecuencia es de $f_d = h \cdot A = 1/(4T_b)$. Esta separaci3n entre frecuencias es la m3nima para garantizar ortogonalidad entre las dos formas de onda (la correspondiente a la transmisi3n del s3mbolo $\alpha_k = +1$ y la correspondiente a la transmisi3n del s3mbolo $\alpha_k = -1$), hecho que da nombre a la modulaci3n. Sustituyendo los valores anteriores en la expresi3n general de una modulaci3n CPM (1), se obtiene la siguiente expresi3n para la modulaci3n MSK:

$$\begin{aligned} s_{MSK}(t) &= A_c \cos \left(2\pi f_c t + \frac{\pi}{2} \sum_{i=-\infty}^{k-1} \alpha_i + \pi \alpha_k \left(\frac{t - kT_b}{2T_b} \right) + \phi_o \right) \quad k \cdot T_b \leq t \leq (k+1)T_b \quad (6) \\ &= A_c \cos \left(2\pi f_c t + \phi_k + \pi \alpha_k \left(\frac{t - kT_b}{2T_b} \right) + \phi_o \right) \end{aligned}$$

Observad que el t3rmino ϕ_k , que contiene la memoria de todos los s3mbolos anteriores (hasta el s3mbolo $k-1$), es el responsable de garantizar la continuidad de fase de la modulaci3n.

Una propiedad interesante de la modulaci3n MSK es que se puede expresar como una modulaci3n OQPSK con pulsos sinusoidales. Para poder llegar a esta conclusi3n, s3lo hay que desarrollar la expresi3n (6) e interpretar algunos de los t3rminos que quedan multiplicando los pulsos. Esta expresi3n equivalente est3 representada por:

$$\begin{aligned} s_{MSK}(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_c I_i(n) p(t - 2nT_b) \cos(2\pi f_c t + \phi_o) - \\ &\quad - \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_c I_q(n) p(t - 2nT_b - T_b) \sin(2\pi f_c t + \phi_o) \end{aligned} \quad (7)$$

donde los símbolos $I_i(n)$ y $I_q(n)$ están relacionados con los bits de información α_k y el pulso conformador es:

$$p(t) = \begin{cases} \sin \frac{\pi t}{2T_b}, & 0 \leq t \leq 2T_b \\ 0, & \text{resta} \end{cases} \quad (8)$$

Comparando la expresión anterior con la expresión de la modulación OQPSK, es fácil ver que son iguales, con la particularidad de que el pulso conformador se corresponde a una senoide. A pesar de que la demostración para llegar a (7) a partir de (6) no es compleja, desarrollarla va más allá de los objetivos de este módulo, por lo que remitimos al lector interesado a alguna de las referencias de la bibliografía (ved A. B. Carlson, 2001; B. Sklar, 2003). La figura 9 ilustra la descomposición de una señal MSK en sus componentes en fase y cuadratura. En la figura se puede observar que el resultado se corresponde con la expresión (7): las componentes en fase y cuadratura corresponden a modulaciones lineales con el pulso conformador definido en (8) y donde las componentes en fase y en cuadratura están retrasadas media duración de pulso con respecto al componente en cuadratura.

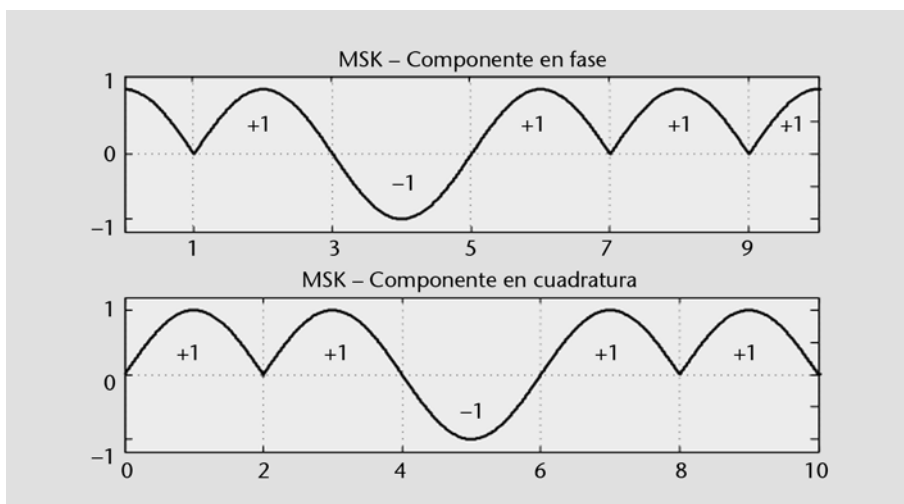


Figura 9. Descomposición de la equivalente de paso bajo complejo de una señal MSK en sus componentes en fase y cuadratura. Representación a partir de una modulación OQPSK con pulsos sinusoidales.

Como se puede intuir, esta propiedad, que permite expresar la modulación MSK como una modulación OQPSK, simplificará mucho tanto el análisis como la implementación de la modulación. Aunque se trata de una modulación con memoria y que, por lo tanto, requeriría un detector con memoria (por ejemplo, un estimador MLSE), la modulación MSK se puede desmodular a partir de un detector bit a bit de los datos recibidos como si de una modulación OQPSK se tratara. Para finalizar esta reflexión, hay que decir que, a pesar de utilizar un detector sin memoria, la memoria está presente en la modulación MSK. Ésta aparece en la relación entre los símbolos $I_i(n)$ y $I_q(n)$ que se de-

Lectura complementaria

A. B. Carlson (2001). *Communication systems. An introduction to signals and noise in electrical communication* (4.ª ed., capítulo 14.1). McGraw Hill.
B. Sklar (2003). *Digital communications. Fundamentals and applications* (2.ª ed., capítulo 7.9). Prentice Hall.

Lectura complementaria

K. S. Marvin (2003, junio). "Multiple-Bit Differential Detection of Offset QPSK". *IEEE Trans. on Communications* (vol. 51, núm. 6).

tectan y los bits de información α_k . Sin embargo, esta relación es muy sencilla y, por lo tanto, requerirá un simple procesamiento para obtener los bits transmitidos α_k a partir de los símbolos $I_i(n)$ y $I_q(n)$.

Aunque con la modulación MSK ya tenemos resueltos todos los problemas presentados en la introducción (tenemos una modulación de envolvente constante y, por lo tanto, robusta frente a las no-linealidades), en sistemas de comunicaciones con fuertes restricciones espectrales, puede suceder que la densidad espectral de potencia de la modulación MSK no cumpla con los requisitos espectrales y que, por lo tanto, sea necesario recurrir a modulaciones más eficientes espectralmente. Como ya se ha discutido al hablar de la modulación OQPSK, filtrar la señal antes de transmitirla no es la mejor solución, ya que esto rompería la propiedad de envolvente constante y, por lo tanto, haría la modulación sensible a las no-linealidades. La estrategia será, pues, buscar modulaciones que sigan manteniendo la propiedad de envolvente constante y que, a la vez, ocupen un ancho de banda menor. La solución se puede obtener modificando los parámetros de la familia de modulaciones CPM. Básicamente, consistirá en actuar sobre el pulso $g(t)$. Si en vez de utilizar un pulso rectangular como se utiliza en la modulación CPFSK (y, por lo tanto, en la modulación MSK), se utiliza un pulso más suave, conseguiremos que la evolución de la fase sea más suave y, por lo tanto, que los lóbulos secundarios del espectro sean menores. Esta idea se puede apreciar de forma intuitiva en la figura 5, en la que se representaban las trayectorias de fase de una modulación CPFSK (pulso rectangular) y de una modulación GMSK (pulso gaussiano –como veremos, más suave que el rectangular–). Como podemos ver, los cambios bruscos de pendiente en la fase de la modulación CPFSK desaparecen con la modulación GMSK, lo que se reflejará, como veremos, en el espectro. Aunque el abanico de pulsos que podemos diseñar es muy grande, en el apartado siguiente sólo describiremos muy brevemente el pulso (y el espectro asociado) utilizado en la modulación GMSK que podemos encontrar en algunos sistemas de comunicaciones muy cotidianos, como son el sistema de telefonía móvil GSM y el sistema de telefonía inalámbrica DECT.

5. Modulación GMSK (*gaussian* MSK)

La modulación GMSK es un ejemplo de modulación *partial-response CPM* con índice de modulación $h = 0,5$ y en la que el pulso $g(t)$ se obtiene filtrando un pulso rectangular de duración T_b con un filtro de respuesta al impulso gaussiana (resulta, pues, evidente que la duración del pulso $g(t)$ será siempre superior a un tiempo de símbolo T_b). Como veremos a continuación, con este tipo de pulsos se puede tener un control de los lóbulos secundarios del espectro y conseguir modulaciones en las que la potencia de la señal esté más concentrada dentro del ancho de banda de transmisión. El precio a pagar será, sin embargo, que los esquemas de transmisión y recepción serán más complejos. Este incremento en complejidad justificará que estas modulaciones se utilicen sólo cuando el sistema presente restricciones de espectro y donde haya elementos fuertemente no lineales, dos razones que requerirán modulaciones espectralmente muy eficientes y de envolvente constante.

Nota

Puesto que habitualmente la modulación GMSK es binaria, en este apartado nos referiremos a T_b como la duración del pulso rectangular. En general, si la modulación no fuera binaria tendría que ser T .

La figura siguiente ilustra gráficamente la manera de obtener el pulso $g(t)$ y su expresión matemática:

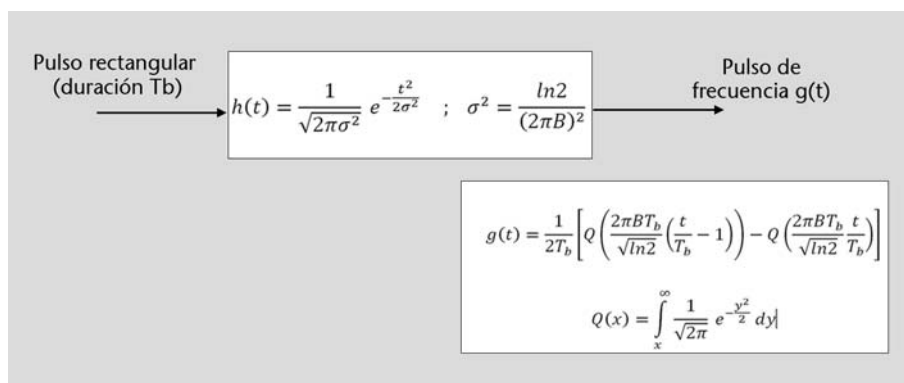


Figura 10. Pulso de frecuencia $g(t)$ para modulación GMSK.

En la figura se ve claramente cómo el pulso $g(t)$ se obtiene filtrando un pulso rectangular con un filtro de respuesta al impulso gaussiana donde B (parámetro de configuración de la modulación GMSK) es el ancho de banda de este filtro gaussiano. La figura siguiente muestra algunos ejemplos de pulso $g(t)$ en función del producto $B \cdot T_b$.

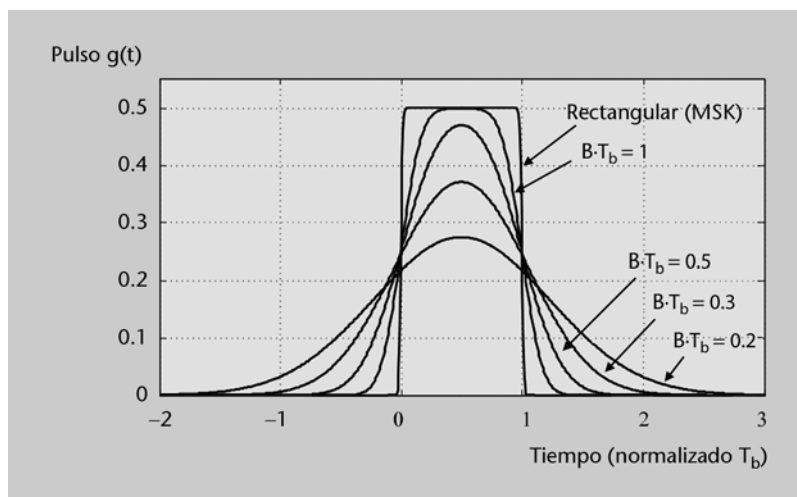


Figura 11. Ejemplos de pulsos de frecuencia $g(t)$ para diferentes valores de $B \cdot T_b$.

Como se puede ver en la figura, la duración del pulso se extiende más allá de un tiempo de símbolo (recordad que la GMSK es una modulación *partial-response CPM*). Esto provocará que aparezca interferencia intersimbólica (ISI), que dificultará la decodificación de la señal y que puede provocar degradaciones en el sistema. Sin embargo, esta ISI, puesto que está controlada y es conocida, no presentará problemas si se tiene en cuenta a la hora de desmodular la señal. En la figura 11 puede verse que cuanto más pequeño sea el producto $B \cdot T_b$, más suave será el pulso (y, por lo tanto, más concentrado estará el espectro), pero por el contrario, el pulso durará más tiempo (y, en consecuencia, más ISI provocará). Habrá pues un compromiso entre eficiencia espectral y complejidad del desmodulador. Como orientación, podemos tener en cuenta que el sistema GSM utiliza un valor $B \cdot T_b = 0,3$ y el sistema DECT un valor $B \cdot T_b = 0,5$. Aunque teóricamente el pulso gaussiano se extiende en tiempos de menos infinito a más infinito, con valores de ancho de banda normalizados a la velocidad de símbolo de 0,3 y 0,5 (GSM y DECT respectivamente), se puede aproximar el pulso para uno de duración limitada a tres períodos de símbolo, sin que por eso la señal quede significativamente afectada. Observemos también que para $B \cdot T_b \rightarrow \infty$ el pulso tiende a ser rectangular y, por lo tanto, tendremos una modulación MSK. Este parámetro de configuración $B \cdot T_b$ permitirá controlar el ancho de banda del espectro de la señal modulada. La figura siguiente muestra el espectro de la modulación GMSK con respecto a la frecuencia normalizada a velocidad de símbolo y lo compara con el espectro de la MSK. Como podemos ver, para GMSK, el lóbulo principal es más estrecho y los lóbulos secundarios son siempre menores. Por lo tanto, la modulación GMSK es espectralmente la más eficiente de las modulaciones presentadas en esta unidad.

Lectura complementaria

K. Murota; K. Hirade (1981, julio). "GMSK Modulation for Digital Mobile Radio Telephony". *IEEE Trans. on Communications* (vol. COM-29, núm. 7).

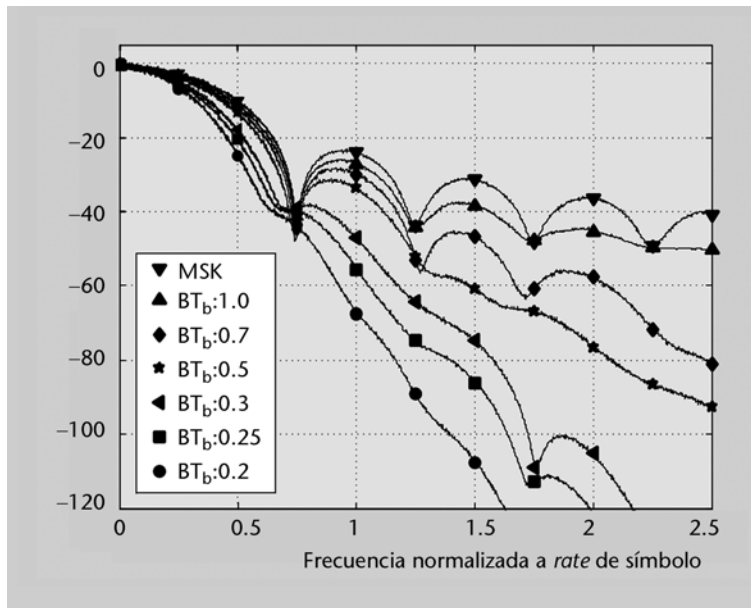


Figura 12. Densidad espectral de potencia de la modulación GMSK en decibelios con respecto de la frecuencia normalizada a la velocidad de símbolo para diferentes valores de $B \cdot T_b$.

Conclusiones

Las modulaciones CPM (o de fase continua) son modulaciones en las que la fase de la señal no presenta discontinuidades en los instantes de transición de símbolo. Estas modulaciones angulares son relativamente complejas de implementar y de demodular, especialmente cuando las comparamos con las modulaciones lineales de tipo QAM. En el caso general, son modulaciones en las que se introduce ISI entre símbolos consecutivos, aunque de manera controlada. La finalidad de utilizar modulaciones CPM viene dada por la obtención de modulaciones robustas frente a las no-linealidades de las cadenas de RF, cuya densidad espectral de potencia presenta un ancho de banda relativamente reducida.

En este módulo, después de plantear la problemática de las modulaciones lineales frente a las no-linealidades, se han descrito las principales modulaciones de fase continua, desde la más simple hasta la más compleja. La modulación OQPSK, a pesar de no ser una modulación de fase continua, se ha presentado teniendo en cuenta que es una de las primeras opciones que se puede plantear para conseguir modulaciones robustas frente a las no-linealidades. De las modulaciones de fase continua, la más simple, y la primera históricamente propuesta, es la modulación CPFSK. Es una variante de las modulaciones de frecuencia FSK que se caracteriza por cumplir dos propiedades: mantiene la frecuencia constante dentro de cada símbolo (como una modulación FSK) y mantiene la fase continua (como una modulación CPM). El ejemplo más destacado de modulación CPFSK es la modulación MSK, que se ha descrito y analizado aisladamente, puesto que se trata de una excepción entre las modulaciones CPM al poder ser desmodulada mediante un detector lineal sin memoria. Cuando la eficiencia espectral de la modulación MSK no es suficiente, se pueden encontrar otras modulaciones más complejas que utilizan pulsos de frecuencia más suaves y de mayor duración temporal. El ejemplo más destacado lo constituye la modulación GMSK, utilizada en algunos sistemas de comunicaciones comercialmente extendidos (GSM y DECT), que emplea pulsos gaussianos para conseguir concentrar el espectro de la señal dentro del ancho de banda de transmisión.

Tanto el cálculo exacto de la densidad espectral de potencia como el análisis de la probabilidad de error de las modulaciones de tipo CPM son, en general, complejos y se realizan normalmente mediante simulaciones por ordenador debido a la dificultad analítica que implicaría el análisis detallado de estas simulaciones. La comparación de las modulaciones CPM con respecto a las QAM resulta similar a la realizada con las de tipo analógico, al comparar FM en relación con las modulaciones lineales DBL y AM. En este módulo se han presentado mayoritariamente resultados gráficos para ilustrar las diferentes modulaciones.

Actividades

1. Dada la señal $s(t)$, correspondiente a una modulación de fase continua:

$$s(t) = A_c \sin \left(2\pi f_c t + I_n \frac{\pi t}{2T_b} + \phi_k \right) n \cdot T_b \leq t \leq (n+1) \cdot T_b$$

donde $I_n \in \{-1, +1\}$ y ϕ_k contiene la memoria de los bits transmitidos hasta el instante n :

- Indicad cuál es el valor del índice de modulación h y la forma del pulso $g(t)$ utilizado.
- Indicad si se trata de una modulación *full response* o una modulación *partial response*.
- ¿Podemos decir exactamente de cuál de las modulaciones descritas en el tema se trata?

2. El equivalente de paso bajo (expresión equivalente de la señal sin la información de la portadora f_c) de una modulación QPSK es el siguiente:

$$\begin{aligned} b_{\text{QPSK}}(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_i(n) p(t - nT_s) + j\alpha_q(n) p(t - nT_s) \\ &= x_{i\text{QPSK}}(t) + jx_{q\text{QPSK}}(t) \end{aligned}$$

donde $\alpha_i(n)$, $\alpha_q(n)$ se obtienen a partir de la secuencia de bits que se han de transmitir y $p(t)$ es el pulso conformador.

- Asumiendo que el pulso conformador es un pulso rectangular de duración T_s , dibujad en dos gráficas separadas las formas de onda de los componentes en fase $x_{i\text{QPSK}}(t)$ y en cuadratura $x_{q\text{QPSK}}(t)$ para las secuencias $\alpha_i(n) = \{+1, +1, -1, -1, +1\}$ y $\alpha_q(n) = \{+1, -1, -1, -1, +1\}$.
- A partir de los dibujos anteriores, dibujad las formas de onda de la envolvente $e(t)$ y la fase $\varphi(t)$ que se obtienen a partir de las componentes en fase $x_i(t)$ y cuadratura $x_q(t)$ según las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} e(t) &= \sqrt{x_i(t)^2 + x_q(t)^2} \\ \varphi(t) &= \arctan \frac{x_q(t)}{x_i(t)} \end{aligned}$$

c) A partir de los resultados obtenidos, rellenad la fila correspondiente a la modulación QPSK en la tabla resumen del ejercicio 5.

3. El equivalente de paso bajo (expresión equivalente de la señal sin la información de la portadora f_c) de una modulación OQPSK es el siguiente:

$$\begin{aligned} b_{\text{OQPSK}}(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_i(n) p(t - nT_s) + j\alpha_q(n) p\left(t - nT_s - \frac{T_s}{2}\right) \\ &= x_{i\text{OQPSK}}(t) + jx_{q\text{OQPSK}}(t) \end{aligned}$$

donde $\alpha_i(n)$, $\alpha_q(n)$ se obtienen a partir de la secuencia de bits que se han de transmitir y $p(t)$ es el pulso conformador.

- Asumiendo que el pulso conformador es un pulso rectangular de duración T_s , dibujad en dos gráficas separadas las formas de onda de los componentes en fase $x_{i\text{OQPSK}}(t)$ y en cuadratura $x_{q\text{OQPSK}}(t)$ para las mismas secuencias $\alpha_i(n)$ y $\alpha_q(n)$ del ejercicio anterior.
- A partir de los dibujos anteriores, dibujad las formas de onda de la envolvente $e(t)$ y la fase $\varphi(t)$. Las expresiones de la envolvente y la fase son las mismas que en el ejercicio anterior.
- A partir de los resultados obtenidos, rellenad la fila correspondiente a la modulación OQPSK en la tabla resumen del ejercicio 5.

4. EL equivalente de paso bajo (expresión equivalente de la señal sin la información de la portadora f_c) de una modulación MSK es el siguiente:

$$\begin{aligned} b_{\text{MSK}}(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_i(n) p(t - nT_s) + j\alpha_q(n) p\left(t - nT_s - \frac{T_s}{2}\right) \\ &= x_{i\text{MSK}}(t) + jx_{q\text{MSK}}(t) \end{aligned}$$

donde $\alpha_i(n)$, $\alpha_q(n)$ se obtienen a partir de la secuencia de bits que se han de transmitir y $p(t)$ es el pulso conformador que responde a la expresión:

$$p(t) = \begin{cases} \sin \frac{\pi t}{T_s}, & 0 \leq t \leq T_s \\ 0, & \text{resta} \end{cases}$$

- a) Dibujad en dos gráficas separadas las formas de onda de los componentes en fase $x_{i_{\text{QPSK}}}(t)$ y en cuadratura $x_{q_{\text{QPSK}}}(t)$ para las mismas secuencias $\alpha_i(n)$ y $\alpha_q(n)$ de los ejercicios anteriores.
- b) A partir de los dibujos anteriores, dibujad las formas de onda de la envolvente $e(t)$ y la fase $\varphi(t)$. Las expresiones de la envolvente y la fase son las mismas que en los ejercicios anteriores.
- c) A partir de los resultados obtenidos, rellenad la fila correspondiente a la modulación MSK en la tabla resumen del ejercicio 5.

5. Teniendo en cuenta la tabla siguiente, rellenad cada una de las casillas con (Sí/No) o $(0, \pi/2, \pi)$ según las características de las diferentes modulaciones. La información para rellenar la tabla resumen se obtiene a partir de los ejercicios anteriores.

	Máximo salto de fase ($0, \pi/2, \pi$)	Fase continua (Sí/No)	Envolvente constante (Sí/No)
QPSK			
OQPSK			
MSK			

Bibliografía

Bibliografía básica

Carlson, A. B. (2001). *Communication systems. An introduction to signals and noise in electrical communication* (4.ª ed.). McGraw Hill.

Proakis, J. (2003). *Digital communications* (4.ª ed.). McGraw Hill.

Proakis, J. G.; Salehi, M. (2002). *Communication systems engineering* (2.ª ed.). Prentice Hall.

Sklar, B. (2003). *Digital communications. Fundamentals and applications* (2.ª ed.). Prentice Hall.

Bibliografía complementaria

Artés Rodríguez, A.; Pérez González, F., y otros (2007). *Comunicaciones digitales*. Prentice Hall.

Steele, R. (1995). *Mobile radio communications*. IEEE Press.

Artículos de interés

Marvin, K. S. (2003, junio). "Multiple-bit differential detection of offset QPSK". *IEEE Trans. on Communications* (vol. 51, núm. 6).

Murota, K.; Hirade, K. (1981, julio). "GMSK modulation for digital mobile radio telephony". *IEEE Trans. on Communications* (vol. COM-29, núm. 7).