La fibra òptica i els efectes limitadors dels sistemes de comunicació òptics

Simó Graells

PID_00175697

UOC
Universitat Oberta de Catalunya

Cap part d'aquesta publicació, incloent-hi el disseny general i la coberta, no pot ser copiada, reproduïda, emmagatzemada o transmesa de cap manera ni per cap mitjà, tant si és elèctric com químic, mecànic, òptic, de gravació, de fotocòpia o per altres mètodes, sense l'autorització prèvia per escrit dels titulars del copyright.

Índex

1. Llum i fibra òptica sota l'aproximació de l'òptica de rajos.... 5

2. Efectes clàssics limitadors de les comunicacions òptiques..... 10
2.1. Pèrdues en els sistemes de comunicacions òptiques 10
2.2. Dispersió en els sistemes de comunicacions òptiques 13

3. Tipus de fibres òptiques..... 17
3.1. Fibra multimode 17
3.2. Fibra monomode 18
3.3. Normatives sobre fibra òptica 19

4. Propagació de la llum per la fibra òptica. Anàlisi des del punt de vista de l'òptica electromagnètica..... 21
4.1. Òptica electromagnètica 21
4.2. L'equació general de propagació de la llum per la fibra òptica ... 22
4.3. Solució gràfica a l'equació general de propagació de la llum per la fibra òptica 23
4.4. Exemples sobre propagació de senyals per la fibra òptica 26
4.4.1. Exemple I 26
4.4.2. Exemple II 27
4.4.3. Exemple III 29
4.4.4. Exemple IV 31
4.4.5. Exemple V 35

5. Efectes no lineals..... 40
5.1. Guany no lineal i paràmetres del sistema 40
5.2. Efecte Raman 42
5.3. Efecte Brillouin 44
5.4. Efecte CIP 45
5.5. Efecte FWM 46

6. Exemples de càlcul dels efectes limitadors d'enllaços de comunicacions òptiques..... 47
6.1. Exemple I 47
6.2. Exemple II 57
6.3. Exemple III 62
6.4. Exemple IV 65
6.5. Exemple V 68

Bibliografia..... 71

1. Llum i fibra òptica sota l'aproximació de l'òptica de rajos

La llum es defineix com aquell fenomen (ona o corpuscle) electromagnètic que estimula el sentit de la visió. Aquesta definició és ampliable a la banda dels ultraviolats i a la banda dels infrarojos, que no estimulen el sentit de la visió però que es consideren també llum.

Infraroig proper

La banda freqüencial utilitzada en els sistemes de comunicacions òptiques és l'infraroig proper i es tracta de llum no visible.

Hi ha diversos nivells d'aprofundiment en l'estudi de la llum: l'òptica de rajos, l'òptica d'ones, l'òptica electromagnètica i l'òptica quàntica. L'estudi de la llum més superficial és l'òptica de rajos. En aquest nivell, la llum es tracta com un feix representat amb un raig i que ve determinat per desplaçar-se per un medi en una determinada direcció i sentit. Estudiar el comportament de la llum en medis guiats com la fibra òptica des de la perspectiva de l'òptica de rajos és conceptualment senzill per les aproximacions que es realitzen, però també és limitat i a vegades s'ajusta poc a la realitat.

Referència bibliogràfica

B. E. A. Saleh; M. C. Teich (2007). *Fundamentals of Photonics*. Wiley.

L'òptica d'ones considera que el raig de llum es comporta com una ona (amb una forma harmònica) amb una determinada amplitud, freqüència i fase. L'òptica electromagnètica tracta l'ona com una ona electromagnètica, per tant, formada per un camp elèctric i un camp magnètic ortogonals entre si i que es regeixen per les equacions de Maxwell. En aquest curs emprarem l'òptica electromagnètica per a estudiar el guiatge de la llum per la fibra òptica. Finalment l'òptica quàntica utilitza la mecànica quàntica per a estudiar els fenòmens que impliquen a la llum. Normalment l'òptica quàntica s'empra per estudiar alguns components que s'utilitzen en comunicacions òptiques com, per exemple, els emissors làser.

En aquest apartat ens centrem en l'estudi de la llum i de la fibra òptica considerant l'òptica de rajos. Algunes de les conclusions a les quals arribarem caldrà revisar-les més endavant quan realitzem la mateixa anàlisi emprant l'òptica electromagnètica.

En realitzar un estudi de la llum sempre és necessari tenir en compte el medi material per on es propaga, que queda caracteritzat, entre d'altres paràmetres, per l'índex de refracció (n). L'índex de refracció relaciona la velocitat de la llum en el buit (c_0) amb la velocitat de la llum en el medi (c).

$$n = \frac{c_0}{c} \qquad (1)$$

Els materials que es troben en la natura tenen un índex de refracció positiu i més gran que la unitat atès que la velocitat de la llum en el buit és més gran que la velocitat de la llum en el medi o en el material.

Metamaterials

Hi ha materials que sota determinades condicions poden tenir un índex de refracció negatiu: els metamaterials. L'estudi d'aquest tipus de materials és un dels camps de recerca més prometedors dins l'àmbit de la fotònica.

Un principi fonamental a aplicar en òptica és el principi de Fermat. Aquest principi enuncia que la llum passa pel camí que triga temps mínim. Com a conseqüència, la llum quan viatja per un medi homogeni (les mateixes propietats físiques en tots els punts de l'espai), ho fa en línia recta. A més, si la llum es troba amb un mirall, aquesta es reflecteix i com es troba en el mateix medi ho fa amb un angle de sortida igual que l'angle incident.

Una de les conseqüències més importants del principi de Fermat és la llei de Snell. La llei de Snell enuncia que si tenim dos medis diferents (amb diferents índexs de refracció) i la llum incideix sobre la transició entre els dos medis, part de la llum es reflectirà cap al medi des d'on incideix el raig i part de la llum es refractarà cap a l'altre medi. L'angle reflectit i l'angle incident seran els mateixos, ja que els dos feixos de llum continuen essent en el mateix medi. La relació entre l'angle refractat (el que es propaga per l'altre medi) i l'angle incident és a traves dels índexs de refracció dels dos medis i queda definit mitjançant la llei de Snell[1].

(1)Tingueu en compte que els angles estan definits com l'angle entre el feix de llum i la transició entre els dos medis.

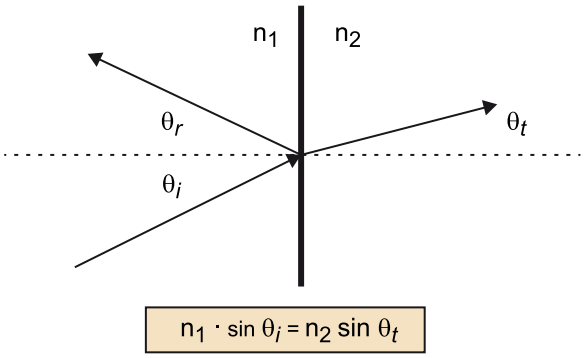

Figura 1. Transició entre dos medis. Llei de Snell

Tenint en compte l'expressió matemàtica de la llei de Snell, ens podem trobar amb dos casos. Si l'índex de refracció del primer medi és menor que el del segon medi (cas 1), llavors l'angle transmès (o refractat) serà menor que l'angle incident i el raig estarà més proper a la perpendicular de la transició entre els dos medis. D'altra banda, si l'índex de refracció del primer medi és major que el del segon medi (cas 2), llavors l'angle transmès serà major que l'angle incident i el raig estarà més proper a la transició entre els dos medis.

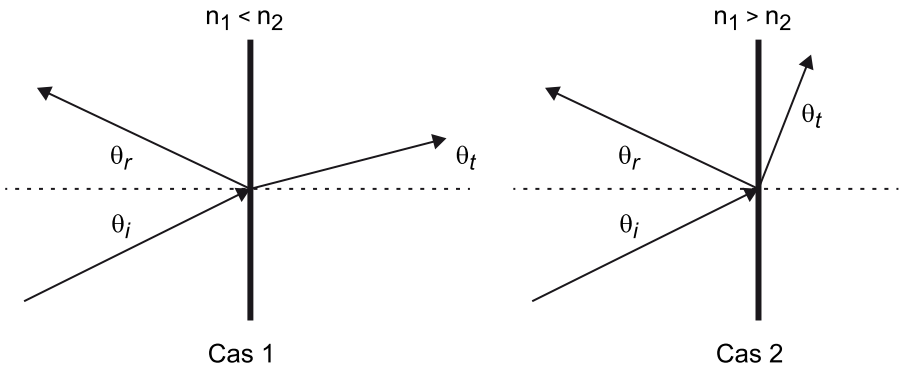

Figura 2. Casos en una transició entre dos medis

Centrant-nos en el cas 2, i tenint en compte que en augmentar l'angle d'incidència, augmentem l'angle transmès, s'arribarà a la situació que per a un determinat angle d'incidència que serà menor a 90 graus, l'angle transmès serà de 90 graus. Aquest angle s'anomena *angle crític*. Cal tenir en compte que sota la condició d'angle crític, i també per a angles superiors a l'angle crític, el raig de llum transmès no es propaga per la transició entre els dos medis, sinó que es reflecteix. Aquesta situació és el que s'anomena *reflexió total*. En el cas de la reflexió total, la transició es comporta talment com si es tractés d'un mirall.

A partir la llei de Snell s'extreu que l'angle crític serà:

$$\theta_c = \arcsin\frac{n_2}{n_1} \qquad (2)$$

Fixem-nos que l'angle crític és un paràmetre que és funció només de paràmetres (n_1 i n_2) dels materials que emprem.

La condició de reflexió total, serà:

$$\theta_i \geq \theta_c \qquad (3)$$

Una vegada coneixem la propietat de la reflexió total, ja estem en condicions de veure com es propaga la llum per una fibra òptica sota l'aproximació de l'òptica de rajos.

Una fibra òptica és una guia d'ones d'estructura cilíndrica, que està formada per un cilindre intern anomenat *nucli*, amb un índex de refracció n_1 i envoltat per un revestiment (també cilíndric) amb un índex de refracció n_2. En la figura següent es mostra un tall longitudinal i un tall transversal d'una fibra òptica.

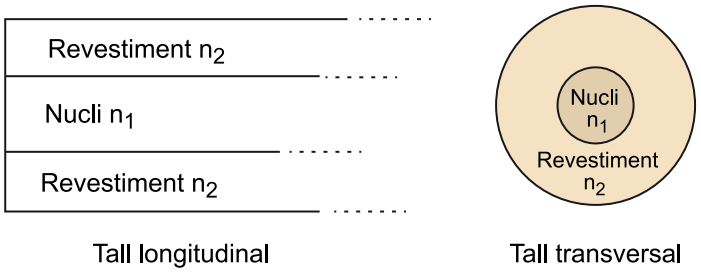

Figura 3. Estructura de la fibra òptica

L'estructura formada per un nucli i un revestiment amb índexs de refracció diferents té la finalitat de guiar la llum per l'interior del nucli. Aquest guiatge es basa en la propietat de la reflexió total, que ocorre en la transició entre el nucli (n_1) i el revestiment (n_2). Perquè la propagació es pugui dur a terme, cal que es compleixi una condició indispensable: $n_1 > n_2$. Els rajos que es guien per la fibra òptica han de complir la condició de reflexió total i, per tant, és necessari que arribin a la transició entre nucli i revestiment amb un angle d'incidència $\theta_i \geq \theta_c$. Si no és així, part de la llum es refracta cap al revestiment i després d'uns pocs rebots s'acaba perdent el feix de llum.

En la figura següent veiem l'exemple d'un raig guiat i un raig no guiat per la fibra òptica.

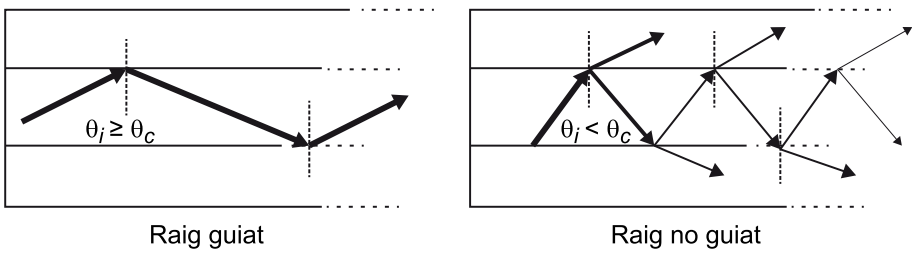

Figura 4. Guiatge de rajos en una fibra òptica

L'obertura numèrica és un paràmetre associat a obtenir l'angle crític dins la fibra òptica. Aquest l'acostuma a proporcionar el fabricant en les especificacions de la fibra òptica, dóna una idea del marge d'angles pels quals podem introduir llum dins la fibra.

L'expressió de l'obertura numèrica és:

$$NA = n_0 \sin\theta_i = n_1 \cos\theta_c = \left(n_1^2 - n_2^2\right)^{1/2} \qquad (4)$$

$$NA \cong n_1 (2\Delta)^{1/2} \qquad (5)$$

Lectura de la fórmula (5)

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

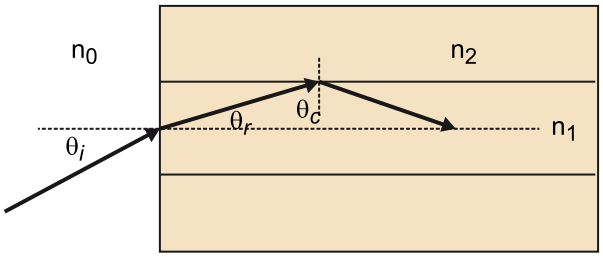

Figura 5. Obertura numèrica d'una fibra òptica

Fixem-nos en el fet que una obertura numèrica gran indica un angle màxim de llum d'entrada gran, per tant, una alta capacitat d'entrada de la llum dins la fibra. En canvi, una obertura numèrica petita indica un angle màxim de llum d'entrada petit, per tant, una baixa capacitat d'entrada de la llum.

2. Efectes clàssics limitadors de les comunicacions òptiques

Els efectes més comuns que limiten els sistemes de comunicacions òptiques són l'atenuació i la dispersió.

L'atenuació és la disminució de l'amplitud del senyal pel fet de passar per un tram de fibra. Aquest paràmetre limita la longitud de l'enllaç.

La dispersió és l'eixamplament temporal del senyal pel fet de passar per un tram de fibra. Aquest paràmetre limita la longitud de l'enllaç i la velocitat binària del senyal.

Cal notar que la longitud de l'enllaç tant pot estar limitada per les pèrdues com per la dispersió. En dissenyar un enllaç de comunicacions òptiques caldrà avaluar els dos efectes i determinar quin dels dos és l'efecte limitador predominant.

Per tal d'avaluar l'efecte de les pèrdues en un enllaç caldrà conèixer quines són les principals fonts de pèrdues. Tanmateix, per a determinar l'efecte que tindrà la dispersió sobre l'enllaç, caldrà conèixer quins tipus de dispersió hi ha i quins sistemes afecten.

2.1. Pèrdues en els sistemes de comunicacions òptiques

Les principals fonts de pèrdues d'un enllaç de comunicacions òptiques són l'atenuació de la fibra, les pèrdues dels connectors i les unions, les pèrdues degudes a la dependència de la polarització, les pèrdues introduïdes pels divisors de potència òptica i els monitors de potència òptica, les pèrdues degudes a desplaçaments del senyal en components que depenen de la freqüència, i les no-linealitats de la fibra. A més, i encara que no es tracti d'unes pèrdues, caldrà tenir en compte el marge de seguretat del sistema.

En aquest apartat ens centrarem en les pèrdues introduïdes per l'atenuació de la fibra òptica i les causes d'aquesta.

Hi ha dos tipus de causes que provoquen l'atenuació en la fibra òptica: les causes intrínseques i les causes extrínseques. Les causes intrínseques són les pròpies del material amb què es fabrica la fibra òptica (diòxid de silici). Les causes extrínseques són les provocades per efectes externs, com curvatures de la fibra òptica o variacions geomètriques de la guia.

És important conèixer les causes intrínseques d'atenuació, ja que aquestes ens determinaran quina és l'atenuació de la fibra a cada freqüència o longitud d'ona. Per tant, a partir de les causes podrem esbrinar el comportament freqüencial de la fibra òptica.

Les principals causes intrínseques són la dispersió de Rayleigh, l'absorció d'infrarojos i la ressonància de l'ió OH.

La dispersió de Rayleigh provoca un canvi de direcció d'alguns fotons del feix de llum que es propaga per la fibra òptica. Alguns d'aquests fotons poden prendre direccions que impossibilitaran el guiatge d'aquests per la fibra òptica. A efectes del senyal es provocarà una disminució de la quantitat de fotons que compleixen les condicions per a propagar-se i, per tant, hi haurà una pèrdua o atenuació. Aquest efecte és inversament proporcional a la longitud d'ona.

Rayleigh *backscattering*

Un cas particular de la dispersió de Rayleigh és el Rayleigh *backscattering*, que és la llum que es dispersa en sentit contrari al senyal (contrapropagada). En aquest efecte es basa el funcionament del reflectòmetre òptic en domini temporal (OTDR), un dels aparells de mesura més utilitzats, que estudiarem en el mòdul següent.

L'absorció d'infrarojos és deguda a les propietats òptiques del material (diòxid de Silici), aquest absorbeix la llum a partir de 1,6 µm.

Els ions OH són impureses fruit del procés de fabricació de la fibra òptica. Els sobretons de la freqüència de ressonància dels ions OH cauen dins de la banda espectral que s'utilitza per a comunicacions per fibra òptica. Les longituds d'ona de ressonància se situen a 720 nm, 950 nm i 1.380 nm.

Tenint en compte les tres causes de l'atenuació intrínseca i el seu comportament freqüencial, podem extreure la corba que ens indica l'atenuació de la fibra òptica respecte de la longitud d'ona:

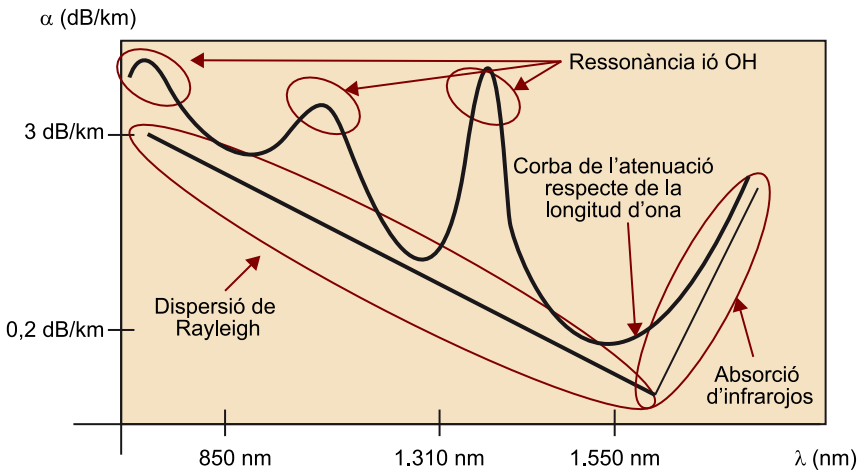

Figura 6. Atenuació de la fibra òptica

En aquesta corba podem identificar clarament tres zones on tenim mínims d'atenuació, que es coneixen com a **finestres de la fibra òptica** i representen els marges de longitud d'ona més apropiats per als sistemes de comunicacions òptiques:

- La primera finestra se situa al voltant de 850 nm i habitualment s'empra per a xarxes d'àrea local. S'hi utilitza fibra multimode (on la guia propaga diversos modes) i els emissors acostumen a ser del tipus LED.

- La segona finestra se situa al voltant de 1.310 nm i habitualment s'empra per a xarxes metropolitanes i enllaços curts. S'hi utilitza fibra monomode (només es propaga un sol mode, anomenat *mode fonamental*) i els emissors acostumen a ser del tipus làser o ELED.

- La tercera finestra se situa al voltant de 1.550 nm i habitualment s'empra per a xarxes troncals i de gran capacitat, i també per a fer enllaços a llarga distància, com per exemple, el cable submarí que interconnecta els diferents continents. S'hi utilitza fibra monomode i els emissors acostumen a ser del tipus làser o ELED.

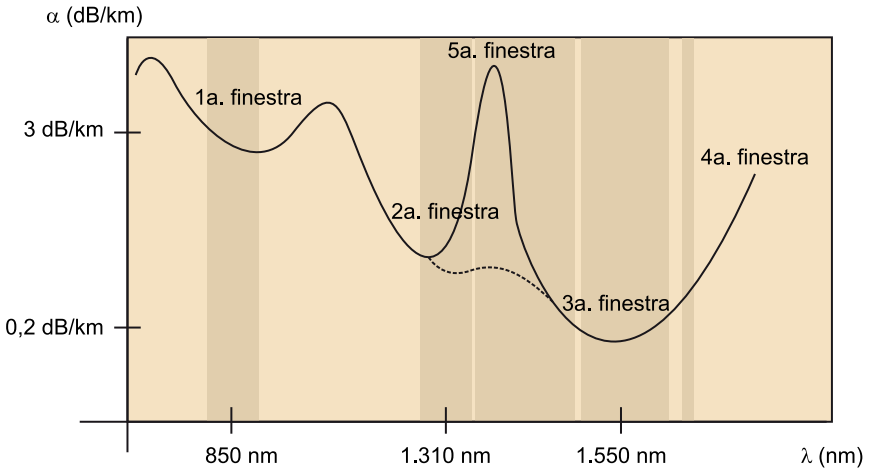

Figura 7. Finestres de la fibra òptica

Encara hi ha dues finestres més de la fibra òptica:

- La quarta finestra se situa al voltant de 1.610 nm i s'utilitza per a monitorar l'estat de la xarxa; acostuma a ser la longitud d'ona emprada pels OTDR que realitzen un testeig de forma contínua.

- La cinquena finestra se situa entre la segona i la tercera finestra, i es caracteritza per la seva gran amplada de banda. Només s'utilitza sobre determinades fibres. Fixem-nos que en el marge de longituds d'ona on està situada la finestra tenim una ressonància de l'ió OH (la de 1.380 nm): aquesta ressonància s'ha reduït substancialment fruit de la millora dels processos de fabricació de la fibra òptica.

En dissenyar un enllaç de comunicacions òptiques, caldrà considerar les diferents fonts de pèrdues. En el procés de disseny això es tradueix a realitzar el balanç de potència. El balanç de potència és una equació pròpia de cada enllaç que ens relaciona la potència del emissor (P_{TX}), la sensibilitat del receptor (S_{RX}), les pèrdues (L_{total}) i el marge de seguretat (M). El marge de seguretat in-

dica el sobre dimensionament lògic que fem al sistema perquè aquest continuï funcionant tot i l'envelliment dels components o la fibra. El valor del marge de seguretat acostuma a ser d'uns 3 dB.

Perquè un enllaç compleixi per atenuació caldrà complir:

$$P_{TX} > S_{RX} + L_{total} + M \qquad (6)$$

Les pèrdues totals (L_{total}), de forma simplificada són:

$$L_{total} = L_{con} + L_{unió} + \alpha \cdot L \qquad (7)$$

Nota

Noteu que s'ha d'emprar amb els paràmetres expressats en unitats logarítmiques.

Lectura de la fórmula (7)

L_{con}: pèrdues dels connectors (normalment en considerem un a l'emissor i un al receptor)

$L_{unió}$: pèrdues de les unions que s'empren per a unir els diferents trams de fibra òptica

α: atenuació per quilòmetre de la fibra òptica

L: longitud de l'enllaç

2.2. Dispersió en els sistemes de comunicacions òptiques

La dispersió és el fenomen pel qual un pols de llum es deforma a mesura que es propaga per la fibra òptica. La dispersió és deguda al fet que diferents components del senyal viatgen a velocitats diferents i, per tant, arriben al receptor en diferents instants de temps.

Una classificació simplificada de la dispersió tracta dos tipus de dispersió:

- la intermodal o dispersió modal,
- la intramodal o dispersió cromàtica.

La dispersió modal ocorre entre els diferents modes que es propaguen per la fibra òptica, per tant, només afecta fibres multimode. En l'aproximació a la òptica de rajos, un mode es representa com la propagació amb una determinada inclinació del raig dins la fibra òptica. Si considerem diversos rajos amb inclinacions diferents (modes) que s'introdueixen simultàniament dins la fibra òptica i que recorren un tram de fibra d'una determinada longitud, al final de la fibra observarem que els rajos no arriben de manera simultània sinó que ho fan amb cert retard els uns dels altres. Això és degut al fet que encara que el tram de fibra recorregut sigui fix, el camí intern (dins la fibra) de cada raig és diferent; en conseqüència, com que recorren distàncies diferents i a la mateixa velocitat, arriben en diferents instants de temps.

En la figura següent es pot observar l'efecte considerant només dos modes, cosa que equivaldria a dos rajos de llum. Òbviament, el raig representat amb una línia discontínua recorre internament més distància que el representat per la línia sòlida. Encara que introduïm tots dos en el mateix instant de temps i que recorrin la mateixa longitud de fibra (L), primer arribarà el raig representat per la línia sòlida i més tard ho farà el representat amb la línia discontínua.

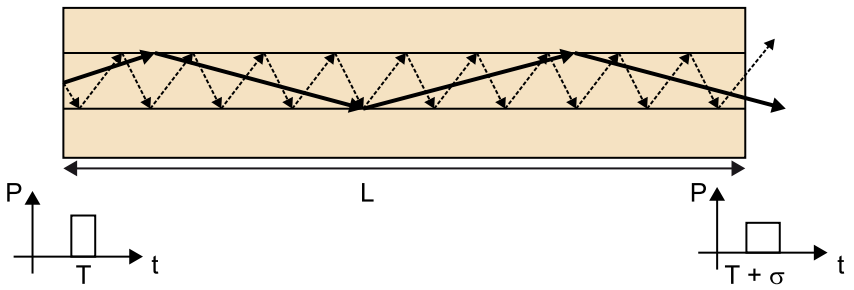

Figura 8. Dispersió modal

La principal conseqüència d'aquest efecte en els sistemes de comunicacions òptiques és que provoca un eixamplament temporal del bit (σ_t). El bit a l'entrada de la fibra té una durada T i a la sortida té una durada $T+\sigma_t$. Caldrà avaluar si el sistema que es dissenya pot suportar aquest eixamplament del bit.

En el cas d'una fibra multimode d'índex de salt (MMF-SI) l'eixamplament serà:

$$\sigma_t = \frac{L\Delta}{c_1} \qquad (8)$$

Lectura de les fórmules (8) i (9)

$$c_1 = \frac{c_0}{n_1}$$

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

En el cas d'una fibra multimode d'índex gradual (MMF-GRIN) l'eixamplament serà:

$$\sigma_t = \frac{L\Delta^2}{2c_1} \qquad (9)$$

L'altre tipus de dispersió, la intramodal o cromàtica, ocorre en el mateix mode. Aquesta dispersió afecta tant les fibres monomode com les fibres multimode, però en el cas de la fibra multimode no es considera, ja que és negligible en comparació amb la dispersió modal. Per tant, calcularem la dispersió cromàtica com a efecte limitador dels sistemes de comunicacions òptiques que usen fibra monomode. La dispersió cromàtica és determinada pel material i per la guia, i la causa perquè diferents components freqüencials de la llum de la portadora òptica viatgin a velocitats diferents i, per tant, arribin en instants de temps diferents, és que l'índex de refracció no és constant amb la longitud d'ona. Recordem que l'índex de refracció relaciona la velocitat de la llum en el buit amb la velocitat de la llum a la guia. Així doncs, en no tenir una portadora monocromàtica, sinó amb una certa amplada de banda ($\Delta\lambda$), sofrirem petites variacions de l'índex de refracció que es tradueixen en petites variacions de la velocitat i, per tant, en un eixamplament del pols de llum. Noteu que com més amplada de banda de la portadora, més dispersió cromàtica patirem.

L'eixamplament degut a la dispersió cromàtica es pot calcular a partir de l'expressió:

$$\sigma_t = D \cdot \Delta\lambda \cdot L \qquad (10)$$

Lectura de la fórmula (10)

L: longitud de l'enllaç

$\Delta\lambda$: amplada de banda del senyal injectat a la fibra expressat en longitud d'ona

D: paràmetre de dispersió

El paràmetre de dispersió (D) és un paràmetre propi de la fibra i depèn de la forma de la guia i del material amb què s'ha fabricat. Aquest paràmetre el proporciona el fabricant de la fibra òptica i ho acostuma a fer de dues maneres:

- mitjançant una gràfica del paràmetre de dispersió (D) respecte la longitud d'ona (λ), o

- mitjançant uns paràmetres que s'afegeixen a una funció que interpola la gràfica de D respecte a λ.

En el cas d'una fibra òptica monomode d'índex de salt estàndard, el paràmetre D es fa zero prop de la segona finestra. Fruit d'això, en els enllaços a la segona finestra no patirem dispersió cromàtica. Fixem-nos que en el cas de la dispersió cromàtica, és possible aconseguir eliminar la dispersió (quan D val zero), mentre que en la dispersió modal no podem eliminar-la: no podem fer zero L perquè és la longitud de l'enllaç i $\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$ només val zero si $n_1 = n_2$ i això implica ser igual el nucli i el revestiment i, per tant, no tenir fibra òptica.

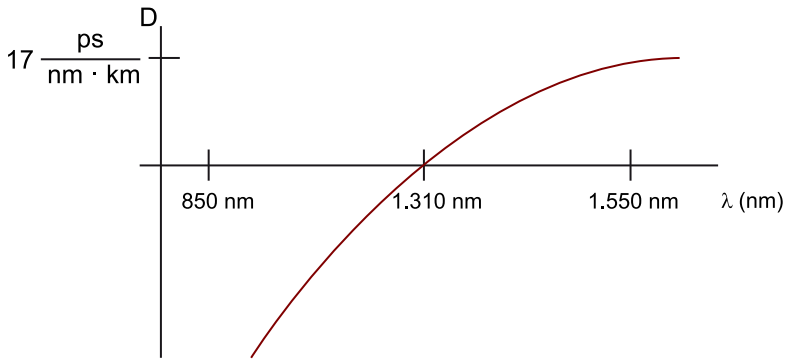

Figura 9. Paràmetre de dispersió cromàtica d'una fibra òptica estàndard

Els paràmetres que permeten interpolar la gràfica de D respecte de λ són l'Slope (S_o) i la longitud d'ona de dispersió zero (λ_{ZD}). A partir d'aquests i de la funció interpoladora trobarem el paràmetre de dispersió (D) a la longitud d'ona de treball.

$$D(\lambda) = \frac{S_0}{4}\left[\lambda - \frac{\lambda_{ZD}^4}{\lambda^3}\right] \qquad (11)$$

Una vegada coneixem els tipus de dispersió, els tipus de fibres que afecta i sabem calcular l'eixamplament que tindrem, haurem de determinar si l'enllaç és vàlid o no ho és. Per a saber si l'eixamplament és acceptable, caldrà comparar-lo amb el temps de bit o amb la velocitat binària. El criteri de disseny que s'empra discerneix entre sistemes amb format *non return to zero* (NRZ) i sistemes amb format *return to zero* (RZ).

- Per a sistemes NRZ s'imposa com a limitació que l'eixamplament del pols no sigui més gran que un quart del temps de bit. Per tant,

$$\sigma_t < \frac{1}{4} T_b \qquad (12)$$

- Per a sistemes RZ s'imposa com a limitació que l'eixamplament del pols no sigui més gran que la meitat del temps de bit. Per tant,

$$\sigma_t < \frac{1}{2} T_b \qquad (13)$$

3. Tipus de fibres òptiques

La primera classificació que es fa en estudiar els tipus de fibres òptiques és entre la fibra monomode (SMF) i la fibra multimode (MMF).

Una fibra monomode és la que només propaga un sol mode, que s'anomena *mode fonamental de la fibra òptica*. Una fibra multimode és la que propaga diversos modes. En fer l'estudi del comportament de la fibra òptica emprant l'òptica electromagnètica veurem que en realitat una fibra pot ser tant monomode com multimode, ja que el fet que propagui un sol mode o diversos depèn de paràmetres físics de la fibra (índexs de refracció del nucli i del revestiment i radi del nucli) i de la longitud d'ona de treball. A unes longituds d'ona la fibra es pot comportar com a monomode i a d'altres com a multimode. Encara que hi hagi aquesta dualitat, en general classificarem les fibres com a monomode o multimode segons si a la banda d'interès propaguen un mode o diversos modes.

3.1. Fibra multimode

Les fibres multimode tenen un diàmetre de nucli força elevat, i aquest està estandarditzat a dos valors: 50 µm i 62,5 µm. El diàmetre del revestiment està estandarditzat a 125 µm. Així, quan ens referim a una fibra MMF 50/125, estem indicant que és una fibra multimode amb un nucli de 50 µm de diàmetre i un revestiment de 125 µm de diàmetre.

Les fibres multimode es classifiquen en fibres multimode d'índex de salt (MMF-SI) i les d'índex gradual (MMF-GRIN). Les fibres multimode d'índex de salt són aquelles en què el nucli està fabricat amb un material homogeni, és a dir, el nucli té un únic material amb un únic índex de refracció. El nom d'índex de salt prové de la forma que té el perfil d'índex de refracció d'aquesta fibra òptica. Les fibres multimode d'índex gradual tenen un nucli no homogeni i el seu perfil d'índex de refracció del nucli segueix una forma parabòlica.

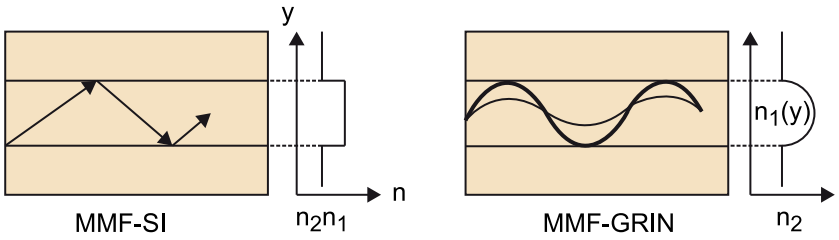

Figura 10. Tipus de fibres òptiques multimode

Tal com ja hem comentat en l'apartat anterior, les fibres multimode pateixen el fenomen de la dispersió modal. La dispersió modal representa un factor de limitació tant de la longitud com de la velocitat binària del sistema de

comunicacions òptiques. A causa de la dispersió modal, les fibres multimode s'empren habitualment per a xarxes d'àrea local, on la distància és curta i la velocitat de bit acostuma a ser menor que en els enllaços troncals.

La fibra òptica multimode d'índex gradual neix amb la finalitat de reduir la dispersió modal que pateix la fibra multimode d'índex de salt. En aquest tipus de fibra, el perfil de l'índex de refracció del nucli no és constant, normalment segueix una forma parabòlica, essent major l'índex de refracció en el centre del nucli de la fibra òptica que no pas en els extrems. En no ser un nucli homogeni, els rajos no viatgen en línia recta sinó que sofreixen una curvatura, a causa de la qual la propagació no és per reflexió total en la transició entre el nucli i el revestiment, sinó que és de forma harmònica, tal com es veu en la figura anterior. Aquesta forma harmònica de propagació es duu a terme amb una certa amplitud de la forma. En la figura es pot observar com el raig de llum indicat amb una línia discontínua té una amplitud més que gran que el raig indicat amb una línia contínua; pel fet de tenir més amplitud, recorrerà més longitud a l'interior de la fibra i, per tant, hauria d'arribar més tard que l'altre raig. Aquest efecte (dispersió modal) es minimitza en tenir un perfil d'índex de refracció amb una forma parabòlica. Així, el raig amb menys amplitud –i, per tant, el que recorre menys longitud i viatja més proper al centre del nucli de la fibra òptica–, veurà un índex de refracció més gran, que provocarà que la velocitat de propagació sigui menor i s'alenteixi. En alentir-se aquest raig respecte al que recorre més longitud, aconseguim que els rajos arribin simultàniament al receptor i, per tant, es redueix la dispersió modal.

3.2. Fibra monomode

Com hem vist, una fibra monomode (SMF) és la que només propaga un sol mode. L'estructura bàsica d'una fibra monomode és amb un perfil de refracció d'índex de salt i amb un diàmetre de nucli molt menor que el d'una fibra multimode (entre 3 μm i 10 μm).

Aquest tipus de fibra, en propagar un sol mode, no pateix la dispersió modal, sinó que pateix la dispersió cromàtica. Recordem que l'eixamplament provocat per la dispersió cromàtica depèn de la distància recorreguda, de l'amplada de banda de la portadora injectada a la fibra i del paràmetre de dispersió (D). El paràmetre de dispersió es fa zero al voltant de la segona finestra, per tant, en aquesta zona no patirem eixamplament a causa de la dispersió cromàtica. La fibra òptica monomode estàndard té un paràmetre D a la tercera finestra d'entre 16 i 18 $\frac{\text{ps}}{\text{nm}\cdot\text{km}}$.

La fibra monomode s'utilitza sovint en els enllaços a llarga distància i de gran capacitat. En implementar aquest tipus d'enllaços normalment s'utilitza la tercera finestra. Aquesta finestra gaudeix d'una atenuació baixa, factor clau per a realitzar un enllaç a llarga distància, i a més, en aquesta banda hi ha amplificadors que treballen directament a domini òptic i que poden compensar les

pèrdues que sofrim. El principal efecte limitador de la distància i de la velocitat passa a ser la dispersió cromàtica. Hi ha diverses estratègies per a solucionar aquest problema, com per exemple, utilitzar compensadors de la dispersió cromàtica o emprar fibres que modifiquen el seu perfil d'índex de refracció per tal de desplaçar la gràfica del paràmetre de dispersió (D) cap a la tercera finestra i així aconseguir un zero de dispersió o gairebé un zero de dispersió.

La fibra de dispersió desplaçada (SMF-SDF) és una fibra amb el zero de dispersió a la tercera finestra (al voltant de 1.540 nm). El valor del paràmetre de dispersió se situa entre –2 i +2 $\frac{\text{ps}}{\text{nm}\cdot\text{km}}$. Aquest tipus de fibra avui en dia no s'utilitza, ja que es tracta d'una fibra molt susceptible a patir no-linealitats.

La fibra *non zero dispersion fiber* (NZDF) té el zero de dispersió desplaçat cap a la zona de la tercera finestra, però a la banda de treball de la tercera finestra el paràmetre de dispersió (D) se situa entre 2,6 i 6 $\frac{\text{ps}}{\text{nm}\cdot\text{km}}$. Això fa que tinguem una fibra amb una dispersió cromàtica menor que en la fibra monomode estàndard i amb un comportament enfront de les no-linealitats millor que una fibra de dispersió desplaçada.

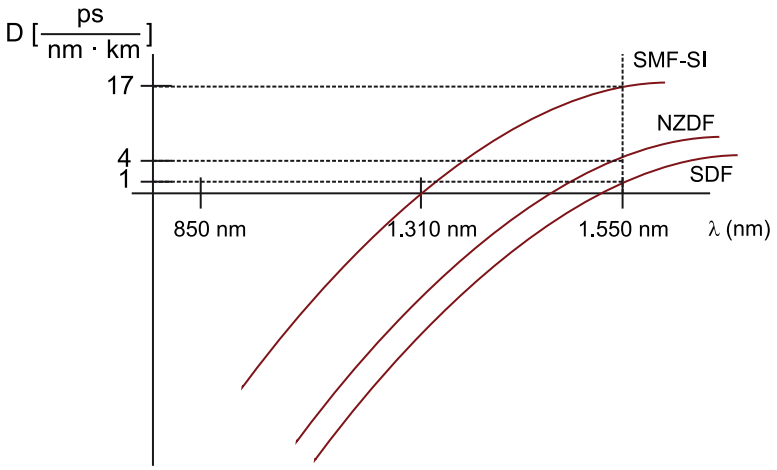

Figura 11. Altres tipus de fibra òptica monomode

3.3. Normatives sobre fibra òptica

La Unió Internacional de Telecomunicacions (ITU) defineix un seguit de normes que caracteritzen els diferents tipus de fibra òptica que hem vist en aquest apartat. A continuació citem només les més importants:

- G.651: Fibra multimode 50/125 µm

- G.652: Fibra monomode d'índex de salt (SMF-SI). Es tracta de la fibra monomode estàndard, caracteritzada per tenir el zero de dispersió a la segona finestra.

- G.653: Fibra de dispersió desplaçada (SMF-SDF). Fibra monomode amb el zero de dispersió a la tercera finestra.

- G.655: Fibra *non zero dispersion fiber* (NZDF).

4. Propagació de la llum per la fibra òptica. Anàlisi des del punt de vista de l'òptica electromagnètica

4.1. Òptica electromagnètica

La llum és una ona electromagnètica, per tant, té una component de camp elèctric i una component de camp magnètic, i es regeix mitjançant les equacions de Maxwell.

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad (14)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \qquad (15)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad (16)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad (17)$$

A partir de les equacions de Maxwell, podem deduir l'equació d'ona. L'equació d'ona ens descriu com es propaga la llum (l'ona electromagnètica) en l'espai lliure.

$$\nabla^2 \vec{E} + \frac{w^2 \cdot n^2(w) \cdot \vec{E}}{c_0^2} = 0 \qquad (18)$$

$$\nabla^2 \vec{H} + \frac{w^2 \cdot n^2(w) \cdot \vec{H}}{c_0^2} = 0 \qquad (19)$$

L'equació d'ona en realitat són dues, una per al camp elèctric i una altra per al camp magnètic. Si resolem aquestes equacions amb unes determinades condicions de contorn que vénen definides per la guia d'ona, aconseguirem conèixer com es propaga la llum per la fibra òptica, per tant, trobarem com es propaguen els modes dins d'una fibra. Un mode és una solució específica de l'equació d'ona que satisfà unes condicions de contorn apropiades. Cal tenir en compte que mode és un concepte genèric, ens podem referir a un mode de propagació de la fibra, com també a un mode d'un làser, al d'un ressonador, etc. En aquest cas, ens referim als modes de propagació de la guia d'ona (fibra òptica).

En resoldre l'equació d'ona en la fibra òptica podem observar que aquesta guia segueix una simetria cilíndrica, així doncs, serà convenient resoldre l'equació d'ona en coordenades cilíndriques. A partir de la resolució de l'equació d'ona

en la fibra òptica obtindrem dues informacions fonamentals: la distribució de camp dins la fibra òptica (amb totes les components espacials del camp elèctric i del camp magnètic) i l'equació general de propagació de la llum per la fibra òptica.

4.2. L'equació general de propagació de la llum per la fibra òptica

L'equació que ens descriu com es propaga la llum per la fibra òptica des del punt de vista de l'òptica electromagnètica és l'equació general de propagació de la llum per la fibra òptica.

Referència bibliogràfica

Govind P. Agrawal (2010). *Fiber-Optic Communication Systems*. Wiley.

$$\left(\frac{J'_m(k\cdot a)}{k\cdot J_m(k\cdot a)}+\frac{K'_m(\gamma\cdot a)}{\gamma\cdot K_m(\gamma\cdot a)}\right)\cdot\left(\frac{J'_m(k\cdot a)}{k\cdot J_m(k\cdot a)}+\frac{n_2^2\cdot K'_m(\gamma\cdot a)}{n_1^2\cdot\gamma\cdot K_m(\gamma\cdot a)}\right)=\left(\frac{m\cdot\beta}{n_1\cdot a\cdot k_0}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{k^2}+\frac{1}{\gamma^2}\right) \quad (20)$$

Lectura de la fórmula (20)

n_1: índex de refracció del nucli

n_2: índex de refracció del revestiment

J_m: funció de Bessel de primera espècie

K_m: funció de Bessel de segona espècie modificada

m: ordre de la funció de Bessel

a: radi del nucli de la fibra òptica

k_0: nombre d'ona

β: constant de propagació

$$k^2 = n_1^2 k_0^2 - \beta^2$$

$$\gamma^2 = \beta^2 - n_2^2 k_0^2$$

En aquesta equació tenim com a variables l'índex de refracció del nucli, del revestiment, el nombre d'ona k_0 (on $k_0 = 2\pi/\lambda$), i el radi; aquestes variables les fixem nosaltres, ja que són paràmetres físics o la freqüència de treball. La variable que trobarem en resoldre l'equació és la β, que correspon a la constant de propagació.

La solució a l'equació general de propagació moltes vegades no es pot fer de forma analítica i s'ha de recórrer a mètodes de càlcul numèric per a trobar-la. La solució de β no és única, a més de ser una equació amb múltiples solucions, en trobarem de diferents depenent de quin sigui l'ordre emprat en les funcions de Bessel.

Les diferents solucions de l'equació es representen de forma gràfica utilitzant els paràmetres de freqüència normalitzada (eix horitzontal) i la constant de propagació normalitzada (eix vertical).

4.3. Solució gràfica a l'equació general de propagació de la llum per la fibra òptica

La gràfica següent ens mostra les solucions de l'equació general de propagació de la llum en la fibra òptica. D'aquesta gràfica es poden extreure les solucions normalitzades que corresponen als diferents modes de propagació de la llum dins la fibra òptica.

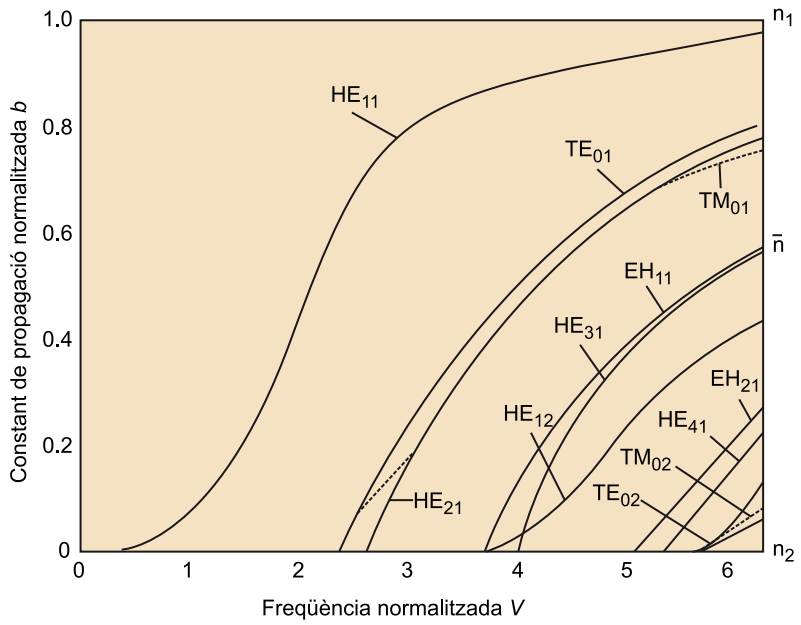

Figura 12. Gràfica b-V d'una fibra òptica d'índex de salt

La gràfica que representa els modes de propagació ens dóna gran quantitat d'informació que, a més, és vàlida per a qualsevol fibra òptica d'índex de salt, ja que la solució gràfica està normalitzada.

Les solucions es representen a la gràfica com a corbes. Cada una representa un mode de propagació, el nom del qual s'indica al costat de cada corba. Per a determinar la nomenclatura de cada mode s'utilitzen les lletres H (camp magnètic) i E (camp elèctric). L'ordre (EH o HE) indica quina component és la predominant; s'hi afegeix un subíndex de dos dígits: el primer dígit indica l'ordre de la funció de Bessel emprat en resoldre l'equació i el segon és un valor numèric que indica l'ordre de les solucions de l'equació ordenades de petites a grans. Hi ha uns casos especials, anomenats modes transversals, que són solucions a la funció de Bessel d'ordre zero i s'indiquen amb les lletres TE i TM (per exemple, TE_{01} i TM_{01}).

Per a una fibra òptica en particular es pot calcular la seva freqüència normalitzada (V), a partir de la longitud d'ona de treball, els índexs de refracció i el radi del nucli.

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \qquad (21)$$

A partir de la V i sobre la solució gràfica podem trobar els diferents modes que es propagaran per la fibra en la situació descrita. Val a dir que els modes propagats són tots ortogonals entre ells, de manera que no s'afecten els uns sobre els altres. Observant la gràfica veiem que hi ha un mode que sempre es propagarà, aquest mode és el HE_{11} i s'anomena mode fonamental (és l'únic mode que es propaga en les fibres monomode).

Si ens centrem en l'eix vertical, que correspon a la constant de propagació normalitzada (b), aquesta pot prendre valors compresos entre 0 i 1. A partir de la constant de propagació normalitzada podem trobar l'índex de refracció efectiu ($\bar{n}$), que és l'índex que veu el mode en propagar-se. El valor d'aquest índex dependrà de la distribució de camp del mode. Com que els diferents modes tenen una distribució on la llum viatja una part pel nucli i una altra part pel revestiment de la fibra, prendrà un valor $n_1 > \bar{n} > n_2$. L'expressió que relaciona la constant de propagació normalitzada amb l'índex de refracció efectiu és:

$$b = \frac{\bar{n} - n_2}{n_1 - n_2} \qquad (22)$$

A partir de l'índex de refracció efectiu es pot trobar per a una determinada longitud d'ona la constant de propagació β (es defineix l'índex de refracció efectiu com la relació entre la constant de propagació i el nombre d'ona):

$$\beta = \bar{n} \cdot k_0 = \bar{n} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \qquad (23)$$

El valor de l'índex de refracció efectiu ens aporta informació sobre si la llum es propaga amb un camp distribuït majoritàriament pel nucli o pel revestiment, en funció de si aquest valor és més proper a l'índex de refracció del nucli o més proper a l'índex de refracció del revestiment. De la mateixa manera, en ser paràmetres dependents entre ells, la constant de propagació normalitzada també ens aporta aquesta informació, a més de la velocitat del mode.

Fixeu-vos en la fórmula de la constant de propagació normalitzada. Si l'índex efectiu pren un valor entre n_1 i n_2, voldrà dir que la constant de propagació normalitzada tindrà un valor entre 0 i 1. Si b és propera a 1, aleshores la llum es propaga majoritàriament pel nucli, i $\bar{n} \cong n_1$, i el mode es propagarà més lentament (índex de refracció alt ja que $n_1 > n_2$). En canvi, si b és propera a 0, la llum es propaga majoritàriament pel revestiment de la fibra, i $\bar{n} \cong n_2$, i el mode viatjarà més ràpid.

Avaluem els extrems de b, és a dir $b = 1$ i $b = 0$. Si ens fixem en les diferents solucions (corbes a la gràfica b-V) ens adonem que són asimptòtiques a $b = 1$, per tant, la llum no es pot propagar solament pel nucli de la fibra òptica. Si $b = 0$, vol dir que l'índex efectiu val n_2 (en aquest cas, som a la part inferior de la

gràfica); la llum hauria de propagar-se només pel revestiment, però en realitat la llum no es propaga sota aquesta condició perquè quan l'índex efectiu és n_2 (l'índex al revestiment) el mode està tallat. És el que es coneix com a *condició de tall d'un mode*.

Per tant, l'índex efectiu mai arriba a ser ni n_1 ni n_2, en conseqüència, la llum no es pot propagar solament pel nucli d'una fibra òptica ni solament pel revestiment d'una fibra òptica. La llum viatja una part pel nucli i una part pel revestiment. Fixem-nos que no és el mateix que vam veure en estudiar com es propaga la llum dins de la fibra òptica emprant l'òptica de rajos. Recordem que sota la consideració de l'òptica de rajos, la propagació es basa en la propietat de la reflexió total, que ocorre en la transició entre nucli i revestiment. Per tant, tota la llum hauria de viatjar dins el nucli de la fibra i no hi hauria d'haver llum al revestiment. Emprant l'òptica electromagnètica ens adonem que la propagació no és així i que l'òptica de rajos ens proporciona una visió parcial del que ocorre.

En l'eix horitzontal de la gràfica es representa la freqüència normalitzada (V). Aquest paràmetre pot tenir un valor entre zero i infinit. Fixem-nos que per a una determinada freqüència normalitzada, si tracem una línia vertical sobre la gràfica, tallarem més d'un mode (corbes). Els modes que tallem amb la línia són els modes que es propagaran per la fibra òptica.

Des d'una freqüència normalitzada de $V = 0$ fins a $V = 2{,}405$, es propaga un sol mode. Aquesta és el marge de freqüències (o regió) en què la fibra òptica es comporta com una fibra monomode (només es propaga el mode HE_{11}). A partir de $V = 2{,}405$ també s'excita el mode TE_{01} i TM_{01} i a mesura que anem augmentant la freqüència normalitzada V anem afegint nous modes, aquesta regió és la coneguda com a regió multimode i la fibra es comporta com una fibra òptica multimode.

El fet que una fibra es comporti com a monomode o multimode només depèn dels paràmetres a, n_1, n_2 i de la longitud d'ona de treball. Per tant, tenint fixats els paràmetres físics, una mateixa fibra a una determinada longitud d'ona pot tenir una propagació multimode i a una altra longitud, una propagació monomode. Es defineix la freqüència de tall o longitud d'ona de tall de la fibra òptica com la freqüència o longitud d'ona en què la fibra passa de la regió monomode a la regió multimode.

Quan es propaga més d'un mode en una fibra, es produeix el fenomen de la dispersió modal o intermodal. Per a una determinada freqüència normalitzada i per a un mode determinat, podem obtenir el valor de la constant de propagació normalitzada, a partir d'aquesta calcular l'índex de refracció efectiu i amb aquest calcular la velocitat de propagació de la llum del mode en qüestió. Si tenim més d'un mode, podem fer els càlculs anteriors per a cadascun dels modes, veient que tindrem diferents velocitats de propagació de la llum dins

la fibra òptica. Aquestes diferents velocitats fan que el senyal arribi dispers en el temps al receptor i provoca el fenomen de la dispersió modal. Coneixent les velocitats del mode que es propaga més ràpid i el mode que es propaga més lent podem trobar la dispersió modal d'una fibra per a una determinada freqüència.

La freqüència normalitzada d'una portadora de llum és un valor que es relaciona amb la freqüència central de la portadora, però val a dir que sempre tindrem una petita amplada de banda al voltant d'aquesta. Aquesta petita amplada de banda provoca que tinguem diferents velocitats de propagació per a un mateix mode (això correspon a la dispersió cromàtica provocada per la guia). Es pot observar en la gràfica que la dispersió cromàtica té uns valors molt inferiors a la modal.

4.4. Exemples sobre propagació de senyals per la fibra òptica

En aquest apartat veurem diferents exemples que ens permetran consolidar els coneixements vistos a la part teòrica.

4.4.1. Exemple I

En un enllaç de comunicacions òptiques observem en el receptor que cada bit ocupa 1,2 microsegons. Quina és l'obertura numèrica de la fibra òptica emprada?

Dades: La fibra òptica és multimode d'índex de salt. El format de les dades és OOK (*on off keying*) RZ a 1 Mb/s. La longitud de l'enllaç és de 10 km. L'índex de refracció del revestiment és d'1,45.

En l'enunciat ens diuen que la velocitat binària és d'1 Mb/s, per tant, el temps de bit serà d'un microsegon.

Si el temps de bit en l'emissor és d'un microsegon i en el receptor és d'1,2 microsegons, l'eixamplament provocat per la dispersió modal (es tracta d'una fibra multimode d'índex de salt) és de 0,2 microsegons.

A partir de l'expressió de l'eixamplament podem trobar l'índex de refracció del nucli.

$$\sigma_t = \frac{L \cdot \Delta}{c_1} = \left\{\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1}\right\} = \frac{L \cdot (n_1 - n_2)}{n_1 \cdot c_1} = \left\{c_1 = \frac{c_0}{n_1}\right\} = \frac{L \cdot (n_1 - n_2)}{c_0} \qquad (24)$$

$$n_1 = \frac{\sigma_t \cdot c_0}{L} + n_2 = 1{,}456 \qquad (25)$$

Amb l'índex de refracció del nucli i del revestiment ja podem calcular l'obertura numèrica. Finalment,

$$\mathrm{NA} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 0{,}132 \qquad (26)$$

4.4.2. Exemple II

Suposeu un enllaç de 1.500 km de longitud. Aquest enllaç multiplexa una portadora IM/DD RZ 2,5 Gbit/s a la segona finestra i una altra portadora IM/DD RZ 2,5 Gbit/s a la tercera finestra. En les dues finestres s'envia simultàniament la mateixa informació. Indiqueu quina és la diferència temporal en el receptor entre el símbol que s'envia a la segona finestra i el símbol que s'envia a la tercera finestra. La fibra òptica té un diàmetre de nucli de 5 micròmetres, un índex de refracció del nucli d'1,46 i un índex de refracció del revestiment d'1,45.

Calculem la freqüència normalitzada a la segona i a la tercera finestra.

$$V(1.310\ \mathrm{nm}) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \mathrm{a} \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 2{,}0454 \qquad (27)$$

$$V(1.550\ \mathrm{nm}) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \mathrm{a} \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 1{,}728 \qquad (28)$$

En les dues finestres la freqüència normalitzada és superior a 2,405, per tant, es comporta com una fibra monomode, de manera que només propaga el mode fonamental.

A partir de la solució gràfica a l'equació general de propagació per a una fibra òptica, podem trobar la constant de propagació normalitzada a la segona i a la tercera finestra.

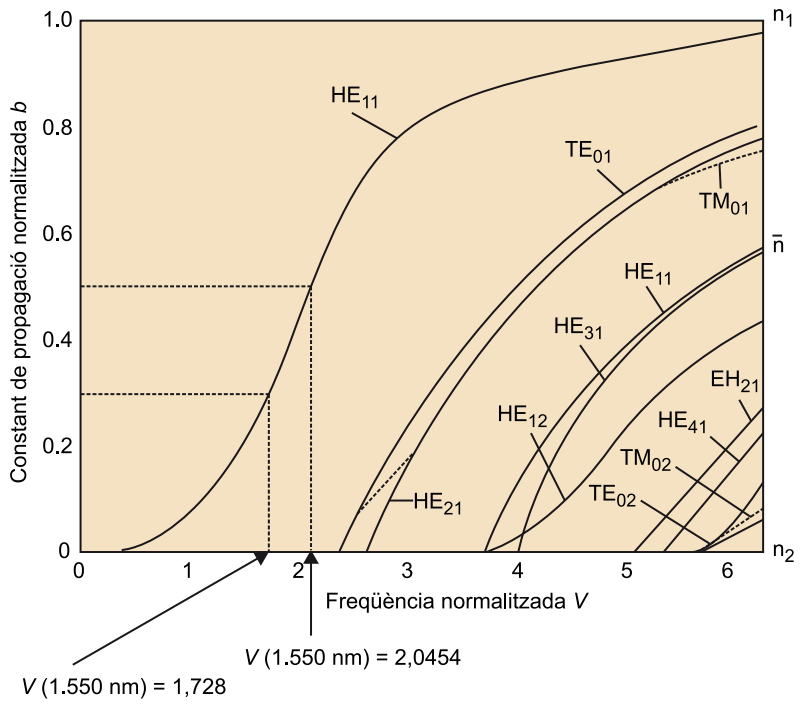

Figura 13. Cerca de les constants de propagació normalitzades

$$b(1.310\ \text{nm}) \simeq 0{,}5 \qquad (29)$$

$$b(1.550\ \text{nm}) \simeq 0{,}28 \qquad (30)$$

A partir de les constants de propagació normalitzades trobem l'índex de refracció efectiu de la segona i la tercera finestra:

$$b = \frac{\bar{n} - n_2}{n_1 - n_2} \qquad (31)$$

$$\bar{n}(1.310\ \text{nm}) = 1{,}455 \qquad (32)$$

$$\bar{n}(1.550\ \text{nm}) = 1{,}4528 \qquad (33)$$

Relacionant l'índex efectiu amb la velocitat, la longitud i el temps, trobem el que es triga a recórrer els 1.500 quilòmetres tant en la segona com en la tercera finestra i finalment, restant aquests dos valors, s'obté la diferència temporal entre el símbol transmès a la segona finestra i el transmès a la tercera.

$$T = \frac{L \cdot \bar{n}}{c_0} \qquad (34)$$

$$T\ (1.310\ \text{nm}) = 0{,}007264\ \text{s} \qquad (35)$$

$$T\ (1.550\ \text{nm}) = 0{,}007275\ \text{s} \qquad (36)$$

$$\Delta T = 11\ \mu s \qquad (37)$$

4.4.3. Exemple III

Volem dissenyar un enllaç per fibra òptica entre dues ciutats separades 20 km. L'índex de refracció del revestiment de la fibra òptica és 1,45 i Δ = 0,005. El nucli de la fibra té un diàmetre de 8 micròmetres.

a) Quin serà l'eixamplament provocat per la dispersió en la segona finestra.

b) Deduïu l'expressió de la dispersió modal per a un nombre elevat de modes.

Nota

Si la fibra és multimode, calculeu la dispersió modal (diferència temporal entre el mode que es propaga més ràpid i el mode que es propaga més lent). Si no es propaguen més de 20 modes, no empreu l'aproximació de la dispersió modal per a un nombre elevat de modes.

A partir de l'índex de refracció del revestiment (n_2) i de Δ, trobem l'índex de refracció del nucli (n_1):

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{n_1 - 1{,}45}{n_1} = 0{,}005 \qquad (38)$$

$$n_1 = 1{,}4573 \qquad (39)$$

Una vegada coneixem l'índex de refracció del nucli ja podem calcular la freqüència normalitzada a 1.310 nm:

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \cdot \sqrt{n_1{}^2 - n_2{}^2} \qquad (40)$$

$$V(1.310\ \text{nm}) = \frac{2\pi}{1{,}31\ \mu m} 4\ \mu m \sqrt{1{,}4573^2 - 1{,}45^2} = 2{,}795 \cong 2{,}8 \qquad (41)$$

De la solució gràfica a l'equació general de propagació per una fibra òptica, podem trobar els modes que es propaguen i la constant de propagació normalitzada de cada un d'ells. Ens interessarà el mode que es propaga més ràpid i el mode que es propaga més lent, per a així trobar la dispersió modal.

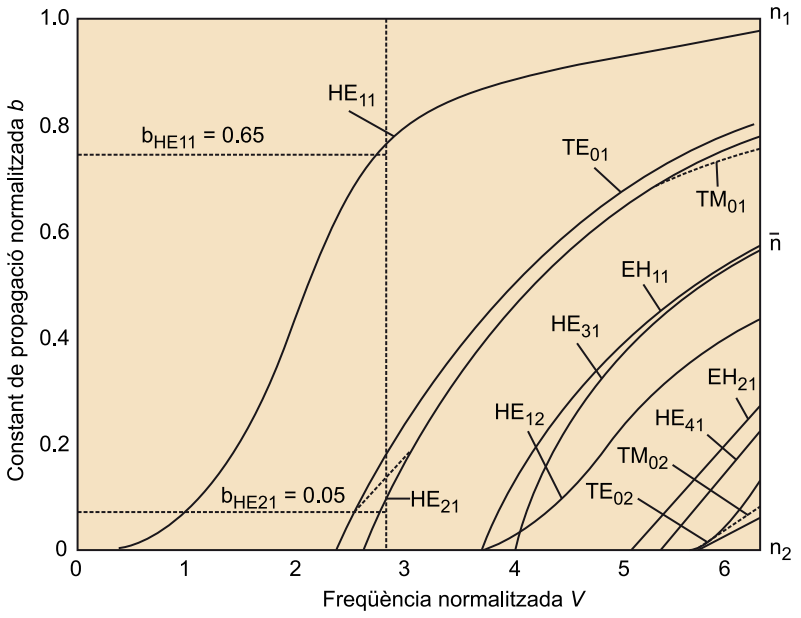

Figura 14. Cerca de les constants de propagació normalitzades

Definim b_{HE11} com la constant de propagació normalitzada associada al mode HE_{11} (el mode lent, ja que el seu índex de refracció serà més alt) i b_{HE21} com la constant de propagació normalitzada associada al mode HE_{21} (el mode ràpid, ja que el seu índex de refracció serà més baix). Obtenim b_{HE11} = 0,65 i b_{HE21} = 0,05 a partir de les gràfiques.

A partir d'aquests valors podem trobar els índexs de cada un d'aquests modes:

$$b = \frac{\bar{n} - n_2}{n_1 - n_2} \qquad (42)$$

L'índex de refracció efectiu valdrà:

$$\bar{n} = b(n_1 - n_2) + n_2 \qquad (43)$$

Substituint,

$$\bar{n}_{HE11} = 1{,}454745 \qquad (44)$$

$$\bar{n}_{HE21} = 1{,}450584 \qquad (45)$$

Sabent l'índex de refracció efectiu de cada mode podem saber la velocitat de cada mode ($\bar{n} = \frac{c_0}{c}$) i, per tant, el temps que triga cada mode en recórrer una longitud L de fibra.

$$T_{HE11} = \frac{L}{c_{HE11}} = \frac{L}{c_0}\bar{n}_{HE11} \qquad (46)$$

$$T_{HE21} = \frac{L}{c_{HE21}} = \frac{L}{c_0}\bar{n}_{HE21} \qquad (47)$$

Sabent que la dispersió modal és la diferència temporal entre el mode que es propaga més ràpid i el mode que es propaga més lent. Llavors:

$$\sigma_t = T_{HE11} - T_{HE21} = \frac{L}{c_0}\left(\bar{n}_{HE11} - \bar{n}_{HE21}\right) = 277{,}4 \text{ ns} \qquad (48)$$

Fixem-nos que l'equació anterior ens relaciona el temps entre modes i aquest va lligat als índexs de refracció. En una situació en què es propaguen un nombre elevat de modes, tindrem una freqüència normalitzada elevada i com que el mode HE_{11} és asimptòtic, b =1, això resulta en una constant de propagació normalitzada propera a la unitat i, per tant, es tracta d'un mode que té un índex de refracció efectiu similar a l'índex de refracció del nucli $\bar{n}_H \cong n_1$. D'altra banda, en tenir un nombre elevat de modes és molt probable que a la freqüència normalitzada que ens trobem, estigui arrencant algun mode, cosa que implica que hi hagi llum que es propaga amb un índex de refracció efectiu similar a l'índex de refracció del revestiment $\bar{n}_L \cong n_2$. Llavors,

$$\sigma_t = T_H - T_L = \frac{L}{c_0}\left(\bar{n}_H - \bar{n}_L\right) \cong \frac{L}{c_0}\left(n_1 - n_2\right) = \frac{L}{c_0}\cdot n_1 \cdot \frac{\left(n_1 - n_2\right)}{n_1} = \frac{L}{c_1}\cdot\Delta \qquad (49)$$

4.4.4. Exemple IV

Volem dissenyar un enllaç per fibra òptica entre dues ciutats. L'índex de refracció del revestiment de la fibra òptica d'índex de salt és 1,45 i Δ = 0,005. El nucli de la fibra té un diàmetre de 9,5 micròmetres. L'emissor utilitzat té una longitud d'ona central de 1.550 nm i una amplada de banda de 20 nm.

Quin percentatge representa la dispersió cromàtica (de la guia) introduïda pel mode fonamental sobre la dispersió modal?

Expliqueu el procediment emprat i justifiqueu la resposta.

A partir de l'índex de refracció del revestiment (n_2) i de Δ, trobem l'índex de refracció del nucli (n_1):

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{n_1 - 1{,}45}{n_1} = 0{,}005 \qquad (50)$$

$$n_1 = 1{,}4573 \qquad (51)$$

Una vegada coneixem l'índex de refracció del nucli ja podem calcular la freqüència normalitzada a 1.550 nm:

Nota

El fabricant no ens proporciona el paràmetre de dispersió D.

Tingueu en compte que la constant de propagació normalitzada del mode fonamental es pot relacionar amb la freqüència normalitzada mitjançant l'aproximació:

$$\mathbf{b}(\mathbf{V}) \cong \left(1{,}1428 - \frac{0{,}9960}{\mathbf{V}}\right)$$

Si no es propaguen més de 20 modes, no empreu l'aproximació de la dispersió modal per a un nombre elevat de modes.

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \qquad (52)$$

$$V(1.550\ \text{nm}) = \frac{2\pi}{1{,}55\ \mu\text{m}} 4{,}75\ \mu\text{m}\sqrt{1{,}4573^2 - 1{,}45^2} = 2{,}802484 \qquad (53)$$

De la solució gràfica de l'equació general de propagació per una fibra òptica, podem trobar els modes que es propaguen i la constant de propagació normalitzada de cadascun d'ells. Ens interessarà el mode que es propaga més ràpid i el mode que es propaga més lent, per a així trobar la dispersió modal.

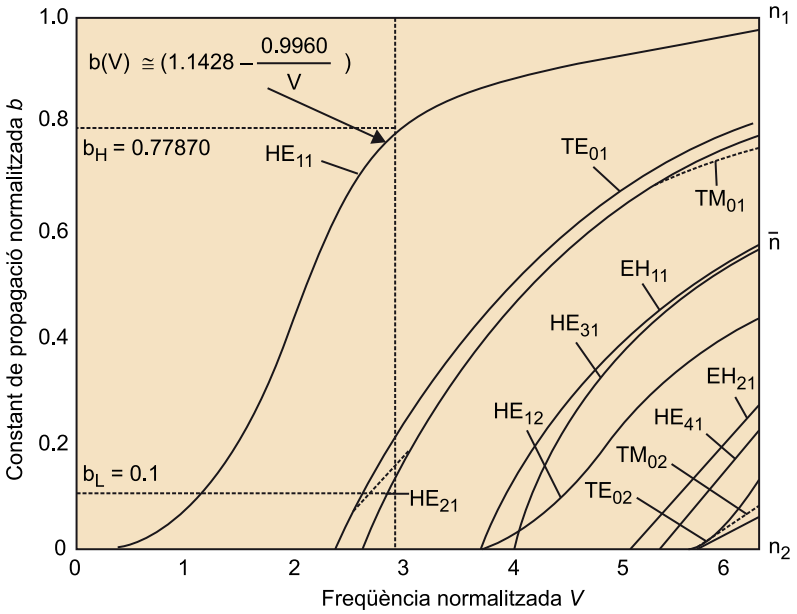

Figura 15. Cerca de les constants de propagació normalitzades

Definim b_H com la constant de propagació normalitzada associada al mode HE_{11} (el mode lent) i b_L com la constant de propagació normalitzada associada al mode HE_{21} (el mode ràpid). Obtenim b_H amb l'equació que ens proporciona l'enunciat i b_L a partir de les gràfiques.

$$b_H \cong \left(1{,}1428 - \frac{0{,}9960}{2{,}8024}\right) = 0{,}7870 \qquad (54)$$

$$b_L = 0{,}1 \qquad (55)$$

Cal notar que cada constant de propagació normalitzada està associada a un índex de refracció efectiu. Així doncs, la diferència entre constants de propagació normalitzades suposarà una diferència d'índexs de refracció efectius que implicarà una diferència de velocitats i, per tant, una diferència temporal que indica que patim una dispersió entre els modes (intermodal) o modal.

Se'ns demana la relació (en percentatge) entre la dispersió cromàtica introduïda pel mode fonamental i la dispersió modal. Per trobar la dispersió cromàtica caldrà avaluar la diferència temporal que ocorre en el marge freqüencial que

ocupa la llum que excita el mode HE_{11}. Una determinada amplada de banda de la llum patirà un determinat marge d'índex de refracció. Aquest dependrà de la distribució de la llum en la fibra òptica, ja que es tracta d'un índex de refracció efectiu.

Cercarem quin és el marge de freqüència normalitzada que tenim segons l'amplada de banda de la llum (20 nm) i el marge corresponent de constant de propagació normalitzada del mode fonamental (HE_{11}).

En la figura següent es poden observar els marges que hem comentat.

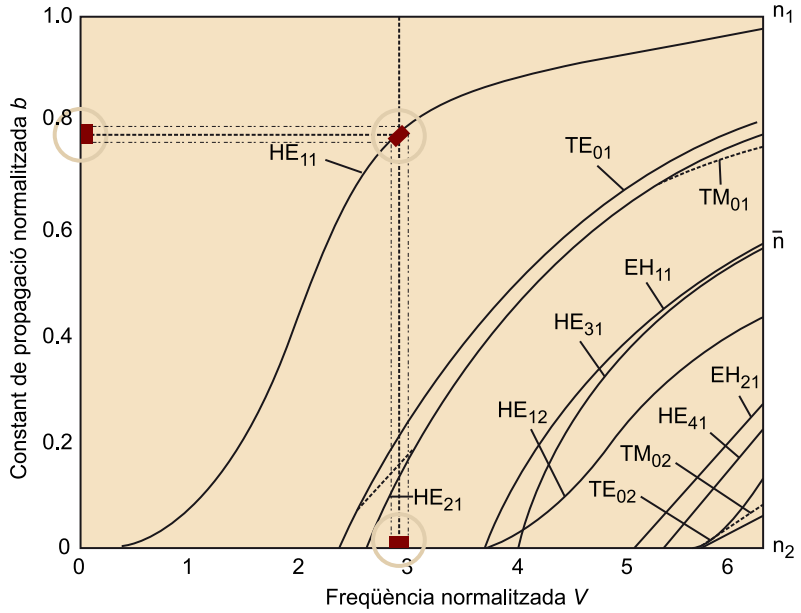

Figura 16. Variació de la constant de propagació normalitzada

Calculem les freqüències normalitzades:

$$V(1.540\ \text{nm}) = \frac{2\pi}{1{,}54\ \mu\text{m}} 4{,}75\ \mu\text{m}\sqrt{1{,}4573^2 - 1{,}45^2} = 2{,}8206 \qquad (56)$$

$$V(1.560\ \text{nm}) = \frac{2\pi}{1{,}56\ \mu\text{m}} 4{,}75\ \mu\text{m}\sqrt{1{,}4573^2 - 1{,}45^2} = 2{,}7845 \qquad (57)$$

Per a calcular les constants de propagació normalitzades emprem l'equació que se'ns proporciona.

$$b_H \cong \left(1{,}1428 - \frac{0{,}9960}{2{,}8206}\right) = 0{,}78968 \qquad (58)$$

$$b_L \cong \left(1{,}1428 - \frac{0{,}9960}{2{,}7845}\right) = 0{,}7851 \qquad (59)$$

La relació (en percentatge) entre la dispersió cromàtica introduïda pel mode fonamental i la dispersió modal serà:

$$\frac{\sigma_{t\,Cr}}{\sigma_{t\,Md}} \cdot 100 = \frac{(b_H - b_L)_{Cr}}{(b_H - b_L)_{Md}} \cdot 100 \qquad (60)$$

Ara ho demostrarem. Partim de l'expressió que ens determina la diferència temporal entre la llum que viatja amb un índex $\bar{n}_H$ i la llum que viatja amb un índex $\bar{n}_L$:

$$\sigma_t = \frac{L(\bar{n}_H - \bar{n}_L)}{c_0} \qquad (61)$$

Trobem la diferència $\bar{n}_H - \bar{n}_L$. Recordem que:

$$b = \frac{\bar{n} - n_2}{n_1 - n_2} \qquad (62)$$

L'índex de refracció efectiu valdrà:

$$b(n_1 - n_2) + n_2 = \bar{n} \qquad (63)$$

Restant els dos índexs de refracció efectius:

$$\bar{n}_H - \bar{n}_L = (n_1 - n_2)b_H + n_2 - (n_1 - n_2)b_L - n_2 = (b_H - b_L)(n_1 - n_2) \qquad (64)$$

Per tant,

$$\sigma_t = \frac{L(\bar{n}_H - \bar{n}_L)}{c_0} = \frac{L(b_H - b_L)(n_1 - n_2)}{c_0} \qquad (65)$$

Finalment,

$$\frac{\sigma_{t\,Cr}}{\sigma_{t\,Md}} \cdot 100 = \frac{\dfrac{L(b_H - b_L)_{Cr}(n_1 - n_2)}{c_0}}{\dfrac{L(b_H - b_L)_{Md}(n_1 - n_2)}{c_0}} 100 = \frac{(b_H - b_L)_{Cr}}{(b_H - b_L)_{Md}} 100 \qquad (66)$$

Una vegada demostrada l'expressió de la relació entre dispersions que ens demanen, només cal substituir:

$$\frac{\sigma_{t\,Cr}}{\sigma_{t\,Md}} \cdot 100 = \frac{(b_H - b_L)_{Cr}}{(b_H - b_L)_{Md}} \cdot 100 = \frac{0{,}004578}{0{,}6870} \cdot 100 = 0{,}663\ \% \qquad (67)$$

4.4.5. Exemple V

Disposem d'un enllaç punt a punt de comunicacions òptiques de longitud exacta desconeguda, però que se situa entre 60 i 100 km, que opera a la tercera finestra i que empra una fibra amb un diàmetre de nucli de 5,5 micròmetres, índex de refracció del nucli d'1,48 i índex de refracció del revestiment d'1,47.

Per tal d'esbrinar la longitud exacta d'aquest enllaç hem ideat un sistema basat en el fenomen de la dispersió modal. Per això injectem un tren de polsos a la fibra amb una font sintonitzable que permet operar en el marge de 825 nm a 1.150 nm. En el receptor situem un oscil·loscopi i mesurem l'eixamplament que han sofert els polsos.

a) Si volem fer la mesura de la distància a la primera finestra, determineu la relació que tindrem entre l'eixamplament del pols i la longitud de l'enllaç.

b) Determineu la longitud d'ona d'emissió de la font sintonitzable que ens proporcionarà més precisió en la mesura. En aquesta nova situació, determineu la relació que tindrem entre l'eixamplament del pols i la longitud de l'enllaç.

c) Indiqueu la principal raó per la qual aquest sistema de mesura no funcionaria.

a) Primer de tot s'hauria de comprovar si la fibra òptica emprada es comporta com una fibra multimode a primera finestra. Per això calcularem la longitud d'ona de tall:

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \qquad (68)$$

La longitud d'ona de tall serà aquella que fa que la freqüència normalitzada valgui 2,405. Llavors:

$$\lambda = \frac{2\pi}{2{,}405} \cdot 2{,}75\ \mu\text{m} \cdot \sqrt{1{,}48^2 - 1{,}47^2} = 1{,}234\ \mu\text{m} \qquad (69)$$

Fruit del resultat, observem que la longitud d'ona de tall se situa a una longitud d'ona superior a primera finestra. Per tant, podem assegurar que el sistema és multimode a la primera finestra.

Seguidament cercarem la freqüència normalitzada a la longitud d'ona on es realitza la mesura (primera finestra).

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \frac{2\pi}{0{,}85\ \mu m} \cdot 2{,}75\ \mu m \cdot \sqrt{1{,}48^2 - 1{,}47^2} = 3'49 \qquad (70)$$

A partir de la gràfica b-V trobem les constants de propagació normalitzades (*b*) dels diferents modes que es propaguen a la freqüència normalitzada que correspon a la primera finestra. Ens centrem en les constants de propagació normalitzades del mode que viatja més ràpid (HE_{21}) i del mode que viatja més lent (HE_{11}).

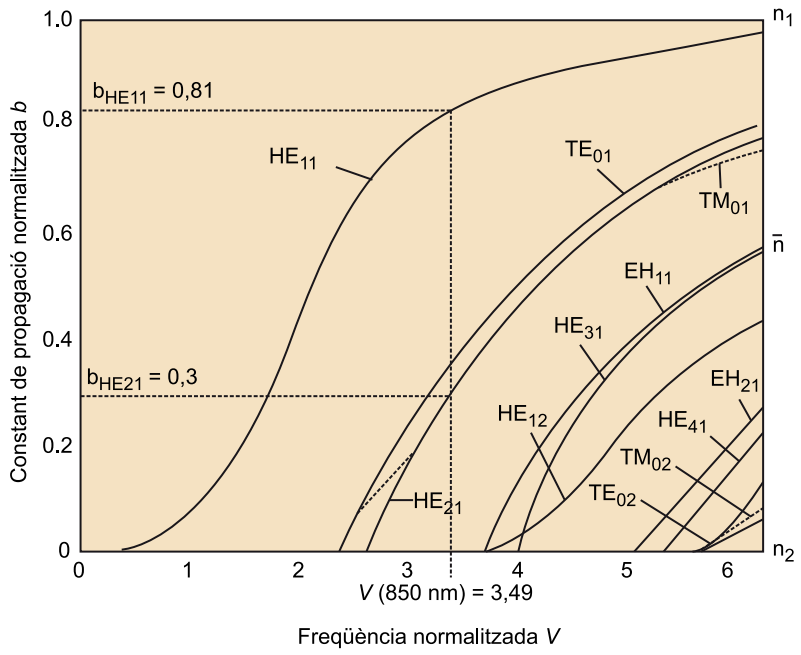

Figura 17. Cerca de les constants de propagació normalitzades

A partir d'aquestes dues freqüències normalitzades (b_{HE21} i b_{HE11}), podem trobar l'índex de refracció efectiu del mode que viatja més ràpid (n_{HE21}) i el del mode que viatja més lent (n_{HE11}).

$$b = \frac{\bar{n} - n_2}{n_1 - n_2} \qquad (71)$$

Llavors,

$$\bar{n} = b(n_1 - n_2) + n_2 \qquad (72)$$

$$n_{HE11} = 0{,}81 \cdot (1{,}48 - 1{,}47) + 1{,}47 = 1{,}4781 \qquad (73)$$

$$n_{HE21} = 0{,}3 \cdot (1{,}48 - 1{,}47) + 1{,}47 = 1{,}473 \qquad (74)$$

Finalment, l'eixamplament del pols correspon a la diferència temporal entre el mode que viatja més ràpid i el mode que viatja més lent. Per tant:

$$\sigma_t = \frac{L}{c_0} \mid n_{HE21} - n_{HE11} \mid \qquad (75)$$

Substituint,

$$\frac{\sigma_t}{L} = \frac{0{,}0051}{c_0} \qquad (76)$$

b) Aquest sistema de mesura de longitud de fibra es basa en el fenomen de la dispersió modal. Per tant, com més eixamplament del pols aconseguim, més precisió tindrem. Per aconseguir un eixamplament elevat caldrà tenir més diferència temporal (per tant, també més diferència de velocitat i, de retruc, més diferència d'índex de refracció i de constant de propagació normalitzada) entre el mode que viatja més ràpid i el mode que viatja més lent. La situació ideal per a maximitzar la precisió seria que el mode més ràpid tingués un índex de refracció proper a n_2 i que el mode més lent tingués un índex de refracció proper a n_1.

El marge de funcionament de la font sintonitzable en longitud d'ona (de 825 nm a 1.150 nm) ens donarà també un marge de freqüències normalitzades de funcionament.

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \frac{2\pi}{0{,}825\ \mu m} \cdot 2{,}75\ \mu m \cdot \sqrt{1{,}48^2 - 1{,}47^2} = 3{,}59 \qquad (77)$$

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \frac{2\pi}{1{,}15\ \mu m} \cdot 2{,}75\ \mu m \cdot \sqrt{1{,}48^2 - 1{,}47^2} = 2{,}58 \qquad (78)$$

Si observem la gràfica b-V, en el marge de freqüència normalitzada que ens permet la font sintonitzable (de 2,58 a 3,59), la màxima diferència de constant de propagació normalitzada entre el mode ràpid i el mode lent, se situa a una freqüència normalitzada de 2,6 (en la figura es mostra en una línia sòlida gruixuda en l'eix b = 0, que ens indica el marge possible de freqüències normalitzades).

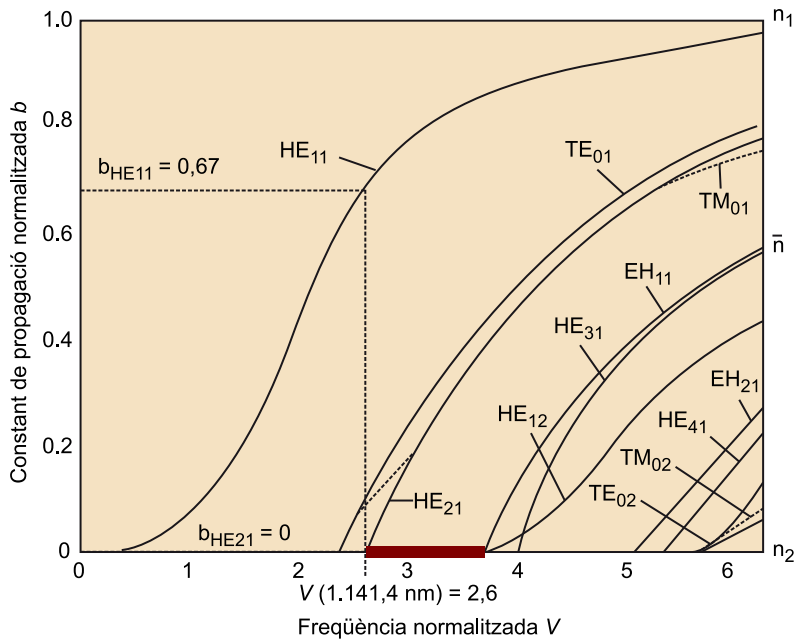

Figura 18. Cerca de la constant de propagació normalitzada

La longitud d'ona d'emissió de la font sintonitzable que correspon a una freqüència normalitzada de 2,6 i que, per tant, proporcionarà una precisió millor en la mesura serà:

$$\lambda = \frac{2\pi}{2{,}6} \cdot 2{,}75\ \mu\text{m} \cdot \sqrt{1{,}48^2 - 1{,}47^2} = 1{,}1414\ \mu\text{m} \qquad (79)$$

Seguint el mateix procediment emprat en el primer apartat, a partir de la gràfica *b*-*V* trobem les constants de propagació normalitzades (*b*) dels diferents modes que es propaguen a una freqüència normalitzada de 2,6. Ens centrem amb les constants de propagació normalitzades del mode que viatja més ràpid (HE_{21}) i del mode que viatja més lent (HE_{11}).

Cal notar que a una freqüència normalitzada de 2,6, tot just arrenca el mode HE_{21}, és a dir, tot just comença a propagar-se i, per tant, realitzarem l'aproximació a $b_{HE21} = 0$ (aquesta condició és justament la condició de tall del mode, és a dir, que la constant de propagació normalitzada valgui zero indica que aquest no es propaga, però està just al llindar de fer-ho).

A partir de les dues freqüències normalitzades (b_{HE21} i b_{HE11}) podem trobar l'índex de refracció efectiu del mode que viatja més ràpid (n_{HE21}) i el del mode que viatja més lent (n_{HE11}).

$$b = \frac{\bar{n} - n_2}{n_1 - n_2} \qquad (80)$$

Llavors,

$$\bar{n} = b(n_1 - n_2) + n_2 \qquad (81)$$

$$n_{HE11} = 0{,}67 \cdot (1{,}48 - 1{,}47) + 1{,}47 = 1{,}4767 \qquad (82)$$

$$n_{HE21} = 0 \cdot (1{,}48 - 1{,}47) + 1{,}47 = 1{,}47 \qquad (83)$$

L'eixamplament del pols correspon a la diferència temporal entre el mode que viatja més ràpid i el mode que viatja més lent. Per tant:

$$\sigma_t = \frac{L}{c_0} \mid n_{HE21} - n_{HE11} \mid \qquad (84)$$

Finalment,

$$\frac{\sigma_t}{L} = \frac{0{,}0067}{c_0} \qquad (85)$$

c) Aquest sistema de mesura es basa en el fet que la fibra es comporti com a multimode a la longitud d'ona de mesura. Per a saber el marge de funcionament d'aquest sistema, cal complir que λ = 1,234 µm per a estar en la regió multimode i, a més, tenir en compte que hi haurà un marge de longituds d'ona d'emissió que està determinat pel marge de funcionament de la font sintonitzable. Amb aquestes condicions, el sistema de mesura se situa en un marge de longituds d'ona en què l'atenuació de la fibra òptica pren valors entre 1 i 3 dB/km, cosa que suposa atenuacions en tot l'enllaç proposat d'entre 100 i 300 dB. Aquests valors d'atenuació són massa elevats per a poder arribar amb prou potència al receptor. En els sistemes de comunicació per fibra òptica d'aquestes característiques no tenen prou marge dinàmic per a suportar atenuacions tan elevades. Per tant, no seria possible implementar aquest sistema per l'alta atenuació de la fibra òptica a les longituds d'ona de mesura.

5. Efectes no lineals

Els efectes no lineals ocorren quan injectem prou potència a la fibra perquè aquesta no es comporti de manera lineal. Aquests efectes són especialment crítics quan tenim sistemes WDM on la potència total injectada és la potència de cada canal pel nombre de canals. Els efectes no lineals provocaran degradacions en el sistema i, per tant, suposen una limitació per a l'enllaç.

Referència bibliogràfica

Govind P. Agrawal (2006). *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press.

Els efectes no lineals no són desitjats en els sistemes de comunicacions òptiques, però com a avantatge es poden aprofitar per a fer components òptics que treguin profit d'aquestes no-linealitats. Així, es poden construir amplificadors òptics, filtres, convertidors de longitud d'ona, etc. que basen el seu principi de funcionament en les no-linealitats.

L'estudi de les no-linealitats es pot afrontar de maneres molt diferents. En aquest apartat es fa des del vessant del disseny de sistemes de comunicacions òptiques. Per tant, l'interès rau a conèixer les causes, les conseqüències i la solució d'aquests efectes, així com la dependència dels efectes amb altres paràmetres de disseny de la fibra òptica.

5.1. Guany no lineal i paràmetres del sistema

Si dues ones òptiques entren en un medi no lineal, aquestes interactuaran entre elles. Considerant les dues ones amb potència P_1 i P_2 i a longituds d'ona diferents, la interacció es pot modelar com:

$$P_1(L) = P_1(0)e^{\left(\frac{gP_2L}{A}\right)} \qquad (86)$$

Aquesta expressió ens indica que quan aquestes ones es propaguen per un medi no lineal hi ha un traspàs de potència d'una ona a l'altra. En el cas descrit, P_2 subministra potència a P_1. Mitjançant l'expressió podem calcular la potència en qualsevol punt (P_1 (L)).

El traspàs de potència segueix una forma exponencial i depèn de l'àrea comuna de les dues ones, de la potència de la segona ona, de la longitud recorreguda i d'un paràmetre propi de cada no-linealitat, que és el coeficient de guany no lineal. Aquest coeficient ens dóna idea de la força de la no-linealitat.

El model presentat en la majoria d'ocasions s'ajusta poc a la realitat, ja que s'ha assumit que la polarització de les dues ones és la mateixa i que no hi ha deflexió del bombeig. Una expressió més acurada és la següent:

$$P_1(L) = P_1(0)e^{\left(\frac{gP_2L_e}{bA_e}\right)} \qquad (87)$$

En aquesta nova expressió s'ha considerat el següent:

- l'àrea efectiva, que és l'àrea d'encavalcament de les dues ones (per tant, es basa en la distribució de camp del mode),
- la longitud efectiva, que és la longitud en la qual tenim interacció no lineal entre les ones (si l'enllaç fos llarg només hi hauria no-linealitats al principi), i
- el paràmetre de polarització *b*.

Respecte a l'àrea efectiva, si considerem que la propagació és monomode i que les dues ones no estan molt allunyades en freqüència, llavors les dues ones tindran distribucions de camp similars, per tant, l'encavalcament dels dos modes serà pràcticament igual a la distribució de camp del mode. En tractar-se d'una propagació monomode i sabent que en un tall transversal del mode HE_{11} la distribució de camp té una forma circular, podem calcular l'àrea efectiva a partir del diàmetre efectiu o del diàmetre de la distribució de camp del mode (MFD) emprant l'expressió:

$$A_e = \pi \cdot \left(\frac{d_e}{2}\right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{MFD}{2}\right)^2 \qquad (88)$$

En cas de no disposar de l'àrea efectiva o d'algun dels paràmetres a partir dels quals la podem calcular, llavors emprarìem l'àrea del nucli de la fibra òptica $(A_e = A)$. L'aproximació a l'àrea del nucli de la fibra òptica és una aproximació de caire restrictiu, ja que l'àrea del nucli sempre serà més petita que l'àrea efectiva[2]. Cal notar que de cara a la degradació provocada per les no-linealitats, és pitjor una àrea petita, ja que per a una mateixa potència tenim una intensitat més alta $(I = P/A)$ i, per tant, el medi és més susceptible de ser no lineal.

(2)Per òptica electromagnètica hem vist que la llum no es propaga només pel nucli sinó pel nucli i el revestiment.

Respecte al valor de la longitud efectiva, si el tram de fibra és curt, es pot aproximar a la longitud física de l'enllaç. En canvi, si l'enllaç és llarg, s'aproxima a la inversa de les pèrdues (les pèrdues expressades de forma lineal, no en dB/km).

- Enllaç curt: $L_e = L$
- Enllaç llarg: $L_e = \frac{1}{\alpha}$

Lectura de la fórmula

$$\alpha = \frac{\alpha \mid dB/km}{10\log e}$$

El procés a seguir és, a partir de l'atenuació per quilòmetre, calcular la longitud efectiva suposant que l'enllaç és llarg. Una vegada disposem del resultat, ja tenim una referència per a determinar si l'enllaç que estem tractant és llarg o

curt. Si la longitud efectiva que hem calculat és superior a la longitud de fibra, llavors l'enllaç és curt (i farem l'aproximació $L_e = L$). Si la longitud efectiva que hem calculat és inferior a la longitud de fibra, llavors l'enllaç és llarg (i farem l'aproximació $L_e = \frac{1}{\alpha}$).

Respecte al paràmetre de polarització *b*, pot tenir dos valors:

- *b* = 1 si es tracta d'una fibra mantenidora de la polarització (PMF), o
- b = 2 si es tracta d'una fibra que no manté la polarització, és a dir, una fibra estàndard.

En el cas del disseny d'un sistema de comunicacions òptiques, habitualment usarem el valor *b* = 2.

Una vegada hem vist de forma general quins són els paràmetres que intervenen en les no-linealitats, veurem quines són les causes i els efectes de les principals no-linealitats.

Les no-linealitats poden ser de dos tipus:

- Les no-linealitats provocades per la dispersió estimulada inelàstica. D'aquestes estudiarem l'efecte Raman (SRS) i l'efecte Brillouin (SBS).
- Les no-linealitats provocades per la refracció no lineal. D'aquestes estudiarem l'efecte *four wave mixing* (FWM) i *carrier induced phase modulation* (CIP), que al seu torn, se separa en el *self phase modulation* (SPM) i el *cross phase modulation* (XPM).

5.2. Efecte Raman

L'efecte Raman és un efecte no lineal que limita alguns sistemes de comunicacions òptiques. Aquest efecte és degut a la interacció entre la llum i les vibracions de les molècules de silici. La freqüència de vibració de les molècules s'anomena la freqüència de Stokes.

Chandrasejara Venkata Raman

(Trichinopoly, 1888 - Bangalore, 1970) Premi Nobel de física. Conegut pels seus estudis sobre la difracció de la llum i per ser el descobridor de l'efecte Raman.

La llum dispersada per les molècules experimenta un desplaçament en freqüència cap a freqüències menors. Aquest canvi correspon a la freqüència de vibració de les molècules.

La freqüència de Stokes no és única. Acabem tenint una dependència espectral del coeficient de guany no lineal *g*.

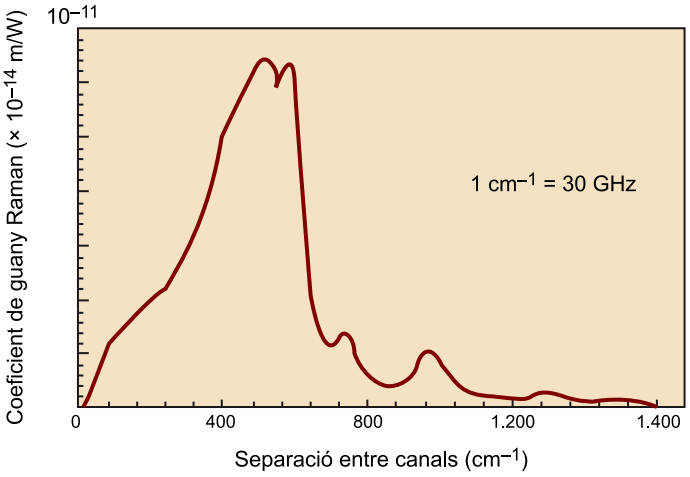

Figura 19. Gràfica de la freqüència de Stokes

Si dues ones, separades per la freqüència de Stokes, s'injecten en un medi Raman, l'ona de baixa freqüència patirà una amplificació a expenses de la de més freqüència.

En la gràfica anterior podem deduir que el guany no lineal del sistema puja de manera pràcticament lineal fins a una separació d'uns 460 cm^{-1}, que correspon a 13.800 GHz. Per tant, la interacció màxima es produirà entre freqüències separades entre elles 13,8 THz.

De la gràfica també es pot extreure que l'amplada de banda de l'efecte Raman serà d'uns 6 THz.

En el cas d'un sistema d'un sol canal, es dispersarà llum per l'efecte Raman, però la potència necessària acostuma a ser elevada. En aquest cas, la portadora injectada generarà una altra ona per efecte Raman.

L'expressió de disseny de l'efecte Raman per a sistemes amb un sol canal és:

$$P_c = \frac{16 \cdot b \cdot A_e}{g_R \cdot L_e} \qquad (89)$$

En aquesta expressió, P_c és la potència crítica i correspon a la potència que s'injecta a la fibra òptica i que fa que a causa de l'efecte Raman patim una disminució de potència en el sistema de 3 dB. Cal notar que l'interès rau a tenir la potència crítica més elevada possible. Si tenim una potència elevada, tenim més permissivitat a l'hora d'injectar potència a la fibra. Una potència crítica baixa implicarà una limitació i haurem de moderar la potència injectada a la fibra.

Per a obtenir una potència crítica elevada caldrà una àrea efectiva elevada, i com ja hem comentat, com més àrea i per la mateixa potència injectada, tindrem una intensitat més baixa i en conseqüència menys no-linealitats. Fixem-nos que apareix un compromís: d'una banda, interessa una àrea efectiva

elevada per a no patir no-linealitats, però d'altra banda, si l'àrea és gran podem passar de la regió monomode a la regió multimode. Fixem-nos que les no-linealitats depenen de l'àrea efectiva (àrea del mode) i la freqüència de tall de la fibra òptica depèn de l'àrea del nucli. Aprofitant aquesta diferència, es poden fabricar fibres que tenen una àrea efectiva gran i continuen treballant com a fibres monomode, aquestes es coneixen com a *large effective area fiber* (LEAF).

Per tal d'aconseguir una potència crítica alta interessa tenir una longitud efectiva baixa. Es tracta d'un fet lògic, ja que per a no patir massa no-linealitats caldrà una longitud d'interacció no lineal baixa. A més, per a tenir una longitud efectiva baixa, i considerant l'enllaç llarg, caldrà que l'atenuació sigui alta. Apareix, per tant, un nou compromís referent a l'atenuació de la fibra òptica: d'una banda, interessa que sigui alta per a patir menys no-linealitats, i de l'altra, interessa que sigui baixa per a complir amb el balanç de potència.

Respecte al guany no lineal del sistema, cal dir que en tractar l'efecte Raman en el disseny d'enllaços de comunicacions òptiques s'usa el coeficient de guany g = 7·10-12 cm/W.

En el cas de sistemes amb diversos canals multiplexats en longitud d'ona (WDM), la potència per canal per a excitar l'efecte Raman és inferior a la de sistemes amb un sol canal. El criteri de disseny a seguir perquè el sistema sigui vàlid per a l'efecte Raman en el cas de sistemes multicanal (WDM) és:

$$(N \cdot \mathrm{P})[(N-1)\cdot \Delta f] < 500\ \mathrm{GHz}\cdot W \qquad (90)$$

Lectura de la fórmula (90)

N: nombre de canals,
Δf: separació entre canals
P: potència màxima per canal.

5.3. Efecte Brillouin

L'efecte Brillouin és degut a la interacció de la llum i les variacions de densitat amb dependència temporal. Aquestes variacions de densitat poden ser causades per ones de pressió que viatgen per la fibra (fonons acústics).

L'expressió de disseny de l'efecte Brillouin per a sistemes amb un sol canal és:

$$\mathrm{P}_c = \frac{21\cdot \mathrm{b}\cdot \mathrm{A_e}}{\mathrm{g}\cdot \mathrm{L_e}} \qquad (91)$$

En el cas de l'efecte Brillouin, el guany no lineal varia segons l'amplada de banda del senyal. El guany màxim de l'efecte Brillouin ocorre amb làsers de bombeig amb funcions de línia menors de 20 MHz. En el cas que l'amplada de banda sigui superior, el guany serà:

$$\mathrm{g} = \mathrm{g_b}\frac{\Delta\nu_\mathrm{b}}{\Delta\nu_\mathrm{l}} \qquad (92)$$

Respecte a l'amplada de banda de l'efecte Brillouin ($\Delta\nu_b$), és molt petita (20 MHz) comparada amb la de l'efecte Raman (6 THz).

Cal dir que la potència crítica depèn del guany no lineal del sistema i aquest depèn de l'amplada de banda (depèn de la velocitat de bit i de la modulació emprada). Per tant, en eixamplar-se la portadora pel fet de modular a alta velocitat de bit, tindrem menys efecte Brillouin.

La freqüència a la qual es dispersa la llum depèn de la velocitat del so en la fibra òptica i de l'índex de refracció. En cas d'una fibra SMF treballant a la tercera finestra, la separació freqüencial entre la portadora i la llum dispersada és d'11 GHz. Com que la dispersió de la llum ocorre a freqüències properes, en un sistema WDM l'efecte Brillouin d'un canal no afectarà els canals veïns, per tant, la potència crítica és independent del nombre de canals.

El sentit de propagació de la nova ona generada fruit de l'efecte és en sentit contrari (contrapropagat) al senyal original. En un sistema de comunicacions òptiques això pot ser problemàtic, ja que la nova ona es propaga cap al transmissor. Per evitar problemes en cas de patir aquest efecte caldrà incloure aïlladors (component que deixa passar la llum en un sentit i la bloqueja si va en sentit contrari) en el sistema.

5.4. Efecte CIP

L'efecte CIP (*carrier induced phase modulation*) es pot tractar de dues maneres diferents depenent del tipus de sistema que estem tractant:

- l'SPM (*self phase modulation*), per a sistemes amb un sol canal, i
- l'XPM (*cross phase modulation*), per a sistemes multicanal.

La causa del CIP és que l'índex de refracció depèn de la intensitat del senyal aplicat. Les variacions d'intensitat de la portadora es tradueixen en variacions d'índexs de refracció i aquestes en variacions de velocitat i, finalment, en variacions de fase.

L'índex de refracció que depèn de la intensitat del senyal val:

$$n(\mathrm{I}) = n_0 + n_2\mathrm{I} \qquad (93)$$

Lectura de la fórmula (93)

n_0: índex de refracció ordinari (índex associat a cada material)

n_2: índex de refracció que depèn de la intensitat

I: intensitat òptica (es relaciona amb la potència òptica $\mathrm{I} = \mathrm{P}/\mathrm{A}$.

A partir de l'índex de refracció podem trobar la fase. L'expressió de la variació de fase del senyal pel fet de propagar-se per un tram de fibra de longitud L.

$$\phi(\mathrm{L}) = \beta\cdot\mathrm{L} = \mathrm{k_o}\cdot n(\mathrm{I})\cdot\mathrm{L} = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot n(\mathrm{I})\cdot\mathrm{L} \qquad (94)$$

$$\varphi(L) = \frac{2\pi n_0 L}{\lambda} + \frac{2\pi n_2 I L_e}{\lambda} \qquad (95)$$

Aquests efectes no degraden el sistema si es tracta d'un sistema on només es té en compte l'amplitud del senyal i no la fase, per exemple, els sistemes IM/DD que empren modulació *On/Off Keying* (OOK).

5.5. Efecte FWM

L'efecte *four wave mixing* (FWM) és similar a la intermodulació de tercer ordre. Pel fet d'entrar en un medi no lineal dues o més portadores, se'n generaran de noves.

Alguna d'aquestes noves portadores es pot encavalcar amb una portadora amb informació i, per tant, pot ser una interferència directa. En ser necessàries dues o més portadores, aquest efecte no es dóna en sistemes amb un sol canal, sinó que només s'ha de considerar en sistemes WDM.

La potència de les noves portadores generades per l'FWM depèn del paràmetre d'eficiència de l'FWM. L'eficiència de l'FWM es relaciona amb la separació entre canals i el tipus de fibra. Com més propers estiguin els canals, més problemes d'FWM podem tenir (si separem molt els canals, llavors podem tenir més problemes amb l'efecte Raman, per tant, hi ha un compromís). De cara a l'FWM, és més crític utilitzar fibres amb dispersió zero que no pas fibres estàndard. Aquesta és la raó per la qual avui en dia no s'utilitza la fibra ZDF, sinó l'NZDF.

6. Exemples de càlcul dels efectes limitadors d'enllaços de comunicacions òptiques

En aquest apartat veurem alguns exercicis de disseny d'enllaços de comunicacions òptiques. Els exercicis plantegen l'anàlisi dels efectes limitadors, tant dels sistemes amb una sola portadora com dels sistemes multiplexats en longitud d'ona o multiportadora (WDM). S'adjunta una solució detallada dels problemes plantejats, que ha de ser d'utilitat per a reforçar els diferents conceptes vistos en la part de teoria.

6.1. Exemple I

Volem dissenyar un enllaç per fibra òptica de longitud 80 km. L'enllaç és IM/DD amb una sola portadora a 2,5 Gb/s.

Les característiques de l'emissor són les següents:

- **Longitud d'ona d'emissió: 1.530 – 1.570 nm**
- **Potència òptica de sortida: min. 2 mW**
- **Amplada de banda espectral (FWHM – Modulat a 2,5 Gb/s): 0,2 – 0,3 nm**

Respecte al receptor, el fabricant ens proposa dos models:

- **un amb fotodíode PIN,**
- **un altre amb fotodíode APD.**

Escollim la versió amb fotodíode PIN.

Les característiques òptiques del receptor són les següents:

- **Sensibilitat (mesurada a 2,5 Gb/s per a un BER de $3 \cdot 10^{-11}$):**
  - **Versió APD: –32 dBm a –30 dBm.**
  - **Versió PIN: –23 dBm a –21 dBm.**

La fibra òptica a utilitzar té les característiques següents:

- **Atenuació:**
  - **Coeficient d'atenuació a 1.310 nm: 0,34 – 0,39 dB/km.**
  - **Coeficient d'atenuació a 1.385 nm: 0,31 dB/km.**
  - **Coeficient d'atenuació a 1.550 nm: 0,19 – 0,23 dB/km.**

- **Dispersió cromàtica:**
  - **Longitud d'ona de dispersió zero (λ_{ZD}): 1.300 – 1.322 nm.**

- ***Slope*** **(S_o): 0,092 ps/nm^2·km**

- **Diàmetre efectiu (*mode field diameter*, MDF):**
  - **MFD a 1.310 nm: 9,2±1,0 µm**
  - **MFD a 1.550 nm: 10,5±1,0 µm**

- **Longitud de fibra:**
  - **Longitud dels carrets de fibra: 6,4; 12,6; 19,2; 25 i 38,2 km.**

- **Altres característiques:**
  - **Diàmetre del nucli: 6 µm.**
  - **Índex de refracció relatiu: 0,0068.**
  - **Índex de refracció del revestiment: 1,45.**

Altres components:

- **Pèrdues d'un connector a 1.550 nm: 1 dB.**
- **Pèrdues d'una unió a 1.550 nm: 0,2 dB.**

Feu el càlcul de les possibles limitacions que tindrem en l'enllaç. Avalueu els efectes que poden causar degradació en aquest tipus d'enllaç. Si l'enllaç no compleix per un dels efectes continueu calculant els altres. Comenteu cada un dels resultats obtinguts.

Aquest exercici tracta un dels problemes més comuns a l'hora de fer el disseny d'un sistema de comunicacions òptiques punt a punt. Una vegada escollits els components a utilitzar i a partir de les característiques que trobem en els fulls d'especificacions que ens proporcionen els fabricants, hem de determinar les limitacions de l'enllaç de fibra òptica.

Val a dir que les característiques que trobem en els fulls d'especificacions no ens donen un valor exacte de cada paràmetre, sinó que ens donen el marge de valors que pot prendre el paràmetre (especificat per un valor màxim, un valor mínim i/o un valor típic). En consultar aquests paràmetres en els fulls d'especificacions ens adonem que acostumen a tenir marges força generosos, això és degut al fet que hi ha incerteses i derives en el procés de fabricació dels components. Cal dir que el disseny es fa a partir dels valors que es troben en els fulls d'especificacions.

Amb el disseny i el càlcul de les limitacions es fa la validació de la tria de components. Els components s'encarreguen al fabricant i aquest els proporciona normalment amb un full d'especificacions amb la mesura exacta dels paràmetres per al component en particular que hem comprat. Òbviament, els paràmetres particulars del component compleixen els marges que trobem en els fulls d'especificacions generals.

En aquest problema farem el disseny de l'enllaç punt a punt tenint en compte els fulls d'especificacions generals. Com que el fabricant proporciona un marge per a cada paràmetre i nosaltres fem ús d'un valor concret per a aplicar la fórmula i establir les limitacions, llavors establirem com a criteri a seguir la tria del valor més crític, que és el que limita més el sistema. Amb el valor més crític o limitador patirem més no-linealitats, dispersió o atenuació, per tant, en escollir aquest valor, buscarem tant el sentit matemàtic com el sentit físic o conceptual de l'elecció.

Per tal de resoldre les limitacions d'aquest enllaç, caldrà primerament fer un càlcul de la limitació deguda a l'atenuació (que validarem mitjançat el balanç de potència), seguidament farem un càlcul de la dispersió i, finalment, tractarem les no-linealitats que poden afectar el sistema.

1) Limitació deguda a l'atenuació

La limitació deguda a l'atenuació la validem fent el balanç de potència. Prèviament al càlcul del balanç, fem unes consideracions:

- Quant a la potència lliurada pel làser (P_{TX}), el fabricant només proporciona el valor mínim. La utilització d'aquest valor mínim és correcte, ja que es tracta del cas més crític: si injectem poca llum a la fibra i arriba poca llum al receptor. Per tant, emprarem 2 mW, que en unitats logarítmiques correspon a 3 dBm.

- Es tracta d'un enllaç de 80 quilòmetres de longitud i el fabricant ens proporciona carrets de diferents longituds (6,4; 12,6; 19,2; 25 i 38,2 km). En aquest cas proposem la utilització de dos carrets de 38,2 km i un tros de fibra addicional de 3,6 km per a arribar als 80 km de l'enllaç. Així doncs, el sistema té tres trams de fibra, cosa que indicarà que calen dues unions de fibra per a unir els tres trams i dos connectors per a unir la fibra a l'emissor i al receptor.

- El fabricant de la fibra òptica indica que a la finestra de treball (tercera finestra) l'atenuació pot prendre valors en el marge de 0,19 a 0,23 dB/km. El pitjor cas ocorrerà quan s'atenuï més, ja que serà quan arribi menys potència al receptor. El valor que escollim per fer el balanç de potència és 0,23 dB/km.

- Respecte a la sensibilitat del receptor, el fabricant ens indica que en la versió PIN és típicament de –23 dBm i pot arribar a ser de –21 dBm. Escollim el valor –21 dBm, ja que en aquesta situació es requereix més potència a l'entrada del receptor i, per tant, es tracta del pitjor cas. Cal comentar que el paràmetre de la sensibilitat ens indica la potència a l'entrada del receptor necessària per a mantenir un BER determinat. Per tant, si la potència

a l'entrada del receptor és una mica inferior a la sensibilitat, no deixarem de rebre, sinó que rebrem amb més errors dels permesos.

- En aquest enllaç ens proporcionen la potència de l'emissor, les pèrdues dels connectors i unions que tenim en l'enllaç, l'atenuació per quilòmetre de la fibra òptica i la sensibilitat del receptor. El balanç de potència ens serà útil per a determinar si el sistema està ben dimensionat. Per a determinar això trobarem el marge de seguretat (M) que s'aplicaria al sistema i avaluarem a partir d'aquest paràmetre si el sistema està sobredimensionat, infradimensionat o ben dimensionat. El marge de seguretat, tal com el seu nom indica, és un paràmetre que indica el marge de potència sobrer del nostre sistema abans d'arribar a no complir el balanç de potència. Des d'un altre enfocament, el marge de seguretat és aquell paràmetre que indica el sobredimensionament lògic que fem al sistema perquè aquest continuï funcionant tot i l'envelliment dels components o la fibra. El valor del marge de seguretat acostuma a ser d'uns 3 dB.

A partir d'aquestes consideracions ja podem fer el càlcul del balanç de potència:

$$P_{TX} > S_{RX} + L_{con} + L_{unió} + \alpha L + M \qquad (96)$$

$$3\ \text{dBm} > -21\ \text{dBm} + 2\ \text{dB} + 0{,}4\ \text{dB} + 0{,}23\ \text{dB/km} \cdot 80\ \text{km} + M \qquad (97)$$

$$M > 3{,}2\ \text{dB} \qquad (98)$$

Tal com hem comentat, aquest valor de marge de seguretat és habitual a l'hora de fer el disseny dels sistemes de comunicacions òptiques. La potència de 2 mW (que correspon a la mínima de l'emissor) és suficient per a complir el balanç de potència i, per tant, no tindrem problemes amb l'atenuació.

2) Limitació deguda a la dispersió

Primerament caldrà esbrinar si a la longitud d'ona de treball la fibra es comporta com a monomode o multimode, per a així determinar si ens afectarà la dispersió modal o la dispersió cromàtica.

Calcularem primer la freqüència normalitzada a la longitud d'ona de treball.

A partir de Δ trobarem el valor de l'índex de refracció del nucli:

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \qquad (99)$$

$$0{,}0068 = \frac{n_1 - 1{,}45}{n_1} \rightarrow n_1 = 1{,}46 \qquad (100)$$

Calculem la freqüència normalitzada:

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \frac{2\pi}{1{,}55\ \mu\text{m}} \cdot 3\ \mu\text{m} \cdot \sqrt{1{,}46^2 - 1{,}45^2} = 2{,}07 \qquad (101)$$

Com que el resultat anterior és inferior a la freqüència normalitzada de tall de la fibra òptica (V = 2,405), podem concloure que la fibra es comporta com a monomode i que només afectarà la dispersió cromàtica.

Calcularem la dispersió cromàtica a partir de l'expressió:

$$\sigma_t = D \cdot \Delta\lambda \cdot L \qquad (102)$$

Lectura de la fórmula

L: longitud de l'enllaç

$\Delta\lambda$: amplada de banda del senyal injectat a la fibra expressat en longitud d'ona

D: paràmetre de dispersió

El paràmetre de dispersió el proporciona el fabricant de la fibra òptica, ja sigui a partir de la gràfica del paràmetre de dispersió (D) respecte de la longitud d'ona (λ) o de paràmetres que s'afegeixen a una funció que interpola la gràfica de D respecte de λ. Aquest últim cas és el que ens trobem en aquest problema.

A partir de l'Slope (S_o) i de la longitud d'ona de dispersió zero (λ_{ZD}) trobarem el paràmetre de dispersió (D) a la longitud d'ona de treball.

$$D(\lambda) = \frac{S_0}{4}\left[\lambda - \frac{\lambda_{ZD}^4}{\lambda^3}\right] \qquad (103)$$

En el full d'especificacions que ens proporciona el fabricant de la fibra òptica trobem que la longitud d'ona de dispersió zero pot prendre un valor entre 1.300 nm i 1.322 nm. Escollirem 1.300 nm perquè és el pitjor cas. Un valor baix de longitud d'ona de dispersió zero implica un valor alt de paràmetre de dispersió, que a la vegada provoca un eixamplament (σ_t) més gran. En tenir un eixamplament més gran, hi haurà més limitació de velocitat.

Fem un plantejament similar en escollir el valor de $\Delta\lambda$, que correspon a l'amplada de banda del senyal injectat a la fibra. Escollim el valor de $\Delta\lambda$ més alt (0,3 nm), ja que serà el valor que provocarà més eixamplament i, per tant, serà el pitjor cas.

Calculem el paràmetre de dispersió i, a partir d'aquest, l'eixamplament temporal del pols:

$$D(1.550\ \text{nm}) = \frac{0{,}092\ \text{ps/nm}^2\cdot\text{Km}}{4}\left[1.550\ \text{nm} - \frac{(1.300\ \text{nm})^4}{(1.550\ \text{nm})^3}\right] = 17{,}4\ \text{ps/nm}\cdot\text{km} \qquad (104)$$

$$\sigma_t = 17{,}4\ \text{ps/nm}\cdot\text{km} \cdot 0{,}3\ \text{nm} \cdot 80\ \text{km} = 417{,}6\ \text{ps} \qquad (105)$$

No podem afirmar si el valor d'eixamplament temporal obtingut és apte o no si no el referenciem a la velocitat del nostre sistema (2,5 Gb/s). En tractar-se d'un sistema amb un format *non return to zero* (NRZ) imposem la limitació que l'eixamplament del pols no sigui més gran a un quart del temps de bit. Per tant,

$$\sigma_t < \frac{1}{4} T_b = 100 \text{ ps} \qquad (106)$$

Podem observar que l'eixamplament que patirem serà superior al màxim l'eixamplament permès, per tant, el sistema no complirà per dispersió cromàtica. S'haurà de seguir alguna estratègia per a solucionar aquest problema, com per exemple, utilitzar compensadors de la dispersió cromàtica o fibres compensadores de la dispersió (DCF).

3) Efectes no lineals

Es tracta d'un sistema de comunicacions òptiques que es basa en un enllaç punt a punt amb una sola portadora. El sistema emprat és *on off keying* (OOK) en format *non return to zero* (NRZ) i *intensity modulation / direct detection* (IM/DD). Sota aquestes condicions, els efectes no lineals que poden degradar el sistema són bàsicament l'efecte Raman i l'efecte Brillouin. El *four wave mixing* (FWM) només afecta els sistemes WDM i, per tant, no degradarà aquest sistema.

L'efecte *carrier induced phase noise* (CIP) pot ser de dos tipus:

- *Cross phase modulation* (XPM): no degradarà el nostre sistema, ja que només afecta els sistemes WDM.

- *Self phase modulation* (SPM): provoca canvis de fase deguts a canvis d'intensitat òptica. En el cas del sistema que estem tractant, els canvis de fase no degraden el sistema, ja que és un sistema IM/DD i la detecció és per amplitud.

4) Efecte Raman

En tractar-se d'un sistema amb una sola portadora, obtindrem la potència crítica amb l'expressió:

$$P_c = \frac{16 \cdot b \cdot A_e}{g_R \cdot L_e} \qquad (107)$$

Càlcul dels paràmetres necessaris per a calcular la potència crítica:

- Com que es tracta d'una fibra òptica monomode estàndard (no manté la polarització), llavors, b = 2.

- $g_R = 7 \cdot 10^{-14} \mathrm{m/W}$

- Per a calcular l'àrea efectiva de la fibra òptica emprarem el paràmetre *mode field diameter* (MFD), que ens indica el diàmetre del feix de llum que es propaga per la fibra òptica.
  Noteu que aquest diàmetre és més gran que el diàmetre del nucli de la fibra òptica. Això és degut al fet que la llum no viatja exclusivament pel nucli de la fibra òptica sinó una part pel nucli i una part pel revestiment.
  Noteu també que l'MDF o diàmetre efectiu és més gran a la segona finestra que a la tercera finestra: aquest fet es corrobora a partir de la gràfica b-V. La tercera finestra té una freqüència normalitzada (V) menor que la segona finestra[3]. Trobant-nos en la regió monomode i, per tant, propagant només el mode fonamental (HE_{11}) a menor freqüència normalitzada (V), tindrem menor constant de propagació normalitzada (b). Si el valor de la constant de propagació normalitzada és baix vol dir que l'índex efectiu (n_{eff}) és proper a l'índex de refracció del revestiment (n_2) i, per tant, la llum es propagarà majoritàriament pel revestiment, cosa que implicarà un diàmetre efectiu gran i, per tant, també una àrea efectiva gran.

(3)Recordeu que freqüència i longitud d'ona són inversament proporcionals.

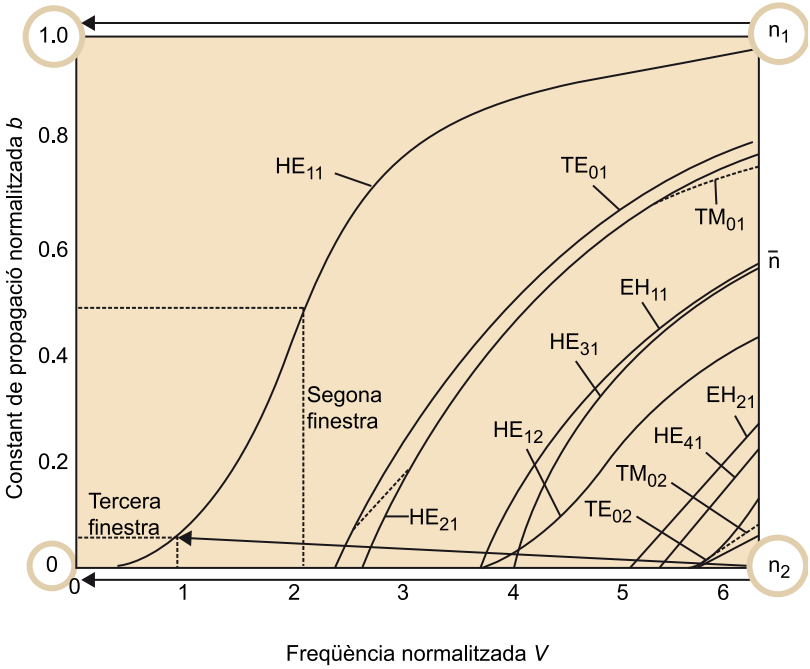

Figura 20. Gràfica b-V. Constants de propagació normalitzades

- Ara calcularem l'àrea efectiva de la fibra òptica a partir del paràmetre *mode field diameter* (MFD). Adonem-nos que el full d'especificacions del fabricant de fibra indica que l'MFD val $10{,}5 \pm 1{,}0$ µm a la tercera finestra, per tant, escollirem un valor entre 9,5 µm i 11,5 µm. Lògicament ho farem seguint el criteri de disseny per al pitjor cas possible. Fixem-nos que un MFD baix (en aquest cas 9,5 µm), ens donaria una àrea efectiva baixa i, per tant, això resultaria en una potència crítica baixa. Una potència crítica baixa és el cas més crític i, per tant, no desitjat. Una potència crítica baixa indica que tindrem menys marge de potència per a injectar a la fibra o, dit

d'una altra manera, en augmentar la potència, arribarem abans a patir la no-linealitat (amb menys potència degradarem el sistema).

$$A_e = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{MFD}{2}\right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{9{,}5\ \mu m}{2}\right)^2 = 70{,}88\ \mu m^2 \qquad (108)$$

Justificació conceptual

Aquesta justificació clarament matemàtica es pot complementar amb una justificació més conceptual: si el diàmetre efectiu és petit, llavors l'àrea és petita, per tant, per a la mateixa potència òptica, la llum quedarà confinada en una àrea més petita, conseqüentment, la intensitat òptica serà més elevada i patirem més degradació a causa de les no-linealitats.

El cas contrari es produeix quan el diàmetre és gran, cosa que fa que tinguem distribuïda la llum en una àrea més gran i, per tant, tinguem menys intensitat òptica i, en conseqüència, menys força en les no-linealitats.

- Per a calcular la longitud efectiva de la fibra òptica emprarem el paràmetre de l'atenuació per quilòmetre de la fibra òptica i la longitud real de l'enllaç. La longitud efectiva és aquella longitud de fibra en la qual considerem que patirem no-linealitats. Per tal de determinar aquesta longitud, haurem de determinar si l'enllaç que estem tractant és llarg o curt. En un enllaç curt, tindrem no-linealitats en tota la longitud de l'enllaç (la longitud efectiva serà la longitud física), en canvi, en un enllaç llarg tindrem no-linealitats en els primers quilòmetres (la longitud efectiva serà menor que la longitud física). En un enllaç llarg, la longitud efectiva serà independent de la longitud física o real de l'enllaç i dependrà només de l'atenuació per quilòmetre de la fibra òptica.
  Per a determinar la longitud efectiva, primerament suposarem que l'enllaç és llarg i calcularem a partir de l'atenuació per quilòmetre la longitud efectiva. Amb aquest valor de longitud efectiva ja tindrem una referència per a determinar si l'enllaç és llarg o curt, comparant-ho sempre amb la longitud de l'enllaç. Si comprovem que la longitud física de l'enllaç és inferior a la longitud efectiva (calculada suposant un enllaç llarg), llavors l'enllaç és curt i determinarem que la longitud efectiva és la mateixa que la longitud física de l'enllaç. Si al contrari, la longitud física de l'enllaç és més gran que la longitud efectiva (calculada suposant un enllaç llarg), llavors haurem tingut raó en fer la suposició i ens quedarem amb la longitud efectiva calculada.
  El fabricant de la fibra òptica ens indica en el full d'especificacions que l'atenuació per quilòmetre de la fibra òptica és d'entre 0,19 dB/km i 0,23 dB/km. Com que estem dissenyant seguint el criteri del pitjor cas, escollirem 0,19 dB/km. Fixem-nos que una atenuació per quilòmetre baixa, provoca una longitud efectiva alta i, per tant, una potència crítica baixa (el cas més crític). Des d'un punt de vista més conceptual, una atenuació per quilòmetre baixa vol dir que el senyal perdrà menys potència a mesura que avanci per la fibra òptica, per tant, com menys senyal perdem, més llarg serà el tram de fibra en què no tindrem no-linealitats.
  Calculem la longitud efectiva (fent la suposició que l'enllaç és llarg) a partir de l'atenuació per quilòmetre. Cal tenir en compte que normalment l'atenuació per quilòmetre s'expressa de forma logarítmica i que la fórmu-

la de la longitud efectiva està expressada de forma lineal, per tant, caldrà fer una conversió.

$$\alpha = \frac{\alpha \mid {}^{dB}/_{km}}{10\log e} = \frac{0,19}{10\log e} = 4,374 \cdot 10^{-2} km^{-1} \qquad (109)$$

$$L_e = \frac{1}{\alpha} = 22,85 \text{ km} \qquad (110)$$

Una vegada disposem del resultat en el supòsit d'un enllaç llarg ja tenim una referència per a determinar si l'enllaç que estem tractant és llarg o curt. La longitud física de l'enllaç és de 80 km i és més gran que la longitud efectiva calculada 22,85 km, per tant, la suposició que es tracta d'un enllaç llarg és vàlida. En el nostre sistema només patirem no-linealitats en els primers 22,85 km.

Justificació conceptual

Cal notar que en fer el càlcul (en el cas més crític) de la longitud efectiva hem utilitzat el valor d'atenuació per quilòmetre més baix, en canvi, en fer el balanç de potència (també en el pitjor cas) hem emprat el valor més alt. Per tant, hi ha un compromís en l'atenuació per quilòmetre entre el balanç de potència i les no-linealitats. Si triem una fibra amb una atenuació per quilòmetre elevada, no patirem tantes no-linealitats (la longitud efectiva es reduirà), però d'altra banda, en ser l'atenuació elevada potser no tenim prou potència per a arribar al nivell de la sensibilitat mínima del receptor.

Una vegada disposem de tots els paràmetres ja els podem substituir en l'expressió de la potència crítica de Raman:

$$P_c = \frac{16 \cdot b \cdot A_e}{g_R \cdot L_e} = \frac{16 \cdot 2 \cdot 77,88 \cdot 10^{-12} m^2}{7 \cdot 10^{-14} {}^{m}/_{W} \cdot 22.857 \text{ m}} = 1,418 \text{ W} \qquad (111)$$

Com que la potència del transmissor és de 2 mW (i amb aquesta ja complim el balanç de potència) no tindrem problemes amb l'efecte Raman, ja que la potència crítica se situa a 1,41 watts.

5) Efecte Brillouin

Calcularem la potència crítica deguda a l'efecte Brillouin amb l'expressió:

$$P_c = \frac{21 \cdot b \cdot A_e}{g \cdot L_e} \qquad (112)$$

Lectura de la fórmula (112)

$$g = g_b \frac{\Delta\nu_b}{\Delta\nu_l}$$

Els paràmetres de l'àrea efectiva (A_e), la longitud efectiva (L_e) i el paràmetre de polarització (b) ja els hem calculat prèviament en avaluar com afectava l'efecte Raman al sistema. Per a poder calcular la potència crítica deguda a l'efecte Brillouin resta trobar el guany no lineal del sistema (g).

Caldrà trobar l'amplada de banda en freqüència de la portadora injectada a la fibra. En el full d'especificacions trobem el paràmetre $\Delta\lambda$, que correspon a l'amplada de banda del senyal injectat a la fibra expressat en longitud d'ona. El valor d'aquest paràmetre en el full d'especificacions oscil·la entre 0,2 nm i

0,3 nm. En fer un disseny considerant el pitjor cas, triarem 0,2 nm, ja que una amplada de banda petita provoca un guany no lineal del sistema elevat i, per tant, una potència crítica baixa.

$$\Delta\nu = \frac{c_0}{\lambda^2}\Delta\lambda = \frac{c_0}{(1.550\ \text{nm})^2}\cdot 0{,}2\ \text{nm} = 25\ \text{GHz} \qquad (113)$$

$$g = g_b\frac{\Delta\nu_b}{\Delta\nu_l} = 4\cdot 10^{-11}\,\text{m}/\text{W}\cdot\frac{20\ \text{MHz}}{25\ \text{GHz}} = 3{,}2\cdot 10^{-14}\,\text{m}/\text{W} \qquad (114)$$

En fer el disseny per al pitjor cas hem utilitzat l'amplada de banda més baixa. L'efecte Brillouin s'acusa menys en sistemes amb una amplada de banda elevada. Aquesta amplada de banda elevada del senyal injectat a la fibra òptica pot venir tant de l'amplada de banda del làser utilitzat com de l'amplada de banda provocada per la modulació i la velocitat de bit emprada. Fixem-nos que per a no patir efecte Brillouin és millor una amplada de banda elevada, en canvi, per a no patir dispersió cromàtica són necessàries amplades de banda estretes. A l'hora d'analitzar les especificacions d'amplada de banda estem en un compromís entre la dispersió cromàtica i l'efecte Brillouin.

Una vegada trobat el guany no lineal del sistema ja podem calcular la potència crítica de Brillouin:

$$P_c = \frac{21\cdot b\cdot A_e}{g\cdot L_e} = \frac{21\cdot 2\cdot 70{,}88\cdot 10^{-12}\,\text{m}^2}{3{,}2\cdot 10^{-14}\,\text{m}/\text{W}\cdot 22.857\ \text{m}} = 4{,}067\ \text{W} \qquad (115)$$

Com que la potència del transmissor és de 2 mW (i amb aquesta ja complim el balanç de potència), no tindrem problemes amb l'efecte Brillouin, ja que la potència crítica se situa a 4,06 watts.

6) Conclusions

En aquest problema hem analitzat les principals limitacions d'un sistema de comunicacions òptiques punt a punt amb una sola portadora.

A partir del balanç de potència hem comprovat que una potència mínima de 2 mW seria suficient perquè el sistema compleixi per atenuació.

Hem comprovat que la fibra es comporta com a monomode a la tercera finestra i hem fet un càlcul de la dispersió cromàtica. Com a resultat hem obtingut que el sistema no compleix pel que fa a dispersió, i s'han apuntat possibles solucions per a resoldre aquest problema.

S'ha fet un estudi dels efectes no lineals que poden degradar aquest sistema de comunicacions òptiques. Hem obtingut una potència crítica deguda a l'efecte Raman d'1,41 watts i una potència crítica de Brillouin de 4,06 watts, per tant,

l'efecte Raman predomina sobre l'efecte Brillouin. La limitació de potència màxima admissible per a no patir excessivament no-linealitats és la de Raman (1,41 W).

6.2. Exemple II

Volem dissenyar un enllaç WDM amb quatre portadores NRZ per fibra òptica operant a la tercera finestra entre dues ciutats separades 10 km.

Les característiques de la fibra són les següents:

- **Coeficient d'atenuació: 0,28 dB/km**
- **Índex de refracció del nucli:1,46**
- **Índex de refracció del revestiment: 1,45**
- **Diàmetre del nucli: 5 micròmetres**
- **Diàmetre efectiu: 6-8 micròmetres**
- **Paràmetre de dispersió cromàtica: 16 ps/(nm·km)**
- **La fibra es proporciona en bobines de 5 km**

La sensibilitat del receptor és –9 dBm.

L'atenuació de cada unió de fibra és 0,3 dB.

L'atenuació de cada connector és 2 dB.

L'atenuació del multiplexor i del desmultiplexor per a cada canal és de 5 dB (incloent-hi els seus connectors).

La velocitat de transmissió és 10 Mbps.

La separació entre portadores és de 100 GHz.

Digueu quines característiques han de tenir els emissors perquè l'enllaç funcioni.

Nota

Empreu un marge de seguretat de 3 dB.

Tingueu en compte els efectes no lineals.

Les característiques de l'emissor que podem extreure fruit de realitzar el disseny d'aquest enllaç de comunicacions òptiques seran les referents a potència de sortida i a amplada de banda.

Per tal de resoldre aquest exercici, calcularem les limitacions de l'enllaç i a partir d'aquestes trobarem les característiques de l'emissor.

1) Limitació deguda a l'atenuació

La limitació deguda a l'atenuació la validem fent el balanç de potència. En realitzar el balanç de potència, la incògnita a cercar serà la potència de sortida mínima de l'emissor.

Encara que es tracti d'un sistema multiplexat en longitud d'ona, el balanç de potència es calcula per a un sol canal. Les característiques de l'emissor són per a un canal i no per al conjunt de canals del sistema WDM.

Tenint en compte que és un enllaç d'una longitud de 10 km i que el fabricant proporciona bobines o carrets de fibra de 5 km, llavors seran necessaris dos trams i, per tant, una unió de fibra, el multiplexor, el desmultiplexor i els connectors de l'emissor i del receptor.

Escrivim l'equació del balanç de potència:

$$P_{TX} > S_{RX} + L_{Connector_TX} + L_{MUX} + L_{unió} + \\ + \alpha \cdot L + L_{DEMUX} + L_{Connector_RX} + M \qquad (116)$$

$$P_{TX} > -9\ \text{dBm} + 2\ \text{dB} + 5\ \text{dB} + 0{,}3\ \text{dB} + \\ + 0{,}28\ {}^{\text{dB}}\!/_{\text{km}} \cdot 10\ \text{km} + 5\ \text{dB} + 2\ \text{dB} + 3\ \text{dB} \qquad (117)$$

$$P_{TX} > 11{,}1\ \text{dBm} \qquad (118)$$

Expressat en unitats lineals:

$$P_{TX} > 12{,}882\ \text{mW} \qquad (119)$$

L'emissor ha de tenir una potència mínima de 12,88 mw perquè l'enllaç funcioni.

2) Limitació deguda a la dispersió

Primerament caldrà esbrinar si a la longitud d'ona de treball la fibra es comporta com a monomode o multimode per a saber si ens afectarà la dispersió modal o la dispersió cromàtica.

Calcularem primer la freqüència normalitzada a la longitud d'ona de treball.

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \frac{2\pi}{1{,}55\ \mu\text{m}} \cdot 2{,}5\ \mu\text{m} \cdot \sqrt{1{,}46^2 - 1{,}45^2} = 1{,}728 \qquad (120)$$

Com que el resultat anterior és inferior a la freqüència normalitzada de tall de la fibra òptica (V = 2.405) podem concloure que la fibra es comporta com a monomode i que ens afectarà la dispersió cromàtica.

L'eixamplament degut a dispersió cromàtica es calcula a partir de l'expressió:

$$\sigma_t = D \cdot \Delta\lambda \cdot L \qquad (121)$$

Lectura de la fórmula (121)

L: longitud de l'enllaç

$\Delta\lambda$: amplada de banda del senyal injectat a la fibra expressat en longitud d'ona

D: paràmetre de dispersió

D'aquesta expressió podem extreure $\Delta\lambda$ com a característica que indica la màxima amplada de banda que podrà tenir el làser per a complir la dispersió dins d'un canal. Aquest càlcul el realitzem considerant el màxim eixamplament permès per a la velocitat de bit del sistema.

$$\frac{1}{4 \cdot R_b} = \sigma_t = 16 \text{ ps/nm} \cdot \text{km} \cdot \Delta\lambda \cdot 10 \text{ km} \qquad (122)$$

$$\Delta\lambda < 156{,}2 \text{ nm} \qquad (123)$$

L'amplada de banda de 156,2 nm és molt més elevada que l'espaiat entre canals del sistema WDM, per tant, abans ens limitarà l'amplada de banda del canal que el que hem trobat amb la dispersió cromàtica. Segons l'enunciat de l'exemple, l'espaiat entre canals és de 100 GHz, per tant, expressat en longitud d'ona correspon a 0,8 nm. La limitació d'amplada de banda màxima de l'emissor serà:

$$\Delta\lambda < 0{,}8 \text{ nm} \qquad (124)$$

3) Efectes no lineals

Es tracta d'un sistema de comunicacions òptiques que es basa en un enllaç punt a punt amb un sistema multiplexat en longitud d'ona (WDM) amb 4 canals. Amb aquestes condicions, els efectes no lineals que poden degradar el sistema són bàsicament l'efecte Raman, l'efecte Brillouin i el *four wave mixing* (FWM). L'efecte FWM no l'avaluarem, ja que l'enunciat no ens dóna prou informació per a poder determinar la degradació que provocarà. L'efecte *carrier induced phase noise* (CIP) se separa en l'efecte *cross phase modulation* (XPM) i el *self phase modulation* (SPM). L'SPM no ens afecta, ja que només afecta els sistemes amb una sola portadora. L'XPM provoca canvis de fase en una portadora a causa dels canvis d'intensitat òptica d'una altra portadora. En el cas del sistema que estem tractant, els canvis de fase no degraden el sistema, ja que la detecció és per amplitud.

4) Efecte Raman

En tractar-se d'un sistema WDM, calcularem la potència crítica amb l'expressió:

$$(N \cdot P)[(N-1) \cdot \Delta f] < 500 \text{ GHz} \cdot W \qquad (125)$$

Aquesta expressió relaciona el nombre de canals (N), la separació entre canals (Δf) i la potència màxima per canal (P). Lògicament aquest efecte ens suposarà una limitació quant a potència màxima per canal.

$$(4\cdot P)[(4-1)\cdot 100\ \text{GHz}] < 500\ \text{GHz}\cdot W \qquad (126)$$

$$P_{TX} < 0{,}4166\ W \qquad (127)$$

Si volem complir l'efecte Raman, la màxima potència que podem injectar a la fibra ha de ser de 416,6 mW.

5) Efecte Brillouin

L'efecte Brillouin en aquest sistema es calcula com si fos un sistema amb una sola portadora, ja que aquest efecte és independent del nombre de canals.

La fórmula que determina la potència crítica d'aquest efecte és:

$$P = \frac{21\cdot b\cdot A_e}{g\cdot L_e} \qquad (128)$$

I per a poder aplicar-la caldrà trobar els de l'àrea efectiva (A_e) i de la longitud efectiva (L_e):

$$A_e = \pi\left(\frac{d_e}{2}\right)^2 = \pi(3\ \mu\text{m})^2 = 28{,}27\ \mu\text{m}^2 \qquad (129)$$

Ara calcularem la longitud efectiva (fent la suposició que l'enllaç és llarg) a partir de l'atenuació per quilòmetre. Caldrà fer una conversió d'unitats logarítmiques a unitats lineals:

$$\alpha = \frac{\alpha\ |\ \text{dB}/\text{km}}{10\log e} = \frac{0{,}28}{10\log e} = 6{,}447\cdot 10^{-2}\text{km}^{-1} \qquad (130)$$

La longitud efectiva suposant un enllaç llarg serà:

$$L_e = \frac{1}{\alpha} = 15{,}5\ \text{km} \qquad (131)$$

Una vegada disposem del resultat en el supòsit d'un enllaç llarg ja tenim una referència per a determinar si l'enllaç que estem tractant és llarg o curt. La longitud física de l'enllaç és de 10 km i és menor que la longitud efectiva calculada 15,5 km, per tant, la suposició que es tracta d'un enllaç llarg no és valida. En tractar-se d'un enllaç curt, la longitud efectiva serà la mateixa longitud que la longitud física.

$$L_e = L = 10\ \text{km} \qquad (132)$$

En cercar el guany no lineal del sistema cal considerar que amb l'efecte Brillouin podrem calcular la possible potència màxima de l'emissor a partir de potència crítica per a aquest efecte, però també caldrà tenir en compte que està

relacionat amb l'amplada de banda de la portadora. Això fa que tinguem dos graus de llibertat i, per tant, haurem de fixar un dels dos paràmetres i cercar l'altre.

Una consideració que podem fer és suposar el pitjor cas d'amplada de banda en fer el càlcul de l'efecte Brillouin. Aquest cas es produeix quan l'amplada de banda és la més baixa possible. Si suposem que el làser té una amplada de banda (sense modular) molt petita, llavors el que predominarà en calcular l'amplada de banda del senyal que s'injecta a la fibra serà l'amplada de banda del senyal modulador, que dependrà del format de modulació i de la velocitat binària. En el sistema que estem tractant, l'amplada de banda mínima serà determinada pel format NRZ i els 10 Mb/s de velocitat binària, i aquest serà de 20 MHz. Com que aquesta amplada de banda és igual al valor de l'amplada de banda de l'efecte Brillouin es complirà:

$$g = g_b \qquad (133)$$

Tenint en compte això ja podem calcular l'efecte Brillouin sota la consideració del pitjor cas d'amplada de banda (molt estreta).

$$P_c = \frac{21 \cdot b \cdot A_e}{g \cdot L_e} = \frac{21 \cdot 2 \cdot 28{,}27 \cdot 10^{-12} m^2}{4 \cdot 10^{-11} m/W \cdot 10.000 \text{ m}} = 2{,}9 \text{ mW} \qquad (134)$$

Fixem-nos que amb aquesta potència crítica tan baixa no podem fer l'enllaç, ja que no compliríem el balanç de potència. Per tant, caldrà que la portadora tingui una amplada de banda més elevada.

Un altre plantejament per a afrontar l'avaluació de l'efecte Brillouin en aquest sistema és fixar la potència màxima i cercar l'amplada de banda. Com que sabem que en el sistema també cal complir l'efecte Raman, podem fixar a Brillouin la mateixa limitació que tenim per a Raman i així trobarem l'amplada de banda mínima amb la qual complim el balanç de potència i, a més, l'efecte Raman.

$$P_c = \frac{21 \cdot b \cdot A_e}{g_b \cdot \frac{\Delta\upsilon_B}{\Delta\upsilon_L} \cdot L_e} = 0{,}4166 \text{ W} \frac{21 \cdot 2 \cdot 28{,}27 \cdot 10^{-12} m^2}{4 \cdot 10^{-11} m/W \cdot \frac{20 \text{ MHz}}{\Delta\nu_L} \cdot 10.000 \text{ m}} \qquad (135)$$

Aillant $\Delta\nu_L$:

$$\Delta\nu_L > 2{,}8 \text{ GHz} \qquad (136)$$

6) Conclusions

La potència del transmissor caldrà que com a mínim sigui de 12,88 mW per tal de complir el balanç de potència i, en principi, com a màxim haurà de ser de 416,6 mW per a complir l'efecte Raman.

Respecte a l'amplada de banda, el màxim se situa a 100 GHz, que és la separació entre canals. L'eixamplament per dispersió és baix i, per tant, la dispersió no ens limitarà l'amplada de banda del sistema. Si emprem una amplada de banda superior a 2,8 GHz no tindrem problemes amb l'efecte Brillouin. Per a amplades de banda inferiors a 2,8 GHz s'haurà de calcular la potència crítica de Brillouin, ja que aquest efecte ens limitarà més que l'efecte Raman.

Cal dir que no tindrem problemes de dispersió: es tracta d'un sistema monomode amb una longitud no gaire elevada i una velocitat binària molt baixa, factors que són propicis per a no patir la dispersió.

6.3. Exemple III

Es vol dissenyar un sistema WDM d'una longitud de 70 km, treballant a la tercera finestra. La fibra òptica a utilitzar és monomode estàndard d'índex de salt amb unes pèrdues de 0,2 dB/km, un diàmetre de nucli de 9 micròmetres, un índex de refracció del nucli d'1,455 i un índex de refracció del revestiment d'1,45. Els làsers que s'utilitzen tenen una amplada de banda de 0,015 nm i es modulen OOK (*on off keying*) NRZ a 10 Mbit/s. Quants canals podrà suportar el sistema WDM si volem una eficiència del *four wave mixing* (FWM) inferior al 2,5%?

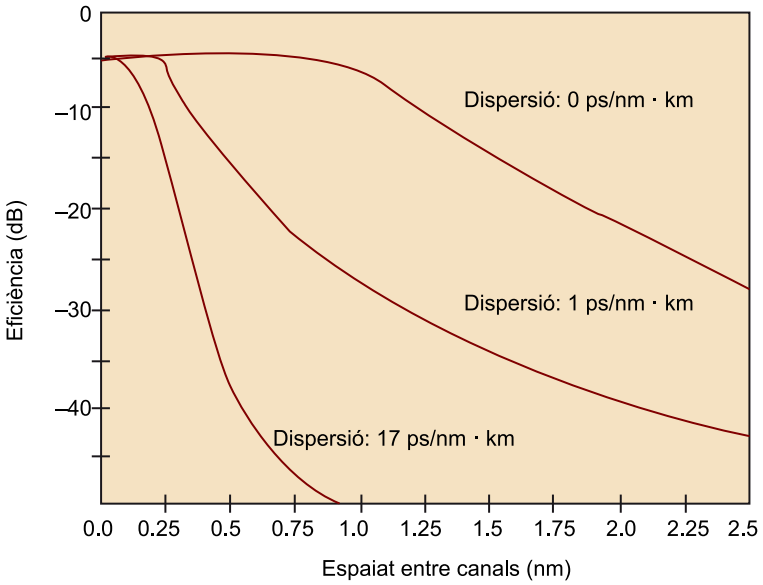

Figura 21. Eficiència del *four wave mixing*

En aquest problema es demana quin és el nombre de canals màxim que pot tenir el sistema WDM. Bàsicament, el nombre de canals està limitat per les no-linealitats: com més canals en el sistema WDM, més potència s'està injectant a la fibra i, per tant, és més fàcil patir no-linealitats.

Fent una anàlisi dels efectes no lineals que poden afectar el sistema traurem les relacions que hi ha entre els diferents efectes i veurem el procediment a seguir per tal de resoldre el problema.

Cal tenir en compte que l'efecte Brillouin és independent del nombre de canals. En aquest sentit, aquest efecte ens pot limitar en la potència màxima de cada canal, però no en el nombre de canals del sistema.

L'efecte *four wave mixing* (FWM) és un efecte no lineal propi dels sistemes WDM i la no-linealitat pren més o menys força en funció de la separació freqüencial dels canals. Com més propers estiguin, més eficiència tindrà la mescla i, per tant, més forta serà la no-linealitat.

L'efecte Raman, en el cas de tenir un sistema WDM, ha de complir el criteri de disseny següent:

$$(N \cdot \mathrm{P})[(N-1) \cdot \Delta f] < 500 \text{ GHz} \cdot W \qquad (137)$$

Aquesta expressió relaciona el nombre de canals (N), la separació entre canals (Δf) i la potència màxima per canal (P). Fixem-nos que resolent aquesta expressió podem obtenir el resultat del problema, és a dir, el nombre màxim de canals del sistema WDM, sempre que emprem la potència màxima per canal (paràmetre que està determinat per l'efecte Brillouin) i la separació entre canals que compleix la restricció de mantenir una eficiència del *four wave mixing* (FWM) inferior al 2,5%.

En resum, a partir de la restricció d'eficiència d'FWM trobarem la separació entre canals, a partir de l'efecte Brillouin trobarem la potència màxima per canal i a partir de l'efecte Raman relacionarem els dos paràmetres anteriors per a trobar el nombre màxim de canals.

1) Efecte Brillouin

L'efecte Brillouin en un sistema WDM es calcula com si es tractés d'un sistema amb una sola portadora, ja que aquest efecte és independent del nombre de canals.

La fórmula que determina la potència crítica d'aquest efecte és:

$$\mathrm{P} = \frac{21 \cdot \mathrm{b} \cdot \mathrm{A_e}}{\mathrm{g} \cdot \mathrm{L_e}} \qquad (138)$$

I per a poder aplicar-la caldrà trobar els paràmetres del guany no lineal del sistema (g), de l'àrea efectiva (A_e) i de la longitud efectiva (L_e):

$$g = g_b \cdot \frac{\Delta\upsilon_B}{\Delta\upsilon_L} = \left\{\Delta\upsilon_L = \frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda_L = 1{,}873\ \text{GHz}\right\} = 4{,}271 \cdot 10^{-13}\,\text{m}/\text{W} \qquad (139)$$

$$A_e = \pi\left(\frac{d_e}{2}\right)^2 \simeq \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = 63{,}617\ \mu\text{m}^2 \qquad (140)$$

$$L_e = \frac{1}{\alpha} = \left\{\alpha = \frac{\alpha\left[\text{dB}/\text{km}\right]}{10 \cdot \log e} = 4{,}605 \cdot 10^{-2}\ \text{km}^{-1}\right\} = 21{,}7147\ \text{km} \qquad (141)$$

Substituint a la fórmula aquests paràmetres trobem la potència màxima per canal limitada per l'efecte Brillouin.

$$P = \frac{21 \cdot b \cdot A_e}{g \cdot L_e} = 0{,}288\ \text{W} \qquad (142)$$

2) *Four wave mixing*

L'enunciat especifica $\eta < 2{,}5\%$. Haurem de convertir aquest valor a escala logarítmica per a així poder utilitzar la gràfica que ens proporciona l'enunciat:

$$10\log 0{,}02 = -16\ \text{db} \qquad (143)$$

De la gràfica eficiència respecte de l'espaiat entre canals i considerant D = 17 ps/nm/km (ja que es tracta d'una fibra monomode estàndard –SMF– i no pas d'una fibra de dispersió zero –ZDF–), obtenim el valor de 0,25 nm d'espaiat entre canals.

Aquest valor (0,25 nm) expressat en longitud d'ona l'haurem de passar a freqüència:

$$\Delta\upsilon_L = \frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda_L = 31{,}217\ \text{GHz} \qquad (144)$$

3) Efecte Raman

Apliquem el criteri de disseny de l'efecte Raman amb els paràmetres de potència màxima per canal i separació entre canals obtinguts:

$$(n \cdot P)\left[(n-1) \cdot \Delta f\right] < 500\ \text{GHz} \cdot W \qquad (145)$$

$$(n \cdot 0{,}288)\left[(n-1) \cdot 31{,}217\right] < 500 \qquad (146)$$

$$9n^2 - 9n - 500 < 0 \qquad (147)$$

Finalment, resolent l'equació de segon grau, obtenim la limitació de nombre de canals del sistema WDM:

$$n < 8 \text{ canals} \qquad (148)$$

6.4. Exemple IV

Disposem d'un enllaç WDM operant a tercera finestra i amb una separació entre canals de 0,8 nm. L'amplada de banda de cada làser una vegada modulat és de 0,04 nm. La fibra òptica utilitzada és monomode estàndard amb un diàmetre efectiu del mode de 6 micròmetres i una atenuació a la tercera finestra de 0,19 dB/km.

a) Calculeu la longitud màxima que pot tenir aquest enllaç en els casos següents:

- **Sistema WDM amb quatre canals.**
- **Sistema WDM amb sis canals.**

Tingueu en compte que injectarem a la fibra la màxima potència que ens permeti el sistema.

b) A partir dels resultats obtinguts en l'apartat anterior traieu conclusions sobre la relació entre el nombre de canals i la longitud màxima d'un sistema WDM.

a) Cal notar que no tenim prou dades per a calcular la limitació de longitud provocada per l'atenuació i la dispersió. Així doncs, calcularem la limitació provocada pels efectes no lineals dels quals disposem de dades, aquests són l'efecte Raman i l'efecte Brillouin.

1) Sistema WDM amb quatre canals

Del criteri de disseny per a complir l'efecte Raman en un sistema WDM, podem calcular la màxima potència per canal que podem injectar a la fibra.

Calculem primer la separació entre canals en freqüència a la qual correspon una separació entre canals longitud d'ona de 0,8 nm.

$$\Delta\nu = \frac{c_0}{\lambda^2}\Delta\lambda = \frac{c_0}{(1.550 \text{ nm})^2}\cdot 0{,}8 \text{ nm} = 100 \text{ GHz} \qquad (149)$$

Pel criteri de disseny per a acomplir l'efecte Raman en sistemes WDM:

$$N\cdot \mathrm{P}\cdot(N-1)\Delta f < 500 \text{ GHz}\cdot W \qquad (150)$$

$$4\cdot \mathrm{P}\cdot(4-1)100 \text{ GHz} < 500 \text{ GHz}\cdot W \qquad (151)$$

$$\mathrm{P} < 416{,}6 \text{ mW} \qquad (152)$$

Una vegada disposem de la màxima potència per canal que podem injectar a la fibra, i a partir de la limitació imposada per l'efecte Brillouin, podem calcular la longitud màxima de fibra del sistema WDM.

El càlcul de la potència crítica en l'efecte Brillouin es realitza a partir de l'expressió següent:

$$P_c = \frac{21 \cdot b \cdot A_e}{g \cdot L_e} \qquad (153)$$

Lectura de la fórmula (153)

$$g = g_b \frac{\Delta\nu_b}{\Delta\nu_l}$$

Càlcul dels paràmetres:

Com que es tracta d'una fibra òptica monomode estàndard i, per tant, no manté la polarització, llavors, b=2.

$$A_e = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (3\ \mu m)^2 = 28{,}743\ \mu m^2 \qquad (154)$$

$$\Delta\nu = \frac{c_0}{\lambda^2}\Delta\lambda = \frac{c_0}{(1.550\ nm)^2} \cdot 0{,}04\ nm = 5\ GHz \qquad (155)$$

$$g = g_b \frac{\Delta\nu_b}{\Delta\nu_l} = 4 \cdot 10^{-11} m/W \cdot \frac{20\ MHz}{5\ GHz} = 1{,}6 \cdot 10^{-13} m/W \qquad (156)$$

A partir d'aquests paràmetres i de la potència màxima per canal trobada per l'efecte Raman (ara substituïda com a potència crítica de Brillouin) podem trobar la longitud efectiva sense reajustar-la segons si l'enllaç és llarg o curt.

$$L_e = \frac{21 \cdot b \cdot A_e}{g \cdot P_c} = \frac{21 \cdot 2 \cdot 28{,}743 \cdot 10^{-12} m^2}{1{,}6 \cdot 10^{-13} m/W \cdot 0{,}4166\ W} = 17{,}815\ km \qquad (157)$$

Ara caldrà saber quina és la longitud efectiva considerant que l'enllaç és llarg, per així tenir una referència per a determinar si l'enllaç és llarg o curt.

$$\alpha = \frac{\alpha\ |\ dB/km}{10 \log e} = \frac{0{,}19}{10 \log e} = 4{,}374 \cdot 10^{-2} km^{-1} \qquad (158)$$

$$L_e = \frac{1}{\alpha} = 22{,}857\ km \qquad (159)$$

Podem observar que la longitud màxima se situa a 17,815 km, per tant, inferior a la longitud efectiva que es considera si l'enllaç fos llarg (22,857 km). En aquest cas, ens limita més l'efecte Brillouin que l'efecte Raman. Amb el resultat obtingut queda clar que si volem mantenir la potència màxima que ens permet Raman llavors hem d'escurçar l'enllaç.

2) Sistema WDM amb sis canals

Seguint el mateix procediment emprat en el cas anterior (sistema WDM de quatre canals), del criteri de disseny per a complir l'efecte Raman en un sistema WDM, podem calcular la màxima potència per canal que podem injectar a la fibra.

$$N \cdot \mathrm{P} \cdot (N-1)\Delta f < 500 \text{ GHz} \cdot W \qquad (160)$$

$$6 \cdot \mathrm{P} \cdot (6-1)100 \text{ GHz} < 500 \text{ GHz} \cdot W \qquad (161)$$

$$\mathrm{P} < 166{,}6 \text{ mW} \qquad (162)$$

Una vegada disposem de la màxima potència per canal que podem injectar a la fibra, a partir de la limitació imposada per l'efecte Brillouin, podem calcular la longitud màxima de fibra del sistema WDM.

A partir dels mateixos paràmetres calculats en el cas anterior i de la potència màxima per canal trobada per l'efecte Raman (ara substituïda com a potència crítica de Brillouin) podem trobar la longitud efectiva sense reajustar-la segons si l'enllaç és llarg o curt.

$$\mathrm{L_e} = \frac{21 \cdot \mathrm{b} \cdot \mathrm{A_e}}{\mathrm{g} \cdot \mathrm{P}_c} = \frac{21 \cdot 2 \cdot 28{,}743 \cdot 10^{-12} \mathrm{m}^2}{1{,}6 \cdot 10^{-13} \mathrm{m}/\mathrm{W} \cdot 0{,}1666 \text{ W}} = 44{,}532 \text{ km} \qquad (163)$$

En aquest cas, la longitud màxima de fibra que pot tenir l'enllaç WDM emprant la màxima potència que ens ve limitada per l'efecte Raman serà de 44,532 km, superior a la longitud efectiva considerant que l'enllaç és llarg (22,857 km). Per tant, la resposta és que no tindrem limitació de longitud màxima deguda a l'efecte Raman o l'efecte Brillouin.

b) Conclusions sobre la relació entre el nombre de canals i la longitud màxima d'un sistema WDM.

- Si el nombre de canals és baix, aleshores, pel criteri de disseny de Raman en sistemes WDM, podem injectar una potència més alta per canal. En aquesta situació la limitació pot venir per l'efecte Brillouin.

- Si la potència és limitada per l'efecte Brillouin i volem continuar injectant la potència que Raman ens permet, llavors hem d'escurçar l'enllaç.

- Si el nombre de canals és gran, aleshores, pel criteri de disseny de Raman en sistemes WDM, podem injectar una potència per canal baixa. En tenir una potència baixa per canal, no tindrem problemes amb l'efecte Brillouin. Qui ens limitarà la potència serà l'efecte Raman.

- A partir d'una certa longitud de fibra en l'enllaç, la potència crítica no varia. Això ocorre quan la longitud efectiva és la que correspon a un enllaç llarg.

Càlcul de la potència crítica deguda a l'efecte Brillouin en el cas d'un enllaç llarg:

$$P_c = \frac{21 \cdot b \cdot A_e}{g \cdot L_e} = \frac{21 \cdot 2 \cdot 28{,}743 \cdot 10^{-12} m^2}{1{,}6 \cdot 10^{-13} m/W \cdot 22.857\ m} = 0{,}3247\ W \qquad (164)$$

D'aquest resultat podem concloure que:

- Si la potència crítica per canal calculada amb el criteri de disseny de l'efecte Raman és menor o igual a 324,7 mW, llavors qui limita és l'efecte Raman i és independent de la longitud.

- Si la potència crítica per canal calculada amb el criteri de disseny de l'efecte Raman és superior a 324,7 mW, llavors qui limita és l'efecte Brillouin i s'haurà d'escurçar l'enllaç.

6.5. Exemple V

Deduïu el marge de valors de l'amplada de banda del senyal injectat a la fibra que fa que predomini l'efecte Brillouin sobre l'efecte Raman. Considereu un enllaç IM/DD d'una sola portadora operant a la tercera finestra.

La potència crítica de l'efecte Raman és:

$$P = \frac{16 \cdot b \cdot A_e}{g_r \cdot L_e} \qquad (165)$$

On g_r és el guany de Raman, que val $7 \cdot 10^{-14}$ m/W.

D'altra banda, la potència crítica de l'efecte Brillouin és:

$$P = \frac{21 \cdot b \cdot A_e}{g \cdot L_e} \qquad (166)$$

On g és el guany no lineal del sistema i val:

$$g = g_B \frac{\Delta\nu_B}{\Delta\nu_L} \qquad (167)$$

On g_B és el guany de Brillouin, que val $4 \cdot 10^{-11}$ m/W i $\Delta\nu_B$ és l'amplada de banda de l'efecte Brillouin i és de 20 MHz.

Els paràmetres de l'àrea efectiva (A_e), la longitud efectiva (L_e) i el paràmetre de polarització (b) són els mateixos en el cas de l'efecte Raman i de l'efecte Brillouin.

Igualant les expressions de la potència crítica de Raman i la de Brillouin, i simplificant els paràmetres que són iguals, ens queda:

$$\frac{16}{g_r} = \frac{21}{g_B \frac{\Delta\nu_B}{\Delta\nu_L}} \qquad (168)$$

Aïllem l'amplada de banda del làser i obtenim:

$$\Delta\nu_L = \frac{16 \cdot 4 \cdot 10^{-11} \, {}^{m}/_{W} \cdot 20 \cdot 10^{6} \text{ Hz}}{21 \cdot 7 \cdot 10^{-14} \, {}^{m}/_{W}} = 8{,}7 \text{ GHz} \qquad (169)$$

El marge de valors de l'amplada de banda en què l'efecte Brillouin predominarà sobre l'efecte Raman serà $0 < \Delta\nu_L < 8{,}7$ GHz.

Bibliografia

Agrawal, Govind P. (2010). *Fiber-Optic Communication Systems*. Wiley.

Agrawal, Govind P. (2006). *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press.

Saleh, B. E. A.; Teich, M. C. (2007). *Fundamentals of Photonics*. Wiley.