

# Òptica i fotònica

La ciència de la llum

Marc Figueras Atienza

PID\_00166280



Universitat Oberta  
de Catalunya

[www.uoc.edu](http://www.uoc.edu)



# Índex

<b>Introducció</b> .....	5
<b>Objectius</b> .....	6
<b>1. La llum i el seu estudi: l'òptica</b> .....	7
1.1. Què és una ona? .....	7
1.1.1. Tipus d'ones .....	9
1.1.2. Descripció de les ones .....	10
1.1.3. El nombre d'ona i la longitud d'ona .....	12
1.1.4. La freqüència i el període .....	13
1.2. Què és la llum? .....	14
1.2.1. L'espectre electromagnètic .....	15
1.3. Nivells de descripció de la llum .....	16
1.3.1. L'òptica i la fotònica .....	18
<b>2. Òptica geomètrica: la llum com a raig</b> .....	20
2.1. Què és l'òptica geomètrica? .....	20
2.2. Les bases de l'òptica geomètrica .....	21
2.2.1. El principi de Fermat .....	21
2.2.2. Índex de refracció .....	22
2.3. Reflexió i refracció .....	22
2.3.1. La llei de la reflexió .....	24
2.3.2. La llei de Snell .....	24
2.3.3. Anàlisi de sistemes òptics .....	25
2.4. La reflexió interna total .....	26
2.5. La fibra òptica: una aplicació de la reflexió total .....	28
2.5.1. Tipus de fibres òptiques .....	31
2.6. Dispersió .....	32
2.7. Què hem après? .....	33
<b>3. Òptica ondulatoria i electromagnètica: la llum com a ona</b> .....	34
3.1. La llum com a ona electromagnètica .....	34
3.1.1. Descripció matemàtica .....	35
3.2. Difracció .....	39
3.3. Interferència .....	41
3.3.1. El principi de superposició .....	41
3.3.2. Diferència de fase .....	45
3.3.3. Coherència .....	46
3.4. Patrons d'interferència i difracció .....	48
3.4.1. L'experiment de la doble escletxa .....	48
3.4.2. Difracció per una única obertura .....	51
3.4.3. Característiques generals dels patrons de difracció....	54

3.5.	Holografia.....	56
3.5.1.	Principi de funcionament .....	57
3.5.2.	L'holografia i les pel·lícules en 3D.....	60
3.5.3.	L'holografia digital .....	61
3.5.4.	Emmagatzematge de dades hologràfic .....	62
3.6.	Què hem après?.....	63
<b>4.</b>	<b>Òptica quàntica: la llum com a partícules.....</b>	<b>64</b>
4.1.	La naturalesa corpuscular de la llum .....	64
4.2.	La dualitat ona-partícula .....	65
4.3.	La quantificació de l'energia .....	66
4.4.	La descripció quàntica de la llum .....	67
4.5.	Processos d'interacció entre la llum i la matèria.....	68
4.5.1.	Absorció .....	68
4.5.2.	Emissió estimulada .....	70
4.5.3.	Emissió espontània .....	71
4.6.	Fonts de llum .....	72
4.6.1.	Com fer llum .....	73
4.6.2.	Làmpades d'incandescència .....	73
4.6.3.	Làmpades de descàrrega .....	76
4.6.4.	Díodes electroluminescents.....	78
4.7.	El làser .....	79
4.7.1.	Principi de funcionament del làser .....	79
4.7.2.	Característiques de la llum làser .....	82
4.7.3.	Tipus de làsers .....	83
4.7.4.	Desenvolupament del làser i avenços recents.....	84
4.8.	Informàtica quàntica.....	85
4.8.1.	Principis bàsics .....	87
4.8.2.	Ordinadors quàntics .....	89
4.9.	Què hem après?.....	91
<b>5.</b>	<b>Problemes resolts .....</b>	<b>92</b>
5.1.	Enunciats .....	92
5.2.	Solucions .....	93
<b>Resum .....</b>		<b>103</b>
<b>Exercicis d'autoavaluació .....</b>		<b>105</b>
<b>Solucionari .....</b>		<b>106</b>
<b>Glossari .....</b>		<b>106</b>
<b>Bibliografia .....</b>		<b>107</b>

## Introducció

La llum és omnipresent en les nostres vides. Amb la llum ens hi veiem, sigui la llum del Sol o sigui la llum produïda artificialment mitjançant estris creats per l'home. Amb la llum esteu llegint això, tant si ho llegiu sobre un paper com en una pantalla d'ordinador. Mireu per la finestra: si és de dia ho veureu tot inundat per la llum del Sol, si és de nit veureu una munió d'aparells que també fan llum (els fanals del carrer, els llums dels cotxes, etc.). Però, realment, què és la llum? com “funciona”? és a dir, com es comporta? com la podem manipular? com la podem crear?

En aquest mòdul intentarem respondre algunes d'aquestes preguntes. En concret, començarem establint què és la llum, sense entrar en gaire detalls, simplement per a tenir clar de què estem parlant. Després, farem un recorregut breu per les diverses maneres en què podem descriure la llum, des de la més simple, que és l'òptica geomètrica, fins a la més complexa i actualment més precisa, que és l'òptica quàntica.

En primer lloc mirarem d'entendre com es comporta la llum si la considerem simplement com un raig, sense entrar en més detalls, i això ens permetrà arribar a algunes lleis generals i veure com es desvia la llum quan passa d'un material a un altre. Després passarem a considerar la llum com una ona electromagnètica, fet que ens permetrà explicar tota una sèrie de fenòmens que no podíem entendre quan la consideràvem només com un raig. Aquestes dues descripcions de la llum (com a raig i com a ona) són les més clàssiques, però ja són prou potents com per a entendre aplicacions relativament modernes, com ara la fibra òptica o l'holografia.

Finalment, passarem a la descripció més moderna de la llum: la que la considera formada per partícules. Cal dir que aquesta descripció no substitueix la descripció de la llum com a ona, sinó que ambdues coexisteixen. És a dir, en alguns fenòmens la llum es comporta com a ona, mentre que en altres es comporta com un feix de partícules. Aquesta descripció de la llum és més complexa matemàticament i, per tant, només l'explicarem de forma molt qualitativa, però serà suficient per a entendre una de les creacions que ha modificat més el panorama de l'òptica en els darrers anys: el làser. Per acabar l'apartat farem una introducció a un camp molt modern i actiu: la informàtica quàntica, de la qual donarem unes pinzellades perquè sigueu capaços de valorar els desenvolupaments futurs que es vagin produint en aquest camp.

## Objectius

Després d'estudiar aquest mòdul l'estudiant haurà hagut d'assolir els següents objectius:

1. Tenir clar que la llum és una ona electromagnètica i saber on se situa dins de la totalitat de l'espectre electromagnètic.
2. Entendre els diferents nivells en què es pot descriure la llum i què es pot estudiar en cada cas.
3. Entendre l'òptica geomètrica com a primera aproximació a l'estudi de la llum i saber com es poden superar les seves limitacions amb l'òptica ondulatòria clàssica i l'òptica quàntica.
4. Conèixer les bases de l'òptica geomètrica i com donen lloc a les lleis bàsiques de la reflexió i la refracció.
5. Aplicar les lleis de l'òptica geomètrica al cas concret de les fibres òptiques i poder entendre i resoldre problemes en què intervingui la reflexió i la refracció de rajos de llum.
6. Poder descriure la llum en termes d'una oscil·lació de camps elèctrics i magnètics.
7. Entendre els fenòmens bàsics del caràcter ondulatori de la llum: la interferència i la difracció i ser capaç de calcular els patrons d'interferència en els casos més simples.
8. Entendre les idees bàsiques de l'holografia.
9. Conèixer qualitativament els principis bàsics de l'òptica quàntica i saber els processos bàsics d'interacció entre llum i matèria tal com es descriuen en òptica quàntica.
10. Entendre com es pot generar llum i com s'utilitza a nivell pràctic en els diversos tipus de fonts de llum i, especialment, del làser.
11. Tenir una idea aproximada de què és la informàtica quàntica i tenir la capacitat de valorar els desenvolupaments futurs que es produeixin en aquest camp.

## 1. La llum i el seu estudi: l'òptica

Dedicarem aquest apartat a presentar, de manera general, què és la llum i com es pot descriure. Veureu que la llum es pot estudiar a diversos nivells de complexitat, nivells que anirem introduint de manera més detallada en els apartats següents. Ara bé, ja us avancem que la llum es pot descriure com una ona, de manera que abans de començar val la pena fer un repàs a què és una ona i com es pot descriure.

### 1.1. Què és una ona?

Tots hem llençat alguna vegada una pedra dins d'un toll d'aigua (i si no, podeu provar-ho ara mateix!). Què passa quan ho fem? Quan la pedra cau a l'aigua veiem que l'aigua al voltant del punt on ha caigut comença a moure's amunt i avall; després l'aigua una mica més allunyada, que abans estava ben tranquil·la, també comença a moure's amunt i avall (figura 1). De fet, si ens hi fixem bé, aquest moviment amunt i avall de l'aigua va arribant cada vegada més lluny.

Figura 1. Ones en la superfície de l'aigua



Font: Wikimedia Commons; autor: Roger McLassus.

El que hem fet en tirar la pedra és **pertorbar** l'aigua, és a dir, l'hem fet allunyar de la seva situació normal, de la seva situació "tranquil·la" en què no es movia i ara, en canvi, es mou amunt i avall. I no només això; a més, aquest moviment

de l'aigua amunt i avall, aquesta **pertorbació**, es **propaga**, és a dir, a mesura que passa el temps arriba cada vegada més lluny del punt on l'hem originat.

Això que acabem de crear a la superfície de l'aigua és una **ona**. Podem veure com es creen i es propaguen ones quan llencem una pedreta a un toll d'aigua, però també quan donem un cop al cordill d'estendre la roba, per exemple. En tots dos casos creem una pertorbació en un lloc i aquesta pertorbació es propaga a altres punts (a altres punts del toll en el primer exemple i a altres punts del cordill, en el segon). Això també passa quan produïm un so; en aquest cas l'ona no és evident, no la podem "veure", però en canvi sí que la podem "sentir", de manera que és evident la propagació d'una pertorbació, que en aquest cas és el so, des d'un lloc cap a un altre.

En tots aquests casos hi ha mecanismes físics que fan que una pertorbació que es produeix en un lloc tingui uns efectes en un altre lloc, situat a una certa distància i després d'un cert temps. A més a més, fixeuvos que només es propaga la **pertorbació**, no hi ha cap cos ni cap altre agent físic que es desplaci des del lloc d'origen fins al lloc d'arribada. En cada cas, la pertorbació consistirà en una variació d'alguna magnitud física respecte a un valor inicial; aquesta magnitud pot ser:

- un desplaçament,
- la pressió,
- la densitat,
- el camp elèctric,
- etc.

i el mecanisme mitjançant el qual la variació d'aquesta magnitud es propaga per l'espai serà molt diferent en cada cas.

En general, per tant, la magnitud física considerada realitzarà alguna mena d'oscil·lació al voltant d'un punt d'equilibri, però sense patir cap desplaçament net. Aquesta magnitud, i especialment la seva variació a mesura que passa el temps, ens caracteritzarà l'ona; és a dir, descriurem l'ona mitjançant la variació d'aquesta magnitud. A la figura 2 podeu veure una representació esquemàtica d'una pertorbació, una ona, que es propaga cap a la dreta amb una certa velocitat  $v$ .

El fet que la pertorbació es vagi propagant ens indica que s'està propagant energia, que és la que permet que la magnitud pertorbada en un punt també pugui resultar pertorbada en un altre punt un temps després. En altres paraules, i tornant novament a l'exemple del toll d'aigua, quan llencem la pedra a l'aigua, li comuniquem una certa energia, que és la que provoca la pertorbació. I posteriorment aquesta energia es va propagant i és la que permet que la pertorbació vagi apareixent més i més lluny.

#### Mecanisme físic

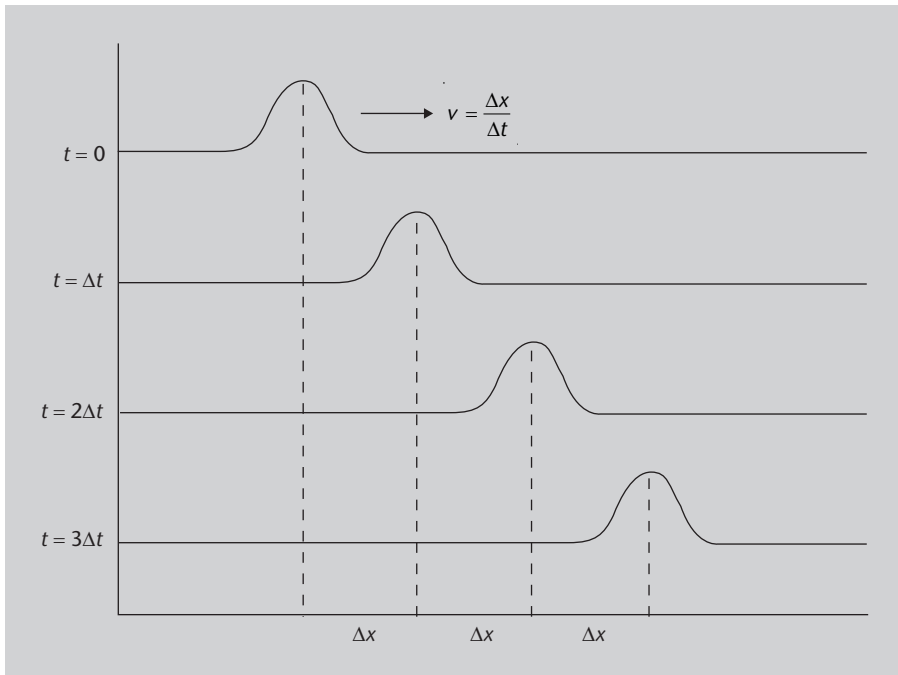
Entenem per mecanisme físic algun conjunt de forces que fan canviar l'estat d'un sistema, és a dir, que modifiquen la situació en què es troba un cos o un conjunt de cossos.

#### Punt d'equilibri

El punt d'equilibri és el valor que té una magnitud física quan no la pertorbem. Novament, en el cas de l'aigua, el punt d'equilibri és l'altura de l'aigua quan està "tranquil·la", abans de tirar-hi la pedra.



Figura 2. Pertorbació que es propaga cap a la dreta

**Figura 2**

Pertorbació (ona) que es propaga cap a la dreta, representada en diferents instants de temps ( $t = 0$ ,  $t = \Delta t$ , etc.). La velocitat de propagació d'aquesta pertorbació,  $v$ , és l'espai recorregut,  $\Delta x$ , dividit pel temps emprat en recórrer-lo,  $\Delta t$ .

Una **ona** és una pertorbació que es propaga per l'espai i el temps, amb transport d'energia i quantitat de moviment però sense transport net de matèria.

Fixeu-vos que la definició remarca el fet que en una ona no hi ha moviment net de matèria, només hi ha propagació d'energia i de quantitat de moviment. És aquesta propagació d'energia la que fa que la pertorbació vagi arribant cada vegada més lluny. La quantitat de moviment, per la seva banda, dóna idea de la força que porta l'ona; penseu que la força és la variació de la quantitat de moviment en funció del temps.

### 1.1.1. Tipus d'ones

En el subapartat 1.1. hem vist que en cada cas particular la magnitud pertorbada en un moviment ondulatori pot ser diferent, i també ho pot ser el mecanisme de propagació d'aquesta pertorbació. Així i tot, podem classificar les ones en funció de diverses característiques. D'aquesta manera tenim:

- Segons el sentit de vibració:
  - **Ones transversals:** la vibració és perpendicular a la direcció de propagació. L'ona a l'aigua, és, de fet, un exemple d'ona transversal, ja que l'ona es desplaça en la direcció paral·lela a la superfície de l'aigua, però fa oscil·lar el medi amunt i avall, és a dir, en la direcció perpendicular a la superfície de

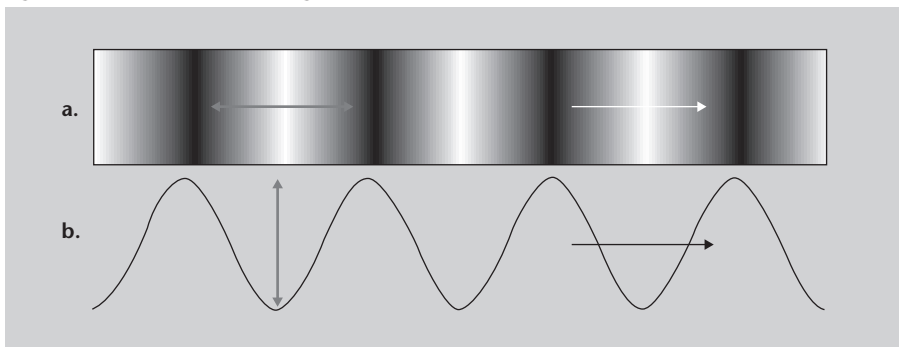
#### Adreça web

Podeu veure animacions d'ones transversals i longitudinals, força aclaridores, a:  
<http://www.youtube.com/watch?v=Rbuhdo0AZDU>,  
<http://www.youtube.com/watch?v=MoVz2ENJb8M> i a  
<http://www.youtube.com/watch?v=f66syH8B9D8>.

l'aigua. A la figura 3b podeu veure una representació d'una ona transversal: la magnitud que varia ho fa perpendicularment a la direcció de propagació (en aquest cas particular, a més, ho fa seguint la forma d'una funció sinusoidal, però podria tenir qualsevol forma). Un altre exemple d'ones transversals són les ones electromagnètiques.

- **Ones longitudinals:** la vibració és en la mateixa direcció que la direcció de propagació. És el cas de les ones sonores, però en aquest mòdul no ens preocuparem d'aquest tipus d'ones. A la figura 3a podeu veure una representació d'una ona longitudinal: les partícules del medi es mouen endavant i endarrere i creen zones de major o menor densitat (representades com a més fosques o més clares).
- Segons si necessiten d'un medi material per a propagar-se:
  - **Ones mecàniques:** el que oscil·la és un medi material, com en el cas de l'aigua del toll. Per tant, són ones que necessiten d'un medi material per a propagar-se.
  - **Ones no mecàniques:** no necessiten de cap medi per a propagar-se. És el cas de les ones electromagnètiques, que són precisament les que ens interessen en aquest mòdul.

Figura 3. Ones transversals i longitudinals



Ara que ja tenim una idea de què és una ona, el pas següent és descriure-les matemàticament. En general serà força complicat, però hi ha un cas en què es relativament senzill, que correspon al que s'anomena *ona harmònica*, una ona que es pot descriure amb una funció sinus o cosinus.

### 1.1.2. Descripció de les ones

Quan en una ona, la magnitud que varia en funció del temps assoleix els mateixos valors a intervals periòdics es tracta d'una **ona periòdica**. Si, a més a més, aquesta variació segueix una llei sinusoidal o cosinusoidal es tracta d'una **ona harmònica**. Això és equivalent a dir que, en una ona harmònica, en cada

**Figura 3**

a. Ona longitudinal. El color més fosc o més clar indica un valor més o menys alt de la magnitud pertorbada (densitat, pressió, etc.).  
 b. Ona transversal. El perfil de l'ona representa els valors que assoleix la magnitud pertorbada, que sempre varia en direcció perpendicular a la direcció de propagació. En ambdós casos, les fletxes grises indiquen la direcció en què es produeix la pertorbació, la fletxa blanca i la fletxa negra mostren la direcció de propagació de l'ona.

### Periodicitat

Que una magnitud sigui *periòdica* vol dir que després de passar un temps determinat, el valor de la magnitud torna a ser el mateix i això passa sempre.

punt la magnitud que varia ho fa seguint un moviment vibratori harmònic simple.

A primera vista pot semblar molt restrictiu centrar-se en aquest tipus d'ones, ja que, al capdavant, ens podem imaginar que només en casos molt concrets les ones seran ones harmòniques. La importància d'estudiar ones harmòniques no rau tant en el fet de la seva possible aplicació directa a la descripció d'ones reals que, efectivament, poques vegades són perfectament harmòniques, sinó al fet que qualsevol ona, tingui la forma que tingui, es pot expressar com una suma de diverses ones harmòniques. Aquest resultat, que rep el nom de **teorema de Fourier**, és una eina extraordinàriament potent per a analitzar el moviment ondulatori.

Tal com acabem de comentar, en una ona harmònica, la magnitud física que ens caracteritza l'ona varia en el temps, en cada punt de l'espai, de forma sinusoidal. Això es pot expressar de la forma següent (que no justificarem aquí):

$$f(x,t) = A \sin(kx - \omega t + \phi) \quad (1)$$

on:

- $A$  és l'**amplitud** de l'ona, que correspon al valor màxim de la pertorbació en un punt determinat,
- $x$  és la posició,
- $t$  és el temps,
- $k$  és una magnitud anomenada **nombre d'ona**,
- $\omega$  és una altra magnitud anomenada **frequència angular** i
- $\phi$  és l'anomenada **fase inicial**, que simplement ens diu el valor de la funció d'ona a l'origen de coordenades i en l'instant inicial.

Abans d'explicar aquests conceptes detalladament, val la pena fer una ullada a la forma d'aquesta equació. Fixeu-vos que la representació gràfica de l'equació 1 es pot fer en funció de  $x$  o en funció de  $t$ . Això ens dóna una doble periodicitat: en el temps i en l'espai. A la figura 4 podeu veure dues "instantànies" d'una ona harmònica; en un cas (a) es tracta de la imatge de l'ona en un moment concret; en l'altre (b) és la variació en funció del temps en un punt determinat de l'espai.

### Observació

En lloc d'utilitzar la funció sinus podem utilitzar la funció cosinus i les dues descripcions de l'ona són completament equivalents. Recordeu que per a passar d'un sinus a un cosinus n'hi ha prou amb desplaçar l'origen de coordenades  $\pi$  radians o, dit d'una altra manera:  $\sin \alpha = \cos(\alpha + \pi)$ .

### Moviment vibratori harmònic simple

Un moviment vibratori harmònic simple és el que fa un cos que oscil·la al voltant d'un punt d'equilibri i la seva posició en funció del temps es pot descriure amb una funció sinus o cosinus, és a dir,  $x(t) \propto \sin t$  o  $x(t) \propto \cos t$ .

$\omega$  és la lletra grega omega minúscula i  $\phi$  és la lletra grega fi minúscula.

Figura 4. Doble periodicitat d'una ona harmònica

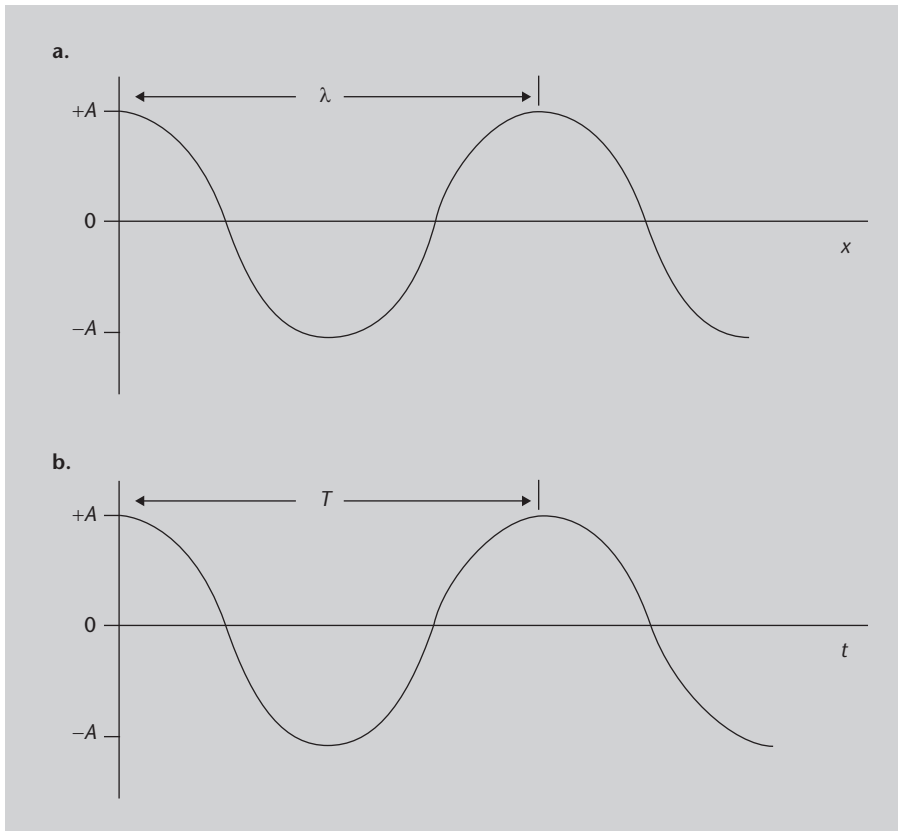


Figura 4

a. Imatge d'una ona harmònica que es propaga en la direcció  $x$  en un instant de temps  $t$  determinat. La longitud entre dos màxims consecutius és la longitud d'ona  $\lambda$ .

b. Evolució en funció del temps  $t$  d'una ona harmònica en un punt  $x$  determinat. El temps entre dos màxims consecutius és el període  $T$ .

Passem ara a veure què signifiquen el nombre d'ona ( $k$ ) i la freqüència angular ( $\omega$ ); en el camí ens apareixeran també el concepte de longitud d'ona ( $\lambda$ ) i el concepte de període ( $T$ ).

### 1.1.3. El nombre d'ona i la longitud d'ona

Comencem preguntant-nos quina és, en un instant de temps determinat, la distància mínima entre dos punts de l'ona,  $x$  i  $x'$ , que tenen el mateix valor de la perturbació (per exemple, la distància entre dos màxims o entre dos mínims). Aquesta pregunta és equivalent a plantejar l'equació:

$$A \sin(kx - \omega t + \phi) = A \sin(k(x + x') - \omega t + \phi) \quad (2)$$

Com que el sinus és una funció periòdica amb període  $2\pi$ , les dues expressions tindran el mateix valor quan  $x' = 2\pi/k$ . Aquesta distància s'anomena **longitud d'ona** i s'acostuma a simbolitzar amb la lletra grega lambda minúscula,  $\lambda$ , que és, doncs, la distància entre dos punts que estan en el mateix estat de vibració.

Una magnitud associada a la longitud d'ona és el **nombre d'ona**, que simbolitzem amb  $k$ . Podem pensar en el concepte de nombre d'ona a partir de la situació següent: en un moment donat "fem una fotografia" de l'ona i ens preguntem: quants màxims hi ha en un metre? Com que la longitud d'ona

#### Unitats

En el Sistema Internacional d'unitats, la longitud d'ona s'expressa en metres (m) i el nombre d'ona en metres elevat a menys u ( $m^{-1}$ ).

és la longitud que hi ha entre dos màxims consecutius,  $1/\lambda$  ens dirà quants màxims hi ha en un metre. Això ho multipliquem per  $2\pi$  i tenim la magnitud que anomenem *nombre d'ona*. Així tenim:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (3)$$

Aquest factor  $2\pi$  pot semblar estrany, però només és una qüestió convencional: com que les funcions sinusoidals són periòdiques amb període  $2\pi$ , si no posem aquest factor  $2\pi$  l'hauríem d'anar arrossegant tota l'estona, de manera que és més fàcil definir una magnitud que ja l'inclogui i així ens estalviem anar afegint el  $2\pi$  a tot arreu. Podríem perfectament treballar amb la inversa de la longitud d'ona en lloc del nombre d'ona, és simplement qüestió de comoditat.

#### 1.1.4. La freqüència i el període

Ara fem-nos la pregunta equivalent però en funció del temps: en un punt determinat de l'espai, quant triga a repetir-se el mateix estat de pertorbació?\* De manera molt semblant a com ho hem fet abans, aquesta pregunta és equivalent a plantejar l'equació

$$A \sin(kx - \omega t + \phi) = A \sin(kx - \omega(t + t') + \phi) \quad (4)$$

Com que el sinus és una funció periòdica amb període  $2\pi$ , les dues expressions tindran el mateix valor quan  $t' = 2\pi/\omega$ . Aquest temps és el **període**, que simbolitzem amb la lletra  $T$  i que és, doncs, el temps que triga l'ona a ser un altre cop en el mateix estat de vibració.

Una magnitud associada al període és la **freqüència angular**. Podem considerar la freqüència a partir de la situació següent: si ens trobem en un punt de l'espai i ens arriba una ona, quants màxims ens arriben en un segon? Aquest valor és la **freqüència**, la inversa del període, que simbolitzem amb la lletra  $f$ . Aquest valor multiplicat per  $2\pi$  és la freqüència angular, que simbolitzem amb la lletra grega omega minúscula,  $\omega$ . Així doncs:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \quad (5)$$

Conjuntament, l'argument  $(kx - \omega t)$  que apareix dins del sinus a l'equació 1 s'anomena **fase** de l'ona. Fixeu-vos també que durant un temps igual a un període,  $T$ , l'ona s'ha desplaçat una longitud igual a la longitud d'ona,  $\lambda$ ; per tant, com que l'espai és igual a la velocitat pel temps i en aquest cas la velocitat és la velocitat de propagació de l'ona,  $v$ , tenim que

$$\lambda = vT \quad (6)$$

\* Per exemple, quant triguen a produir-se dos màxims?

#### Unitats

En el Sistema Internacional d'unitats el període s'expressa en segons (s), la freqüència s'expressa en hertzs (Hz) i la freqüència angular s'expressa en radians per segon (rad/s).

#### Nota

Cal anar amb compte, perquè sovint la freqüència també se simbolitza amb la lletra grega nu minúscula,  $\nu$ , que és fàcil confondre amb una ve baixa, ja que són molt semblants gràficament.

Si de l'expressió anterior aïllem la  $v$ , obtenim:

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad (7)$$

i ja hem vist que  $1/T = f$ , de manera que podem escriure:

$$v = \lambda f \quad (8)$$

Aquesta darrera expressió ens relaciona la velocitat de propagació d'una ona ( $v$ ) amb la seva freqüència ( $f$ ) i la seva longitud d'ona ( $\lambda$ ). També es pot reescriure, utilitzant l'equació 3 i el fet que  $\omega = 2\pi f$ , com a

$$v = \frac{\omega}{k} \quad (9)$$

A la taula que presentem a continuació resumim les magnituds principals en la descripció d'una ona harmònica, juntament amb els seus símbols i unitats de mesura en el Sistema Internacional.

Magnitud	Símbol	Unitat (SI)
longitud d'ona	$\lambda$	m
freqüència	$f, \nu$	Hz
freqüència angular	$\omega$	rad/s
període	$T$	s
nombre d'ona	$k$	$\text{m}^{-1}$
fase inicial	$\phi$	-
velocitat de propagació	$v, c$	m/s
amplitud	$A$	segons el tipus d'ona

Ara ja teniu una idea una mica més clara de què és una ona i com es pot descriure matemàticament. Amb aquests coneixements podem enfrontar-nos més tranquil·lament al tema d'aquest mòdul: la llum. Passem doncs a veure què és això de la llum.

## 1.2. Què és la llum?

Cap al segle XVIII hi havia bàsicament dues teories oposades per a explicar què és la llum: la teoria corpuscular, que considerava la llum formada per partícules i tenia el suport de gent com Isaac Newton i Pierre de Laplace, i la teoria ondulatòria, que considerava que la llum és una ona i comptava amb partidaris com Robert Hooke, Christiaan Huygens, Thomas Young o Augustin-Jean Fresnel. La llum, certament, presenta moltes característiques ondulatòries, com la interferència o la difracció, molt difícils d'explicar amb la teoria corpuscular. D'altra banda, però, en aquella època es creia que qualsevol ona necessitava sempre un medi per a propagar-se, mentre que la llum no té cap problema per

### Isaac Newton (1643–1727)

Físic anglès, un dels més influents de la història. La seva obra *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* ('Fonaments matemàtics de filosofia natural', 1687) sentà les bases de tota la mecànica i aconseguí relacionar el moviment dels cossos amb les causes que el produeixen.

a propagar-se en el buit, cosa que semblava refutar la possibilitat que la llum fos una ona i donava punts a la teoria corpuscular.

La polèmica entre les dues teories va ser llarga, però en qualsevol cas, cap a 1850 el pes de les proves experimentals va fer abandonar gairebé definitivament la teoria corpuscular i tot semblava indicar que la llum era una ona.

### L'èter

Com que a final del segle XIX se seguia pensant que qualsevol ona necessitava un medi per a propagar-se, per a acceptar que la llum era una ona que es propagava pel buit es va suposar que el buit era ple d'un medi anomenat *èter* (que no té res a veure amb els compostos anomenats *èters*) en el qual es propagava la llum. Aquesta suposició sempre va ser molt problemàtica, i posteriorment es va demostrar totalment innecessària i fou una de les causes que van dur a plantejar la teoria de la relativitat.

En aquella mateixa època, el físic escocès James Clerk Maxwell, amb el seu gran *A Treatise on Electricity and Magnetism\**, entre moltes altres contribucions fonamentals, va demostrar que un camp magnètic i un camp elèctric poden propagar-se per l'espai seguint un moviment ondulatori; és a dir, en forma d'ona, que va anomenar **ona electromagnètica**. Maxwell va ser capaç de calcular la velocitat de propagació d'aquesta mena d'ones i va trobar que era gairebé idèntica a la velocitat que aleshores es coneixia de propagació de la llum.

Això duia a una possibilitat interessant que Maxwell mateix va expressar:

“Aquesta velocitat és tan propera a la de la llum que sembla que tenim raons poderoses per a concloure que també la llum [...] és una pertorbació electromagnètica en forma d'ones que es propaguen a través del camp electromagnètic d'acord amb les lleis de l'electromagnetisme.”

És a dir, el resultat de Maxwell duia a considerar seriosament el fet que la llum no fos més que un tipus d'ona electromagnètica, d'unes freqüències determinades. I, efectivament, això va quedar confirmat poc després i, a més, per primera vegada es va aconseguir generar ones electromagnètiques: el físic alemany Heinrich Hertz va aconseguir produir-ne en la banda que actualment coneixem com a UHF. Així, gràcies als treballs de Hertz i molts d'altres, a les acaballes del segle XIX va quedar confirmada l'existència de les ones electromagnètiques, com predeia Maxwell, i el fet que la llum no és més que un tipus particular d'ona electromagnètica.

#### 1.2.1. L'espectre electromagnètic

Tal com es va anar descobrint posteriorment, les ones electromagnètiques abasten des de les freqüències més baixes a les més altes. Els diversos intervals de freqüències reben noms especials que ens poden resultar familiars; els principals són: ones de ràdio (o ones radioelèctriques o radioones), microones, rajos infrarojos, llum visible, rajos ultraviolats, rajos X i rajos  $\gamma$ . El conjunt de totes les freqüències de les ones electromagnètiques és l'**espectre electromagnètic**, que podeu observar a la figura 5.

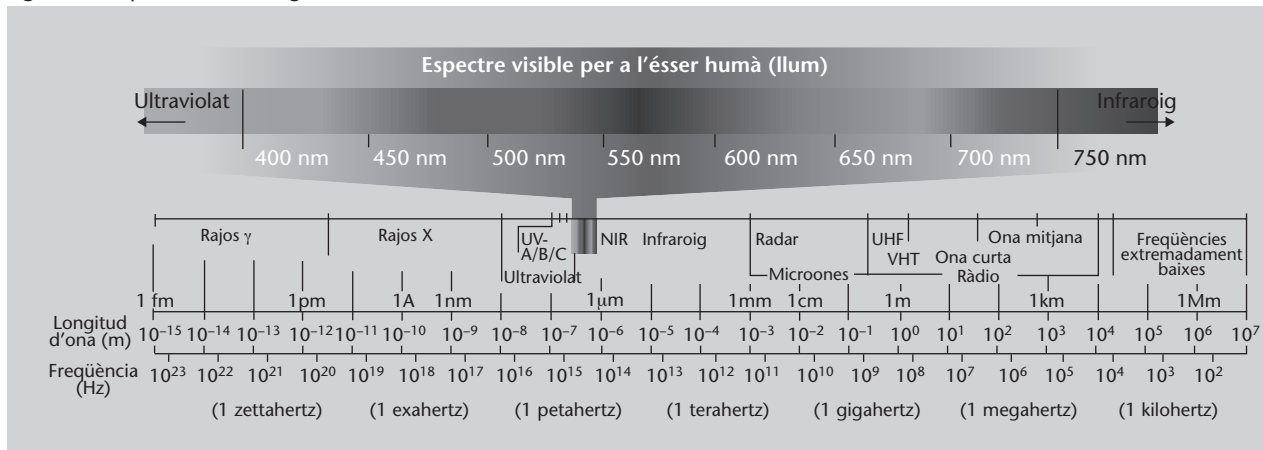
\* “Tractat d'electricitat i magnetisme”

#### Les ones segons Hertz

Curiosament en Hertz, com tants d'altres en aquell moment, no s'adonà de la gran importància que tenien les ones electromagnètiques, l'existència de les quals acabava de confirmar de manera tan brillant. En les seves paraules:

“no tenen cap mena d'utilitat [...] això només és un experiment que demostra que el mestre Maxwell tenia raó. Tenim aquestes misterioses ones electromagnètiques que no podem veure amb els ulls, però hi són!”.

Figura 5. L'espectre electromagnètic



Cal tenir en compte dues coses importants:

- En primer lloc, la llum visible no és res més que l'interval de freqüències de la radiació electromagnètica que els éssers humans podem detectar de manera natural, gràcies a l'òrgan de la visió, l'ull. Aquest interval és, aproximadament  $7,9 \cdot 10^{14}$  Hz –  $4,0 \cdot 10^{14}$  Hz, o bé, en termes de longitud d'ona, 380 nm – 750 nm.
- En segon lloc, la separació en diferents bandes és arbitrària, però té una certa lògica atès que calen mètodes de generació i detecció diferents en cada cas.

Feta aquesta introducció a les ones electromagnètiques i vist on se situa la llum dins de l'espectre electromagnètic, ja podem passar al tema d'aquest mòdul: la llum visible. Aquesta restricció és purament antropocèntrica, ja que nosaltres podem detectar de manera natural la llum i, per tant, tenim un interès especial a estudiar-la, saber com es comporta i poder manipular-la. Això és precisament l'objecte d'estudi de l'òptica.

L'òptica és la part de la física que s'ocupa d'estudiar la llum, la seva generació, manipulació i detecció i els processos mitjançant els quals interacciona amb la matèria. En òptica el concepte de *llum*, a més, s'estén des de la zona visible de l'espectre electromagnètic fins a freqüències de la regió infraroja i ultraviolada en què encara són aplicables els mateixos conceptes que per a la llum visible.

### 1.3. Nivells de descripció de la llum

Ara que ja sabem que la llum és una ona electromagnètica podríem començar estudiant-la a partir de la teoria electromagnètica clàssica, és a dir, a partir de les equacions de Maxwell. Sí, podríem fer-ho, però la complicació associada és considerable i és millor haver-se familiaritzat primer amb els fenòmens bà-

Figura 5

A la part inferior de la figura podeu veure tot l'espectre electromagnètic, des de les longituds d'ona més petites (rajos  $\gamma$ ) fins a les més llargues, amb els noms que s'acostumen a utilitzar per a cada interval de longituds d'ona. A la part superior podeu veure, ampliat, l'espectre visible, és a dir, la part d'ones electromagnètiques que nosaltres, els éssers humans, podem detectar amb els ulls.

Vegeu els mòduls d'electrostàtica i de magnetostàtica.



sics de la llum, d'una banda, i amb les ones electromagnètiques en general, d'una altra, per a poder tractar problemes d'òptica a partir de la descripció electromagnètica de la llum.

Cal dir que, en molts casos, per als problemes òptics més simples de propagació de la llum, lents i construcció d'instruments, el caràcter ondulatori resulta irrellevant i es descriu la llum obviant qualsevol referència a les ones. Aquesta descripció, com diem, serveix per als problemes més simples d'òptica i per a construir instruments òptics, però es queda curta en molts aspectes. Si considerem que la llum és una ona i, més concretament, una ona electromagnètica, l'estudi es fa més difícil però ens permet descriure molts més fenòmens, com la interferència, la difracció o la polarització. Finalment, quan considerem la llum com a formada per partícules (anomenades *fotons*) que segueixen les lleis de la mecànica quàntica, podem arribar a comprendre els aspectes més complexos del comportament de la llum, especialment com interacciona amb la matèria; aquest és el camp de l'òptica quàntica.

Veiem, doncs, que podem considerar diversos nivells de descripció de la llum i dels fenòmens òptics que, de forma esquemàtica, podem resumir a continuació.

L'**òptica geomètrica** no es planteja què és la llum. Només considera que és una "cosa" que es propaga en línia recta i està sotmesa a unes lleis determinades.

L'**òptica ondulatoria o òptica física** considera la llum com una ona i permet explicar tots els fenòmens en què es mostra el caràcter ondulatori de la llum.

L'**òptica electromagnètica**, a més de les consideracions fetes per l'òptica ondulatoria, afegeix el fet que l'ona és, específicament, una ona electromagnètica i compleix les lleis de Maxwell.

L'**òptica quàntica** considera la llum formada per partícules anomenades *fotons* i es basa en la mecànica quàntica. Entre altres coses, permet entendre el funcionament del làser i molts processos d'interacció entre la llum i la matèria.

En l'apartat següent ens quedarem en el primer nivell, el de l'òptica geomètrica, i podrem entendre com es comporta la llum en els casos més simples, com es reflecteix i com es desvia quan passa d'un material transparent a un altre. En els apartats posteriors estudiarem les ones electromagnètiques i, per tant, ens aproximarem a l'òptica física i l'òptica electromagnètica per a poder entendre fenòmens com les interferències i la difracció i arribarem a entendre una tecnologia relativament moderna com és l'holografia. Finalment, en el darrer apartat farem una breu introducció, força divulgativa, a l'òptica quàn-

tica i la fotònica, per a poder descriure qualitativament algunes aplicacions actuals, com els làsers o la informàtica quàntica.

Potser us haureu fixat que aquest mòdul s'anomena “Òptica i fotònica” però de moment només hem parlat d'òptica, i la fotònica no ha aparegut enlloc. Què és, doncs, la fotònica? On se situa dins de l'esquema que acabem de presentar de nivells de descripció de la llum?

### 1.3.1. L'òptica i la fotònica

En aquest punt cal explicar on se situa dins de l'òptica una disciplina que darrerament ha agafat força embranzida: la **fotònica**. És el mateix que l'òptica? És una part de l'òptica? En què es diferencia la fotònica de l'òptica? Actualment es parla molt de *fotònica*, d'*aplicacions fotòniques*, de *materials fotònics*, etc., però potser cal establir bé de què s'està parlant quan es parla de *fotònica*.

El cert és que el terme *fotònica*, creat a mitjan segle xx amb l'aparició del làser i les seves aplicacions, ha rebut definicions diverses, de manera que autors diferents poden diferir en què consideren que forma part de la fotònica. Algunes definicions equiparen fotònica a una mena d'òptica aplicada amb un èmfasi especial en les aplicacions i els conceptes més moderns; altres l'equiparen a l'òptica quàntica en el seu vessant més aplicat.

De totes maneres, ens sembla que cap d'aquestes definicions no és prou encertada, ja que al capdavant sota la denominació de fotònica s'inclou pràcticament tot el que també s'inclou en l'òptica. Durant la primera meitat del segle xx semblava que l'òptica estava establerta en una confortable comoditat de disciplina important però a la qual ja li havia passat el seu moment de glòria, que era una disciplina acabada, sense novetat, vaja. L'aparició del làser, però, va canviar les coses. El fort impuls que des d'aquell moment va experimentat el camp va fer necessari renovar-ne la denominació. En certa manera es tracta d'una qüestió de màrqueting, per a allunyar l'òptica moderna de la imatge de cosa antiquada que per a alguns podia tenir en aquell moment.

En definitiva, en la nostra opinió, *fotònica* és una denominació moderna del camp científic i tècnic que tradicionalment s'ha anomenat *òptica*, que va aparèixer i es va anar consolidant arran de l'espectacular ressorgiment que va produir l'aparició i la generalització del làser. Diguem que, en certa manera, el canvi de contingut ha provocat un canvi de nom. En qualsevol cas, tot plegat és només qüestió de noms i, com que el nom no fa la cosa, tampoc no cal encaparrar-s'hi massa.

#### **Institut de Ciències Fotòniques**

Una mostra de la força actual de la fotònica la podeu trobar en la creació de l'Institut de Ciències Fotòniques (ICFO), el centre de recerca creat per la Generalitat i la Universitat Politècnica de Catalunya a Castelldefels, amb la missió de “realitzar activitats de recerca i

formació, tant bàsica com aplicada, en les diferents branques de les ciències i tecnologies òptiques". Podeu donar una ullada a la seva pàgina web (<http://www.icfo.cat>) per fer-vos una idea dels temes de recerca típics en fotònica. Fixeu-vos que l'objectiu és "recerca en ciències i tecnologies òptiques", és a dir, exactament el que fa l'òptica.

## 2. Òptica geomètrica: la llum com a raig

En aquest apartat ens quedem en el primer nivell de descripció de la llum, que hem comentat en el subapartat 1.3.: l'òptica geomètrica. En els subapartats següents veurem amb detall què és l'òptica geomètrica, en què es basa i quines són les seves lleis fonamentals.

### 2.1. Què és l'òptica geomètrica?

En general, l'òptica descriu la propagació de la llum a través dels materials o del buit. Tots els materials a través dels quals es pot propagar la llum s'anomenen **transparents**; en cas contrari, s'anomenen **opacs**. En el cas de l'òptica geomètrica, per a fer aquesta descripció de la propagació de la llum es parteix d'unes hipòtesis o suposicions que simplifiquen els càlculs.

Normalment, en òptica geomètrica aquesta propagació es considera en termes del concepte de **raig**.

Un **raig** és la línia que segueix la llum en la seva propagació a través d'un medi transparent.

Una vegada definit el concepte de *raig* podem definir l'òptica geomètrica i les seves hipòtesis de partida.

L'òptica geomètrica és la part de l'òptica que s'ocupa de descriure el comportament de la llum sense plantejar-se què és exactament. Es basa en les hipòtesis següents:

- Els rajos es propaguen en línia recta entre dos punts d'un mateix medi homogeni transparent.
- Quan els rajos arriben a la superfície que separa dos medis compleixen unes lleis, obtingudes experimentalment:
  - la llei de la reflexió,
  - la llei de Snell de la refracció.

#### Nota

Aquí no considerarem medis translúcids, és a dir, els que deixen passar la llum només parcialment. Així, treballarem amb medis transparents.

#### Homogeneïtat

Que un medi sigui *homogeni* significa que té les mateixes característiques a tot arreu, en qualsevol punt.

La llei de la reflexió i la llei de Snell de la refracció s'estudia al subapartat 2.3.



Cal dir que l'òptica geomètrica és sempre una bona aproximació quan la longitud d'ona és molt petita comparada amb les dimensions dels objectes amb què interactua la llum. Aquesta condició es compleix en la majoria d'aplicacions òptiques tradicionals.

Les hipòtesis en què es fonamenta l'òptica geomètrica es poden obtenir d'uns principis encara més bàsics i que són els que veurem tot seguit.

## 2.2. Les bases de l'òptica geomètrica

A continuació presentarem les bases conceptuals de l'òptica geomètrica. Ja hem dit que considerem que els rajos de llum es propaguen en línia recta entre dos punts. Aquest fet, observat experimentalment, el podem afinar una mica més i obtenir-lo a partir d'un principi més bàsic, que és el principi de Fermat. És més, aquest principi també ens permetrà obtenir les lleis de la reflexió i de la refracció, que com heu vist estan també en el si de les hipòtesis que fem en el cas de l'òptica geomètrica.

### 2.2.1. El principi de Fermat

Per a determinar com és la trajectòria que segueix un raig de llum es pot partir de l'observació empírica que la trajectòria és sempre recta en un medi homogeni. Ara bé, quan un medi no és homogeni la trajectòria ja no és recta i no sabem com descriure-la.

En canvi, si partim d'un principi bàsic descobert pel matemàtic Pierre de Fermat al segle XVII, podrem determinar la trajectòria de la llum en qualsevol situació. Aquest principi, s'anomena **principi de Fermat** o **principi del temps mínim**.

El principi de Fermat afirma que la trajectòria que segueix un raig de llum per a anar d'un punt a un altre és tal que el temps invertit en recórrer-la és mínim.

Aquest principi es pot expressar matemàticament, però com que el tractament complet és relativament complex només l'enunciem qualitativament, sense fer-ne cap exemple concret. Només comentarem que, a partir del principi de Fermat és fàcil calcular la trajectòria seguida per un raig de llum en qualsevol tipus de medi, homogeni o no, i també que ens permet obtenir les lleis de la reflexió i de la refracció, que estudiarem en el subapartat 2.3.

Ara ja sabem a partir de quin principi bàsic es poden obtenir les suposicions fonamentals de l'òptica geomètrica, però ens falta caracteritzar d'alguna ma-

#### Condicció de longitud d'ona petita

Per a veure que la condició de longitud d'ona petita es compleix habitualment, penseu que la longitud d'ona de la llum és d'uns quants centenars de nanometres, com hem vist en el subapartat 1.2.1., és a dir, és de l'ordre de  $10^{-7}$  m, mentre que en les aplicacions òptiques tradicionals (com la formació d'imatges) s'utilitzen elements sempre de dimensions superiors al mil·límetre, és a dir de l'ordre de  $10^{-3}$  m o més, quatre ordres de magnitud més gran.

#### Pierre de Fermat (1601-1665)

Advocat i matemàtic francès, Fermat fou un dels més grans estudiosos de la teoria de nombres i l'anomenat Darrer Teorema de Fermat ha estat un dels problemes matemàtics més famosos de tots els temps. La seva contribució més important en física és un dels primers enunciats del principi del temps mínim.

nera els medis per on es propaga la llum. És a dir, volem trobar alguna cosa que ens permeti diferenciar un medi d'un altre pel que fa a la propagació de la llum. Això és el que farem a continuació mitjançant el concepte anomenat *índex de refracció*.

### 2.2.2. Índex de refracció

Per a caracteritzar els medis transparents (és a dir, els medis per on es pot propagar la llum) necessitem alguna característica definitòria. Una possible característica del medi, pel que fa a la propagació de la llum, és la velocitat de la llum en aquest medi. Com que aquesta velocitat té sempre un valor molt gran, els medis transparents solen caracteritzar-se mitjançant una magnitud anomenada *índex de refracció*.

L'índex de refracció d'un medi,  $n$ , és igual al quocient entre la velocitat de propagació de la llum en el buit,  $v_0$ , i la velocitat de propagació de la llum en aquell medi,  $v$ :

$$n = \frac{v_0}{v} \quad (10)$$

Com que l'índex de refracció és el quocient de dues velocitats, es tracta d'una magnitud que no té dimensions (és a dir, que no s'expressa amb cap unitat). D'altra banda, a partir de la definició, l'índex de refracció del buit és precisament  $v_0/v_0$ , és a dir, 1. A la taula següent podeu veure alguns índexs de refracció de diversos materials transparents habituals.

Material	$n$ per a $\lambda = 598,3 \text{ nm}$
aire (0 °C)	1,00029
oxigen (0 °C)	1,00027
aigua (20 °C)	1,333
etanol (20 °C)	1,362
benzè (20 °C)	1,501
gel (0 °C)	1,310
vidre comú (20 °C)	$\approx 1,51$
vidre de quars (20 °C)	1,459
poliestirè (20 °C)	$\approx 1,59$
safir (20 °C)	1,769
diamant (20 °C)	2,417

### 2.3. Reflexió i refracció

Ara que ja sabem com es propaga la llum per un medi transparent, ens preguntarem què passa quan un raig de llum arriba a la superfície de separació de dos

#### Medi transparent i longitud d'ona

Tingueu en compte que el fet de ser transparent o no depèn de la longitud d'ona de la radiació electromagnètica. Un medi pot ser transparent a la llum i opac als rajos ultraviolats, com per exemple el vidre, o ser opac a la llum i transparent a les ones de ràdio.

#### Índexs de refracció negatius

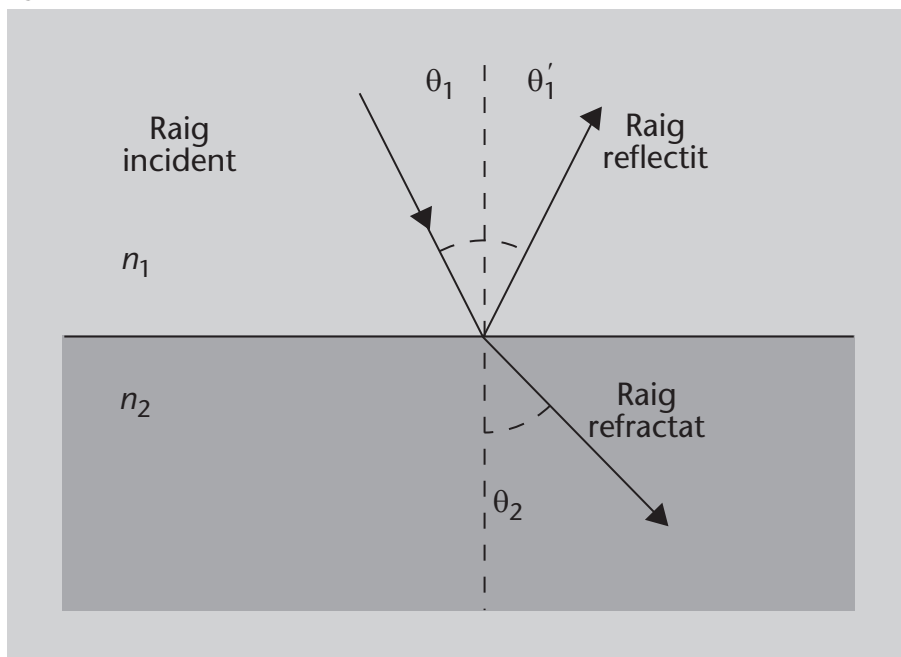
Actualment es poden aconseguir materials amb índexs de refracció negatius, anomenats **metamaterials**, que tenen propietats sorprenents, com per exemple la invisibilitat a determinades longituds d'ona. Cal dir, però, que en aquests casos l'índex de refracció ja no s'interpreta simplement com  $v_0/v$  i les coses esdevenen més complexes.

medis transparents, també anomenada **dioptrè**. En general, a partir de l'estudi de les ones, sabem que part de l'energia "rebota" i torna al primer medi, formant un altre raig, mentre que una altra part travessa la separació i forma un raig de llum que es propaga pel segon medi, habitualment amb un canvi de direcció. El primer fenomen és la **reflexió** i el segon, la **refracció**.

Tots dos fenòmens segueixen lleis molt concretes que es van descobrir experimentalment, però també es poden deduir a partir del principi de Fermat, com ja havíem comentat. Per a descriure-les amb precisió necessitem definir primer uns quants conceptes. Vegem-los, juntament amb la seva representació que podeu anar consultant a la figura 6:

- L'**angle d'incidència** és l'angle que forma un raig que arriba a una superfície de separació entre dos medis amb la direcció normal (és a dir, perpendicular) a aquesta superfície. El simbolitzarem com a  $\theta_1$ .
- L'**angle de reflexió** és l'angle que forma un raig reflectit en una superfície de separació entre dos medis amb la direcció normal a aquesta superfície. El simbolitzarem com a  $\theta'_1$ .
- L'**angle de refracció** és l'angle que forma un raig refractat en una superfície de separació entre dos medis amb la direcció normal a aquesta superfície. El simbolitzarem com a  $\theta_2$ .
- El **pla d'incidència** és el pla que queda definit per la direcció del raig incident i la direcció normal a la superfície de separació. A la figura 6 és, precisament, el pla del paper on esteu llegint.

Figura 6. Reflexió i refracció



Tenint clars aquests conceptes ja podem passar a veure com són la reflexió i la refracció i quines lleis segueixen.

### Dioptrès i diòptries

Un dioptrè és qualsevol superfície de separació entre dos medis transparents. No s'ha de confondre el terme *dioptrè* amb el terme *diòptria*, que és una unitat de mesura de la potència d'un sistema òptic.

$\theta$  és la lletra grega theta.

$\theta'_1$  es llegeix com a "theta prima sub u".

### Figura 6

Un raig incident, que es propaga per un medi d'índex de refracció  $n_1$  arriba a una superfície de separació formant un angle d'incidència  $\theta_1$  amb la normal (la línia vertical puntejada). En surt un raig reflectit amb un angle de reflexió  $\theta'_1$  i un raig refractat amb un angle de refracció  $\theta_2$ , que es propaga pel segon medi, d'índex de refracció  $n_2$ . El pla d'incidència coincideix amb el pla del paper.

### 2.3.1. La llei de la reflexió

Com es produeix la reflexió? La **llei de la reflexió** estableix que el raig reflectit es troba en el pla d'incidència i forma un angle de reflexió que és igual a l'angle d'incidència, com podeu veure a la figura 6. És a dir:

$$\theta_1 = \theta'_1 \quad (11)$$

### 2.3.2. La llei de Snell

Pel que fa a la refracció, experimentalment s'observa que quan la llum passa d'un medi d'índex més petit a un d'índex més gran (per exemple d'aire a vidre o a aigua) el raig refractat s'apropa a la normal, mentre que quan passa d'un medi d'índex més gran a un de més petit (d'aigua o de vidre a l'aire) el raig refractat s'allunya de la normal (vegeu també la figura 6).

Aquesta observació encara es pot afinar més i determinar quin és l'angle de refracció.

La llei que descriu la refracció és la **llei de Snell** o llei de la refracció, que afirma que:

- El raig refractat es troba en el pla d'incidència.
- La relació entre els angles d'incidència i de refracció compleix l'equació següent:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (12)$$

Aquesta equació ens diu que l'índex de refracció del primer medi,  $n_1$ , pel sinus de l'angle d'incidència,  $\theta_1$ , és igual a l'índex de refracció del segon medi,  $n_2$ , pel sinus de l'angle de refracció,  $\theta_2$  (angles que podeu veure indicats a la figura 6).

#### Exemple

A la figura 7 podeu veure un raig de llum que es propaga en aire i incideix amb un angle de  $60^\circ$  respecte a la normal sobre un tros de vidre. Calcularem en quina direcció sortiran els rajos reflectit i refractat segons les lleis de la reflexió i de la refracció i veurem si coincideix amb el que observem.

Tenim  $\theta_1 = 60^\circ$ . A partir de la llei de la reflexió sabem que  $\theta_1 = \theta'_1$ ; per tant:

$$\theta'_1 = 60^\circ \quad (13)$$

#### La llei de Snell

La llei rep el nom de l'astrònom i matemàtic neerlandès Willebrord Snell van Royen, o Snellius, que la va descobrir l'any 1621. Tot i així, la llei ja havia estat descoberta per Ibn Sahl, a Bagdad, l'any 984, i una altra vegada per Thomas Harriot a Anglaterra el 1602. Posteriorment també va ser redescoberta per René Descartes i per això a vegades, i especialment a França, també es coneix com a llei de Descartes.



és a dir, el raig reflectit surt, també, amb un angle de 60 graus respecte a la normal. Com veiem, el resultat coincideix amb l'experiment mostrat a la figura.

Passem ara a la refracció. Si aïllem l'angle de refracció  $\theta_2$  de la llei de Snell (equació 12), obtenim:

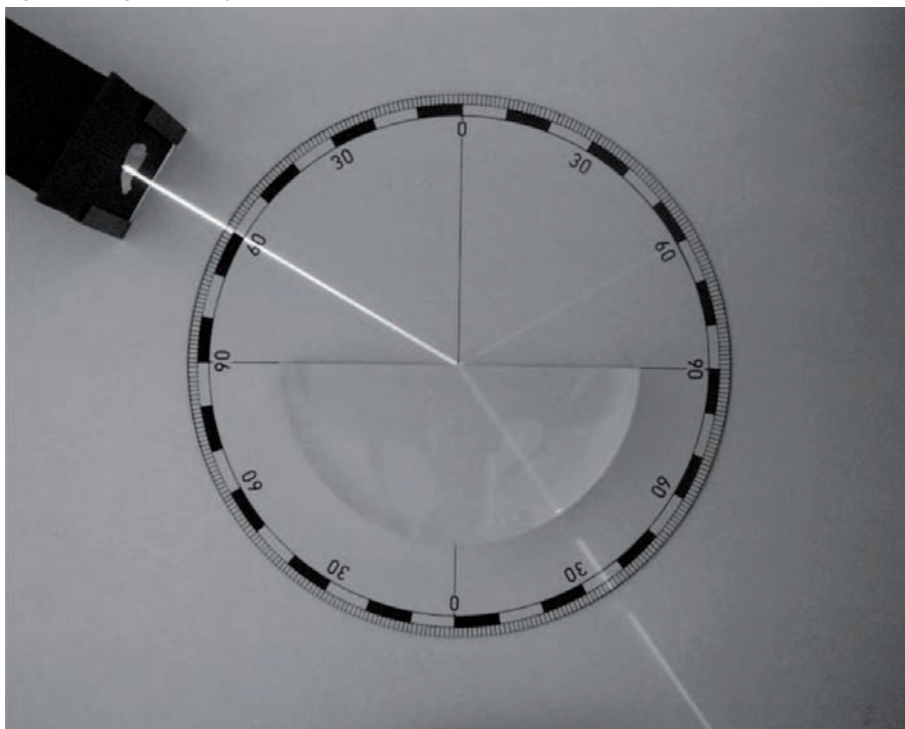
$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1\right) \quad (14)$$

Si consultem l'índex de refracció del vidre a la taula d'índexs de refracció, podem introduir els números següents a l'equació anterior:

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{1}{1,5} \sin \pi/3\right) = 0,615 \text{ rad} = 35,3^\circ \quad (15)$$

on hem passat els 60 graus a radians ( $\frac{\pi}{3}$  rad). En fer el càlcul obtenim el resultat final de  $35,3^\circ$ , que novament coincideix amb l'experiment.

Figura 7. Raig de llum que incideix sobre un tros de vidre



Font: Wikimedia Commons

**Figura 7**

Raig de llum que incideix sobre un tros de vidre. En l'exemple podeu veure l'anàlisi matemàtica d'aquesta figura i que, efectivament, es compleixen la llei de la reflexió i la llei de Snell.

### 2.3.3. Anàlisi de sistemes òptics

Amb la llei de Snell i la llei de la reflexió (que acabem de veure) i les suposicions bàsiques de l'òptica geomètrica (que hem vist en el subapartat 2.2.), es poden analitzar tots els sistemes òptics que poguem considerar, com ara miralls, lents, conjunts de miralls i lents, microscopis, telescopis, prismes i qualsevol altre sistema que imaginem. Penseu que, al capdavall, qualsevol sistema òptic no és res més que un conjunt de dioptrès, és a dir, un conjunt de superfícies que reflecteixen o refracten la llum.

En molts casos, aquesta anàlisi, que consisteix a trobar quina mena d'imatge forma el sistema, és relativament senzilla, i és el que es fa en els cursos introductoris d'òptica geomètrica: trobar les imatges formades per lents i miralls i combinacions d'ambdós. Tanmateix no és l'objectiu d'aquest mòdul entrar en aquests detalls.

En altres casos, però, aquesta anàlisi d'un sistema òptic pot arribar a ser molt laboriosa. Llavors és molt habitual utilitzar programes informàtics de traçat de rajos (en anglès *ray tracing*) per a determinar com es comporta el sistema. Un programa informàtic de traçat de rajos parteix d'una situació amb una certa disposició de superfícies reflectores i refractores i d'un punt de partida per a cada raig de llum. El programa va avançant els rajos una certa distància, calcula si s'han desviat en la nova posició i determina la nova direcció de propagació; després torna a avançar els rajos i es repeteix tot el procés fins que es genera el recorregut complet de cada raig. Si a la simulació hi ha objectes opacs, el sistema va comprovant en cada punt si s'han trobat el raig i l'objecte i, en cas afirmatiu, aplica les modificacions pertinents en funció del tipus d'objecte.

#### Adreça web recomanada


A l'adreça <http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/index.php?PHPSESSID=f30ecd69118a14eff48a94de473eff92&topic=121.0> trobareu una miniaplicació de Java força il·lustrativa. Us permet partir d'un bloc de vidre quadrat i anar modificant la curvatura de les seves superfícies per a veure com es desvien els rajos de llum que hi arriben. Si no us funciona haureu d'instal·lar la darrera versió d'execució (*runtime*) de Java.

## 2.4. La reflexió interna total

Tal com ja hem comentat quan parlàvem de la refracció, si un raig de llum passa (es refracta) d'un medi a un altre medi de menor índex de refracció que el primer, el raig s'allunya de la normal.

Ara pensem una mica què passarà quan anem augmentant l'angle d'incidència (teniu el procés il·lustrat a la figura 8, on el podeu anar seguint): arribarà un moment en què, per a un cert angle d'incidència, el raig refractat sortirà amb un angle de  $90^\circ$  respecte a la normal, és a dir, sortirà paral·lel a la superfície. I si augmentem encara més l'angle d'incidència? Segons la llei de Snell l'angle de refracció hauria de ser superior a  $90^\circ$ , però un angle de refracció superior a  $90^\circ$  vol dir tornar al medi original, que ja no és pas refracció! Què passa, doncs? El que s'observa és que, efectivament, ja no hi ha refracció i només es produeix reflexió.

Així doncs, a partir d'un cert angle d'incidència, no hi ha mai llum refractada que passi al segon medi i tota la llum es reflecteix. Aquest fenomen és la **reflexió interna total**.

Cal tenir ben present que la reflexió interna total només es produeix quan la llum es troba inicialment en un medi d'índex de refracció més gran que el del medi cap al qual es dirigeix. 

#### Lectura recomanada

Si voleu saber més sobre l'òptica geomètrica podeu consultar els capítols 31 i 32 de Tipler (2005) o, a un nivell més avançat, Hecht (1986).

La refracció es tracta al subapartat 2.3.2.



Figura 8. Reflexió interna total

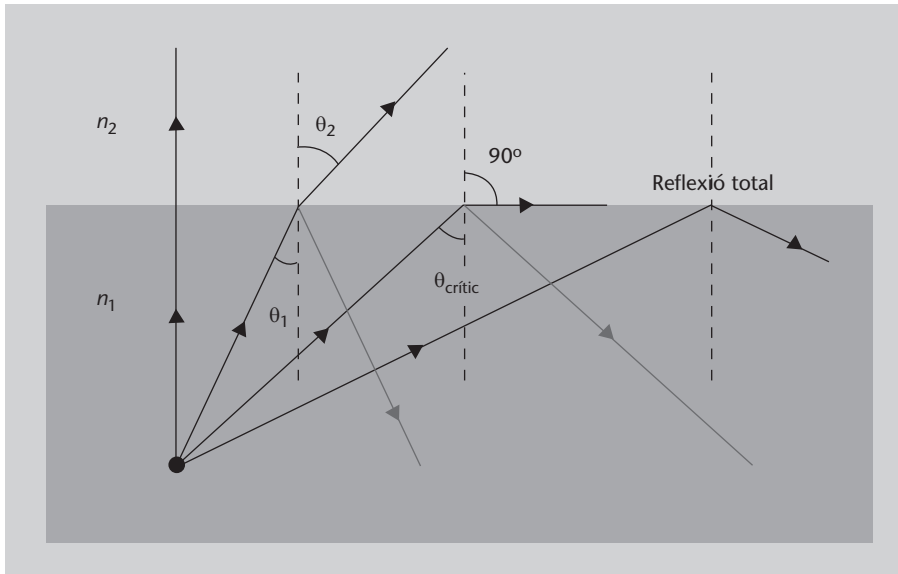


Figura 8

Com que  $n_2 < n_1$ , l'angle de refracció és sempre més gran que el d'incidència. Quan s'arriba a un cert angle d'incidència, l'angle crític, la refracció és a  $90^\circ$ . A partir d'aquest punt ja no hi ha refracció i tota la llum és reflectida.

L'angle d'incidència per al qual el raig refractat surt justament a  $90^\circ$  respecte a la normal, a partir del qual es produeix la reflexió interna total, és l'**angle crític**, que simbolitzarem  $\theta_c$  i que es pot calcular a partir de la llei de Snell. Recordeu que la llei de Snell (equació 12) era:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (16)$$

Ara hi imposem que  $\theta_1$  sigui precisament l'angle crític  $\theta_c$  i que  $\theta_2 = 90^\circ$ :

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin \frac{\pi}{2} \quad (17)$$

D'aquí aïllem  $\theta_c$  i trobem:

$$\theta_c = \arcsin \left( \frac{n_2}{n_1} \right) \quad (18)$$

D'aquesta darrera expressió per a l'angle crític ja podeu veure que  $n_2$  sempre ha de ser més petit que  $n_1$ , ja que en cas contrari es tindria l'arcsinus d'un número més gran que 1, cosa que no existeix.

Una aplicació molt habitual de la reflexió interna total són les **fibres òptiques**, en les quals la llum queda confinada dins la fibra perquè es reflecteix a les vores quan hi incideix amb un angle superior al crític. Estudiem-les una mica tot seguit.

#### Adreça web recomanada

Podeu experimentar amb una simulació de la reflexió interna total a:  
<http://demonstrations.wolfram.com/TotalInternalReflection/>.

#### El sinus i l'arcsinus

L'arcsinus d'un valor entre -1 i 1 és l'angle el sinus del qual seria precisament aquest valor. És a dir, si  $\sin \alpha = x$ , llavors  $\arcsin x = \alpha$ . L'arcsinus ha de ser d'un valor entre -1 i 1 perquè els valors possibles del sinus estan precisament entre aquests dos valors.

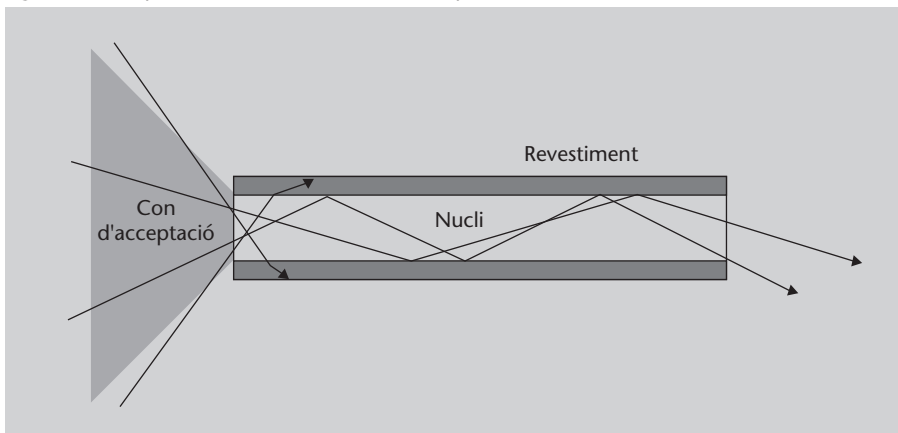
## 2.5. La fibra òptica: una aplicació de la reflexió total

En estudiar la reflexió interna total hem comentat que una aplicació interessant i molt habitual de la reflexió interna és la transmissió de llum per **fibres òptiques**, materials transparents, estrets i llargs, en forma de fil.

Recordem ràpidament la idea de la reflexió total: quan la llum arriba a la superfície de separació amb un medi d'índex de refracció més petit que el del medi per on està viatjant; si ho fa en un angle superior a l'anomenat angle crític (equació 18), no es produeix refracció i tota la llum és reflectida.

Les fibres òptiques aprofiten aquest fet per a transmetre llum a largues distàncies. Normalment una fibra òptica senzilla està formada per un nucli transparent envoltat per un revestiment d'índex de refracció inferior al del nucli i, sovint, per més capes protectores addicionals (a la figura 10 podeu veure l'estructura detallada d'una fibra). Si un feix de llum entra dins de la fibra per un dels seus extrems, com es pot veure a la figura 9, tots els rajos de llum que es trobin en un angle superior a l'angle crític respecte a les parets de la fibra patiran reflexió interna total i, com que el seu angle no variarà, aniran rebotant per les parets de la fibra fins al final.

Figura 9. Principi de funcionament d'una fibra òptica



Els rajos que es propaguin per la fibra en un angle inferior a l'angle crític es perdran per les parets de la fibra i no es transmetran més, ja que sortiran de la fibra o seran absorbits pels materials que l'envolten. El conjunt de rajos que sí es poden propagar per la fibra defineixen el **con d'acceptació**, que també podeu veure representat a la figura.

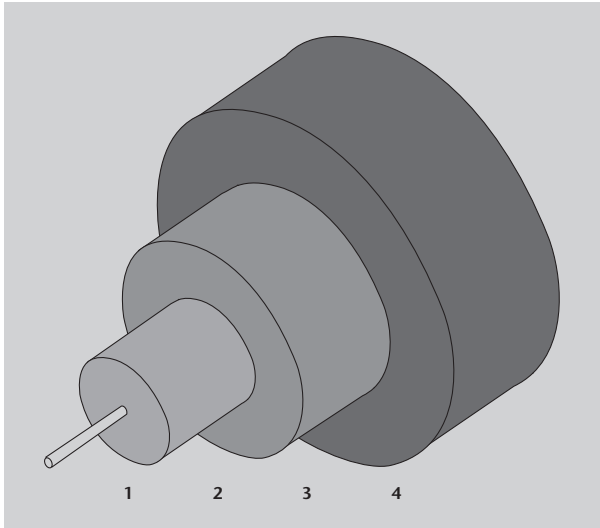
Les fibres òptiques permeten transmetre llum i informació grans distàncies amb molt poques pèrdues i amb una gran llibertat pel que fa al traçat de les fibres: la llum seguirà propagant-s'hi encara que les dobleguem; això sí, les podem doblegar fins a un límit.

La reflexió interna total s'estudia al subapartat 2.4.

Figura 9

Si un feix de llum entra dins de la fibra per un dels seus extrems, tots els rajos de llum que es trobin en un angle superior al crític respecte a les parets de la fibra patiran reflexió interna total i aniran rebotant per les parets fins al final. Els rajos que entren a la fibra en un angle inferior al crític es perdran per les parets i no es transmetran. El conjunt de rajos inicials que es poden propagar per la fibra defineix el seu con d'acceptació.

Figura 10. Estructura d'una fibra òptica



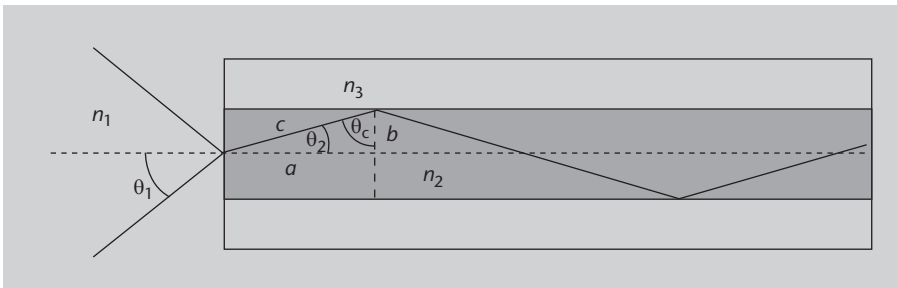
**Figura 10**

Estructura típica d'una fibra òptica:  
 1) nucli,  
 2) revestiment,  
 3) amortidor,  
 4) camisa.

**Exemple**

Com a exemple de càlcul en una fibra òptica podem mirar de determinar el con d'acceptació d'una fibra òptica determinada, com la que mostrem a la figura 11. Aquesta fibra òptica té un nucli d'índex de refracció  $n_2$  i radi  $b$  i un revestiment d'índex  $n_3$ . Calcularem el seu con d'acceptació quan li arriba llum en un medi d'índex  $n_1$ .

Figura 11. Propagació d'un raig per una fibra amb l'angle crític



**Figura 11**

Propagació d'un raig de llum per una fibra, amb un nucli d'índex de refracció  $n_2$  i radi  $b$  i un revestiment d'índex  $n_3$ . L'angle  $\theta_1$  és la meitat del con d'acceptació i un raig que entri amb aquest angle arribarà al revestiment amb l'angle crític  $\theta_c$ . De fet, si el raig arriba just amb l'angle crític sortiria paral·lel a la superfície. Ara bé, superant, ni que sigui en una quantitat infinitesimal, l'angle límit ja tenim la reflexió total. Per tant, a tots els efectes podem treballar exactament com si en l'angle crític ja es produís la reflexió total.

Suposem que l'angle  $\theta_1$  és la meitat del con d'acceptació. Això vol dir que un raig que entri amb aquest angle estarà just al límit de ser reflectit totalment, és a dir, arribarà al revestiment amb l'angle crític  $\theta_c$ . De fet, si el raig arriba just amb l'angle crític sortiria paral·lel a la superfície. Ara bé, superant, ni que sigui en una quantitat infinitesimal, l'angle límit ja tenim la reflexió total. Per tant, a tots els efectes podem treballar exactament com si en l'angle crític ja es produís la reflexió total. Per tant, mirem com es propaga aquest raig i intentem obtenir l'angle  $\theta_1$  en funció de les altres variables.

Fixeu-vos que quan la llum entra en la fibra patirà una refracció inicial segons la llei de Snell (equació 12):

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \tag{19}$$

D'altra banda, com que estem calculant el raig que arriba amb l'angle crític, en el primer rebot es compleix la condició de l'angle crític (equació 18):

$$\theta_c = \arcsin \left( \frac{n_3}{n_2} \right) \tag{20}$$

Ara bé, fixeu-vos que, en la figura 11, els angles  $\theta_2$  i  $\theta_c$  són dos dels angles d'un triangle rectangle. Per tant, es compleix que:

$$\theta_c + \theta_2 + \frac{\pi}{2} = \pi \quad \Rightarrow \quad \theta_2 = \frac{\pi}{2} - \theta_c \quad (21)$$

Recordeu que els angles d'un triangle sumen  $180^\circ$ , és a dir,  $\pi$  radians.

Tenint això establert, l'equació 19 es pot escriure com:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \left( \frac{\pi}{2} - \theta_c \right) \quad (22)$$

Però resulta que  $\sin(\pi/2 - x) = \cos x$ , de manera que l'equació 22 queda:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \cos \theta_c \quad (23)$$

I ara substituïm  $\theta_c$  segons l'equació 20:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \cos \left( \arcsin \frac{n_3}{n_2} \right) \quad (24)$$

Aquesta expressió encara no és gaire còmoda, però ara podem utilitzar una altra relació trigonomètrica, que ens assegura que  $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$ . Així, l'equació 24 queda:

Recordeu que  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ .

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sqrt{1 - \sin^2 \left( \arcsin \frac{n_3}{n_2} \right)} \quad (25)$$

Però és clar, l'arcsinus del sinus d'un angle és el mateix angle, de manera que això es redueix a:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sqrt{1 - \left( \frac{n_3}{n_2} \right)^2} \quad (26)$$

Ara passem  $n_1$  a l'altra banda i tenim:

$$\sin \theta_1 = \frac{n_2}{n_1} \sqrt{1 - \left( \frac{n_3}{n_2} \right)^2} \quad (27)$$

i encara podem introduir  $n_2/n_1$  dins de l'arrel quadrada i ens quedarà:

$$\sin \theta_1 = \sqrt{\left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \left[ 1 - \left( \frac{n_3}{n_2} \right)^2 \right]} \quad (28)$$

i multiplicant, arribem a

$$\sin \theta_1 = \sqrt{\left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \left( \frac{n_3}{n_1} \right)^2} \quad (29)$$

D'aquí podem aïllar  $\theta_1$ , l'angle que buscàvem, fent simplement l'arcsinus:

$$\theta_1 = \arcsin \left( \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2} \right) \quad (30)$$

Però de fet és molt més habitual treballar amb la quantitat  $\sin \theta_1$ , que s'anomena **obertura numèrica** de la fibra. Així, tal com hem trobat a l'equació 29, l'obertura numèrica de la fibra és:

$$\sin \theta_1 = \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2} \quad (31)$$

Fixeu-vos que l'obertura numèrica només depèn dels índexs del medi exterior, del nucli i del revestiment. En el cas concret en què el medi exterior sigui l'aire ( $n_1 = 1$ ), l'obertura numèrica de la fibra és simplement:

$$\sin \theta_1 = \sqrt{n_2^2 - n_3^2} \quad (32)$$

### 2.5.1. Tipus de fibres òptiques

Fins ara hem parlat de fibres genèricament, però el cert és que hi ha diversos tipus concrets de fibres, que bàsicament es poden agrupar en:

- **Fibres multimode.** Les fibres amb un nucli de diàmetre superior a  $10 \mu\text{m}$  (poden arribar a centenars de micròmetres, unes dècimes de mil·límetre) es poden estudiar perfectament amb les eines de l'òptica geomètrica que ja coneixem, tal com acabem de fer. Només cal tenir en compte la llei de Snell i el fenomen de la reflexió interna total. Aquesta mena de fibres s'anomenen **fibres multimode** i s'utilitzen només en connexions curtes, dins d'un edifici o en un campus universitari, per exemple, ja que a distàncies més llargues la dispersió (fenomen que comentarem tot seguit) es fa massa problemàtica. Actualment, aquestes fibres poden transmetre informació a un ritme de fins a 10 Gb/s.
- **Fibres monomode.** Les fibres que tenen un diàmetre del nucli inferior a unes deu vegades la longitud d'ona de la llum que s'hi propaga, ja no es poden analitzar mitjançant l'òptica geomètrica, cal utilitzar la descripció de la llum en termes d'ona electromagnètica i resoldre les equacions de Maxwell. Aquestes fibres s'anomenen **fibres monomode**. Són fibres que presenten una dispersió molt menor, però tenen la dificultat de la instal·lació, a causa del diminut diàmetre del nucli, que sempre ha de quedar ben alineat en qualsevol connexió que es faci entre dues fibres o d'una fibra amb algun altre element.

El  $\mu\text{m}$  (micròmetre) és una unitat de longitud.  
 $1 \mu\text{m} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ .

Sobre el  $\mu\text{m}$ , vegeu l'annex 1 d'unitats. 



Una fibra multimode d'1,25 Gb/s.

#### Multimode i monomode

Els noms *multimode* i *monomode* provenen de l'estudi de la propagació d'ones electromagnètiques, cosa que no farem en aquest mòdul.

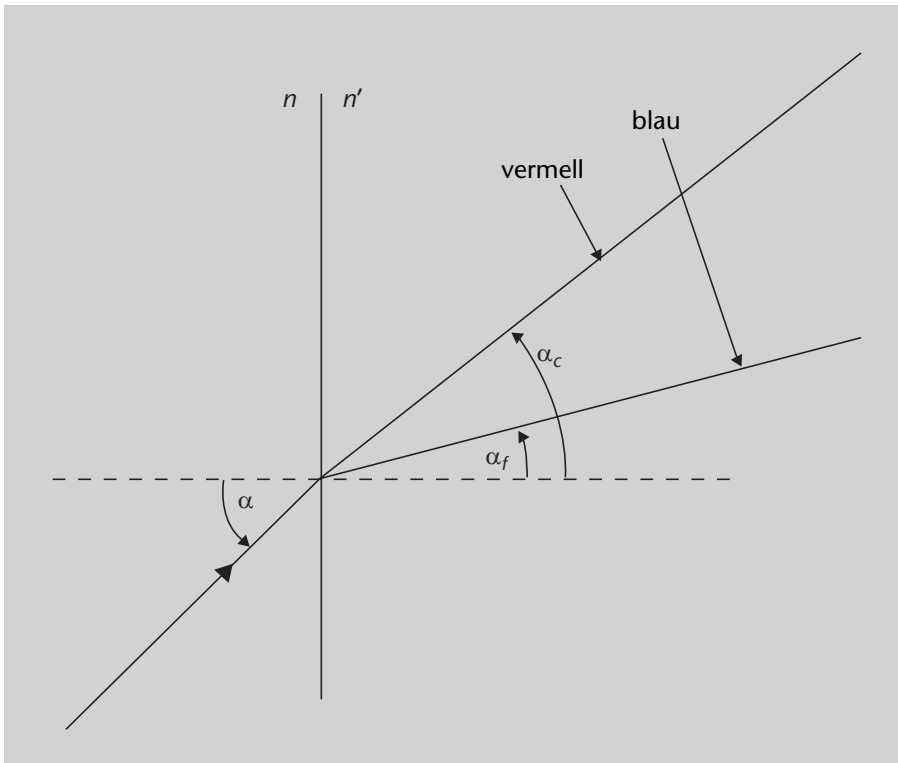
## 2.6. Dispersió

Fins ara sempre que parlàvem d'un medi transparent suposàvem que tenia un índex de refracció i que el valor d'aquest índex era únic. Bé, la cosa no és exactament així: resulta que l'índex de refracció d'un medi depèn lleugerament de la longitud d'ona de la llum que s'hi està propagant; és a dir, que l'índex de refracció d'un medi és lleugerament diferent per a longituds d'ona diferents\*. Aquest fenomen s'anomena *dispersió*.

La **dispersió** és la dependència de l'índex de refracció d'un medi en funció de la longitud d'ona (i, per tant, de la freqüència) de la llum que s'hi propaga.

Això vol dir que quan un feix de llum que té diverses longituds d'ona, com per exemple la llum del Sol o la llum d'una bombeta, es refracta, cada longitud d'ona es desviarà un angle lleugerament diferent: en concret, la longitud d'ona més petita es desviarà més que la longitud d'ona més llarga. D'aquesta manera se separaran els diversos components de la llum, és a dir, els diferents colors. Podeu veure això esquemàticament a la figura 12, en què un raig de llum que conté diverses freqüències arriba a una superfície i es refracta; aquesta refracció és diferent per a cada freqüència i per això cadascuna surt desviada un angle diferent.

Figura 12. Dispersió



\* Per això a la taula d'índexs de refracció hem posat "per a  $\lambda = 598,3 \text{ nm}$ ". Encara no havíem explicat la dispersió, però bé calia ser precisos.

### Dispersió i difusió

Cal anar amb compte amb el terme *dispersió*, ja que a vegades també s'utilitza per a referir-se al fenomen que més precisament cal dir-ne *difusió* (i que en anglès en diuen *scattering*).

Figura 12

Un raig de llum, que conté diverses longituds d'ona, es refracta en una superfície de separació entre dos medis. Com que l'índex de refracció és diferent per a cada longitud d'ona, les diferents longituds d'ona es refracten en un angle diferent. Totes segueixen la llei de Snell,  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ , però ara  $n_2$  és diferent per a cada una.



D'altra banda, el fenomen de la dispersió és el responsable de la formació dels **arcs de Sant Martí** o arcs iris. En aquest cas, la dispersió es produeix quan la llum es refracta i pateix dispersió en les gotes d'aigua presents a l'atmosfera. Els rajos de llum entren a la gota d'aigua i es refracten, posteriorment es reflecteixen a la seva superfície interna i tornen a refractar-se en sortir per l'altra banda.

## 2.7. Què hem après?

En aquest apartat hem fet una introducció al camp de l'òptica geomètrica, la part de l'òptica que tracta la llum sense considerar el seu aspecte ondulatori (de fet, sense entrar en absolut en la qüestió de què és). N'hem presentat les bases conceptuals i les lleis bàsiques, que són la llei de la reflexió i la llei de Snell de la refracció.

La part més important i tradicional de l'òptica geomètrica, que és la dedicada al càlcul de sistemes òptics i a les imatges que aquests produeixen, l'hem comentada molt breument i no ens hi hem aturat, ja que l'objectiu era només entendre els conceptes bàsics. En canvi, sí que hem dedicat un cert temps a estudiar una aplicació interessant per a les comunicacions: la fibra òptica, que es basa en el fenomen de la reflexió total.

Ara farem un pas endavant en l'esquema de nivells de descripció de la llum que us hem presentat al subapartat 1.3.: passarem a considerar la llum com una ona.

### 3. Òptica ondulatòria i electromagnètica: la llum com a ona

Ja hem vist fins on podem arribar amb l'estudi més simple que podem fer de la llum, l'òptica geomètrica. El cert és que hi ha una sèrie de fenòmens que es poden observar de manera relativament fàcil amb la llum i que són impossibles d'explicar mitjançant la descripció que ens ofereix l'òptica geomètrica. A l'apartat 1 vam comentar que ja al segle XVIII la idea que la llum era una ona va anar agafant cada vegada més força; posteriorment, a la segona meitat segle XIX, amb el caràcter ondulatori de la llum ja fermament establert, es va poder demostrar que, a més, la llum és una ona de tipus electromagnètic.

Ara, en aquest apartat, ens posarem com a objectiu arribar a comprendre què són els hologrames i com es poden fer. La tècnica de l'holografia no es pot comprendre sense considerar la llum com a ona i sense comprendre els fenòmens de la interferència i la difracció, sense els quals seria impossible tenir hologrames. Així doncs, per arribar a aquest objectiu ens caldrà fer una breu introducció a l'òptica ondulatòria, veurem com es pot descriure la llum en termes d'una ona electromagnètica i estudiarem els fenòmens de la interferència i la difracció.

#### 3.1. La llum com a ona electromagnètica

A partir de les equacions de Maxwell, que descriuen perfectament tots els fenòmens elèctrics i magnètics, es pot arribar al resultat que un camp elèctric i un camp magnètic oscil·lants es poden propagar per l'espai en forma d'ona. La demostració d'això queda fora de l'abast d'aquest mòdul i, per tant, ens limitarem a comentar el resultat.

Una **ona electromagnètica** és una ona transversal que consisteix en un camp elèctric  $\vec{E}$  i un camp magnètic  $\vec{B}$ , mútuament perpendiculars, que es propaguen en una direcció que és perpendicular a tots dos a una velocitat  $v$ , que en el buit val aproximadament  $v_0 = 3 \cdot 10^8$  m/s.

A la figura 13 podeu veure una representació esquemàtica d'una ona electromagnètica. Els camps elèctric i magnètic de l'ona estan sempre en fase i els seus mòduls estan relacionats, en el buit, per

$$|\vec{E}| = v_0 |\vec{B}| \quad (33)$$

#### Recordeu

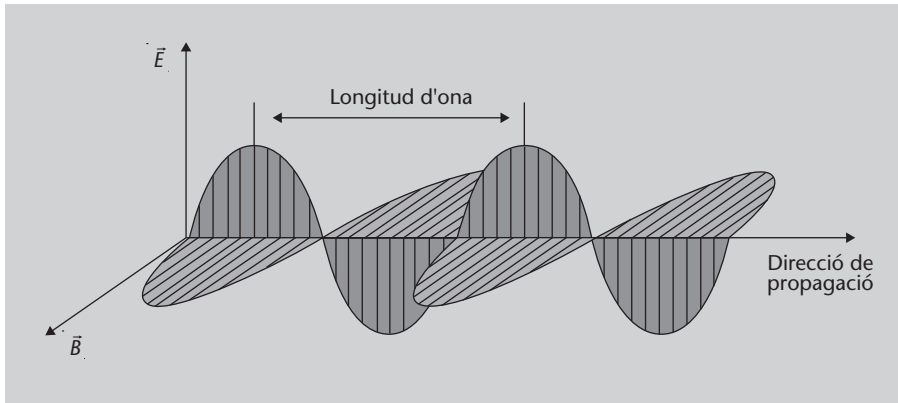
La notació per a una magnitud vectorial és  $\vec{x}$ , amb la fletxeta sobre la lletra, però també es pot usar  $\mathbf{x}$ , en negreta. En tots dos casos fa referència a un vector.

on  $v_0$  és la velocitat de la llum en el buit, que és igual a

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (34)$$

on  $\mu$  i  $\epsilon$  són dues característiques del medi anomenades, respectivament *permeabilitat magnètica* i *permitivitat elèctrica*, i que per al buit sempre duen el subíndex 0:  $\mu_0$  i  $\epsilon_0$ .

Figura 13. Ona electromagnètica



**Figura 13**

L'ona electromagnètica està formada per un camp elèctric,  $\vec{E}$ , i un camp magnètic,  $\vec{B}$ , oscil·lants i mútuament perpendiculars que es propaguen en una direcció perpendicular a tots dos.

Pot semblar estrany que aquests camps elèctric i magnètic es vagin propagant lliurement per l'espai, reforçant-se mútuament un a l'altre, però recordeu que les equacions de Maxwell estableixen que un camp magnètic variable pot donar lloc a un camp elèctric i que, anàlogament, un camp elèctric variable pot donar lloc a un camp magnètic.

### 3.1.1. Descripció matemàtica

Matemàticament una ona electromagnètica es pot descriure, en el cas d'ones harmòniques, amb l'equació 1 que hem vist quan explicàvem com es poden descriure les ones en el subapartat 1.1.2. En aquest cas, però, com que considerem l'ona en tres dimensions, utilitzem vectors, però la idea general és la mateixa. Així, una ona electromagnètica es pot expressar com (per a simplificar considerem només el camp elèctric; el magnètic es faria de la mateixa manera):

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \sin(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \phi) \quad (35)$$

on

- $\vec{E}$  és el camp elèctric. Podríem haver escollit també el camp magnètic, que recordeu que està relacionat amb l'elèctric per la relació  $|\vec{E}| = v|\vec{B}|$  (equació 33, on  $v$  és la velocitat de l'ona en el medi).
- $\vec{E}_0$  és l'**amplitud**, que en aquest cas és el valor màxim del camp elèctric.
- $\vec{r}$  és la posició en l'espai.
- $t$  és el temps.

- $\vec{k}$  és el **vector d'ona**. El seu mòdul està relacionat amb la **longitud d'ona**,  $\lambda$ , per l'equació 3.
- $\omega$  és la **freqüència angular**. Està relacionada amb la freqüència lineal,  $f$ , i amb el període de l'ona,  $T$ , per l'equació 5.
- $\phi$  és la **fase inicial**, que és la fase de l'ona en el punt inicial i el moment inicial.

Cal dir que quan es treballa no amb una única ona individual sinó amb un conjunt d'ones és útil definir el concepte de *front d'ona*.

El **front d'ona** és el conjunt de punts en què totes les ones que considerem es troben en el mateix estat d'oscil·lació, tenen la mateixa fase. És a dir, és el conjunt de punts en què totes les ones es troben en el seu punt més alt, per exemple (o en el seu punt més baix, tant se val; la idea important és que estiguin en un mateix estat d'oscil·lació).

### Energia de les ones electromagnètiques

Com qualsevol altra mena d'ones, les ones electromagnètiques (i per tant, també la llum) transporten energia i quantitat de moviment. L'energia que transporten es pot descriure en termes del concepte d'intensitat, mentre que la quantitat de moviment es pot descriure en termes de la pressió de radiació.

La **intensitat** és la potència mitjana que travessa una unitat d'àrea perpendicular a la direcció de propagació.

La **pressió de radiació** és la quantitat de moviment per unitat de temps i per unitat d'àrea.

Recordeu que la força és la variació de la quantitat de moviment amb el temps.

A partir de consideracions d'electrostàtica i magnetostàtica es pot obtenir que la densitat d'energia elèctrica  $u_e$  d'un camp elèctric i la densitat d'energia magnètica  $u_m$  d'un camp magnètic en el buit són, respectivament (resultats que no demostrarem aquí):

$$u_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad (36)$$

i

$$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (37)$$

Ara bé, com que en una ona electromagnètica en el buit  $E = v_0 B$  (equació 33), l'energia magnètica (equació 37) es pot escriure com

$$u_m = \frac{E^2}{2\mu_0 v_0^2} \tag{38}$$

i com que  $v_0^2 = 1/\epsilon_0\mu_0$  (equació 34), tenim, finalment:

$$u_m = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \tag{39}$$

és a dir, les densitats d'energia elèctrica i magnètica són iguals: l'equació 39 per a  $u_m$  és igual que la 36 per a  $u_e$ ! En conseqüència, la densitat d'energia total  $u$  (que podem trobar sumant directament  $u_e$  i  $u_m$ , ja que són magnituds escalars) és:

$$u = u_m + u_e = \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{EB}{\mu_0 v_0} \tag{40}$$

Ara cal tenir present que  $E$  i  $B$  varien sinusoidalment seguint l'equació 35, de manera que la densitat d'energia també anirà variant. Però a nosaltres no ens interessa el valor instantani que ens dóna l'equació 40, sinó el valor mitjà, que es representa entre  $\langle \rangle$ . Per a obtenir-lo canviem  $E$  i  $B$  pels valors que mesuraríem, que serien una mena de valor mitjà dels camps. És el que es coneix com a *valors eficaços* i són:  $E_0/\sqrt{2}$  i  $B_0/\sqrt{2}$ :

$$\langle u \rangle = \frac{E_0 B_0}{\sqrt{2}\sqrt{2}\mu_0 v_0} = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0 v_0} \tag{41}$$

Ara bé, la densitat d'energia no és una magnitud especialment còmoda de mesurar, de manera que, com ja hem dit, s'utilitza la intensitat, més útil i més fàcil de detectar i mesurar. La intensitat i la densitat d'energia es relacionen per:

$$I = \langle u \rangle v_0 \tag{42}$$

de manera que la intensitat de l'ona electromagnètica serà:

$$I = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} \tag{43}$$

Atès que  $E_0 = v_0 B_0$ , podem dir que  $I \propto E_0^2$ , és a dir,  $I$  és proporcional al quadrat del mòdul del camp elèctric (o del camp magnètic).

### El vector de Poynting

Quan es treballa amb ones electromagnètiques també és molt habitual definir una magnitud, anomenada **vector de Poynting**, que caracteritza molt bé l'ona. El vector de Poynting és:

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \tag{44}$$

#### Nota

No ens interessa el valor instantani que ens dóna l'equació 40 perquè varia molt ràpidament amb el temps. Recordeu que les freqüències habituals de la llum són de l'ordre de  $10^{14}$  Hz.

#### Valor eficaç d'una magnitud

El valor eficaç d'una magnitud (camp elèctric, camp magnètic, tensió, intensitat, etc.) és el valor que realment obtindriem si el mesuréssim. Penseu que si la magnitud varia molt depressa, en fer la mesura, en realitat no mirem un únic instant, i obtenim una mitjana. Aquesta mitjana normalment és el valor màxim dividit per  $\sqrt{2}$ .

#### Producte vectorial

$\vec{A} \times \vec{B}$  és el producte vectorial de dos vectors. Es pot calcular amb el determinant:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

A més el mòdul és

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}| \sin \alpha, \text{ on } \alpha \text{ és l'angle entre } \vec{A} \text{ i } \vec{B}.$$

Com que el vector de Poynting és el producte vectorial del camp elèctric i el magnètic, és perpendicular a tots dos i, per tant, assenyala en la direcció de propagació de l'ona. D'altra banda, si us fixeu, l'expressió que hem trobat per a la intensitat d'una ona electromagnètica, equació 43, és el valor mitjà del mòdul del vector de Poynting, és a dir:

$$I = \langle S \rangle \quad (45)$$

El vector de Poynting resulta útil precisament perquè ens permet caracteritzar alhora la direcció de propagació de l'ona i la seva intensitat.

### Pressió de radiació

D'altra banda, es pot demostrar (però no ho farem aquí) que la pressió de radiació  $P_r$  es relaciona amb la intensitat per l'expressió:

$$P_r = \frac{I}{v_0} \quad (46)$$

on recordeu que  $v_0$  és la velocitat de propagació de la llum en el buit.

#### Exemple

Suposem que tenim una bombeta que emet llum amb una potència de 50 W, de manera uniforme en totes direccions. Quina és la intensitat de la llum i la seva pressió de radiació a una distància de 3 metres? Recordeu que podem aproximar la velocitat de la llum en el buit per  $v_0 = 3 \cdot 10^8$  m/s.

Per començar, podem recordar la definició d'intensitat que hem donat: "La intensitat és la potència mitjana que travessa una unitat d'àrea perpendicular a la direcció de propagació". La potència ja ens l'han especificat: 50 W. A una distància determinada,  $r$ , aquesta potència es reparteix uniformement sobre la superfície d'una esfera. I la superfície d'aquesta esfera és  $4\pi r^2$ . Per tant, com que volem la potència per unitat d'àrea només cal que dividim el valor de la potència per la superfície de l'esfera:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{50}{4\pi 3^2} = 0,442 \text{ W/m}^2 \quad (47)$$

Després, per a calcular la pressió de radiació, n'hi ha prou d'aplicar l'equació 46:

$$P_r = \frac{I}{v_0} = \frac{0,442}{3 \cdot 10^8} = 1,47 \cdot 10^{-9} \text{ Pa} \quad (48)$$

Aquesta pressió provocada per la llum és realment molt petita, és poc més d'una mil·lionèsima de pascal (penseu que la pressió atmosfèrica està al voltant dels 100.000 pascals!). La força que pot exercir aquesta pressió sobre un cos és negligible en la nostra experiència quotidiana i qualsevol moviment que arribés a provocar seria ràpidament aturat pel fregament amb l'aire. Però, en canvi, al bell mig del buit de l'espai, on no hi ha cap mena de fregament, la pressió de radiació del Sol pot arribar a exercir una força petita però significativa, capaç de fer moure lentament una nau espacial si té una superfície prou gran. Aquesta és la base de funcionament de les veles solars, grans superfícies que aprofiten la pressió de radiació solar per a impulsar un vehicle espacial, de forma equi-

Vegeu les unitats de pressió a l'annex 1.



valent (salvant les distàncies) a com una vela aprofita la pressió del vent per a impulsar un vaixell. Tot i així, tingueu en compte que les veles solars són només una proposta, no s'han utilitzat mai en un vehicle espacial real, ja que per a ser efectives haurien de tenir superfícies enormes, de l'ordre de centenars de metres quadrats, cosa que les fa poc pràctiques.

Fins aquí hem caracteritzat matemàticament una ona electromagnètica i especialment en tractar els seus aspectes energètics hem utilitzat el fet que està formada per un camp elèctric i un camp magnètic oscil·lants. Ara, però, ens centrarem en dos fenòmens molt importants que són generals per a tota mena d'ones i que, com que també s'observen amb la llum, històricament foren determinants per a establir la naturalesa ondulatoria de la llum: la interferència i la difracció. Aquests dos fenòmens ens permetran comprendre, posteriorment, com funcionen els hologrames, que recordeu que és l'objectiu que ens hem marcat en aquest apartat. La interferència és la combinació per superposició de dues o més ones que es troben en un mateix punt de l'espai. La difracció és la desviació que pateixen les ones quan es troben amb obstacles o travessen obertures. Vegem ambdós fenòmens amb detall.

### 3.2. Difracció

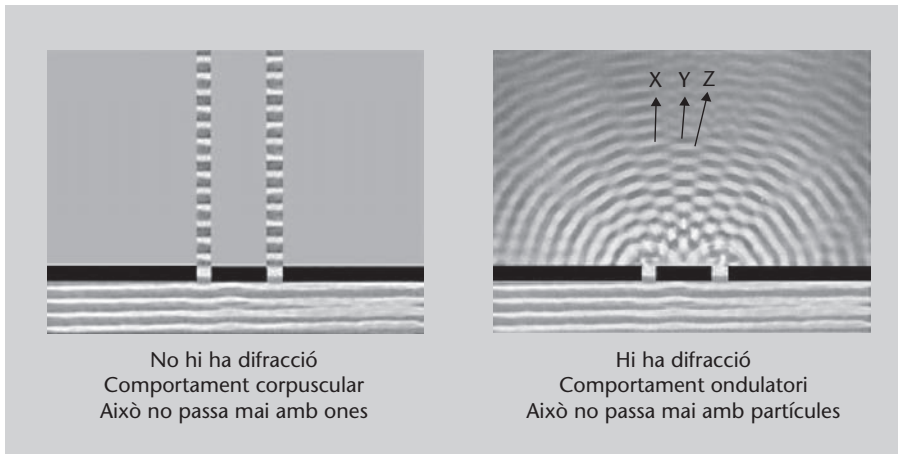
Ja hem comentat que l'observació del fenomen de la difracció amb la llum fou un dels arguments de més pes per a la hipòtesi que la llum és una ona. A continuació farem una definició qualitativa de la difracció.

La **difracció** és la desviació en la propagació d'una ona quan aquesta es troba amb obstacles o travessa obertures.

Si la llum estigués formada per partícules no es produiria aquest fenomen, ja que les partícules no es desvien quan passen per un forat. Per a veure-ho, suposem un front d'ones que arriba a un obstacle o a una paret amb un forat: de la part del front d'ones que xoca directament amb l'obstacle, una part de l'energia de l'ona rebotarà i una altra passarà al segon medi; i la part del front d'ones que no es troba molestada per l'obstacle o que es troba davant del forat semblaria que pogués seguir propagant-se normalment.

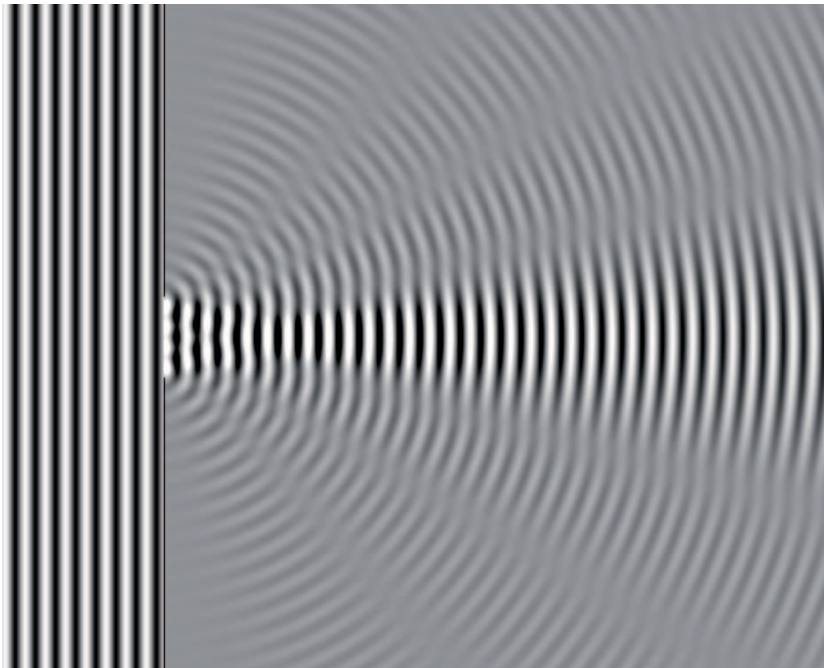
Doncs bé, no és exactament així: el front d'ona tendeix a rodejar l'obstacle i a "obrir-se" quan passa per un forat. En això consisteix la difracció. Aquest diferent comportament està il·lustrat a la figura 14, on podem veure, a la part esquerra, un cas en què una ona arriba a unes obertures i es comporta com semblaria que hauria de fer-ho per analogia amb el comportament d'una partícula. No és això el que passa, sinó el que trobem a la part dreta de la figura: les ones s'obren i s'allunyen de la propagació rectilínia en travessar els forats.

Figura 14. Comparació entre una situació sense difracció i una amb difracció



A les figures 15 i 16 teniu uns exemples de difracció de fronts d'ona plans per obertures diverses. En tots els casos podeu observar que, després de travessar l'obertura, els rajos, en lloc de prosseguir la seva propagació en línia recta "s'obren" com si haguessin sortit de l'obertura en totes direccions (tingueu en compte que la figura 15 és una representació precisa i exacta, mentre que la figura 16 és un esquema aproximatiu).

Figura 15. Difracció d'un front d'ones pla per una petita obertura



Font: Wikimedia Commons; autor: Dicklyon

La difracció és un fenomen que es produeix sempre que hi ha obertures o obstacles, però els seus efectes són més pronunciats quan les ones implicades tenen una longitud d'ona del mateix ordre de magnitud que les dimensions d'aquests obstacles o obertures que provoquen la difracció. En el cas de la llum, les longituds d'ona són de l'ordre de la deumilionèsima del metre (de l'ordre de  $10^{-7}$  m) i, per tant, no la podem observar habitualment.

Figura 14

Si la llum es comportés com una partícula no es desviaria en passar per una obertura, com es mostra a la part esquerra de la figura. Això no passa mai amb les ones (i en particular, no passa amb la llum, que és el que ens interessa aquí), sinó que passa el que veiem a la dreta: el front d'ona tendeix a "obrir-se" després de l'obertura. En el cas que es mostra en la imatge, a més, com que hi ha dues obertures, les ones procedents d'una obertura interfereixen amb les procedents de l'altra i així tenim un reforç de l'ona en algunes direccions (com la X o la Z indicades) i una anul·lació en altres (com la Y). El fenomen de la interferència el veurem al subapartat 3.3.

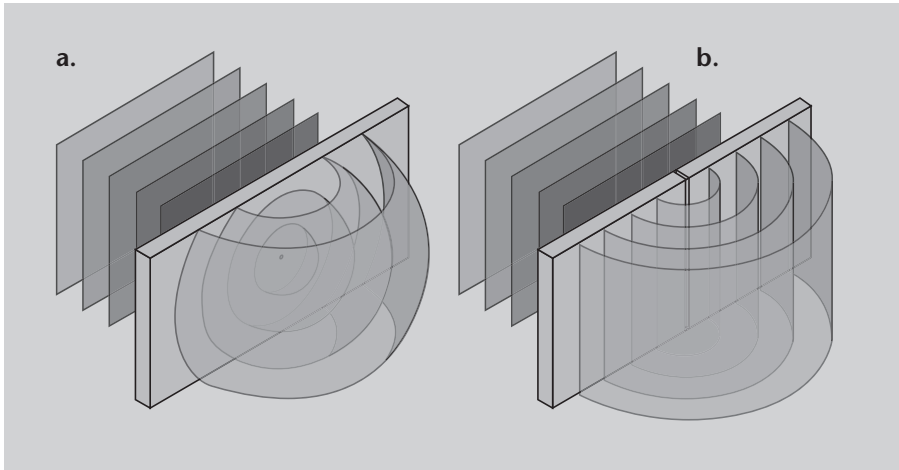
Recordeu que els rajos són sempre perpendiculars al front d'ona.

Figura 15

Simulació numèrica (per ordinador) de la difracció d'un front d'ona pla en arribar a una frontera que conté un petit forat. Les ones que arriben a la frontera es reflecteixen (la reflexió no es mostra a la figura). Les ones que arriben al forat segueixen endavant, però en lloc de seguir la seva direcció original, "s'obren" i es propaguen com si tinguessin l'origen en l'obertura.



Figura 16. Difracció d'un front d'ones pla per un petit forat circular i per una esclatxa vertical

**Figura 16**

Esquema de la difracció d'un front d'ona pla per una petita obertura circular (a) i per una esclatxa vertical (b).

Ara passem a descriure el segon dels fenòmens típicament ondulatoris que podem observar amb la llum: la interferència. Recordeu que és un fenomen que necessitem entendre si volem saber com funcionen els hologrames, que és l'objectiu final de l'apartat.

### 3.3. Interferència

Què passa quan dues o més ones electromagnètiques es troben en un mateix punt de l'espai? Quan dues o més ones de la mateixa freqüència es troben en un mateix punt de l'espai se superposen formant-ne una nova ona, l'amplitud de la qual depèn de l'amplitud que tinguessin les ones originals i, sobretot, de la diferència de fase entre les dues.

#### 3.3.1. El principi de superposició

Les ones electromagnètiques, com qualsevol mena d'ones, obeeixen el **principi de superposició**.

El principi de superposició afirma que quan dues o més ones es troben en un punt de l'espai l'ona resultant és la suma vectorial de les ones individuals.

D'aquesta manera, la intensitat del camp elèctric resultant quan es troben dues o més ones electromagnètiques, caracteritzades pels seus camps elèctrics  $\vec{E}_1$ ,  $\vec{E}_2$ , etc., en un punt de l'espai, serà:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots \quad (49)$$

Ara recordeu que aquestes ones  $\vec{E}_1$ , etc., són del tipus que vam veure al subapartat 3.1.1. (equació 35):

$$\vec{E}_1(\vec{r}_1, t) = \vec{E}_{01} \sin(\vec{k}_1 \vec{r}_1 - \omega_1 t + \phi_1) \quad (50)$$

Al subapartat 3.1.1. també vam veure que la intensitat d'una ona és proporcional al valor mitjà del quadrat del mòdul del camp elèctric:

$$I \propto \langle E^2 \rangle \quad (51)$$

Ara però, aquest camp elèctric és la suma dels camps elèctrics, un de cada una de les ones, és a dir:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots \quad (52)$$

i per tant

$$\vec{E}^2 = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots)^2 \quad (53)$$

Si, per a simplificar, ens centrem només en el cas de dues ones, és igual a

$$\vec{E}^2 = \vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 + 2\vec{E}_1\vec{E}_2 \quad (54)$$

Recordeu que, en general,  
 $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ .

Com que volem la intensitat, hem de fer els seus valors mitjans:

$$I = \langle \vec{E}^2 \rangle = \langle \vec{E}_1^2 \rangle + \langle \vec{E}_2^2 \rangle + 2 \langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \rangle \quad (55)$$

Els dos primers termes són les intensitats de cada una de les ones que interfereixen, però fixeu-vos que apareix un tercer terme combinat  $2 \langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \rangle$  que s'anomena **terme d'interferència** i que necessitem avaluar. Així tenim:

$$I = I_1 + I_2 + 2 \langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \rangle \quad (56)$$

Avaluem doncs aquest terme d'interferència, que simbolitzarem  $I_{12}$ . Fer-ne la derivació ens allunyaria ara massa dels objectius del mòdul, per tant, simplement direm que si hom calcula el producte escalar  $\langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \rangle$  el terme d'interferència es pot expressar, en definitiva, com:

$$I_{12} = \vec{E}_{01} \vec{E}_{02} \cos \delta \quad (57)$$

on  $\delta$  és la diferència de fase entre les dues ones, donada per:

$$\delta = \vec{k}_1 \vec{r}_1 - \vec{k}_2 \vec{r}_2 + \phi_1 - \phi_2 \quad (58)$$

Normalment es treballa en situacions en què  $\vec{E}_{01}$  i  $\vec{E}_{02}$  (l'amplitud de cadascuna de les ones) són paral·lels, de manera que el producte escalar de l'equació 57 es redueix a un producte:

$$I_{12} = E_{01} E_{02} \cos \delta \quad (59)$$

que es pot expressar en termes de les intensitats  $I_1$  i  $I_2$  com (recordant i utilitzant les equacions 40 i 43):

$$I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (60)$$

Així doncs, finalment, la intensitat total de la superposició de dues ones es pot escriure com

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (61)$$

Fixeu-vos que aquí tenim una situació molt interessant.

Quan se superposen dues ones, la intensitat de l'ona resultant no és simplement la suma de les intensitats de cada una de les ones, sinó que hi ha un factor addicional, el **terme d'interferència**.

Encara més interessant, aquest terme d'interferència depèn d'un cosinus. El cosinus pren valors entre  $-1$  i  $1$ , de manera que, segons quin sigui el valor de la diferència de fase  $\delta$  entre les dues ones, a vegades la intensitat resultant serà superior a la suma de les intensitats de cada ona i a vegades serà inferior.

En concret, els màxims en la intensitat es produiran per a una diferència de fase  $\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi$ , etc., ja que llavors  $\cos \delta = 1$  i la intensitat màxima serà:

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (62)$$

Aquesta situació s'anomena **interferència constructiva**. Fixeu-vos que la intensitat final és superior a la simple suma de les dues intensitats originals.

$\delta$  és la lletra grega delta minúscula.

#### Producte escalar

Recordeu que el producte escalar de dos vectors  $\vec{A}$  i  $\vec{B}$  és  $\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cos \alpha$ , on  $\alpha$  és l'angle que formen. Si són paral·lels,  $\alpha = 0^\circ$ , i atès que  $\cos 0 = 1$ , tenim  $\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B$ .

Igualment, els mínims d'intensitat es produiran quan  $\delta = \pm\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi$ , etc., ja que llavors  $\cos \delta = -1$  i la intensitat mínima serà:

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (63)$$

Aquesta situació s'anomena **interferència destructiva**, ja que malgrat que estem "afegint" dues ones, la intensitat resultant és menor que la seva simple suma.

En el cas particular, però molt habitual, en què les dues ones siguin de la mateixa amplitud (és a dir,  $I_1 = I_2$ , que simbolitzarem  $I_0$ ), tenim:

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (64)$$

i llavors les intensitats màxima i mínima seran:

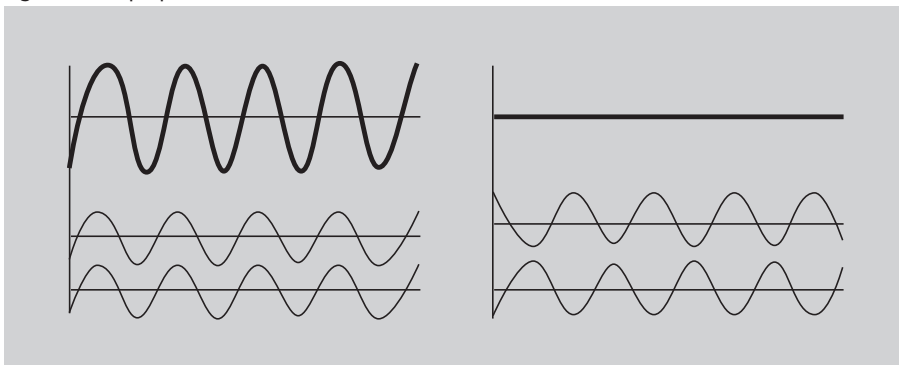
$$I_{max} = 4I_0 \quad (65)$$

i

$$I_{min} = 0 \quad (66)$$

Aquest cas és molt habitual i, a més, és especialment fàcil d'observar, ja que el màxim d'intensitat és quatre vegades superior a la intensitat de cadascuna de les ones originals, i el mínim és zero. La figura 17 és una representació esquemàtica d'aquests dos casos.

Figura 17. Superposició de dues ones de la mateixa intensitat



**Figura 17**

A l'esquerra tenim el cas d'interferència constructiva: les dues ones estan en fase i donen lloc a una onada d'intensitat quatre vegades superior. A la dreta tenim el cas d'interferència destructiva: les dues ones estan desfasades en  $\pm\pi$  i donen lloc a una anul·lació de l'ona, amb intensitat igual a zero.

Veiem que, en general, la intensitat de l'ona resultant pot variar entre un valor mínim i un valor màxim segons la diferència de fase entre les ones,  $\delta$ , i especialment, en el cas d'amplituds iguals, la intensitat pot variar entre zero i quatre vegades la intensitat de les ones que se superposen.

### 3.3.2. Diferència de fase

Ara, però, cal preguntar-se com es pot produir una diferència de fase entre dues ones. Recordeu que la diferència de fase  $\delta$  entre les ones que se superposen l'hem trobat a l'equació 58:

$$\delta = \vec{k}_1 \vec{r}_1 - \vec{k}_2 \vec{r}_2 + \phi_1 - \phi_2 \quad (67)$$

Ara bé, en molts casos es poden simplificar considerablement els càlculs fent unes suposicions que són molt habituals:

- Tractarem amb ones que inicialment estaven en fase, de manera que les fases inicials  $\phi_1$  i  $\phi_2$  es poden considerar iguals a zero.
- Acostumarem a treballar amb fronts d'ona plans o esfèrics, en els quals  $\vec{k}$  i  $\vec{r}$  es poden considerar paral·lels i, per tant, els productes escalars d'aquestes dues magnituds queden simplement com el producte dels seus mòduls.
- Si les dues ones tenen la mateixa longitud d'ona, com passarà en la majoria de casos, els valors de  $k_1$  i de  $k_2$  i de  $\omega_1$  i  $\omega_2$  seran iguals.

Considerant aquestes suposicions, les equacions de dues ones com la de l'equació 50 es reduiran a:

$$E_1(r_1, t) = E_{0_1} \sin(kr_1 - \omega t) \quad (68)$$

i

$$E_2(r_2, t) = E_{0_2} \sin(kr_2 - \omega t) \quad (69)$$

I l'equació 58 queda llavors com:

$$\delta = k(r_1 - r_2) \quad (70)$$

o, definint  $\Delta r = r_1 - r_2$ ,

$$\delta = k\Delta r \quad (71)$$

$\Delta$  és la lletra grega delta majúscula, que s'acostuma a usar per a indicar el canvi o la diferència d'alguna magnitud.

Amb aquesta darrera expressió simplificada es pot veure que la diferència de fase en la interferència de dues ones depèn clarament de la diferència de dis-

tàncies que hagin recorregut les dues ones. En concret, fixeu-vos que si les dues ones han recorregut exactament el mateix camí, és a dir, si

$$r_1 - r_2 = 0 \quad (72)$$

llavors  $\delta$  també val zero i tenim interferència constructiva, com hem vist anteriorment (equacions 61 i 65).

Fixeu-vos també que quan hem descrit matemàticament una ona electromagnètica, havíem vist que el mòdul del vector d'ona i la longitud d'ona estan relacionats per:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (73)$$

Així, l'equació 70, es pot escriure també en funció de la longitud d'ona com:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r \quad (74)$$

Recordeu que havíem dit que els màxims es produeixen quan  $\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi$ , etc. Segons l'equació 74 això passarà just quan  $r_2 - r_1 = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda$ , etc. és a dir, quan la diferència de camins recorreguts per les dues ones és exactament un múltiple de la longitud d'ona.

Cal dir que, en alguns casos, quan una ona es reflecteix sobre una superfície apareix un desfasament igual a  $\pi$  entre l'ona incident original i l'ona reflectida.

En resum doncs, en la majoria de casos que ens podem trobar habitualment, les causes de la diferència de fase entre dues ones pot ser deguda a:

- Una diferència en la longitud del camí recorregut per les dues ones des de la font fins al punt on se superposen, cas en què val

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r \quad (75)$$

- Una reflexió sobre una superfície, cas en què val  $\delta = \pi$ .

### 3.3.3. Coherència

Ara bé, després del que acabem de dir, que quan es troba la llum procedent de dues o més fonts es produeixen interferències, potser us preguntareu com és que no veiem contínuament interferències? Al capdavant només que tingués-

sim enceses dues bombetes en una habitació hauríem de veure interferències per tot arreu. No?

Doncs no. I el perquè és un punt prou important. La interferència només es produeix quan les dues (o més) ones que interfereixen són coherents. I ara, és clar, hem de definir què vol dir això de la *coherència*.

Diem que dues o més ones són **coherents** si la seva diferència de fase és constant al llarg del temps.

Fixeu-vos que això vol dir que, en un punt de l'espai determinat, les dues ones sempre han de tenir la mateixa diferència de fase, sigui la que sigui. Vaja, que si en un punt estan desfasades en  $2\pi$ , per exemple, sempre han d'estar desfasades  $2\pi$ .

En el cas de la llum, la condició de la coherència és especialment important. En la majoria de casos, les fonts de llum que utilitzem emeten llum incoherent, resultat de milions d'àtoms que estan emetent llum de forma totalment independent uns dels altres. D'aquesta manera, la seva diferència de fase no conserva cap mena de constància al llarg del temps. Per això no observem interferències amb llum habitualment.

Per a obtenir llum coherent procedent de dues o més fonts, i així poder observar interferències, es pot dividir el feix de llum procedent d'una única font no coherent en dos o més feixos que després es poden superposar. Com que els dos o més feixos procedeixen exactament de la mateixa font i són les dues parts d'un raig que hem dividit, es tracta de llum coherent i ens permetrà observar interferències. Hi ha diverses tècniques per a dividir un feix de llum en dos o més feixos:

- Reflectir el feix de llum en les dues cares d'una pel·lícula ben prima. Un cas particular, però força habitual, és el cas en què la pel·lícula té un gruix variable. Llavors s'obtenen unes interferències anomenades **anells de Newton**.
- Il·luminar amb la font de llum una pantalla opaca en què s'han practicat dues o més obertures i utilitzar els feixos procedents d'aquestes obertures. És un mètode molt utilitzat i el comentarem amb detall al proper subapartat.
- Utilitzar el feix de llum procedent de la font i el procedent de la seva reflexió en un mirall.

Ara ja hem vist com es produeix el fenomen de la interferència i a què és degut, però ens falta saber què "veurem" quan observem aquest fenomen. És a dir, si observem una situació d'interferència, com veurem aquestes interferències constructives i destructives que hem comentat?

#### Coherència espacial i temporal

De fet, el concepte de coherència és una mica més complex i per a ser rigorosos cal diferenciar entre coherència temporal i coherència espacial i també està relacionat amb la monocromaticitat de l'ona, és a dir, si conté moltes freqüències diferents o no. Però això són temes més avançats que no tractarem aquí.

### 3.4. Patrons d'interferència i difracció

Abans de l'aparició del làser, l'obtenció de fonts de llum amb una gran coherència era difícil, i com que les interferències només es poden observar si les fonts són coherents, l'obtenció d'interferències era un procés laboriós. Ja hem comentat que una solució habitual és aprofitar el fenomen de la difracció: posant una o més obertures o esclatxes en una pantalla opaca, quan s'il·lumina la pantalla amb una única font, les obertures actuen com a fonts puntuals i, el més important, com a fonts puntuals coherents, de manera que podrem observar interferències. Segons el nombre i disposició de les esclatxes obtindrem diferents **patrons d'interferència**, és a dir diferents distribucions de màxims i mínims (interferències constructives i destructives) a una certa distància.

Com a exemple, podem donar una ullada a l'experiment clàssic d'interferència d'ones lluminoses, l'experiment de la doble esclatxa o experiment de Young.

#### 3.4.1. L'experiment de la doble esclatxa

L'any 1801 Thomas Young va realitzar un dels experiments més influents en la història de la física. Es tracta de l'experiment de la doble esclatxa.

En aquest experiment s'il·lumina una pantalla opaca en la qual hi ha dues petites esclatxes verticals, separades una certa distància  $d$ . A l'altra banda, sobre una pantalla situada a una distància  $L$ , força gran comparada amb  $d$  (és a dir,  $L \gg d$ ), com podeu veure a la figura 18, es produiran interferències entre les ones provinents de cada una de les esclatxes. Fixeu-vos que segons el punt de la pantalla on ens trobem, la llum procedent de les dues esclatxes haurà recorregut distàncies diferents i, per tant, tindrà una certa diferència de fase. Així, en certs llocs les ones procedents de les esclatxes interferiran constructivament i hi haurà llum, mentre que en altres, interferiran destructivament i no hi haurà llum.

Val la pena fer el càlcul de la posició dels màxims i mínims de la interferència que es produeix sobre la pantalla. Considerem novament la figura 18. El que ens interessa saber és la diferència de recorregut dels dos rajos que arriben a un punt qualsevol  $P$ , situat a una distància  $y$  de l'eix, amb un raig procedent d'una esclatxa i l'altre, de l'altra. Com ja hem dit considerem que  $L \gg d$ , és a dir, la distància  $L$  és molt gran. En aquest cas, amb bona aproximació, els dos rajos que arriben a  $P$  els podem considerar paral·lels. En aquesta situació la diferència de recorregut, que anomenarem  $\Delta r$ , és:

$$\Delta r = d \sin \theta \quad (76)$$

on fixeu-vos que l'angle  $\theta$  és el mateix que forma el punt  $P$  respecte al centre de les dues esclatxes. A partir d'aquesta equació 76 i sabent que la diferència

#### Thomas Young (1773–1829)

Erudit britànic que treballà en nombrosos camps. En física és especialment conegut per l'experiment de la doble esclatxa, que posava de manifest les interferències d'ones lluminoses. Cal destacar que va fer contribucions fonamentals per al desxiframent de l'escriptura jeroglífica egípcia.

Recordeu que en un triangle rectangle,

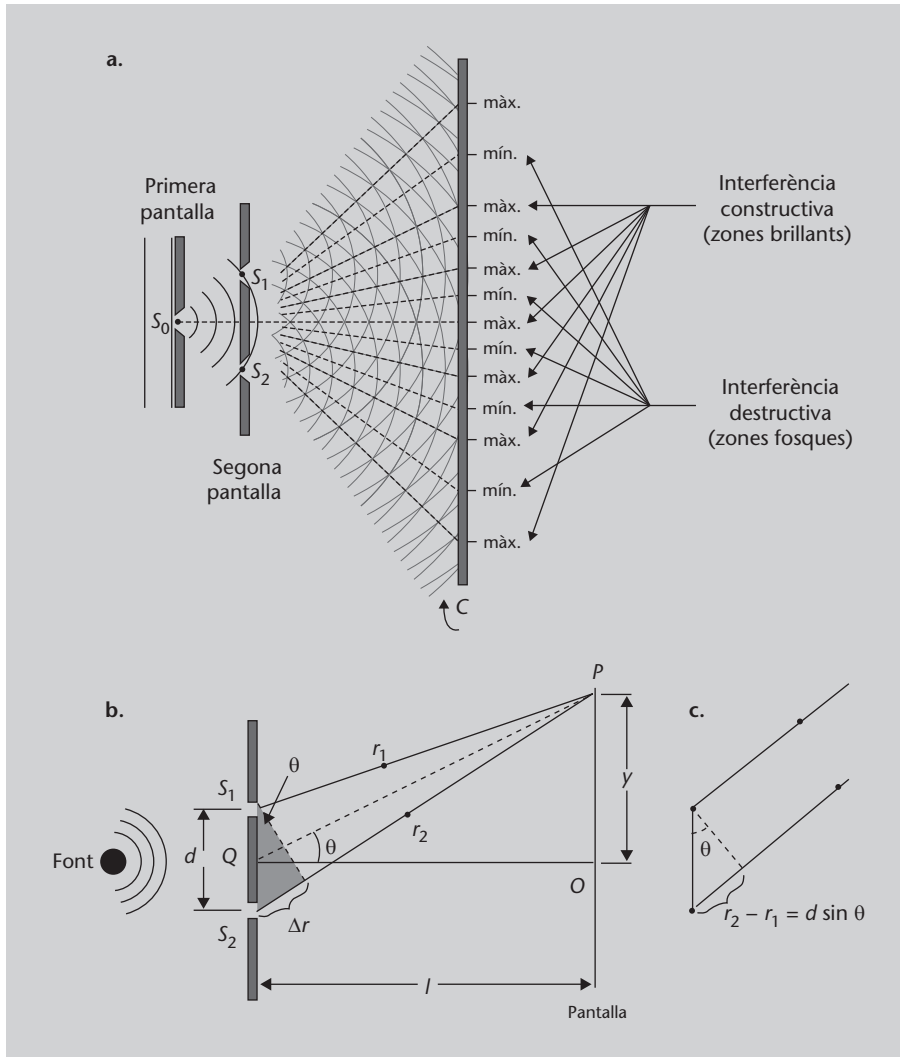
$$\sin \theta = \frac{\text{catet oposat}}{\text{hipotenusa}}$$



de fase i la diferència de camí estan relacionades per l'equació 74, tenim que

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \tag{77}$$

Figura 18. Experiment de Young de la doble esclatxa



**Figura 18**

S'illumina una pantalla opaca en la qual hi ha dues petites esclatxes verticals, separades una certa distància  $d$ . A l'altra banda, sobre una pantalla situada a una distància  $L$  (amb  $L \gg d$ ), es produiran interferències a causa del diferent camí recorregut per les ones procedents d'una i l'altra esclatxa. A la part inferior de la figura teniu detallats els diversos paràmetres que intervenen en l'anàlisi del fenomen.

I ja sabem que hi haurà interferència constructiva quan  $\delta$  sigui igual a  $0, 2\pi, 4\pi$ , etc. (vegeu les equacions 61 i 62). Per tant, tindrem màxims quan

$$\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots \tag{78}$$

que podem simplificar, eliminant els  $\pi$  i dividint per dos, com:

$$d \sin \theta = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots \tag{79}$$

o, de forma més compacta:

$$d \sin \theta = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (80)$$

on el valor  $m$  rep el nom de **número d'ordre**. Un procés anàleg per als mínims, amb interferència destructiva, ens duria a

$$d \sin \theta = (m - 1/2)\lambda \quad m = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (81)$$

Fixeu-vos que aquestes expressions ens donen la posició dels màxims i mínims en funció de l'angle  $\theta$ . Segurament és més interessant poder expressar això en funció d'una magnitud més fàcilment mesurable, com ara la distància  $y$  des del centre del patró d'interferència fins al punt en qüestió. Bé, novament mirant la figura 18, l'angle  $\theta$  i la distància  $y$  estan relacionats per

$$\tan \theta = \frac{y}{L} \quad (82)$$

Ara bé, recordeu que estem considerant que  $L$  és molt gran i, per tant,  $\theta$  és petit. Amb angles petits sempre podem considerar prou vàlida l'aproximació

$$\tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta \quad (83)$$

Així, com que  $\tan \theta \approx \sin \theta$ , podem fer

$$\sin \theta \approx \frac{y}{L} \quad (84)$$

i, substituint a les equacions 80 i 81, obtenim:

$$y = m \frac{\lambda L}{d} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (85)$$

per als màxims i

$$y = (m - 1/2) \frac{\lambda L}{d} \quad m = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (86)$$

per als mínims. És a dir, els màxims i mínims estan sempre a la mateixa distància els uns dels altres sobre la pantalla on els observem. També podeu veure que si augmentem la distància entre les esclatxes la separació entre màxims (o entre mínims) disminuirà, i viceversa. És a dir, com més juntes estiguin les esclatxes més separats estaran els màxims. També podeu veure que si augmentem la longitud d'ona de la llum\* els màxims s'espaien més, és a dir, com més gran sigui la longitud, més separats estaran els màxims.

Recordeu que, en un triangle rectangle,

$$\tan \theta = \frac{\text{catet oposat}}{\text{catet contigu}}$$

$\theta$  és la lletra grega theta minúscula, que correspon aproximadament al so de la zeta castellana.

$\approx$  és el símbol que indica "aproximadament".

\* És a dir, la fem més vermella, recordeu l'espectre electromagnètic que hem explicat al subapartat 1.2.1.

Figura 19. Patró de difracció d'una doble esclatxa, per a dues longituds d'ona diferents

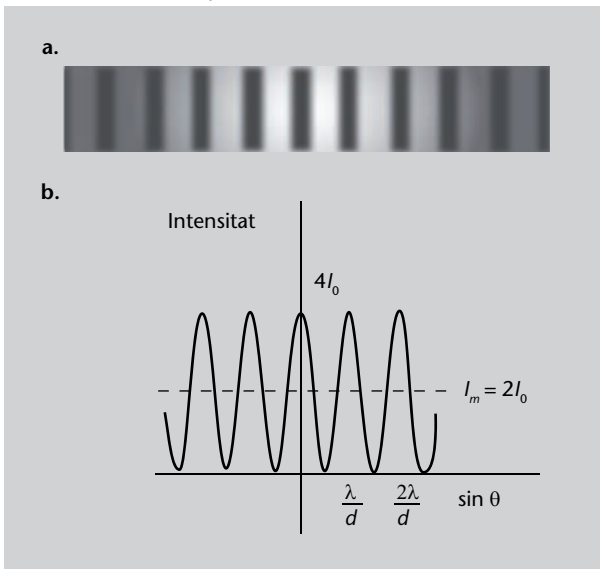


De moment hem calculat les posicions dels màxims i mínims d'intensitat, però encara podríem fer més. Utilitzant l'equació general per a la intensitat de dues ones que interfereixen, equació 61, i utilitzant el fet que la diferència de fase, en aquest cas, és donada per l'equació 77, podríem trobar exactament com és la intensitat de la llum en cada punt de la pantalla. El resultat el podeu veure a la figura 20. Fixeu-vos que màxims i mínims estan espaiats uniformement (sempre que seguim dins de l'aproximació d'angles petits, és a dir, que els sinus i les tangents d'un angle es puguin aproximar pel valor de l'angle:  $\sin x \approx \tan x \approx x$ ) i que tots els màxims són de la mateixa intensitat.

**Figura 19**

Exemple de dos patrons de difracció creats per una doble esclatxa. El de dalt és amb llum vermella de longitud d'ona llarga, mentre que el de baix és amb llum blava, de menor longitud d'ona. Fixeu-vos que en tots dos casos els màxims i els mínims estan espaiats equidistantment i que en disminuir la longitud d'ona els màxims i mínims s'han fet més propers.

Figura 20. Patró de difracció d'una doble esclatxa, amb la gràfica de la intensitat corresponent



**Figura 20**

Patró d'interferència d'una doble esclatxa, amb la gràfica de la intensitat corresponent. Fixeu-vos que els màxims i mínims estan espaiats uniformement i que tots els màxims són de la mateixa intensitat (sempre que seguim dins de l'aproximació d'angles petits, per això quan ens allunyem del centre podeu veure com la intensitat baixa).

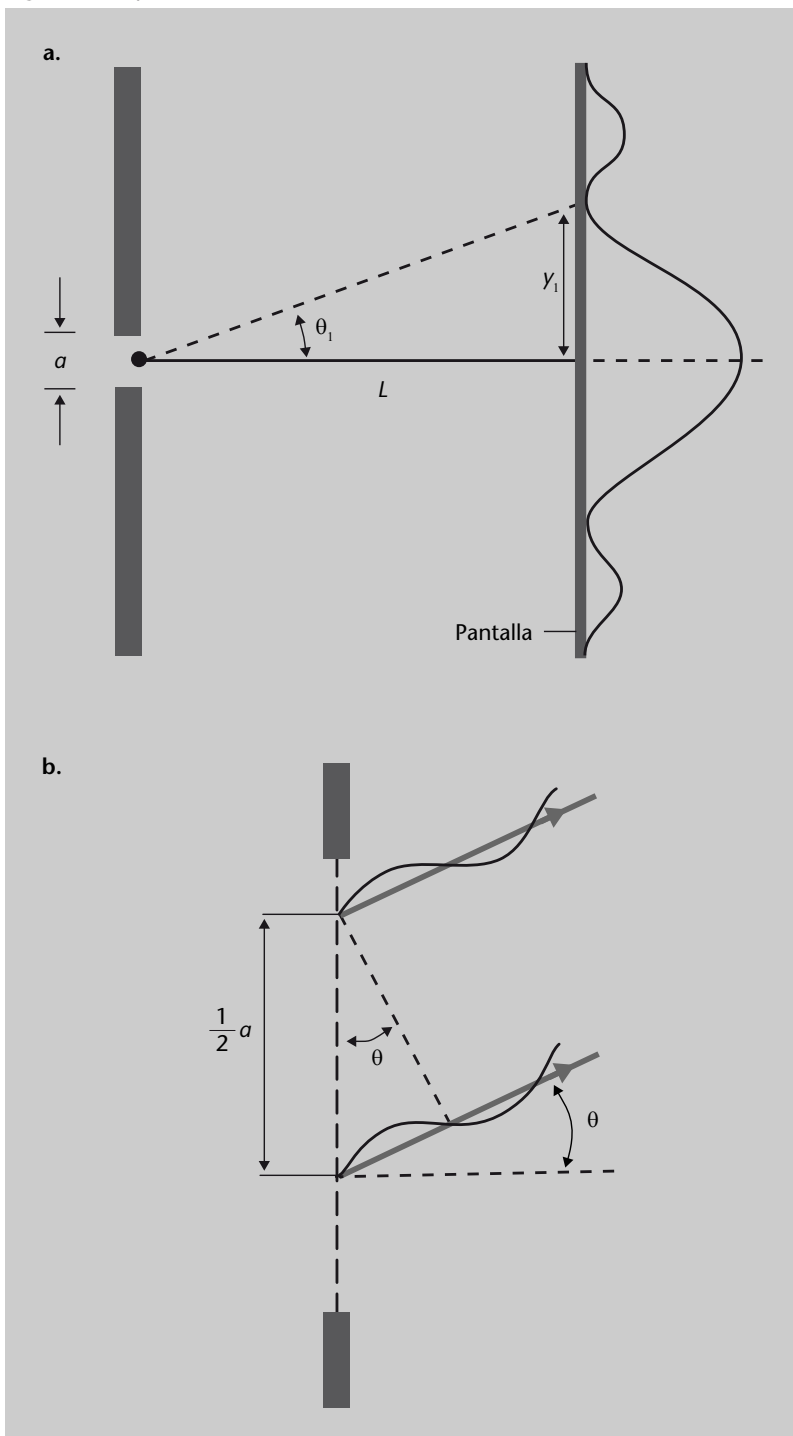
### 3.4.2. Difracció per una única obertura

En el cas que acabem de veure de les interferències produïdes per la difracció en dues esclatxes, aquestes eren degudes a la diferència de camí que recorren els rajos de llum. Això ens pot fer pensar que si no hi ha més d'una obertu-

ra no s'obtin­dran inter­ferències, ja que en aquest cas només hi haurà llum procedent d'una font i, per tant, no pot haver-hi diferències de camí de rajos de llum.

Bé, això només seria cert si l'obertura fos molt i molt petita. De fet es pot demostrar (tot i que no ho farem aquí) que quan l'obertura té unes dimensions de l'ordre de la longitud d'ona de la llum, no es produeixen inter­ferències. Amb obertures més amples el cert és que sí que es produeixen inter­ferències. En aquest cas es tracta d'inter­ferències entre els rajos que surten dels diferents punts de l'obertura, com podeu veure a la figura 21.

Figura 21. Esquema de la situació de difracció d'una sola escl­etxa



**Figura 21**

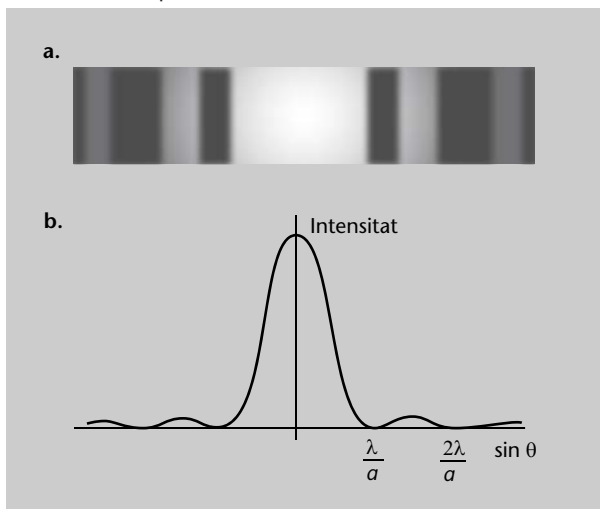
Difracció per una sola escl­etxa. Una escl­etxa d'amplada  $a$  difracta llum, que crea un patró d'inter­ferències sobre una pantalla situada a una distància  $L$ . En aquest cas les inter­ferències són creades pels rajos que surten dels diferents punts de l'obertura. Es pot demostrar que els rajos que surten de punts de l'escl­etxa separats per  $a/2$  estan desfasats en  $\pi$ .

El càlcul precís del patró d'interferències creat per una única escletxa és una mica més complex que el que hem fet per al cas de la doble escletxa i, com que no és l'objectiu d'aquest mòdul fer aquests càlculs, només en donarem els resultats més importants. Es pot demostrar que en aquest cas els mínims d'intensitat compleixen:

$$a \sin \theta = m\lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (87)$$

on  $a$  és l'obertura de l'escletxa,  $\theta$  és l'angle en què es troba el mínim i  $\lambda$  és la longitud d'ona de la llum. A més es pot demostrar que el màxim central és el doble d'ample que els altres i que la intensitat dels màxims va decreixent ràpidament a mesura que ens allunyem del centre. Això ho podeu veure a la figura 22.

Figura 22. Patró de difracció d'una sola escletxa i gràfica de la intensitat corresponent



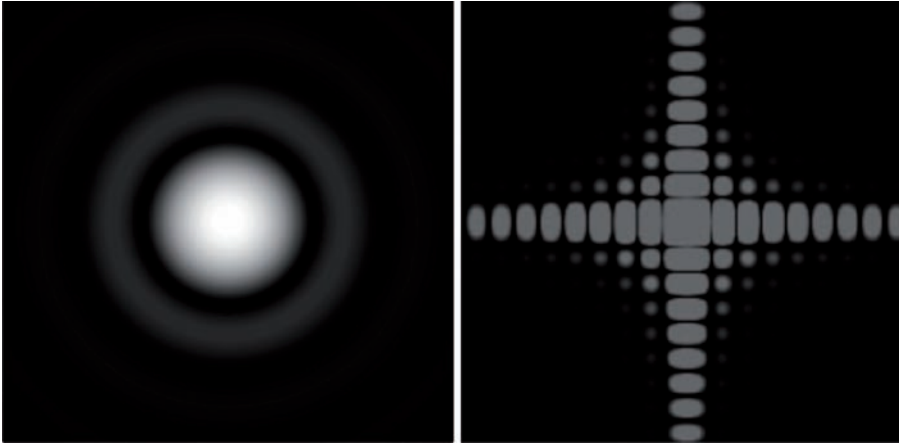
**Figura 22**

Fixeu-vos que el màxim central és el doble d'ample que els altres i que la intensitat dels màxims va decreixent ràpidament a mesura que ens allunyem del centre.

Això que acabem de veure ho hem estat fent considerant una obertura en forma d'escletxa, però és vàlid per a qualsevol obertura. En cada cas només canviarà la forma del patró de difracció, però les característiques bàsiques seran les mateixes. A la figura 23, per exemple, podeu veure els patrons de difracció creats per una obertura circular i per una obertura rectangular.

Vist tot el que hem vist sobre el patró de difracció creat per una única obertura podríeu preguntar-vos si no afecta al que hem dit al subapartat anterior, referent al patró d'interferència creat per una doble escletxa. Al capdavant, cadascuna de les dues escletxes és ella mateixa una obertura que crearà un patró de difracció com el que hem vist en aquest subapartat. Què passarà, doncs? Que potser tindrem dos o tres patrons de difracció a la vegada? Un creat per la doble escletxa i un altre creat per cada escletxa?

Figura 23. Patró de difracció d'una obertura circular i d'una obertura rectangular



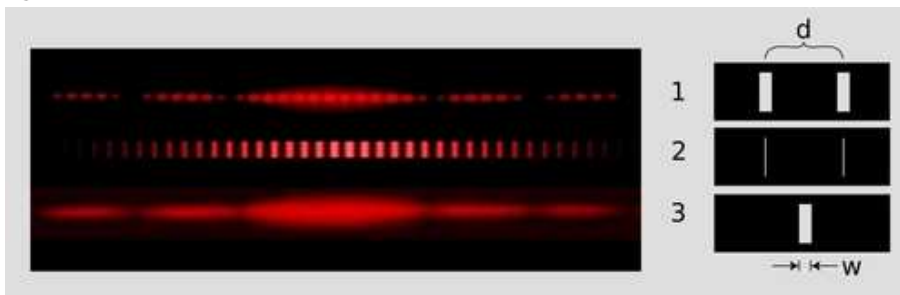
Font: Wikimedia Commons

**Figura 23**

Fixeu-vos que el patró d'una obertura rectangular és igual al d'una esclatxa però en dues direccions, ja que de fet podem considerar una obertura rectangular com una esclatxa en dues direccions

Doncs sí, teniu raó! Si féssiu un experiment ben acurat d'interferència per doble esclatxa al laboratori, el que veuríeu seria una cosa com la de la part (1) de la figura 24. Si us hi fixeu bé veureu que teniu dos patrons de difracció: el més "gros" que dóna l'estructura general i que és el d'una sola esclatxa (màxim central doble d'ample i amb intensitat cada vegada menor a mesura que ens allunyem) i, sobre aquest, s'hi sobreposa el patró de dues esclatxes, amb màxims igualment espaiats i aproximadament de la mateixa intensitat. Per a veure bé aquesta superposició dels dos patrons, en la mateixa figura teniu també per separat els patrons ideals de dues esclatxes i d'una sola esclatxa.

Figura 24. Patró d'interferència real d'una doble esclatxa



Font: Wikimedia Commons

**Figura 24**

Comparació entre un patró d'interferència real d'una doble esclatxa (1) i el patró ideal que s'obténdria si les esclatxes fossin molt estretes, comparables a la longitud d'ona de la llum (2). (3) correspon al patró de difracció d'una sola esclatxa. Fixeu-vos com a (1) es tenen els dos patrons superposats: el d'una sola esclatxa, que correspon a l'espaiat més gran entre mínims i el de dues esclatxes, que dóna l'estructura més fina.

### 3.4.3. Característiques generals dels patrons de difracció

Si recordeu les expressions de localització de màxims o mínims en la doble esclatxa (equacions 85 i 86) i en una sola esclatxa, potser us haureu adonat que la distància representativa del problema (la distància entre esclatxes o l'amplada de l'esclatxa) és inversament proporcional a l'espaiat dels màxims o mínims. És a dir, que com més petita sigui la distància característica del problema,  $d$ , més espaiats estaran els màxims i els mínims,  $\gamma$ . Això és una característica general en qualsevol situació de difracció.

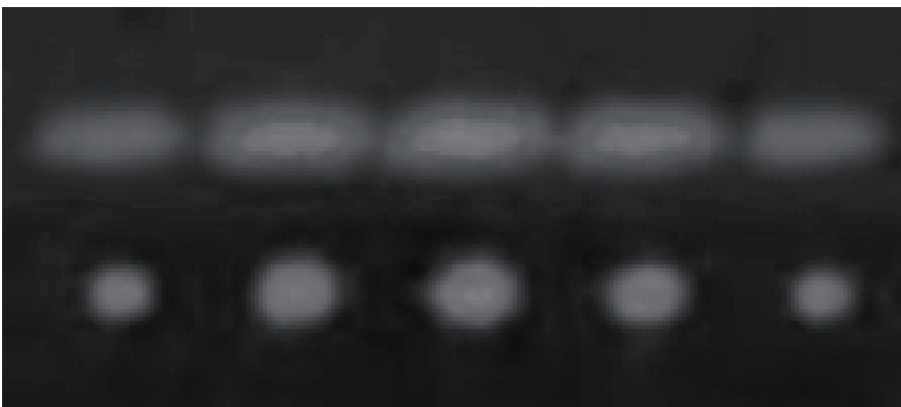
En un procés de difracció les distàncies característiques de l'element difractor són inversament proporcionals a l'espaiat dels màxims i mínims d'interferència que s'observen. És a dir, si augmentem les distàncies representatives de l'element difractor, els màxims i mínims s'aproparan més, estaran més junts; i viceversa.

Ara considereu novament l'experiment de la doble esclatxa però ara en lloc de fer-lo amb dues esclatxes, fem-lo amb tres esclatxes. La derivació dels resultats no és diferent del que hem fet per a dues esclatxes i com que no és el nostre objectiu principal fer càlculs de patrons de difracció, donarem el resultat directament:

- El primer fet important és que la posició dels màxims no canvia respecte a la situació amb dues esclatxes.
- El segon resultat és que els màxims es fan més estrets i estan més ben definits.

Aquests dos fets són molt clarament visibles en qualsevol experiment, com podeu veure a la figura 25, en què comparem els patrons d'interferència de dues esclatxes i de cinc esclatxes. Hi ha una altra característica, difícil de veure en els experiments, però igualment important: a més dels màxims que ja hem determinat, entre cada parell de màxims apareixen uns petits màxims, poc destacables, que s'anomenen *màxims secundaris*. La intensitat d'aquests màxims secundaris, en el cas de tres esclatxes, és només  $1/9$  de la intensitat dels màxims principals, per això són difícils d'observar.

Figura 25. Patró d'interferència real de dues esclatxes i de cinc esclatxes



**Figura 25**

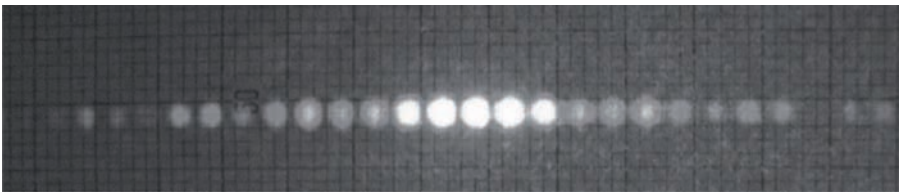
Patró d'interferència creat per dues esclatxes (a dalt) i per cinc esclatxes (a baix). Observeu que en el cas de cinc esclatxes la posició dels màxims és la mateixa però resulten molt més estrets i ben definits.

Si augmentem el nombre d'esclatxes aquesta tendència s'accentua: els màxims es fan cada vegada més estrets i ben definits i van apareixent més màxims secundaris entre els principals, però cada vegada menys intensos. Així, hem vist que si afegim una tercera esclatxa (i, en general, més esclatxes), els màxims de difracció es fan més estrets. I com que hi ha la mateixa quantitat d'energia però concentrada en una franja més petita, cada franja de difracció és més brillant i, en conseqüència, més fàcil d'observar. Això ens duu a una altra característica típica de les situacions de difracció.

En un procés de difracció, la repetició de l'element difractor provoca un estretament dels màxims d'interferència que s'observen, sense canviar-ne la posició. És a dir, com més elements difractors posem, més ben definits estaran els màxims i els mínims, però no canviaran de lloc.

Sabent això podríem arribar a considerar un objecte difractor amb milers d'esclatxes, o centenars de milers. Un objecte d'aquesta mena produiria màxims extraordinàriament estrets i ben definits. Això s'anomena **xarxa de difracció**. Podeu veure un exemple de xarxa de difracció simplement agafant un disc compacte (CD) i veient com reflecteix la llum. Tot i que no estan pensats per a funcionar com a xarxes de difracció, l'estructura de petites ratlles que hi ha en un CD actua aproximadament com a xarxa de difracció. Un exemple més específic el teniu a la figura 26, on podeu veure el patró d'interferència causat per una xarxa amb 150 esclatxes. Tingueu en compte, però, que 150 esclatxes encara és lluny de ser una veritable xarxa de difracció, que arriben a tenir més de 100.000 esclatxes (o ratlles) per centímetre.

Figura 26. Patró d'interferència de 150 esclatxes



**Figura 26**

Patró d'interferència creat per una xarxa de 150 esclatxes. Aquest exemple és d'una xarxa de difracció simple utilitzada per a experiments de docència. Les xarxes de difracció reals poden arribar a 100.000 esclatxes o ratlles per centímetre.

Finalment hem arribat al final del camí: haver introduït les xarxes de difracció ens permet passar a l'objectiu que ens havíem plantejat en començar l'apartat: l'holografia. Passem a explicar-la tot seguit.

### 3.5. Holografia

Quan registrem una imatge en una pel·lícula fotogràfica, en un sensor CCD o en qualsevol altra mena de suport, el que estem fent és registrar l'amplitud de les ones lluminoses que hi arriben. En aquest procés es perd una part important de la informació que transporten aquestes ones: la fase d'unes respecte a les altres. Posteriorment, si projectem la imatge registrada (com en una diapositiva o en una pel·lícula de cine) el que veiem és una imatge bidimensional, que ha perdut la informació tridimensional.

En altres paraules, quan reproduïm una imatge no estem reproduint exactament el camp lluminós de l'escena (és a dir, les ones electromagnètiques visibles reflectides per l'escena), sinó només un registre del quadrat de l'amplitud d'aquest camp. La llum reflectida en una fotografia duu informació només de l'amplitud al quadrat, però no de la fase.



Ara bé, si poguéssim reconstruir no només l'amplitud original, sinó també la fase, tindríem una imatge en què el camp lluminós que es reproduïria seria exactament igual que l'original. Penseu que això vol dir que nosaltres, veient aquesta imatge estaríem veient exactament el mateix que veuríem si fossim davant de l'escena, incloent-hi tota la informació possible que pot dur la llum procedent de l'escena. En concret, això vol dir que, d'aquesta manera la informació sobre la tridimensionalitat de l'escena no es perdria i podríem veure-la exactament igual que com si estigués davant nostre.

Aquesta idea era un dels camps de treball del físic hongarès Dennis Gabor. El 1947, Gabor, a partir de treballs previs de Mieczysław Wolfke, va aconseguir crear la tècnica per a poder registrar totalment la informació d'amplitud i fase, i no només d'amplitud, mentre treballava en la millora de microscopis electrònics a l'empresa britànica Thomson-Houston. La tècnica original, que ell anomenà **holografia**, era aplicable als electrons i la versió òptica només es pogué desenvolupar plenament amb l'aparició del làser a la dècada de 1960. Finalment, el 1962, Iuri Nikolàievitx Denisiuk, a la Unió Soviètica, i Emmett Leith i Juris Upatnieks als Estats Units, van aconseguir obtenir els primers registres d'holografia amb llum, és a dir, van aconseguir registrar els primers **hologrames**.

### 3.5.1. Principi de funcionament

La idea bàsica de l'holografia és utilitzar interferències. Com ja hem vist en parlar-ne en els subapartats 3.3. i 3.4., la intensitat en un patró d'interferència depèn de la diferència de fase entre les ones que interfereixen. Per tant, d'algun manera, podem dir que en un patró d'interferència hi ha la informació sobre la fase de les ones que han interferit. Vegem com es pot aprofitar això.

#### Registre d'un holograma

Per a registrar un holograma d'un objecte o escena (podeu anar seguint la descripció amb ajuda de la figura 27) en primer lloc s'utilitza un làser, ja que és una font de llum coherent i hem vist que per a produir interferències cal que la llum sigui coherent. El feix làser es divideix en dos mitjançant un divisor de feix. Un dels feixos, anomenat *feix d'il·luminació*, il·lumina l'objecte i la llum difosa per aquest arriba a la pel·lícula fotogràfica. El segon feix, anomenat *feix de referència*, també arriba a la pel·lícula però sense haver estat difós per cap mena d'objecte.

En aquest punt és on entren en joc les interferències. Com que els dos feixos són coherents, interfereixen i donaran lloc a un patró d'interferència no gaire diferent dels que hem vist en el subapartat 3.4. Sobre la pel·lícula, doncs, el que queda registrat és el patró d'interferència que resulta de la superposició del feix procedent de l'objecte i el feix de referència. I com que la forma del patró de

#### Dennis Gabor(1900–1979)

El seu nom original hongarès és Gábor Dénes i pel seu treball en holografia va rebre el premi Nobel de física el 1971.

#### Terme *holografia*

El terme *holografia* està format per les arrels gregues ὅλος, *hólos*, 'tot' i γραφή, *grafé*, 'escriptura', per donar a entendre que és un mètode de registre que recull tota la informació possible, no només l'amplitud.

#### Divisor de feix

Un divisor de feix (a vegades el trobareu amb la seva denominació en anglès, *beam splitter*) és un dispositiu que permet separar un feix en dos o més feixos. Pot ser un mirall semitransparent, un cub format per dos prismes, (anomenat *cub divisor*) o altres aparells més sofisticats.

difracció depèn de la diferència de fase entre les ones, queda registrada sobre la pel·lícula la informació sobre la fase, a més de la intensitat. És precisament aquesta pel·lícula amb el patró d'interferència el que s'anomena **holograma**, que no deixa de ser una xarxa de difracció amb una estructura particular, que depèn de l'escena registrada.

La difracció es tracta al subapartat 3.4.3.



Figura 27. Esquema del procés de registre d'un holograma

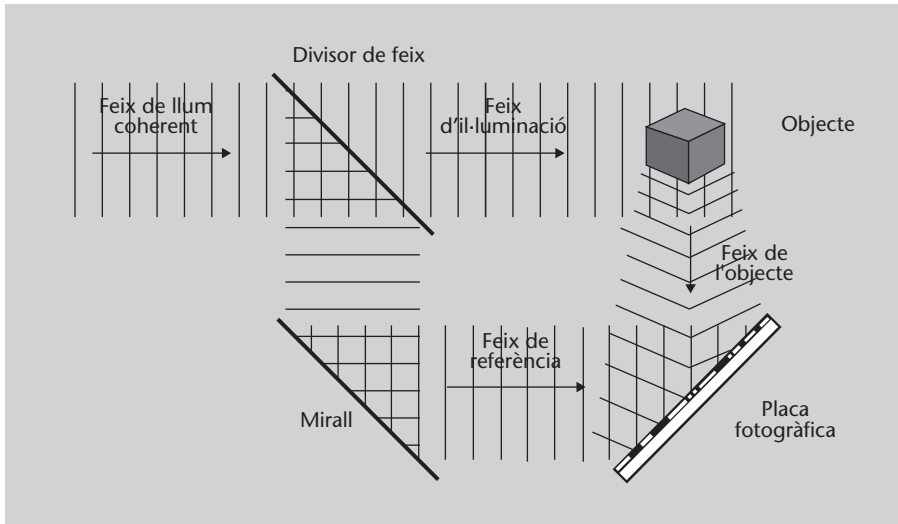


Figura 27

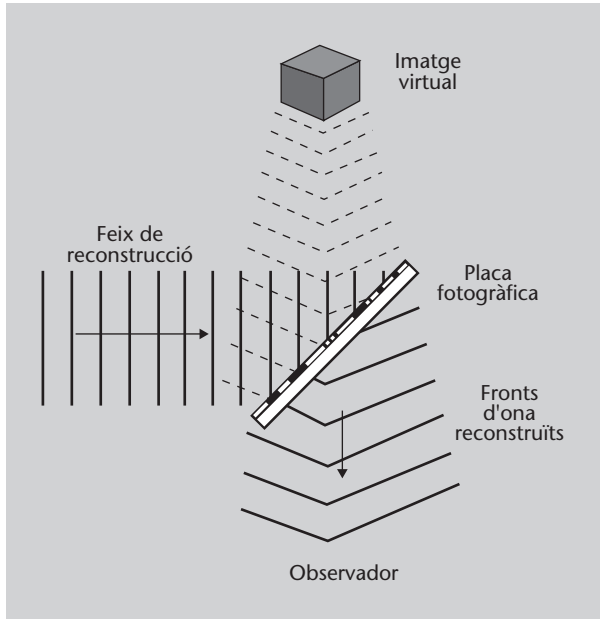
Un feix làser es divideix en dos mitjançant un divisor de feix. Un feix, el *feix d'il·luminació*, il·lumina l'objecte i la llum difusa per aquest arriba a la pel·lícula fotogràfica. El segon feix, el *feix de referència* també arriba a la pel·lícula però sense ser difós per cap mena d'objecte. Sobre la pel·lícula queda registrat el patró d'interferències entre les dues ones, la difosa per l'objecte i la de referència.

### Visualització d'un holograma

Posteriorment, quan es vol veure l'holograma, cal fer, en certa manera, el procés invers (podeu seguir la descripció amb la figura 28). L'holograma s'il·lumina amb un feix que ha de ser idèntic al feix de referència utilitzat en el registre de l'holograma. Aquest feix s'anomena *feix de reconstrucció* i resulta difractat pel patró d'interferència de l'holograma. La llum difractada per l'holograma forma un front d'ona que és exactament igual al front d'ona que havia difós l'objecte o escena original; en altres paraules, hem "reconstruït" el front d'ona original. Així, l'observador de l'holograma rep exactament la mateixa informació que rebria si estigués veient realment l'escena o objecte; per això les imatges hologràfiques ens semblen en tres dimensions.

Pensem una mica què vol dir això que "l'observador de l'holograma rep exactament la mateixa informació que rebria si estigués veient realment l'escena o objecte". Quan nosaltres observem una escena, cada un dels nostres ulls captura una part de la llum difosa per l'escena, i el cristal·lí en forma una imatge sobre la retina, en què la llum procedent de cada angle diferent queda focalitzada en un punt concret diferent. Atès que l'holograma reconstrueix tot el front d'ona difós per l'escena, l'observador veu la mateixa imatge, independentment de si la difusió l'ha provocat l'escena o el patró d'interferències de l'holograma. Si l'observador es desplaça podrà veure l'escena des de diferents punts de vista, igual que en la realitat, i si estem utilitzant els dos ulls, com és habitual, de manera que podem tenir sensació de profunditat, amb la imatge hologràfica també la tindrem.

Figura 28. Procés de visualització d'un holograma

**Figura 28**

Esquema del procés de reproducció i visualització d'un holograma. L'holograma s'il·lumina amb un feix idèntic al feix de referència utilitzat en el registre de l'holograma. Aquest feix resulta difractat pel patró d'interferència de l'holograma i llavors la llum difractada forma un front d'ona idèntic al front d'ona que havia difós l'objecte original. Així, l'observador de l'holograma rep exactament la mateixa informació que rebria si estigués veient realment l'objecte.

Cal remarcar el fet que nosaltres no veiem en tres dimensions gràcies a la fase de la llum, sinó perquè utilitzem dos ulls i observem una mateixa escena des de dos punts de vista lleugerament separats. En el cas dels hologrames, el registre de la fase permet reconstruir un front d'ona totalment idèntic al front d'ona original, amb les variacions correctes d'intensitat quan canviem de punt de vista (o simplement, entre el que arriba a un ull i a un altre). En resum, l'ull no detecta la fase, però si l'emmagatzemem, tenim la informació necessària perquè cada un dels nostres dos ulls rebi informació diferent i, per tant, sensació de tridimensionalitat.

Figura 29. Patró d'interferència d'un holograma

**Figura 29**

Si il·luminem un holograma amb llum no coherent només veurem el seu patró d'interferència, com aquí. El registre de l'holograma no són les franges d'interferència (les línies ondulades semblants a les d'una doble escletxa), creades per les superfícies transparents, sinó el conjunt de "taques" més o menys difoses que podeu observar a la fotografia.

També cal tenir ben present que la placa on està enregistrat l'holograma només ens donarà la imatge si utilitzem llum coherent, si no, no veurem res. De fet, si utilitzem llum no coherent veurem una placa amb un patró de difracció relativament complicat, com el que podeu veure a la figura 29. S'hi veu una àrea d'uns  $8 \times 8$  mm d'una placa fotogràfica amb un holograma; podeu observar que hi ha un patró de difracció en forma de franges més o menys deformades i ondulades, però aquest patró no és el de l'holograma, sinó el conjunt de taques i clapes poc prominents repartides per tota l'àrea, i que s'anomenen **patró de clapejat** (en anglès *speckle pattern*). No veiem res de reconeixible en aquesta imatge. Només il·luminant-la amb un feix coherent podríem reconstruir el front d'ona de l'escena original i veure correctament la imatge, que podria ser com la que veiem a la figura 30, que mostra un holograma fotografiat des de dos punts de vista diferents, per a fer evident el canvi de perspectiva que s'aconsegueix.

Figura 30. Holograma



Font: Wikimedia Commons; autor: Georg-Johann Lay

**Figura 30**

Dues fotografies d'un holograma, preses des de dos punts de vista diferents, que posen de manifest el canvi de perspectiva.

El que acabem de presentar és una explicació del funcionament del tipus més simple i tradicional d'holograma: l'**holograma de transmissió**, anomenat així perquè l'observador veu la llum transmesa i difractada per l'holograma.

Però hi ha més tipus d'hologrames. Els hologrames que s'utilitzen en les targetes de crèdit o en els bitllets de banc (en podeu veure un a la figura 31), per exemple, són més complexos, ja que es poden observar sense necessitat de llum coherent, però això és a costa de reduir part de la informació continguda en l'holograma. Si us fixeu en un holograma de targeta de crèdit potser us adonareu que la informació tridimensional no està del tot ben aconseguida; en concret, si desplaceu verticalment el punt de vista, no veureu com canvia la perspectiva, sinó que veureu la mateixa imatge però amb colors diferents. Això és a causa del procés de registre d'aquesta mena d'hologrames i que permet veure'ls amb llum no coherent. Precisament per aquesta coloració, aquests hologrames s'anomenen **hologrames d'arc de Sant Martí**.

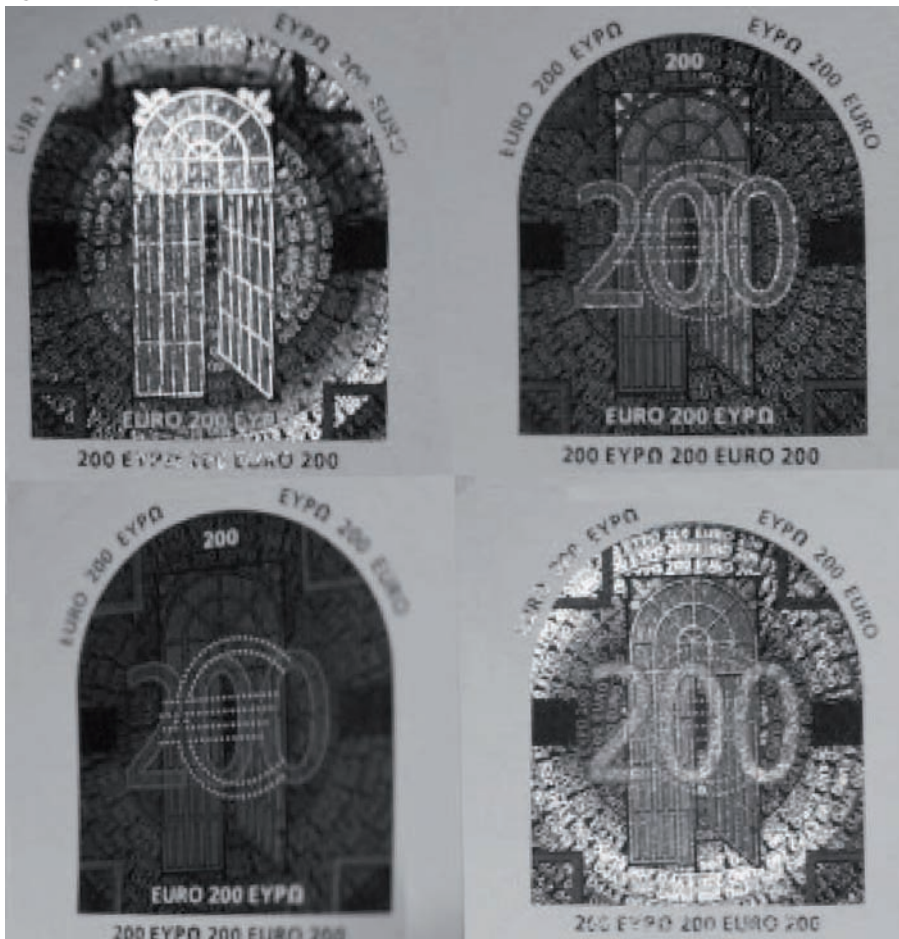
### 3.5.2. L'holografia i les pel·lícules en 3D

Una cosa que val la pena que quedi clara és la relació entre la tècnica de l'holografia i les pel·lícules "en tres dimensions" que es poden veure en sales de projecció, com les que utilitzen el format IMAX 3D o molts d'altres.

En primer lloc heu de recordar que un holograma no és una mena de fotografia en tres dimensions. Una fotografia registra una imatge des d'un únic punt de vista, definit per la posició del sensor que registra la imatge (la lent de la càmera o el que sigui). La fotografia clàssica en tres dimensions utilitza dues o més càmeres i després combina les imatges, però per a observar-les en tres dimensions cal un aparell que torni a separar les imatges preses per les diverses càmeres i una la vegi un ull i l'altra, l'altre ull. Una forma de fer-ho és amb les típiques ulleres blaves i vermelles per a veure imatges o pel·lícules en 3D.

Un holograma, en canvi, no és una imatge, sinó un sistema de codificació que permet reconstruir exactament la llum difosa per un objecte. En certa manera, podem dir que amb els sistemes típics de visualització en 3D (més correctament n'hauríem de dir *visualització estereoscòpica*) estem "enganyant" els ulls, donant-li a cada un una imatge diferent. En l'holografia no estem "enganyant", ja que estem veient exactament el front d'ona original.

Figura 31. Holograma d'arc de Sant Martí en un bitllet de 200 euros



Font: Wikimedia Commons; autor: Rm

### 3.5.3. L'holografia digital

Ara que ja sabem com funciona la tècnica de l'holografia, ens podem preguntar si podem crear hologrames artificialment, és a dir, sense disposar d'una escena per a holografiar. Recordeu que un holograma no és res més que un

patró d'interferència; així si, d'alguna manera, aconseguim calcular quin és el patró d'interferència que em produïria una escena qualsevol, podré disposar d'un holograma d'aquella escena sense necessitat de disposar físicament d'ella.

El càlcul dels patrons d'interferència per a una escena qualsevol és un procés molt complicat que requereix una gran quantitat d'operacions matemàtiques. Vaja, un problema ideal per a la potència de càlcul numèric que ens ofereixen els ordinadors. Això és precisament el que fa l'holografia digital o, amb més precisió, l'holografia generada per ordinador.

**L'holografia generada per ordinador** és el mètode per a generar digitalment patrons d'interferència hologràfics d'una escena no real.

Els hologrames generats per ordinador tenen l'avantatge que no cal que els objectes que es vol mostrar hologràficament tingun existència física. Però anant encara més lluny: amb l'holografia generada per ordinador fins i tot ens podem estalviar l'ús del mateix holograma físic si passem la informació, no del patró d'interferències, sinó directament del front d'ona difós per l'escena, a una pantalla 3D hologràfica. D'aquesta manera, en l'holografia generada per ordinador, es pot prescindir tant de l'escena inicial i del sistema òptic de registre hologràfic, com del mateix holograma.

D'altra banda, el terme **holografia digital** és una mica més ampli i inclou, per exemple, el tractament digital de patrons d'interferència hologràfics generats òpticament amb el mètode que hem explicat en aquest subapartat o mètodes semblants.

L'holografia no només serveix per a enregistrar imatges, sinó que també ha trobat aplicació en sistemes per a emmagatzemar informació, qüestió que comentarem a continuació.

#### 3.5.4. Emmagatzematge de dades hologràfic

A més de generar imatges, l'holografia té multitud d'aplicacions. Una de les que més ens interessa en aquest mòdul és l'**emmagatzematge de dades hologràfic**, una tècnica d'emmagatzematge que pot desar informació amb una altíssima densitat dins de cristalls i fotopolímers.

Actualment, la capacitat d'emmagatzemar informació en un medi determinat és un problema cada vegada més important. Dispositius com el Blu-Ray estan arribant a la màxima densitat d'informació de dades possible en els sistemes convencionals magnètics o òptics. Tots aquests sistemes es basen en emmagatzemar bits com a canvis magnètics (discos durs) o òptics (CD, DVD, Blu-Ray)

#### Pantalla 3D hologràfica

Una pantalla 3D hologràfica és una pantalla que treballa amb llum coherent i permet, per tant, generar fronts d'ona reconstruïts igual que un holograma tradicional. Actualment són dispositius encara en fase de recerca.

#### Fotopolímers

Un fotopolímer és un polímer (és a dir, una molècula molt llarga formada per unitats que es van repetint) que s'endureix quan s'exposa a la llum. S'utilitzen, per exemple, en la reconstrucció de peces dentals danyades: es poden modelar i quan s'il·luminen amb llum ultraviolada s'endureixen.

en la superfície del medi. L'emmagatzematge de dades hologràfic, en canvi, permet desar informació en tot el volum del medi, no només a la superfície, i fins i tot emmagatzemar múltiples dades en una mateixa zona del medi utilitzant llum incident en angles diferents. A més a més, permet escriure i llegir en paral·lel, a diferència dels dispositius convencionals, que treballen bàsicament en sèrie.

La idea de l'emmagatzematge hologràfic es va iniciar ja a la dècada de 1960, però no ha estat fins als darrers deu anys que algunes empreses han començat a fer proves. Actualment ja n'hi ha que han fabricat discos hologràfics amb capacitat d'emmagatzemar fins a uns 4 TB d'informació. Tot i que té el nom proposat d'Holographic Versatile Disc (HVD), les perspectives de comercialització encara no estan prou clares.

### 3.6. Què hem après?

En aquest apartat ens hem centrat en els aspectes més clarament ondulatoris de la llum. Els fenòmens d'interferència i difracció de la llum, que es poden observar si es té prou cura, són una manifestació clara del seu caràcter ondulatori. Hem estudiat amb detall aquests fenòmens per al cas de la llum i, en concret, hem vist com calcular, en un cas simple, els patrons d'interferència que es generen quan se superposa llum procedent de dues o més fonts coherents. En concret la difracció de la llum també genera sempre patrons d'interferència, tot i que no ens hem entretingut a fer càlculs i hem donat directament els resultats més generals. Finalment, l'estudi de les interferències ens ha permès entendre una de les tècniques més actuals de l'òptica: l'holografia.



Un HVD, disc d'emmagatzematge hologràfic.

#### Lectura recomanada

Podeu obtenir més informació sobre el funcionament de l'emmagatzematge hologràfic a l'article "How Holographic Versatile Discs work?" de la web HowStuffWorks (<http://electronics.howstuffworks.com/hvd.htm>).

## 4. Òptica quàntica: la llum com a partícules

Ja hem vist que fenòmens com la interferència i la difracció van deixar ben establert, ja al segle XVIII, que la llum és una ona, o més ben dit, que la millor manera de descriure-la era en termes d'una ona.

Ara bé, cap a la darrera del segle XIX i començament del XX es van començar a observar fenòmens en què la radiació electromagnètica i, en particular, la llum, de manera sorprenent, semblava comportar-se com una partícula i no com una ona. Es tractava de fenòmens com l'efecte fotoelèctric o l'efecte Compton, en què la quantitat d'energia que la llum intercanvia amb la matèria només pot ser discreta, és a dir, múltiple d'una quantitat mínima, però no cap valor intermedi. Com podia ser això? Si la llum es comportava com una ona, fet ja indubtable, com podia mostrar fenòmens exclusius de les partícules?

En aquest apartat veurem com es pot descriure la llum amb aquesta nova idea que està formada per partícules. Això ens permetrà aprendre uns conceptes que ens serviran per a poder explicar com es pot crear llum (és a dir, entre altres coses, com s'ho fa una bombeta per a emetre llum) i, en concret, com funciona una font de llum molt important i sorprenent: el làser. Si recordeu l'apartat anterior, vam parlar de la necessitat d'utilitzar llum coherent per a observar interferències (subapartat 3.3.) i per a fer hologrames (subapartat 3.5.) i vam comentar de passada que una possibilitat és utilitzar un làser perquè ens dóna llum coherent. Ara veurem per què el làser té aquesta propietat. Finalment, el làser també és un element quasi imprescindible en tots els experiments d'una nova disciplina que potser ens durà moltes sorpreses en un futur proper: la informàtica quàntica. Les seves bases conceptuals són molt complexes i no hi entrarem, però com a informàtics sí que caldria que tinguéssiu una idea general del tema. Això és precisament el que farem per a acabar el mòdul.

### 4.1. La naturalesa corpuscular de la llum

Per a entendre el comportament de la llum en fenòmens com l'efecte fotoelèctric, Albert Einstein va aparcar momentàniament el fet que la llum és una ona i suggerí que l'única explicació possible per a aquest fet és considerar que la llum està formada per petits "paquets" que només poden contenir una quantitat d'energia igual a un múltiple d'un valor mínim fonamental, és a dir, que la quantitat d'energia és discreta.

#### L'efecte fotoelèctric

Descobert per H. Hertz el 1887, l'efecte fotoelèctric consisteix en l'emissió d'electrons des d'una superfície metàl·lica sobre la qual incideix radiació electromagnètica visible o ultraviolada. El fet que l'emissió d'electrons només es produeix per sobre d'una determinada freqüència llindar de la radiació, i no en funció de la intensitat, només es pot explicar suposant que la llum està quantificada.

#### L'efecte Compton

També anomenat difusió Compton i descobert per A. H. Compton el 1923, l'efecte Compton es tracta de la desviació de rajos X i  $\gamma$  per part d'un material. El fet que la radiació difosa tingui una freqüència menor que la incident (el desplaçament Compton) només es pot explicar correctament suposant que la radiació està quantificada.



## El gran any d'Einstein

Einstein publicà l'explicació de l'efecte fotoelèctric l'any 1905. Aquest any es coneix com *l'annus mirabilis* (any extraordinari) d'Einstein, ja que va publicar tres articles revolucionaris a la revista *Annalen der Physik*. El primer va ser precisament el de l'efecte fotoelèctric, titulat "Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt" (Sobre un punt de vista heurístic referent a la generació i transformació de la llum). El segon tractava d'un problema important en termodinàmica, el moviment brownià, i duia el títol "Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen" (Sobre el moviment de petites partícules suspeses en un líquid estacionari, tal com requereix la teoria cineticomolecular de la calor). Finalment el tercer article, "Zur Elektrodynamik bewegter Körper" (Sobre l'electrodinàmica dels cossos en moviment) va establir els fonaments de la teoria de la relativitat.

Els "paquets" de llum s'anomenen **fotons** i, a tots els efectes, es comporten com si fossin una partícula. L'energia de cada un d'aquests fotons seria:

$$E = hf \quad (88)$$

on  $E$  és l'energia,  $f$  és la freqüència de la llum (i, en general, de la radiació electromagnètica considerada) i  $h$  és una constant anomenada **constant de Planck** i que té el valor següent:

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \quad (89)$$

De fet Max Planck ja havia considerat anys abans, a partir de diversos problemes termodinàmics sobre l'intercanvi d'energia entre matèria i radiació, que l'energia només es podia intercanviar en quantitats que són un múltiple del valor  $h$ , però ara els treballs d'Einstein transformaven aquesta idea en una propietat bàsica de la naturalesa i establien que no només l'energia intercanviada ha de ser discreta, sinó que la mateixa energia que pot transportar la radiació ha de ser discreta.

## 4.2. La dualitat ona-partícula

Arribats en aquest punt potser us preguntareu "doncs en què quedem? la llum és una ona o és una partícula?" Com passa sovint en física, al capdall la pregunta de "què és?" ha de quedar aparcada i hem d'utilitzar més aviat la pregunta "com podem descriure això de la millor manera?" Nosaltres estem acostumats, en la nostra experiència quotidiana, al fet que les coses es comportin com a ones o com a partícules, amb una separació clara i nítida entre els dos comportaments. A escala atòmica i subatòmica, una escala a la qual ja no es poden aplicar les lleis de la física clàssica, sinó que hem de recórrer forçosament a la física quàntica, els conceptes d'ona i de partícula deixen de tenir sentit i tant les ones com les partícules exhibeixen un comportament

dual: en alguns casos es comporten com a ones i en alguns casos com a partícules.

Efectivament, no només la llum presenta característiques corresponents a les partícules, sinó que també les partícules presenten característiques que corresponen a les ones, com la difracció o la interferència. De fet aquesta idea va ser proposada per Louis de Broglie el 1924: de la mateixa manera que d'acord amb la hipòtesi d'Einstein la llum es podia considerar formada per partícules amb una energia  $E = hf$ , de Broglie va suposar que qualsevol partícula de massa  $m$  i velocitat  $v$  es podia interpretar com una ona, anomenada **ona associada**. La seva longitud d'ona,  $\lambda$ , seria:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (90)$$

Aquesta hipòtesi d'en de Broglie es confirmà ben aviat quan s'observaren feixos d'electrons que presentaven els típics fenòmens ondulatoris de la difracció i la interferència.

Així, doncs, com ja hem dit abans, tant les ones com les partícules exhibeixen un comportament dual: en alguns casos es comporten com a ones i en alguns casos com a partícules. Ara bé, cal recordar que aquest comportament dual només és observable a escala atòmica i subatòmica. A les escales macroscòpiques que ens són habituals el comportament corpuscular de la llum és difícil d'observar, així com també el comportament ondulatori de les partícules.

### Exemple

Per a convèncer-vos de la dificultat de veure el comportament ondulatori d'una partícula a escales macroscòpiques, podeu calcular quina és la longitud d'ona associada a una pilota de massa 200 grams i que es mou a 30 m/s, utilitzant l'equació 90:

$$\lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{0,2 \cdot 30} = 1,10 \cdot 10^{-34} \text{ m} \quad (91)$$

Aquesta longitud d'ona és extraordinàriament petita (penseu que el diàmetre típic d'un àtom és de  $10^{-10}$  metres i el d'un nucli atòmic és de  $10^{-15}$  metres). Així, resulta impossible arribar a observar fenòmens ondulatoris amb longituds d'ona tan i tan petites i per això no observem difracció ni interferències de pilotes ni de cap mena d'objecte macroscòpic.

### 4.3. La quantificació de l'energia

Recapitem les idees que hem presentat fins ara en aquest apartat:

- 1) La llum està formada per partícules que transporten una quantitat d'energia proporcional a la seva freqüència.
- 2) La llum i, per tant, la radiació electromagnètica, es pot comportar com un feix de partícules.

#### Louis de Broglie

Louis-Victor-Pierre-Raymond, VII duc de Broglie, proposà la hipòtesi de la dualitat ona-partícula en la seva tesi doctoral, l'any 1924. Per aquesta idea i els treballs posteriors sobre el tema, rebé el premi Nobel l'any 1929.

#### Macroscòpic i microscòpic

Habitualment, per *macroscòpic*, s'entén qualsevol objecte visible a ull nu o que té unes dimensions superiors a un mil·límetre, i per *microscòpic*, qualsevol objecte no visible a ull nu o inferior a un mil·límetre.

3) Les partícules poden presentar característiques típiques de les ones, com la interferència o la difracció.

Durant les dècades de 1920 i 1930, a partir de totes aquestes idees també es va arribar a la conclusió que la quantitat d'energia que conté qualsevol sistema físic lligat o limitat, és a dir, sotmès a unes condicions de contorn, no pot tenir un valor qualsevol, sinó un múltiple de la constant de Planck. Aquí, quan diem que el sistema està sotmès a condicions de contorn volem dir que té alguna frontera, està sotmès a un conjunt de forces que eviten que pugui anar a qualsevol lloc de l'espai.

En concret, els electrons que giren al voltant dels nuclis atòmics no poden tenir qualsevol valor de l'energia, i com que l'energia depèn de la distància al nucli, resulta que els electrons només es poden trobar a unes distàncies concretes del nucli, cadascuna corresponent a un dels valors possibles de l'energia. Aquestes distàncies i valors de l'energia s'anomenen **nivells energètics** de l'àtom i es diu que l'àtom té un **espectre energètic** discret.

#### 4.4. La descripció quàntica de la llum

Quan es va establir que la llum es podia considerar, en alguns casos, com formada per partícules, mancava una teoria global que permetés descriure la llum d'aquesta manera. Durant els anys 20 i 30 del segle xx es va anar desenvolupant, a partir de les idees inicials de Planck, Einstein i altres, una nova manera de descriure els sistemes físics: la **mecànica quàntica**. Amb els grans treballs de Niels Bohr, Erwin Schrödinger, Werner Heisenberg, Max Born, Paul Dirac i molts altres, aquesta novetat revolucionària va permetre explicar i descriure de forma precisa la llum com a partícules i també les partícules com a ona, tal com havia suggerit de Broglie.

En concret, la part de la mecànica quàntica dedicada específicament a l'estudi dels fenòmens electromagnètics s'anomenà, posteriorment, *electrodinàmica quàntica* i, en el cas de la llum, específicament, *òptica quàntica*.

L'**òptica quàntica** és la part de la física que s'ocupa d'aplicar les lleis de la mecànica quàntica a la descripció de la llum i a la interacció entre la llum i la matèria.

Cal dir que actualment la mecànica quàntica és la teoria més precisa que coneixem per a descriure com funciona i com està format el món (amb l'excepció de la gravetat, però això és ja una altra història que ens duria massa lluny). Tot i així, aplicar-la a fenòmens quotidians, macroscòpics, seria una mica com matar mosques a canonades. En altres paraules, atès que els fenòmens típicament quàntics són irrellevants a escala macroscòpica, en aquests casos n'hi ha prou amb la descripció clàssica ben diferenciada entre ones i partícules.

#### Descripció dels electrons

En realitat la descripció que fem dels electrons situats a distàncies concretes del nucli no és totalment correcta. De fet, és la descripció que es va fer als primers anys de la mecànica quàntica i ja ens serveix per als nostres propòsits, però heu de tenir present que és una simplificació. Si voleu aprofundir una mica més en el tema us recomanem que feu una llegida al capítol 34 de Tipler (2005).

La descripció quàntica de la llum i de la seva interacció amb la matèria és força complexa matemàticament (de fet, tota la mecànica quàntica té una complexitat matemàtica considerable), de manera que no intentarem cap mena de descripció més profunda. Per als temes que tractarem a continuació en tindrem prou amb les idees bàsiques que hem expressat al començament de l'apartat, que repetim a continuació:

- Per a la descripció de determinats fenòmens cal considerar que la llum està formada per partícules, que anomenem *fotons*.
- La llum només pot dur i intercanviar energia en múltiples d'una quantitat bàsica, proporcional a la seva freqüència:  $E = hf$ .
- Un sistema físic sotmès a condicions de contorn només pot presentar valors discrets, quantificats, de l'energia que té.

A continuació, i sempre tenint en compte les tres idees bàsiques que acabem de resumir, veurem com interacciona la llum amb la matèria. Això ens permetrà saber com un sistema físic pot emetre llum, a partir dels processos més bàsics entre fotons i àtoms i, en darrer terme, podrem explicar el funcionament del làser.

#### 4.5. Processos d'interacció entre la llum i la matèria

Hi ha diverses maneres en què la llum pot interaccionar amb la matèria en el seu nivell més fonamental, totes perfectament descrites mitjançant l'electrodinàmica quàntica. Nosaltres ara només tractarem, a un nivell qualitatiu, com interacciona la llum amb sistemes lligats, és a dir, sistemes que només poden tenir uns valors discrets de l'energia. Per a fer la descripció més concreta considerem la interacció de la llum amb un àtom o molècula, en la qual els processos bàsics són l'absorció, l'emissió estimulada i l'emissió espontània, que comentarem tot seguit.

##### 4.5.1. Absorció

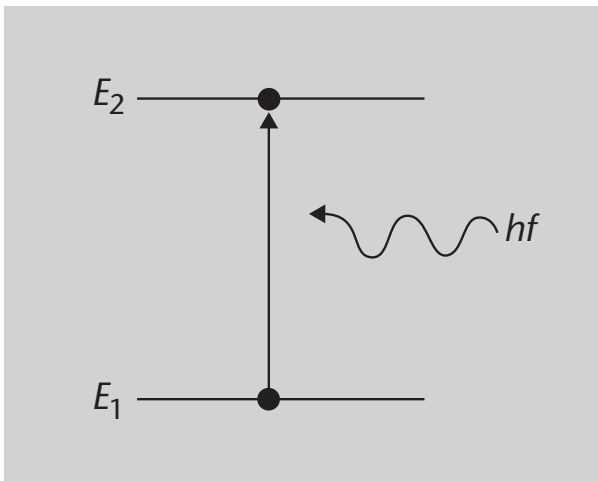
Quan un conjunt de fotons (un raig de llum) incideix sobre un conjunt d'àtoms (un tros de material) una de les coses que pot passar és que alguns d'aquests fotons siguin absorbits, és a dir, donin completament la seva energia als àtoms del material. En aquest intercanvi d'energia, l'àtom guanya l'energia que duia el fotó i aquest simplement desapareix.

L'absorció és el procés pel qual un electró d'un àtom o molècula absorbeix un fotó i augmenta la seva energia de manera que puja a un nivell electrònic superior, és a dir, realitza una **transició** cap a un nivell superior.

Podeu observar el procés esquemàticament a la figura 32. Si l'electró es troba inicialment en un estat d'energia  $E_1$  (que pot ser l'estat fonamental o un estat excitat) pot absorbir l'energia del fotó i pujar a un nivell superior d'energia  $E_2$ . Però això només pot passar si l'energia absorbida és igual a la diferència d'energies entre el nivell on es troba inicialment l'electró,  $E_1$ , i el nivell final on va a parar,  $E_2$ , segons la relació general  $E = hf$ :

$$E_2 - E_1 = hf \quad (92)$$

Figura 32. Esquema del procés de l'absorció



**Figura 32**

Un fotó de freqüència  $f$  i energia  $E = hf$  incideix sobre un material. Si en el material hi ha algun parell de nivells, la diferència d'energia entre els quals coincideixi amb l'energia del fotó  $E_2 - E_1 = E$ , es podrà produir l'absorció i un electró del material farà una transició i pujarà del nivell  $E_1$  al nivell  $E_2$ .

Aquest procés que acabem de descriure és per a un àtom i un fotó. Ara bé, normalment no tindrem només un àtom i un fotó, sinó que tindrem un conjunt d'àtoms i un feix de fotons que incideix sobre els àtoms. Llavors caldria veure a quina velocitat es produeix l'absorció, és a dir, quants fotons són absorbits i amb quina rapidesa. Per a fer això considerem un grup d'àtoms o molècules en un estat  $E_1$  que tenen una densitat  $n_1$  (és a dir, el nombre d'àtoms per unitat de volum) i sobre el qual arriba un feix de fotons, amb una densitat  $\rho$  (és a dir, el nombre de fotons per unitat de volum).

La velocitat a què es produeix el procés d'absorció (i, per tant, la desaparició de fotons), és a dir, la velocitat de transició, és la variació del nombre d'àtoms en l'estat  $E_1$  en funció del temps, o encara millor, la variació de la densitat  $n_1$  en funció del temps. No demostrarem aquí el resultat, però aquesta velocitat és donada per la relació

$$\frac{dn_1}{dt} = -B_{12}\rho n_1 \quad (93)$$

on  $B_{12}$  s'anomena **coeficient  $B_{12}$  d'Einstein** i és particular per a cada transició i  $\rho$  s'expressa d'una forma complexa en funció de la freqüència,  $f$ , i de la temperatura,  $T$ .

Fixeu-vos que el ritme de transició que ens mostra l'equació 93 és directament proporcional al nombre d'àtoms en l'estat inicial i també a la densitat de fo-

#### Derivada respecte al temps

Recordeu que una variació en funció del temps es pot expressar matemàticament com una derivada respecte al temps. És a dir, la variació o ritme de canvi d'una magnitud que depèn del temps,  $x(t)$ , en funció del temps és la derivada de  $x(t)$  respecte a  $t$ :  $dx(t)/dt$ .

$\rho$  és la lletra grega rho minúscula i es llegeix "ro".

tons de la radiació incident. La solució d'aquesta equació diferencial és una funció exponencial decreixent; és a dir, la quantitat  $n_1$  d'àtoms en l'estat més baix va disminuint exponencialment, a mesura que es produeixen absorcions.

Ja hem vist un dels processos bàsics d'interacció entre la llum i la matèria. Vegem-ne el segon.

#### 4.5.2. Emissió estimulada

L'emissió estimulada és el procés pel qual un electró d'un àtom o molècula en un estat excitat és pertorbat per un fotó incident i cau a un estat de menor energia, amb la consegüent emissió d'un segon fotó, idèntic al fotó incident, amb la mateixa freqüència i fase. A diferència del que passa en l'absorció, en aquest procés el fotó incident no desapareix, sinó que en canvi, resulta "amplificat", ja que després del procés no queda un fotó, sinó dos. Aquest procés és totalment quàntic i és la base de funcionament del làser, per exemple, tal com veurem en el subapartat 4.7.

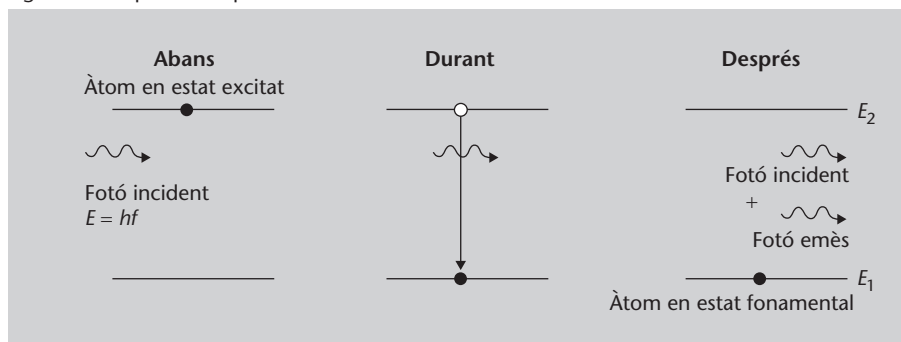
Ara bé, l'emissió estimulada no sempre és possible. Els electrons dels àtoms o molècules només es poden trobar en nivells d'energia determinats i l'emissió estimulada només es podrà produir quan els fotons incidents tinguin una energia que coincideixi amb la diferència d'energia entre dos nivells de l'àtom o molècula.

Podeu veure el procés esquematitzat a la figura 33, que descriurem tot seguit. Per a descriure el procés suposem que un electró es troba inicialment en un estat excitat d'energia  $E_2$  i que també existeix un estat de menor energia  $E_1$ . Si aquest àtom és pertorbat per un fotó la freqüència del qual és

$$f = \frac{E_2 - E_1}{h} \quad (94)$$

es podrà emetre un fotó idèntic al primer.

Figura 33. Esquema del procés de l'emissió estimulada



#### Estat excitat i estat fonamental

Recordeu que un estat excitat és un nivell electrònic que té una energia superior a la de l'estat fonamental, l'estat en què es troba l'àtom si ningú no el pertorba.

Figura 33

Un fotó de freqüència  $f$  i energia  $E = hf$  incideix sobre un material. Si en el material hi ha algun parell de nivells, la diferència d'energia entre els quals coincideixi amb l'energia del fotó  $E_2 - E_1 = E$ , i hi ha electrons situats al nivell superior  $E_2$ , es podrà produir emissió estimulada i un electró del material baixarà del nivell  $E_2$  al nivell  $E_1$  i s'emetrà un fotó idèntic en tots els seus paràmetres al fotó incident.

De la mateixa manera que hem fet abans amb el cas de l'absorció (subapartat 4.5.1.), en un grup d'àtoms o molècules en estat excitat que tenen una densitat  $n_2$  i sobre el qual arriba un feix de fotons, amb una densitat  $\rho$ , la velocitat a què es produeix el procés d'emissió estimulada (i, per tant, l'emissió de nous fotons) és donada per la relació

$$\frac{dn_2}{dt} = -B_{21}\rho n_2 \quad (95)$$

on  $B_{21}$  s'anomena **coeficient  $B_{21}$  d'Einstein**. En els casos més simples resulta que  $B_{12} = B_{21}$ .

Recordeu que hem vist  $B_{12}$  al subapartat 4.5.1.



Fixeu-vos que el ritme de transició és directament proporcional al nombre d'àtoms en l'estat excitat,  $n_2$ , i també a la densitat de fotons de la radiació incident. La solució d'aquesta equació diferencial, igual que en el cas de l'absorció, és una funció exponencial decreixent, és a dir, la quantitat  $n_2$  d'àtoms en l'estat excitat va disminuint exponencialment, a mesura que es produeixen emissions estimulades i el nombre de fotons emesos creix de la mateixa manera. Ara bé, en aquesta situació també es produeix el procés d'absorció, ja que els àtoms que ja hagin caigut al nivell més baix poden ser excitats novament pels fotons, de manera que en realitat s'ha de solucionar aquesta equació però amplificada amb el terme corresponent a l'absorció, que ja hem vist abans.

Cal remarcar que el punt clau de l'emissió estimulada és que els fotons emesos són idèntics als incidents, i això dóna lloc al fet que la llum emesa sigui coherent, característica bàsica per a comprendre els processos d'interferència en òptica, com hem vist en l'apartat d'òptica ondulatoria (subapartats 3.3., 3.4. i 3.5.).

Ja hem vist dos dels processos bàsics d'interacció entre la llum i la matèria. Només ens en falta un; passem a estudiar-lo.

### 4.5.3. Emissió espontània

L'emissió estimulada i l'absorció es donen en unes condicions molt concretes, quan tenim fotons que arriben als àtoms i amb una freqüència adequada: en aquest cas, com ja hem dit, es poden produir aquests dos fenòmens. Però hi ha un altre procés que es produeix sempre, independentment de si sobre els àtoms incideixen fotons o no. Es tracta de l'emissió espontània.

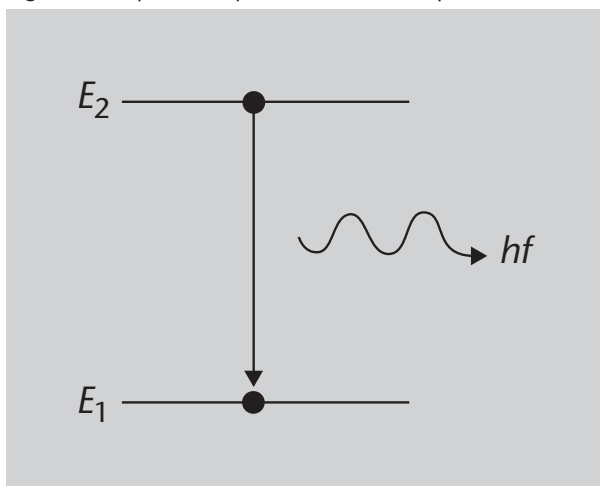
L'**emissió espontània** és el procés pel qual un electró d'un àtom o molècula en un estat excitat cau espontàniament a l'estat fonamental o a un estat de menor energia, amb la consegüent emissió d'un fotó.

Podeu veure el procés esquematitzat a la figura 34, que descriurem tot seguit. Quan un electró es troba inicialment en un estat excitat d'energia  $E_2$ , pot caure espontàniament a un nivell inferior d'energia  $E_1$  i el fotó emès tindrà una energia igual a la diferència d'energies entre el nivell inicial i el nivell final de l'electró. Per tant, la freqüència  $f$  d'aquest fotó, segons la relació general  $E = hf$ , serà:

$$f = \frac{E_2 - E_1}{h} \quad (96)$$

Aquest procés és realment espontani, no cal que hi hagi cap mena d'estímul perquè es produeixi.

Figura 34. Esquema del procés de l'emissió espontània



**Figura 34**

Quan un electró es troba inicialment en un estat excitat d'energia  $E_2$ , pot caure espontàniament a un nivell inferior d'energia  $E_1$  i el fotó emès tindrà una energia igual a la diferència d'energies entre el nivell inicial i el nivell final de l'electró:  $E = E_2 - E_1$ .

Si  $n_2$  és la densitat d'àtoms que hi ha a l'estat  $E_2$ , el ritme a què van caient electrons espontàniament a un nivell més baix  $E_1$  és donat per:

$$\frac{dn_2}{dt} = -A_{21}n_2 \quad (97)$$

on  $A_{21}$  és el **coeficient A d'Einstein**.

Amb aquest subapartat dedicat a l'emissió espontània hem acabat aquesta introducció als tres processos bàsics d'interacció entre llum i matèria. Amb aquests coneixements serem capaços d'entendre un procés tan bàsic i habitual com és el d'emetre llum, que podem veure cada dia en el Sol, en les bombetes o en els làsers.

#### 4.6. Fonts de llum

Fins ara hem estat parlant molt sobre la llum, què és el que pot fer i com la podem descriure. Però encara no hem dit res sobre com es pot produir llum.



Ara que ja hem parlat una mica de mecànica quàntica, de la descripció de la llum en termes de fotons i de com interacciona amb la matèria, podem mirar d'entendre com es pot produir llum des d'un punt de vista fonamental.

### Generació d'ones electromagnètiques

Com que la llum no és més que una ona electromagnètica d'unes certes longituds d'ona, potser ens podem fer la mateixa pregunta que ens fem per a la llum, però per a totes les ones electromagnètiques. Ara bé, malgrat que qualsevol ona electromagnètica només es diferencia de qualsevol altra per la seva freqüència, la forma de generar-les pot ser molt diferent, ja que els processos i les energies implicades varien enormement, des de les ones de ràdio, que són de molt baixa energia, als rajos  $\gamma$  amb unes energies enormes. En cada cas es té una problemàtica concreta que s'ha de tractar separatament i, per tant, no ens entretindrem en els diversos casos, dels quals donarem ara una breu pinzellada. En canvi, sí que ens aturarem una mica més en la part de l'espectre elctromagnètic que tractem en aquest mòdul, la llum, i veurem els diversos mètodes de generació de llum en els subapartats següents.

De forma molt general, les ones electromagnètiques de baixa freqüència, com les de ràdio, es poden produir fent oscil·lar corrents elèctrics en conductors llargs, que no són altra cosa que el que anomenem *antenes*; la freqüència de l'ona electromagnètica emesa és llavors igual a la freqüència a què es fa oscil·lar el corrent elèctric. Per a les micro-ones s'acostumen a usar dispositius que aprofiten la interacció d'electrons amb camps magnètics, amb aparells anomenats *magnetrons* i *klystrons*, i alguns tipus de transistors especials. A l'altra banda de l'espectre, per a generar ones electromagnètiques molt energètiques com els rajos  $\gamma$ , cal produir transicions entre els nivells energètics dels nuclis atòmics.

#### 4.6.1. Com fer llum

Per a produir llum, el mecanisme que cal utilitzar és, en el fons, molt simple. En poques paraules, la fórmula per a produir llum és: excitar electrons i deixar que es desexcitin.

La diferència principal entre els diversos tipus de fonts de llum es troba en el mecanisme que utilitzen per a excitar els electrons. Vegem una mica les fonts de llum artificial més habituals.

#### 4.6.2. Làmpades d'incandescència

Potser el tipus més habitual de font de llum avui en dia és la làmpada d'incandescència, la bombeta de tota la vida, que teniu a la figura 35. Tots n'hem vist moltes, de bombetes, i com haureu pogut comprovar estan formades per una closca de vidre (el que estrictament s'anomena *bombeta*) dins de la qual hi ha un filament d'un material conductor, normalment tungstè, situat sobre uns suports i connectat a la part inferior de la bombeta. L'interior de la bombeta acostuma a estar ple d'un gas inert, com argó o neó.

Figura 35. Bombeta i filament

**Figura 35**

Una bombeta d'incandescència típica. A la dreta, imatge ampliada d'un fragment del filament de tungstè.

En les bombetes el mecanisme d'excitació és fer passar un corrent elèctric pel filament conductor. El corrent elèctric no és res més que un conjunt d'electrons que es mouen. Aquests electrons que es van movent pel fil xoquen amb els àtoms del material de què està fet el fil i en aquests xocs donen energia als àtoms. Els electrons d'aquests àtoms s'exciten i, posteriorment, per emissió espontània, tornen a caure a un nivell més baix amb la consegüent emissió de fotons (recordeu l'emissió espontània que hem explicat en el subapartat 4.5.3.).

Potser us haureu adonat, en el paràgraf anterior, que el mecanisme d'excitació és fer xocar electrons amb els àtoms del filament. Però, en canvi, al subapartat 4.5. sobre els processos d'interacció llum-matèria no hem parlat de xocs. No hem dit que tot es reduïa a l'absorció, l'emissió estimulada i/o l'emissió espontània? Aquí ens ha sortit l'emissió espontània en la desexcitació dels àtoms, però i l'excitació? Com és que no es produeix amb un procés d'absorció?

Bé, la resposta és que en realitat sí que es produeix per un fenomen d'absorció. Tenim electrons del corrent que circulen per dins del material del filament; i diem que aquests electrons xoquen amb els àtoms. El punt clau és què vol dir que "xoquen". En realitat, amb una descripció més fonamental, aquest xoc es produeix de la manera següent:

- 1) L'electró del corrent perd una mica d'energia i emet un fotó;
- 2) aquest fotó arriba a un dels àtoms del filament;
- 3) aquest fotó és absorbit per aquest àtom, que resulta excitat i puja de nivell.

Per tant, en darrer terme sí que tenim un procés d'absorció: malgrat que per comoditat parlem de xoc entre un electró i un àtom, en realitat es produeix l'absorció d'un fotó.

Aquesta descripció que hem fet del mecanisme d'emissió de llum d'una làmpada d'incandescència és a escala atòmica. Des d'un punt de vista macroscòpic això es tradueix en l'escalfament del fil metàl·lic, que pot arribar a uns 2.000 °C i fins i tot 3.000 °C i veiem que "es posa al roig". Això provoca la lenta evaporació del filament i petites impureses fan que aquesta evaporació sigui més ràpida en alguns punts: és precisament el trencament definitiu del filament per un d'aquests punts el que passa quan la bombeta es fon.

Com que en un material sòlid hi ha una enorme quantitat de nivells energètics (de fet tan gran que ja no es parla de *nivells*, sinó de *bandes*), les bombetes emeten el que s'anomena un **espectre continu**, és a dir, emeten radiació electromagnètica en totes les longituds d'ona. Ara bé, la major part de radiació que emeten no és en forma de llum visible, sinó de rajos infrarojos, que percebem en forma de calor. L'eficiència lluminosa d'una bombeta de 60 W no supera el 3%, és a dir, que de tota l'energia que li subministrem, només un 3% es converteix en llum.

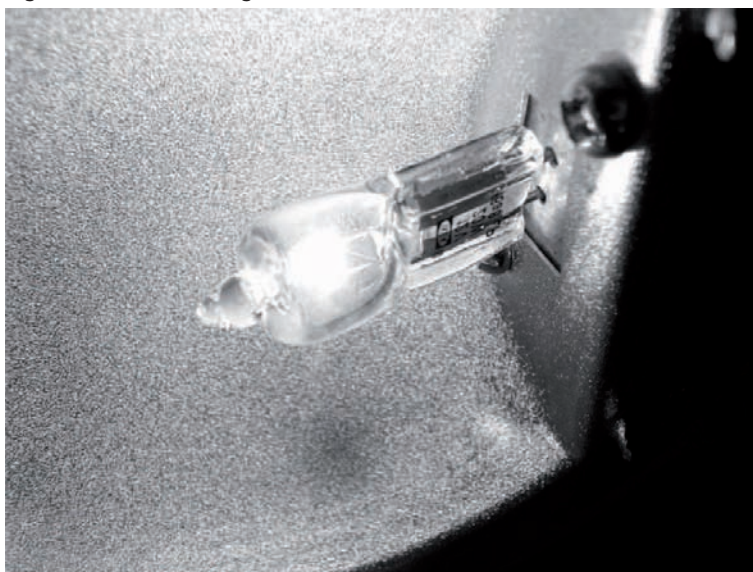
### Làmpades halògenes

Si es vol millorar el rendiment de les làmpades d'incandescència llavors cal augmentar-ne la temperatura, però quan es comencen a superar els 2.000 °C, apareixen problemes amb les bombetes tradicionals: el filament s'evapora molt ràpidament, augmenta la resistència del fil, el vidre de la bombeta s'enfosqueix, etc. Per a evitar tot això s'introdueix dins de la bombeta un gas halogen. La presència d'aquest gas, gràcies a una sèrie de reaccions químiques, anomenades *cicle de l'halogen*, compensa parcialment l'evaporació del filament i això permet assolir temperatures més altes. Aquestes bombetes s'anomenen halògenes i en teniu un exemple a la figura 36.

#### Elements halògens

Els elements halògens són els de la penúltima columna de la taula periòdica: fluor, clor, brom, iode i àstat. En les làmpades halògenes s'acostuma a utilitzar iode o brom.

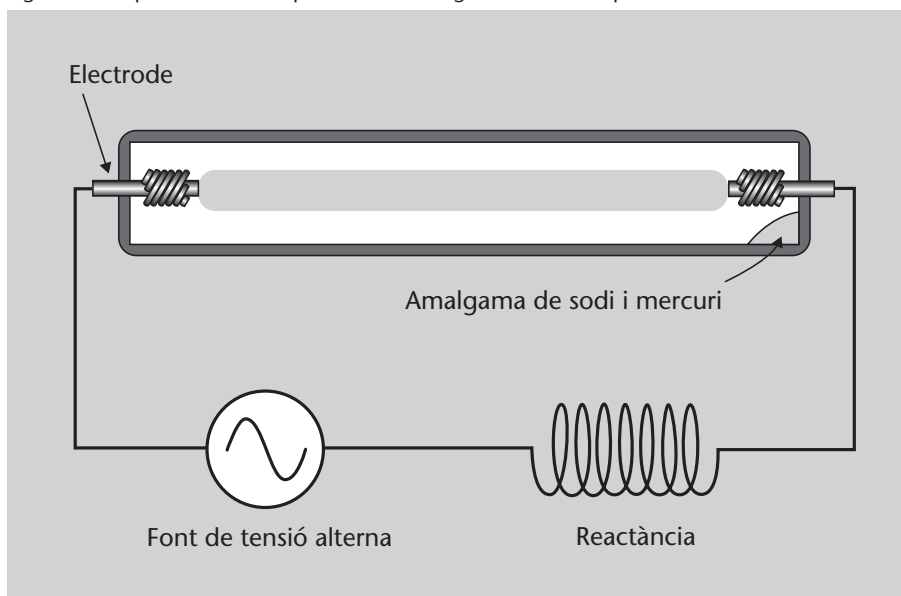
Figura 36. Bombeta halògena



### 4.6.3. Làmpades de descàrrega

Una altra possibilitat, en lloc de fer passar el corrent per un filament conductor, és fer-lo passar directament a través d'un gas. Les làmpades de descàrrega estan formades bàsicament per una bombeta plena de gas amb dos elèctrodes als seus extrems, com teniu esquematitzat a la figura 37. Quan s'encén una d'aquestes làmpades, inicialment es produeix una descàrrega elèctrica entre els elèctrodes, que ionitza el gas (és a dir, arrenca electrons dels àtoms del gas) i permet que segueixi passant un corrent elèctric a través del gas.

Figura 37. Esquema d'una làmpada de descàrrega de sodi a alta pressió



**Figura 37**

Destaquem la bombeta plena d'un gas i els dos elèctrodes, mitjançant els quals es produirà la descàrrega que iniciarà el corrent a través del gas.

Com que en aquest cas el medi que s'excita és un gas, els possibles nivells són molts menys que en el cas d'un sòlid i, per tant, les làmpades de descàrrega no emeten un espectre continu, sinó el que s'anomena **espectre discret**, és a dir, només emeten unes poques longituds d'ona, només en uns pocs colors. Les longituds d'ona emeses dependran del gas que s'utilitzi. Els més habituals són el neó, el xenó, el sodi i el mercuri, tot i que se n'utilitzen molts d'altres per a propòsits concrets.

Un tipus molt habitual i familiar de làmpada de descàrrega són els llums de sodi, que s'utilitzen àmpliament en la il·luminació urbana, com el de la figura 38. La majoria de fanals que il·luminen els carrers durant la nit són llums de sodi. És un dels tipus més eficients, però té l'inconvenient de donar una llum força monocromàtica, amb un color groc molt característic i per això només s'usen per a la il·luminació urbana general, ja que no permet distingir els colors amb claredat.

Figura 38. Llum de sodi

**Figura 38**

Típic fanal per a la il·luminació urbana. Es tracta d'una làmpada de descàrrega de sodi.

### Els tubs fluorescents

Un altre tipus de làmpada de descàrrega molt familiar és el tub fluorescent (en teniu uns exemples a la figura 39). Es tracta d'una millora de les làmpades de descàrrega, que intenta complementar l'espectre discret mitjançant el fenomen de la fluorescència, com comentarem a continuació.

Figura 39. Diversos tipus de fluorescents



### Fluorescència i fosforescència

La **fluorescència** és l'emissió de llum visible per part d'un material després d'haver absorbit radiació d'una longitud d'ona generalment més petita. És especialment significatiu el cas en què la radiació absorbida és ultraviolada i el material reemet l'energia en forma de llum visible. La **fosforescència** és un tipus especial de fluorescència en què el material no reemet immediatament tota l'energia absorbida, sinó que la reemet després d'un temps que pot arribar a ser molt llarg.

En molts casos, en les làmpades de descàrrega s'emet una part considerable d'energia com a rajos ultraviolats. Si es recobreix la bombeta amb una pintura fluorescent, tots aquests rajos ultraviolats seran absorbits i després reemesos en forma de llum visible. D'aquesta manera s'aconsegueix aprofitar com a llum l'energia emesa per la làmpada en l'ultraviolat. A més, jugant hàbilment amb el tipus de pintura fluorescent, es poden controlar fins a cert punt les freqüències emeses per la làmpada i aconseguir un espectre força continu. En general els tubs fluorescents tenen un bon rendiment (superior al 20%, compareu-lo amb el 3% de les bombetes d'incandescència) i donen una llum ben equilibrada pel que fa a freqüències, fet que permet distingir bé els colors amb la seva llum. Per això, i pel seu baix consum, s'utilitzen àmpliament en entorns de treball.

#### 4.6.4. Díodes electroluminescents

Els díodes electroluminescents, o LED, són una de les fonts de llum més noves, introduïda el 1962. Els LED tenen molts avantatges sobre les bombetes d'incandescència, com un consum d'energia molt menor, un major temps de vida, més resistència i fiabilitat i la possibilitat d'una mida molt petita, tot i que també són més delicats de fabricar i manipular (a la figura 40 en teniu uns exemples).

La sigla LED prové de la denominació anglesa *light-emitting diode*.

Figura 40. Diversos tipus de LED



Un díode és, en general, la unió de dos tipus de material semiconductor: un semiconductor de tipus  $p$  i un semiconductor de tipus  $n$ . No entrarem en detalls del funcionament, però sí comentarem que a la zona d'unió entre els dos semiconductors hi ha un salt d'energia entre els nivells d'energia (de fet, bandes d'energia) dels dos materials. Quan fem circular corrent a través d'aquesta unió en el sentit adequat, els electrons que hi van passant perden energia i, en el procés, emeten fotons. Si us hi fixeu, d'una manera diferent, estem fent el mateix procés de sempre: dur electrons a nivells d'energia alts i després deixar o, en aquest cas forçar, que caiguin cap a nivells més baixos.

En funció dels materials semiconductors utilitzats, l'emissió del LED es troba en diferents franges concretes de longitud d'ona. Per exemple, els LED d'arseniur de gal·li i els d'arseniur de gal·li i alumini emeten en l'infraroig (i es poden usar, per exemple, en comandaments a distància), mentre que els de fosfur de gal·li, entre molts altres, poden emetre en moltes longituds d'ona visibles.

Fins fa poc temps, la baixa intensitat dels LED feia que no s'utilitzessin mai per a il·luminar objectes o espais (el que s'anomena *il·luminació indirecta*) sinó només com a elements senyalitzadors i indicadors. Però en els darrers anys s'ha avançat molt en la fabricació de LED, i actualment en podem trobar amb emissió des de l'infraroig fins a l'ultraviolat i amb intensitats molt grans. En concret, el desenvolupament de LED de llum blanca d'alta potència ha permès que puguin treballar com a fonts d'il·luminació indirecta, i substitueixin les làmpades d'incandescència tradicionals.

Per a acabar, una altra font de llum moderna i especialment important és el làser, però com que té unes característiques força peculiars, val la pena dedicar-li tot un subapartat nou.

#### 4.7. El làser

El **làser** és un dispositiu que utilitza el procés d'emissió estimulada, que hem vist en el subapartat 4.5., per a emetre un raig de llum coherent i, normalment, d'alta monocromaticitat i direccionalitat. Aquestes propietats el diferencien d'altres fonts de llum habituals, que emeten sempre llum amb una coherència molt baixa, ja siguin naturals, com el Sol o una flama, o artificials, com les bombetes d'incandescència (subapartat 4.6.2.), les làmpades de gas (subapartat 4.6.3.) o els díodes electroluminescents (subapartat 4.6.4.), que hem comentat en el subapartat 4.6. sobre fonts de llum.

##### Raig coherent i monocromàtic

Recordeu que *coherent* significa que totes les ones emeses mantenen una diferència de fase constant i que *monocromàtic* significa que emet en una sola freqüència o, més realísticament, en un interval molt estret de freqüències.

Des de la seva creació, el 1960, el làser ha sofert un desenvolupament extraordinari i les seves aplicacions s'han multiplicat, des dels lectors de CD i lectors de codi de barres fins a grans aplicacions industrials, sofisticats experiments de recerca en física i un ús cada vegada més habitual en medicina. De fet, fou l'aparició del làser la que va donar un nou impuls a l'òptica quan semblava que era una disciplina que ja tenia poc a dir, fins al punt que es va crear el terme *fotònica* per a indicar, en bona part, aquest nou camí iniciat per l'òptica.

Vegem, doncs, de forma qualitativa, com funciona un làser i quines són les seves característiques bàsiques i les aplicacions més habituals.

##### 4.7.1. Principi de funcionament del làser

Un làser es basa en dos fenòmens físics que es produeixen gràcies a dos elements que el formen: un és el procés d'emissió estimulada que té lloc a l'a-

#### LED per a semàfors

Pot ser que a la vostra ciutat s'hagin començat a substituir els llums dels semàfors per conjunts de LED, que donen una llum molt més intensa.

#### El nom làser

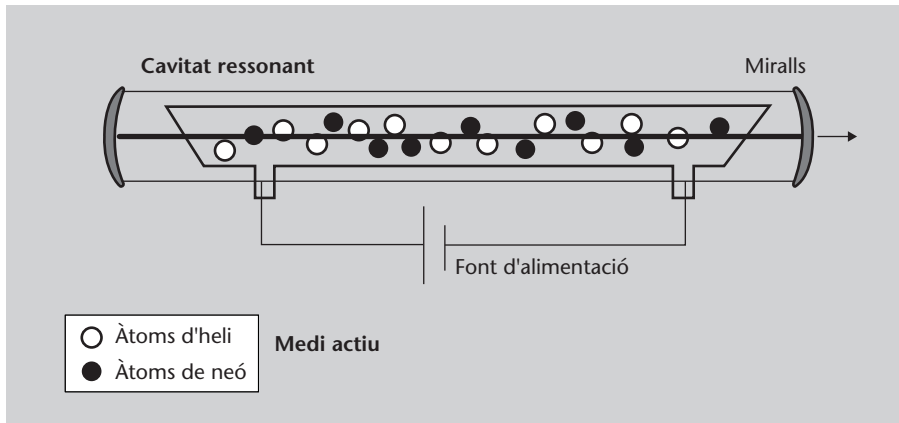
La denominació *làser* prové de l'acrònim anglès de *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, 'amplificació de llum per emissió estimulada de radiació'. Cal dir que, per extensió, s'anomena *llum làser* a la llum emesa per un làser.

#### Adreça web recomanada

Podeu trobar una versió lleugerament diferent i més divulgativa d'aquest subapartat a l'article "làser" de la Viquipèdia, redactat majoritàriament pel mateix autor d'aquest mòdul. El teniu disponible a: <http://ca.wikipedia.org/wiki/Làser>.

nomenat *medi actiu*, que és el medi que provoca l'emissió làser, i l'altre, el procés d'amplificació i interferència que té lloc a la *cavitat ressonant*. A la figura 41 podeu veure un esquema simplificat d'un làser típic (en concret, un làser d'heli-neó, però els seus components principals són genèrics per a qualsevol mena de làser), amb el medi actiu i la cavitat ressonant, limitada per dos miralls; mentre que a la figura 42 en podeu veure un de debò (en aquest cas utilitzat per a realitzar experiments de recerca en òptica).

Figura 41. Esquema d'un làser



Quan un fotó interacciona amb un àtom es poden produir dos fenòmens, com ja hem vist: l'absorció o l'emissió estimulada (subapartats 4.5.1. i 4.5.2.). En el primer cas el fotó és absorbit per l'àtom i aquest augmenta la seva energia (un electró puja a un nivell energètic superior). En el segon cas l'àtom disminueix la seva energia (un electró baixa a un nivell energètic inferior) i emet un fotó d'energia, longitud d'ona, direcció i fase idèntiques a les del fotó incident, de manera que abans de la interacció teníem un fotó i després en tenim dos d'idèntics (podeu tornar a mirar les figures 32 i 33 per a recordar millor aquests processos).

En el medi que generarà l'emissió de llum làser, anomenat **medi actiu**, s'aconsegueix, jugant hàbilment amb els nivells electrònics dels àtoms, que el procés d'emissió estimulada superi el procés d'absorció. Aquesta situació s'anomena **inversió de població**, i en ella hi haurà sempre més àtoms en estats excitats que en estats de menor energia. Així, si inicialment partim d'un sol fotó, després de passar a través del medi actiu, gràcies a la preeminència de l'emissió estimulada sobre l'absorció, n'hauréu obtingut molts.

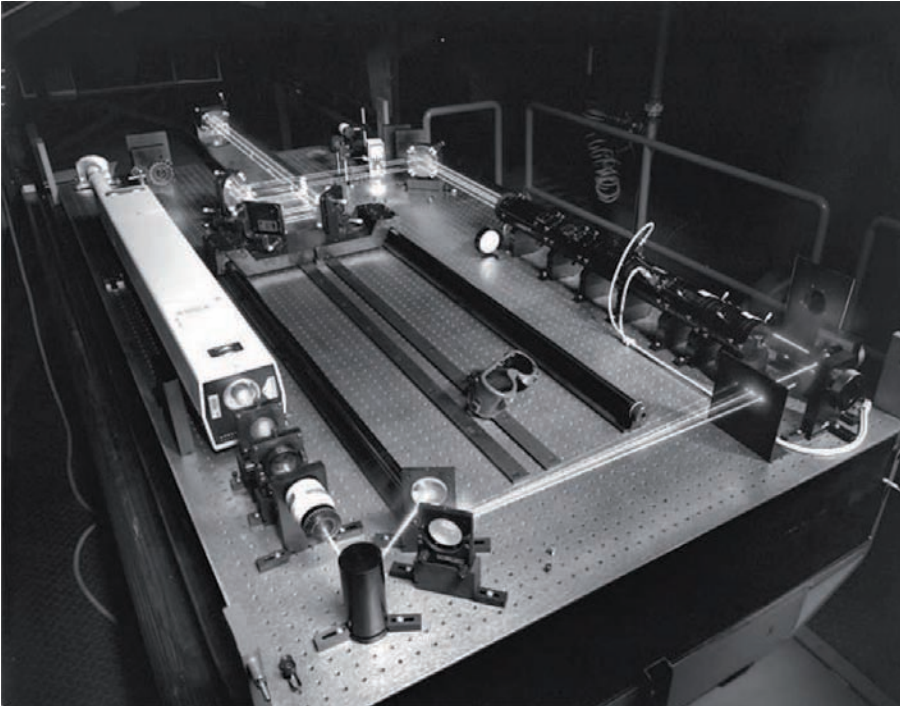
Veiem, doncs, que d'aquesta manera estem **amplificant** la quantitat de llum inicialment disponible. A més a més, tota la llum que amplifiquem, com que es realitza gràcies a l'emissió estimulada, és exactament igual que la inicial, és a dir, és coherent. Per a aconseguir la inversió de població cal subministrar energia al medi actiu, procés que s'anomena **bombeig** i s'aconsegueix, per exemple, amb una descàrrega elèctrica o lluminosa (un flaix, un altre làser, etc.).

Figura 41

Esquema d'un làser d'heli-neó. Els seus components principals són genèrics per a qualsevol làser. Podem observar el medi actiu (en aquest cas format per una mescla gasosa d'heli i de neó) que és on es produeix l'emissió làser. Envoltant el medi actiu trobem la cavitat ressonant, que confina la llum i selecciona les longituds d'ona possibles i està limitada per dos miralls, un d'ells perfectament reflector i l'altre parcialment reflector. Per aquest darrer mirall surt la part de llum làser que podem utilitzar. Tot l'aparell està connectat a una font d'alimentació que proporciona l'energia necessària per al bombeig que ha d'aconseguir la inversió de població dins del medi actiu.



Figura 42. Un làser de recerca



Font: Wikimedia Commons

Figura 42

Un làser en funcionament en un laboratori de recerca. Podeu veure el làser a la part esquerra de la fotografia. El feix que emet, de color blavós, posteriorment es divideix i s'utilitza per a realitzar un experiment d'òptica. La taula on està situat tot l'equipament és una **taula òptica**, que acostumen a estar aïllades de l'entorn mitjançant un llit d'aire comprimit. Això evita que qualsevol vibració de l'edifici es transmeti a la taula i perjudiqui l'experiment. D'altra banda, en aquesta fotografia s'ha escampat una mica de pols per l'habitació, per a fer ben visible el feix làser; en condicions normals és molt difícil veure'l (i en el buit és totalment impossible, malgrat el que pogueu veure a les pel·lícules de ciència-ficció!).

En aquest punt és on entra en joc la **cavitat ressonant** o **interferòmetre**. Aquesta consisteix, en els tipus més simples de làsers, simplement en dos miralls col·locats als extrems del medi actiu; un d'aquests miralls és perfectament reflector i l'altre deixa passar una certa quantitat de llum, aquesta part de la llum és precisament la que surt del làser, la que podem veure i utilitzar. La importància dels miralls rau en el fet que, si no hi fossin, el feix de llum només passaria una vegada per l'interior del medi actiu; en canvi, col·locant els miralls es confina el feix de llum i està obligat a realitzar repetidament un camí d'anada i tornada entre els miralls; a cada pas pel medi actiu el feix s'amplifica cada vegada més gràcies a l'emissió estimulada. Jugant hàbilment amb la distància entre miralls i la seva reflectivitat s'aconsegueix l'equilibri entre l'amplificació del feix i la pèrdua d'energia a través del mirall (la llum útil aprofitable que emet).

El procés complet d'emissió làser pot resumir-se amb l'esquema següent:

- 1) El bombeig excita àtoms i crea inversió de població: hi ha més àtoms en estats excitats que en estats de menor energia.
- 2) Els àtoms retornen a un estat inferior d'energia per emissió espontània i en el procés emeten fotons de qualsevol fase i en qualsevol direcció. La majoria d'aquests fotons es perden sense tenir cap més efecte.
- 3) Algun dels fotons emesos sortirà casualment en la direcció de l'eix de la cavitat ressonant i quedarà confinat pels miralls, viatjant endavant i endarrere per la cavitat.

- 4) En aquest viatge provoca l'emissió estimulada de nous fotons en interaccionar amb els àtoms del medi actiu (que recordeu que segueix en situació d'inversió de població gràcies al bombeig, que no s'atura mai mentre el làser és en funcionament).
- 5) Les característiques de l'emissió estimulada ens asseguruen que els nous fotons seran idèntics, en freqüència, en fase i en direcció, a l'original.
- 6) Els nous fotons s'afegeixen al procés iniciat pel primer fotó al pas 3 en una mena de "reacció en cadena".
- 7) La quantitat de fotons creix exponencialment fins que el ritme de creació queda compensat amb les pèrdues de llum a través d'un dels miralls (la llum làser que surt de l'aparell i que podem aprofitar) i s'arriba a un equilibri.
- 8) L'emissió espontània (aleatòria i en totes direccions) segueix tenint lloc, però és menyspreable comparada amb l'estimulada.

#### 4.7.2. Característiques de la llum làser

Per la pròpia naturalesa del procés d'emissió de la llum (l'emissió estimulada), aquesta és d'una gran coherència, és a dir, totes les ones electromagnètiques emeses estan en fase. Aquesta és la característica més definitòria de la llum làser i la que li confereix tanta importància en moltes aplicacions.

D'altra banda, el feix dins la cavitat i el feix que surt, si no es condueixen per guies d'ones (com ara una fibra òptica, que ja hem vist en el subapartat 2.5.), acostumen a ser feixos que tenen una divergència normalment molt petita, és a dir, **són molt col·limats**. La divergència d'un feix làser acostuma ser petita, com podeu observar amb el feix d'un punter làser, que "s'obre" molt poc.

Tot i així, depèn del tipus de làser. Per exemple, un feix d'un làser d'heli-neó divergeix fins a un diàmetre de només 1,6 km a una distància de 350.000 km (que és aproximadament la distància de la Terra a la Lluna): això vol dir que el seu angle de divergència és d'aproximadament  $0,01^\circ$ , és a dir, "s'obre" en un angle de  $0,01^\circ$ . En canvi, el feix d'un làser de semiconductor pot divergir molt ràpidament en un angle considerable, de fins a  $50^\circ$ . Cal remarcar que no és possible crear un feix perfectament col·limat (amb una divergència de  $0^\circ$ ) a causa de la difracció amb les vores del forat per on surt la llum (sí, encara que no ho sembli, quan la llum "passa" pel forat es difracta).

En general, els làsers emeten llum molt monocromàtica, però alguns tipus de làsers produeixen llum en un ampli ventall de longituds d'ona. La monocromaticitat, per tant, malgrat ser habitual en molts làsers, no n'és una característica definitòria.

L'emissió estimulada s'estudia al subapartat 4.5.2.



#### Col·limació

La col·limació indica el grau de divergència d'un feix, és a dir, si "s'obre" molt o poc.

### 4.7.3. Tipus de làsers

Actualment existeix una gran diversitat de làsers, que es classifiquen bàsicament segons el tipus de medi actiu utilitzat. Els diferents medis actius permeten obtenir diferents longituds d'ona de la llum emesa, diferents amplades de banda, diferents potències o diferents graus de monocromaticitat, entre altres característiques.

#### Mode polsat i mode continu

Els làsers poden funcionar en dos modes diferents. En un cas emeten llum de manera contínua, sense interrupcions; és el que s'anomena **mode continu**. En un altre cas poden emetre llum només a intervals, com a polsos molt breus; és el que s'anomena **mode polsat**. Amb el mode polsat es poden aconseguir potències molt altes, ja que l'energia del làser queda concentrada en un temps molt petit. Recordeu que la potència és l'energia dividida pel temps: així, amb una mateixa energia, si el temps durant el qual s'emet és molt curt, la potència serà molt gran.

Els tipus més importants de làsers són els següents:

- **Làsers de gas:** el medi actiu és un gas. Són molt habituals, com el làser d'heli-neó o el d'argó, presents en espectacles i discoteques. També cal destacar els làsers de CO<sub>2</sub> i de CO, que poden arribar a potències de l'ordre del megawatt i s'utilitzen sovint en soldadura i metal·lúrgia.
- **Làsers químics:** el medi actiu es bombeja amb l'energia obtinguda a partir de reaccions químiques.
- **Làsers d'estat sòlid:** el medi actiu és un material sòlid, sovint un cristall dopat amb impureses. El primer làser construït, el de robí, era d'aquest tipus. Actualment són habituals el làser de granat d'iterbi i alumini dopat amb neodimi, escrit més breument com Nd:YAG, i molts altres del mateix tipus. També és molt usat en medicina el làser de granat d'iterbi i alumini dopat amb holmi i en telecomunicacions s'usa sovint el làser de fibra dopat amb erbi.
- **Làsers de semiconductor:** utilitzen les transicions electròniques en un díode semiconductor, de la mateixa manera que ho fan els díodes electroluminescents. Actualment són, amb diferència, els més abundants i els podeu trobar en els lectors de CD i DVD, lectors de codis de barres, punters làser, etc.
- **Làsers d'excímers:** són làsers de gas que utilitzen molècules en estats excitats, anomenades *excímers*.
- **Làsers de colorants:** utilitzen un colorant orgànic com a medi actiu i són molt sintonitzables, és a dir, es pot escollir que el làser emeti entre una gran diversitat de longituds d'ona. Alguns colorants utilitzats són la Rodamina 6G, la fluoresceïna, el tetracè i el verd de malaquita.

#### Producció de làsers

L'any 2004 es van vendre, a tot el món uns 131.000 làsers, exclouent els làsers de semiconductor. Aquell mateix any, de làsers de semiconductor se'n van vendre 733 milions. Tanmateix, cal dir que els làsers de semiconductor són els més barats: els 733 milions venuts representaven uns 3.000 milions de dòlars, cosa que dona només uns 4 dòlars per làser, mentre que els 131.000 làsers d'altres tipus representaven uns 2.000 milions de dòlars, equivalent a uns 15.000 dòlars per làser!

- **Làzers d'electrons lliures:** són un tipus molt particular de làser, que no utilitza medi actiu, però es considera làser per les propietats definitòries de la llum làser.

Arribats en aquest punt, ja hem vist les idees més importants sobre el làser: com s'aconsegueix l'emissió làser, quines són les característiques bàsiques de la llum làser i quins són els tipus principals de làsers. Per a acabar aquest subapartat dedicat al làser, és il·lustratiu fer un petit comentari històric del procés de desenvolupament del làser i en quina situació es troba actualment.

#### 4.7.4. Desenvolupament del làser i avenços recents

La idea de combinar el procés d'emissió estimulada amb una cavitat que l'amplifiqués començà a considerar-se després de la Segona Guerra Mundial. El 1953, Charles H. Townes i els estudiants James P. Gordon i Herbert J. Zeiger van produir el primer **màser**, un aparell equivalent al làser però per a produir microones i no llum visible. Aquest màser, però, no podia emetre radiació de forma contínua. Al mateix temps, Nikolai Guennàdievitx Bàsov i Aleksandr Mikhàilovitx Prókhorov van solucionar els problemes de l'emissió contínua i van aconseguir crear un estat d'inversió de població permanent.

#### Nobel de física de 1964

Townes, Bàsov i Prókhorov guanyaren el premi Nobel de física l'any 1964 pels seus treballs sobre l'emissió estimulada i els primers treballs sobre el màser.

#### Els romans i el làser

Si llegim la *Història natural* de l'erudit romà Plini el Vell (que va viure entre els anys 23 i 79) ens trobarem amb un fragment curiós: *Laser [...] inter eximia naturae dona numeratum plurimis compositionibus inseritur*, que més o menys vol dir "El làser [...] és un dels més meravellosos regals de la natura i serveix per a les aplicacions més diverses". Que potser coneixien el làser, els romans? No, certament no el coneixien. Resulta que *laser* era el nom d'una planta medicinal, avui ja extingida, que aleshores s'utilitzava força. També rebia el nom de *laserpicium* i de *silphium* i possiblement pertanyia al gènere *Ferula*. Ara bé, el comentari que en fa Plini, ben bé es pot aplicar al nostre làser!

A finals dels anys 1950 es començà a intentar construir l'equivalent del màser per a la llum visible: el "màser òptic", com se'n deia aleshores. El mateix Townes i Arthur Leonard Schawlow, al mateix temps que l'equip soviètic de Bàsov, van estudiar diverses combinacions de nivells electrònics dels àtoms i diversos dissenys de cavitats ressonants. Finalment, el primer làser funcional el va dissenyar i construir el 1960 Theodore H. Maiman als laboratoris de recerca Hughes, a Malibú, Califòrnia. Maiman va dissenyar un cristall de robí amb un bombeig per flaix per a produir una emissió làser vermella de 694 nm. Aquest làser, però, només podia funcionar en règim polsat. Posteriorment, la idea de làsers que utilitzen un semiconductor com a medi actiu va ser proposada per Bàsov i Javan, i el primer díode làser, que emetia en l'infraroig proper, el va construir Robert N. Hall el 1962. Poc després apareixien els primers làsers de semiconductors d'emissió en el visible. Inicialment tots aquests làsers de semiconductors funcionaven en règim polsat; no va ser fins el 1970 que van aparèixer els primers en emissió contínua.

La primera aplicació quotidiana dels làsers va ser per a lectors de codis de barres, iniciada el 1974. Posteriorment, els lectors de discos compactes, introduïts el 1982, van ser els primers dispositius amb làser en convertir-se en un aparell domèstic a gran escala; és el moment en què els làsers van començar a entrar a les nostres llars.

El 1992 es va aconseguir per primera vegada l'emissió làser sense haver de mantenir el medi actiu en condicions d'inversió de població. Els objectius actuals en la tecnologia i recerca del làser passen per obtenir noves freqüències d'emissió (especialment a freqüències grans, com el blau, el violat i fins i tot l'ultraviolat o els rajos X), aconseguir polsos ultracurts, obtenir potències més elevades, tant en règim polsat com continu, i millorar l'eficiència (és a dir el quocient entre l'energia obtinguda i la subministrada a l'aparell).

A continuació, i per acabar aquest mòdul, passarem a un tema que aparentment no té res a veure amb l'òptica: la informàtica quàntica. El cert, però, és que totes les implementacions de la informàtica quàntica (és a dir, les seves realitzacions físiques o, si voleu, els "ordinadors quàntics") s'han fet mitjançant tècniques d'òptica quàntica i en les quals el làser té un paper prou important. D'altra banda, la majoria d'investigadors en informàtica quàntica provenen del camp de l'òptica quàntica. Com a estudiants d'informàtica, és important que tingueu una idea aproximada de les idees en què es basa la informàtica quàntica i que sigueu capaços de seguir, de forma qualitativa, els desenvolupaments futurs que es produeixin.

#### 4.8. Informàtica quàntica

En aquest subapartat entrem en un dels temes més de moda en la física actual: la informàtica quàntica. Es tracta d'un camp molt novedós, que utilitza conceptes sofisticats de física quàntica i que, si aconsegueix superar els problemes actuals, deixarà molt enrere els ordinadors electrònics que tots coneixem. Afortunadament podrem explicar els seus principis bàsics de forma qualitativa sense embolicar-nos massa amb tecnicismes de la mecànica quàntica. Això sí, com passa sempre en parlar de física quàntica, caldrà que estigueu preparats per a assumir alguns conceptes molt poc intuïtius.

La **informàtica quàntica** és la informàtica teòrica que utilitza les propietats quàntiques de la matèria per a representar dades i per a realitzar operacions sobre conjunts d'aquestes dades.

Certament, la informàtica quàntica es troba a les beceroles i encara és molt lluny de poder oferir resultats aplicables en la pràctica; només el temps dirà si es tracta d'una autèntica revolució o si els problemes a què s'enfronta la convertiran en un carreró sense sortida. Tot i així, les enormes possibilitats que

#### El LCLS

L'abril de 2009 va començar a funcionar el primer làser de rajos X que s'ha construït. Es tracta del Linac Coherent Light Source (LCLS), un làser d'electrons lliures situat a les instal·lacions de l'accelerador lineal de Stanford.

#### Informàtica molecular i de DNA

Un altre camp molt recent és la **informàtica de DNA**, que utilitza molècules de DNA i enzims en lloc de transistors basats en silici. Els ordinadors de DNA superen en velocitat als ordinadors electrònics clàssics, especialment per la seva capacitat de treball en paral·lel, però no aporten un canvi conceptual en termes de la teoria de la computabilitat, cosa que aparentment sí fan els ordinadors quàntics.

obriria en cas d'èxit fan que actualment molts equips de recerca hi estiguin treballant arreu del món. Ja s'han fet nombrosos experiments en què s'han realitzat operacions computacionals amb molt pocs bits (de fet, "bits quàntics", com veurem a continuació), però encara som força lluny d'un veritable ordinador quàntic.

Potser us preguntareu: quines són les promeses i suposades meravelles que ofereix la informàtica quàntica? Doncs bàsicament una capacitat de càlcul impensable avui en dia i, en molts casos, també impossible d'assolir mai per un ordinador electrònic, per molt potent que sigui. No és només un salt quantitatiu, sinó també un salt qualitatiu: per a molts problemes, els algorismes usats en informàtica quàntica són conceptualment diferents dels utilitzats en informàtica clàssica i permeten passar de problemes resolubles en un temps enorme a problemes resolubles en un temps raonable. És a dir, per a alguns problemes, els algorismes en un cas i en un altre pertanyen al que s'anomena *classes de complexitat* diferents.

Cal tenir en compte, però, que és possible que un ordinador quàntic no pugui solucionar problemes que no siguin solucionables, en teoria, també amb un ordinador clàssic; en altres paraules, un ordinador quàntic no pot convertir un problema irresoluble en un problema soluble. En termes més tècnics es diu que els ordinadors quàntics no poden violar la tesi de Church-Turing, tot i que és una afirmació amb què no tothom està d'acord. Aquesta tesi afirma que "si existeix un algorisme per a un problema, llavors existeix una màquina de Turing, una funció definible per recursió o una funció  $\lambda$  per a aquell algorisme". En termes més simples, afirma que qualsevol cosa computable és computable per una màquina de Turing; si una màquina de Turing no ho pot computar, res no ho podrà fer.

### Màquines de Turing

Una màquina de Turing és un dispositiu teòric, ideat per Alan Turing el 1936, que manipula símbols continguts en una cinta, per la qual es pot desplaçar endavant i endarrere. Una màquina de Turing està formada per un capçal que pot llegir els símbols de la cinta i escriure'n de nous, per un conjunt d'estats de la màquina i per una taula d'instruccions que, donat l'estat inicial del capçal i el símbol que llegeix de la cinta, determina el símbol que escriurà el capçal, l'estat intern en què es quedarà la màquina i el desplaçament que farà el capçal sobre la cinta. No es tracta de cap dispositiu informàtic pràctic, sinó un experiment teòric que representa una màquina de computar, un ordinador. El concepte és útil i molt potent perquè permet representar en un sistema molt simple qualsevol algorisme imaginable per a un ordinador.

Si realment els ordinadors quàntics no poden violar la tesi de Church-Turing, seran menys revolucionaris del que alguns experts suposen. Però així i tot, la diferència amb els ordinadors electrònics clàssics seguirà sent considerable pel que fa a la rapidesa de càlcul a mesura que un problema es fa més complex. Un altre punt a tenir en compte és que l'augment en la rapidesa de la resolució del problema depèn de quin problema sigui: hi ha problemes per als quals els algorismes quàntics no aporten cap millora respecte als clàssics, mentre que per a altres la millora és enorme. A continuació teniu un text d'ampliació en què comentem alguns d'aquests casos.

### Classes de complexitat

Les classes de complexitat són els diversos tipus en què es classifiquen els problemes computacionals. A grans trets, classifica els problemes en funció de com creix el nombre de passos de l'algorisme que resol el problema quan augmenta la mida del problema.

### Factorització d'un nombre enter

L'exemple habitual per a demostrar la potència dels ordinadors quàntics és la **factorització** d'un nombre enter. Per a entendre el problema cal recordar l'anomenat *teorema fonamental de l'aritmètica*, que afirma que qualsevol nombre enter es pot expressar com a producte de nombres primers. La factorització és precisament el problema contrari: donat un nombre enter qualsevol, trobar els seus factors, és a dir, els nombres primers que, multiplicats, donen el número original. Molts sistemes criptogràfics actuals es basen en aquest fet, com per exemple la criptografia de clau pública.

Es creu que la factorització no és un problema computacionalment factible per a un ordinador electrònic clàssic si el nombre enter a factoritzar és relativament gran (per exemple, un enter que sigui el producte de dos nombres primers de 300 dígits), ja que no existeix cap algorisme eficient (és a dir, que permeti resoldre el problema en un temps raonable). Com a mostra, penseu que el 2005 un equip alemany va aconseguir factoritzar un nombre de 193 dígits utilitzant ni més ni menys que 80 CPU Opteron AMD de 2,2 GHz funcionant durant 5 mesos sencers. Un ordinador quàntic, en canvi, podria trobar els factors en un temps raonable mitjançant un algorisme molt més eficient, l'algorisme de Shor, que és exponencialment més ràpid que el millor algorisme utilitzable per un ordinador clàssic. D'aquesta manera un ordinador quàntic podria trencar la majoria de sistemes criptogràfics que s'utilitzen avui en dia, que es basen precisament en la dificultat de la factorització.

A més de la factorització, s'han pogut elaborar algorismes quàntics molt més ràpids que els equivalents clàssics per a diversos problemes, com la simulació de processos de física quàntica en química i física de l'estat sòlid o per a trobar solucions de determinats tipus de polinomis i equacions. Cal tenir present, però, que no existeix cap demostració matemàtica del fet que per a alguns d'aquests problemes no pugui existir també un algorisme clàssic tan ràpid com el quàntic, però el cert és que no es coneix i els investigadors consideren poc probable que pugui existir.

Per a alguns problemes, els algorismes quàntics no ofereixen cap augment significatiu de velocitat, com el cas d'obtenir l'enèsima iteració d'una funció  $f(x)$  (és a dir, obtenir  $f(f(\dots f(x)\dots))$ ). En altres casos ofereixen un augment de velocitat polinòmic (és a dir, en un factor  $x^n$ ). Un de típic és el problema de cercar un registre en una base de dades. Per a aquest problema existeix un algorisme quàntic, l'algorisme de Grover, que aconsegueix reduir quadràticament (és a dir, en un factor  $x^2$ , on  $x$  és la mida de la base de dades) el nombre de consultes a la base de dades, respecte a les de qualsevol algorisme clàssic. I per a altres problemes l'augment de velocitat és exponencial, com en el cas de la factorització, que ja hem comentat.

#### 4.8.1. Principis bàsics

Per a entendre el principi de funcionament d'un ordinador quàntic, tornem primer a la base d'un ordinador electrònic. En aquests ordinadors la memòria està formada, des del punt de vista d'informació, per un conjunt de bits, i cada bit pot estar en un de dos estats possibles, un 1 o un 0.

En un ordinador quàntic la memòria està formada per **bits quàntics**, o **qubits**. Cada qubit pot estar en un estat 1, un estat 0 o, i aquí rau la diferència clau, en qualsevol superposició quàntica dels dos estats 1 i 0.

Segurament ara us preguntareu què vol dir això de "superposició quàntica" i per això haurem de fer un petit parèntesi.

En mecànica quàntica un sistema físic qualsevol no es descriu mitjançant la sèrie de variables habituals en física clàssica, com són la seva posició en fun-

ció del temps, la seva velocitat, les forces que hi actuen, l'energia, etc. En lloc d'això, un sistema físic es descriu mitjançant una magnitud que s'anomena **funció d'ona**,  $\psi$ , i la seva evolució en funció del temps està determinada per una equació que s'anomena **equació de Schrödinger**. El que és rellevant aquí per a nosaltres és que si un sistema físic té diversos estats possibles, que anomenarem, seguint la simbologia utilitzada en quàntica,  $|x\rangle$ ,  $|y\rangle$ , etc. el sistema no es pot trobar només en aquests estats, sinó també en qualsevol combinació d'estats del tipus:

$$|\psi\rangle = \alpha|x\rangle + \beta|y\rangle + \dots \quad (98)$$

on els coeficients  $\alpha$ ,  $\beta$ , etc. són nombres complexos que ens determinen la probabilitat d'observar cada un d'aquests estats. Segons la mecànica quàntica, quan mesurem l'estat en què es troba el sistema físic, podrem trobar l'estat  $|x\rangle$  amb una probabilitat  $|\alpha|^2$ , l'estat  $|y\rangle$  amb una probabilitat  $|\beta|^2$ , etc. En altres paraules, el sistema es troba en tots els estats possibles **ahora** i quan mesurem, representa que es "materialitza" (tècnicament se'n diu *col·lapsar*) un d'aquests estats, i que sigui un o l'altre depèn de la probabilitat de "materialitzar-se" que té cada estat en particular (que és donada pels coeficients  $\alpha$ ,  $\beta$ , etc.). No entrem ara aquí a discutir què significa aquesta "superposició" tan poc intuïtiva, que ha donat sempre molts maldecaps als físics i als filòsofs de la ciència, n'hi ha prou amb tenir clara la idea.

Així, en general, l'estat físic d'un qubit amb dos estats, 1 i 0, serà la superposició:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (99)$$

on  $\alpha$  i  $\beta$  són nombres complexos que ens determinen la probabilitat que es doni cada estat, com acabem de dir. D'aquesta manera, un únic qubit, com aquest, pot contenir teòricament una quantitat infinita d'informació però quan el mesurem ens donarà el resultat clàssic: el seu valor és 0 o 1. Ara bé, el punt clau és que mentre no el mesurem, la quantitat d'informació que conté, que pot ser molt més gran que simplement 0 i 1, sempre serà la mateixa. Així, amb un sol qubit podem estar manipulant i fent operacions sobre una quantitat molt més gran d'informació.

En concret, suposem que tenim ara dos qubits. Si fossin bits clàssics, podrien estar en **un** (i només un!) d'aquests estats: (0,0), (1,0), (0,1) o (1,1). En canvi, amb qubits, el sistema estarà en qualsevol superposició de **tots** quatre estats possibles:  $|\psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|10\rangle + \gamma|01\rangle + \delta|11\rangle$ . Mentre no fem cap mesura sobre el sistema, tots quatre estats hi són emmagatzemats (en el cas clàssic, només podem emmagatzemar un a la vegada, recordeu) i podem treballar amb tots ells, fer-hi operacions i obtenir-ne resultats. Per a 3 qubits, el sistema pot estar

$\psi$  és la lletra grega psi minúscula. A vegades també s'utilitza la psi majúscula,  $\Psi$ .

$\alpha$  és la lletra grega alpha minúscula.  
 $\beta$  és la lletra grega beta minúscula.

### Interpretacions de la mecànica quàntica

Cal dir que l'explicació que hem donat sobre la funció d'ona i sobre els coeficients  $\alpha$ ,  $\beta$ , etc. és la interpretació habitual que se'n fa, l'anomenada *interpretació de Copenhague*, però hi ha molts físics que no hi estan gaire d'acord. De fet els resultats tan poc intuïtius de la mecànica quàntica han fet que històricament el problema d'interpretar-los sigui ben important. Però això no ha de fer oblidar que, pel que sabem fins al moment, és la forma més correcta que tenim per a descriure sistemes físics.

$\gamma$  és la lletra grega gamma minúscula.  
 $\delta$  és la lletra grega delta minúscula.



en una superposició de tots els 8 estats possibles. I, en general, un ordinador quàntic amb  $n$  qubits pot ser en una superposició de fins a  $2^n$  estats simultàniament.

És això el que permet que, en molts problemes, un ordinador quàntic pugui augmentar exponencialment la velocitat de resolució. Ara bé, cal tenir en compte que si volem aprofitar la capacitat de càlcul hem de ser capaços de llegir la informació de forma eficient. Si guanyem una capacitat de càlcul exponencialment més ràpida però després, per a recuperar la informació, necessitem exponencialment més temps que en un ordinador clàssic (perquè tenim exponencialment més informació) al final no haurem guanyat res. És en aquest punt on entra el treball de dissenyar algorismes quàntics eficients i que aprofitin al màxim les possibilitats quàntiques i que permetin introduir i recuperar la informació de forma òptima.

### Exemple: l'oracle de Deutsch

L'oracle de Deutsch és un algorisme quàntic que ens diu si una funció definida en l'interval  $[0,1]$  és "constant" o "equilibrada": constant vol dir que  $f(0) = f(1)$  i equilibrada que  $f(0) \neq f(1)$ .

Amb un algorisme clàssic cal sempre un mínim de dues avaluacions de la funció per a obtenir la resposta: una avaluació al 0 per a trobar  $f(0)$  i una altra a l'1 per a obtenir  $f(1)$ ; tant se val si es calcula  $f(1) - f(0)$ , perquè també calen dues avaluacions, una a cada valor. Quànticament es poden crear estats (qubits) que siguin la superposició de  $f(0)$  i  $f(1)$ . Com que el qubit està en una superposició de tots dos, només caldrà fer una avaluació, una mesura, del qubit adequat i veure'n el resultat. L'algorisme especifica quines són les operacions que cal fer als qubits originals per a obtenir un qubit la mesura del qual (una única mesura!) ens doni la resposta. Això, com podeu suposar, no és feina fàcil, i una de les gràcies del disseny d'algorismes informàtics quàntics és saber com manipular qubits per a arribar als resultats que volem sense fer més mesures o avaluacions de les realment necessàries.

Potser això, tot plegat, us semblarà una mica un joc de mans, perquè en la superposició de  $f(0)$  i  $f(1)$  també tenim una cosa com  $\alpha|f(0)\rangle + \beta|f(1)\rangle$  i apareixen les dues coses a avaluar que també teníem en el cas clàssic. Però no deixeu que la forma d'escriure les coses us amagui el concepte que hi ha al darrere. Escrivim la superposició com  $\alpha|f(0)\rangle + \beta|f(1)\rangle$  perquè no sabem fer-ho d'altra manera, però recordeu que un estat quàntic així no és ni un estat ni l'altre, sinó una superposició de tots dos: el sistema és als dos estats alhora i, per tant, en el fons és només un estat. La cosa és conceptualment molt diferent (i sovint marejadora, certament!).

Fins aquí la discussió de la informàtica quàntica ha quedat a un nivell molt teòric i conceptual. Hem parlat d'algorismes i de com poden aprofitar la propietat quàntica de la superposició. Però això es quedaria en no-res si al final no podem construir un ordinador (en direm *ordinador quàntic*) que aprofiti tot això. Podem construir un veritable ordinador quàntic?

## 4.8.2. Ordinadors quàntics

Us podeu preguntar doncs, com pot ser físicament un ordinador quàntic. En principi, un ordinador quàntic està format per connexions i portes lògiques igual que els ordinadors clàssics. Les connexions duen la informació i les portes la manipulen, però amb dues diferències importants respecte al cas clàssic:

### Els oracles

En informàtica sovint s'anomena *oracles* als algorismes dissenyats per a respondre a problemes simplement amb un *sí* o un *no*. Les preguntes poden ser molt complexes i el procediment pot ser tan llarg com calgui, i implicar una gran quantitat de dades, però al final l'algorisme ens dirà només *sí* o *no*.

- 1) les portes lògiques no són sempre les mateixes que les portes lògiques clàssiques;
- 2) les connexions no són cables per on circula un corrent elèctric, sinó que, segons el tipus de circuit quàntic, poden ser un feix de partícules (com ara àtoms o electrons) o un feix làser, per exemple.

Potser us haureu fixat que hem dit “segons el tipus de circuit quàntic”. D’ordinadors clàssics només n’hi ha un tipus: el basat en elements semiconductors connectats amb cables pels quals circulen corrents elèctrics. Els ordinadors quàntics, precisament perquè encara són en la seva infantesa, no tenen encara una arquitectura definitiva: hi ha moltes propostes d’implementació, que utilitzen elements diferents. El principal problema és què utilitzar com a suport físic per als qubits i com fer interaccionar aquests qubits amb els elements que constitueixen les portes lògiques.

Un dels sistemes més utilitzats darrerament, i que sembla més prometedor, és l’ordinador quàntic d’ions atrapats. Es tracta d’un sistema en què es confinen ions en una zona de l’espai (una trampa iònica) utilitzant camps electromagnètics. Els qubits s’emmagatzemen com a estats electrònics d’aquests ions i la informació que contenen es pot manipular i transportar mitjançant el moviment col·lectiu dels ions confinats a la trampa. L’acoblament entre els estats dels ions per a formar estats superposats s’aconsegueix mitjançant làsers. Aquesta arquitectura ha demostrat que pot realitzar totes les operacions d’un ordinador quàntic, que té una bona fiabilitat i que té capacitat per a ampliar-se.

Un ió és un àtom que ha guanyat o ha perdut un o més electrons i, per tant, té una càrrega elèctrica neta.

### Darrers avenços

L’agost de 2009, un equip de recerca del National Institute for Standards and Technology dels Estats Units va presentar el que es pot considerar primer ordinador quàntic, basat en trampes iòniques. Es tracta d’un xip que pot realitzar un conjunt complet d’operacions lògiques quàntiques sense perdre gaire informació en el procés. Té una fiabilitat de 94%, que és important respecte al que s’havia aconseguit anteriorment, però encara és lluny dels valors superiors al 99,99% dels ordinadors convencionals.

Altres dispositius habituals en les proves amb ordinadors quàntics són les xarxes òptiques, creades mitjançant feixos làser. També hi ha propostes que es basen en la ressonància magnètica nuclear i en la superconductivitat.

### La decoherència

Un dels problemes més grans de tots aquests sistemes que intenten implementar la idea d’un ordinador quàntic és com evitar que el sistema interaccioni amb el seu entorn, ja que qualsevol interacció no controlada amb l’exterior provoca el que s’anomena **decoherència**.

La decoherència és el procés pel qual un sistema quàntic deixa de presentar el comportament típicament quàntic a causa de perturbacions externes. Un

resultat d'això és que desapareix qualsevol superposició d'estats que pogués tenir el sistema.

Com ja hem vist, la superposició d'estats és clau per a la informàtica quàntica, de manera que si un sistema físic concret no pot mantenir aquesta superposició durant prou temps, la possibilitat de computació quàntica desapareix.

#### 4.9. Què hem après?

En aquest apartat hem fet una breu introducció a alguns temes de què s'ocupa l'òptica quàntica. Ha estat un apartat més divulgatiu que els altres, ja que la complexitat del tema ens impedeix tractar-lo més a fons. Tanmateix, hem presentat unes quantes idees que val la pena que quedin clares.

Hem vist com en moltes situacions la llum, de fet, no es comporta com una ona, sinó, sorprenentment, com una partícula, i que l'energia que pot dur i intercanviar amb la matèria no pot tenir qualsevol valor, sinó només un múltiple d'una quantitat mínima. És a dir, l'energia està quantificada. Un resultat important de la mecànica quàntica és que aquesta quantificació de l'energia no només es produeix en la llum, sinó en qualsevol sistema físic.

Tenint clar aquests conceptes, hem passat a estudiar breument els tres processos bàsics d'interacció entre la llum i un sistema lligat: l'absorció, l'emissió estimulada i l'emissió espontània. Això ens ha permès fer una repassada a alguns dels diversos tipus de fonts de llum artificial que coneixem, tots els quals es basen en aplicar la recepta d'"excitar electrons i deixar que es desexcitin". En concret, ens hem aturat força estona amb el làser, ja que és una font de llum de característiques especials, que dona llum molt coherent mitjançant l'hàbil ús que fa del mecanisme d'emissió estimulada.

Finalment, i aprofitant que és un tema en què l'òptica quàntica és fonamental, hem fet una introducció als conceptes bàsics de la informàtica quàntica. Cal tenir present que és un camp molt nou i molt prometedor, però que encara no ha donat resultats conclouents. En qualsevol cas, és tan innovador i suggerent que val la pena estudiar-lo mínimament. Hem vist com l'ús d'algorismes que aprofiten les característiques quàntiques de la matèria i la radiació pot dur a un augment espectacular de la capacitat de càlcul. En concret, l'ús de la superposició d'estats, característica típicament quàntica, permet en alguns casos un augment exponencial de velocitat en els algorismes. Sigui com sigui, heu de tenir ben clar que actualment encara som molt lluny de disposar d'un ordinador quàntic de debò.

## 5. Problemes resolts

### 5.1. Enunciats

1. L'índex de refracció d'un vidre és 1,66 per a una longitud d'ona de 400 nm i 1,61 per a una longitud d'ona de 700 nm. Determineu els angles de refracció per a aquestes longituds d'ona en el cas d'un raig de llum que incideix sobre el vidre amb un angle de  $45^\circ$  procedent de l'aire.

2. Un raig de llum procedent de l'aire entra en un material transparent amb un angle d'incidència de  $48^\circ$  i s'observa que es refracta formant un angle de  $32^\circ$ .

a) Quin és l'índex de refracció del material?

b) Quina és la velocitat de la llum en el material?

3. Un raig de llum incideix amb un angle  $\theta_1$  sobre una làmina plana de vidre d'espessor  $d$ . El raig es refracta a la primera superfície, travessa el vidre, es torna a refractar a la segona superfície i surt de la làmina de vidre. Demostreu que, després de travessar la làmina, el raig de llum té la mateixa direcció que tenia abans de travessar-la (és a dir, surt amb el mateix angle  $\theta_1$  que tenia abans d'entrar), tot i que desplaçat, com podeu veure a la figura 43.

Figura 43

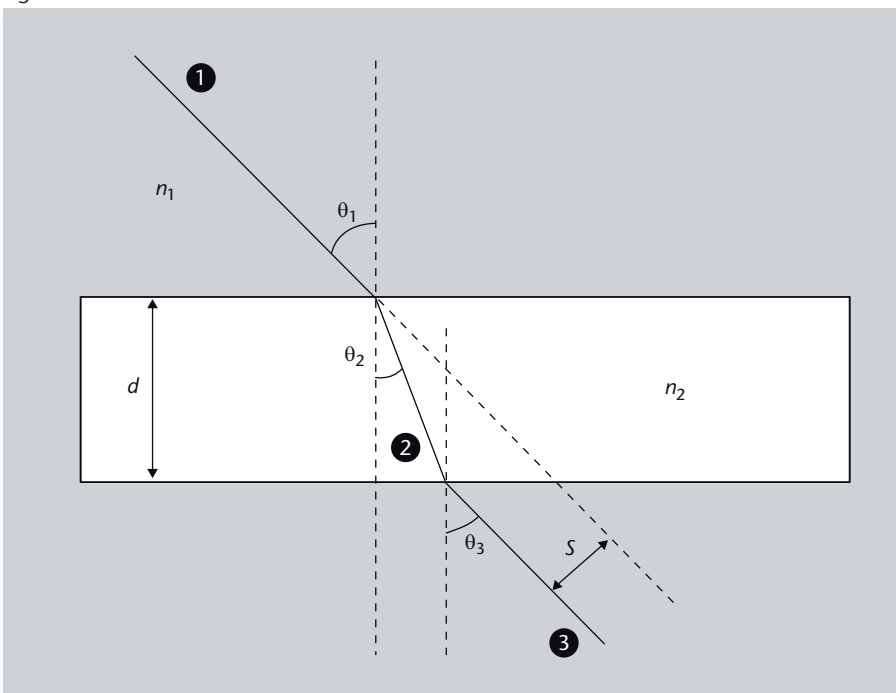


Figura 43

Una làmina de vidre d'espessor  $d$  refracta un raig de llum procedent de l'aire dues vegades: en entrar-hi i en sortir-ne. El raig de llum incideix amb un angle  $\theta_1$ .

4. Quin és l'angle del con d'acceptació en l'aire d'una fibra que té un nucli amb índex de refracció 1,492 i un revestiment amb índex de refracció 1,489? Consulteu la figura 11 per a tenir a mà un esquema amb els diversos angles implicats.
5. Calculeu la diferència de temps que hi ha entre el temps que triga en recórrer una fibra òptica de 15 km un raig que hi penetra normalment (a  $90^\circ$ ) i un raig que hi penetra amb l'angle màxim del con d'acceptació. Utilitzeu la figura 11 i suposeu que  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1,492$  i  $n_3 = 1,489$  (són les mateixes dades del problema anterior). Conèixer aquesta diferència de temps és important per a saber en quin grau es deformarà un pols de llum que travessi la fibra, ja que, en general, els rajos entraran a la fibra, i s'hi propagaran, penetrant-hi en qualsevol dels angles permesos.
6. Quina diferència mínima de recorregut cal per a introduir una diferència de fase de  $\pi$  radians en una llum de 600 nm de longitud d'ona? Aquesta mateixa diferència de recorregut, quina diferència de fase produirà en llum de 800 nm?
7. Fem incidir llum coherent de 550 nm sobre un pla amb dues esclatxes. El primer màxim d'interferència es troba a 82 cm del màxim central quan la pantalla on l'observem està situada a 12 m de les esclatxes. Quina és la separació entre les dues esclatxes?
8. Un feix de llum coherent de longitud d'ona  $\lambda$  incideix sobre un pla amb dues esclatxes i genera un patró d'interferència amb una separació entre màxims de 5,6 mm. Si la distància entre la pantalla i les esclatxes és de 10 m i les esclatxes estan separades per 1,2 mm, quina és la longitud d'ona de la llum?
9. Quina és l'energia dels fotons corresponents a:
- a) una ona radioelèctrica d'AM de 900 kHz;
  - b) una ona radioelèctrica d'FM de 100 MHz;
  - c) una microona de 30 GHz;
  - d) llum de 450 nm;
  - e) llum de 600 nm;
  - f) rajos X de  $10^{18}$  Hz.

## 5.2. Solucions

1. Aquest problema és una aplicació directa de la llei de Snell, que s'expressa amb l'equació 12:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (100)$$

El problema l'hem de solucionar per a dues longituds d'ona diferents i en ambdós casos sabem:

- l'índex de refracció del primer medi, l'aire:  $n_1 = 1$ ,
- l'angle d'incidència:  $\theta_1 = 45^\circ$ ,
- l'índex de refracció del segon medi, el vidre:  $n_2 = 1,66$  (per a  $\lambda = 400$  nm) i  $n_2 = 1,61$  (per a  $\lambda = 700$  nm).

Així:

1) Per a  $\lambda = 400$  nm, la llei de Snell resulta:

$$1 \cdot \sin 45^\circ = 1,66 \cdot \sin \theta_2 \quad (101)$$

Aillem  $\theta_2$ :

$$\theta_2 = \arcsin \frac{1 \cdot \sin 45^\circ}{1,66} \quad (102)$$

que ens dóna:

$$\theta_2 = 25,2^\circ \quad (103)$$

2) Per a  $\lambda = 700$  nm, la llei de Snell resulta:

$$1 \cdot \sin 45^\circ = 1,61 \cdot \sin \theta_2 \quad (104)$$

Aillem  $\theta_2$ :

$$\theta_2 = \arcsin \frac{1 \cdot \sin 45^\circ}{1,61} \quad (105)$$

que ens dóna:

$$\theta_2 = 26,1^\circ \quad (106)$$

2.

a) Aquest problema també és una aplicació directa de la llei de Snell, l'equació 12:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (107)$$

En aquest cas sabem:

- l'índex de refracció del primer medi, l'aire:  $n_1 = 1$ ,
- l'angle d'incidència:  $\theta_1 = 48^\circ$ ,
- l'angle de refracció:  $\theta_2 = 32^\circ$ .

Per tant,

$$1 \cdot \sin 48^\circ = n_2 \sin 32^\circ \quad (108)$$

I així:

$$n_2 = \frac{1 \cdot \sin 48^\circ}{\sin 32^\circ} = 1,40 \quad (109)$$

b) Ara recordeu, tal com hem dit en el subapartat 2.2.2., que l'índex de refracció d'un medi és igual al quocient entre la velocitat de propagació de la llum en el buit,  $v_0$ , i la velocitat de propagació de la llum en aquell medi,  $v$  (equació 10):

$$n = \frac{v_0}{v} \quad (110)$$

En el nostre cas acabem de determinar que  $n$  és 1,40, per tant:

$$v = \frac{v_0}{n} = \frac{v_0}{1,40} \quad (111)$$

Com que el valor de  $v_0$  és  $3 \cdot 10^8$  m/s, tenim que la velocitat de la llum en el medi considerat és:

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{1,40} = 2,14 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (112)$$

és a dir, 214.000 quilòmetres per segon.

3. En aquest problema ens demanen que demostrem que l'angle  $\theta_3$  de la figura és, en realitat, igual a  $\theta_1$ . Plantegem les equacions de la refracció (lleis de Snell, equació 12) per a la primera i la segona refraccions, a l'entrada i a la sortida del tros de vidre:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (113)$$

$$n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_3 \quad (114)$$

Fixeu-vos que tenim un tros de vidre dins d'un medi qualsevol, és a dir, el tros de vidre està envoltat d'aquest medi, per això el medi d'entrada a la primera refracció és el mateix que el medi de sortida a la segona refracció i utilitzem el mateix índex de refracció  $n_1$ . Fixeu-vos també com, atès que la làmina de vidre és plana i, per tant, els seus costats són paral·lels, l'angle de refracció en la primera refracció és igual a l'angle d'incidència en la segona refracció,  $\theta_2$ .

Ara aïllem  $\sin \theta_3$  en l'equació de la segona refracció (equació 114):

$$\sin \theta_3 = \frac{n_2}{n_1} \sin \theta_2 \quad (115)$$

Però  $\sin \theta_2$  el podem trobar a partir de l'equació de la primera refracció (equació 113):

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 \quad (116)$$

Substituïm això a l'equació 115 i tenim:

$$\sin \theta_3 = \frac{n_2}{n_1} \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 \quad (117)$$

d'on ens queda:

$$\sin \theta_3 = \sin \theta_1 \quad (118)$$

Això només es pot complir si  $\theta_3 = \theta_1$  o bé  $\theta_3 = \theta_1 + \pi$ . Ara bé, el segon cas és impossible, perquè no pot sortir cap raig refractat amb angles superiors a  $\pi/2$ . Per tant, només ens queda la possibilitat que:

$$\theta_3 = \theta_1 \quad (119)$$

que és el que volíem demostrar!

Si voleu, com a exercici complementari us deixem la tasca de determinar el desplaçament que ha sofert el raig,  $s$ , en funció de l'angle d'incidència  $\theta_1$  i l'espessor  $d$ .

4. Sabem que la meitat de l'angle del con d'acceptació correspon a l'angle crític en la separació entre el nucli i el revestiment. Un raig que arribi a la fibra amb l'angle del con d'acceptació estarà just al límit de ser reflectit totalment, és a dir, arribarà al revestiment amb l'angle crític  $\theta_c$ .

Si observeu la figura 11 podeu veure que si podem determinar l'angle crític (equació 18), podem saber immediatament l'angle  $\theta_2$ , ja que a partir del tri-



angle rectangle format pels costats  $a$ ,  $b$  i  $c$  tenim que  $\theta_2 = \pi/2 - \theta_c$ . I una vegada sapiguem  $\theta_2$  podrem trobar  $\theta_1$  aplicant la llei de Snell (equació 12).

Recordeu que la suma dels tres angles d'un triangle és  $180^\circ$  o  $\pi$  rad.

Les dades que sabem són:

- Els índexs de refracció
  - de l'aire:  $n_1 = 1$ ,
  - del nucli:  $n_2 = 1,492$ ,
  - del revestiment:  $n_3 = 1,489$ .

Comencem, doncs, calculant l'angle crític en la frontera nucli-revestiment. Segons l'equació 18,

$$\theta_c = \arcsin \frac{n_3}{n_2} = \arcsin \frac{1,489}{1,492} = 1,5073 \text{ rad } (86,36^\circ) \quad (120)$$

Com hem dit abans, a partir de  $\theta_c$  podem trobar  $\theta_2$ , ja que

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2} - \theta_c \quad (121)$$

per tant,

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2} - 1,5073 = 0,0634 \text{ rad } (3,64^\circ) \quad (122)$$

Ara, aplicant la llei de Snell (equació 12):

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (123)$$

tenim que:

$$\theta_1 = \arcsin \left( \frac{n_2}{n_1} \sin \theta_2 \right) = \arcsin \left( \frac{1,492}{1} \sin 0,0634 \right) = 0,0947 \text{ rad } (5,43^\circ) \quad (124)$$

Per tant, la meitat del con d'acceptació és  $5,43^\circ$  i tot el con d'acceptació abasta un angle de  $10,86^\circ$ .

5. A partir de la figura 11 podeu veure que mentre que un raig que penetri horitzontalment en la fibra recorre una distància  $a$ , un raig que penetri amb l'angle màxim del con d'acceptació recorre una distància  $c$ .

Fixeu-vos que la relació entre les distàncies  $a$  i  $c$  és el cosinus de l'angle  $\theta_2$ :

$$\cos \theta_2 = \frac{a}{c} \quad (125)$$

Aquest valor ja l'hem calculat en el problema anterior, i era

$$\theta_2 = 0,0634 \text{ rad } (3,64^\circ) \quad (126)$$

Per tant,

$$\frac{a}{c} = \cos \theta_2 = 0,9979 \quad (127)$$

Aquesta és la relació entre qualsevol distància recorreguda horitzontalment,  $x_a$ , i la recorreguda formant l'angle màxim permès en la fibra,  $x_c$ . Així:

$$x_c = \frac{x_a}{0,9979} = 1,0020x_a \quad (128)$$

És a dir, la distància recorreguda formant l'angle màxim permès és 1,002 vegades superior a la distància recorreguda horitzontalment. Ara bé, ens diuen que la fibra té una longitud de 15 km. Per tant, el raig que entra amb l'angle màxim del con d'acceptació haurà recorregut:

$$1,0020 \cdot 15.000 = 15.030 \text{ m} \quad (129)$$

Resumint:

- El raig que viatja horitzontalment recorre 15.000 metres:  $x_a = 15.000 \text{ m}$ .
- El raig que viatja formant l'angle màxim permès en la fibra recorre 15.030 metres:  $x_c = 15.030 \text{ m}$ .

De fet, ens demanen quina és la diferència de temps esmerçats per cada un dels rajos. Bé, de la cinemàtica bàsica recordeu que l'espai recorregut és igual a la velocitat pel temps:

$$x = v \cdot t \quad (130)$$

i, per tant,

$$t = \frac{x}{v} \quad (131)$$

L'espai que han recorregut els dos rajos ja el sabem (l'acabem de calcular) i la velocitat és la velocitat de la llum en aquest medi, que ens diuen que té un índex de refracció de 1,492. Recordeu que l'índex de refracció és el quocient entre la velocitat de la llum en el buit,  $v_0$ , i la velocitat de la llum en un medi,  $v$ . Per tant, com que (equació 10):

$$n = \frac{v_0}{v} \quad (132)$$

en aquest medi la velocitat de la llum és

$$v = \frac{v_0}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,492} = 2,01 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (133)$$

Ja sabem la velocitat, i per tant podem calcular el temps a partir de l'equació 131. Per al raig horitzontal:

$$t_a = \frac{x_a}{v} = \frac{15.000}{2,01 \cdot 10^8} = 7,463 \cdot 10^{-5} \text{ s} \quad (134)$$

És a dir, 74,63 microsegons. Per al raig inclinat:

$$t_c = \frac{x_c}{v} = \frac{15.030}{2,01 \cdot 10^8} = 7,478 \cdot 10^{-5} \text{ s} \quad (135)$$

que són 74,78 microsegons. Així, la diferència de temps,  $\Delta t$ , és:

$$\Delta t = t_c - t_a = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ s} \quad (136)$$

El problema l'hem resolt de forma particular. Si voleu, podeu intentar demostrar que, en general, per a una fibra en aire, la diferència de temps estarà determinada per:

$$\Delta t = \frac{x_a v_0}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \theta_1}} \quad (137)$$

on, recordeu,  $x_a$  és la longitud de la fibra,  $v_0$  és la velocitat de la llum en el buit,  $n_2$  és l'índex de refracció del nucli de la fibra i  $\theta_1$  és l'angle d'incidència del raig de llum. Us ho deixem com a exercici opcional.

6. Per a solucionar aquest problema cal recordar quina és la relació entre la diferència de fase i la diferència de camí recorregut per dues ones. Aquesta relació la vam trobar a l'equació 74:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r \quad (138)$$

on  $\delta$  és la diferència de fase,  $\lambda$  és la longitud d'ona i  $\Delta r$  és la diferència de camí. En el cas que ens ocupa, sabem:

- la diferència de fase:  $\delta = \pi$ ,
- la longitud d'ona:  $\lambda = 600 \text{ nm}$ .

Així, de l'equació 74 (o 138), aïllem  $\Delta r$  que és el que ens demanen:

$$\Delta r = \frac{\lambda}{2\pi} \delta \quad (139)$$

Recordeu que  $1 \mu\text{m} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ .  
Consulteu l'annex d'unitats.

#### Increments

Recordeu que  $\Delta$  és la lletra grega delta majúscula i es fa servir per a indicar increments. Quan escrivim  $\Delta t$  volem dir increment de temps o diferència de temps.

Recordeu que  
 $1 \text{ nm} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ .  
Consulteu l'annex d'unitats.

Per tant,

$$\Delta r = \frac{600 \cdot 10^{-9}}{2\pi} \pi = 3 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 300 \text{ nm} \quad (140)$$

Que és mitja longitud d'ona, com podíem esperar.

Ara ens demanen que, amb aquesta diferència de camí, trobem la diferència de fase que es produeix en una ona de longitud d'ona diferent, concretament de 800 nm. Novament apliquem l'equació 74:

$$\delta = \frac{2\pi}{800 \cdot 10^{-9}} 300 \cdot 10^{-9} = \frac{3}{4} \pi \text{ rad} \quad (141)$$

que són  $135^\circ$ .

7. Quan vam estudiar la interferència produïda per dues esclatxes (l'experiment de Young) en el subapartat 3.4.1. vam arribar al resultat que els màxims i els mínims estan situats a les distàncies (equacions 85 i 86):

$$y = m \frac{\lambda L}{d} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (142)$$

per als màxims i

$$y = (m - 1/2) \frac{\lambda L}{d} \quad m = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (143)$$

per als mínims.

En el cas que ens ocupa ens diuen que utilitzem llum de longitud d'ona 550 nm, que la distància fins a la pantalla és 12 metres i que el primer màxim després del central és a 82 cm. És a dir, sabem:

- la longitud d'ona:  $\lambda = 550 \text{ nm}$ ,
- la distància entre esclatxes i pantalla:  $L = 12 \text{ m}$ ,
- la posició del primer màxim, que correspon a  $m = 1$  ( $m = 0$  seria el màxim central):  $y_1 = 0,82 \text{ m}$ .

Per tant, podem aplicar directament l'equació 85 amb  $m = 1$  i aïllar la distància entre esclatxes  $d$ :

$$y_1 = \frac{\lambda L}{d}, \quad (144)$$

d'on tenim:

$$d = \frac{\lambda L}{y_1}. \quad (145)$$

Substituint-hi els valors arribem a

$$d = \frac{550 \cdot 10^{-9} \cdot 12}{0,82} = 8,05 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 8,05 \mu\text{m} \quad (146)$$

8. Aquest problema torna a ser una aplicació quasi directa de les equacions 85 i 86 que ens donen la posició dels màxims i mínims d'interferència en l'experiment de la doble escletxa. En aquest cas ens diuen que la distància entre màxims és de 5,6 mm. Segons l'equació 85, la posició dels màxims és:

$$y = m \frac{\lambda L}{d} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (147)$$

Això vol dir que la separació entre un màxim i el següent (que li direm  $\Delta y$ ) serà:

$$\Delta y = y_m - y_{m-1} = m \frac{\lambda L}{d} - (m-1) \frac{\lambda L}{d} \quad (148)$$

que és simplement:

$$\Delta y = \frac{\lambda L}{d} \quad (149)$$

En el cas plantejat, tenim:

- la separació entre màxims:  $\Delta y = 0,0056 \text{ m}$ ,
- la distància entre escletxes i pantalla:  $L = 10 \text{ m}$ ,
- la separació entre escletxes:  $d = 0,0012 \text{ m}$ .

Com que ens demanen la longitud d'ona, aïllem-la de l'equació 149:

$$\lambda = \Delta y \frac{d}{L} \quad (150)$$

i aquí ja podem substituir-hi tots els valors:

$$\lambda = 0,0056 \frac{0,0012}{10} = 6,72 \cdot 10^{-7} \text{ m} \quad (151)$$

Que són 672 nm, una longitud d'ona que correspon a l'extrem vermell de l'espectre visible.

9. Aquest problema és una aplicació directa de la relació d'Einstein (equació 88) que ens diu l'energia que té un fotó d'una determinada freqüència  $f$ .

L'equació, recordeu, és:

$$E = hf \quad (152)$$

on  $h$  és la constant de Planck (equació 89), que val  $6,626 \cdot 10^{-34}$  J·s. Només ens cal aplicar això als 6 casos que ens pregunten. Fixeu-vos, però, que en el cas de la llum ens donen la longitud d'ona i no la freqüència. En aquest cas haurem d'utilitzar, abans, la relació entre freqüència i longitud d'ona, que és (equació 8):

$$\lambda f = v \quad (153)$$

Suposarem que els fotons viatgen pel buit i, per tant, prendrem  $v = v_0 = 3 \cdot 10^8$  m/s, la velocitat de la llum en el buit.

Així, doncs:

a) Una ona radioelèctrica d'AM de 900 kHz:

$$E = hf = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 900 \cdot 10^3 = 5,96 \cdot 10^{-28} \text{ J}$$

b) Una ona radioelèctrica d'FM de 100 MHz:

$$E = hf = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 100 \cdot 10^6 = 6,06 \cdot 10^{-26} \text{ J}$$

c) Una microona de 30 GHz:

$$E = hf = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 30 \cdot 10^9 = 1,99 \cdot 10^{-23} \text{ J}$$

d) Llum de 450 nm. Abans hem de trobar  $f$  mitjançant l'equació 153:

$$f = \frac{v_0}{\lambda}$$

I ja podem substituir a l'equació 88 (152):

$$E = hf = h \frac{v_0}{\lambda} = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{450 \cdot 10^{-9}} = 4,42 \cdot 10^{-49} \text{ J}$$

e) i f) Aquests apartats us els deixem a vosaltres!

#### Recordeu

1 GHz =  $1 \cdot 10^9$  Hz  
 1 MHz =  $1 \cdot 10^6$  Hz  
 1 KHz =  $1 \cdot 10^3$  Hz  
 1 nm =  $1 \cdot 10^{-9}$  m  
 Consulteu l'annex d'unitats.

## Resum

En la introducció d'aquest mòdul vam dir que al llarg d'aquestes pàgines intentaríem respondre algunes preguntes sobre la llum. Quines hem respost realment i quines hem deixat fora de l'abast del mòdul?

En primer lloc hem pogut respondre a la pregunta de com es comporta la llum en les situacions més simples i, en concret, què li passa quan es troba amb un material opac (rebota, es reflecteix, totalment o en part) i què li passa quan es troba amb un material transparent diferent del material en què estava viatjant (es refracta, és a dir, es desvia). Amb això hem establert les lleis bàsiques de l'òptica geomètrica. No ens hem preocupat de determinar casos més particulars, com les combinacions de lents i miralls que permeten formar imatges i serien el tema d'un curs més detallat d'òptica geomètrica. En qualsevol cas, cal que us quedi clar que amb aquestes pinzellades i amb una mica de paciència, es pot arribar a determinar com es comporta qualsevol sistema òptic que formi imatges.

Després hem vist què ens aporta descriure la llum de manera més "real", és a dir, considerant-la una ona electromagnètica. El cert és que amb aquesta descripció, basada en l'electrodinàmica clàssica establerta per Maxwell, podem explicar-ho gairebé tot. Al nivell que ens hem quedat nosaltres, hem pogut descriure qualitativament (i en algun cas, també quantitativament) els fenòmens de la interferència i la difracció, i arribar així a descriure l'holografia. Realment, en aquesta part només hem utilitzat el fet que la llum és una ona, però no pas que és, específicament, una ona electromagnètica. Considerar-ho ens obriria una porta a poder descriure tot un gran ventall de fenòmens, que podríem explicar amb precisió, però també ens duria a una major complexitat.

És cert que amb la descripció de la llum com a ona electromagnètica podem explicar-ho gairebé tot; el problema és aquest *gairebé*. I això és el que hem intentat explicar en la darrera part del mòdul. Els pocs fenòmens que no pot explicar la descripció ondulatòria de la llum només es poden interpretar suposant que la llum està formada per petits paquets, que anomenem *fotoons*. És important que quedi clar la idea que aquesta descripció no substitueix la descripció de la llum com a ona, sinó que ambdues coexisteixen. És a dir, en alguns fenòmens la llum es comporta com a ona, mentre que en altres es comporta com un feix de partícules. És el fenomen, purament quàntic, de la dualitat ona-partícula, que hem vist que no només passa amb la llum, sinó també amb qualsevol mena de partícula. Aquesta descripció de la llum és més complexa matemàticament i, per tant, només l'hem comentat de forma molt qualitativa, però suficient com per a entendre una de les creacions que ha modificat més el panorama de l'òptica en els darrers anys: el làser.

Finalment, i aprofitant que és un tema en què l'òptica quàntica és fonamental, hem fet una introducció als conceptes bàsics de la informàtica quàntica. Cal tenir present que és un camp molt nou i molt prometedor, però que encara no ha donat resultats concloents. Hem vist que l'ús d'algorismes que aprofiten les característiques quàntiques de la matèria i la radiació pot dur a un augment espectacular de la capacitat de càlcul. Només el futur dirà si tot això es traduirà en veritables ordinadors quàntics o si arribarem a un cul-de-sac; però, en qualsevol cas, tant si és una cosa com l'altra, tot el que haurem après al llarg del camí haurà valgut la pena!

En definitiva, en aquest modul hem fet un repàs general als grans temes que tracta la disciplina de l'òptica, des dels més clàssics als més moderns, aturant-nos en els aspectes que hem considerat més interessants per a vosaltres com a futurs informàtics.



## Exercicis d'autoavaluació

- L'angle de reflexió de la llum...
  - és sempre menor que l'angle d'incidència.
  - és sempre major que l'angle d'incidència.
  - a vegades és menor i a vegades major que l'angle d'incidència.
  - sempre és igual a l'angle d'incidència.
- Un helicòpter està volant sobre un llac gelat a una altura de 324 m. El pilot veu la seva imatge reflectida en el gel a una distància...
  - de 648 m.
  - de 324 m.
  - que depèn de l'angle en què miri el pilot.
  - que no podem calcular perquè no sabem l'índex de refracció del gel.
- En la superfície de separació entre dos medis transparents, un raig de llum es troba a  $45^\circ$  amb la normal en el medi que té un índex de refracció de 1,14. A l'altra banda, el raig forma un angle de  $31,79^\circ$ . Per tant, l'índex de refracció d'aquest segon medi és...
  - 1,53.
  - 1,02.
  - impossible de calcular, perquè falten dades.
  - 1,14.
- Un home invisible, podria veure-hi?
  - Sí.
  - No.
  - És impossible de saber.
  - Només si es posés ulleres.
- Si reduïm l'amplada d'una esclatxa que produeix un patró de difracció, com canviarà el patró?
  - La separació entre màxims augmentarà.
  - Els màxims es faran més estrets i nítids.
  - La separació entre mínims disminuirà.
  - La separació entre màxims disminuirà i aquests es faran més estrets i nítids.
- La naturalesa corpuscular de la radiació electromagnètica es posa de manifest amb...
  - l'experiment de la doble esclatxa de Young.
  - la difracció de la llum per una obertura petita.
  - l'efecte fotoelèctric.
  - Tots els anteriors.
- Poden patir difracció...
  - totes les partícules carregades, com els electrons, però no les partícules neutres, com el neutró.
  - les ones electromagnètiques i totes les partícules.
  - les ones electromagnètiques, però no les partícules.
  - els fotons, però no les ones electromagnètiques.
- En una situació particular, un protó i un electró tenen la mateixa energia cinètica. Llavors la longitud de l'ona associada al protó segons la relació de De Broglie és...
  - major que la de l'electró.
  - menor que la de l'electró.
  - igual que la de l'electró.
  - impossible de determinar.
- Una característica definidora de la llum làser és que...
  - és molt direccional.
  - és molt coherent.
  - té una gran potència.
  - Totes les anteriors.

## Solucionari

1. d; 2. d; 3. a; 4. b; 5. a; 6. c; 7. b; 8. b; 9. b

## Glossari

**camí òptic** *m* Distància que recorreria la llum en el buit en un temps igual al que triga en recórrer una distància especificada en un medi material. Matemàticament equival a la integral de l'índex de refracció d'un medi sobre la línia entre dos punts d'aquest medi.

**classe de complexitat** *f* Conjunt de problemes que es poden resoldre amb algorismes l'ús de recursos dels quals augmenta en funció de la grandària del problema en una mateixa proporció.

**coherència** *f* Característica de la llum per la qual la diferència de fase entre dues o més ones es manté constant en cada punt de l'espai al llarg del temps.

**difracció** *f* Propagació no rectilínia d'una ona quan el seu front d'ona es veu limitat per condicions de contorn.

**dispersió** *f* Variació de l'índex de refracció d'un medi en funció de la freqüència de la llum que el travessa.

**fibra òptica** *f* Fibra de material transparent que s'utilitza per a conduir llum de forma confinada mitjançant la reflexió interna total de la llum a les seves parets.

**fotó** *m* Partícula medidora de la interacció electromagnètica. Té massa en repòs nul·la, càrrega elèctrica nul·la i spin igual a 1. És sensible a les interaccions electromagnètica i gravitatòria.

**holografia** *f* Tècnica que permet l'enregistrament de la informació sobre l'amplitud i la fase d'una ona sobre un suport que només permet registrar intensitats.

**holograma** *m* Element físic que recull el patró d'interferència corresponent a una escena, generat mitjançant tècniques d'holografia.

**índex de refracció** *m* Quocient entre la velocitat de la llum en el buit i la velocitat de la llum en un medi determinat.

**informàtica quàntica** *f* Ús dels fenòmens i les propietats de la mecànica quàntica per a representar i realitzar operacions sobre conjunts de dades.

**làser** *m* Dispositiu que genera llum coherent mitjançant l'emissió estimulada de radiació dins d'una cavitat ressonant.

**màquina de Turing** *f* Dispositiu teòric que realitza operacions amb símbols continguts en una cinta.

**òptica** *f* Part de la física que estudia les propietats de la llum i la manera de generar-la, transmetre-la, manipular-la i detectar-la.

**qubit** *m* Unitat d'informació quàntica. És l'anàleg al bit clàssic i és descrit mitjançant un vector d'estat quàntic.

## Bibliografia

- Bova, B.** (2004). *Historia de la luz*. Barcelona: Espasa Calpe.
- Hagar, A.** (2007). "Quantum Computing". A: *Stanford Encyclopaedia of Philosophy*. <<http://plato.stanford.edu/entries/qt-quantcomp>>
- Hecht, E.; Zajac, A.** (1986). *Óptica*. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Johnston, S. F.** (2006). *Holographic Visions: A History of New Science*. Oxford: Oxford University Press.
- José Pont, J.; Moreno Lupiáñez, M.** (1994). *Física i ciència-ficció* (capítol 7). Barcelona: Edicions UPC ("Politext", 33).
- Orriols, G.** (2002). "Làzers i fotònica". A: *Física de la quotidianitat*. Sabadell: Caixa de Sabadell.
- Svelto, O.** (1998). *Principles of Lasers*. Nova York: Springer-Verlag.
- Tipler, P. A.; Mosca, G.** (2005). *Física para la ciencia y la tecnología* (5a edició, volum 2). Barcelona: Editorial Reverté.
- Townes, C. H.** (1999). *How the Laser Happened: Adventures of a Scientist*. Oxford: Oxford University Press.
- Tur, J.; Martínez, M. R.** (1987). *Tecnología y práctica del láser*. Barcelona: Marcombo-Boixareu.

