

# Sistemas radar

José A. López-Salcedo

PID\_00185447

*Los textos e imágenes publicados en esta obra están sujetos –excepto que se indique lo contrario– a una licencia de Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada (BY-NC-ND) v.3.0 España de Creative Commons. Podéis copiarlos, distribuirlos y transmitirlos públicamente siempre que citéis el autor y la fuente (FUOC. Fundació per a la Universitat Oberta de Catalunya), no hagáis un uso comercial y no hagáis una obra derivada. La licencia completa se puede consultar en <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/es/legalcode.es>*

# Índice

<b>Introducción</b> .....	5
<b>Objetivos</b> .....	6
<b>1. Evolución histórica de los sistemas radar</b> .....	7
<b>2. Fundamentos básicos de los sistemas radar</b> .....	11
2.1. Tipos de sistemas radar .....	11
2.2. Detección de objetivos .....	12
2.3. Determinación de la distancia al objetivo .....	13
2.4. Ecuación radar .....	15
2.5. Sección radar cruzada .....	17
2.6. Frecuencias de operación .....	20
2.7. Aplicaciones de los sistemas de radar .....	22
<b>3. Arquitectura de un sistema radar</b> .....	23
3.1. Elementos de transmisión .....	23
3.2. Elementos de recepción .....	26
<b>4. Detección de señales en ruido</b> .....	31
4.1. Caracterización estadística del ruido en detección .....	31
4.2. Formulación del problema de detección de señal .....	33
4.3. Criterios de detección con PDF completamente caracterizados .....	35
4.3.1. Criterio de detección de mínimo riesgo bayesiano ...	35
4.3.2. Criterio de detección de Neyman-Pearson .....	37
4.3.3. Criterio de detección secuencial .....	39
4.4. Criterios de detección con PDF incompletas .....	41
4.4.1. Criterio de detección de GLRT .....	41
4.4.2. Criterio de detección bayesiano .....	42
4.4.3. Criterio de detección de Wald .....	43
4.4.4. Criterio de detección de Rao .....	43
<b>5. Precisión en la determinación de objetivos</b> .....	44
5.1. Función de ambigüedad .....	46
5.2. Compresión de pulsos radar .....	51
<b>6. Degradaciones debidas a efectos de propagación</b> .....	55
6.1. Efecto de reflexión .....	55
6.2. Efecto de refracción .....	58
6.3. Efecto de difracción .....	60
6.4. Efecto de curvatura de la Tierra .....	60

6.5.	Atenuación .....	61
6.6.	Clutter .....	62
6.6.1.	Clutter de superficie .....	63
6.6.2.	Clutter volumétrico .....	65
6.6.3.	Clutter puntual .....	66
<b>7.</b>	<b>Tipos básicos de sistemas radar .....</b>	<b>68</b>
7.1.	Radar de onda continua.....	68
7.2.	Radar Doppler pulsado.....	70
7.3.	Radar de seguimiento .....	72
<b>Resumen</b>	.....	<b>76</b>
<b>Actividades</b>	.....	<b>79</b>
<b>Abreviaturas</b>	.....	<b>80</b>
<b>Bibliografía</b>	.....	<b>81</b>

## **Introducción**

Un sistema radar (acrónimo cuyo significado proviene de RAdio Detection And Ranging) se basa en la transmisión y recepción de señales electromagnéticas con el objetivo de detectar y localizar la presencia de objetos dentro de un cierto radio de cobertura. A pesar de que su principio de operación es ciertamente sencillo, los detalles que rodean la propagación de la señal radar, el acondicionamiento de la señal recibida, y la información que esta señal proporciona, han sido objeto de estudio durante varias décadas y aún hoy presentan ciertos retos tecnológicos. Lejos de ser exhaustivo, el presente módulo pretende ofrecer una visión introductoria a los sistemas de radar, presentando sus fundamentos básicos de operación, los elementos que componen la arquitectura del sistema, y los principales aspectos que afectan a la precisión de las medidas de radar. A lo largo del texto, se proporciona gran cantidad de referencias bibliográficas con las que poder complementar y ampliar los conocimientos aquí expuestos.

## Objetivos

Los objetivos de este módulo son:

- 1.** Ofrecer una visión general sobre los diferentes sistemas radar existentes, sus aplicaciones más comunes y su evolución histórica.
- 2.** Presentar los fundamentos teóricos en los que se sustenta el funcionamiento de un sistema radar.
- 3.** Describir los diferentes elementos que forman un sistema radar y los parámetros básicos que lo describen.
- 4.** Comprender los efectos de propagación que sufre la señal radar y sus implicaciones desde el punto de vista práctico.
- 5.** Calcular la precisión que ofrecen las señales de radar.
- 6.** Distinguir los diferentes tipos de radares más utilizados, así como sus características principales y sus limitaciones.

## 1. Evolución histórica de los sistemas radar

La propiedad fundamental en la que reside el funcionamiento de un sistema radar es la capacidad de reflexión que presentan las ondas electromagnéticas al incidir sobre un objeto.

La propiedad de reflexión de las ondas electromagnéticas, junto con otras como la refracción o la polarización, fue descubierta por Heinrich Hertz a finales del siglo XIX. La importancia de este descubrimiento radica en que Hertz demostró que, tal y como ocurría con la luz visible, las ondas electromagnéticas también eran capaces de reflejarse al incidir sobre un objeto. Esta demostración fue la que unos años más tarde se aplicó a la detección y localización de objetos, siguiendo el mismo principio por el que el ojo humano es capaz de detectar los objetos que le rodean a partir de la reflexión de la luz sobre ellos.

Aprovechando los resultados de Hertz, el también alemán Christian Hülsmeier fue uno de los primeros investigadores en desarrollar una aplicación práctica a la reflexión de ondas electromagnéticas. En 1904, Hülsmeier registró una patente para un equipo denominado “telemobiloscope”, cuyo objetivo era ayudar a la navegación marítima mediante la detección de navíos a distancias de hasta 3 kilómetros, y poder así prevenir posibles colisiones. Hülsmeier, sin embargo, fue un hombre adelantado a su tiempo. La tecnología disponible en su época no permitió que su invención llegara plenamente a popularizarse tanto por el radio de alcance como por la precisión obtenida. Unos años más tarde aparecieron aplicaciones similares, también orientadas a la detección de navíos, como la desarrollada en 1922 por A. Taylor y L. Young, en el Naval Research Laboratory (NRL) de Estados Unidos.

En los años posteriores, los que van del periodo 1930 al 1940, es cuando puede considerarse que plenamente se inicia el periodo de expansión del desarrollo de sistemas radar. Los avances más significativos se llevaron a cabo principalmente en Alemania, Reino Unido y Estados Unidos, en una carrera por la obtención de sistemas radar lo más fiables y precisos posibles. Fue durante esa época cuando se empezaron a establecer las bases de lo que hoy en día son los sistemas de radar moderno. Para ello, una de las contribuciones más importantes fue la aportada por Hans Eric Hollmann, a quien se le atribuyen los primeros diseños de magnetrones para la generación de señales electromagnéticas de alta potencia. De hecho, la mayoría de los radares que fueron

construidos en el periodo de 1930 a 1940 estaban basados en sus ideas y recomendaciones.

A medida que fueron transcurriendo los años, los primeros sistemas de radar orientados a la detección de navíos evolucionaron hacia la detección aérea. Ello fue consecuencia de un contexto internacional en el que el desarrollo de aviones de combate y la aparición de tensiones políticas entre diferentes países generaron suspicacias acerca de la posibilidad de un conflicto bélico. La gran vulnerabilidad existente en aquella época frente a ataques aéreos hizo que se dedicaran grandes esfuerzos a nivel mundial en la investigación y desarrollo de sistemas de radar. A principios de 1930, los gobiernos de las principales potencias comenzaron a priorizar los trabajos llevados a cabo en sus respectivos países con relación a la detección de objetivos aéreos. Como prueba de ello, los trabajos iniciados por A. Taylor y L. Young en el NRL y que habían transcurrido sin gran interés ni apoyo por parte de su gobierno, pronto fueron clasificados y asignados como de máxima prioridad. No fue hasta 1933 cuando sus resultados vieron la luz en forma de patente atribuida conjuntamente con L. Hyland, también del NRL.

En el periodo de 1933 a 1935, la actividad del NRL dio lugar a la aparición de los primeros sistemas de radar basados en la transmisión de ondas continuas (CW) y en la transmisión de señales pulsadas, ambos operando a frecuencias de 60 MHz. Sin embargo, la detección de los objetivos era todavía muy imprecisa, y pronto se identificó la necesidad de trabajar con frecuencias más altas para, por un lado, reducir el tamaño de las antenas, y por otro lado aumentar la precisión en la detección de objetivos. Los experimentos llevados a cabo en el NRL en los años posteriores dieron lugar a modelos experimentales de radar a 200 MHz, siendo los primeros en utilizar un sistema duplexor para utilizar una misma antena como transmisora y receptora. La versión de alta potencia de estos radares era conocida como radar XAF, de la cual en 1941 se instalaron varias unidades en diversos buques de la marina americana. En paralelo, la US Army Signal Corps había estado desarrollando también sistemas radar utilizando las válvulas de Hans Eric Hollmann para generar ondas electromagnéticas. En 1938, la primera versión de este radar conocida como SCR-268 fue certificada como operacional para la vigilancia antiaérea, y fue el sistema más utilizado en Estados Unidos hasta 1944. Del modelo SCR-268 se instalaron 16 unidades en Honolulu, Hawaii, así como otras seis unidades de un modelo desarrollado en 1941 y conocido como SCR-270, una variante del SCR-268 específicamente diseñada para la detección temprana de objetivos a muy larga distancia.

En los preliminares de la II Guerra Mundial, no sólo el desarrollo de sistemas de radar fue muy activo en los Estados Unidos, sino también principalmente en Alemania y, posteriormente, en el Reino Unido. En Alemania, Hans Eric Hollmann y un grupo de científicos formado por Hans-Karl von Willisen y Guenther Erbsloeh fundaron una empresa de nombre GEMA, desde la

#### Pearl Harbor

En diciembre de 1941, el ataque aéreo sobre Pearl Harbor fue detectado por uno de los seis radares SCR-270 desplegados en la isla. El radar, sin embargo, estaba instalado en una estación en pruebas en la zona norte de la isla de Oahu, y el personal técnico que operaba el radar en aquel momento malinterpretó las señales recibidas como procedentes de una formación amiga de bombarderos americanos que debía aterrizar en la isla sobre esa hora.



cual desarrollaron un radar para la detección de barcos en 1934, y en donde también ejercieron tareas de consultoría para otras empresas tecnológicas alemanas de la época como Telefunken. Unos años más tarde, en 1937, GEMA presentó un radar de detección temprana de objetivos aéreos conocido como “Freya”, operando a frecuencias de entre 120-130 MHz con alcances alrededor de 160 kilómetros. Se llegaron a producir cerca de mil unidades de este modelo durante la II Guerra Mundial. En paralelo, Telefunken fue adquiriendo muchas de las patentes de Hollmann, registrándolas también en Estados Unidos, gracias a lo cual gran parte del trabajo de Hollmann sirvió de base para el desarrollo de los primeros radares americanos de la época. En 1936, Telefunken presentó en Alemania un radar que sería conocido posteriormente como “Wuerzburg”, operando en la banda de 500 MHz con un alcance de 30 kilómetros. Este radar, tecnológicamente avanzado a su época, se utilizó de manera combinada con radares Freya. Estos últimos se encargaban de detectar y seguir objetos lejanos para que, posteriormente, el Wuerzburg determinara la distancia exacta y la altura a la que se encontraban los objetivos.

Por su parte, el interés del Reino Unido en el desarrollo del radar fue posterior. No fue hasta el año 1935 cuando se empezó a tomar conciencia de la vulnerabilidad del Reino Unido frente a posibles ataques aéreos. Ahora bien, desde ese mismo momento, los esfuerzos que se dedicaron fueron mucho más intensos que los que se estaban dedicando, por ejemplo, en Estados Unidos. El mismo año de 1935 se presentaron ya los primeros prototipos de dispositivos de radiodetección, operando con señales pulsadas en frecuencias de entre 10 y 25 MHz. El objetivo era crear una red de estaciones conocida como Chain Home (CH) para detectar objetivos aéreos y proteger al país frente a amenazas externas. En 1938 ya había unas 20 estaciones CH operativas funcionando de manera continua durante todo el día. Al año siguiente, en 1939, se dio un paso más con el desarrollo de un sistema embarcado de interceptación aérea a 200 MHz, que podía ser utilizado en misiones de vigilancia para sobrevolar las aguas inglesas y detectar así la presencia de barcos.

En cualquier caso, si en algo se estaba de acuerdo durante los preliminares de la II Guerra Mundial era en que los sistemas de radar jugarían un papel clave en caso de conflicto armado, pero que todavía era necesario un avance tecnológico sustancial para mejorar la precisión y fiabilidad de los mismos. Este paso no consiguió darse hasta la introducción de los sistemas basados en microondas, con frecuencias de operación por encima de los 300 MHz, ofreciendo longitudes de onda inferiores a un metro.

Si bien Alemania ya disponía de radares de microondas a principios de 1940, en el resto de países esta tecnología no consiguió perfeccionarse hasta prácticamente una década después. Como prueba del retraso existente y de la nece-

sidad por recortar distancias, en 1940 se creó en Estados Unidos el Radiation Laboratory (RadLab) adscrito al Massachusetts Institute of Technology (MIT). El objetivo principal de este laboratorio era avanzar en el diseño de radares de microondas, y en seis años de existencia, el presupuesto dedicado a esta tarea fue comparable al destinado al desarrollo de la bomba atómica. Como resultado de estos esfuerzos, es posible afirmar que ya entre finales de 1940 y mediados de 1950, la tecnología radar podía considerarse plenamente madura.

### **RadLab**

El RadLab fue oficialmente clausurado tras finalizar la Segunda Guerra Mundial, y de él se afirma que fue una incubadora científico-tecnológica sin precedentes en la historia moderna (Arnold, 2009-2010). Sus desarrollos, y los de todos los científicos precursores, se mantienen vivos aún hoy en día, pasando a formar parte de la vida diaria de millones de personas. Este es el caso de los hornos de microondas, cuyo funcionamiento se basa en el uso de magnetrones para la generación de señales electromagnéticas a la frecuencia de oscilación de las moléculas de agua. Muchas otras aplicaciones civiles han ido surgiendo en las últimas décadas, como el uso de radares para la predicción meteorológica, el uso de radares cinemáticos para la medición de velocidad en vehículos o el uso de radares para el control del tráfico aéreo.

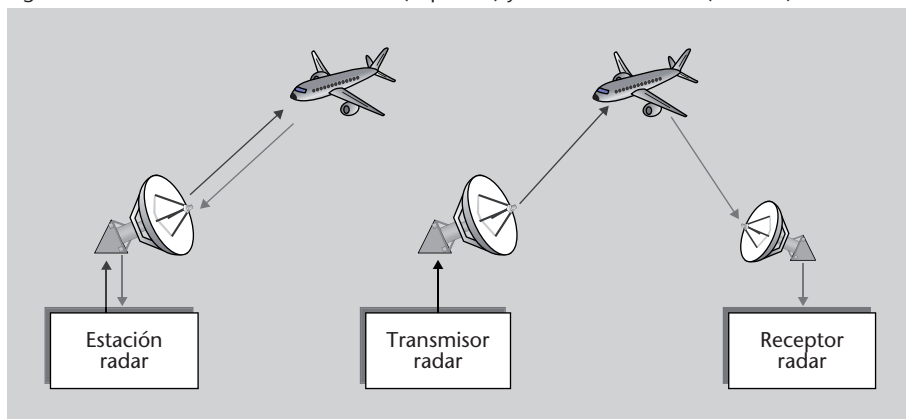
## 2. Fundamentos básicos de los sistemas radar

### 2.1. Tipos de sistemas radar

El objetivo de todo sistema de radar es detectar la presencia de un objeto o “blanco” a partir de las señales que éste refleja cuando es iluminado con ondas electromagnéticas. Esta misión puede ser llevada a cabo mediante diversas configuraciones de los elementos que conforman el sistema, lo cual da lugar a la siguiente clasificación de sistemas radar:

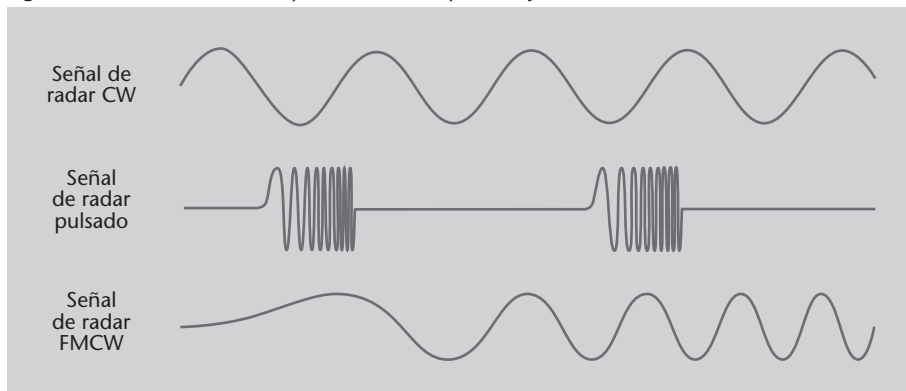
- Según el emplazamiento del transmisor y receptor, se denomina radares *monoestáticos* a aquellos sistemas en donde transmisor y receptor se encuentran situados en la misma localización y radares *biestáticos* a aquellos en donde transmisor y receptor se encuentran en localizaciones diferentes. Ambos casos se ilustran de manera esquemática en la figura 1.

Figura 1. Sistemas de radar monoestático (izquierda) y de radar biestático (derecha)



- Según la forma de onda transmitida, se distingue entre radares de *onda continua* (CW), radares *pulsados*, y radares de *onda continua modulada* (FMCW). Estos casos se ilustran de manera esquemática en la figura 2.
- Según el número de antenas, se distingue entre radares *mono-antena* y radares *multi-antena*. Dentro de estos últimos, cabe distinguir también entre radares basados en *phased-array*, es decir, en múltiples antenas que envían o reciben réplicas escaladas y desfasadas de una misma señal, y radares *multiple-input multiple-output* (MIMO), en donde hay libertad para que el transmisor envíe diferentes señales en cada antena.

Figura 2. Señales transmitidas por radares CW, pulsado y FMCW



- Según la interacción con el blanco, se distingue entre radares *primarios* y radares *secundarios* o de *interrogación*. Los radares primarios iluminan el blanco con una señal electromagnética, y procesan la señal reflejada en el blanco sin que haya ningún tipo de interacción con el mismo. Los radares secundarios, sin embargo, envían una señal de interrogación al blanco, y esperan que éste envíe su respuesta, la cual es transmitida a una frecuencia diferente. Las ventajas de este tipo de radares secundarios son varias:

- En primer lugar, el hecho de que la frecuencia de respuesta sea diferente permite evitar los ecos que suele causar la señal transmitida por el radar con los objetos cercanos.
- En segundo lugar, la respuesta del blanco permite identificarlo a través de un proceso heredado de técnicas utilizadas durante la Segunda Guerra Mundial, y conocido como *identificación friend or foe* (IFF), para obtener información acerca de su altitud y otros parámetros de control.
- En tercer lugar, la señal que recibe el radar secundario es transmitida por el blanco, con lo cual recorre la mitad de distancia que la señal que recibe un radar primario.

## 2.2. Detección de objetivos

La detección de objetivos de interés o *blancos* es un problema que se enmarca dentro de lo que se conoce como *teoría de la detección*.

A grandes rasgos, el problema a resolver consiste en analizar la señal recibida y tomar una decisión acerca de si ésta proviene del reflejo de la señal transmitida al incidir sobre un blanco, o si por el contrario, se trata únicamente de ruido.

### Utilidad de radares primarios y secundarios

Los radares secundarios se utilizan principalmente en tareas de control de tráfico aéreo, mientras que los radares primarios se utilizan en tareas de detección de blancos no cooperativos.

### Ved también

La teoría de la detección se estudia con detalle en el apartado 4.

La solución al problema de detección es, pues, binaria y aunque a primera vista pueda parecer un problema sencillo, la realidad es que en la práctica supone todo un desafío debido a la presencia de múltiples efectos no deseados tales como la presencia de ecos, efectos de difracción, presencia de interferencias, etc. Es cierto que estos efectos están también presentes en otros sistemas en donde interviene la transmisión y recepción de señales electromagnéticas, como los sistemas de comunicación móvil. Sin embargo, a diferencia de estos sistemas, la señal recibida que ha de procesar un sistema de radar es en principio desconocida, puesto que depende de la geometría del blanco sobre la cual incide la señal transmitida y del ángulo con el que incide. Este desconocimiento supone un problema añadido y un gran reto desde el punto de vista de procesado de la señal.

Un aspecto importante a destacar es que un sistema de radar no sólo permite detectar la presencia de un blanco sino también identificar a qué distancia se encuentra. Además, si se dispone de información del ángulo con que llega la señal recibida, el ángulo y la distancia permiten conocer la posición exacta en el espacio en donde se encuentra el blanco.

La determinación del ángulo difiere según el receptor de radar disponga de una o de múltiples antenas. En el caso de **radares mono-antena**, ésta se dispone en un sistema rotatorio con el que se realiza un barrido de  $360^\circ$  alrededor del eje del radar. La dirección en la que se encuentra el blanco es aquella en la que el apuntamiento de la antena indica una mayor presencia de señal recibida. En el caso de **radares multi-antena**, el haz conformador de la agrupación de antenas puede controlarse de manera electrónica para hacer el barrido en todas direcciones. Esta técnica es la que se conoce como *phased-array radar*, en donde cada antena procesa una versión desfasada de la misma señal (Fenn y otros, 2000).

Otra técnica alternativa y que últimamente está atrayendo gran interés es la de *multiple-input multiple-output (MIMO) radar*, en donde el transmisor envía múltiples señales de manera simultánea que pueden estar correladas o no entre ellas. Esta libertad en la elección de las señales que radia cada antena permite que el número de blancos que puedan identificarse de manera única por un radar MIMO sea  $N_t$  veces mayor que en el caso de un radar basado en *phased-array*, siendo  $N_t$  el número de antenas en transmisión (Li y Stoica, 2007).

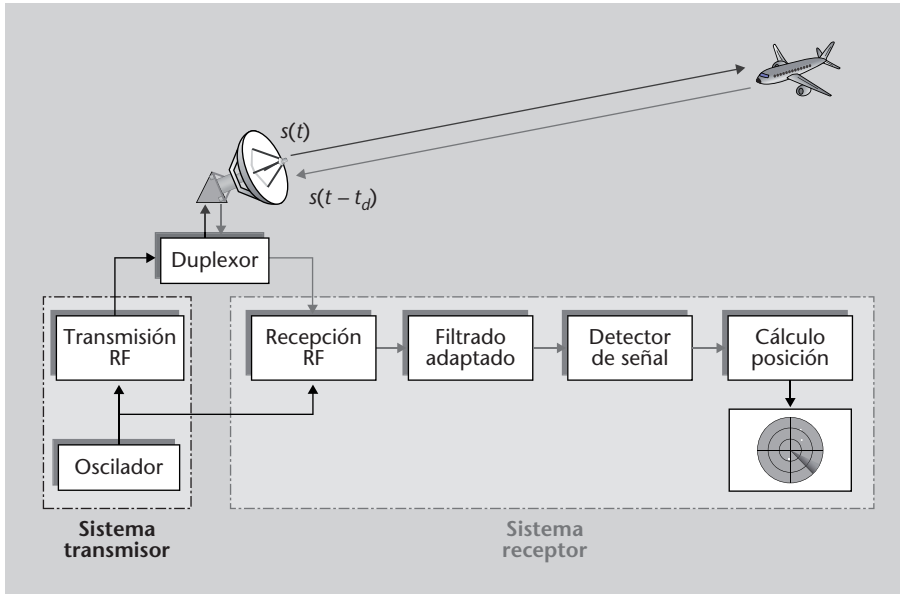
#### Observación

La complejidad asociada al procesado de señal multi-antena hace que el tratamiento de estos sistemas de radar quede fuera del alcance de este documento.

### 2.3. Determinación de la distancia al objetivo

De cara a hacerse una idea más detallada del principio de operación por el que se rige un sistema de radar, la figura 3 muestra el diagrama de bloques de lo que sería la arquitectura básica.

Figura 3. Arquitectura básica de un sistema de radar



Como puede observarse, el transmisor envía una señal electromagnética que incide sobre el blanco y genera una reflexión que llega hasta el receptor unos instantes más tarde.

El retraso  $t_d$  que experimenta la señal recibida está directamente relacionado con la distancia recorrida en el camino de ida y vuelta, por lo que la distancia al blanco\*, puede obtenerse según

$$d = \frac{c \cdot t_d}{2} \quad (1)$$

en donde  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s es la velocidad de la luz, y el retraso  $t_d$  se mide en segundos.

\*En inglés, *range*

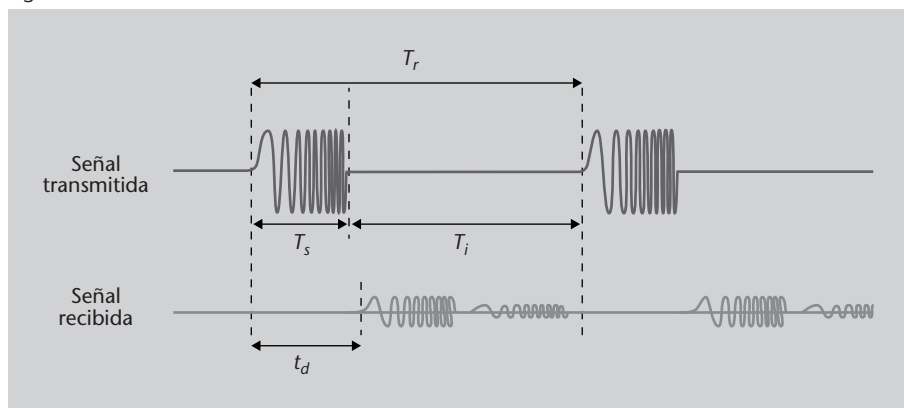
En la práctica, la señal transmitida puede no sólo reflejarse en el blanco de interés sino también en otros objetos periféricos lejanos como podría ser una montaña o un edificio. Es por ello que el procedimiento habitual en un sistema radar consiste en enviar una señal pulsada durante un cierto tiempo  $T_s$  y mantenerse en silencio durante un tiempo  $T_i$ . El tiempo de inactividad  $T_i$  es necesario para esperar a que todas las posibles señales reflejadas lleguen hasta el receptor antes de volver a enviar otro pulso. Si esto no fuera así, podría darse el caso de que justo al enviar el siguiente pulso, llegara una señal reflejada correspondiente al pulso anterior, con lo cual el retardo medido  $t_d$  sería engañoso e indicaría la presencia de un objeto muy cercano. Para evitar este tipo de ambigüedades, el tiempo de inactividad  $T_i$  debe ser mayor al retardo de ida y vuelta que experimenta la señal reflejada en el objeto periférico más lejano que se conozca.

En conjunto, el periodo de repetición al que se envían los pulsos es pues,  $T_r \doteq T_s + T_i$ , y por lo tanto la mayor distancia que puede medirse en ausencia de ambigüedades es  $R_{max} \doteq c \cdot T_r/2 = c/(2F_r)$ , con  $F_r \doteq 1/T_r$  la frecuencia de repetición de los pulsos\*.

\*En inglés, *pulse repetition factor (PRF)*

En cuanto a la duración  $T_s$  del pulso transmitido, por un lado interesa que sea lo más corta posible para así poder resolver con precisión el instante de tiempo en el que llega la señal reflejada. Sin embargo, por otro lado interesa que sea suficientemente grande como para que la energía transmitida permita luego detectar con claridad las señales reflejadas. O de manera equivalente, interesa que sea suficientemente grande como para que, a igual energía de señal recibida, ésta pueda provenir de objetos más lejanos. Por lo tanto, existe un compromiso entre precisión en la medida de distancia y el alcance máximo que permite el radar, tal y como se discutirá más adelante.

Figura 4



**Figura 4**

Ejemplo de señal transmitida por un radar pulsado, y señal recibida correspondiente, donde se observa el reflejo en un blanco (primera réplica) y en un objeto lejano (segunda réplica).

### 2.4. Ecuación radar

La precisión de un sistema radar es un aspecto complejo que implica un cierto estudio detallado no sólo de la potencia radiada y las condiciones de propagación, sino también de la forma de onda concreta que ha sido emitida. Por lo que respecta al alcance máximo, éste sí que es un valor que puede obtenerse de manera directa a partir del balance de potencias en el camino de ida y vuelta de la señal transmitida. Supongamos para ello que se dispone inicialmente de una antena isotrópica cuya potencia transmitida es  $P_t$ . A una cierta distancia  $d$  respecto la antena, y suponiendo propagación en espacio libre, la potencia inicial  $P_t$  se reparte entre todos los puntos que forman la superficie de una esfera de radio  $d$ . De esta forma la potencia disponible en cada uno de estos puntos viene dada por

**Ved también**

Sobre la complejidad de la precisión de un sistema radar podéis consultar el subapartado 5.1.

$$\rho_{iso}^{tx}(d) = \frac{P_t}{4\pi d^2}, \tag{2}$$

en donde  $\rho_{\text{iso}}^{\text{rx}}(d)$  es en realidad la densidad de potencia transmitida por unidad de superficie, medida en  $W/m^2$ . Nótese que en condiciones de espacio libre, la pérdida de potencia puntual es debida única y exclusivamente al incremento cuadrático de esta superficie esférica en la que se reparte la potencia transmitida a medida que aumenta  $d$ . Si posteriormente resulta que a esta distancia se encuentra un obstáculo, éste reflejará parte de la potencia incidente hacia varias direcciones, con lo que hacia la dirección del radar, es previsible que se refleje una fracción  $\sigma$  de la potencia transmitida. Esta potencia reflejada ha de recorrer el camino de vuelta hacia el radar, y por tanto al llegar a él, se verá afectada por el mismo efecto de propagación en espacio libre  $1/(4\pi d^2)$  anteriormente comentado. Esto hace que en global, la densidad de potencia recibida en el radar que origina un obstáculo a distancia  $d$  sea

$$\rho_{\text{iso}}^{\text{rx}}(d) = \frac{P_t}{4\pi d^2} \frac{\sigma}{4\pi d^2} = \frac{P_t \sigma}{(4\pi)^2 d^4}. \quad (3)$$

A nivel práctico, hay que tener en cuenta dos aspectos. En primer lugar, que los sistemas radar no utilizan antenas isotrópicas sino directivas, con el objetivo de concentrar la potencia radiada en una dirección determinada. Ello se traduce en una densidad de potencia transmitida que resulta amplificada por un factor igual a la ganancia de la antena transmisora,  $G_t$ . En segundo lugar, la antena receptora en el sistema radar ha de captar la mayor cantidad de potencia por unidad de superficie posible, lo cual introduce el concepto de *área efectiva* de la antena,  $A_e$ . Esta área efectiva puede entenderse como la fracción útil de toda el área  $A$  de que dispone la antena. Es decir,  $A_e \doteq A \cdot \eta$ , en donde  $\eta$  es la fracción de eficiencia de la antena. Si la antena en recepción resulta ser la misma que la que se utiliza para transmisión, como suele ser habitual en sistemas radar, entonces es posible expresar el área efectiva de la antena en función de su ganancia en transmisión según Silver (1997, sec. 6.4),

$$A_e = \frac{G_t \lambda^2}{4\pi}. \quad (4)$$

Teniendo en cuenta estos dos últimos aspectos prácticos, sí que puede ya afirmarse que la potencia (que no densidad) recibida en el sistema radar ante la presencia de un objeto a distancia  $d$  resulta ser

$$P_r = \frac{P_t G_t A_e \sigma}{(4\pi)^2 d^4} = \frac{P_t G_t^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 d^4}. \quad (5)$$

El resultado en la ecuación 5 es de vital importancia en el análisis de sistemas radar puesto que permite calcular la distancia máxima a la que puede detectarse un objeto.



Si la sensibilidad o potencia mínima detectable por el receptor es  $P_{\min}$ , la distancia máxima detectable es

$$d_{\max} = \left( \frac{P_t G_t A_e \sigma}{(4\pi^2) P_{\min}} \right)^{1/4}. \quad (6)$$

La ecuación anterior se conoce también como la *ecuación radar*, y relaciona el alcance máximo del radar con los parámetros de transmisión y recepción del mismo.

En esta ecuación es interesante observar, por ejemplo, que la distancia máxima depende según la raíz cuarta de la potencia transmitida. Por tanto, doblar la distancia máxima de alcance implica multiplicar por 16 la potencia transmitida. Esta observación refleja la magnitud del coste que en términos de potencia implica un radar de gran alcance. Es por ello que una de las partes críticas son los equipos de amplificación de alta potencia (HPA).

### Ejemplo

Un radar monoestático opera a la frecuencia de 2,5 GHz con una antena cuya ganancia es de 30 dB. Si la sensibilidad del receptor es de -120 dBm, calcular la potencia mínima en transmisión que se requiere para detectar un objetivo a 300 km de distancia, cuya fracción de potencia reflejada equivale a un área de 10 m<sup>2</sup>.

**Solución:** A partir del enunciado se tiene que  $\lambda \doteq c/f = (3/2,5) \cdot 10^{-1}$ ,  $G_t = 10^{30/10} = 10^3$ ,  $P_{\min} = 10^{(-120-30)/10} = 10^{-15}$  W,  $d = 3 \cdot 10^5$  m y  $\sigma = 10$  m<sup>2</sup>. Con estos datos, y sustituyendo en la ecuación 5, puede aislarse la potencia transmitida cuyo valor ha de cumplir  $P_t \geq 2,79$  kW.

Finalmente, es importante comentar que la potencia transmitida  $P_t$  que aparece en la ecuación radar se refiere puramente a la potencia de la señal transmitida. Es decir, a la potencia de la señal pulsada que se transmite durante el tiempo de actividad  $T_s$  mencionado en el subapartado 2.3. Esta potencia transmitida se considera en el sentido de potencia efectiva, pues si se analiza la transmisión de señal durante todo un periodo de repetición  $T_r$ , la posible presencia de un cierto tiempo de inactividad  $T_i$  hace que la potencia *media* transmitida sea

$$P_{av} = \frac{T_r - T_i}{T_r} P_t = T_s F_r P_t = \zeta P_t \quad (7)$$

en donde  $\zeta$  se define como el factor de ciclo de trabajo o *duty cycle*,

$$\zeta \doteq \frac{P_{av}}{P_t} \in [0,1]. \quad (8)$$

## 2.5. Sección radar cruzada

Anteriormente se ha comentado cómo una fracción de la potencia que incide sobre el objetivo es reflejada de vuelta hacia el radar. Aunque esta potencia

### Ved también

Los equipos de amplificación de alta potencia (HPA) se estudian en el subapartado 3.1.

reflejada lo hace principalmente en la misma dirección en la que el objetivo ha sido iluminado, resulta útil imaginarse un objeto que siendo iluminado de la misma forma, refleje potencia de manera uniforme en todas las direcciones.

El área que debería de tener este objeto ficticio para que, en recepción, se recibiera la misma potencia reflejada que en el caso de un objeto real, es lo que se conoce como *sección radar cruzada\**.

\*En inglés, *radar cross section*

La sección radar cruzada (o simplemente, sección radar) es por tanto un área equivalente, y como tal, sus unidades son metros cuadrados,  $m^2$ . A nivel electromagnético, y suponiendo que el objetivo está suficientemente alejado del radar como para asumir que la onda de propagación es plana, esta área equivalente se define según,

$$\sigma \doteq 4\pi d^2 \frac{|E_r|^2}{|E_i|} \quad (9)$$

en donde  $E_i$  es el valor del campo eléctrico incidente sobre el objetivo y  $|E_r|$  el valor reflejado en la dirección de radar. Sin embargo, con frecuencia no hay una relación directa entre la sección radar cruzada del objetivo que se ilumina y su área real, sino que lo único que suele cumplirse es que para una misma distancia al radar, a mayor tamaño de objetivo, mayor sección radar.

Cabe destacar que la relación entre el tamaño del objetivo y su sección radar depende también de la frecuencia de operación a la cual se ilumina el blanco. En caso de que la longitud de onda incidente sea mayor que las dimensiones del objeto, la sección radar depende principalmente del volumen del objeto más que de su forma concreta. Esta región de operación se conoce como *región de Rayleigh*. Por el contrario, si la longitud de onda incidente es menor que las dimensiones del objeto, la sección radar tiene una gran dependencia con la forma geométrica y los detalles del objeto. En este caso, y lejos de ser una constante, la sección radar pasa a depender del ángulo de incidencia  $\theta$ , con lo que es más correcto representarla según  $\sigma(\theta)$ , tal y como se muestra en la parte derecha de la figura 5. Esta región de operación se conoce como *región óptica*, y es en donde suelen operar los sistemas de radar basados en microondas.

Figura 5

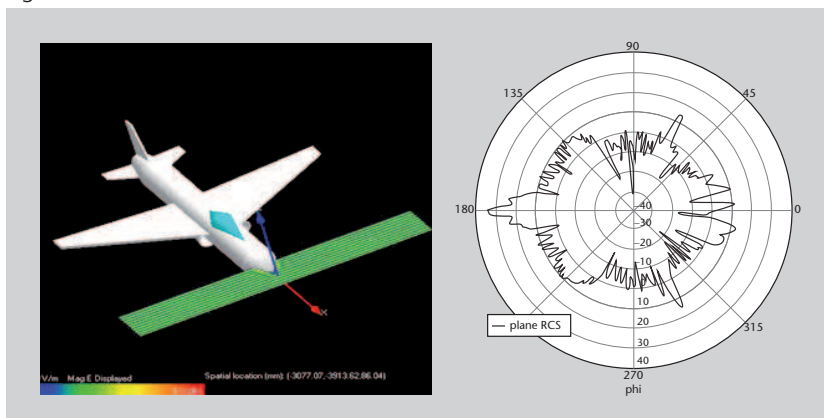


Figura 5

A la izquierda, avión iluminado con radiación electromagnética. A la derecha, sección radar cruzada resultante para los posibles ángulos de incidencia (Agilent, 2010)

Como puede imaginarse, operar en la región óptica implica que la sección de radar presente grandes variaciones para un mismo objeto cuando éste se ilumina desde diferentes ángulos, lo cual resulta en grandes variaciones de potencia recibida en el receptor, dificultando el proceso de detección del blanco. Estas variaciones pueden entenderse como una especie de *firma* electromagnética que genera el objeto al ser iluminado desde diferentes ángulos, y su conocimiento es de gran interés desde el punto de vista de la detección y clasificación de objetivos. Este problema ha recibido una gran atención durante las últimas décadas, en donde se han realizado estudios para caracterizar las medidas obtenidas al iluminar diferentes objetos y materiales (Ruck, 1989; Knott y otros, 2004).

En la práctica, las variaciones de sección radar suelen modelarse a través de una determinada función de densidad de probabilidad, de la misma forma que ocurre con los desvanecimientos de señal en comunicaciones móviles. Quizás uno de los métodos más sencillos y más extendido sea el uso de los modelos de Swerling, formado por cuatro distribuciones estadísticas que modelan las variaciones de sección radar en diferentes escenarios (Skolnik, 2001, cap. 2.8).

Veamos con más detalle los **modelos de Swerling** para fluctuaciones de sección radar cruzada:

- **Caso 1: Variaciones lentas.** Los pulsos de señal reflejada en el objetivo presentan amplitud constante, pero ésta varía entre diferentes barridos en los que se ilumina el objetivo. En este caso se puede modelar la sección radar cruzada entre barridos como una variable aleatoria de tipo exponencial con la siguiente función densidad de probabilidad,

$$f(\sigma) = \frac{1}{\sigma_{av}} e^{-\sigma/\sigma_{av}}, \quad \sigma \geq 0, \quad (10)$$

en donde  $\sigma_{av}$  es la sección radar promedio.

- **Caso 2: Variaciones rápidas.** Responden a la misma función densidad de probabilidad que en el caso 1, con la diferencia de que ahora las variaciones de amplitud se producen entre pulsos consecutivos de un mismo barrido.
- **Caso 3: Variaciones lentas con objetivos de gran tamaño.** Al igual que en el caso 1, los pulsos reflejados presentan amplitud constante dentro de un mismo barrido, pero independiente entre barridos consecutivos. En este caso se modela la presencia de objetivos de grandes dimensiones que generan, además, un cierto número de pequeños reflejos añadidos. La función densidad de probabilidad que modela las variaciones de sección radar en este caso viene dada por una distribución de tipo Chi-Square según,

$$f(\sigma) = \frac{4}{\sigma_{av}} \sigma e^{-2\sigma/\sigma_{av}}, \quad \sigma \geq 0. \quad (11)$$

- **Caso 4: Variaciones rápidas con objetivos de gran tamaño.** Responden a la misma función densidad de probabilidad que en el caso 3, pero con variaciones de amplitud entre pulsos consecutivos de un mismo barrido.

Finalmente, es interesante comentar cómo la caracterización de la sección radar ha sido utilizada no sólo para mejorar la detección en recepción, sino también para lo contrario. Es decir, para diseñar objetos que pasen inadvertidos al ser iluminados por un sistema radar. Este tipo de filosofía se conoce como **tecnología "stealth"**, y se basa en diseños geométricos y en el uso de materiales que minimizan la sección radar. Sus aplicaciones son principalmente militares, y en la figura 6 se muestran algunos de los vehículos construidos con esta tecnología.

Figura 6

**Figura 6**

Ejemplos de objetivos diseñados con tecnología "stealth" para reducir la sección radar cruzada. A la izquierda, Lockheed Martin F117 Stealth Fighter. A la derecha, HMS Helsingborg K32 Stealth Battleship.

## 2.6. Frecuencias de operación

Los sistemas de radar modernos operan de manera mayoritaria con frecuencias de microondas, las cuales comprenden una región muy amplia que va desde los 300 MHz hasta los 300 GHz. Dentro de esta región, los diferentes tipos de sistemas radar quedan asignados en función de su frecuencia de operación. Esta asignación frecuencial por bandas no es específica de los sistemas de radar sino que hereda la asignación frecuencial ya realizada por la International Telecommunications Union (ITU) para el caso de sistemas de radiocomunicación.

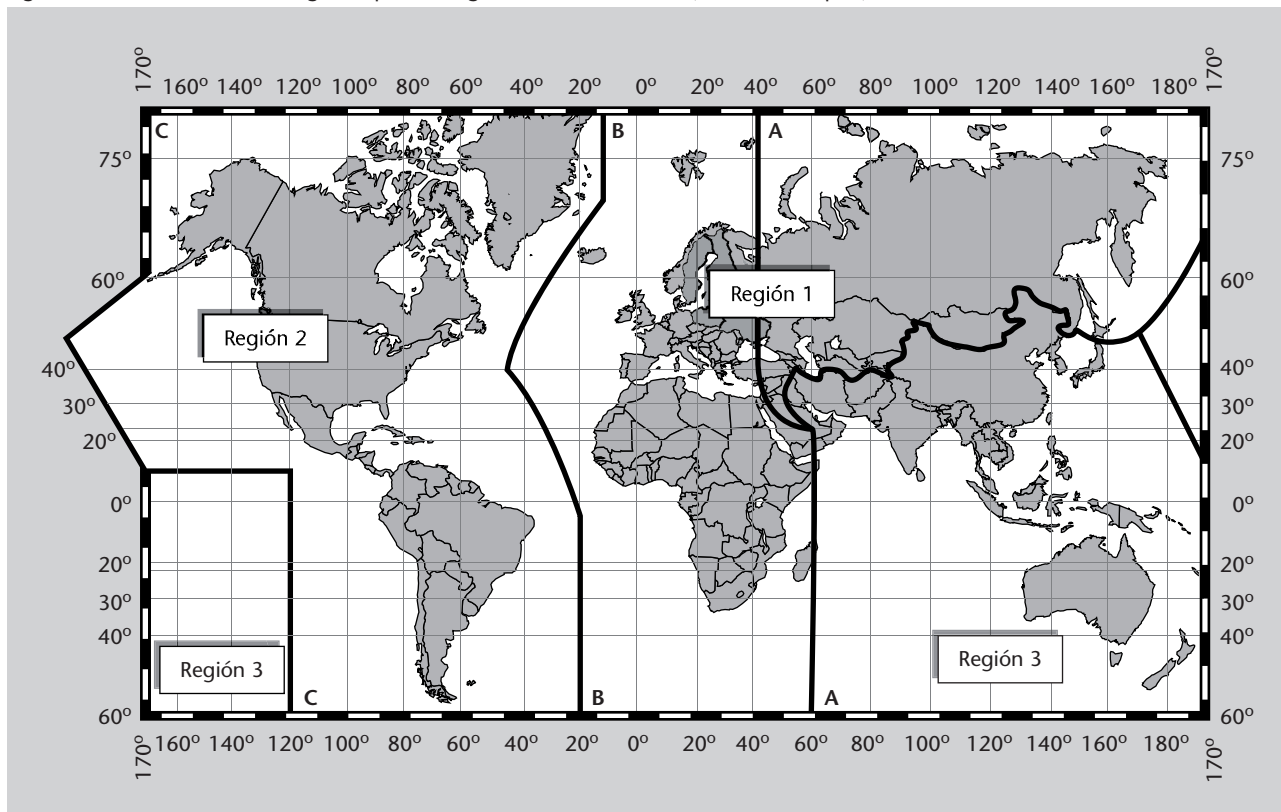
### Asignación frecuencial en la II Guerra Mundial

La asignación frecuencial para el caso de sistemas de radiocomunicación proviene de la II Guerra Mundial, en donde la referencia a las bandas frecuenciales se realizaba de manera encriptada mediante letras como *S*, *L* o *X* para proteger su significado. Posteriormente, una vez finalizada la guerra, la misma notación se siguió utilizando como una manera sencilla y práctica de referirse a la división del espectro (Skolnik, 2001).

Tabla 1. Asignación de frecuencias según el estándar IEEE 521-2002 (IEE, 2002)

Tabla internacional				
Designación de la banda	Gama de frecuencia nominal	Gammas de frecuencias específicas para radar según asignaciones de la uit		
		Región 1	Región 2	Región 3
HF	3-30 MHz			
VHF	30-300 MHz	Ninguna	138-144 MHz 216-225 MHz	223-230 MHz
UHF	300-100 MHz		420-450 MHz 890-942 MHz	
L	1-2 GHz		1.215-1.400 MHz	
S	2-4 GHz		2.300-2.500 MHz	
		2.700-3.600 MHz	2.700-3.700 MHz	
C	4-8 GHz		4.200-4.400 MHz	
		5.200-5.850 MHz	5.250-5.925 MHz	
X	8-12 GHz		8,5-10,68 GHz	
Ku	12-18 GHz		13,4-14 GHz	
			15,7-17,7 GHz	
K	18-27 GHz	24,5-24,25 GHz	24,5-24,25 GHz 24,65-24,75 GHz	24,5-24,25 GHz
Ka	27-40 GHz		33,4-36 GHz	
V	40-75 GHz		59-64 GHz	
W	75-110 GHz		76-81 GHz	
			92-100 GHz	
Mm	110-300 GHz		126-142 GHz	
			144-149 GHz	
			213-235 GHz	
			238-248 GHz	

Figura 7. División mundial en regiones para la asignación de frecuencias (NTI, 2010, cap. 4)



## 2.7. Aplicaciones de los sistemas de radar

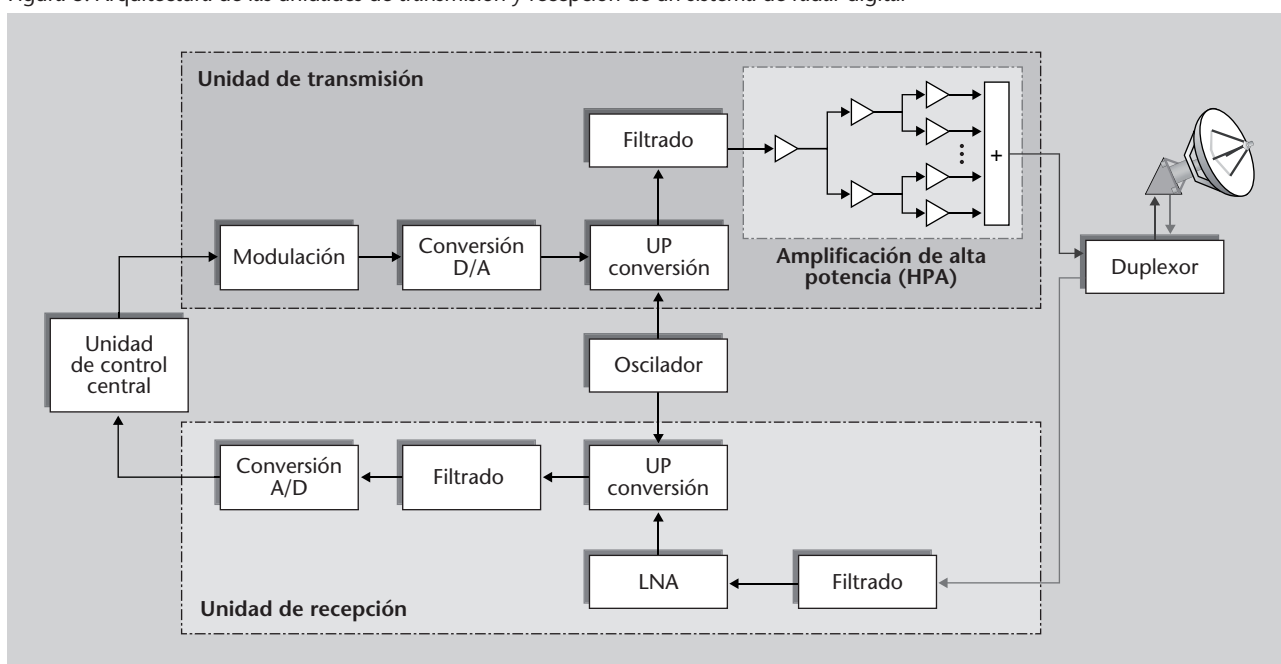
Si bien los sistemas de radar fueron concebidos como herramientas de defensa para advertir de la presencia de elementos potencialmente peligrosos, actualmente el mismo principio de operación del sistema radar se utiliza en gran cantidad de aplicaciones prácticas con fines civiles. A continuación se describen las más importantes.

- **Control de tráfico aéreo.** Los radares son elementos clave en el control del tráfico aéreo a nivel mundial, tanto a nivel local en zonas aeroportuarias como a nivel de seguimiento de aeronaves en ruta.
- **Navegación aérea.** Los radares meteorológicos que se incorporan a bordo de los aviones permiten detectar zonas meteorológicamente adversas que pueden encontrarse en el camino de la ruta, y por tanto, proporcionan una información muy valiosa para preservar la seguridad en vuelo.
- **Navegación marina.** Los sistemas radar incorporados en embarcaciones náuticas tienen como principal objetivo evitar obstáculos, ya sea a nivel de superficie (como otras embarcaciones presentes en el área o boyas) o por debajo del nivel del mar (especialmente, medir la profundidad del suelo marino).
- **Remote sensing.** Es un concepto que agrupa a aquellas aplicaciones que requieren la medida de magnitudes físicas de manera remota, como por ejemplo, la temperatura de zonas boscosas durante las maniobras de prevención de incendios, o el nivel del mar en zonas sujetas a actividad sísmica que pueda dar lugar a *tsunamis*.
- **Seguridad vial.** En los últimos años ha proliferado la instalación de sistemas de radar para monitorizar la velocidad de los vehículos que circulan por ciertos tramos de la red viaria, con el fin de detectar posibles infracciones.
- **Meteorología.** Los radares meteorológicos son una pieza fundamental en la meteorología moderna, ya que permiten detectar la presencia de partículas en la atmósfera como gotas de agua o nieve.
- **Geofísica.** Mediante el uso de *ground penetrating radar* (GPR), es posible obtener imágenes del subsuelo a partir del análisis de las señales reflejadas en las diferentes capas de estratos, lo cual proporciona información de manera remota sin tener que hacer prospecciones.
- **Espacio.** Los sistemas de radar son empleados también en misiones espaciales para ayudar al alineado y ensamblaje de módulos espaciales en órbita, así como para el aterrizaje en superficies como la de la Luna o Marte.

### 3. Arquitectura de un sistema radar

En este apartado se describen los principales elementos que componen el transmisor y el receptor de un sistema de radar. Para ello se tomará como punto de partida la arquitectura detallada que se muestra en el diagrama de bloques de la figura 8.

Figura 8. Arquitectura de las unidades de transmisión y recepción de un sistema de radar digital



#### 3.1. Elementos de transmisión

La generación y transmisión de la señal de un sistema de radar implica el uso de los siguientes elementos:

- **Modulador**, donde se genera la forma de onda que será transmitida posteriormente en radio-frecuencia. Dependiendo del tipo de radar, la modulación que se lleve a cabo puede ser de tipo pulsada, en la que se generan pulsos de duración temporal limitada; de tipo continuo, donde se genera una señal constante, o de tipo angular, donde se varía la frecuencia de la señal del oscilador según una determinada función del tiempo (de manera similar a la modulación FM).
- **Oscilador**, el cual se encarga de generar una señal sinusoidal de frecuencia intermedia que servirá de referencia para el resto de bloques del sistema. Inicialmente, se utilizaban dispositivos denominados *magnetrones* para ge-

nerar esta señal de referencia. Sin embargo, su elevado nivel de ruido y las dificultades para generar una potencia promedio elevada han relegado los magnetrones a otro tipo de aplicaciones menos exigentes como los hornos de microondas. Actualmente se suelen utilizar dispositivos denominados *klystron* que actúan de manera simultánea como oscilador y como amplificador de potencia. Si la frecuencia de operación es elevada, la potencia de salida de este tipo de dispositivos comienza a decaer, con lo cual en esos casos es interesante la adopción de un *gyrotron*, que también puede actuar como oscilador y amplificador, y en donde por el contrario la potencia de salida se mantiene constante.

- **Etapa de conversión a radio-frecuencia**, donde se realiza la traslación en frecuencia de la señal modulada. Ésta proviene de combinar la señal sinusoidal de referencia a frecuencia intermedia y la forma de onda del sistema radar. A la salida de esta etapa de conversión se dispone de una señal de radio-frecuencia centrada en la frecuencia de operación del sistema.
- **Etapa de amplificación de alta potencia (HPA)**, donde la señal modulada de radio-frecuencia es amplificada con el fin de dotarla de la potencia necesaria para cubrir la distancia máxima de detección para la que el sistema ha sido diseñado. En casos en los que se requiere una muy alta potencia transmitida, es habitual combinar varias etapas de amplificación en paralelo, tal y como se muestra en la figura 8. Por otro lado, cabe mencionar que hay una gran variedad de tecnologías de HPA que pueden utilizarse, entre las que destacan principalmente los dispositivos *klystron* anteriormente mencionados, los *travelling wave tubes* (TWT), amplificadores de estado sólido (SSPA) y amplificadores de campo cruzado (CFA). Actualmente existe una cierta competición entre las tecnologías de TWT y SSPA, siendo la primera la utilizada tradicionalmente para sistemas de tipo mediano en cuanto a potencia y ancho de banda. La tecnología de SSPA se ha ido incorporando posteriormente en sistemas de potencia baja pero de gran ancho de banda, como una solución de bajo consumo, bajo mantenimiento y bajo ruido.
- **Duplexor**, realiza un multiplexado temporal entre la etapa de transmisión y la de recepción del sistema radar, de manera que ambas puedan utilizar la misma antena. El duplexor debe tener un buen aislamiento para evitar que la potencia transmitida se acople en la etapa de recepción. Ello es de especial importancia teniendo en cuenta que habitualmente la sensibilidad del receptor es del orden de  $10 \mu\text{W}$  a  $1\text{mW}$ , mientras que la potencia transmitida puede moverse entre  $10 \text{kW}$  y  $1 \text{MW}$ .
- **Antena**, cuyo objetivo es actuar como transductor entre el medio guiado por el que viaja la señal generada en la etapa de RF y el medio de propagación en espacio libre. En este proceso, habitualmente es recomendable que la antena concentre la potencia radiada en una dirección concreta del espacio, lo cual queda reflejado en un diagrama de radiación estrecho que proporciona una ganancia respecto al caso isotrópico. Tal y como se ha comentado en el subapartado 2.4, la ganancia de una antena está relacio-

#### Lectura complementaria

Una revisión exhaustiva de los diversos dispositivos de amplificación de potencia puede encontrarse en Skolnik (2001, Ch.10).



nada con su área efectiva,  $G_t = 4\pi A_e/\lambda^2$ . De manera aproximada se cumple también que  $G_t \approx \frac{26 \cdot 10^3}{\theta_{3dB} \phi_{3dB}}$ , lo cual permite obtener una indicación sobre el ancho de haz a 3 dB en azimuth,  $\theta_{3dB}$ , y elevación  $\phi_{3dB}$ . Ambos anchos de haz dependen del tipo de antena, pero cuando ésta no se especifica, es útil recordar la siguiente relación  $\theta_{3dB} = 65\lambda/D_h$  y  $\phi_{3dB} = 65\lambda/D_v$ , con  $\{D_h, D_v\}$  las dimensiones horizontal y vertical, respectivamente, de la antena, siempre y cuando se trate de antenas cuya relación entre haz principal y haz secundario sea entre 25-28 dB (Skolnik, 2001, cap. 2.11).

Figura 9



El diagrama de radiación de una antena radar suele concentrarse en una dirección del espacio, por lo que se necesita algún tipo de mecanismo para poder ir moviendo esa dirección de iluminación y poder así escanear todo el espacio. Esto puede conseguirse mediante la implementación de un sistema mecánico de giro (como ocurre por ejemplo en la mayoría de antenas de radar en embarcaciones náuticas) o mediante el uso de conformación de haz electrónica a partir de agrupaciones de antenas, opción también conocida como *electronically steered phased array antennas*. La ventaja de esta última opción es que permite variar el diagrama de radiación de manera rápida sin tener que implementar ningún tipo de mecanización de giro, lo cual suele ser complicado en el caso de antenas de grandes dimensiones y elevado peso. Si bien las antenas de tipo *phased arrays* procesan versiones escaladas y desfasadas de una misma señal electromagnética, otra opción conocida como radar *multiple-input multiple-output* (MIMO) se basa en que las antenas de la agrupación procesen señales diferentes únicamente relacionadas entre ellas por una determinada matriz de correlación espacio-temporal.

Figura 10



Figura 9

Diferentes tipos de antenas radar comerciales. A la izquierda, CHL modelo SV107; en el centro, Microstar 12-foot transportable; a la derecha, Esat EA5025.

### Lectura complementaria

Tanto el caso de radares mono-antena como el caso de radares multi-antena basados en *phased array* o en MIMO, forman un campo extremadamente amplio y complejo como para ser tratado con detalle en este documento. Para ello los que estéis interesados podéis encontrar información detallada en Skolnik (2001, cap. 9).

Figura 10

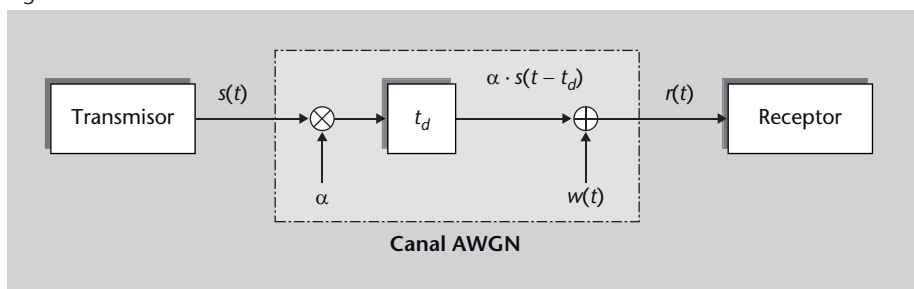
Ejemplos de antenas radar basadas en *phased arrays*. A la izquierda, radar de alerta temprana Pave Paws de Raytheon para la detección intercontinental de misiles y vigilancia espacial. A la derecha, radar táctico Ground Master 400 de Thales-Raytheon Systems.

### 3.2. Elementos de recepción

El objetivo del receptor es captar la señal reflejada por el blanco (o transmitida por él, en caso de radares secundarios) y acondicionarla para permitir su detectabilidad y posterior análisis en la unidad de control. Como parte de este proceso de acondicionamiento, el receptor ha de compensar la atenuación que ha sufrido la señal transmitida en su viaje de ida y vuelta, así como la degradación introducida por el ruido térmico generado en el propio receptor.

Este ruido, también conocido como *ruido de Johnson*, es debido a la agitación térmica de los electrones en los componentes pasivos que forman los circuitos del receptor y puede modelarse como un proceso aleatorio gaussiano de media nula. Aunque este ruido es generado propiamente por el receptor, habitualmente se indica como una fuente de error externa y que forma parte del canal de comunicación, tal y como se muestra en la figura 11.

Figura 11. Modelo matemático de un canal ideal AWGN



Este tipo de canal idealizado en que la señal transmitida sufre una atenuación, un retardo y la adición de ruido térmico, se denomina canal AWGN por sus siglas en inglés *additive white gaussian noise*. Es un tipo de canal muy utilizado en sistemas de comunicaciones (sobre todo en enlaces satélite) y que, aunque en el caso de sistemas radar supone un caso idealizado (ya que ignora las variaciones de señal debidas a la sección de radar, o la presencia de múltiples señales reflejadas) es útil para introducir el efecto del ruido en el receptor y los mecanismos para combatirlo.

Si bien a nivel estadístico el ruido térmico se modela mediante una función densidad de probabilidad gaussiana, a nivel frecuencial se modela como un proceso aleatorio cuya densidad espectral de potencia es constante para todas las frecuencias. Esto es,  $S_w(f) = \frac{N_0}{2}$  W/Hz, en donde  $N_0$  es una constante definida según  $N_0 \doteq k_B T_e$ , con  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K la constante de Boltzmann, y  $T_e$  la temperatura equivalente del receptor medida en grados Kelvin (Proakis y Salehi, 2002). A nivel temporal, el ruido térmico se modela como un proceso aleatorio estacionario, ergódico y cuya función de autocorrelación es nula para todo desplazamiento  $\tau$  diferente del origen. Esto es,  $R_w(\tau) \doteq E[w(t + \tau)w^*(\tau)] = \frac{N_0}{2} \delta(\tau)$ , en donde cabe recordar que para procesos aleatorios estacionarios  $S_w(f) = \mathcal{F}[R_w(\tau)]$ , con  $\mathcal{F}[\cdot]$  la transformada de Fourier.

Este ruido, sin embargo, no deja de ser un mero modelo matemático y de hecho, es un ruido que nunca es observable en la práctica. La razón se debe a que el propio proceso de medida del ruido conlleva el uso de un equipo de medida que irremediablemente viene caracterizado por un determinado ancho de banda de ruido, definido según,

$$B_n \doteq \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df}{2|H(0)|^2}, \quad (12)$$

con  $H(f)$  la respuesta en frecuencia del equipo. Por lo tanto, el ruido  $n(t)$ , que realmente se percibe a la salida del equipo de medida, viene dado por  $n(t) = w(t) * h(t)$ , con  $h(t) = \mathcal{F}^{-1}[H(f)]$  la respuesta impulsional del equipo y  $*$  el operador convolución. Es decir, se trata de ruido *filtrado*, cuya densidad espectral de potencia lejos de ser constante, queda determinada por  $S_n(f) = \frac{N_0}{2} |H(f)|^2$ . Por lo tanto, la potencia de este ruido filtrado pasa a ser

$$P_n \doteq \int_{-\infty}^{\infty} S_n(f) df = N_0 B_n, \quad (13)$$

suponiendo  $H(0) = 1$ .

Es importante destacar que cualquier dispositivo electrónico introduce un cierto ruido adicional debido a imperfecciones en su proceso de fabricación, a su diseño interno o a los materiales y componentes que utiliza. Por esta razón, en la práctica, la potencia de ruido a la salida de este dispositivo es la suma de potencia de ruido térmico y potencia de ruido interno,  $P_{n,int}$ , dando lugar al concepto de temperatura *equivalente* de ruido,  $T_e$ ,

$$P_n = N_0 B_n + P_{n,int} = k_B B_n \left( T + \frac{P_{n,int}}{k_B B_n} \right) = k_B B_n (T + T_e). \quad (14)$$

Esta temperatura *equivalente* no es más que la temperatura ficticia a la que debería estar un dispositivo para generar a su salida la misma potencia de ruido térmico que la que genera de ruido interno. En términos de potencia de ruido térmico, nótese cómo el dispositivo opera virtualmente a una temperatura total de  $T + T_e$ .

Comparando la potencia resultante en la ecuación 14 con la que se tendría si la temperatura total fuera igual a la temperatura ambiente, se obtiene un parámetro conocido como *figura de ruido*, NF,

$$\text{NF} \doteq \frac{P_n}{P_n|_{T_e=0}} = 1 + \frac{T_e}{T_0} \quad (15)$$

en donde por convención, se fija la temperatura ambiente a  $T = T_0$ , con  $T_0 = 290$  °K.

Puede observarse cómo la figura de ruido proporciona una indicación acerca de la cantidad de ruido interno que añade un cierto dispositivo, y es pues de vital importancia para la caracterización de los elementos que forman todo receptor de radio-frecuencia, así como para analizar las prestaciones finales del sistema. Por ejemplo, la figura de ruido NF puede entenderse también como la degradación que sufre la relación señal-a-ruido a la salida del dispositivo, en comparación con su relación señal-a-ruido de entrada. Puesto que habitualmente todo receptor está formado por la concatenación de diversos dispositivos, es importante prestar atención a la figura de ruido para evitar que el ruido que un dispositivo añade se vea propagado por el resto de la cadena. Cómo evitar este efecto es algo que forma parte de la misión del primer bloque del receptor, la etapa de amplificación de bajo ruido, tal y como se verá a continuación.

Una vez introducidas las principales degradaciones que afectan a la señal recibida en el receptor radar, se está en condiciones de proceder a revisar los diferentes bloques que conforman el mismo:

- **Etapa de filtrado y amplificación de bajo ruido.** La señal reflejada en el blanco y que vuelve al receptor presenta unos niveles de potencia muy bajos, con lo que el primer paso consiste en amplificar la señal recibida. Para ello se utilizan amplificadores de bajo ruido\*, que de manera simultánea amplifican la señal y filtran paso banda para eliminar contribuciones/interferencias fuera de banda. Se trata de dispositivos de *bajo ruido* puesto que cuentan con una figura de ruido muy baja, con el objetivo de minimizar el ruido añadido que se inyecta al resto de la cadena de recepción.

\*Low noise amplification (LNA),  
en inglés.

La importancia de contar con dispositivos de bajo ruido al inicio de la cadena queda patente a partir del cálculo de la figura de ruido total de todo el receptor, que, para el caso de concatenar  $M$  dispositivos, resulta en la fórmula de Friis,

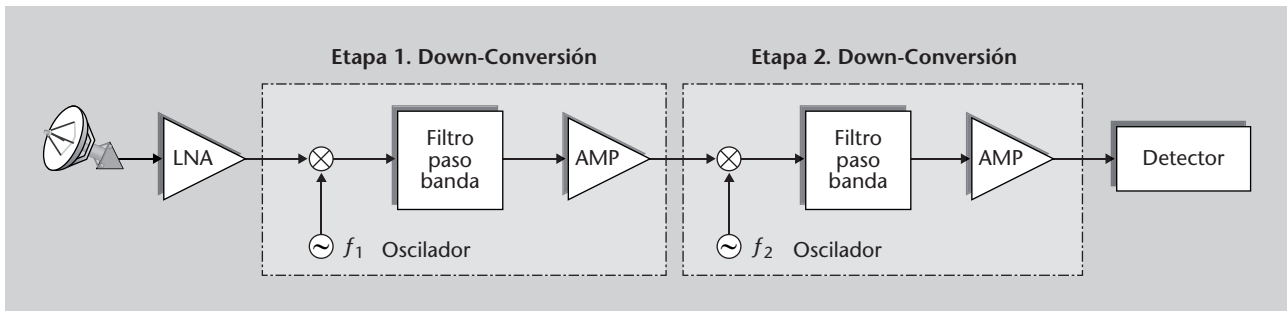
$$NF_{\text{total}} = NF_1 + \frac{NF_2 - 1}{G_1} + \frac{NF_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots + \frac{NF_M - 1}{\prod_{i=1}^{M-1} G_i}. \quad (16)$$

Puede verse a partir de la ecuación 16 cómo la figura de ruido total queda dominada por la figura de ruido del primer elemento de la cadena, que en este caso, consiste en el amplificador de bajo ruido.

- **Etapa de conversión en radio-frecuencia,** en donde se realiza una traslación en frecuencia de la señal recibida, desde la frecuencia portadora inicial, hasta una frecuencia intermedia mucho más baja (por ejemplo, al valor comúnmente utilizado de 70 MHz). En el proceso de traslación

de frecuencia se hace uso de un receptor superheterodino formado por un mezclador, en donde físicamente se realiza la traslación de frecuencia, una etapa de filtrado a frecuencia intermedia, y una etapa de amplificación. En algunos receptores, este conjunto de tres dispositivos (mezclador, filtro y amplificador) se repite hasta dos o tres veces con el fin de ofrecer una mayor amplificación entrada-salida y permitir un mejor rechazo de frecuencias imagen.

Figura 12. Ejemplo de receptor con doble etapa de conversión a frecuencia intermedia



- Etapa de conversión analógico/digital.** Consiste en convertir la señal analógica de entrada  $r(t)$  en un conjunto de muestras discretas  $r[n] \doteq r(t = nT_m)$  que puedan ser procesadas mediante dispositivos digitales como procesadores digitales de señal (DSP), *field-programmable gate array* (FPGA) u ordenadores personales. Para ello, la conversión analógico a digital (ADC) implica dos operaciones. En primer lugar, se muestrea la señal analógica a una frecuencia de muestreo  $F_s = \frac{1}{T_m} \geq 2B$ , con  $B$  el ancho de banda de la señal en cuestión. En segundo lugar, se cuantifica el valor de cada muestra con un conjunto finito de  $b$  bits, dando lugar a  $2^b$  valores que han de repartirse entre todo el margen dinámico de entrada, que comprende amplitudes de señal en el intervalo  $[-A_{\max}, +A_{\max}]$ . La selección del margen dinámico y el número de bits es un compromiso entre ruido de *clipping* (debido al truncamiento de la señal de entrada) y ruido de cuantificación (debido al error entre el valor real de la muestra de señal y su valor cuantificado).

#### Frecuencias en tiempo continuo y en tiempo discreto

A lo largo de este módulo, y para distinguir entre frecuencias en tiempo continuo y frecuencias en tiempo discreto, las primeras se indicarán mediante la variable  $F$  (en mayúscula) y las segundas mediante la variable  $f$  (en minúscula).

Por ejemplo, de cara a minimizar el ruido de *clipping* interesa aumentar el margen dinámico al máximo, sin embargo, ello implica que para un número de bits fijo, el paso de cuantificación aumenta, y con él, también el ruido de cuantificación. La solución pasa entonces por aumentar el número de bits, pero ello conlleva un aumento de complejidad del sistema. Por regla general, por cada nuevo bit que se añade, la relación señal-a-ruido de cuantificación mejora en 6 dB. Por otro lado, aumentar el margen dinámico es recomendable en escenarios donde el receptor de radar pueda estar sometido a interferencias, ya que en ese caso, un margen dinámico reducido puede llevar a una rápida saturación del ADC, y por tanto, a la inutilización del resto de bloques que hagan uso de técnicas de procesamiento digital.

Es interesante comentar que el proceso de conversión en frecuencia anteriormente presentado puede implementarse directamente en el dominio discreto a través de un procedimiento conocido como *IF sampling*. Éste se basa en sub-muestrear la señal de entrada y aprovechar los espectros de alias que aparecen en frecuencia para conseguir que uno de ellos quede

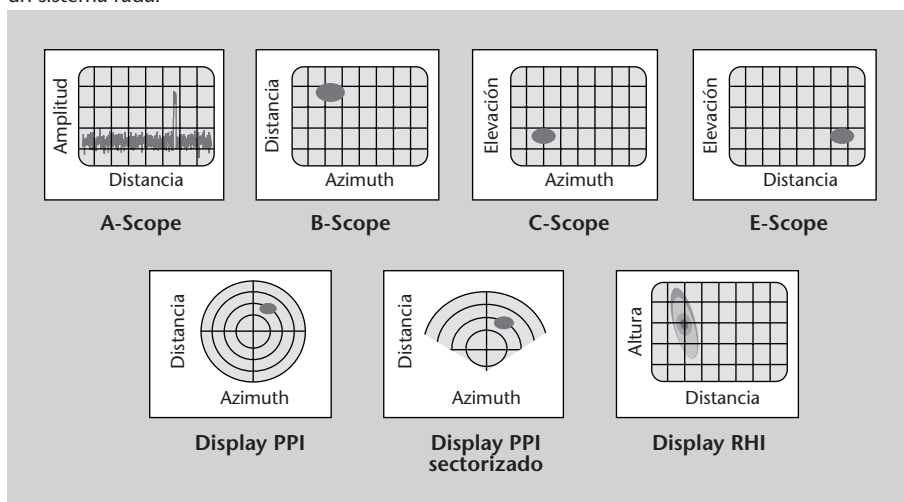
centrado a la frecuencia discreta de  $\pi/4$ . Una vez conseguido, el espectro de señal útil puede centrarse fácilmente en banda base multiplicando por una secuencia  $j^n$ , con  $n = \{0,1,2, \dots\}$  y posteriormente filtrando paso bajo. De esta forma se realiza simultáneamente la conversión analógico-digital y la conversión a banda base, obteniendo como resultado una señal compleja en banda base, cuya parte real corresponde a la componente en fase, y cuya parte imaginaria a la componente en cuadratura.

- **Unidad de control central.** Aquí es donde se realiza el procesado de la señal recibida, con el objetivo de implementar las técnicas necesarias para llevar a cabo la detección de señal, el cálculo de la distancia al blanco, y la determinación de su posición (si es el caso). En lo sucesivo, nos centraremos en el caso de receptores radar que implementan técnicas de procesado de señal *digital*.
- **Representación gráfica.** Quizás uno de los aspectos más característicos de un sistema radar es su modo de representar la información en una pantalla. Aunque existen innumerables tipos de representaciones gráficas, las más habituales se muestran a continuación en la figura 13.

**Lectura complementaria**

Existen muchas opciones de representación gráfica. Se pueden encontrar hasta 19 variantes aceptadas por el IEEE en su documento de estandarización IEEE Std. 686-2008.

Figura 13. Representaciones gráficas más habituales para mostrar la información captada por un sistema radar



## 4. Detección de señales en ruido

La antena receptora de un sistema radar está permanentemente captando radiación de su entorno en busca de contribuciones que puedan ser atribuidas al reflejo de la señal transmitida sobre un blanco. Sin embargo, la mayoría del tiempo la única contribución que se percibe es la debida al ruido térmico generado por el propio receptor, o a perturbaciones externas como interferencias o reflejos de la señal transmitida en objetos cercanos. Como consecuencia de su carácter aleatorio y por tanto imprevisible, la presencia de estas perturbaciones hace difícil distinguir cuándo niveles elevados de señal recibida corresponden realmente a la presencia de un blanco. Ello obliga a un análisis del problema en términos estadísticos, esto es, formulando el problema de detección a partir de la función densidad de probabilidad de los datos (abreviada por sus siglas en inglés como *PDF*). Antes, sin embargo, es necesario presentar las diferentes distribuciones estadísticas que suelen utilizarse para modelar las perturbaciones a la salida de un detector de señal.

### 4.1. Caracterización estadística del ruido en detección

Si bien el ruido térmico que afecta a la señal recibida es de naturaleza gaussiana, las diferentes operaciones que se realizan sobre esta señal a lo largo de la cadena de recepción suelen hacer que la contribución efectiva del ruido deje de ser gaussiana en el momento de detectar la presencia de un blanco. Por ejemplo, en sistemas radar basados en detección de potencia recibida, la operación cuadrática para el cálculo de potencia hace que el ruido inicialmente gaussiano pase a quedar distribuido según una PDF de tipo Chi-Square. Este efecto de pérdida de gaussianidad se ve acentuado en el caso que la señal recibida esté afectada principalmente por perturbaciones externas, como por ejemplo, variaciones en la sección radar del objeto iluminado. En este caso, y aún en ausencia de ruido, la señal recibida queda también predominantemente caracterizada por una distribución Chi-Square, de acuerdo con los modelos de Swerling (1960).

A continuación se presentan las distribuciones estadísticas más habituales, en donde se representa mediante la variable aleatoria  $x$  las muestras de señal sobre las que se implementa el proceso de detección (ya sean muestras de señal recibida o muestras a la salida del detector):

- **Distribución gaussiana.** Es la distribución con la cual se modela el ruido térmico y queda completamente caracterizada por la media  $\mu_x$  y varianza  $\sigma_x^2$ ,  $x \sim \mathcal{N}(\mu_x, \sigma_x^2)$ .

Tabla 2. Principales características de la distribución gaussiana

Función densidad de probabilidad	Función de distribución acumulativa	$E[x]$	$var[x]$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_x^2}(x-\mu_x)^2}$ $-\infty < x < \infty$	$F\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$	$\mu_x$	$\sigma_x^2$

- Distribución Chi-Square (centrada).** Esta distribución surge a partir de la suma,  $x \doteq \sum_{n=1}^{\nu} w^2[n]$ , en donde  $w[n]$  son variables aleatorias gaussianas de media nula y varianza unitaria. El número de variables sumadas,  $\nu$ , se conoce como el número de grados de libertad de la variable Chi-Square, y ésta se representa de manera abreviada mediante la notación  $\chi_{\nu}^2$ . Nótese que un caso particular es la *distribución exponencial*, la cual puede entenderse como una distribución Chi-Square con  $\nu = 2$  grados de libertad.

Tabla 3. Principales características de la distribución Chi-Square centrada

Función densidad de probabilidad	Función de distribución acumulativa	$E[x]$	$var[x]$
$f(x) = \frac{1}{2^{\nu/2} \Gamma(\frac{\nu}{2})} x^{\nu/2-1} e^{-\frac{1}{2}x}$ $0 < x < \infty$ $\Gamma(u) \doteq \int_0^{\infty} t^{u-1} e^{-t} dt$	$F(x) = 1 - e^{-\frac{1}{2}x} \sum_{k=0}^{\nu/2-1} \frac{(x/2)^k}{k!}$	$\nu$	$2\nu$

- Distribución Chi-Square (no centrada).** Corresponde al caso de una Chi-Square en donde las variables aleatorias gaussianas  $w[n]$  que son sumadas poseen una media no nula de valor  $\mu_{w[n]}$ . La variable aleatoria Chi-Square resultante sigue teniendo  $\nu$  grados de libertad pero necesita especificar el denominado como *parámetro de no-centralidad*,  $\lambda \doteq \sum_{n=1}^{\nu} \mu_{w[n]}^2$ . Por otro lado, la función densidad de probabilidad queda en función de  $I_r(u)$ , la función de Bessel modificada de primera especie y orden  $r$ .

Tabla 4. Principales características de la distribución Chi-Square no centrada

Función densidad de probabilidad	Función de distribución acumulativa	$E[x]$	$var[x]$
$f(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\frac{\nu-2}{4}} e^{-\frac{1}{2}(x+\lambda)} I_{\frac{\nu-1}{2}}(\sqrt{\lambda x})$ $0 < x < \infty$ $I_r(u) \doteq \frac{(u/2)^r}{\sqrt{\pi}\Gamma(r+\frac{1}{2})} \int_0^{\pi} e^{u \cos \theta} \sin^{2r} \theta d\theta$	$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$	$\nu + \lambda$	$2\nu + 4\lambda$

- Distribución Rayleigh.** Surge a partir del módulo de una variable aleatoria gaussiana compleja de media nula y varianza  $2\sigma_w^2$ , o de manera equivalente, como  $x \doteq \sqrt{w^2[0] + w^2[1]}$ , con  $w[n] \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$ . Es interesante hacer notar que si  $x$  es una variable aleatoria de tipo Rayleigh, ésta puede siempre expresarse según  $x = \sqrt{\sigma^2 y}$ , con  $y$  una variable aleatoria de tipo Chi-Square de  $\nu = 2$  grados de libertad. Esta distribución es de interés puesto que modela la envolvente de la señal recibida por un receptor.



Tabla 5. Principales características de la distribución Rayleigh

Función densidad de probabilidad	Función de distribución acumulativa	$E[x]$	$var[x]$
$f(x) = \frac{x}{\sigma_w^2} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2}x^2}$ $0 < x < \infty$	$F(x) = 1 - e^{-x^2/2\sigma_w^2}$	$\sqrt{\frac{\pi\sigma_w^2}{2}}$	$(2 - \frac{\pi}{2})\sigma_w^2$

- **Distribución Rice.** Corresponde al caso de una distribución Rayleigh en donde las variables gaussianas  $\{w[0], w[1]\}$  que se suman tienen media no nula de valor  $\mu_w$ ,

Tabla 6. Principales características de la distribución Rice

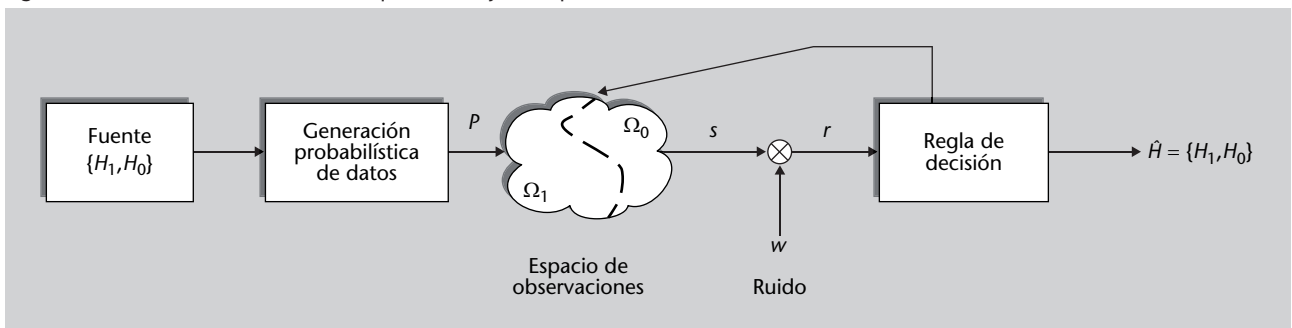
Función densidad de probabilidad	Función de distribución acumulativa	$E[x]$	$var[x]$
$f(x) = \frac{x}{\sigma_w^2} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2}(x^2 + \lambda^2)} I_0\left(\frac{\lambda x}{\sigma_w^2}\right)$ $0 < x < \infty$	$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$	$\mu_x$	$\sigma_x^2$

en donde  $\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_w^2 \pi}{2}} F_{1,1}\left(-\frac{1}{2}; 1; \frac{-\lambda^2}{2\sigma_w^2}\right)$  y  $\sigma_x^2 = 2\sigma_w^2 + \lambda^2 - \frac{\pi\sigma_w^2}{2} F_{1,1}\left(-\frac{1}{2}; 1; \frac{-\lambda^2}{2\sigma_w^2}\right)$ , con  $F_{1,1}(\alpha; \beta; \gamma)$  la función confluyente hipergeométrica.

#### 4.2. Formulación del problema de detección de señal

Una vez introducidas las funciones de densidad de probabilidad habituales, se está ya en condiciones de formular el problema de detección de señal que concierne a todo sistema radar. Tal y como se ha mencionado anteriormente, el propósito de la *teoría de la detección* es discernir acerca de la presencia (hipótesis  $\mathcal{H}_1$ ) o ausencia (hipótesis  $\mathcal{H}_0$ ) de un determinado evento. Se trata por tanto de un problema cuya solución es binaria, y que puede representarse de manera esquemática mediante la figura 14.

Figura 14. Ilustración de los elementos que constituyen un problema de detección



El elemento que actúa como *fuentes* es el que selecciona la aparición de una de las dos posibles hipótesis,  $\mathcal{H}_1$  o  $\mathcal{H}_0$ . A continuación, un mecanismo probabilístico genera un punto  $P$  dentro del espacio de observaciones de acuerdo con la hipótesis que ha escogido la fuente. Para el caso que nos ocupa, este punto tiene una correspondencia en términos de una muestra de señal,  $s$ , que

en caso de estar bajo la hipótesis  $\mathcal{H}_1$ , vendría a ser la señal generada por un blanco al ser iluminado por el radar. En caso de estar bajo la hipótesis  $\mathcal{H}_0$ , la señal  $s$  sería cero, al no haber ningún blanco presente. En cualquier caso, las muestras de señal  $s$  suelen quedar afectadas por un cierto ruido  $w$  cuando son recibidas en el receptor, y por tanto las muestras que realmente se tienen disponibles para llevar a cabo el proceso de detección son  $r \doteq s + w$ . Finalmente, el objetivo de la regla de decisión o *detector*, es a partir de la observación de las muestras ruidosas  $r$ , determinar si la hipótesis bajo la que se han generado es  $\mathcal{H}_1$  (p. ej., blanco presente) o  $\mathcal{H}_0$  (p. ej., blanco ausente). Para ello, la regla de decisión debe trazar primero una frontera tentativa que divida el espacio de observaciones en dos regiones disjuntas  $\Omega_1$  y  $\Omega_0$ , asociadas a las hipótesis  $\mathcal{H}_1$  y  $\mathcal{H}_0$ , respectivamente. De esta forma, la hipótesis más probable acaba siendo aquella que corresponde a la región en la cual se encuentra la muestra recibida.

Debido a la naturaleza probabilística de las muestras de señal recibida, los problemas de detección han de caracterizarse necesariamente en términos de probabilidades. En primer lugar, y desde el punto de vista de la fuente, se distingue entre la probabilidad de ocurrencia de la hipótesis  $\mathcal{H}_1$ , denotada según  $P_1$ , y la probabilidad de ocurrencia de la hipótesis  $\mathcal{H}_0$ , denotada según  $P_0$ , en donde  $P_0 = 1 - P_1$ . Por otro lado, y desde el punto de vista de la señal recibida  $r$ , supondremos que se dispone de un conjunto de  $N$  muestras  $r[n]$ , con  $n = 0, 1, \dots, N - 1$ , a la salida del conversor analógico-digital del sistema radar, según lo dispuesto en el subapartado 3.2. A continuación, este conjunto de  $N$  muestras se agrupa en forma de vector  $\mathbf{r}$ , según

$$\mathbf{r} \doteq [r[0], r[1], \dots, r[N - 1]]^T \quad (17)$$

el cual queda caracterizado por una determinada función de densidad de probabilidad multidimensional,  $f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1)$  cuando las muestras se hayan generado bajo la hipótesis  $\mathcal{H}_1$ , y  $f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0)$  cuando las muestras se hayan generado bajo la hipótesis  $\mathcal{H}_0$ .

A partir de ahí, y desde el punto de vista de la regla de decisión implementada, se distingue entre:

- 1) Probabilidad de detección:  $P_d \doteq \text{prob}(\text{decidir } \mathcal{H}_1 | \mathcal{H}_1) = \int_{\Omega_1} f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1) d\mathbf{r}$
- 2) Probabilidad de falsa alarma:  $P_{fa} \doteq \text{prob}(\text{decidir } \mathcal{H}_1 | \mathcal{H}_0) = \int_{\Omega_1} f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0) d\mathbf{r}$
- 3) Probabilidad de pérdida:  $P_p \doteq \text{prob}(\text{decidir } \mathcal{H}_0 | \mathcal{H}_1) = \int_{\Omega_0} f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1) d\mathbf{r}$

En términos estadísticos, la probabilidad de falsa alarma a veces se refiere como *error de tipo I*, mientras que la probabilidad de pérdida como *error de tipo II*.

Estas dos probabilidades junto con la probabilidad de detección, determinan las prestaciones de cualquier sistema de detección y dan lugar a diversos criterios con los que diseñar reglas de decisión óptimas.

### 4.3. Criterios de detección con PDF completamente caracterizados

En el ámbito de la teoría de la estimación, en el cual posiblemente se esté más acostumbrado a trabajar, es habitual diseñar estimadores de parámetros de interés bajo ciertos criterios de optimalidad. Por ejemplo, diseñar un estimador del tiempo de llegada de una cierta señal tal que se minimice la varianza en la estimación bajo restricción de sesgo nulo, lo que se conoce como estimador MVU (por sus siglas en inglés, *minimum variance unbiased*). De la misma forma, la teoría de la detección afronta el problema del diseño de reglas de decisión o detectores, bajo criterios de optimalidad que, en este caso, tienen que ver con maximizar la probabilidad de detección y minimizar las probabilidades de error. Ello da lugar a diferentes criterios de detección, los cuales se presentan a continuación. En todos ellos se asumirá por el momento que la función densidad de probabilidad de los datos o PDF está completamente caracterizada. Esto implica que todos los parámetros que definen la señal recibida son perfectamente conocidos, y supone un caso de estudio que ha de tratarse de manera separada al caso en que hay parámetros desconocidos, el cual será presentado más adelante en el subapartado 4.4.

#### 4.3.1. Criterio de detección de mínimo riesgo bayesiano

Este criterio se basa en la minimización de una función de coste conocida como *riesgo bayesiano* y que se define según,

$$R_B \doteq \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 C_{ij} \text{prob}(\text{decidir } \mathcal{H}_i | \mathcal{H}_j) \cdot \text{prob}(\mathcal{H}_j) \quad (18)$$

en donde la principal característica es que se asignan unos factores de ponderación llamados “costes”,  $\{C_{i,j}\}$ , para dar mayor o menor importancia a los diferentes errores que pueden ser incurridos durante el proceso de detección. La gran flexibilidad que ofrecen estos costes puede verse también como una desventaja, pues el resultado es una regla de decisión que depende directamente del criterio subjetivo del usuario acerca de cómo ponderar los diferentes errores del sistema. Por lo tanto, el diseño de reglas de detección bajo la minimización del riesgo bayesiano introduce una cierta subjetividad poco deseable desde un punto de vista práctico. De todas formas, sí que es interesante remarcar la estructura que presenta toda regla de decisión obtenida a partir de la minimización de riesgo bayesiano, puesto que es una estructura que aparecerá posteriormente en otros detectores, y permite por tanto establecer un nexo de unión entre ellos. Dicha estructura es la siguiente,

$$\text{mín } R_B \iff L_{RB}(\mathbf{r}) \doteq \frac{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\underset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma = \frac{(C_{10} - C_{00})P_0}{(C_{01} - C_{11})P_1} \quad (19)$$

Es decir, toda regla de decisión bayesiana se basa en evaluar el cociente entre la función densidad de probabilidad de los datos, para el caso  $\mathcal{H}_1$ , y la función densidad de probabilidad de los datos, para el caso  $\mathcal{H}_0$ . El resultado del cociente  $L_{RB}(\mathbf{r})$ , conocido también como *likelihood ratio*, ha de compararse con un umbral  $\gamma$ , que no es más que el valor de frontera que separa la región  $\Omega_1$  de la región  $\Omega_0$ . El cálculo de este umbral implica a su vez un cociente entre los costes asociados a los diferentes errores y las probabilidades  $\{P_0, P_1\}$ .

Es importante hacer notar que un caso particular de esta regla de decisión es aquella para la cual se fijan los siguientes costes,  $C_{00} = C_{11} = 0$  y  $C_{01} = C_{10} = 1$ , también llamados costes de asignación uniforme. En este caso, el riesgo bayesiano resulta ser,

$$\begin{aligned} R_B &= \text{prob(decidir } \mathcal{H}_1 | \mathcal{H}_0) \text{prob}(\mathcal{H}_0) + \text{prob(decidir } \mathcal{H}_0 | \mathcal{H}_1) \text{prob}(\mathcal{H}_1) \quad (20) \\ &= P_{fa} P_0 + P_p P_1 \quad (21) \end{aligned}$$

el cual no es más que la probabilidad de error del detector. Por lo tanto, un detector que minimice la probabilidad de error es un caso particular de detector bayesiano con asignación de costes uniformes.

### Ejemplo

Se pretende implementar un detector de mínimo riesgo bayesiano para detectar la presencia de una señal constante  $s[n]$ , con  $n = 0, 1, \dots, N-1$ , en un conjunto de  $N$  muestras de señal recibida  $r[n]$  bajo el siguiente modelo de señal,

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_1 : \mathbf{r} &= \mathbf{s} + \mathbf{w} \\ \mathcal{H}_0 : \mathbf{r} &= \mathbf{w} \end{aligned} \quad (22)$$

en donde  $\mathbf{r} \doteq [r[0], r[1], \dots, r[N-1]]^T$ ,  $\mathbf{s} \doteq [s[0], s[1], \dots, s[N-1]]^T$  y  $\mathbf{w} \doteq [w[0], w[1], \dots, w[N-1]]^T$  son muestras de ruido independientes con  $w[n] \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$ .

**Solución:** La regla de decisión que minimiza el riesgo bayesiano viene dada por la ecuación 19, en donde las funciones densidad de probabilidad que hay que sustituir son las correspondientes al modelo de señal,

$$f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1) = \prod_{n=0}^{N-1} f(r[n]; \mathcal{H}_1) = \prod_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2}(r[n]-s[n])^2} = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sigma_w^N} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2} \|\mathbf{r}-\mathbf{s}\|^2} \quad (23)$$

$$f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0) = \prod_{n=0}^{N-1} f(r[n]; \mathcal{H}_0) = \prod_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2} r^2[n]} = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sigma_w^N} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2} \|\mathbf{r}\|^2} \quad (24)$$

dando lugar a,

$$L_{\text{RB}}(\mathbf{r}) \doteq \frac{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \frac{(C_{10} - C_{00})P_0}{(C_{01} - C_{11})P_1} \quad (25)$$

↓

$$e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2} [\|\mathbf{r}\|^2 - 2\mathbf{s}^T \mathbf{r} + \|\mathbf{s}\|^2 - \|\mathbf{r}\|^2]} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \frac{(C_{10} - C_{00})P_0}{(C_{01} - C_{11})P_1} \quad (26)$$

↓

$$\mathbf{s}^T \mathbf{r} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \sigma_w^2 \ln \frac{(C_{10} - C_{00})P_0}{(C_{01} - C_{11})P_1} + \frac{1}{2} \|\mathbf{s}\|^2 \quad (27)$$

por lo que el detector  $T_{\text{B}}(\mathbf{r})$  que finalmente hay que implementar resulta ser,

$$T_{\text{RB}}(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{N-1} r[n]s[n] \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \sigma_w^2 \ln \frac{(C_{10} - C_{00})P_0}{(C_{01} - C_{11})P_1} + \frac{1}{2} \|\mathbf{s}\|^2 \quad (28)$$

también conocido como *filtro adaptado*, y en donde el umbral queda en función de los costes que fije el usuario, las probabilidades a priori de  $\mathcal{H}_1$  y  $\mathcal{H}_0$  y la energía de la señal transmitida.

### 4.3.2. Criterio de detección de Neyman-Pearson

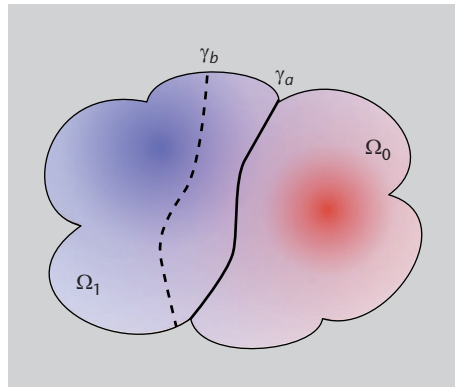
Uno de los inconvenientes del criterio de detección bayesiano, además de la subjetividad implícita en la definición de los costes, es el hecho que necesita conocer a priori las probabilidades de ocurrencia del evento  $\mathcal{H}_1$  y  $\mathcal{H}_0$ . Si bien esto es factible en algunas aplicaciones concretas\*, no lo es en el caso de sistemas radar donde la probabilidad de que haya un blanco es a priori desconocida. Es por ello que en la práctica son necesarios otro tipo de criterios de decisión que no necesiten de información a priori acerca del escenario concreto de aplicación.

\*Es el caso de comunicaciones digitales, donde la probabilidad de tener un bit igual a '1' suele ser la misma que la de tener un bit igual a '0', e igual a 1/2.

Teniendo en cuenta las probabilidades que definen las prestaciones de un sistema de detección,  $\{P_d, P_{fa}, P_p\}$ , un criterio alternativo y razonable sería aquél cuyo objetivo fuera simplemente maximizar la probabilidad de detección  $P_d$ , manteniendo las probabilidades de falsa alarma  $P_{fa}$  y de pérdida  $P_p$  lo más bajas posibles. De manera intuitiva, esto debería proporcionar ciertos niveles de optimalidad, y a su vez, evitar tener que depender de información a priori acerca de  $\mathcal{H}_1$  y  $\mathcal{H}_0$ . Sin embargo, los problemas vienen por el hecho de que la minimización simultánea de estas dos probabilidades de error no es posible, puesto que una se reduce a costa de aumentar la otra. Esta afirmación se ilustra de manera esquemática en la figura 15, en donde un espacio de observaciones se ha dividido mediante una frontera de decisión  $\gamma_a$  para distinguir entre las muestras correspondientes a  $\mathcal{H}_1$ , coloreadas en azul, y las correspondientes a  $\mathcal{H}_0$ , coloreadas en rojo. Con el objetivo de reducir la probabilidad de falsa alarma en la detección de las muestras azules, se propone mover la frontera

de decisión y situarla en  $\gamma_b$ . De esta forma, alejándola de las muestras rojas, se reduce la probabilidad de que una muestra roja pueda ser confundida con una azul. Sin embargo, esta reducción lleva consigo un aumento de la probabilidad de pérdida, ya que irremediamente, hay muestras azules limítrofes con las muestras rojas, que con esta nueva frontera  $\gamma_b$  pasarán a ser identificadas como rojas, y por tanto, computarán como muestras perdidas.

Figura 15



**Figura 15**

Ejemplo de espacio de observaciones para ilustrar el compromiso entre probabilidad de falsa alarma y probabilidad de pérdida

En vista de este compromiso entre falsa alarma y pérdida, en la práctica el criterio habitual es diseñar reglas de decisión tales que maximicen la probabilidad de detección y minimicen uno de estos dos tipos de errores, manteniendo fijo el otro.

Esta estrategia da lugar al que quizás sea el criterio de detección más ampliamente utilizado, y conocido como **criterio de detección de Neyman-Pearson (NP)**,

$$\text{máx}_{\text{s.t. } P_{fa} = \alpha} P_d \iff L_{\text{NP}}(\mathbf{r}) \doteq \frac{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0)} \underset{\leq \gamma}{\overset{\geq \gamma}{\geq}} \gamma \quad (29)$$

en donde el umbral  $\gamma$  viene determinado por la probabilidad de falsa alarma fijada de antemano,

$$P_{fa} = \int_{L(\mathbf{x}) > \gamma} f(\mathbf{r}; H_0) d\mathbf{r} = \alpha. \quad (30)$$

Nótese que la estructura de este detector es esencialmente la misma que la de un detector de riesgo bayesiano, puesto que ambos se basan en un *likelihood ratio*. Sin embargo, conceptualmente son detectores completamente diferentes, ya que el basado en NP considera las hipótesis como eventos deterministas, y el basado en riesgo bayesiano como variables aleatorias. Dejando de lado este detalle, podría decirse que a grandes rasgos, la diferencia entre ambos detectores estriba en el uso de diferentes umbrales.

### Ejemplo

Se dispone de una muestra de señal recibida con la que pretende implementarse un detector de NP bajo el siguiente modelo de señal,

$$\mathcal{H}_1 : r[0] = A + w[0] \quad (31)$$

$$\mathcal{H}_0 : r[0] = w[0]$$

con  $A$  una amplitud conocida y  $w[0] \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$  la contribución de ruido. La probabilidad de falsa alarma del detector se fija en  $P_{fa} = 10^{-2}$ .

**Solución:** El detector de NP viene dado por la ecuación 29, en donde las funciones densidad de probabilidad que hay que sustituir son las correspondientes al modelo de señal,

$$f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w}} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2}(r[0]-A)^2} \quad (32)$$

$$f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w}} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2}r^2[0]} \quad (33)$$

dando lugar a,

$$L_{NP}(\mathbf{r}) \doteq \frac{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\underset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma \quad (34)$$

↓

$$e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2}[r^2[0]-2Ar[0]+A^2-r^2[0]]} \underset{\mathcal{H}_0}{\underset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma \quad (35)$$

↓

$$r[0] \underset{\mathcal{H}_0}{\underset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \frac{\sigma_w^2}{A} \ln \gamma + \frac{1}{2}A \quad (36)$$

por lo que el detector  $T_{NP}(\mathbf{r})$  que finalmente hay que implementar resulta ser,

$$T_{NP}(\mathbf{r}) = r[0] \underset{\mathcal{H}_0}{\underset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma', \quad (37)$$

con  $\gamma' \doteq \frac{\sigma_w^2}{A} \ln \gamma + \frac{1}{2}A$  un umbral equivalente. Para obtener la probabilidad de falsa alarma que se especifica, hay que hallar el valor de  $\gamma'$  tal que  $P_{fa} = 10^{-2}$ . Esto es,  $P_{fa} = \text{prob}(T(\mathbf{r}) > \gamma'; \mathcal{H}_0) = \int_{\gamma'}^{\infty} f(r[0]; \mathcal{H}_0) dr[0] = 1 - F\left(\frac{\gamma'-A}{\sigma_w}\right) = Q\left(\frac{\gamma'-A}{\sigma_w}\right)$  con  $Q(\cdot)$  la función  $Q$  o área derecha bajo la PDF gaussiana normalizada. Finalmente, el umbral se obtiene como  $\gamma' = \sigma_w Q^{-1}(10^{-2}) + A$ .

### 4.3.3. Criterio de detección secuencial

En ocasiones, las muestras de señal recibida son procesadas de manera secuencial, y por lo tanto, es interesante disponer también de criterios de detección en donde se proceda de manera secuencial a evaluar una cierta regla de decisión. Este proceso se puede ir realizando a medida que llegan nuevas muestras,

sin tener que esperar a tener todas las muestras esperadas, y mientras no se esté satisfecho con la fiabilidad de la decisión a tomar. Otra de las ventajas de la detección secuencial es que, en promedio, suele requerir de menos muestras para conseguir la misma probabilidad de error que con criterios de detección de tamaño de muestra fijo. Ello es debido a que, por ejemplo, el criterio de Neyman-Pearson fija una cierta probabilidad de falsa alarma  $P_{fa} = \alpha$ . Ahora bien, quizás se esté también interesado en una cierta probabilidad de pérdida  $P_p \leq \beta$ , y ésta quizás no sea posible para el tamaño de muestra con el que se ha fijado  $P_{fa} = \alpha$ . El tamaño de la muestra tiene pues que incrementarse, pero en una relación tal que suele ser excesiva como para que se cumplan de manera simultánea ambos criterios,  $P_{fa} = \alpha$  y  $P_p = \beta$ .

Para solventar este problema, Abraham Wald desarrolló el conocido como *sequential probability ratio test* (SPRT), el cual puede entenderse como una variante del criterio de detección de Neyman-Pearson en donde el tamaño de la muestra no está fijado a priori (Wald, 1945). Para cada nueva muestra que se recibe, el test calcula un likelihood ratio  $L_{\text{SPRT}}(\mathbf{r}_k)$  con las muestras disponibles hasta el instante actual, agrupadas en el vector  $\mathbf{r}_k \doteq [r[0], r[1], \dots, r[k-1]]^T$ , y lo compara con dos umbrales de decisión  $\gamma_0$  y  $\gamma_1$ , los cuales dependen de las probabilidades de falsa alarma y de pérdida. En base a estos umbrales, el test decide lo siguiente,

$$L_{\text{SPRT}}(\mathbf{r}_k) \doteq \begin{cases} \frac{f(\mathbf{r}_k; \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}_k; \mathcal{H}_0)} > \gamma_1 \\ < \gamma_0 \end{cases} \quad (38)$$

y en caso de que  $\gamma_0 \leq L_{\text{SPRT}}(\mathbf{r}_k) \leq \gamma_1$ , el test no está en condiciones de tomar ninguna decisión con la fiabilidad requerida, con lo cual espera a recibir nuevas muestras.

Ambos umbrales  $\gamma_0$  y  $\gamma_1$  pueden obtenerse de manera sencilla. Para el caso de  $\gamma_1$ , basta con tener en cuenta que la probabilidad de detección  $P_d$  se obtiene como  $P_d = \int_{\Omega_1} f(\mathbf{r}_k; \mathcal{H}_1) d\mathbf{r}_k$ , y que a partir de la propia definición del test,

$$P_d = \int_{\Omega_1} L_{\text{SPRT}}(\mathbf{r}_k) f(\mathbf{r}_k; \mathcal{H}_0) d\mathbf{r}_k \Rightarrow P_d > \gamma_1 \int_{\Omega_1} f(\mathbf{r}_k; \mathcal{H}_0) d\mathbf{r}_k = \gamma_1 P_{fa}. \quad (39)$$

Sustituyendo  $P_d$  por  $1 - P_p$ , puede afirmarse que el umbral para decidir  $\mathcal{H}_1$ , cumple  $\gamma_1 = \frac{1-P_p}{P_{fa}}$ . Procediendo de manera análoga para el caso de  $\gamma_0$ , se obtiene que  $\gamma_0 = \frac{P_p}{1-P_{fa}}$ . A partir de ahí, el test de SPRT puede implementarse de manera secuencial asumiendo independencia entre muestras, según

$$L_{\text{SPRT}}(\mathbf{r}_k) = \prod_{n=0}^k \frac{f(\mathbf{r}_k; \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}_k; \mathcal{H}_0)} \Rightarrow \ln L_{\text{SPRT}}(\mathbf{r}_k) = \ln \frac{f(\mathbf{r}[k]; \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}[k]; \mathcal{H}_0)} + \sum_{n=0}^{k-1} \ln \frac{f(\mathbf{r}_n; \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}_n; \mathcal{H}_0)} \quad (40)$$



con lo cual es posible la siguiente implementación secuencial del test,

$$\ln L_{\text{SPRT}}(\mathbf{r}_k) = \ln L_{\text{SPRT}}(r[k]) + \ln L_{\text{SPRT}}(\mathbf{r}_{k-1}). \quad (41)$$

#### 4.4. Criterios de detección con PDF incompletas

Cuando la función densidad de probabilidad de los datos no está completamente especificada, esto es, cuando existen parámetros desconocidos, los criterios de detección presentados anteriormente no son aplicables. Ello es debido a que a falta de especificar el valor concreto de esos parámetros, la función densidad de probabilidad de los datos no puede evaluarse, y por tanto, tampoco puede resolverse el *likelihood ratio* en el que se basan tanto el detector bayesiano como el detector de Neyman-Pearson. Sí que es cierto, sin embargo, que a pesar de que haya parámetros desconocidos, siempre debería ser posible estimarlos, y posteriormente comprimir su valor en la función de densidad de probabilidad correspondiente. Aunque esta afirmación es cierta, los detectores resultantes quedan afectados por la incertidumbre acerca de la estimación de los parámetros desconocidos. Formalmente, y a diferencia del caso en que la función densidad de probabilidad está completamente especificada, la incertidumbre que genera el desconocimiento de algunos parámetros ocasiona que no pueda garantizarse la existencia de un detector que ofrezca siempre la máxima probabilidad de detección, detector que recibe el nombre de *uniform most powerful detector* (UMP).

Ante estas circunstancias, son diversos los criterios de detección que se han propuesto para este tipo de problemas, siendo los más extendidos los que se presentan a continuación.

##### 4.4.1. Criterio de detección de GLRT

El *generalized likelihood ratio test* (GLRT) se basa en evaluar el *likelihood ratio* entre las funciones densidad de probabilidad  $\mathcal{H}_1$  y  $\mathcal{H}_0$  en donde los parámetros desconocidos  $\boldsymbol{\theta}$  son sustituidos por sus estimaciones de máxima verosimilitud (ML). Esto es,

$$L_{\text{GLRT}}(\mathbf{r}) \doteq \frac{f(\mathbf{r}; \hat{\boldsymbol{\theta}}_1, \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}; \hat{\boldsymbol{\theta}}_0, \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma \quad (42)$$

en donde  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1$  es la estimación ML de los parámetros desconocidos en la hipótesis  $\mathcal{H}_1$  y  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_0$  la estimación ML de los parámetros desconocidos en la hipótesis  $\mathcal{H}_0$ .

### Ejemplo

Se dispone de conjunto de  $N$  muestras de señal recibida con las que se pretende detectar la presencia de una señal constante, de amplitud  $A$  desconocida. El modelo de señal es el siguiente,

$$\mathcal{H}_1 : \mathbf{r} = A\mathbf{1} + \mathbf{w} \quad (43)$$

$$\mathcal{H}_0 : \mathbf{r} = \mathbf{w}$$

con  $\mathbf{1}$  un vector de  $(N \times 1)$  unos. Se pide indicar el detector GLRT para este problema.

**Solución:** El likelihood ratio para este problema viene dado por el cociente de las siguientes funciones densidad de probabilidad,

$$f(\mathbf{r}; A, \mathcal{H}_1) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sigma_w^N} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2} \|\mathbf{r} - A\mathbf{1}\|^2} \quad (44)$$

$$f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sigma_w^N} e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2} \|\mathbf{r}\|^2} \quad (45)$$

dando lugar a,

$$L_{\text{GLRT}}(\mathbf{r}) \doteq \frac{f(\mathbf{r}; \hat{A}, \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\underset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma \quad (46)$$

↓

$$e^{-\frac{1}{2\sigma_w^2} [\|\mathbf{r}\|^2 - 2\hat{A}\mathbf{1}^T \mathbf{r} + \hat{A}^2 N - \|\mathbf{r}\|^2]} \underset{\mathcal{H}_0}{\underset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma \quad (47)$$

↓

$$2\hat{A}\mathbf{1}^T \mathbf{r} - \hat{A}^2 N \underset{\mathcal{H}_0}{\underset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma' \quad (48)$$

Teniendo en cuenta que la estimación ML de la constante  $A$  viene dada por,  $\hat{A} = \frac{1}{N} \mathbf{1}^T \mathbf{r}$ , sustituyendo en la expresión anterior se tiene que,

$$T_{\text{GLRT}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{N} (\mathbf{1}^T \mathbf{r})^2 \underset{\mathcal{H}_0}{\underset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \gamma' \quad (49)$$

dando lugar al conocido como *detector no-coherente* o *detector de potencia*.

#### 4.4.2. Criterio de detección bayesiano

Este criterio de detección no debe confundirse con el de mínimo riesgo bayesiano. En particular, la detección bayesiana se basa en utilizar información a priori acerca del parámetro desconocido para a partir de ella, obtener la función densidad de probabilidad marginalizada, la cual ya no depende del parámetro desconocido, y por tanto puede evaluarse sin problemas. Este criterio,

#### Ved también

El criterio de mínimo riesgo bayesiano se estudia en el subapartado 4.3.

al igual que los anteriores, se basa en un cociente de funciones de densidad de probabilidad, siendo en este caso,

$$L_B(\mathbf{r}) \doteq \frac{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_1)}{f(\mathbf{r}; \mathcal{H}_0)} = \frac{\int f(\mathbf{r}; \boldsymbol{\theta}_1, \mathcal{H}_1) f(\boldsymbol{\theta}_1) d\boldsymbol{\theta}_1}{\int f(\mathbf{r}; \boldsymbol{\theta}_0, \mathcal{H}_0) f(\boldsymbol{\theta}_0) d\boldsymbol{\theta}_0} \underset{\geq \gamma}{\underset{\mathcal{H}_0}}{\geq} \quad (50)$$

en donde  $f(\boldsymbol{\theta}_1)$  y  $f(\boldsymbol{\theta}_0)$  son las funciones de densidad de probabilidad, o *priors*, de los parámetros desconocidos bajo ambas hipótesis.

#### 4.4.3. Criterio de detección de Wald

En ocasiones donde la evaluación del GLRT resulta complicada, es de utilidad considerar criterios de detección alternativos. Un ejemplo es el criterio de detección de Wald, el cual está orientado a problemas cuyas hipótesis son del tipo,

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_1 : \boldsymbol{\theta} &\neq \boldsymbol{\theta}_0 \\ \mathcal{H}_0 : \boldsymbol{\theta} &= \boldsymbol{\theta}_0 \end{aligned} \quad (51)$$

con  $\boldsymbol{\theta}$  el vector de parámetros desconocido. En estas condiciones el criterio de detección de Wald se basa en evaluar el siguiente test,

$$T_W(\mathbf{r}) \doteq \left( \hat{\boldsymbol{\theta}}_1 - \boldsymbol{\theta}_0 \right)^T \mathbf{I}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_1) \left( \hat{\boldsymbol{\theta}}_1 - \boldsymbol{\theta}_0 \right) \quad (52)$$

con  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1$  la estimación ML de  $\boldsymbol{\theta}$  bajo la hipótesis  $\mathcal{H}_1$ .

#### 4.4.4. Criterio de detección de Rao

De manera similar al criterio de Wald, el criterio de detección de Rao ofrece una alternativa a la evaluación del GLRT en aquellos problemas cuya resolución resulta complicada. La principal ventaja del criterio de detección de Rao frente a sus competidores es que únicamente necesita obtener una estimación ML del vector de parámetros desconocido (en vez de dos estimaciones, para  $\mathcal{H}_1$  y  $\mathcal{H}_0$ , como ocurre en el GLRT), y que esta estimación ML corresponde a  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_0$ , el vector de parámetros  $\boldsymbol{\theta}$  bajo la hipótesis  $\mathcal{H}_0$  (en vez de  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1$  como ocurre en el test de Wald), la cual suele ser más fácil de obtener que  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1$ . En estas condiciones, el criterio de detección de Rao se basa en evaluar el siguiente test,

$$T_R(\mathbf{r}) \doteq \left[ \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \ln f(\mathbf{r}; \boldsymbol{\theta}) \right]_{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}_0}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_1) \left[ \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \ln f(\mathbf{r}; \boldsymbol{\theta}) \right]_{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}_0}. \quad (53)$$

#### Santísima Trinidad

A pesar de sus diferentes expresiones, es interesante comentar que el GLRT, el test de Wald y el test de Rao convergen en las mismas prestaciones de manera asintótica, lo cual ha motivado que a estos tres criterios de detección se les conozca también como la *Santísima Trinidad* (Maio y otros, 2010).

## 5. Precisión en la determinación de objetivos

El primer paso de todo sistema radar consiste en detectar la presencia de posibles blancos dentro del espacio bajo análisis. Una vez detectado el blanco, el siguiente paso consiste en determinar la localización del mismo en términos principalmente de azimuth y distancia en línea recta (lo que se conoce en inglés como *range*). Puesto que interesa determinar la localización del objetivo con la mayor precisión posible, hay dos aspectos a los que hay que prestar especial atención:

1) La **estimación del retardo de llegada**  $t_d$  de la señal reflejada, pues es a partir de este retardo con el que se obtiene la estimación de distancia al blanco según  $d = c \cdot t_d/2$ . Cualquier pequeño error en la estimación de  $t_d$  resulta en un error considerable en términos de distancia, puesto que el factor de conversión entre ambos (la velocidad de la luz,  $c$ ) es del orden de  $10^8$ .

Una indicación acerca de la mejor precisión que puede obtenerse en la estimación del tiempo de retardo la proporciona la cota de Crámer-Rao, la cual puede entenderse como una cota inferior en la varianza de cualquier estimador insesgado. Esta cota se define según,

$$\text{var}(\hat{\tau}_d) \geq \text{CRB}(\hat{\tau}_d) = \frac{1}{E_{\mathbf{r}} \left[ \left| \frac{\partial}{\partial \tau_d} \log f(\mathbf{r}|\tau_d) \right|^2 \right]} = \frac{-1}{E_{\mathbf{r}} \left[ \frac{\partial^2}{\partial \tau_d^2} \log f(\mathbf{r}|\tau_d) \right]} \quad (54)$$

en donde  $\tau_d \doteq t_d/T_m$  se define como el tiempo de retardo discreto (en muestras) siendo  $T_m$  el tiempo de muestreo del receptor digital,  $\mathbf{r}$  es un vector de  $N$  muestras de señal recibida  $r[n] = s[n - \tau_d] + w[n]$ , y  $f(\mathbf{r}|\tau_d)$  la función densidad de probabilidad del vector  $\mathbf{r}$  condicionado a  $\tau_d$ . De esta forma se tiene que, en el caso de ruido AWGN con  $w[n] \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$ ,

$$\frac{\partial^2}{\partial \tau_d^2} \log f(\mathbf{r}|\tau_d) = \frac{1}{\sigma_w^2} \sum_{n=0}^{N-1} \left[ (r[n] - s[n - \tau_d]) \frac{\partial^2 s[n - \tau_d]}{\partial \tau_d^2} - \left( \frac{\partial s[n - \tau_d]}{\partial \tau_d} \right)^2 \right] \quad (55)$$

y tras calcular la esperanza respecto de las muestras recibidas,

$$E_{\mathbf{r}} \left[ \frac{\partial^2}{\partial \tau_d^2} \log f(\mathbf{r}|\tau_d) \right] = -\frac{1}{\sigma_w^2} \sum_{n=0}^{N-1} \left( \frac{\partial s[n - \tau_d]}{\partial \tau_d} \right)^2 \quad (56)$$

con lo que el CRB( $\tau_d$ ) queda según,

$$\text{var}(\hat{\tau}_d) \geq \text{CRB}(\hat{\tau}_d) = \frac{\sigma_w^2}{\sum_{n=0}^{N-1} \left( \frac{\partial s[n-\tau_d]}{\partial \tau_d} \right)^2}. \quad (57)$$

La ecuación 57 sugiere que el error en la estimación del retardo es tanto más pequeño cuanto mayor sea la derivada de la señal, en este caso, del pulso radar utilizado. En el caso del pulso rectangular, el cual presenta derivadas igual a infinito en sus transiciones, el error que se cometería en la estimación del retardo sería idealmente nulo. Sin embargo, es conocido que los pulsos rectangulares presentan un ancho de banda infinito, y por lo tanto no son implementables en la práctica, en donde habitualmente el ancho de banda está limitado por consideraciones de diseño o regulaciones electromagnéticas. Sin embargo, el concepto de utilizar pulsos con transiciones abruptas sigue siendo válido y se utiliza a menudo como regla práctica para el diseño de pulsos con buenas propiedades para la posterior estimación del tiempo de retardo. Por otro lado, la relación directa entre la forma de onda del pulso radar y su ocupación espectral hacen interesante poder disponer de una expresión equivalente del CRB( $\hat{\tau}_d$ ) en la ecuación 57 pero en términos frecuenciales, en vez de temporales. Para ello, y suponiendo la frecuencia de muestreo suficientemente grande, es posible sustituir el sumatorio discreto en la ecuación 57 por una integral continua según,

$$\sum_{n=0}^{N-1} \left( \frac{\partial s[n-\tau_d]}{\partial \tau_d} \right)^2 = \sum_{n=0}^{N-1} \left( \frac{\partial s(t)}{\partial t} \right)^2 \Big|_{t=nT_m-\tau_d} = \frac{1}{T_m} \int_0^{NT_m} \left( \frac{\partial s(t)}{\partial t} \right)^2 dt. \quad (58)$$

Por otro lado, suponiendo un muestreo a la frecuencia de Nyquist con  $T_m = 1/(2B)$ , con  $B$  el ancho de banda de la señal  $s[n]$ , y teniendo en cuenta que la potencia de ruido a la salida del filtro anti-aliasing viene dada por  $\sigma_w^2 = N_0 B$ , con  $N_0$  la densidad espectral de potencia del ruido, se tiene que,

$$\text{var}(\hat{\tau}_d) \geq \text{CRB}(\hat{\tau}_d) = \frac{1}{\frac{2E_s}{N_0} B_{\text{ms}}^2}. \quad (59)$$

con  $\frac{E_s}{N_0}$  una medida de la relación señal-a-ruido existente a la salida del receptor, y  $B_{\text{ms}}^2$  el ancho de banda de Gabor o ancho de banda cuadrático medio,

$$B_{\text{ms}}^2 \doteq \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df}. \quad (60)$$

Finalmente, la expresión del CRB( $\hat{\tau}_d$ ) en la ecuación 59 indica cómo la precisión en la estimación del retardo depende de manera directa del ancho de banda cuadrático medio de la señal  $s[n]$ , que vendría a ser el momento de segundo orden de la densidad espectral de  $s[n]$ . Nótese cómo esta medida de ancho de banda aumenta cuadráticamente con las frecuencias altas, lo cual

sugiere que las señales con buenas propiedades para la estimación del retardo son aquellas que, dada una energía determinada, la distribuyen en los extremos del espectro, para así conseguir un mayor ancho de banda cuadrático medio, que una señal, por ejemplo, que distribuya esa misma energía de manera uniforme en toda la banda. Tal y como se verá más adelante en esta asignatura, esto es precisamente lo que de alguna manera se pretende (aunque de forma bastante primitiva) con las nuevas señales *binary-offset carrier* (BOC) utilizadas en el sistema de posicionamiento por satélite Galileo.

2) El **ancho de haz de la antena**,  $\{\theta, \phi\}$ , puesto que cuanto más estrecho sea este haz, mayor precisión se obtiene a la hora de determinar la dirección en la que se encuentra el objetivo. La justificación formal de la precisión angular que se consigue con una determinada antena de radar sigue un procedimiento muy parecido al ya desarrollado anteriormente para el caso de la estimación del tiempo de retardo. La razón es la gran similitud que hay entre los dominios angular y frecuencial. Esto puede verse, por ejemplo, en el hecho de que la amplitud del campo eléctrico de una antena unidimensional en la dirección del ángulo  $\theta$  viene dada por,

$$g(\theta) = \int_{-D/2}^{D/2} A(z) e^{j2\pi \frac{z}{\lambda} \sin\theta} dz \quad (61)$$

expresión que guarda un gran parecido con la relación entre la señal temporal  $s(t)$  y su espectro  $S(f)$  a través de la transformada inversa de Fourier,

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j2\pi ft} df. \quad (62)$$

Dado el paralelismo entre  $g(\theta)$  y  $s(t)$ , y por lo tanto, entre  $A(z)$  y  $S(f)$ , puede demostrarse que la precisión en la medida angular queda acotada inferiormente según,

$$\text{var}(\hat{\theta}) \geq \text{CRB}(\hat{\theta}) = \frac{1}{2 \frac{E_s}{N_0} D_{\text{ms}}^2} \quad (63)$$

en donde  $D_{\text{ms}}^2$  es el ancho cuadrático efectivo de la apertura, definido como,

$$D_{\text{ms}}^2 \doteq \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi \frac{z}{\lambda})^2 |A(f)|^2 dz}{\int_{-\infty}^{\infty} |A(f)|^2 dz}. \quad (64)$$

## 5.1. Función de ambigüedad

Anteriormente se han presentado las cotas inferiores que determinan la mejor precisión que puede obtenerse para la estimación del tiempo de retardo y del ángulo de llegada, dado un cierto sistema radar con un ancho de banda y ancho de apertura fijos. Lamentablemente, estas cotas no ofrecen información acerca de cómo construir el receptor radar óptimo que permita conseguir

dichas prestaciones. Es por ello por lo que en la práctica, el diseño de receptores radar *óptimos* se basa en criterios de diseño que van orientados, en primer lugar, a detectar la presencia de señal con la mayor fiabilidad posible; y en segundo lugar, a obtener estimaciones de tiempo de retardo y de ángulo de llegada, asintóticamente eficientes, una vez la señal ha sido detectada.

El primer paso, relacionado con el diseño del receptor para una detección óptima de señal, fue ya introducido en el apartado 4, donde se presentaron los fundamentos de la teoría de la detección. Uno de los resultados más importantes que allí se presentaron fue el concepto de *filtro adaptado*, demostrándose que éste es el receptor óptimo para la detección de señales deterministas conocidas a priori. Este es el caso habitual en escenarios sencillos en donde el pulso radar reflejado que se recibe no presenta distorsión ni propagación multicamino, y por lo tanto, coincide excepto por una atenuación y un retardo, con el pulso transmitido. Nótese que el concepto de filtro adaptado es bastante general, y aparece en otro tipo de aplicaciones, como el caso de comunicaciones digitales, en donde se demuestra que es el filtro receptor que maximiza la señal-a-ruido (SNR) a la salida (Proakis y Salehi, 2002, sec. 7.5.2). Matemáticamente, la salida  $y[k]$  del filtro adaptado se calcula mediante la ecuación de convolución según,

$$y[k] = r[k] * h[k] = \sum_{n=0}^{L_s-1} r[n]h[k-n] = \sum_{n=0}^{L_s-1} r[n]s[n-k]. \quad (65)$$

en donde  $h[k] = s[-k]$  es la respuesta impulsional del filtro adaptado, con  $s[k]$  la réplica local de la señal transmitida (y recibida, suponiendo que no hay distorsión), o bien  $h[k] = s[L_s-1-k]$  con un retraso de  $L_s-1$  muestras para hacer que el filtro sea causal, con  $L_s$  la longitud en muestras de la señal transmitida.

Las propiedades de optimalidad del filtro adaptado han motivado su amplia adopción en los sistemas radar tradicionales (Skolnik, 2001, sec. 5.2), y su uso como herramienta para analizar las prestaciones obtenidas en la transmisión de una cierta forma de onda. Este análisis es el que da lugar a la conocida como *función de ambigüedad*, la cual no es más que una representación bidimensional de la salida del filtro adaptado en función del tiempo y de la frecuencia, en ausencia de ruido. La incorporación de la dependencia con la frecuencia permite analizar la degradación que sufre la salida del filtro adaptado en presencia de Doppler, efecto que suele aparecer de manera habitual debido al movimiento del blanco al que se está iluminando.

Siguiendo con el modelo de señal discreto, la función de ambigüedad puede definirse según Woodward (1965),

$$\chi(\tau, f) \doteq \left| \sum_{n=0}^{L_s-1} s[n]s[n-\tau]e^{j2\pi fn} \right|^2. \quad (66)$$

#### Definición de la función de ambigüedad

La definición original de la función de ambigüedad está definida en tiempo continuo, pero aquí se presenta su versión en tiempo discreto por coherencia con el uso del modelo de señal discreto a lo largo de este módulo.

La expresión en la ecuación 66 no deja de ser una representación tiempo-frecuencia de la correlación que presenta la forma de onda utilizada por el sistema radar. En este sentido, cabe mencionar que la función de ambigüedad forma parte de una amplia familia de diferentes representaciones tiempo-frecuencia, entre las que se encuentran, por ejemplo, la función de autocorrelación cíclica (Gardner, 1988) o la distribución de Wigner-Ville o Rihazek (Hlawatsch y Auger, 2008, sec. 5.3), aunque en algunos casos sus definiciones originales son en el dominio del tiempo continuo, y su extensión al caso discreto no siempre es directa (Chassande y Pai, 2005; Richman y otros, 1995). Por otro lado, y puesto que las medidas de tiempo que realiza un radar están relacionadas con el cálculo de distancia, y las medidas de frecuencia, con el cálculo de la velocidad del blanco, la función de ambigüedad de un radar proporciona información acerca de la capacidad de éste para medir distancias y velocidades (Auslander y Tolimieri, 1984). Finalmente, algunas de las propiedades de la función de ambigüedad se listan a continuación:

- Alcanza el valor máximo en el origen:  $\chi(\tau, f) \leq \chi(0,0)$ .
- Presenta simetría par tanto en tiempo como en frecuencia:  $\chi(\tau, f) = \chi(-\tau, -f)$ .
- Comportamiento promedio en tiempo:  $\chi(\tau) = \int_{-1/2}^{1/2} \chi(\tau, f) \Phi(f) df$ .
- Comportamiento promedio en frecuencia:  $\chi(f) = \int_{-L_s}^{L_s} \chi(\tau, f) \Phi(\tau) d\tau$ .
- El volumen bajo la superficie:  $\int_{-1/2}^{1/2} \int_{-L_s}^{L_s} \chi(\tau, f) d\tau df = (2E_s)^2$ .

en donde  $\Phi(f)$  y  $\Phi(\tau)$  son las funciones densidad de probabilidad del error de frecuencia y el retardo.

**Ejemplos de funciones de ambigüedad**

Algunos ejemplos de funciones de ambigüedad se muestran a continuación:

Figura 16. Función de ambigüedad para un pulso no modulado (Levanon y Mozeson, 2004, pág. 9)

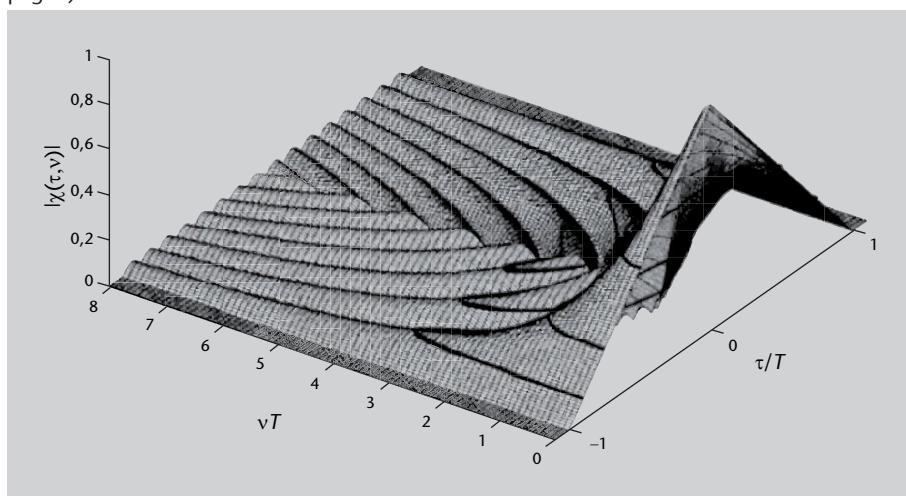




Figura 17. Función de ambigüedad para un pulso modulado en FM (Levanon y Mozeson, 2004, pág. 10)

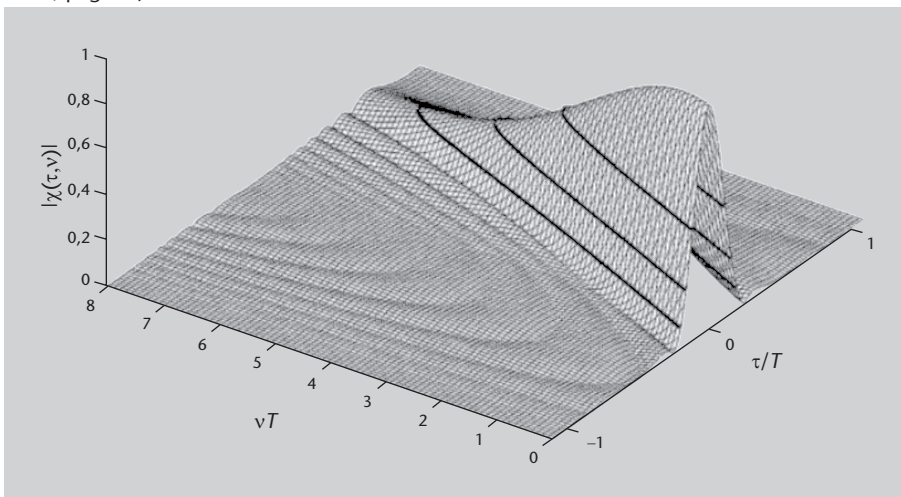
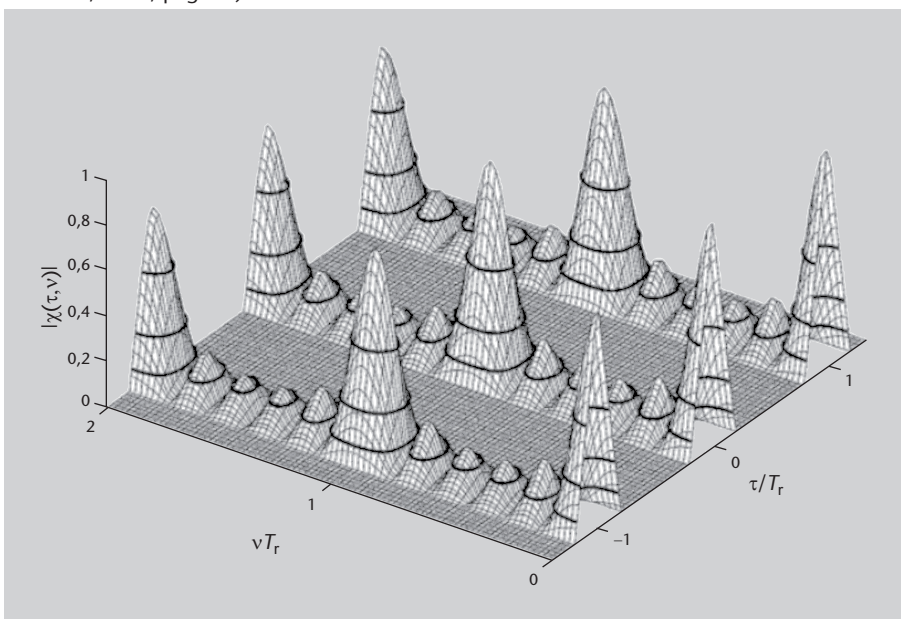


Figura 18. Función de ambigüedad para un tren de seis pulsos no modulados (Levanon y Mozeson, 2004, pág. 11)



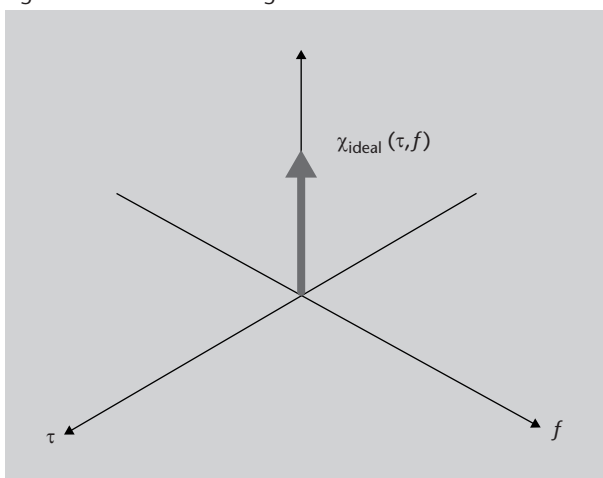
Las funciones de ambigüedad que se ilustran en las figuras 16, 17 y 18 son ejemplos prácticos con pulsos radar habituales. Puede observarse cómo las diferentes respuestas son bastante diferentes entre ellas, ante lo cual cabe preguntarse cuál debería ser la respuesta *ideal* que uno esperaría encontrar, o cuáles son las propiedades que se buscan en una función de ambigüedad. En primer lugar hay que tener en cuenta que el primer objetivo del receptor radar es detectar la presencia de señal, la cual ha de llevarse a cabo con la mayor fiabilidad posible. Esto es, si la salida máxima del filtro adaptado se produce en un instante de tiempo determinado, llamémosle  $\tau_d$ , en el caso ideal, ese retardo en el que se detecta el pico debería indicar inequívocamente que la señal llega con un retraso  $\tau_d$  y no con ningún otro. Es decir, no debería haber *ambigüedad* acerca del instante (ni frecuencia) en que se recibe la señal. Por otro lado, la

respuesta debería de ser suficientemente estrecha en el dominio temporal (y frecuencial) para así poder resolver el instante de tiempo (o frecuencia) con la mayor precisión posible. Estos requerimientos se reflejan en que la función de ambigüedad ideal debería de ser una función delta de Dirac en el origen tiempo-frecuencia. Esto es,

$$\chi_{\text{ideal}}(\tau, f) = \delta(\tau, f) \quad (67)$$

cuya representación se ilustra en la figura 19.

Figura 19. Función de ambigüedad ideal



Sin embargo, una representación como la mostrada en la figura 19 no es factible, puesto que es imposible tener una respuesta arbitrariamente estrecha en tiempo y en frecuencia de manera simultánea. Ello es consecuencia de las propiedades de la transformada de Fourier, la cual relaciona tiempo y frecuencia, en donde se comprueba que toda respuesta de duración limitada en el dominio del tiempo tiene como resultado una representación frecuencial de duración infinita, y viceversa.

El compromiso entre duración temporal y ocupación frecuencial se conoce como *principio de incertidumbre* y puede expresarse matemáticamente según la desigualdad,

$$T_{\text{ms}}^2 B_{\text{ms}}^2 \geq \pi \quad (68)$$

en donde  $B_{\text{ms}}^2$  es el ancho de banda cuadrático medio definido en la ecuación 60, y de manera similar,  $T_{\text{ms}}^2$  es la duración temporal cuadrático media, definida según,

$$T_{\text{ms}}^2 \doteq \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi t)^2 s^2(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt} \quad (69)$$

Según esta relación, la peor señal para obtener medidas precisas de tiempo de retardo y de frecuencia sería aquella para la cual su producto  $T_{ms}^2 B_{ms}^2$  fuera más pequeño. Este es el caso del pulso gaussiano, el cual cumple que  $T_{ms}^2 B_{ms}^2 = \pi$ . Por el contrario, otros pulsos habituales como el pulso rectangular o el pulso trapezoidal con tiempo de subida del 25% de la duración total ofrecen productos tiempo-frecuencia  $T_{ms}^2 B_{ms}^2$  de  $1,22\pi$  y  $1,4\pi$ , respectivamente. No hay mucha diferencia, sin embargo, con la relación que ofrece el pulso gaussiano, que es el peor de todos, y por ello se buscan pulsos alternativos a los tradicionales a base de aplicar técnicas de modulación que generen un ancho de banda mucho mayor que el inverso de la duración del pulso. Estas técnicas son las que se conocen como técnicas de *compresión de pulsos radar*, y serán tratadas en el siguiente subapartado.

## 5.2. Compresión de pulsos radar

Tal y como se ha descrito al inicio del apartado 5, la precisión que ofrece un sistema de radar en la determinación de la distancia al blanco viene determinada principalmente por el ancho de banda (cuadrático medio) de la forma de onda utilizada. En este sentido, está claro que a mayor precisión, mayor es el ancho de banda que se requiere, y por tanto, menor la duración temporal del pulso que ha de ser radiado. Sin embargo, aun siendo posible reducir la duración del pulso, hay situaciones en las que esta reducción no es aconsejable puesto que lleva consigo una degradación de las prestaciones del sistema. Este es el caso, especialmente, de aquellos sistemas radar limitados en su potencia pico de emisión (*peak power*) con el objetivo de prevenir interferencias con sistemas de comunicaciones inalámbricas que operan en bandas cercanas. Si la potencia pico está limitada, ello supone irremediablemente que reducir la duración temporal del pulso radiado implica también una disminución de la energía del mismo. En estas circunstancias, un pulso radiado con menor energía lleva consigo que la relación  $E_s/N_0$  que aparece en la ecuación 59 sea menor, y por tanto, neutralice la posible mejora que proporcionaría el hecho de utilizar un ancho de banda mayor. Es por ello que, en caso de utilizar formas de onda tradicionales como las consideradas hasta ahora, los sistemas radar con restricciones de potencia pico tienen claramente limitadas sus prestaciones aun disponiendo de un ancho de banda arbitrariamente grande.

La manera de superar este obstáculo es mediante lo que en el ámbito de sistemas radar se conoce como técnicas de *compresión de pulsos*. El objetivo de las mismas es aumentar el ancho de banda de la señal radiada, a la par que se mantiene la energía de señal. Es lo que en términos de comunicaciones digitales se conoce como técnicas de *espectro ensanchado*, denominación que tal vez resulte más familiar y que permite hacerse una idea mucho más directa del principio de operación básico. Esto es, se trata de técnicas que modulan la señal de interés (en este caso, la forma de onda a transmitir) de manera que el ancho de banda radiado es mucho mayor que el ancho de banda inicial de

la forma de onda. En recepción, se realiza el proceso inverso demodulando la señal recibida (utilizando el filtro adaptado correspondiente) tras lo cual se obtiene una respuesta mucho más abrupta que la que se obtendría con la forma de onda inicial, pero de igual energía. Este efecto de compresión se ilustra de manera gráfica en la respuesta a la salida del filtro adaptado que se muestra en la parte inferior de las figuras 20 y 21 que serán introducidas más adelante.

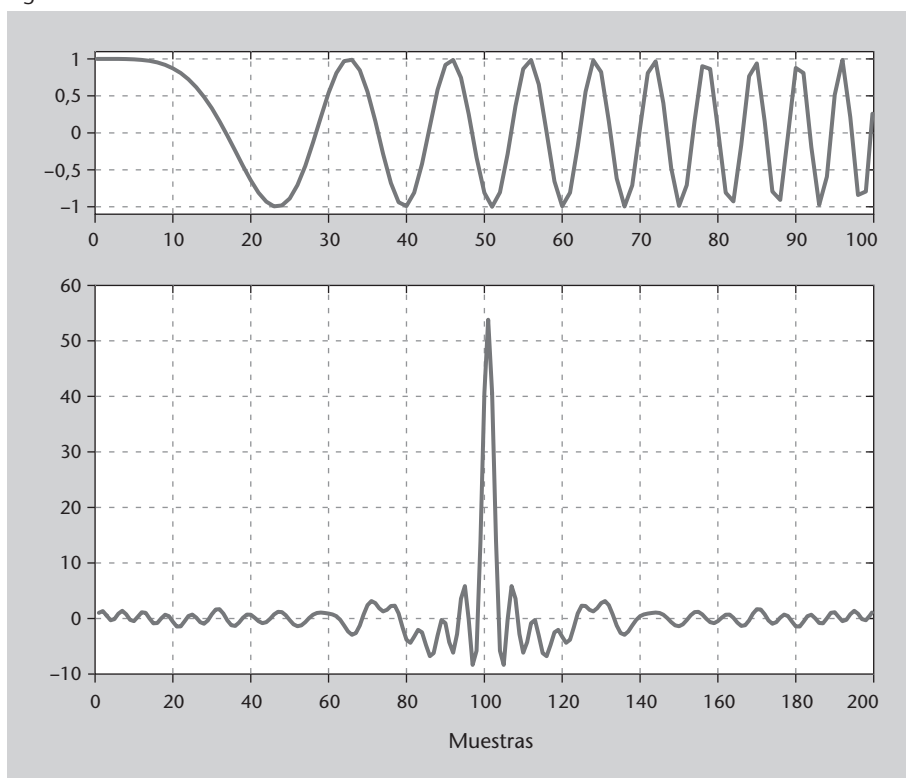
De cara a presentar las técnicas de compresión de pulsos radar, es importante distinguir entre dos categorías principales:

- **Compresión por modulación en frecuencia.** Comprende las técnicas tradicionales de compresión de pulsos radar en donde la forma de onda a transmitir es modulada en frecuencia de manera lineal (LFM) (Skolnik, 2001, sec. 11.5) o no-lineal (NLFM) (Skolnik, 2008, sec. 8.2). Por ejemplo, en el caso de LFM, y suponiendo un pulso cuadrado, la frecuencia instantánea  $f_i[n]$  de la señal modulada de salida consta de una frecuencia nominal  $f_0$  y un desplazamiento en frecuencia que crece linealmente durante el tiempo que dura el pulso. Esto es,

$$f_i[n] = f_0 + f_\Delta n \quad , \quad n = \{0, 1, \dots, L_g\} \tag{70}$$

con  $f_\Delta$  la máxima desviación en frecuencia,  $L_g$  el número de muestras que dura el pulso. Un ejemplo de señal modulada en LFM y el efecto de compresión resultante se muestra en la figura 20.

Figura 20



**Figura 20**  
Arriba, ejemplo de señal modulada en LFM. Abajo, correlación de la señal modulada en LFM, en donde se aprecia el efecto de compresión.

Aunque difícil de caracterizar de manera analítica, es conocido que el ancho de banda de una señal modulada en FM se asemeja a un conjunto de deltas en frecuencia cuyo ancho de banda total puede aproximarse, en primera instancia, según la regla de Carson como (Proakis y Salehi, 2002, Ec. 3.3.45):

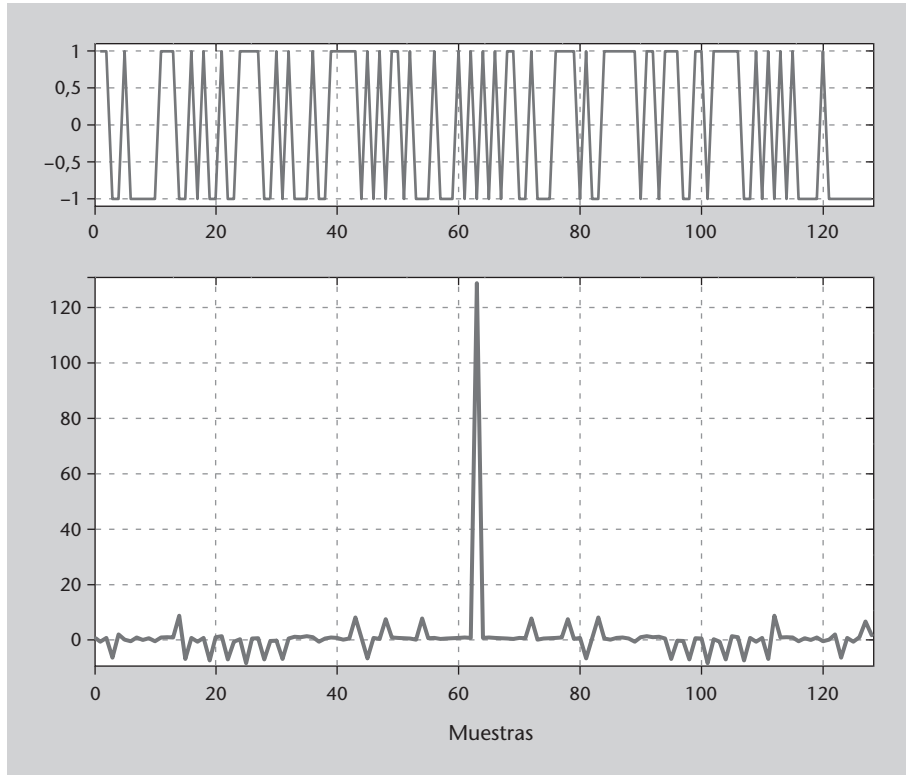
$$B_T = 2 \left( \frac{f_\Delta}{B_s} \max\{s[n]\} + 1 \right) B_s \quad (71)$$

en donde  $B_s$  es el ancho de banda de la forma de onda inicial. Con valores de  $f_\Delta$  que fácilmente pueden ser del orden de  $B_s$ , y suponiendo una forma de onda normalizada a amplitud unitaria, se puede comprobar que el ancho de banda total es varias veces superior al ancho de banda inicial. Este incremento de ancho de banda, manteniendo la misma energía transmitida, es el que produce lo que en sistemas radar se conoce como *compresión de pulso*, y ha sido la técnica más utilizada en sistemas radar analógicos desde inicios de 1940.

- **Compresión por códigos de fase.** Consiste en subdividir un pulso rectangular de duración  $T$  segundos en una serie de  $N$  subpulsos rectangulares de duración  $T/N$ , cuya amplitud viene dictada por los valores de una secuencia código  $\{c_0, c_1, \dots, c_{N-1}\}$ . En términos de comunicaciones digitales, la técnica de compresión de pulsos por códigos de fase no es más que una forma de modulación por espectro ensanchado, en donde los subpulsos anteriores son conocidos como *chips* y la secuencia código suele ser una secuencia pseudoaleatoria denominada secuencia PRN (*pseudo-random noise*) o secuencia de *spreading*. Habitualmente, esta secuencia de compresión o de ensanchado presenta valores  $\pm 1$ , que se alternan de manera pseudoaleatoria haciendo que el código en su conjunto se perciba prácticamente como una secuencia de ruido (binario). En recepción se utiliza la misma secuencia código para correlar con la señal recibida, dando como lugar una respuesta muy abrupta que ofrece una muy buena resolución temporal para determinar el retardo de la señal recibida. Este efecto se muestra en la figura 21.

Las secuencias código utilizadas habitualmente se escogen bajo criterios de minimizar los lóbulos secundarios en los alrededores del pico máximo, de mantener un nivel constante de lóbulos secundarios a lo largo de toda la correlación, o simplemente bajo criterios de simplicidad de generación o de tamaño de la familia de códigos que proporciona. De acuerdo a estos criterios, los códigos de Barker, de Gold, las secuencias de máxima longitud (también conocidas como *secuencias-m*), los códigos de Frank, polifase o las secuencias complementarias, son las más utilizadas (Skolnik, 2008, sec. 8.16).

Figura 21



**Figura 21**

Arriba, ejemplo de código PRN de longitud 128 muestras. Abajo, correlación del código PRN, en donde se aprecia el efecto de compresión

## 6. Degradaciones debidas a efectos de propagación

La ecuación radar asume que la propagación de la señal emitida por el radar se realiza a través del espacio libre. Esta hipótesis, sin embargo, no deja de ser una simplificación necesaria para poder facilitar e introducir el análisis matemático con el que determinar la distancia máxima al blanco. Estas prestaciones *idealizadas*, en la práctica se ven degradadas por la presencia de varios efectos que perturban la propagación normal de la señal de radar. Algunos de estos efectos son debidos a la presencia de objetos cercanos (o alejados) al radar, y hacen que en el receptor se reciban múltiples réplicas de la señal transmitida. Ello puede confundir al receptor de radar, haciéndole creer la presencia de blancos en las inmediaciones, cuando en realidad se trata de obstáculos propios del terreno o de la configuración actual del entorno. Otros de estos efectos son debidos a la propia naturaleza de la atmósfera terrestre, causando la difracción de la señal transmitida, o su atenuación al paso por diferentes capas de gases o de gotas de lluvia. Finalmente, cabe mencionar también la degradación debida a la propia estructura terrestre que queda iluminada por el radar. Por ejemplo, en caso de que ésta sea muy extensa, el efecto de curvatura de la Tierra hace que la cobertura efectiva del sistema radar sea menor de la esperada, especialmente para ángulos de elevación bajos, cerca del horizonte.

Todas estas degradaciones han de ser tenidas en cuenta a la hora de evaluar las prestaciones *reales* de un sistema de radar, y serán objeto de estudio a continuación. De todas formas, cabe mencionar que aunque los fundamentos teóricos que sustentan todos estos efectos son bien conocidos desde hace tiempo, habitualmente resulta difícil poder determinar con exactitud la influencia de cada uno de ellos en un entorno de propagación concreto. Es por ello por lo que suele ser habitual trabajar en términos promedio, proporcionando recomendaciones de manera cualitativa, sobre las prestaciones reales que posteriormente tendrá el sistema radar cuando sea operado en la práctica.

### 6.1. Efecto de reflexión

El efecto de reflexión surge como consecuencia del reflejo de la señal transmitida por el radar en una superficie idealmente plana. Las hipótesis de trabajo iniciales para modelar matemáticamente este efecto son principalmente dos. En primer lugar, el hecho de que la antena transmisora no presente gran directividad sino que más bien tiende a ser una antena omnidireccional. En segundo lugar, que la superficie plana sobre la que se refleja la onda posea un alto índice de reflexión.

#### Ved también

La ecuación radar se estudia en el subapartado 2.4.

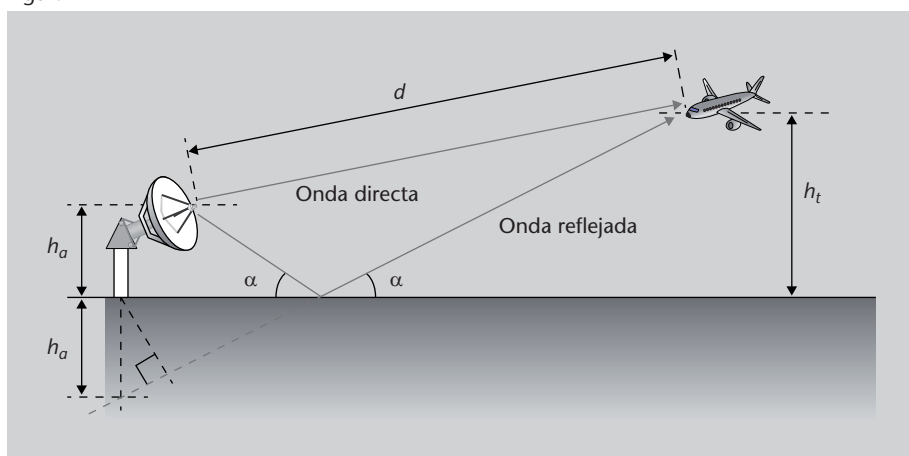
#### Confusión del receptor de radar

La configuración del entorno puede confundir al receptor de radar. Por ejemplo, el paso momentáneo de vehículos pesados con gran superficie metálica en las inmediaciones del área de cobertura del radar.

En el siguiente ejemplo se supondrá que dicha superficie mantiene intacta la amplitud de la onda reflejada, pero introduce un desfase de 180 grados, tal y como suele pasar en las superficies con buenas propiedades reflectantes. En estas circunstancias, el blanco iluminado por el radar recibe dos contribuciones, tal y como muestra la figura 22. La primera de ellas corresponde a la onda emitida por el radar y que viaja a través de la línea de visión directa entre el radar y el blanco. La segunda contribución viene reflejada desde la superficie plana, y presenta una diferencia de fase, respecto la señal directa, de

$$\Delta\theta = \frac{4\pi h_a h_t}{d\lambda} + \pi. \tag{72}$$

Figura 22



**Figura 22**  
Aparición de una onda reflejada debida a la propagación en tierra plana, suponiendo antena omnidireccional y superficie altamente reflectante (por ejemplo, el mar).

Como resultado de ambas contribuciones, sobre el blanco impacta una señal equivalente cuya amplitud total  $A_t$  viene dada por

$$A_t = A_{directa} + A_{reflejada} = A_{directa} \cdot \sqrt{2(1 + \cos \Delta\theta)}. \tag{73}$$

De este modo, si se compara la potencia de señal total que llega al blanco, en comparación con la que debería llegar únicamente a través del camino directo, el factor de potencia resultante acaba siendo (Skolnik, 2001, sec. 12.2),

$$\eta^2 \doteq \frac{\text{potencia total en blanco tras reflejo en superficie}}{\text{potencia en blanco en espacio libre}} \tag{74}$$

$$= 2 \left( 1 - \cos \left( \frac{4\pi h_a h_t}{d\lambda} \right) \right) \tag{75}$$

$$= 4 \text{sen}^2 \left( \frac{2\pi h_a h_t}{d\lambda} \right). \tag{76}$$

La relación anterior indica el factor de potencia que impacta en el blanco respecto la potencia esperada en espacio libre. Sin embargo, esto es sólo el

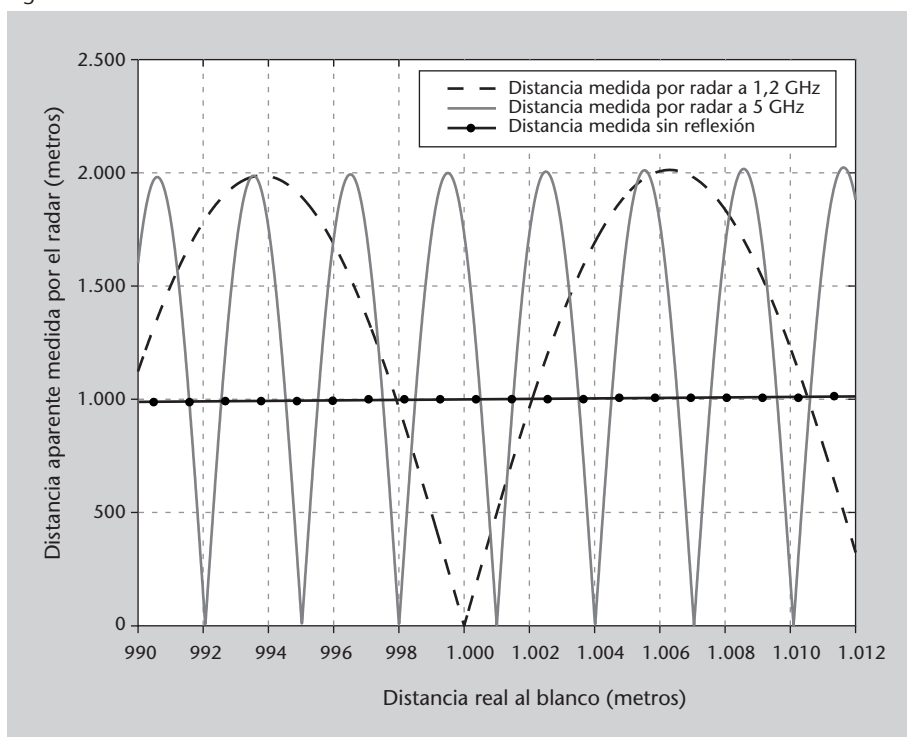


camino de ida que realiza la señal transmitida desde el radar hasta el blanco. Una vez que esta potencia impacta en el blanco, emprende su camino de vuelta hacia el receptor radar, siguiendo la misma ruta (camino directo y camino reflejado) que la tomada anteriormente. Por lo tanto, la potencia que se recibe efectivamente de vuelta en el receptor radar responde a la relación de potencias,

$$\eta^4 = 16 \operatorname{sen}^4 \left( \frac{2\pi h_a h_t}{d\lambda} \right). \tag{77}$$

Nótese que debido a que la función seno está comprendida entre [0,1], el cociente de potencias anterior resulta moverse en el margen  $\eta^4 \in [0,16]$ . Teniendo en cuenta que, como ya se vio en la ecuación radar en la expresión 5, la potencia recibida depende según la potencia cuarta de la distancia (p. ej.,  $P_r \sim 1/d^4$ ), una variación de potencia de entre 0 y 16 implica que la distancia a la que se percibe el blanco, varía entre 0 y 2. Es decir, debido a la presencia de la señal reflejada, es posible, desde no detectar el blanco, a detectarlo pero con el doble de distancia respecto a la que realmente se encuentra del radar. Este efecto se muestra en la figura 23, en donde se representa la distancia aparente medida por un sistema radar para diferentes frecuencias de operación, en función de la distancia real a la que se encuentra el blanco. Nótese cómo las variaciones en la distancia medida son mucho más sensibles a medida que aumenta la frecuencia de operación.

Figura 23



**Figura 23**

Evolución de la distancia aparente medida por un sistema radar en función de la distancia real al blanco, en presencia de efecto de reflexión plana ( $h_a = 10$  m,  $h_t = 1,000$  m).

Finalmente, el efecto de la reflexión en superficie puede ser incorporado a la ecuación radar introducida en la expresión 5, resultando en una expresión más realista que puede expresarse según,

$$P_r = \frac{P_t G_t^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 d^4} 16 \operatorname{sen}^4 \left( \frac{2\pi h_a h_t}{d\lambda} \right) \quad (78)$$

que para ángulos de elevación pequeños, es decir, cerca del horizonte, puede aproximarse según,

$$P_r \approx \frac{4\pi P_t G_t^2 \sigma (h_a h_t)^4}{\lambda^2 d^8}. \quad (79)$$

Es interesante notar que en la expresión para ángulos bajos de la ecuación de radar afectada por efecto de reflexión, la relación entre la potencia recibida y la distancia a la que se encuentra el blanco depende de la potencia octava, y no de la potencia cuarta como habitualmente. Este hecho, válido únicamente bajo las suposiciones inicialmente mencionadas\* fue comprobado de manera experimental por Ridenour (1947, sec. 2.12) utilizando barcos como blancos, para aprovechar la superficie del mar como buena superficie reflectora y el hecho de que los barcos se encuentran siempre a elevaciones bajas respecto la posición de un radar.

\*Por ejemplo, antenas omnidireccionales, superficie altamente reflejante, y además, una distancia entre radar y blanco no demasiado elevada.

## 6.2. Efecto de refracción

El efecto que genera la refracción en la propagación de las señales de radar puede ser entendido a partir de la definición misma del índice de refracción  $n$ , que caracteriza la velocidad de propagación de la luz en un cierto medio. Esto es,

$$n \doteq \frac{c}{v} \quad (80)$$

en donde  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío, y  $v$  la velocidad de propagación de la luz en dicho medio.

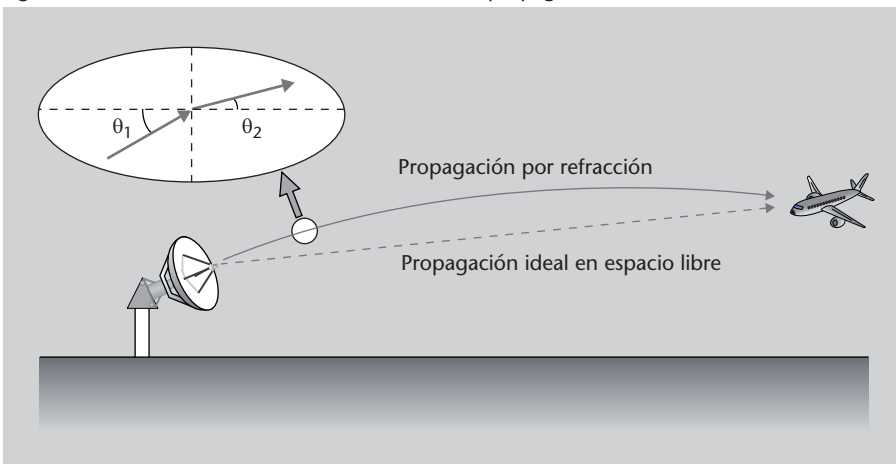
Para las diferentes capas que forman la atmósfera terrestre, se ha comprobado que el índice de refracción tiende a disminuir a medida que aumenta la altura respecto el nivel del mar. Ello tiene como consecuencia que la velocidad de propagación en las diferentes capas de la atmósfera aumente a medida que aumenta también la altura. En estas circunstancias, y según la ley de Snell, una señal de radar que se propague atravesando sucesivas capas atmosféricas acaba curvándose en vez de proseguir una propagación en línea recta, tal y como sería de esperar en caso de propagación en el vacío.

Esto es debido a que según la ley de Snell,

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} \quad (81)$$

y por lo tanto, si  $n_2 < n_1$  a medida que se aumenta la altura,  $v_2 > v_1$  y  $\text{sen } \theta_1 > \text{sen } \theta_2$ , con lo cual el ángulo de entrada  $\theta_1$  hacia el segundo medio de propagación, es mayor que el ángulo de salida  $\theta_2$ , generando el efecto de propagación que se ilustra en la figura 24.

Figura 24. Efecto de refracción atmosférica sobre la propagación de una señal de radar



El efecto inmediato que causa la refracción de la señal radar es un aumento de la distancia aparente a la cual se percibe el blanco. Este error puede ser compensado en los cálculos si en vez de considerar el radio real de la Tierra se considera un radio equivalente, y se asume propagación en un medio homogéneo (sin estratificación de diferentes capas). El factor por el que hay que multiplicar el radio real de la Tierra puede obtenerse a partir de la propia ley de Snell y resulta en,

$$k \doteq \frac{1}{1 + R \left( \frac{\partial}{\partial h} n \right)} \quad (82)$$

en donde  $R$  es el radio real de la Tierra, y  $\left( \frac{\partial}{\partial h} n \right)$  es la variación que presenta el índice de refracción en función de la altura. De manera cualitativa, el factor  $k$  suele aproximarse habitualmente por  $k \approx 4/3$ , aunque no deja de ser un valor aproximado, y por lo tanto, puede introducir un error significativo en el caso de aplicaciones de radar de alta precisión. Además, ese valor asume que la variación del índice de refracción con la altura crece de manera constante, lo cual no acaba de ajustarse del todo a lo que indican las medidas experimentales de las que se dispone.

### 6.3. Efecto de difracción

Tal y como ocurre con la luz cuando encuentra un obstáculo, las señales de radar se ven sometidas al efecto de difracción en su propagación a lo largo de la superficie terrestre. Ello ocasiona que el frente de onda de la señal se vea curvado alrededor de los objetos que se encuentra, y que se esparza en varias direcciones. El efecto de difracción junto con el de refracción anteriormente mencionado ayudan a que las señales de radar se propaguen por debajo de la línea del horizonte, de manera más acentuada a medida que la frecuencia de operación es menor. Sin embargo, puesto que las frecuencias de operación radar son habitualmente elevadas, este efecto de prolongar la cobertura del radar por debajo del horizonte queda significativamente mermado.

### 6.4. Efecto de curvatura de la Tierra

Debido a las grandes distancias a las que se encuentran los blancos que pueden ser detectados por un sistema radar, en la práctica es necesario tener en cuenta el efecto que ejerce la curvatura de la Tierra sobre la propagación de la señal radar. Suponiendo una buena superficie reflectora (como por ejemplo, el mar), la señal emitida por el radar viaja a través de un camino directo y de un camino reflejado en la superficie, tal y como ya ocurría para el caso de la reflexión sobre superficie plana. Sin embargo, debido a la curvatura de la superficie, las variaciones de potencia incidente sobre el blanco quedan suavizadas y pierden gran parte de la variabilidad que presentan para el caso de una superficie perfectamente plana. El cálculo exacto de estas variaciones suavizadas es complejo, pero para ello se dispone de herramientas informáticas o de tablas normalizadas, donde poder obtener de manera cualitativa el efecto promedio que se espera tener en la potencia recibida de vuelta en receptor radar.

Figura 25

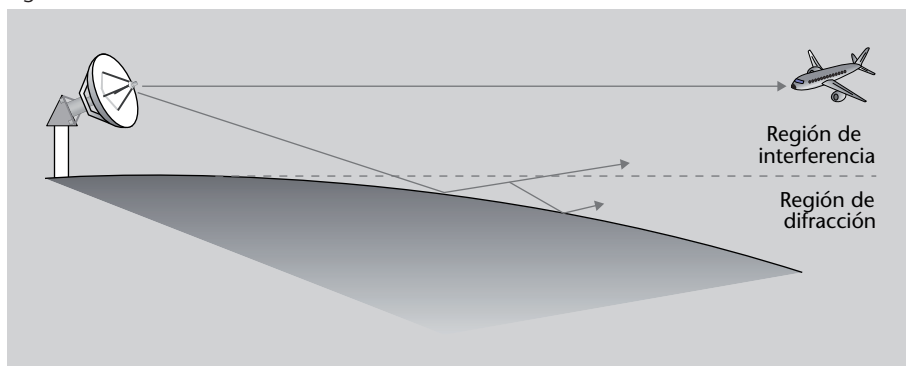


Figura 25

Efecto de propagación debido a la curvatura de la Tierra, en donde se distingue entre la región de interferencia y la región de difracción.

La situación en cuestión se ilustra de manera gráfica en la figura 25, en donde es posible identificar dos regiones de operación. La primera de ellas es la *región de interferencia* y comprende la zona por encima de la línea tangencial que une la posición del radar con el horizonte. En esta zona se produce la propagación principal de la señal a través del camino directo y del camino reflejado. La

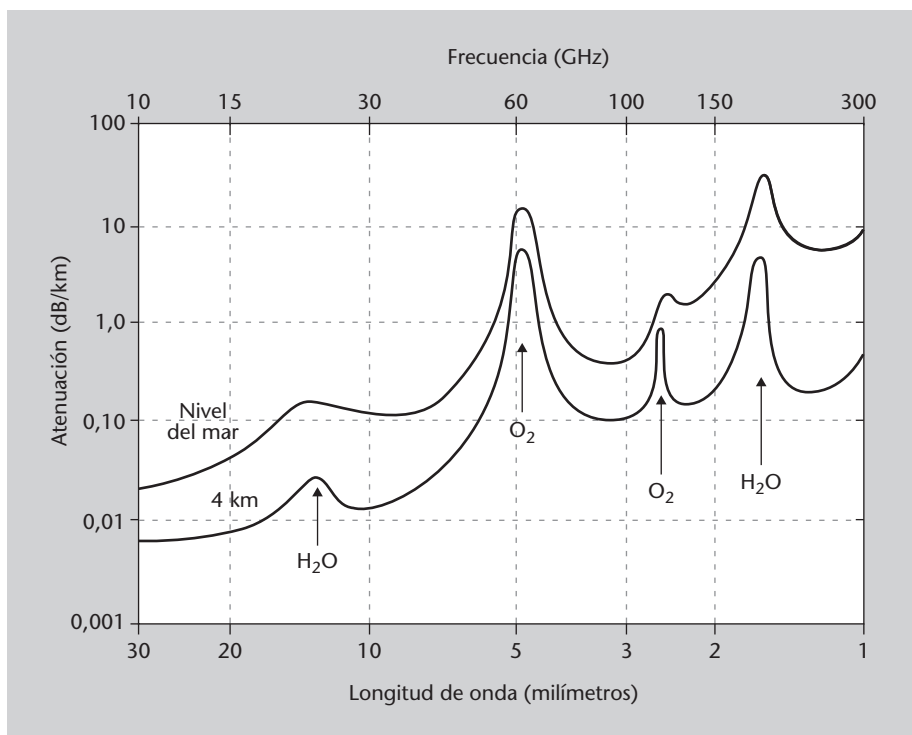
segunda región de propagación es la *región de difracción*, y se encuentra por debajo de la línea tangencial anteriormente mencionada. Esta región está dominada por el efecto de difracción que genera la atmósfera, y la señal emitida se propaga aquí con dificultad, sometida a grandes atenuaciones.

Cuanto menor sea la frecuencia de operación del radar, mayor es la contribución de la propagación en la región de difracción, contribuyendo pues a aumentar la cobertura del radar. Por el contrario, a medida que aumenta la frecuencia de operación, la contribución de la región de difracción disminuye, desapareciendo incluso cuando la frecuencia se acerca al rango de frecuencias ópticas (del orden de THz).

### 6.5. Atenuación

Las señales de radar, tal y como ocurre con el resto de señales electromagnéticas, pierden parte de su energía a medida que se propagan por la atmósfera debido a la absorción por parte de las moléculas de agua y de oxígeno, principalmente. De manera cualitativa, es habitual modelar las pérdidas por la atenuación debida a la absorción por gases atmosféricos según una ley exponencial decreciente, cuyo exponente  $\alpha$  depende de la distancia recorrida y de un factor de atenuación que depende del gas que se atraviesa. La figura 26 muestra la evolución del exponente de atenuación  $\alpha$  medido en dB/km en función de la frecuencia, donde pueden observarse los picos de atenuación a la frecuencia de absorción de las moléculas de agua y oxígeno.

Figura 26. Evolución del exponente de atenuación  $\alpha$  de la atenuación causada por la atmósfera en función de la frecuencia (Wiltse, 1997)



### 6.6. Clutter

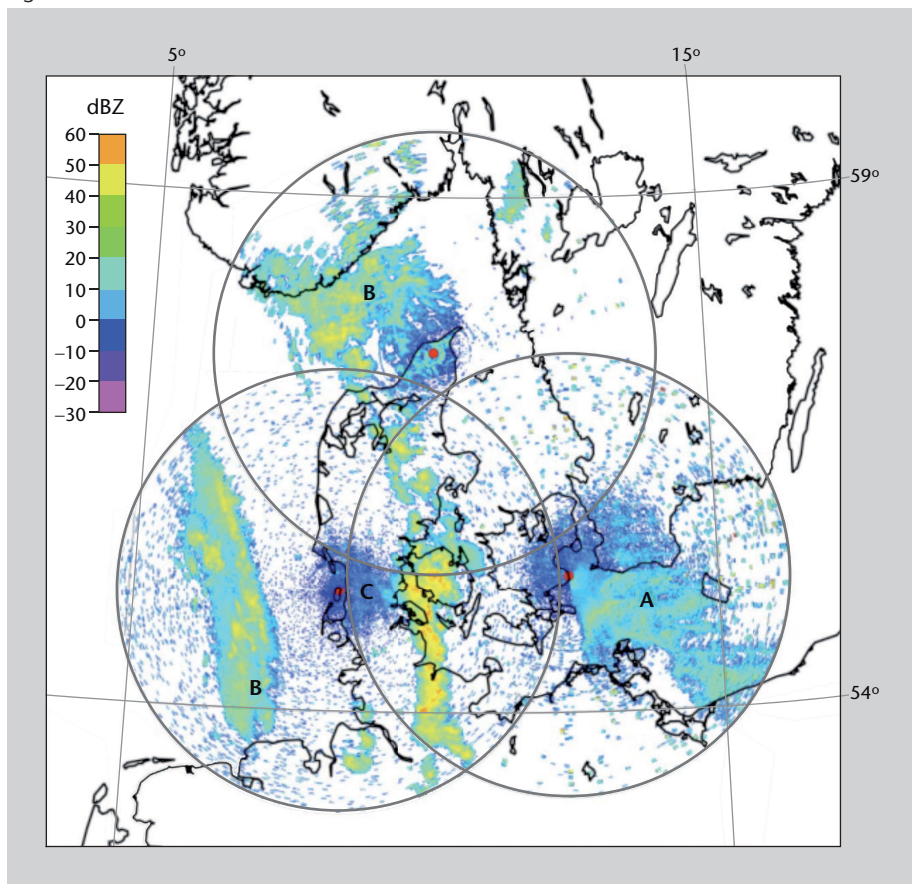
*Clutter* es un concepto muy utilizado en sistemas radar y se define como toda aquella señal espúrea o no deseada, que se percibe en el receptor radar y que enmascara la correcta detección y visualización de la señal procedente del blanco de interés.

Estas señales no deseadas son causadas en su mayoría por la reflexión que produce la señal transmitida por el radar al impactar con objetos puntuales (como pájaros, edificios, etc.), con fenómenos atmosféricos (como lluvia, nieve o auroras) o con superficies (como la capa terrestre o el mar). Ello da lugar a lo que se conoce como **clutter puntual**, **clutter volumétrico** y **clutter de superficie**, respectivamente. En cualquier caso, e independientemente del tipo de clutter, el problema es que éste aparece como un ruido espúreo, de carácter habitualmente aleatorio, y que degrada significativamente las prestaciones nominales de todo sistema radar. En la figura 27 se muestra un ejemplo de la señal recibida por tres radares, en donde es posible identificar diferentes tipos de clutter.

**Clutters no perjudiciales**

No todas las formas de clutter son perjudiciales. Este es el caso por ejemplo de los radares meteorológicos, para los cuales las señales reflejadas por la lluvia o nieve no son algo a combatir sino precisamente el objetivo a detectar en sí mismo.

Figura 27



**Figura 27**

Fusión de la imagen obtenida por tres radares con cobertura de 240 km y situados en los puntos rojos del mapa. La figura muestra el clutter percibido por los radares, en donde se identifica clutter causado por propagación anómala (A), clutter volumétrico debido a precipitación (B) y clutter de superficie (C) (Bovith y otros, 2006).

El clutter en sí presenta una gran variabilidad. Por ejemplo, en el caso de clutter de superficie, aun tratándose de reflexiones sobre el mar, estas reflexiones varían bastante en función de las condiciones del agua, determinadas por la fuerza del viento y el tiempo durante el cual éste lleva soplando. En este sentido, el clutter de superficie que se experimenta en el mar del Norte es diferente al que se experimenta en el Pacífico. De la misma forma, el clutter de superficie generado en zonas terrestres, también presenta una gran variabilidad (mayor si cabe) según se experimente en zonas urbanas, montañosas, desérticas, etc. Por tanto, el clutter resulta en un proceso más bien aleatorio, y como tal ha de ser caracterizado de manera estadística.

### Lectura recomendada

Si estáis interesados en el clutter de superficie en mar encontraréis un amplio y detallado análisis del mismo en la obra de Skolnik (2001, sec. 13.3).

Siendo como es un efecto que procede de la reflexión de la señal transmitida sobre objetos no deseados, es importante mencionar que la medida del clutter se realiza en términos de *densidad de sección radar*,  $\sigma^\circ$  (pronunciada “sigma cero”) y definida según,

$$\sigma^\circ \doteq \frac{\sigma_c}{A_c} \quad (83)$$

en donde  $\sigma_c$  es la sección radar cruzada del clutter, y  $A_c$  el área desde la cual se produce.

Nótese que al tratarse de una densidad respecto unidades de superficie, la medida como tal es independiente del valor del área en donde se produce el clutter. Si se trata de clutter volumétrico, en vez de clutter de superficie, en ese caso se define de manera equivalente la densidad de sección radar por unidad de volumen como,

$$\eta \doteq \frac{\sigma_c}{V_c} \quad (84)$$

con  $V_c$  el volumen en el que se genera el clutter. A partir de estas premisas, los diferentes tipos de clutter serán analizados con más detalle a continuación.

#### 6.6.1. Clutter de superficie

El clutter de superficie se genera como consecuencia de la iluminación por parte del radar de una área  $A_c$  con un ángulo de incidencia  $\theta$ , tal y como se muestra en la figura 28.

La reflexión que esta superficie devuelve hacia el radar resulta en una potencia que puede obtenerse a partir de la ecuación radar según,

$$P_c = \frac{P_t G_t A_e \sigma_c}{(4\pi)^2 d^4} \quad (85)$$

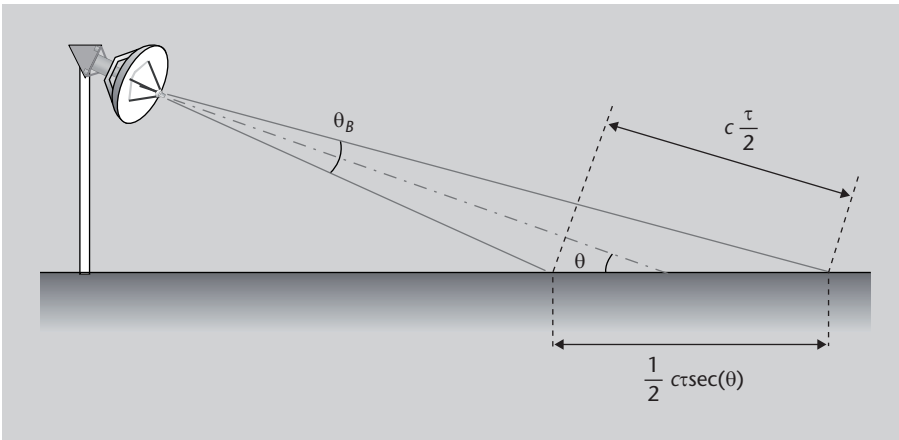
en donde la sección cruzada del clutter puede obtenerse como,

$$\sigma_c = \sigma^\circ A_c = \sigma^\circ \theta_B d c \frac{\tau}{2} \sec(\theta) \quad (86)$$

con  $\tau$  la duración temporal del pulso radar emitido. Sustituyendo esta sección radar  $\sigma_c$  en la ecuación radar (expresión 85), se obtiene que la potencia recibida viene dada efectivamente por,

$$P_c = \frac{P_t G_t A_e \sigma^\circ \theta_B c \frac{\tau}{2} \sec(\theta)}{(4\pi)^2 d^3}. \quad (87)$$

Figura 28. Situación geométrica para caracterizar el clutter de superficie



Una de las primeras observaciones que pueden hacerse de este resultado es que, a diferencia de la ecuación radar tradicional en la expresión 5, la ecuación radar en presencia de clutter de superficie depende inversamente del cubo de la distancia  $d$ , en vez de inversamente de la potencia cuarta. Por otro lado, si se define la relación señal-a-clutter como,

$$\frac{S}{C} \doteq \frac{\text{potencia señal}}{\text{potencia clutter}} = \frac{\sigma_t}{\sigma^\circ d \theta_B c \frac{\tau}{2} \sec(\theta)} \quad (88)$$

es posible observar que la distancia máxima de alcance del radar introducida en la ecuación 6, pasa a ser,

$$d_{\max} = \frac{\sigma_t}{\left(\frac{S}{C}\right)_{\min} \sigma^\circ \theta_B c \frac{\tau}{2} \sec(\theta)} \quad (89)$$

en presencia de clutter de superficie. La diferencia más notable con la distancia máxima de alcance tradicional, esto es, cuando el sistema radar está dominado principalmente por ruido, es que en presencia de clutter, la dependencia de la distancia máxima con la sección radar del blanco  $\sigma_t$  es directa. Sin embargo, en el caso tradicional, la distancia depende de  $\sigma_t^{1/4}$ . De esta forma, si la sección radar del blanco varía en un factor dos, el alcance máximo del radar variaría



en el mismo factor cuando el clutter de superficie está presente. Sin embargo, en el caso tradicional, la distancia máxima apenas variaría un factor 1.2 para la misma variación de la sección radar del blanco (Skolnik, 2001, sec. 13.2).

### 6.6.2. Clutter volumétrico

El clutter volumétrico proviene principalmente del reflejo de señales radar en partículas de lluvia, nieve u otros fenómenos meteorológicos que se dan en un área volumétrica concreta.

La sensibilidad a estos fenómenos aumenta significativamente a medida que la frecuencia de operación aumenta, y la longitud de onda se hace, por tanto, comparable al tamaño de las partículas en cuestión. La determinación del impacto concreto que tiene el clutter volumétrico puede realizarse de manera similar a como se ha hecho anteriormente con el clutter de superficie, en donde la sección radar del clutter se ha expresado como  $\sigma_c = \sigma^\circ A_c$ . Para el caso de clutter volumétrico, la sección radar viene dada por,

$$\sigma_c = \eta V_c \quad (90)$$

con  $\eta$  la densidad de sección radar por unidad volumétrica que presenta el fenómeno en cuestión que genera el clutter, y  $V_c$  el volumen en el cual se genera el clutter, que habitualmente suele fijarse al volumen de la celda bajo análisis por el radar (esto es, el volumen determinado por el ancho de haz del radar, orientado a la dirección de interés). Con el ancho de haz horizontal  $\theta_B$  anteriormente utilizado, y el ancho de haz vertical indicado como  $\phi_B$ , puede comprobarse que el volumen de la celda bajo análisis por el radar viene dado de manera aproximada por,

$$V_m \approx \frac{\pi}{4} (\theta_B d) (\phi_B d) c \frac{\tau}{2} \quad (91)$$

en donde el factor  $\pi/4$  tiene en cuenta la forma elíptica que presenta el área definida por el haz de la antena. De esta forma, la potencia de clutter que se recibe en el radar puede obtenerse a partir de la ecuación radar según,

$$P_c = \frac{P_t G_t A_e \eta \pi \theta_B \phi_B c \frac{\tau}{2}}{4(4\pi)^2 d^2} = \frac{P_t G_t^2 \lambda^2 \eta \theta_B \phi_B c \tau}{512 \pi^2 d^2}. \quad (92)$$

A veces el resultado anterior suele dejarse indicado para el caso de una antena cuyo diagrama de radiación tenga forma gaussiana, en cuyo caso el vo-

lumen de la celda bajo análisis ha de dividirse por un factor  $2 \ln 2$  (Probert-Jones, 1962). En ese caso, y sustituyendo la ganancia de un haz gaussiano  $G_t = \pi^2 / \theta_B \phi_B$ , la potencia recibida desde un clutter volumétrico resulta,

$$P_c = \frac{P_t G_t \lambda^2 \eta c \tau}{(1.024 \ln 2) d^2}. \quad (93)$$

Por otro lado, en caso de que el volumen esté ocupado por partículas circulares de diámetro  $D$  (como por ejemplo, gotas de agua), y que la longitud de onda del radar sea grande comparativamente con ese diámetro, entonces la densidad de sección radar del clutter puede modelarse como,

$$\eta = \frac{\pi^5 D^6 |K|^2}{\lambda^4} \quad (94)$$

con  $|K|^2 \doteq (\epsilon - 1) / (\epsilon + 2)$  y  $\epsilon$  la constante dieléctrica de la partícula. Para gotas de agua a una temperatura de  $10^\circ\text{C}$  y  $10 \text{ cm}$  de longitud de onda (frecuencia de  $3 \text{ GHz}$ ), se tiene por ejemplo que  $|K|^2 = 0,93$ . Con esta sección radar para el caso de partículas circulares, la potencia recibida del clutter resulta,

$$P_c = \frac{P_t G_t c \tau \pi^5 |K|^2 D^6}{(1.024 \ln 2) d^2 \lambda^2} \quad (95)$$

haciendo que la potencia recibida dependa de la potencia sexta del diámetro de las partículas. Nótese que en este caso particular de partículas circulares, que bien podría tratarse de gotas de agua, el cálculo de potencia clutter corresponde únicamente a la potencia reflejada por las gotas que ocupan el volumen bajo análisis. No se incluye, por tanto, la pérdida de potencia por absorción que se experimenta cuando la señal atraviesa el volumen ocupado por estas gotas. Esta pérdida se ha de tener en cuenta aparte, en forma de un cierto exponente de propagación, según lo descrito en el subapartado 6.5. Es interesante hacer notar también, la definición habitual de  $Z \doteq D^6$  como el factor de *reflectividad* del radar. Medidas experimentales han mostrado que este factor puede descomponerse según  $Z = a \cdot r^b$ , con  $\{a, b\}$  dos constantes empíricas, y  $r$  la tasa de lluvia en  $\text{mm/h}$ .

### 6.6.3. Clutter puntual

El clutter puntual se genera a partir de la reflexión de la señal radar en objetos puntuales, causando lo que también se conoce como *ecos de ángel*.

La principal causa del clutter puntual es debida a la presencia de pájaros e insectos, especialmente cuando éstos se encuentran a una distancia relativamente corta del radar, debido a la dependencia de la ecuación radar con la distancia según la potencia cuarta.

**Ejemplo**

Un pájaro cuya sección radar fuera del orden de  $10^{-2} \text{ m}^2$ , y que se encontrara a una distancia de 10 metros del radar, sería detectado con la misma potencia que un objetivo de  $100 \text{ m}^2$  de sección radar a una distancia de 100 metros.

## 7. Tipos básicos de sistemas radar

### 7.1. Radar de onda continua

A lo largo de los apartados anteriores, las referencias a sistemas radar han sido principalmente a sistemas que emiten una señal electromagnética pulsada, cuya potencia reflejada sobre el blanco es detectada en recepción. Este proceso, que implica la transmisión de pulsos de duración finita, permite visualizar de manera sencilla el proceso que sufre la señal cuando se propaga en su camino de ida y de vuelta al receptor. Posteriormente, es posible medir el tiempo total de propagación y, a partir de ahí, la distancia al blanco, tal y como se describió en los subapartados 2.3 y 2.4. Sin embargo, este tipo de sistemas de radar *pulsados* fueron los que se incorporaron de manera más tardía a la familia de sistemas radar. En los inicios de esta disciplina, la tecnología disponible no permitía la transmisión de pulsos de duración finita con los requerimientos de calidad necesaria como para poder asegurar en recepción una medida precisa de distancia. Como consecuencia, los sistemas radar tradicionales se han orientado más bien a la transmisión de señales *continuas* cuya reflexión en el blanco es detectada en recepción de manera simultánea. Debido a este principio de operación, estos sistemas son conocidos como sistemas radar de *onda continua*.

El principal problema que se presenta en los radares de onda continua es cómo distinguir la señal recibida de la transmitida, puesto que ambas coexisten en el tiempo. Una primera opción es implementar la transmisión y recepción de señal en antenas diferentes, separadas una cierta distancia, aunque esto evidentemente conlleva bastantes inconvenientes desde el punto de vista práctico. Una segunda opción, más razonable, es separar la señal recibida de la señal transmitida a partir de identificar variaciones en parámetros clave. El principal de estos parámetros es la frecuencia. Puesto que habitualmente el blanco de interés se encuentra en movimiento, ello genera un desvío en la frecuencia de la señal recibida respecto de la señal transmitida, conocido como efecto *Doppler*.

El efecto Doppler es pues el principio de operación de todo radar de onda continua.

Si se tiene en cuenta que la distancia  $d$  al blanco puede medirse a partir de contar el número de longitudes de onda  $\lambda$  que transcurren entre la transmi-

sión y la recepción de la señal, es fácil observar que en el camino de ida y vuelta, la variación que experimenta la fase de la señal es de,

$$\Delta\phi = \frac{4\pi d}{\lambda}. \tag{96}$$

Si el blanco se encuentra en movimiento, la distancia al radar presenta una cierta variación, y como consecuencia, también varía el incremento de fase medido en recepción. Esta variación que presenta la fase puede interpretarse como debida a la presencia de una cierta frecuencia, la cual es precisamente la frecuencia *doppler*,  $\omega_d$ . Esto es,

$$\omega_d \doteq \frac{\partial\Delta\phi}{\partial t} = \frac{4\pi}{\lambda} \frac{\partial d}{\partial t} = \frac{4\pi}{\lambda} v_r \tag{97}$$

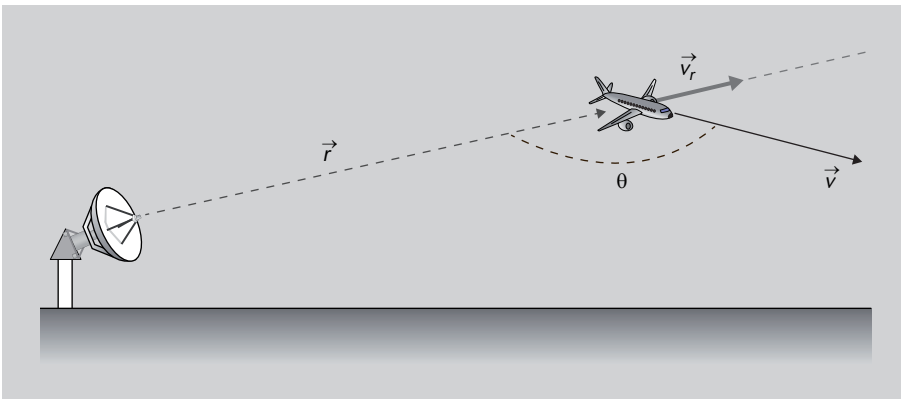
con  $v_r$  la velocidad radial del blanco respecto el radar. La velocidad radial depende de la velocidad  $v$  que presenta el blanco y del ángulo  $\theta$  que forma su vector velocidad respecto el vector de posición con el radar, tal y como se muestra en la figura 29. Es decir, en términos absolutos,

$$v_r \doteq v \cos \theta. \tag{98}$$

**Signo de la velocidad radial**

Como convención, se asume que la velocidad radial es negativa cuando el blanco se aleja del radar, y positiva cuando se acerca hacia él.

Figura 29. Ilustración acerca del concepto de velocidad radial, clave para el funcionamiento de los sistemas de radar de onda continua



La arquitectura de un sistema de radar de onda continua bien puede ilustrarse mediante el diagrama de bloques genérico mostrado en la figura 3. En el caso de un radar de onda continua, el bloque indicado como “recepción RF” es el encargado de realizar la conversión a banda base de la señal recibida, y para ello utiliza como referencia la propia señal del oscilador de transmisión, que opera a una cierta frecuencia  $\omega_0$ . A la salida del duplexor, la señal recibida se encuentra a una frecuencia portadora que, al estar afectada por el efecto Doppler, presenta un valor de  $\omega_0 + \omega_d$ , siendo el desvío en frecuencia  $\omega_d$  el indicado en la ecuación 97. El resultado de la conversión directa a banda base es una señal que oscila a frecuencia  $\omega_d$ , y cuyo valor da información acerca de la velocidad y el ángulo con que se desplace el objetivo. El hecho de rea-

lizar la conversión a banda base directamente, utilizando la propia señal de referencia del oscilador de transmisión, hace que este tipo de arquitecturas se denominen *homodinas* o receptores *superheterodinos* de frecuencia intermedia cero. Es posible, sin embargo, utilizar también receptores basados en etapas de frecuencia intermedia, los cuales ayudan a reducir el nivel de interferencias y de productos de intermodulación.

Es importante hacer notar que entre la información que se obtiene en un radar de onda continua, no figura la posición del objetivo, sino únicamente su velocidad y dirección de movimiento.

Ello es debido a que el radar de onda continua está basado en medidas de frecuencia, y la frecuencia, o en su caso, la fase (que no es más que la integral de la frecuencia, y presenta unidades equiparables a distancia), es una medida ambigua ya que presenta una naturaleza de tipo modular. Es decir, el receptor radar puede medir la variación de fase que experimenta la señal recibida dentro de una longitud de onda, pero no es posible conocer cuántas longitudes de onda completas han transcurrido hasta que la señal ha llegado al receptor. Este desconocimiento es el que hace que no sea posible obtener medidas de distancia absoluta.

La manera de solventar este problema es mediante la incorporación de una marca temporal que permita al receptor medir el retardo entre la transmisión y la recepción de la señal. Ello puede conseguirse mediante la modulación de la onda continua transmitida, utilizando por ejemplo una modulación de frecuencia modulada (FM), lo cual da lugar a lo que se conoce como sistemas radar CW-FM\*. En este caso, tras realizar la conversión a banda base, el resultado es una forma de onda que tras pasar por su correspondiente filtro adaptado, permite obtener información del tiempo de retardo, y por tanto de la distancia recorrida (Skolnik, 2001, sec. 3.3).

\*CW-FM son las siglas en inglés de *continuous wave-frequency modulated*.

## 7.2. Radar Doppler pulsado

A diferencia de un radar de onda continua, un radar pulsado emite fracciones de energía durante un tiempo de duración limitada, y va repitiendo estas emisiones de manera periódica según un cierto período de repetición\*. En particular, la señal emitida se basa principalmente en pulsos rectangulares de duración  $T_s$  segundos que se repiten de manera periódica cada  $T_r$  segundos, y que son modulados en radiofrecuencia para poder ser radiados en la banda de operación del sistema. Este es, de hecho, el mismo principio de operación ya descrito en el subapartado 2.3. A pesar de la diferencia a nivel de señal radiada, la información que extrae un radar pulsado de la señal recibida es la misma, en esencia, que en el caso de un radar de onda continua. Es decir, medir la fre-

\*En inglés, *pulse repetition factor (PRF)*.

cuencia Doppler presente en la señal recibida y poder así identificar no sólo la presencia de objetivos, sino también su dirección y velocidad de movimiento.

Existen sin embargo dos tipos de sistemas de radar pulsado, el conocido propiamente como radar *Doppler* pulsado, y el conocido como radar MTI (por sus siglas en inglés, *moving target indicator*). La diferencia entre uno y otro se basa en la relación entre la frecuencia de muestreo y el PRF con que el sistema ha sido diseñado, y que forma parte de un compromiso entre posibles ambigüedades en la medida de distancia o en la medida de la frecuencia Doppler. Un radar MTI, por ejemplo, es aquel en el que típicamente se utiliza un PRF bajo, de manera que los pulsos transmitidos están muy espaciados en tiempo entre ellos. Este gran tiempo de inactividad entre la transmisión de un pulso y el siguiente garantiza que para cuando se vaya a enviar el siguiente pulso, hayan llegado ya al receptor todos los posibles ecos de objetivos que pueda haber dentro del área de cobertura.

En este sentido, un radar MTI está orientado a evitar la presencia de distancia ambiguas que podrían surgir cuando justo tras enviar un pulso, se recibe el eco ocasionado por el pulso anterior, interpretándose de manera errónea como un objetivo presente a una distancia muy cercana. Como contrapartida, la principal desventaja de los radares MTI es que presentan ambigüedad en la medida de frecuencia Doppler. Ello es debido a que, entre la señal recibida, habitualmente existe una contribución constante debida al clutter estático que rodea al radar, y una contribución variante con el tiempo que depende del objetivo en movimiento, y que es básicamente una senoide a la frecuencia Doppler. Esta segunda contribución es la de interés, pero la primera, debida al clutter, es interesante eliminarla para que no enmascare la estimación del Doppler. Para ello se utilizan filtros de continua basados en líneas de retardo (también conocidos en inglés como, *comb filters*) según la recursión,

$$y[k] = x[k] - x[k - N_r] \quad (99)$$

en donde  $N_r \doteq T_r/T_m$  es el retardo, en número de muestras, del tiempo de repetición  $T_r$  suponiendo éste un múltiplo entero del tiempo de muestreo  $T_m$ . Este tipo de filtros son utilizados en gran cantidad de aplicaciones de procesado digital de la señal, especialmente en sistemas *multirate*, debido a su simplicidad de implementación y buena respuesta en frecuencia. Esto último viene dado por la posibilidad de concatenar varias líneas de retardo, dando lugar a lo que se conoce como filtros CIC (por sus siglas en inglés, *cascade integrator comb filter*). La propia naturaleza de los filtros basados en líneas de retardo hace que su respuesta en frecuencia presente nullos periódicos a frecuencias discretas múltiplos de  $2\pi/N_r$ . Esto es, a frecuencias  $\omega_{\text{null}} = \frac{2\pi}{N_r}n$ , con  $n = 0, 1, \dots, N_r - 1$ . Este es un efecto colateral del filtrado del clutter, e implica que aquellos objetivos que se muevan a velocidades tales que generen una frecuencia Doppler igual

a  $\omega_{\text{null}}$ , no serán detectados. Es decir, a partir de la ecuación 97, objetivos que se muevan a velocidades,

$$v_{\text{null}} = \frac{\omega_{\text{null}}\lambda}{4\pi} = \frac{\lambda}{2N_r}n = \frac{\lambda}{2}nf_r \quad (100)$$

con  $f_r$  la frecuencia de repetición o PRF. Estas velocidades a las que no es posible detectar objetivos son también conocidas como *velocidades ciegas*, y son uno de los principales problemas de los radares MTI.

En este punto puede observarse el compromiso entre ambigüedad en distancia y ambigüedad en velocidad. Según la ecuación 100, parece que las velocidades a las que no es posible detectar objetivos pueden hacerse arbitrariamente grandes (y así, arbitrariamente improbables) a base de aumentar el PRF. Sin embargo, el PRF viene fijado por la ambigüedad en distancia, y habitualmente interesa que sea bajo. Este dilema, en el caso de los radares MTI tiende a decantarse a favor de evitar ambigüedades en distancia, mientras que en el caso de radares Doppler pulsado, es al contrario, utilizando PRF elevados para evitar ambigüedades en velocidad. Por lo demás, la arquitectura de uno y otro tipo de radar son prácticamente idénticas, diferenciándose únicamente en que los radares MTI suelen utilizar filtros CIC en el dominio temporal para reducir el clutter, mientras que los radares Doppler pulsados utilizan filtros en el dominio de la frecuencia, particularmente bancos de filtros (Skolnik, 2001, sec. 4.10).

### 7.3. Radar de seguimiento

Los radares de seguimiento, tal y como su nombre indica, son aquellos sistemas de radar que están destinados al seguimiento de objetivos móviles. Cabe decir que la tarea de seguimiento no sólo implica monitorizar la evolución de la trayectoria del objetivo, sino según en qué circunstancias, ser capaz incluso de predecirla.

Aunque prácticamente cualquier radar de los anteriormente descritos puede ser operado como radar de seguimiento, para ello son necesarias una serie de modificaciones sobre la arquitectura básica, que hacen merecedores a estos radares de un tratamiento individualizado. En especial, modificaciones que hacen énfasis en el modo en cómo se calcula el *ángulo* con el cual se ve al objetivo desde la posición del radar.

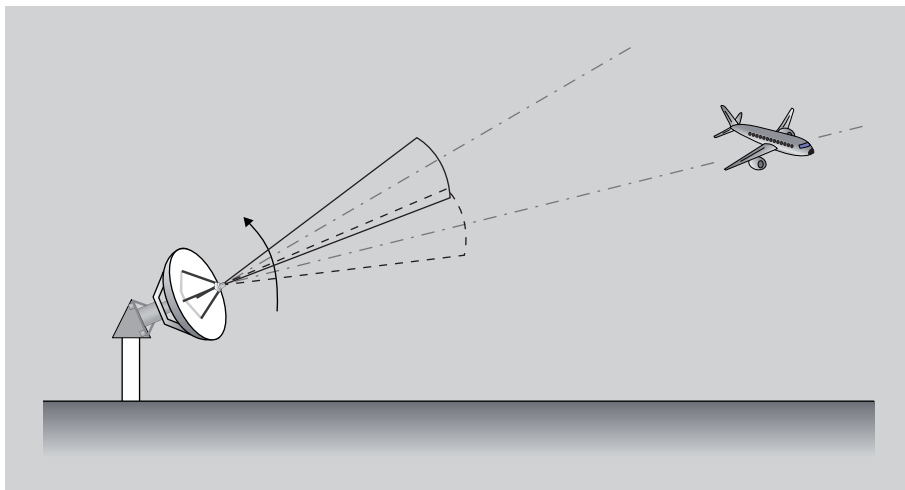
A nivel general, se puede distinguir entre dos tipos principales de radares de seguimiento: los basados en seguimiento *continuo* (*continuous tracking* en inglés), y los basados en lo que se conoce como TWS (por sus siglas en inglés,



*track-while-scan*). Es decir, en este último caso se trata de radares que no sólo están dedicados a seguimiento permanente, sino que además realizan tareas de escaneo para detectar la presencia de nuevos objetivos dentro del área de cobertura. Tradicionalmente, los radares de seguimiento se han basado en antenas orientadas mediante mecanismos servo-controlados, utilizando una señal de error como referencia para orientar la antena hacia la posición correcta. Actualmente, sin embargo, los radares de seguimiento se basan en el uso de agrupaciones de antenas, con lo que la conformación de haz y su orientación pueden controlarse de manera electrónica sin tener que variar mecánicamente la plataforma sobre la que se sustentan los elementos radiantes.

Puesto que la misión de los radares de seguimiento es “perseguir” la trayectoria del objetivo de interés, las principales modificaciones que requieren estos sistemas se centran en introducir técnicas de apuntamiento preciso. Esto es, técnicas que minimicen el error entre la dirección de apuntamiento y la dirección en la que realmente se encuentra el objetivo. Una de estas técnicas es la que se conoce como *sequential lobbing*, y consiste en conmutar la dirección de apuntamiento de la antena entre dos posiciones cercanas. La diferencia en la potencia recibida cuando la antena está apuntando a una u otra dirección proporciona información acerca de la posición angular del objetivo respecto al eje de conmutación, tal y como se muestra en la figura 30.

Figura 30. Ilustración del funcionamiento de un radar de seguimiento basado en apuntamiento por *sequential lobbing*



Por ejemplo, si esta diferencia es negativa, el ángulo en el que se encuentra el objetivo está más cerca del primer ángulo en el que se apuntó la antena que no del segundo, y por tanto, el signo de esta diferencia indica ya la dirección hacia la que hay que corregir los ángulos de apuntamiento para el siguiente barrido. Si por el contrario la diferencia en potencia recibida es nula, ello indica que el blanco se encuentra precisamente en el punto medio de los dos ángulos de conmutación.

Es importante remarcar que gran parte del éxito de esta técnica se basa en que el diagrama de radiación de la antena presente un haz lo más simétrico posible tanto en elevación como en azimuth, ya que el proceso de conmutar entre

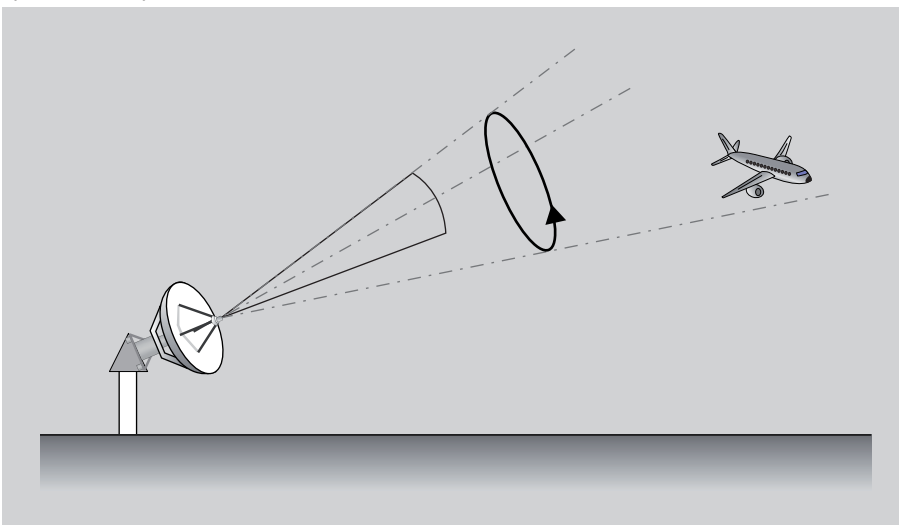
#### Uso militar de los radares de seguimiento

No cabe duda de que las aplicaciones de los radares de seguimiento son principalmente militares, y especialmente, como parte de los sistemas de radar embarcados en aeronaves de combate. Un ejemplo es el uso del radar de seguimiento TWS denominado AN/AWG-9 como parte del equipamiento de los cazas F-14, y cuya capacidad de seguimiento permitía monitorizar hasta 24 objetivos diferentes.

dos posiciones ha de llevarse a cabo en ambas dimensiones. A nivel práctico, una manera de implementar este sistema es mediante una única antena parabólica que es iluminada por cuatro elementos radiantes (por ejemplo, bocinas) que se encargan de generar los haces correspondientes en cada una de las cuatro direcciones necesarias para el posicionamiento en bi-dimensional del objetivo.

Tal y como se acaba de mencionar, en total el apuntamiento secuencial requiere iluminar cuatro direcciones del espacio para obtener una medida de la posición angular del objetivo. Una extensión de esta técnica sería, en vez de realizar apuntamientos discretos, realizar un barrido continuo, haciendo girar el diagrama de radiación alrededor de un eje. En este caso, la señal recibida en el radar resulta estar modulada a una frecuencia igual a la frecuencia de rotación del haz, en donde la amplitud y fase de esta señal modulada aportan información acerca del ángulo que forma la dirección del objetivo respecto al ángulo del eje de rotación del haz. Esta técnica es la que se conoce como de *barrido cónico* y se ilustra de manera gráfica en la figura 31.

Figura 31. Ilustración del funcionamiento de un radar de seguimiento basado en apuntamiento por escaneo cónico



Tanto el seguimiento de objetivos mediante *sequential lobbing*, como el seguimiento mediante escaneo cónico, se basan en la misma idea. Esto es, a medida que se va girando el haz con el que se ilumina al objetivo, las variaciones en la potencia recibida permiten extraer información del ángulo, y por tanto, de la trayectoria que experimenta el objetivo en relación a la posición del radar.

Bajo todo este proceso se asume de manera implícita, que toda variación en la potencia recibida es resultado únicamente del movimiento del objetivo a medida que éste se va siendo iluminado. En la práctica, sin embargo, cabe

destacar que esta hipótesis no es del todo cierta, pues es habitual que aun estando el objetivo estático, la potencia recibida presente ciertas variaciones a lo largo del tiempo. Estas variaciones suelen ser debidas a la presencia de clutter o a cambios en la sección radar del objetivo cuando se le ilumina desde diferentes ángulos, y suponen una perturbación de la potencia que cabría esperar en el radar, generando como consecuencia una degradación en la medida de la trayectoria. Una manera de evitar esta degradación es realizar la medida de la trayectoria a partir de transmitir un solo pulso de señal, en vez de varios. Esta técnica es la que se conoce como radar de seguimiento *monopulso*. En este caso es habitual el uso de *arrays* de antenas para generar varios haces, y transmitir así un único pulso de señal en varias direcciones de manera simultánea. Los diagramas de radiación utilizados suelen basarse en el concepto de doble haz diferencial ya descrito para los radares de seguimiento basados en *sequential lobbing*. Esto es, para cada dirección de interés, el radar ilumina con dos haces, ligeramente solapados, y mide la diferencia de amplitud recibida en cada uno de ellos, como medida de error que es introducida a un sistema electrónico de seguimiento.

## Resumen

En este módulo se han presentado los sistemas radar, cuya misión principal es la de detectar la presencia de objetos dentro del área de cobertura, a partir de medir la potencia que éstos reflejan cuando son iluminados mediante una señal electromagnética. Antes de pasar a describir los sistemas radar, en el apartado 1 se ha iniciado el módulo ofreciendo un repaso histórico a los hitos más importantes que han marcado el desarrollo de estos sistemas. Principalmente, el recorrido histórico se ha centrado en los inicios de la tecnología radar durante las primeras décadas del siglo XX, y el auge experimentado al amparo de los extraordinarios esfuerzos que se dedicaron en la investigación de sistemas radar durante la Segunda Guerra Mundial.

Tras el repaso histórico, el apartado 2 ha introducido los fundamentos básicos de operación de todo sistema radar. Principalmente, éstos consisten en la detección de la señal reflejada en el objetivo, y la posterior medida del tiempo de retardo que esta señal acumula en su camino de ida y vuelta. A partir del tiempo de retardo, la distancia al objetivo puede obtenerse fácilmente utilizando la velocidad de la luz, aunque para ello es necesario garantizar primero la ausencia de ambigüedades. Estas ambigüedades suelen ser ocasionadas cuando el tiempo de repetición al cual el radar envía los pulsos no es suficientemente grande. En ese caso, es posible que algunos pulsos reflejados en el objetivo lleguen al receptor justo cuando éste acaba de enviar el siguiente pulso, con lo cual el tiempo de retardo medido sería muy pequeño, indicando de manera errónea que el objetivo se encuentra más cerca de lo que lo está en realidad. Otro de los aspectos claves que presenta este apartado 2 es el relativo al cálculo de la potencia que llega de vuelta al receptor radar. Esta potencia se ha visto que depende de varios factores, principalmente la ganancia de la antena, la distancia a la que se encuentra el objetivo, y el área electromagnética que éste presenta, la cual se conoce como sección radar. La sección radar determina la cantidad de potencia que el objetivo refleja de vuelta hacia el radar, y por tanto es un parámetro clave que repercute en el diseño del sistema y en el diseño del objetivo (por ejemplo, algunos aviones de combate son diseñados minimizando su sección radar, de manera que puedan pasar desapercibidos frente a los radares enemigos).

El siguiente paso tras introducir los fundamentos básicos de operación ha sido presentar la arquitectura general de un sistema radar. En este sentido, el apartado 3 ha descrito los diferentes elementos que forman tanto el transmisor como el receptor radar. Por lo que respecta al transmisor, los elementos básicos guardan un gran parecido con los que incorpora cualquier transmisor de radiofrecuencia. Esto es, consta de un oscilador, un modulador de señal,

una etapa de conversión a radio-frecuencia y una etapa de amplificación de alta potencia, tras la cual la señal es inyectada a una antena que conforma el haz con el que se ilumina al objetivo. Por lo que respecta al receptor de un sistema radar, se ha visto que guarda también un gran parecido con los elementos básicos que componen un receptor de radio-frecuencia cualquiera. Esto es, una etapa de filtrado y amplificación de bajo ruido, una etapa de conversión de radio-frecuencia, una etapa de conversión analógico-digital y una unidad control central, en donde aquí sí, se llevan a cabo las tareas específicas de procesado de señal propias de un receptor de radar.

Dentro de las tareas que lleva a cabo la unidad central de proceso, una de las más importantes es la relacionada con la detección de señal, pues supone el paso previo para poder iniciar la posterior medida de distancia, el seguimiento y/o la alerta acerca de la presencia de este objetivo dentro del área de cobertura. El proceso de detección de señal se ha tratado de manera general en el apartado 4, donde se ha ofrecido una visión probabilística teniendo en cuenta las perturbaciones aleatorias que afectan a la señal recibida por el radar. Esto es, se ha considerado que la señal recibida puede ser modelada como un proceso aleatorio, cuyas muestras quedan caracterizadas por una determinada función densidad de probabilidad. A partir de esta distribución, es posible formular de manera rigurosa diferentes criterios de detección como el de mínimo riesgo bayesiano, el criterio de Neyman-Pearson, o en el caso más general en donde la señal no está completamente definida (por ejemplo, si se desconoce la amplitud recibida), los criterios de detección del GLRT, el criterio de Wald o el criterio de Rao. Todos estos criterios de detección no son de uso exclusivo en problemas de sistemas radar, sino que más bien al contrario, son de uso general en gran cantidad de problemas en los que está implicado el proceso de detectar la presencia de una señal corrompida por ruido. Es por ello por lo que encontraréis en este apartado 4 una valiosa referencia con la que afrontar innumerables problemas de detección, aportando las herramientas básicas para resolverlos.

Una vez afrontado el problema de detección, y detectada la señal de interés, es necesario extraer de ella la información necesaria para determinar la posición del objetivo. En este sentido, resulta de interés conocer cuáles son los aspectos que determinan la precisión que puede obtenerse en la medida de distancia. Este tema es abordado en el apartado 5, donde se ha visto que la precisión en la estimación del retardo depende del ancho de banda cuadrático medio de la señal recibida, además de la relación señal-a-ruido. Por lo que respecta a la estimación del ángulo de llegada, la precisión depende de manera equivalente del ancho cuadrático efectivo de la apertura de la antena, así como también de la relación señal-a-ruido. Una herramienta que permite visualizar de manera gráfica estos resultados es lo que se conoce como función de ambigüedad, la cual es objeto de estudio también en este apartado 5. La función de ambigüedad resulta ser una representación tiempo-frecuencia de la forma de onda radiada por el radar, y permite analizar la señal a la salida del filtro adaptado del receptor, cuando la señal recibida está afectada por un retardo y un error

de frecuencia residual. Esto permite que el diseñador pueda prever la respuesta que la forma de onda radiada tendrá en condiciones normales de operación, y puede ser utilizado, por lo tanto, como una herramienta para diseñar formas de onda óptimas. Finalmente, el apartado 5 ha concluido con una revisión de técnicas denominadas de compresión de pulso, las cuales están orientadas a mejorar la precisión en la estimación del retardo que ofrecen las formas de onda tradicionales, y guardan una gran similitud con las técnicas de espectro ensanchado ampliamente utilizadas en diversos sistemas de comunicaciones.

Posteriormente, en el apartado 6 se han introducido los diversos tipos de degradaciones que experimenta la propagación de la señal radar. Este tipo de efectos no deseados son inevitables en la mayoría de escenarios de operaciones y suponen una dificultad añadida para el correcto funcionamiento de todo sistema radar. Las degradaciones que han sido objeto de discusión comprenden el efecto de reflexión en superficie, el efecto de refracción, el efecto de difracción y el efecto debido a la curvatura de la Tierra. Todos estos efectos son también habituales en sistemas de comunicaciones inalámbricas, por lo que seguramente ya estaréis familiarizados con ellos. El efecto de clutter, sin embargo, se trata al final del apartado 6, y es específico de los sistemas radar. Se basa en la recepción de señales espúreas o no deseadas que interfieren en la correcta detección del objetivo, y principalmente se deben a reflexiones de la señal transmitida en objetos cercanos (como edificios, pájaros), con superficies (como la capa terrestre o el mar) o con fenómenos atmosféricos (como la presencia de lluvia o nieve a lo largo de la propagación de la señal).

En último lugar, el módulo concluye su revisión técnica con el apartado 7, en donde se presentan diversos tipos de sistemas radar. Aunque todos ellos comparten los mismos principios de operación ya presentados a lo largo de todo el módulo, existen pequeñas variaciones según el tipo de aplicación. Por ejemplo, los radares de onda continua están orientados a la detección de objetivos y a la medida de la velocidad de los mismos, no siendo posible obtener medidas de distancia. Los radares Doppler pulsado, sin embargo, además de medir la velocidad del objetivo permiten estimar también la distancia al mismo a partir de la medida de retardo en el pulso recibido. Finalmente, los radares de seguimiento están orientados a seguir la trayectoria de objetivos, y para tal fin, implementar diferentes técnicas de apuntamiento para poder dirigir de manera automática el haz de la antena.

## Actividades

1. Se dispone de un radar operando con un duplexor, de manera que su antena se activa secuencialmente para transmitir y recibir señales (es decir, no se puede transmitir y recibir de manera simultánea). Durante el tiempo en el que se transmite señal, es importante que no se reciba ninguna reflexión procedente del blanco, ya que de ser así, ésta no sería recibida y el blanco no sería detectado. Ante estas circunstancias, y suponiendo que el radar emite un pulso de duración  $T_s = 10 \mu\text{s}$ , ¿cuál es la distancia mínima a la que debe encontrarse el blanco para poder ser detectado?
2. Un radar opera con un PRF de  $10^3$  pps (pulsos por segundo) emitiendo pulsos de duración  $T_s = 10 \mu\text{s}$ . ¿Cuál es la máxima distancia a la que puede detectarse un objetivo sin ambigüedad?
3. Un cierto objetivo es detectable por un radar a una distancia de 50 km. En las mismas circunstancias de operación, pero en caso de que el objetivo reduzca su sección radar en un factor 10, ¿a qué distancia será ahora detectado el objetivo? ¿cuánto debería aumentar su potencia el radar para compensar esta reducción de sección radar del objetivo?
4. ¿Cuál es el tiempo de inactividad  $T_i$  entre pulsos, para un radar que opera con un ciclo de trabajo de 0,25 y un PRF de 100 pps?
5. Un radar dispone de una antena rectangular de 5 metros de ancho y 2 metros de alto, cuya eficiencia es del 50%. Si el radar opera a una frecuencia de 3 GHz, ¿cuál es la ganancia que aporta esta antena?
6. Un radar dispone de un ancho de banda de 750 kHz y una figura de ruido de  $NF = 6$  dB. Si se encuentra a una temperatura ambiente de  $290^\circ\text{K}$ , ¿cuál es la potencia del ruido térmico?
7. El detector de un cierto radar procesa muestras ruidosas de señal que pueden modelarse según una distribución de tipo Rayleigh. Si el ruido que afecta a la señal es gaussiano, de media nula y varianza  $\sigma_w^2 = 2$ , ¿cuánto vale la probabilidad de detección si el umbral se fija en  $\gamma = 2$ ?
8. Un bombardero B52 tiene una sección radar del orden de  $1.000 \text{ m}^2$  mientras que un bombardero B2 dotado de tecnología *stealth* tiene una sección radar del orden de  $10^{-4} \text{ m}^2$ . Si un radar es capaz de detectar al B52 a una distancia de 100 km, ¿a qué distancia detectará al B2 en las mismas circunstancias?
9. Un radar pulsado tiene una potencia total de  $P_t = 5 \text{ kW}$  y utiliza dos PRF diferentes de  $10^4$  y  $2 \cdot 10^4$  pps. Hallad el a) ciclo de trabajo, b) el periodo de repetición de pulso y c) la duración temporal del pulso transmitido para que la potencia promedio sea de  $P_{av} = 1 \text{ kW}$ .
10. Un radar opera a una frecuencia de 10 GHz utilizando una antena de área efectiva  $A_e = 5 \text{ m}^2$ . Si la sensibilidad del receptor del radar es de  $0,1 \text{ pW}$ , y la sección radar del objetivo es de  $20 \text{ m}^2$ , ¿cuál es la distancia máxima a la que puede detectarse este objetivo?
11. Un radar posee un ancho de haz de  $2^\circ$  y emite pulsos de  $1 \mu\text{s}$  de duración. Si aparece un objetivo a una distancia de 10 km del radar y con una sección radar de  $1 \text{ m}^2$ , ¿cuál es la relación señal-a-clutter para una densidad de sección radar de clutter de  $\sigma^\circ = 10^{-3}$  y un ángulo de incidencia de  $1^\circ$ ?
12. Un radar MTI opera a una PRF de 1.500 pps utilizando una longitud de onda de  $\lambda = 3 \text{ cm}$ . ¿Cuál es la velocidad ciega más pequeña de este radar?
13. Un radar MTI percibe una señal reflejada con una frecuencia Doppler de 1 kHz. Si el radar opera a una frecuencia de 10 GHz, ¿cuál es la velocidad a la que se mueve el objetivo?
14. Dos radares MTI operan a diferente frecuencia pero utilizan la misma PRF. Si la primera velocidad ciega del primer radar es igual a la tercera velocidad ciega del segundo radar, ¿cuál es la relación entre las frecuencias de operación de ambos radares?
15. En radares MTI, la técnica de entrelazado de modos o *stagger* consiste en variar la PRF entre pulsos que son transmitidos de manera consecutiva. De esta forma, la velocidad ciega para uno de los pulsos no lo es para el siguiente. Se denomina relación de *stagger* a tres números consecutivos  $\{n_1, n_2, n_3\}$  tales que  $n_1 \text{PRF}_1 = n_2 \text{PRF}_2 = n_3 \text{PRF}_3$ . De esta forma, la primera velocidad ciega vendrá dada por  $v_{null,1} = n_2 v_{null,2} = n_3 v_{null,3}$ . Si se utiliza una relación de *stagger* de  $\{6,7,8\}$ , ¿cuáles son las PRF a utilizar si la primera velocidad ciega son  $900 \text{ m/s}$ ?

## Abreviaturas

<b>ADC</b>	analog-to-digital converter
<b>AWGN</b>	additive white gaussian noise
<b>CFA</b>	cross field amplifier
<b>CIC</b>	cascade integrator comb filter
<b>CRB</b>	crámer rao bound
<b>CW</b>	continuous wave
<b>DSP</b>	digital signal processor
<b>FMCW</b>	frequency modulated continuous wave
<b>FM</b>	frequency modulation
<b>FPGA</b>	field programmable gate array
<b>GLRT</b>	generalized likelihood ratio test
<b>GPR</b>	ground penetrating radar
<b>HPA</b>	high power amplifier
<b>IF</b>	intermediate frequency
<b>IFF</b>	identification friend or foe
<b>ITU</b>	international telecommunications union
<b>LFM</b>	linear frequency modulation
<b>LNA</b>	low noise amplifier
<b>MIMO</b>	multiple-input multiple-output
<b>ML</b>	maximum likelihood
<b>MTI</b>	moving target indicator
<b>MVU</b>	minimum variance unbiased
<b>NF</b>	noise figure
<b>NLFM</b>	nonlinear frequency modulation
<b>NP</b>	neyman-pearson
<b>NRL</b>	naval research laboratory
<b>PDF</b>	probability density function
<b>PRF</b>	pulse repetition factor
<b>PRN</b>	pseudo random noise
<b>RADAR</b>	rAdio detection and ranging
<b>RF</b>	radio frequency
<b>SNR</b>	signal-to-noise ratio
<b>SPRT</b>	sequential probability ratio test
<b>SSPA</b>	solid state power amplifier
<b>TWS</b>	track-while scan
<b>TWT</b>	travelling wave tube
<b>UMP</b>	uniform powerful detector



## Bibliografía

(2002). *IEEE Std 521-2002. IEEE standard letter designations for radar frequency bands*. IEEE Aerospace and Electronics Systems Society.

(2010). *Manual of regulations and procedures for federal radio frequency management*. National Telecommunications and Information Administration (NTIA), U. S. Department of Commerce.

**Agilent** (2010). «Antenna Design for Aerospace and Defense Applications». En: «Brochure of the EMPro 3D EM antenna design software», URL: <http://www.home.agilent.com/agilent/editorial.jsp?ckey=1482712&sid=1482712&nid=34960.0.00&lc=chi&cc=CN>.

**Arnold, D.** (2009-2010). «Making waves». *Pulse Magazine*, volumen 3 (n.º 4, págs. 6-13).

**Auslander, L.; Tolimieri, R.** (1984). «Characterizing the radar ambiguity functions». *IEEE Trans. Inform. Theory*, volumen 30 (n.º 6, págs. 832-836).

**Bovith, T.; Nielsen, A.; Hansen, L.; Overgaard, S.; Gill, R.** (2006). En: «Proc. IEEE International Conference on Geoscience and Remote Sensing Symposium», (págs. 511-514).

**Chassande, E.; Pai, A.** (2005). «Discrete-time and frequency Wigner-Ville distribution: Moyal's formula and aliasing». *IEEE Signal Processing Lett.*, volumen 12 (n.º 7, págs. 508-511).

**Fenn, A. J.; Temme, D. H.; Delaney, W. P.; Courney, W. E.** (2000). «The development of phased-array radar technology». *Lincoln Laboratory Journal*, volumen 12 (n.º 2, págs. 321-340).

**Gardner, W. A.** (1988). *Statistical spectral analysis. A non probabilistic theory*. Prentice-Hall.

**Hlawatsch, F.; Auger, F.** (2008). *Time-frequency analysis: concepts and methods*. Wiley.

**Knott, E. F.; Tuley, M. T.; Shaeffer, J. F.** (2004). *Radar Cross Section*. Sci Tech Publishing.

**Levanon, N.; Mozeson, E.** (2004). *Radar signals*. Wiley.

**Li, J.; Stoica, P.** (2007). «MIMO radar with colocated antennas. Review of some recent work.» *IEEE Signal Processing Mag.*, volumen 5 (n.º 5, págs. 106-114).

**Maio, A. D.; Kay, S. M.; Farina, A.** (2010). «On the invariance, coincidence and statistical equivalence of the GLRT, Rao test and Wald test». *IEEE Trans. Signal Processing*, volumen 58 (n.º 4, págs. 1967-1979).

**Proakis, J. G.; Salehi, M.** (2002). *Communication Systems Engineering*. (2.ª ed.). Prentice-Hall International Editions.

**Probert-Jones, J.** (1962). «The radar equation in meteorology». *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, volumen 88 (págs. 485-495).

**Richman, M.; Parks, T.; Shenoy, R.** (1995). «Discrete-time, discrete-frequency time-frequency representations». En: «Proc. International Conference on Speech, Acoustics and Signal Processing (ICASSP)».

**Ridenour, L.** (1947). *Radar system engineering*, volumen 1. McGraw-Hill.

**Ruck, G. T.** (1989). *Radar Cross Section Handbook*, volumen 1. Peninsula Pub.

**Silver, S.** (1997). *Microwave Antenna Theory and Design*, volumen 19 de *IEE Electromagnetic Wave Series*. Peter Peregrinus Ltd.

**Skolnik, M. I.** (2001). *Introduction to RADAR systems*. (3.ª ed.). McGraw-Hill.

**Skolnik, M. I.** (2008). *Radar handbook*. (3.ª ed.). McGraw-Hill.

**Swerling, P.** (1960). «Probability of detection for fluctuating targets». *IRE Transactions on Information Theory*, volumen 6 (n.º 2, págs. 269-308).

**Wald, A.** (1945). «Sequential tests of statistical hypotheses». *Annals of Mathematical Statistics*, volumen 16 (n.º 2, págs. 117-186).

**Wiltse, J.** (1997). «Corrections to published curves for atmospheric attenuation in the 10 to 1000 GHz region». En: «Proc. International Symposium on Antennas and Propagation», volumen 4 (págs. 2580-2583).

**Woodward, P. M.** (1965). *Probability and information theory with applications to radar*. McGraw-Hill.