

# PROJECTE FINAL DE MÀSTER

*Modelat i simulació en Matlab  
d'un làser de cavitat vertical (VCSEL)*



Universitat  
Oberta  
de Catalunya

---

**Autor** - Arnau Torrent Freixa

**Tutor** - Josep M<sup>a</sup> Fàbrega Sánchez

Juny 2019

Màster Universitari en Enginyeria de Telecomunicacions

# ÍNDEX

<b>1. LA LLUM I LA MATÈRIA</b>	<b>p 1</b>
1.1 Introducció	p 1
1.2 La matèria	p 1
<b>2. LÀSERS</b>	<b>p 4</b>
2.1 Materials semiconductors	p 4
2.2 Díodes LED	p 6
2.3 Làsers de semiconductor	p 8
2.3.1 Amplificador làser	p 8
2.3.2 Oscilador làser	p 10
2.4 Vertical Cavity Surface-Emitting Laser	p 12
<b>3. EQUACIONS DE RITME I ELECCIÓ DEL MODEL</b>	<b>p 15</b>
<b>4. PROVES I RESULTATS</b>	<b>p 18</b>
4.1 Compressió de guany( $\epsilon_c$ )	p 19
4.2 Factor de confinament ( $\Gamma$ )	p 19
4.3 Eficiència( $\eta_0$ )	p 20
4.4 Freqüència	p 21
<b>5. CODI MATLAB</b>	<b>p 22</b>
<b>6. BIBLIOGRAFIA</b>	<b>p 26</b>

## **LLISTA DE FIGURES**

<b>Figura 1:</b> Espectre electromagnètic [9]	p 1
<b>Figura 2:</b> Fenòmen d'absorció [1]	p 2
<b>Figura 3:</b> Fenòmen d'emissió espontània [1]	p 3
<b>Figura 4:</b> Fenòmen de l'emissió estimulada [1]	p 3
<b>Figura 5:</b> Esquema general de comunicació	p 4
<b>Figura 6:</b> Distribució de Fermi-Dirac i nivell de Fermi	p 5
<b>Figura 7:</b> Desplaçament del nivell de Fermi per semiconductors de tipus p i n	p 6
<b>Figura 8:</b> Unió p-n	p 9
<b>Figura 9:</b> Secció d'amplada z del medi actiu i el flux de fotons que el travessa $F(z)$	p 8
<b>Figura 10:</b> Guany òptic en funció de l'energia del fotó per a diferents nivells de densitat de portadors [1]	p 10
<b>Figura 11:</b> Guany òptic en funció del corrent injectat per a diferents temperatures [1]	p 10
<b>Figura 12:</b> Longituds d'ona possibles dins la cavitat [4]	p 11
<b>Figura 13:</b> Espectre aproximat de l'emissió d'un làser	p 12
<b>Figura 14:</b> Estructura estàndar d'un VCSEL	p 13
<b>Figura 15:</b> Esquema d'arrays VCSEL per augmentar la potència [5]	p 14
<b>Figura 16:</b> Densitat de portadores i de fotons	p 18
<b>Figura 17:</b> Bits de la seqüència d'entrada i sortida òptica	p 18
<b>Figura 18:</b> Variació del factor de compressió de guany	p 19
<b>Figura 19:</b> Variació del factor de confinament	p 20
<b>Figura 20:</b> Variació del factor diferencial d'eficiència quàntica	p 20
<b>Figura 21:</b> Variació de la freqüència de treball del sistema	p 21

# 1. LA LLUM I LA MATÈRIA

## 1.1 Introducció

La llum és, en la seva definició més bàsica, la part de l'espectre electromagnètic visible per a l'ull humà, concretament la que va des dels infraojos als ultraviolats, o el que és el mateix, aproximadament dels 405 THz (740 nm) als 790 THz (380nm).

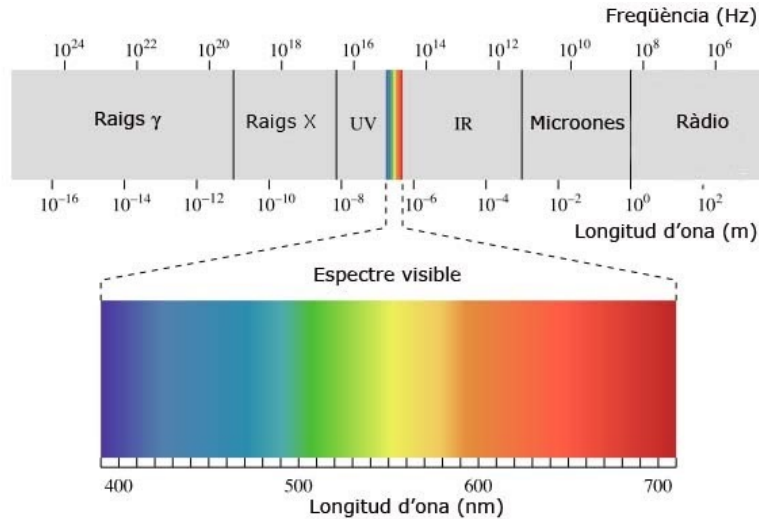


Figura 1: Espectre electromagnètic [9]

La idea d'utilitzar aquest rang de freqüències per a transmetre informació és antiga, des de mitjans del segle XIX. La falta de fonts lluminoses adequades va fer desestimar la idea. No va ser fins a la invenció dels làsers, al 1960, quan es va recuperar la idea de la llum com a portadora d'informació en un sistema de comunicacions. Al 1970, l'arribada dels làsers de semiconductors en emissió contínua van donar la font de llum necessària que havia mancat cent anys abans, i finalment, un dels fets més representatius que va permetre desenvolupar les comunicacions òptiques va ser la utilització d'una guia d'ona (com la fibra de vidre) que permetia dur la llum d'un extrem a l'altre sense interferències d'altres radiacions electromagnètiques.

## 1.2 La matèria

Un material semiconductor és un material que està a mig camí entre un d'aïllant (no condueix corrent elèctric) i un de conductor (sí que condueix el corrent elèctric). Així doncs, les seves propietats permeten la regulació de la resistència al pas del corrent. Aquesta resistència varia en funció d'una excitació externa (com un camp elèctric).

La matèria s'organitza en bandes d'energia. N'hi ha dues d'especialment rellevants: La banda de valència i la banda de conducció. La primera és la última banda d'energia on els electrons

encara estan lligats als àtoms. La segona és la banda d'energia ocupada per electrons lliures que han trencat els seus enllaços amb els seus àtoms corresponents. Aquests electrons són els responsables del corrent elèctric. Entre aquestes dues bandes tenim una separació (o banda prohibida) on els electrons no hi poden romandre. Si les bandes de valència i de conducció se solapen, estem davant d'un material (una estructura d'àtoms) conductor. Si en canvi, tenim una banda prohibida molt ampla (els electrons mai absorbeixen prou energia per poder passar de la banda de valència a la banda de conducció) estem davant un material aïllant que no condueix el corrent. El cas més interessant, és quan no hi ha solapament entre les bandes de valència i conducció, però la banda prohibida és prou petita (aproximadament entre 0,1 i 3 eV) per tal que els electrons, si reben energia de manera externa, puguin passar a la banda de conducció. Aquest tipus de materials s'anomenen semiconductors i ens hi endinsarem més endavant en aquest treball. Seran de gran interès per entendre les principals fonts de llum d'un sistema de comunicacions òptic: els làsers.

Per norma general, la matèria és més propensa a absorbir llum que no pas a emetre'n. Imaginem que tenim un àtom en nivell d'energia  $E_1$  (en banda de valència o estat fonamental) i tenim un fotó incident amb energia  $h\nu$  (on  $h$  és la constant de Plank i  $\nu$  és la freqüència d'oscil·lació del fotó). Quan aquest fotó incideix en l'àtom, aquest augmenta la seva energia i passa a una banda superior  $E_2$  (banda de conducció o estat excitat). Podem deduir d'aquesta explicació, que:

$$E_2 - E_1 = h\nu \quad (1)$$

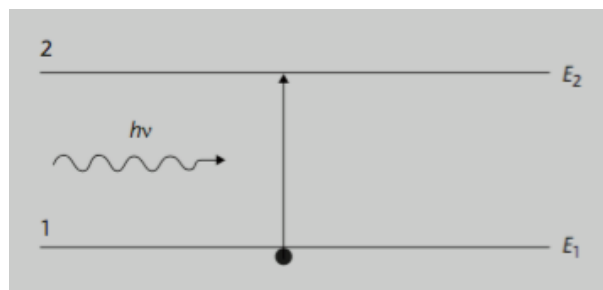


Figura 2: Fenòmen d'absorció [1]

En un sistema de comunicació òptic, i en concret en el transmissor, el que ens interessa és justament el procés contrari, l'emissió de llum. En aquest cas, tenim dos escenaris diferenciats: l'emissió espontània i l'emissió estimulada.

Per una banda, l'emissió espontània, tal i com el seu nom indica, és aquell fenomen pel qual un electró, de manera espontània passa d'un nivell d'energia superior ( $E_2$ ) a un d'inferior ( $E_1$ ) emetent un fotó d'energia igual a la pèrdua de l'electró. Aquest fotó emès de manera espontània té un direcció arbitrària i no guarda cap relació de fase amb altres fotons emesos de manera espontània.

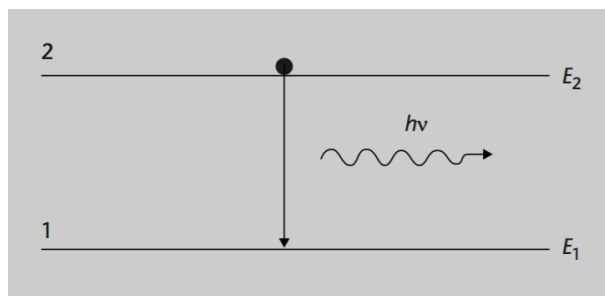


Figura 3: Fenòmen d'emissió espontània [1]

D'altra banda, l'emissió estimulada és el fenomen pel qual a causa d'un fotó incident en un electró, aquest passa d'un estat d'energia superior ( $E_2$ ) a un d'inferior ( $E_1$ ) alliberant un fotó (com en en cas anterior). La diferència respecte al cas de l'emissió espontània, és que aquests dos fotons (l'incident i l'emès per l'àtom) tenen la mateixa direcció de propagació, relació de fase i la mateixa energia (o el que és el mateix, la mateixa freqüència).

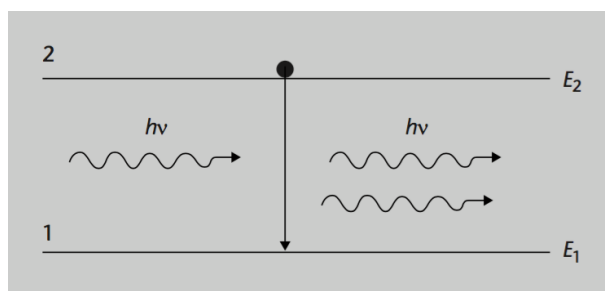


Figura 4: Fenòmen de l'emissió estimulada [1]

Amb aquestes idees de la física de la llum i la seva interacció amb la matèria, podem començar a endinsar-nos en l'estudi dels làsers i les seves característiques més generals.

## 2. LÀSERS

En un esquema genèric de comunicacions, podem observar quatre elements clau. El missatge que volem transmetre, el transmissor, el canal que utilitzem per enviar el missatge, i el receptor. En aquest treball ens volem centrar en el segon, el transmissor. Aquest element, té la funció de transformar el missatge en una seqüència digital (mitjançant el mostreig, la quantificació i la codificació) i transformar-lo emprant un transductor a una forma òptima pel canal que utilitzem. En aquest projecte no ens fixarem en els processos de mostreig, quantificació i codificació, sinó que ens centrarem en la transducció d'un seguit de polsos elèctrics (senyal elèctric) a polsos lluminosos (senyal òptic). Aquesta funció és la que realitzen els làsers.



*Figura 5: Esquema general de comunicació*

Aquest fenomen es pot aconseguir de maneres molt diverses i amb resultats també força diferents. És per això que tenim un gran nombre de làsers diferents classificats segons la naturalesa del seu medi actiu (el medi on es realitza la conversió d'electricitat a llum). Tenim làsers de gas, químics, d'estat sòlid o de semiconductors. Aquests tipus de làsers ofereixen diferents potències i longituds d'ona (algunes de llum visible). Nosaltres ens centrem, com hem explicat en el capítol anterior, en els làsers basats en materials semiconductors.

### 2.1 Materials semiconductors

Com ja hem esmentat, una de les claus per entendre el funcionament dels làsers que estudiarem són els materials semiconductors. Aquests materials, com per exemple el Silici (Si), són molt utilitzats en l'electrònica actual (són la base dels transistors).

Si imaginem un àtom d'un semiconductor, trobarem un nucli amb càrrega positiva (protons i neutrons) i electrons (amb càrrega negativa) que orbiten al seu voltant. Com més propera és aquesta òrbita, més forta és l'energia que lliga l'electró al núcli de l'àtom. Pel contrari, els electrons més allunyats (anomenats electrons de valència) tenen més probabilitats de trencar l'enllaç amb el seu nucli.

Els àtoms s'agrupen en estructures (normalment regulars, o cristal·lines) formant enllaços entre ells que donen lloc als materials. Aquests enllaços es formen quan dos àtoms comparteixen

electrons de valència. Quan un d'aquests electrons de valència absorbeixen un nivell suficient d'energia, es trenca l'enllaç format, i quan això passa se'n deriven dos fenòmens. El primer, és que l'electró queda lliure, i d'aquesta partícula en direm portador de càrrega negativa. El segon, és que queda un "forat" a l'enllaç, un desequilibri que fa que quedi carregat positivament. En aquest cas, direm un portador de càrrega positiva.

Si tots els àtoms d'aquesta estructura són iguals, estem davant d'un material semiconductor intrínsec. Per tal de poder treure rendiment màxim a aquest tipus de materials, se'ls afegeixen impureses, àtoms d'altres elements amb diferent nombre d'electrons de valència que el material base, convertint-los en semiconductors extrínsecs. Aquest procés s'anomena dopatge. Un cop dopat, el material pot tenir excés d'electrons lliures (semiconductor de tipus n) o excés de forats (semiconductor de tipus p).

A continuació introduïm un nou concepte físic: La distribució de Fermi-Dirac. Es tracta d'una distribució estadística que determina la probabilitat d'un conjunt de partícules de prendre un valor o un altre d'un conjunt d'estats d'energia (en el nostre cas, les bandes de conducció i de valència) en equilibri tèrmic, és a dir en temperatura constant.

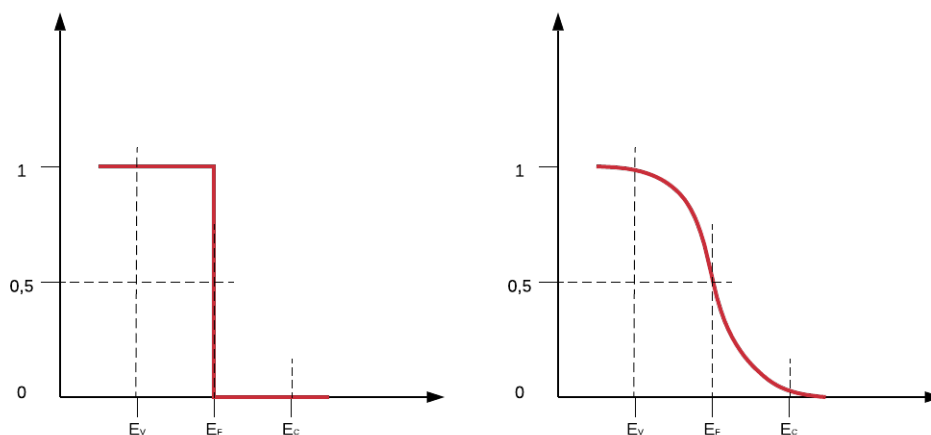


Figura 6: Distribució de Fermi-Dirac i nivell de Fermi per a  $T=0^{\circ}K$  (esquerra) i  $T > 0^{\circ}K$  (dreta)

En les figures anteriors podem veure la distribució de la probabilitat que un electró es trobi en un estat d'energia (conducció  $E_c$ ) o en un altre (valència  $E_v$ ) per a dues temperatures diferents. En el cas de la figura de l'esquerra, ens trobem en situació de zero absolut i per tant, no hi ha electrons lliures a la banda de conducció (veiem que la seva probabilitat de prendre aquest estat és 0). En el cas de la figura de la dreta, veiem com aquesta distribució canvia amb l'augment de la temperatura. El punt on la probabilitat és igual a 0,5 (és a dir que un electró té igual de probabilitat d'estar en banda de conducció que en banda de valència) l'anomenarem nivell de Fermi ( $E_f$ ).



En semiconductors intrínsecs dopats de tipus n i tipus p, el que aconseguim és canviar la seva densitat d'electrons lliures o de forats respectivament. Així doncs, també canvia la probabilitat que un electró estigui en banda de conducció o en banda de valència. En els de tipus n, a l'augmentar la seva densitat d'electrons lliures també augmenta la probabilitat d'un electró d'ocupar la banda de conducció i per tant, el nivell de fermi s'apropa cap al nivell d'energia d'aquesta banda (figura 7 dreta). Just el contrari és el que passa amb els de tipus p. L'augment de densitat de forats, fa que la probabilitat dels electrons d'ocupar la banda de valència sigui més alta, i per tant el nivell de fermi s'apropa al nivell d'energia d'aquesta banda (figura 7 esquerra).

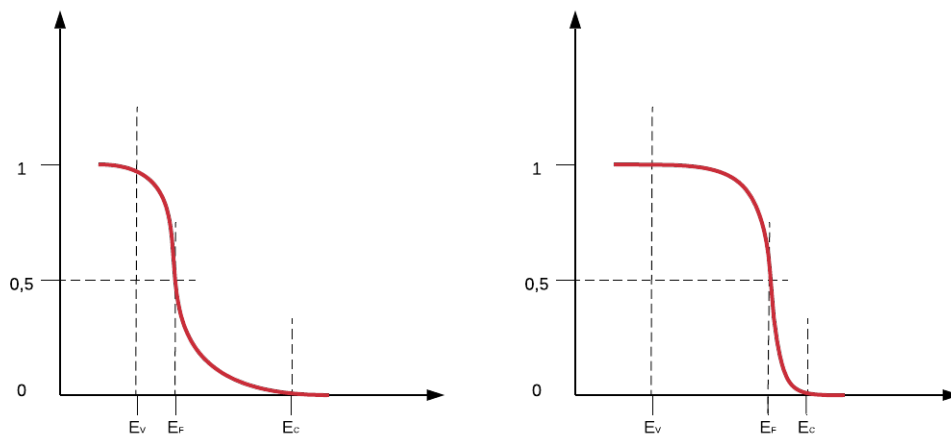


Figura 7: Desplaçament del nivell de Fermi per semiconductors de tipus p (esquerra) i de tipus n (dreta)

## 2.2 Díodes LED

L'estructura més bàsica que ens serveix per entendre el funcionament dels transductors electroòptics són els díodes LED.

Consisteixen bàsicament en una unió d'un semiconductor de tipus p i un de tipus n. A la regió p predominen els forats mentre que a la zona n ho fan els electrons. En unir aquests dos materials, es crea una diferència de potencial. Aquesta diferència de potencial fa que l'energia necessària per la recombinació (i posterior emissió d'un fotó d'energia equivalent) sigui superior a la de la banda d'energia prohibida, i per tant impedeix la recombinació de parells forat-electró.

Aquesta zona de la unió p-n on es crea la diferència de potencial s'anomena zona de deplecció (o regió de càrrega). En homounions p-n, és a dir quan els materials semiconductors de les regions p i n són iguals, aquesta zona de deplecció és força ampla (entre 1 i 10  $\mu\text{m}$ ). Aquesta és just la regió on s'esdevindran els fenòmens de recombinació forat-electró i d'emissió de radiació i ens interessa que sigui el més estreta possible (per tal d'augmentar la densitat de portadors de càrrega i tenir-ne màxim control). És per això que s'introdueix entre la regió p i n un altre semiconductor amb banda d'energia prohibida inferior. En aquest cas estarem davant d'una heterounió. En aquest tercer material confinat entre les regions n i p l'anomenarem "regió

activa". Amb aquest tipus d'unions modificades aconseguim augmentar l'eficiència del dispositiu.

Per tal de reduir el nivell d'energia necessari perquè els electrons puguin realitzar un canvi d'estat, es polaritza el díode (o unió p-n) de forma directa (amb el born positiu a la regió p i el born negatiu a la regió n). Amb aquest corrent de polarització, disminuïm la diferència de potencial creada entre les dues regions i permetem que passi corrent al llarg de la unió. Ara sí que es poden fer recombinacions del parell electró-forat, i la conseqüència més important per l'objectiu que ens ocupa és, que com ja hem estudiat anteriorment, que la recombinació de forats i electrons pot alliberar energia en forma de fotons (recombinació radiativa).

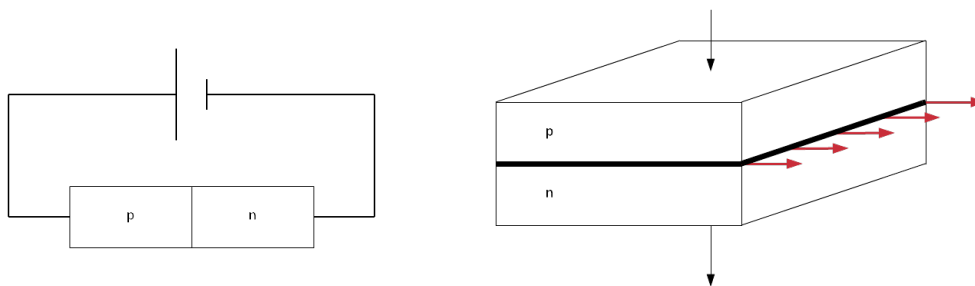


Figura 8: Unió p-n : a l'esquerra diagrama de polarització directa i a la dreta direcció d'emissió de fotons (en vermell)

Degut a la gran diferència entre els índex de refracció de l'aire (aproximadament 1) i els materials semiconductors utilitzats (el sil·lici, per exemple, entorn a 4), els fotons es reflexen en la superfície del material i tornen cap a dins de la unió. Només una petita part d'aquests fotons es poden escapar en la direcció dels eixos del pla que forma la unió. Es creen uns petits cons el·líptics que seran el feix que posteriorment voldrem introduir a la fibra de vidre. Aquest fenomen afecta de manera molt important l'eficiència del dispositiu, i aconseguir aprofitar el màxim la llum generada dins la cavitat és un camp en contínua evolució.

Cal aturar-se un moment en aquest punt i adonar-se que ja tenim una primera font de llum molt simple. Un dispositiu que sense cap corrent injectat no emet llum, però que quan el connectem a una font d'alimentació sí que n'emet. Podem observar que aquesta font de llum és no coherent. Això s'explica pel fet que el fenomen que predomina és bàsicament l'efecte de l'emissió espontània i per tant els fotons alliberats no guarden relació de fase ni de direcció entre ells.

A continuació podem començar a complicar el dispositiu i controlar encara més els fenòmens físics que hi tenen lloc per tal d'aconseguir fonts de llum coherents i amb més potència, els làsers.

## 2.3 Làzers de semiconductor

Per poder aconseguir aquestes fonts més potents i que emetin llum coherent, necessitem explicar dos conceptes més que ens permetin entendre en profunditat els làsers: L'amplificador làser i l'oscil·lador làser.

### 2.3.2 Amplificador làser

L'amplificador làser té com a paràmetre principal el guany, i la seva funció és la d'amplificar un senyal òptic al llarg del trajecte d'aquest pel medi actiu. El podem estudiar a partir del flux de fotons  $F(z)$  que travessa la secció de l'amplificador (figura 9).

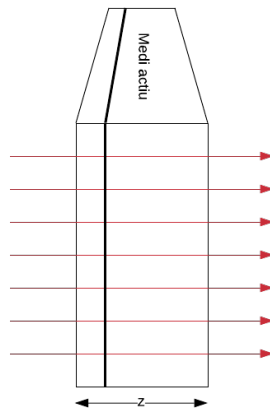


Figura 9: Secció d'amplada  $z$  del medi actiu i el flux de fotons que el travessa  $F(z)$

Si obviem l'emissió espontània, definim la variació del flux de fotons a partir de la probabilitat que un portador faci un canvi d'estat (ja sigui absorció, de  $E_1$  a  $E_2$ , o emissió estimulada, de  $E_2$  a  $E_1$ ). Aquesta probabilitat s'anomena secció transversal de transició i ve determinada per les relacions i coeficients d'Einstein. No hi entrarem en més profunditat, però la podem expressar de la següent manera:

$$\sigma(\nu) = \frac{\lambda^2}{8\pi\nu\tau} \quad (2)$$

Així doncs, podem expressar la variació del flux de fotons de la següent manera:

$$\frac{dF}{dz} = \sigma(\nu)N_2F(z) - \sigma(\nu)N_1F(z) \quad (3)$$

Observem com aquesta expressió està constituïda per dos termes. El primer correspon al fenomen de l'emissió estimulada: la probabilitat de fer un canvi d'estat pel nombre de

portadores susceptibles de canviar d'estat (en aquest cas  $N_2$ , que són les portadores que estan en banda de conducció amb nivell d'energia  $E_2$ ) pel nombre de fotons que són els desencadenants d'aquesta emissió estimulada. El segon, de manera similar, correspon al fenomen de l'absorció: la probabilitat de canvi d'estat pel nombre de portadores susceptibles d'absorbir un fotó (en aquest cas són  $N_1$ , les que estan en banda de valència amb energia  $E_1$ , i a causa de l'absorció passarien a una banda superior d'energia) pel nombre de fotons que desencadenen l'absorció.

Si integrem l'expressió (3) obtenim:

$$F(z) = F(0)e^{\sigma(v)(N_2 - N_1)z} = F(0)e^{g(v)z} \quad (4)$$

I aconseguim l'expressió del guany òptic:

$$g(v) = \sigma(v)(N_2 - N_1) = \frac{\lambda}{8\pi v \tau} (N_2 - N_1) \quad (5)$$

D'aquesta equació n'obtenim un altre concepte de gran interès. Observem que si tenim el mateix nombre de portadores a la banda de conducció que a la banda de valència, el guany és igual a 0. Per tant, una condició indispensable per tenir guany òptic és que  $N_2 > N_1$ . D'aquesta condició en direm inversió de població.

Per tancar aquest apartat, podem resumir el comportament del guany amb una gràfica (figura 10). Veiem 5 corbes diferents, cada una representa un nivell de densitat de portadors diferent (nivells de dopatge més o menys intens, diferents materials, ...). Observem la potència òptica generada en funció de l'energia del fotó. Recordem que l'energia del fotó ve definida per la constant de Plank i la freqüència, per tant podem entendre-ho també que el guany depèn de la longitud d'ona. Es veu clarament com fins a un cert nivell d'energia determinat, el de la banda d'energia prohibida, no tenim guany (no és possible l'emissió estimulada). Com més gran és l'energia del fotó, més probable és que estimuli l'emissió d'un altre fotó, i per tant el guany creix de manera més o menys lineal. Això ocorre fins que arriba un màxim de guany. A partir d'aquest nivell, més energia dels fotons deixa d'implicar més emissió estimulada, sinó que és just al contrari i el nivell de guany cau.

Un últim paràmetre a tenir en compte en relació amb el guany és la temperatura. Com hem vist anteriorment amb la distribució de Fermi-Dirac, les probabilitats d'estat de les partícules portadores de corrent va molt estretament lligada a la temperatura. Com observem a la figura 11, com més temperatura, més gran és el corrent necessari per obtenir un mateix nivell de potència òptica. És especialment clarificador, veure el nivell de corrent on comencem a tenir guany òptic (és a dir el current de polarització) per cada corba de temperatura. Mentre que a 10 o 20° C amb uns 10 o 15 mA en fem prou, a 120° C es fan necessaris al voltant de 80 mA.

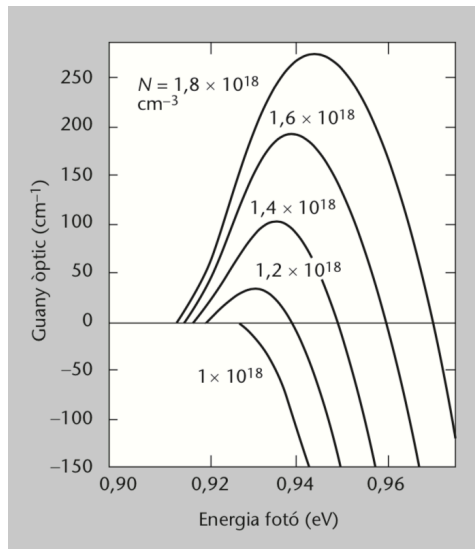


Figura 10: Guany òptic en funció de l'energia del fotó per a diferents nivells de densitat de portadors [1]

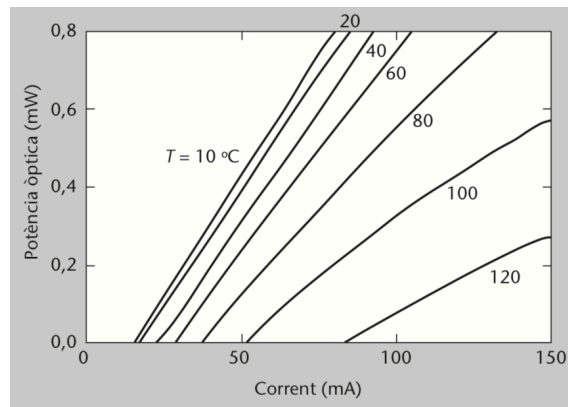


Figura 11: Guany òptic en funció del corrent injectat per a diferents temperatures [1]

### 2.3.1 Oscil·lador làser

L'oscil·lador és l'element que possibilita que el fenomen predominant a dins el medi actiu passi a ser l'emissió estimulada en comptes de l'emissió espontània. L'estructura d'un oscil·lador, no és res més que una cavitat ressonant formada per un medi actiu de longitud  $L$  amb guany òptic  $g(\nu)$  i dos miralls als extrems amb reflectivitats  $R_1$  i  $R_2$ . Quan els fotons arriben a l'extrem de la cavitat, una part de la potència òptica travessa el mirall (el dispositiu emet llum) i la resta és reflectida cap a l'interior del medi actiu. Com més gran és la reflectivitat, menys és la potència òptica que és capaç de travessar el mirall. Quan els fotons tornen a passar per la cavitat, estimulen l'emissió de nous fotons (amb la mateixa freqüència i relació de fase) que arriben a l'altre extrem del medi actiu. En aquest punt, com ha passat anteriorment, una part de la potència òptica s'escaparà en forma de llum a través de la paret de la cavitat, i la resta tornarà cap a l'interior estimulant l'emissió de nous fotons.

Amb aquesta idea bàsica, podem intuir que controlant uns determinats paràmetres com la reflectivitat dels dos miralls, el guany del medi actiu o l'atenuació, podem aconseguir un procés oscil·lant estacionari és a dir que els guanys igualin a les pèrdues.

$$e^{2\sigma(\nu)(N_2-N_1)L} e^{-2\alpha L} \sqrt{R_1 R_2} = 1 \quad (6)$$

En l'última expressió, identifiquem el primer terme com el guany del senyal òptic després de recórrer una vegada el camí d'anada i tornada dins la cavitat (2L), el segon terme com les pèrdues per efectes previstos dins l'atenuació i finalment la reflexió a les dues cares del mirall. Si tots els termes es compensen no tenim efecte làser i per tant es fa necessari un guany superior.

Sabem que per tenir guany en un amplificador làser es fa necessària la condició d'inversió de població, però per poder aconseguir l'efecte làser ens cal un guany determinat. Així doncs apareix el concepte d'inversió de població crític, que és més gran que el nivell d'inversió de població i és suficient per aconseguir l'efecte làser.

$$N_t = N_2 - N_1 = \frac{\alpha}{\sigma(\nu)} - \frac{\ln(R_1 R_2)}{4L\sigma(\nu)} = \frac{\alpha_{tot}}{\sigma(\nu)} \quad (7)$$

Amb tots aquests elements, ja hem vist els paràmetres i principis bàsics de funcionament d'un làser. Potser caldria fer esment a com tots aquests principis es relacionen amb el senyal d'entrada. Recordem que estem en un sistema de modulació directa, és a dir el corrent injectat serà directament proporcional al senyal òptic que volem transmetre. Podem imaginar-ho, de la manera més trivial, representant els bits (1 i 0) com a corrent i no-corrent. Però com ja hem explicat, fins a un nivell determinat d'energia (corrent de polarització) no tenim inversió de població i per tant no tenim recombinació. Per tant, la manera d'expressar els senyals elèctrics que modularem seran a partir d'un corrent de polarització (*Bias Current*, o gran senyal) i variacions d'aquest nivell amb l'amplitud pròpia del senyal (petit senyal).

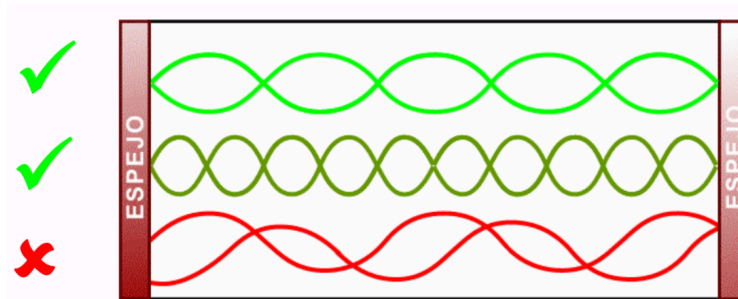


Figura 12: Longituds d'ona possibles dins la cavitat [4]

L'oscil·lador làser també ens porta a entreveure una nova propietat dels làsers. Les interferències entre les ones a dins la cavitat provoca que no totes les longituds d'ona siguin possibles, sinó que ho seràn només aquelles que interfereixin de forma constructiva. Els anomenarem els modes de la cavitat (i no són únics).

Per últim, intentem analitzar l'espectre que ens resultaria de l'emissió làser que hem estudiat fins ara. Tenim 3 grans elements a barrejar. L'emissió espontània, que segueix una distribució de gauss normal, la corba de guany, que a la figura 13 la tenim expressada en funció de la longitud d'ona en comptes de l'energia del fotó i per aixó segueix una curva simètrica, i finalment els modes de la cavitat. Veiem com la barreja d'aquests tres espectres ens acaba donant la forma definitiva de l'espectre d'emissió làser.

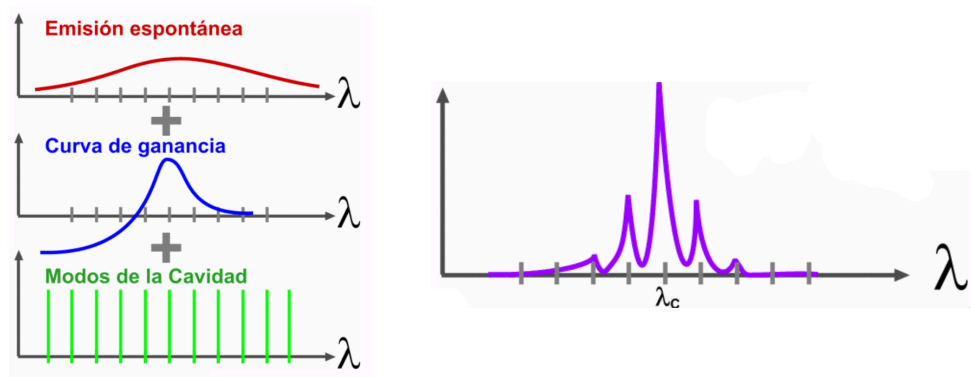


Figura 13: Espectre aproximat de l'emissió d'un làser [4]

Podem veure que tenim una longitud d'ona central o predominant ( $\lambda_c$ ) però tenim més modes. Per disminuir l'ample de banda utilitzat, ens interessa que aquest espectre sigui el més estret possible, idealment monomode. Per aconseguir-ho (almenys que els pics secundaris siguin molt petits en relació al principal) es dissenyen làsers que tinguin pèrdues diferents pels diferents modes de la cavitat. Hi ha diverses estratègies, però la que ens interessa a nosaltres són els VCSEL (vertical cavity surface-emitting lasers).

## 2.4 Vertical Cavity Surface-Emitting Laser

Una de les primeres estratègies reduir la potència dels modes secundaris de la cavitat, són els làsers amb realimentació distribuïda (DFB). La idea bàsica és una xarxa de difracció al llarg de la cavitat. L'índex de refracció va variant de forma periòdica, i les interferències constructives entre les ones que es propaguen en la direcció d'anada i la de tornada fan que només es mantinguin les que compleixen la condició de Bragg.

Una altra de les estratègies bàsiques és la dels làsers DBR, que canvien un dels miralls o els dos per un reflector de Bragg. Aquests reflector estan formats per una estructura de diverses capes de diferents materials amb índex de refracció diferents o amb alguna altra variació periòdica

(com l'amplada de cada una d'aquestes capes). De manera similar als DFB, aquestes estructures provoquen una variació de l'índex de refracció que provoquen interferències constructives per una sola longitud d'ona, atenuant la resta. Aquests reflectors són molt importants perquè són utilitzats pels làsers que volem estudiar, els VCSELS.

Els làsers de cavitat vertical són uns làsers que van aparèixer durant els anys 90. Tenen com a principal característica que emeten el feix de llum de manera perpendicular al pla de la regió activa en contraposició a la resta de làsers que emeten llum al llarg del contorn de la regió activa.

És una tecnologia relativament recent i en constant investigació. És per això que la seva estructura no és única i encara hi ha força diversitat en quan a elecció de paràmetre. Bàsicament, però, la idea és la d'una capa de medi actiu molt fina, molt més que en els làsers convencionals, amb dos reflectors de Bragg (un de tipus p i un de tipus n) a sobre i a sota amb índex de reflectivitat molt elevats. Als extrems d'aquestes dues estructures reflectores, s'hi troben els contactes elèctrics. Per sobre i sota del medi actiu es fa créixer una capa d'òxid amb un forat circular per on es concentra el transit de fotons. En un dels dos contactes elèctrics, també es presenta un forat circular per on surt el feix de llum.

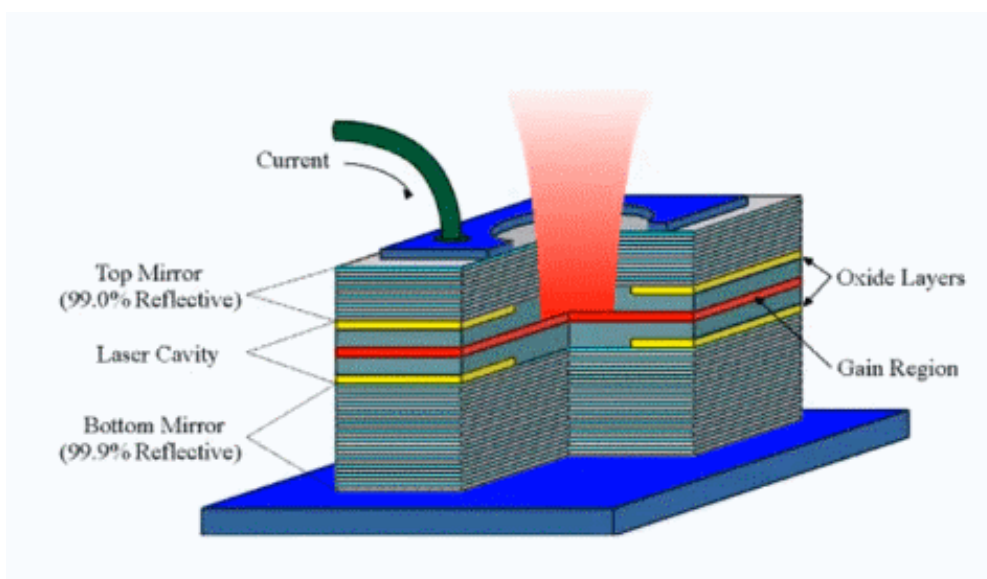


Figura 14: Estructura estàndard d'un VCSEL [8]

El procés de fabricació dels VCSELS és rellevant de comentar [12]. De manera similar als transistors, es fabrica aplicant diverses etapes i processos químics sobre unes làmines circulars de material base (*wafers*). El procés no és gens senzill, però permet comprovar l'estat de les diverses capes en diferents etapes de la fabricació i no només al final com els làsers tradicionals. Això permet rectificar i estalviar temps i material. A més a més, un cop fabricats es poden testear tots els que es poden produir en una làmina de cop ja que el seu feix de llum és vertical (testeig en paral·lel). En els làsers que emeten llum pel lateral, s'han de separar un a un abans



de testejar-los (testeig en serie). Aquest és un dels grans avantatges dels VCSELs, aconseguint ser uns dispositius amb un cost molt més baix.

El fet que el tamany del seu medi actiu sigui molt més petit i també el seu volum, també els fa econòmics durant el seu funcionament, ja que necessiten uns nivells de corrent llindar inferiors. Això, al seu temps, fa que emetin una potència òptica també força limitada, fent-los útils sobretot en xarxes d'àrea local o d'accés a la xarxa. No obstant, aquest fet no representa una gran limitació ja que és força habitual treballar amb *arrays* de diversos VCSELs per aconseguir grans potències òptiques de sortida. Aquesta manera de treballar no és possible (o almenys no tan senzilla) amb làsers d'emissió lateral.

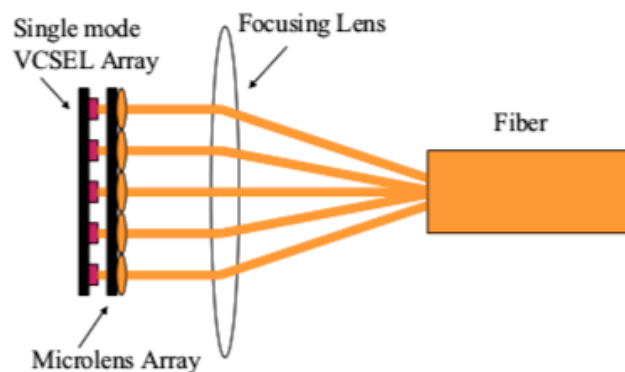


Figura 15: Esquema d'arrays VCSEL per augmentar la potència [5]

Des dels anys 2000, s'ha aconseguit controlar els modes transversals d'aquests dispositius fent-los aptes per a treballar en qualsevol de les 3 finestres principals d'operació de la fibra òptica.

Altres avantatges d'aquests dispositius són la seva capacitat de treballar a velocitats relativament altes (10 Gb/s) i amb poques afectacions de soroll [5]. El fet que les longituds d'ona d'operació depenguin dels gruixos del medi actiu i les diferents capes dels reflectors de Bragg fan que siguin menys dependents de la temperatura i que puguin treballar a temperatures més altes.

Per últim, i no menys important ni menyspreable, és el fet que el seu feix de llum és circular en contraposició dels el·líptics creats pels làsers d'emissió lateral. Això fa que la complexitat i el cost d'acoplar aquests dispositius a una fibra òptica sigui mínima i que augmenti també l'eficiència del conjunt (perdem menys llum, tota la potència òptica generada és introduïda a l'interior de la fibra). Segons algun article [5] aquesta és una de les claus perquè els VCSELs guanyessin una gran popularitat entre el mercat de dispositius de baixa potència.

### 3. EQUACIONS DE RITME I ELECCIÓ DEL MODEL

Un cop analitzat el dispositiu i tots els fenòmens que hi intervenen, és moment de començar a plantejar el model i estudiar les equacions que regeixen els làsers. Aquestes són les anomenades equacions de ritme. Ens descriuen molt paràmetres, entre ells la potència òptica de sortida.

Les equacions de ritme deriven de les equacions de Maxwell-Bloch i de l'equació de Schrödinger de la mecànica quàntica [6]. Són uns desenvolupaments matemàtics complexos ja que hi intervenen molts elements. Al final, les equacions de ritme expliquen la variació de fotons i portadors de càrrega al llarg del temps, i es poden expressar amb els següents termes:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{q} - \frac{N}{\tau_c} - GP \quad (8)$$

$$\frac{dP}{dt} = GP + R_{sp} - \frac{P}{\tau_p} \quad (9)$$

La primera equació explica la variació de portadors de càrrega. El primer terme descriu la injecció de corrent. La intensitat (o càrrega) injectada entre el valor de la càrrega de cada partícula ens dona el nombre de partícules injectades (portadores). El segon terme descriu les pèrdues de portadores per emissió espontània i per recombinacions no radiatives. Veiem que es tracta del nombre de portadores dividit entre el temps de vida de les portadores (definit com el temps mitjà que triga una portadora a recombinar-se). L'últim terme descriu les pèrdues per emissió estimulada multiplicant la taxa d'emissió estimulada del làser (definida per la velocitat de grup, el guany del làser i el factor de confinament de la llum) pels fotons de la cavitat.

La segona equació explica la variació de fotons a l'interior de la cavitat. En aquest cas, el primer terme és igual al tercer de l'equació anterior. Una de les dues fonts de creació de fotons és el fenòmen d'emissió estimulada. L'altra, indicada al segon terme, és similar al segon terme de la primera equació. El terme descriu l'emissió espontània. A diferència de la primera equació, en aquest cas no tenim en compte les recombinacions no radiatives ja que no generen cap fotó. Finalment, el tercer terme indica la pèrdua de fotons de la cavitat indicat pel nombre de fotons entre el temps de vida dels fotons (de manera semblant al temps de vida de les portadores, indica el temps mitjà que triga un fotó en extingir-se i està relacionat amb el paràmetre  $\alpha$  que indica les pèrdues de la cavitat).

Hi ha una tercera equació de ritme que descriu la variació de la fase òptica. Pel nostre model, vam decidir utilitzar només les dues primeres en un primer moment, i intentar afegir la tercera si el temps ho permetia.

A partir d'aquí, hi ha molts models diferents [6][8][10] que utilitzen diverses estratègies per particularitzar aquestes equacions. Algunes parlen del nombre total de portadores i fotons, altres

de densitats de portadors i fotons (apareix variable del volum), algunes que es basen en la temperatura, definicions del guany òptic diferents, més o menys factors d'atenuació tinguts en compte, ... Nosaltres, després d'estudiar moltes alternatives i llegir molts articles, ens vam decantar per el model proposat per Binh [3] sense els termes de soroll (escenari ideal) per poder intentar replicar els seus resultats.

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{I(t)}{qV_a} - \frac{N}{\tau_c} - v_g a_0 \frac{N(t) - N_0}{1 + \epsilon_c P(t)} P(t) \quad (10)$$

$$\frac{dP(t)}{dt} = \Gamma v_g a_0 \frac{N(t) - N_0}{1 + \epsilon_c P(t)} P(t) + \frac{\beta \Gamma N(t)}{\tau_c} - \frac{P(t)}{\tau_p} \quad (11)$$

- N - Densitat de portadores de càrrega dins la cavitat
- P - Densitat de fotons dins la cavitat
- I - Corrent injectat
- q - Càrrega d'un electró
- V<sub>a</sub> - Volum de la regió activa (o medi actiu)
- τ<sub>c</sub> - Temps de vida de les portadores de càrrega
- τ<sub>p</sub> - Temps de vida dels fotons
- v<sub>g</sub> - Velocitat de grup
- a<sub>0</sub> - Coeficient de guany
- N<sub>0</sub> - Densitat de portadores en transparència (quan comença la inversió de població)
- ε<sub>c</sub> - Factor de compressió de guany
- Γ - Factor de confinament
- β - Fracció d'emissió espontània acoplada al mode del làser

A l'equació (10) veiem que respecte al model genèric presentat a l'equació (8) té poques variacions. Al primer terme dividim el nombre de càrregues injectades pel volum per poder treballar amb densitats com la resta del model. El segon terme és idèntic. Al tercer terme tenim una interpretació de la taxa d'emissió estimulada representada a (8) per la lletra G.

A l'equació (11) tenim alguna variació més respecte a la del model genèric presentat a l'equació (9). El primer terme el veiem pràcticament igual que el tercer terme de l'equació 9 amb la particularitat que s'hi afageix el factor de confinament (que afecta als fotons però no a les portadores). El segon terme, veiem la interpretació del paràmetre R<sub>sp</sub> utilitzat a (9). Tenim que només una porció de N/τ<sub>c</sub> és responsable de l'emissió estimulada (la resta seria radiació no radiativa). Aquesta porció és la que ve definida per el factor de confinament i la fracció d'emissió espontània acoplada al mode làser. L'últim terme és idèntic al plantejat al model genèric.

Els valors dels paràmetres s'han tret de la referència [3] per, tal com ja s'ha esmentat, intentar reproduir els resultats:

$q$	-	$1,60 \cdot 10^{-19}$
$V_a$	-	$1,5 \cdot 10^{-16}$
$\tau_c$	-	$0,3 \cdot 10^{-9}$
$\tau_p$	-	$3 \cdot 10^{-12}$
$v_g$	-	$7,5 \cdot 10^7$
$a_0$	-	$3,2 \cdot 10^{-20}$
$N_0$	-	$1 \cdot 10^{12}$
$\epsilon_c$	-	$2,5 \cdot 10^{-23}$
$\Gamma$	-	0,8 (80%)
$\beta$	-	$3 \cdot 10^{-5}$

Com hem dit, aquestes equacions són útils per a calcular els paràmetres del làser, i el que ens serà de més interès serà la potència òptica de sortida, que es defineix de la següent manera:

$$m(t) = \frac{P(t)V_a\eta_0 h\nu}{2\Gamma\tau_p} \quad (12)$$

$\eta_0$	-	Eficiència Quàntica Diferencial
$h$	-	Constant de Plank
$\nu$	-	Freqüència dels fotons ( $\nu = v_g/\lambda$ )

Veiem que el càlcul es fa calculant el nombre total de fotons (densitat per volum), multiplicant-los per la seva energia ( $h\nu$ ) i per l'eficiència. Es divideix pel temps de vida mitjà dels fotons, pel factor de confinament i per un factor de 2. Amb això tenim la potència òptica de sortida que veiem que és directament proporcional a la densitat de fotons de la cavitat.

Com a valors s'han utilitzat:

$\eta_0$	-	0,042 (4,2%)
$h$	-	$6,626 \cdot 10^{-34}$
$\lambda$	-	$1553,3 \cdot 10^{-9}$

Aquests paràmetres caracteritzen un làser genèric. Per tal de poder caracteritzar un VCSEL caldria ajustar-los i introduint al model la reflectivitat de les estructures de Bragg (segurament tenir-les en compte a l'eficiència).

## 4. PROVES I RESULTATS

Per les simulacions hem de comentar que s'ha utilitzat una modulació RZ (*Return to Zero*) proposada a [3]. Per resoldre les equacions de ritme, que són equacions diferencials, hem utilitzat la funció *ode45* de Matlab. Hem utilitzat una cadena de bits aleatòria i un senyal a 2 Gb/s. Per la integració utilitzarem els 5 primers nanosegons, és a dir els primers 10 bits (o períodes) de senyal.

Amb tots els paràmetres indicats al capítol 3 vam fer una primera simulació per veure com responien tant la densitat de fotons com la de càrregues portadores a la cavitat.

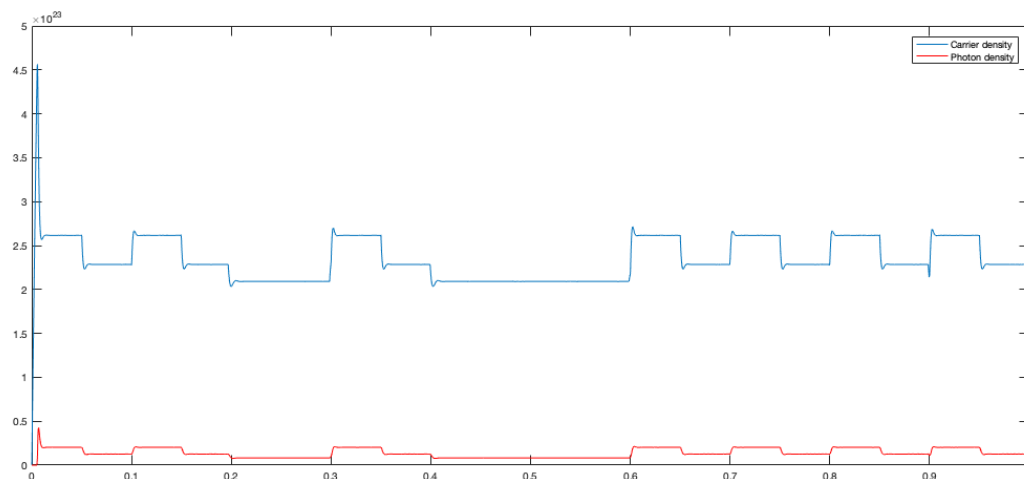


Figura 16: Densitat de portadores (blau) i de fotons (vermell)

Veiem com les dues densitats varien de manera proporcional (en diferents ordres de magnitud) en funció del corrent injectat. Es poden distingir els pulsos (que recordem que són de tipus RZ). Una altra gràfica útil per veure el comportament del làser és el de contrastar el senyal d'entrada amb la potència òptica a la sortida. Això ho podem veure a la figura 17. En vermell observem els impulsos (ja sigui un 1 o un 0) d'entrada, i en blau la potència òptica generada.

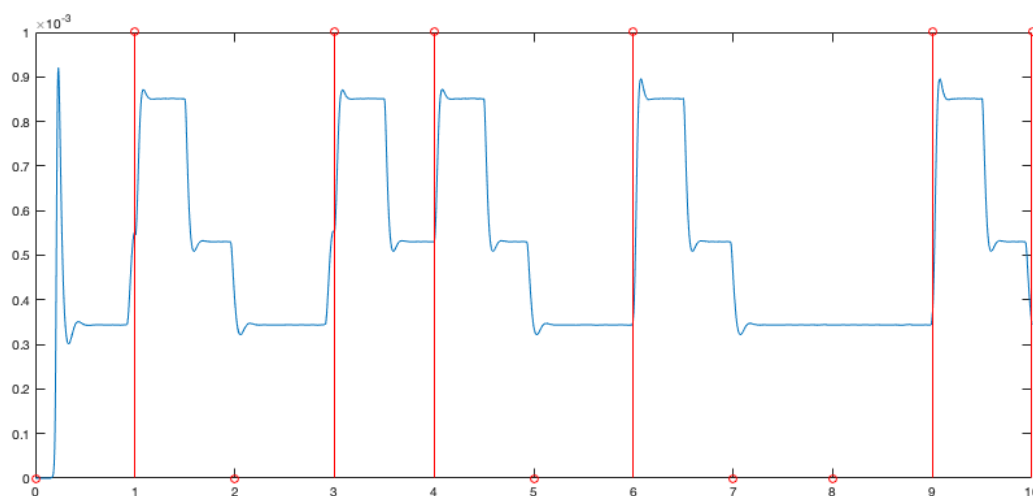


Figura 17: Bits de la seqüència d'entrada (vermell) i sortida òptica (blau)

A partir d'aquí, comencem a jugar amb diversos paràmetres. Fixarem una mateixa seqüència de bits d'entrada, per poder comparar i començarem a canviar els valors dels paràmetres i a fer gràfiques (en alguns casos de només un pols) per poder veure com afecta a la potència òptica de sortida.

#### 4.1 Compressió de guany ( $\epsilon_c$ )

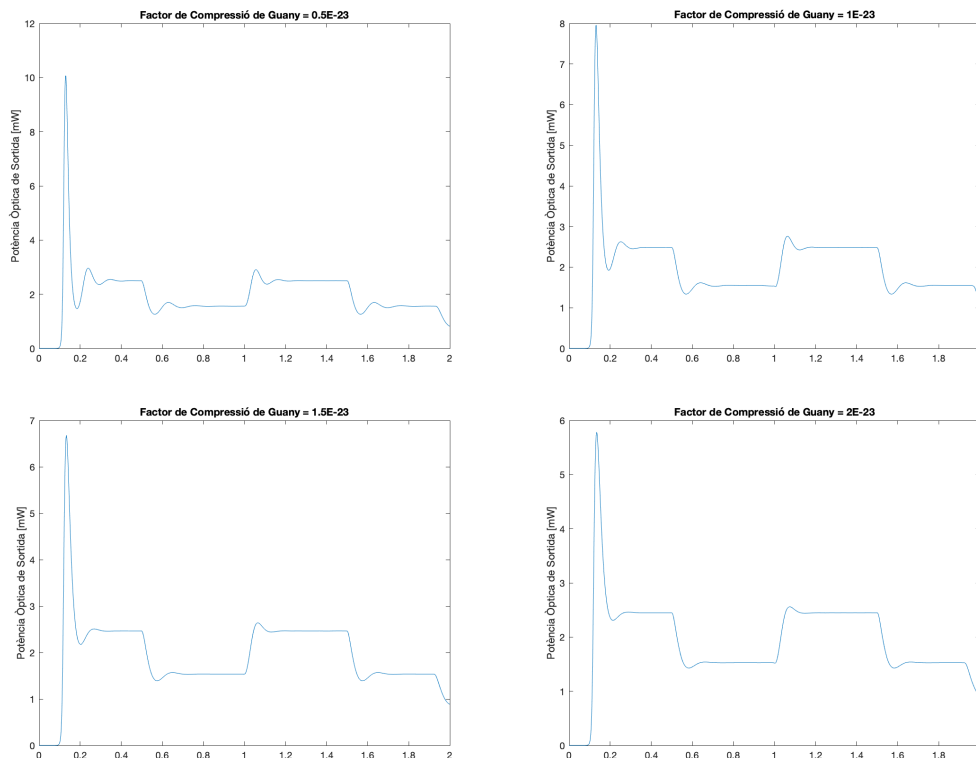


Figura 18: Variació del factor de compressió de guany. D'esquerra a dreta i de dalt a baix:  $0.5 \cdot 10^{-23}$ ,  $1 \cdot 10^{-23}$ ,  $1.5 \cdot 10^{-23}$  i  $2.5 \cdot 10^{-23}$

El factor de compressió de guany observem que crea un efecte de sobreoscil·lació a la pujada o baixada del pols. Com més gran és aquest valor, més estable (menys sobreoscil·lació) és el sistema.

#### 4.2 Factor de confinament ( $\Gamma$ )

Com més gran és el factor de confinament més petita és la potència òptica de sortida. Si ens hi fixem, en l'equació (12) de la potència òptica de sortida, tenim el factor de confinament al denominador, i d'aquí la relació de proporcionalitat inversa. Segons [3], aquest factor també afecta al temps que triga el làser a arribar a nivell alt d'un pols, però no hem pogut reproduir aquest resultat amb el nostre model.

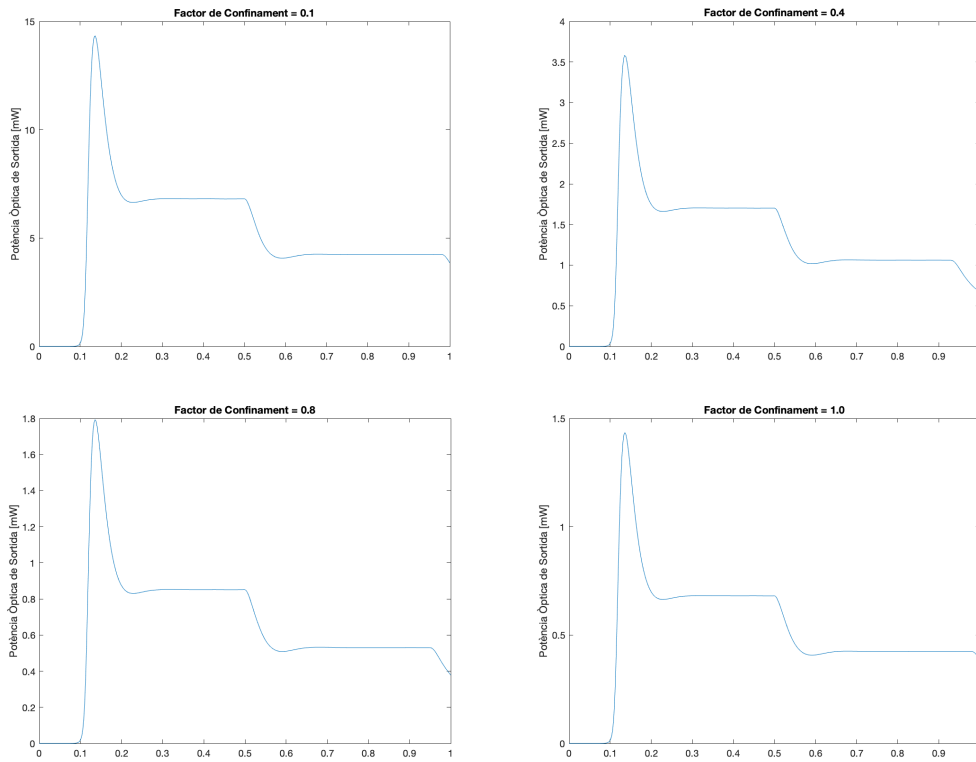


Figura 19: Variació del factor de confinament. D'esquerra a dreta i de dalt a baix: 0.1, 0.4, 0.8 i 1.0

### 4.3 Eficiència ( $\eta_0$ )

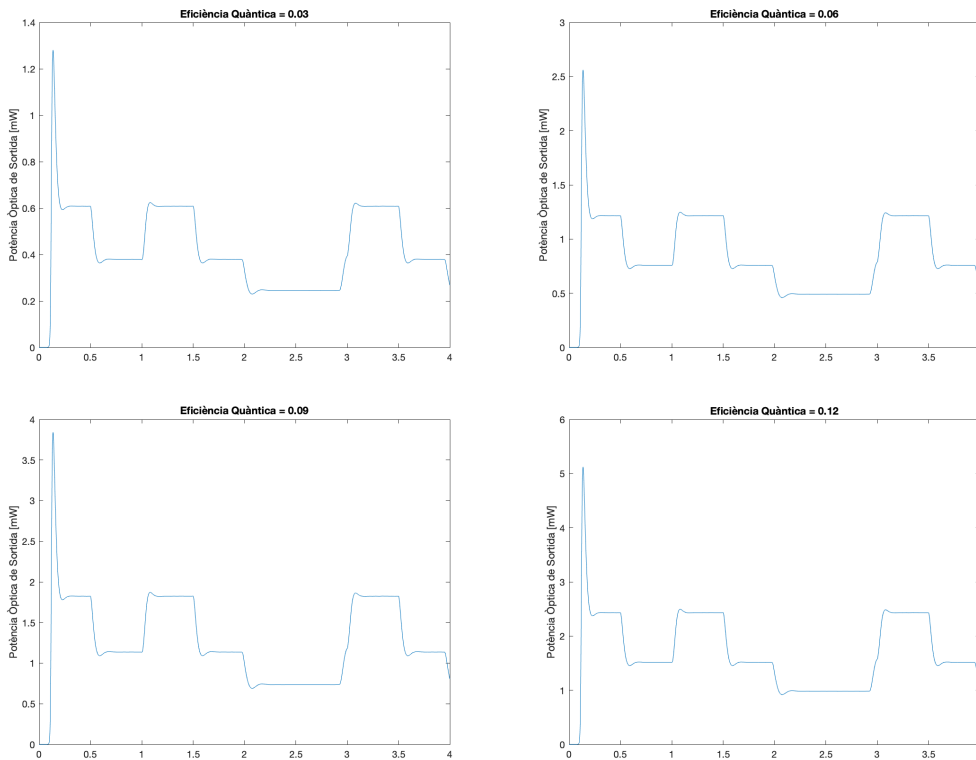


Figura 20: Variació del factor diferencial d'eficiència quàntica. D'esquerra a dreta i de dalt a baix: 3%, 6%, 9% i 12%

De manera similar al factor de confinament, veiem que l'eficiència està estretament relacionada amb la potència òptica de sortida. En aquest cas, la relació de proporcionalitat és directa. Aquest paràmetre intenta descriure la proporció de fotons generats a partir de les portadores injectades. De moment, a nivell tecnològic, és encara difícil aconseguir làsers amb una eficiència molt alta. Els valors més habituals són d'entre el 3 i el 20%.

#### 4.4 Freqüència

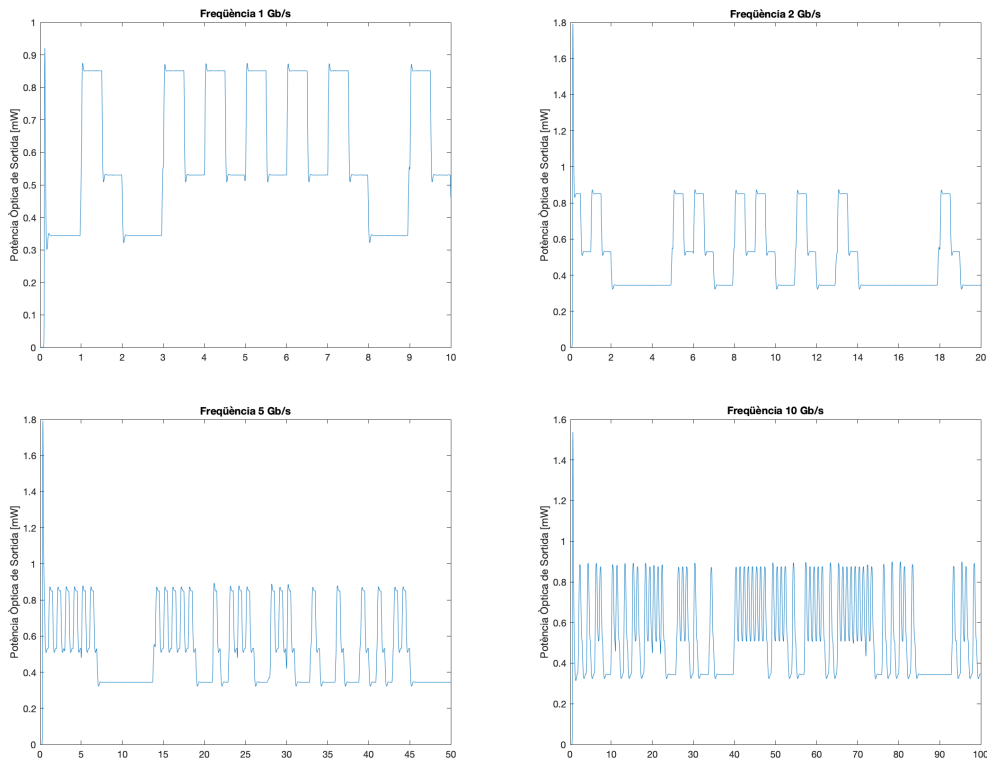


Figura 21: Variació de la freqüència de treball del sistema. D'esquerra a dreta i de dalt a baix: 1, 2, 5 i 10 Gb/s

Amb la freqüència, hem intentat anar-la incrementant i veure quan es perd la forma de polsos que dificultaria la recuperació del senyal. Per trobar la freqüència màxima possible d'operació del model, caldria implementar el mòdul del receptor i poder veure realment el límit on el receptor ja no pot seguir la seqüència de bits. En aquest cas, 10 Gb/s sembla un valor força proper a la freqüència màxima d'operació d'aquest model.



## 5. CODI MATLAB

```
close all
clear
clc

global Senyal_entrada;
global BitPeriod;

temps_integracio = 10e-9; % Els 10 primers nanosegons.
frequencia = 2e9; % Senyal a 2Gb/s
BitPeriod = 1/frequencia;
Senyal_entrada = randi([0, 1], [1, temps_integracio*frequencia + 1]);

%% DADES
%
% Autor: Arnau Torrent Freixa
% Universitat Oberta de Catalunya
% Treball final del Màster en Enginyeria de Telecomunicacions
% Juny - 2019
%
%%

%% EQUACIONS DE RITME:
%
% 1) Variació de portadors de càrrega:
%
% 
$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{I(t)}{q \cdot V_a} - \frac{N(t)}{\tau_c} - v_g \cdot a_0 \cdot (N(t) - N_0) / \dots$$

% 
$$(1 + \epsilon \cdot P(t)) \cdot P(t)$$

%
%
% 2) Variació del nombre de fotons a la cavitat
%
% 
$$\frac{dP(t)}{dt} = \text{conf} \cdot v_g \cdot a_0 \cdot (N(t) - N_0) / (1 + \epsilon \cdot P(t)) \cdot P(t) - \dots$$

% 
$$S(t) / \tau_p + \beta \cdot \text{conf} \cdot N(t) / \tau_c$$

%
%%

%% VARIABLES:
%
% t: Temps.
% N(t): Nombre de portadors.
% P(t): Nombre de fotons a la cavitat.
% I(t): Intensitat de corrent injectat.
%
```

```
%%
```

```
%% PARÀMETRES:
```

```
%
```

```
% c:      Velocitat de la llum;
```

```
% v:      Freqüència.
```

```
% lambda: Longitud d'ona.
```

```
% h:      Constant de Plank.
```

```
% q:      Càrrega de l'electró.
```

```
% tau_c:  Temps de vida mitjana del portador.
```

```
% tau_p:  Temps de vida mitjana del fotó.
```

```
% conff:  Factor de confinament.
```

```
% vg:     Velocitat de grup (velocitat de la llum / índex de refracció  
de la cavitat).
```

```
% Va:     Volum de la regió activa.
```

```
% a0:     Coeficient de guany
```

```
% epsilon: Factor de compressió de guany.
```

```
% N0:     Densitat de portadors en equilibri termodinàmic (sense  
injecció de corrent).
```

```
% beta:   Fracció d'emissió espontània "coupled".
```

```
%
```

```
%%
```

```
%% ASSIGNACIÓ DE VALORS ALS PARÀMETRES:
```

```
%
```

```
global Imax;
```

```
global Trise
```

```
global Ibias;
```

```
global eff;
```

```
h = 6.626E-34;
```

```
lambda = 1553.3E-9;
```

```
q = 1.60E-19;
```

```
tau_c = 0.3E-9;
```

```
tau_p = 3E-12;
```

```
conff = 0.8;
```

```
vg = 7.5E7;
```

```
Va = 1.5E-16;
```

```
a0 = 3.2E-20;
```

```
epsilon = 2.5E-23;
```

```
N0 = 1E12;
```

```
beta = 3E-5;
```

```

Trise = 1e-12;
Ith = e/tau_c*Va*(N0+1/confff/a0/vg/tau_p); % Corrent Llindar
Ibias = 7.1*Ith; % Corrent de polarització
Imax = 9.0*Ith; % Màxim Corrent Input
eff = 0.042; % Eficiència
freq_f = vg/lambda; % Càlcul de la freqüència dels fotons dins la
cavitat. %
tspan = [0 temps_integracio]; % Interval d'integració de la variable
temps. 10 nanosegons.
y0 = [0;0]; % Valors inicials de N i S.
%
%%

%% RESOLUCIÓ DE LES EQUACIONS DE RITME:
%
[t,y] = ode45(@(t,y) rate_equations(t, y, q, tau_c, tau_p, confff, ...
    vg, Va, a0, epsilon, N0, beta, Senyal_entrada), tspan, y0);
%
%%

%% Càlcul de la sortida de potència òptica
%
P_Out = (y(:,2)*Va*eff*h*freq_f)/(2*confff*tau_p);
%
%%

%% VISUALITZACIÓ DE RESULTATS:
%
figure
plot(t,y(:,1));
hold on;
plot(t,y(:,2),'r');
legend('Carrier density','Photon density');

figure;
input_proporcional = Senyal_entrada*max(P_Out);
plot(t*freq_f,P_Out);
hold on;
stem([0:size(input_proporcional,2)-1], input_proporcional,'r');
%
%%

```

```

function rate =
rate_equations(t, y, q, tau_c, tau_p, conff, vg, Va, a0,
epsilon,N0,beta,Senyal_entrada)
    rate = zeros(2,1);
    rate(1) = I_codificada(t,Senyal_entrada)/(q*Va) - y(1)/tau_c - ...
                vg*a0*((y(1)-N0)/(1+epsilon*y(2)))*y(2);
    rate(2) = (conff*a0*vg*((y(1)-N0)/(1+epsilon*y(2))) - (1/    ...
                tau_p))*y(2)+(beta*conff*y(1))/tau_c;
end

```

```

function I = I_codificada(t,Senyal_entrada)

    global I0;
    global Imax;
    global Trise;
    global Ibias;
    global BitPeriod;
    timing = rem(t,BitPeriod);
    n = fix(t/BitPeriod)+1;

    if timing <=BitPeriod/2
        I=Ibias+Senyal_entrada(n)*Imax*(1-exp(-timing.^2/Trise^2));
        I0=I-Ibias;
    else
        I=Ibias+I0*exp(-(timing-BitPeriod/2).^Trise^2);
    end
end
end

```

## 6. **BIBLIOGRAFIA**

- [1] - Spadaro, Salvatore. "Xarxes de fibra òptica". Universitat Oberta de Catalunya.
- [2] - Agrawal, G. P. (2010). *Fiber-Optic Communication Systems (4th edition)*.
- [3] - Binh, L. N. (2015). *Optical Fiber Communication Systems with MATLAB® and Simulink® Models (2nd edition)*.
- [4] - Conde, O. M. "Comunicaciones Ópticas". Universidad de Cantabria. 3r de telecos
- [5] - Princeton Optronics. Vertical-Cavity Surface-Emitting Laser Technology. Recuperat de <http://www.newmetals.co.jp/pdf/234.pdf>
- [6] - Wieczorek, S. (2015). Rate Equation Model for Semiconductor Lasers.
- [7] - Johnson, Steven G. "The Mathematics of Lasers". Massachusetts Institute of Technology.
- [8] - Khan, S. A. i Hasnayeem, M. A. Modeling of Low Power Multilayer Vertical Cavity Surface Emitting Laser. *International Journal of Optics and Applications* 2015, 5(5): 155-160.
- [9] - Carbó, M. L'espectre electromagnètic. Recuperat de <https://sites.google.com/site/tecno3t5marccarbo/home/4-radio-i-televisio/4-3-l-espectre-electromagnetic>
- [10] - Mena, P. V., Morikuni, J. J., Kang, S. M., Harton, A. V. i Wyatt, K. W. A Simple Rate-Equation-Based Thermal VCSEL Model. *Journal of Lightwave Technology* 1999, Vol. 17, No. 5.
- [11] - García, Carlos. "Comunicaciones Ópticas". Universidad de Málaga. Noviembre 2005.
- [12] - Jewell, J. L., Harbison, J. P., Scherer, A., Lee, Y. H. i Florez, L. T. Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers: Design, Growth, Fabrication, Characterization. *IEEE Journal of Quantum Electronics* 1991. Vol. 27, No. 6.
- [13] - Pérez, P., Valle, A., Noriega, I. i Pesquera, L. Measurement of the Intrinsic Parameters of Single-Mode VCSELS. *Journal of Lightwave Technology* 2014. Vol. 32, No. 8.
- [14] - Ortsiefer, M., Kögel, B., Roskopf, J., Görblich, M., Xu, Y., Gréus, C. i Neumeyr, C. Long Wavelength High Speed VCSELS for Long Haul and Data Centers. *The Optical Networking and Communication Conferenc & Exhibition* 2014.
- [15] - Michalzik, R. i Ebeling, K. J. Operating Principles of VCSELS.